

دفترچه شماره ۱

آزمون جامع ۱

جمعه ۱۴۰۲/۰۳/۲۶



# آزمون‌های سرانسر کج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## آزمون اختصاصی

### پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۴۰	مدت پاسخگویی: ۴۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		وضعیت پاسخگویی	مدت پاسخگویی
			از	تا		
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	اجباری	۴۰ دقیقه



۱- اگر  $a+b+c=7$  و  $a^2+b^2+c^2=9$  و  $abc=5$ ، آن گاه  $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$  برابر است با:

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۲- در دنباله‌های  $\{a_n\}$  و  $\{b_n\}$  اگر  $a_{n+1}=ra_n$  و  $b_{n+1}=d+b_n$  و  $b_1=9a_1$ ،  $b_2=5a_2$  و  $b_3=a_3$  آن گاه  $r$  برابر است با:

( $r \in \mathbb{R} - \{0, \pm 1\}$ ,  $d \in \mathbb{R} - \{0\}$ )

- (۱)  $\pm 2$  (۲)  $\pm 3$  (۳)  $\pm \sqrt{2}$  (۴)  $\pm \sqrt{3}$

۳- حاصل  $(\frac{1-\sqrt{5}}{2})^5 + (\frac{1+\sqrt{5}}{2})^5$  برابر است با:

- (۱)  $\sqrt{5}$  (۲) ۵ (۳) ۱۱ (۴) ۱۰

۴- اگر  $f$  تابعی همانی و  $g$  تابعی ثابت و  $f(\Delta - 3x) = (m + 3n)x + m - n$  و  $g(x) = (a + g(2))x^2 + 12 + 3a$  آن گاه حاصل

$f(m) + f(n) + g(a)$  برابر است با:

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۵- اگر  $f(x) = x + 1$  و  $f(2^{x+1} - 3x - 1) = x + 1$  آن گاه  $f^{-1}(4)$  برابر است با:

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۶- بیشترین مقدار تابع  $f(x) = \sqrt{\frac{3x^2 + 9x + 13}{3x^2 + 9x + 7}}$  برابر است با:

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۷- اگر  $(x^2 - 1)Q(x) = P(x + 2) - (x - 5)$  و باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای  $P(x)$  بر  $x^2 - 4x + 3$  برابر  $ax + b$  باشد، زوج مرتب  $(a, b)$

کدام است؟

- (۱)  $(1, 7)$  (۲)  $(1, -7)$  (۳)  $(7, 1)$  (۴)  $(-7, 1)$

۸- اگر  $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$ ، آن گاه  $\left[\frac{x}{3}\right]$  برابر است با: ( $[ ]$  نماد جزء صحیح است).

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۱ (۴) ۲

۹- حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{8 - (\sin x + \cos x)^2}{1 - \sin^2 x}$  برابر است با:

- (۱) ۱۲ (۲) -۱۲ (۳) ۶ (۴) -۶

۱۰- اگر  $f(x) = \frac{ax^3 + bx^2 + cx + d}{x^2 - x - 2}$ ،  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2$ ،  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$  آن گاه  $d$  برابر است با:

- (۱) ۶ (۲) ۱۰ (۳) -۶ (۴) -۱۰

محل انجام محاسبات



۱۱- تابع  $f(x) = [x^3 - 3x]$  از نظر پیوستگی در نقاط  $x = 1$ ,  $x = -1$  چه وضعی دارند؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

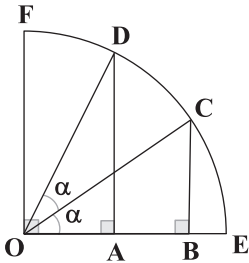
(۱) در هر دو نقطه ناپیوسته

(۲) در هر دو نقطه پیوسته

(۳) در  $x = -1$  ناپیوسته و در  $x = 1$  پیوسته

(۴) در  $x = -1$  پیوسته و در  $x = 1$  ناپیوسته

۱۲- با توجه به شکل مقابل اگر  $\widehat{D\hat{O}C} = \widehat{C\hat{O}E} = \alpha$  و  $BC = 10$  و  $AD = 12$  آن گاه  $\cos \alpha$  برابر است با:



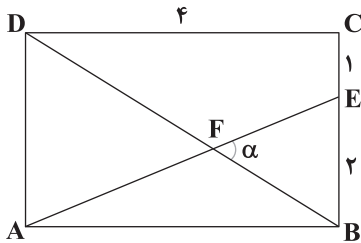
(۱)  $\frac{2}{3}$

(۲)  $\frac{3}{5}$

(۳)  $\frac{5}{6}$

(۴)  $\frac{5}{12}$

۱۳- با توجه به شکل مقابل، اگر چهارضلعی ABCD مستطیل و  $CE = 1$ ,  $EB = 2$ ,  $DC = 4$ ، آن گاه  $\tan \alpha$  برابر است با:



(۱) ۲

(۲)  $\frac{5}{2}$

(۳) ۳

(۴)  $\frac{7}{2}$

۱۴- کوچک ترین مقدار مثبت T صادق در رابطه‌ی  $f(x) = f(x+T)$  در مورد تابع  $f(x) = \sin(bx - \frac{3\pi}{4})$  برابر  $\frac{\pi}{3}$  می‌باشد. اگر نمودار تابع f

از نقطه  $A(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{2})$  بگذرد، مقدار  $a+b$  کدام می‌تواند باشد؟

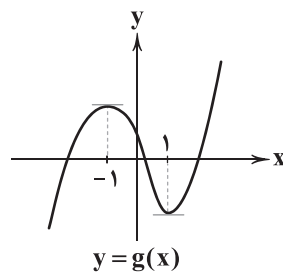
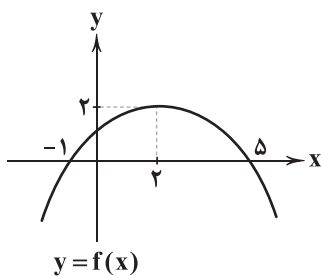
(۴) -۵

(۳)  $-\frac{11}{2}$

(۲) -۶

(۱)  $-\frac{13}{2}$

۱۵- اگر نمودار توابع f و g به صورت زیر باشد آن گاه معادله  $(g \circ f)'(x) = 0$  چند ریشه دارد؟



(۱) ۵

(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۲

۱۶- اگر  $f(x) = 3^{-4x} + 3^{4x} + 7$  آن گاه  $f'(9)$  برابر است با:

(۴) ۱۸

(۳) ۱۲

(۲) ۶

(۱) ۳

محل انجام محاسبات



۱۷- اگر تابع  $f(x) = \frac{x}{2x^2 - 5x + 2}$  در بازه  $(a, b)$  صعودی باشد، بیشترین مقدار  $b - a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۲

۱۸- اگر  $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  فضای نمونه‌ای باشد، به چند طریق می‌توان ۳ پیشامد  $A$ ،  $B$  و  $C$  را تعریف کرد که  $A \cup (B - C) = (A - C) \cap B$  باشد؟

- (۱) ۲۵۶ (۲) ۵۱۲ (۳) ۱۰۲۴ (۴) ۲۰۴۸

۱۹- شانس درست بودن ۲ گزاره  $p$  و  $q$  به ترتیب  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{7}$  است. با چه احتمالی گزاره  $(p \vee q)$  درست است؟

- (۱)  $\frac{1}{52}$  (۲)  $\frac{1}{58}$  (۳)  $\frac{1}{64}$  (۴)  $\frac{1}{75}$

۲۰- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد مستقل باشند به طوری  $P(A \cap B) = \frac{1}{2}$  و  $P(A \cap B') = \frac{1}{6}$ ، حاصل  $P(A' \cup B)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{45}$  (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴)  $\frac{1}{55}$

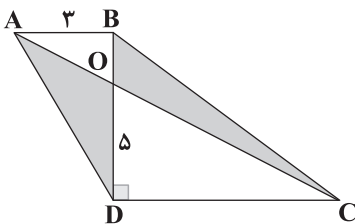
۲۱- در یک پیام تلگرافی نسبت فراوانی خط به نقطه ۵ به ۳ است. اگر احتمال دریافت خطا برای خط و نقطه به ترتیب  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{10}$  باشد، با چه احتمالی در این پیغام، خط دریافت می‌کنیم؟

- (۱)  $\frac{41}{80}$  (۲)  $\frac{43}{80}$  (۳)  $\frac{9}{16}$  (۴)  $\frac{47}{80}$

۲۲- میانگین و انحراف معیار ۲۰ داده آماری به ترتیب  $a$  و  $b$  است. اگر داده‌های ۱۵ و ۲۱ را به این داده‌ها اضافه کنیم، میانگین و انحراف معیار تغییر نمی‌کند. حاصل  $a + b$  کدام است؟

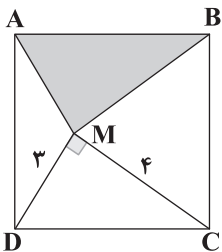
- (۱) ۲۰ (۲) ۱۹ (۳) ۱۸ (۴) ۲۱

۲۳- در دوزنقه شکل مقابل، قطر  $BD$  بر قاعده‌ها عمود است. مساحت ناحیه رنگ شده چقدر است؟ ( $OD = 5$ ،  $AB = 3$ )



- (۱) ۱۲  
(۲) ۱۵  
(۳) ۱۸  
(۴) ۲۰

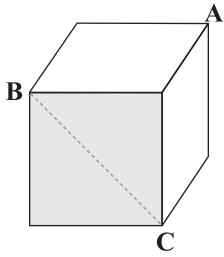
۲۴- اگر  $ABCD$  مربع باشد، آن‌گاه مساحت مثلث  $ABM$  کدام است؟



- (۱) ۶  
(۲) ۸  
(۳)  $\frac{6}{5}$   
(۴)  $\frac{7}{5}$



۲۵- در مکعب شکل مقابل، به یال  $\sqrt{6}$ ، طول عمودی که از رأس A بر پاره خط BC رسم می‌شود، چقدر است؟

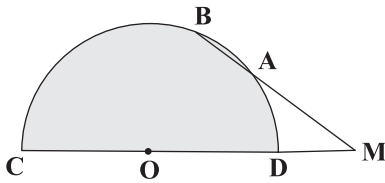


- (۱) ۶
- (۲)  $\sqrt{3}$
- (۳) ۳
- (۴)  $2\sqrt{3}$

۲۶- در مثلث ABC با  $\hat{A} = 60^\circ$ ، نیمساز داخلی B و نیمساز خارجی C در نقطه I متقاطع‌اند. نسبت شعاع دایره محیطی مثلث ABC به شعاع دایره محیطی مثلث IBC کدام است؟

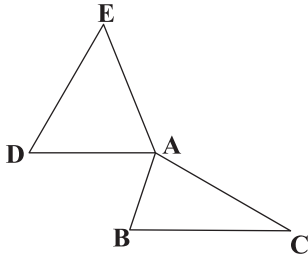
- (۱) ۲
- (۲)  $\sqrt{3}$
- (۳)  $\frac{1}{2}$
- (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۲۷- در شکل زیر نقطه M روی امتداد قطر نیم‌دایره طوری قرار دارد که MA با شعاع نیم‌دایره برابر است. اگر  $\hat{M} = 35^\circ$  آن‌گاه کمان  $\widehat{AB}$  چند درجه است؟



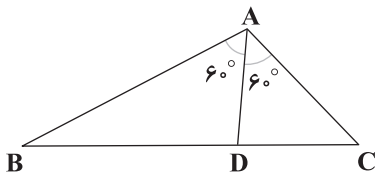
- (۱)  $35^\circ$
- (۲)  $40^\circ$
- (۳)  $45^\circ$
- (۴)  $50^\circ$

۲۸- مطابق شکل دو مثلث ABC و ADE در رأس A مشترکند. به کمک کدام تبدیل می‌توان نقاط M و N را روی BC و DE مشخص کرد که A وسط MN باشد؟



- (۱) بازتاب
- (۲) انتقال
- (۳) تجانس معکوس
- (۴) تجانس مستقیم

۲۹- در شکل مقابل اگر  $AB = 2AC$  و  $AD = 2$ ، آن‌گاه اندازه BC کدام است؟



- (۱)  $4\sqrt{11}$
- (۲)  $2\sqrt{15}$
- (۳)  $6\sqrt{2}$
- (۴)  $3\sqrt{7}$

محل انجام محاسبات



۳۰- اگر  $A$  ماتریس غیر اسکالر  $2 \times 2$  باشد که  $A^{-1} = 2A + 3I$  آن گاه حاصل  $|A|$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۶ (۴)  $-\frac{2}{3}$

۳۱- اگر دایره  $x^2 + y^2 = 20$  و بیضی افقی که طول قطرهای آن ۴ و ۶ است، هم مرکز باشند، آن گاه طول بلندترین وتر از دایره که بر بیضی مماس می شود، چقدر است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹

۳۲- فاصله کانون سهمی  $x^2 - 6x - 8y + 25 = 0$  تا مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۳- کدام خط بر هر دو خط  $d: \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$  و  $d': \begin{cases} y+2=0 \\ z=3 \end{cases}$  عمود است؟

- (۱)  $y=0$  (۲)  $x=z=1$  (۳)  $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$  (۴)  $\begin{cases} y=2 \\ z=3 \end{cases}$

۳۴- اگر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  دو بردار با اندازه ۱ و بردارهای  $2\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{a} + 2\vec{b}$  بر هم عمود باشند، آن گاه مساحت مثلث بنا شده بر روی بردارهای  $4\vec{a} - \vec{b}$  و  $\vec{a} + \vec{b}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{2}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴) ۳

۳۵- با رأس های  $V = \{a, b, c, d, e, f\}$  چند گراف ساده از اندازه ۶ وجود دارد به طوری که  $\deg(a) = 2$  باشد؟

- (۱) ۱۲۰۰ (۲) ۲۱۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴) ۱۰۵۰

۳۶- تعداد اعداد طبیعی دو رقمی  $x$  که به ازای آن  $x^2 - 3x + 8$  مضرب ۱۳ باشد، چندتا است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۷

۳۷- تعداد جواب های طبیعی معادله  $17x + 15y = 140$  چندتا است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۸- تعداد جواب های صحیح و فرد بزرگ تر از ۲، معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 30$  چندتا است؟

- (۱)  $\binom{16}{3}$  (۲)  $\binom{14}{3}$  (۳)  $\binom{12}{3}$  (۴)  $\binom{10}{3}$

۳۹- مربع زیر به چند طریق لاتین خواهد بود؟

۱		۳		
	۱	۲		
	۳	۱	۲	
۴			۱	۳
				۱

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۸

۴۰- در مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۶، حداقل چند نقطه وجود داشته باشد تا حداقل ۳ نقطه دارای فاصله کم تر از ۲ باشند؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۹ (۳) ۱۳ (۴) ۱۹

محل انجام محاسبات

دفترچه شماره ۲

آزمون جامع ۱

جمعه ۱۴۰۲/۰۳/۲۶



# آزمون‌های سرانسر کاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## آزمون اختصاصی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۶۵	مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

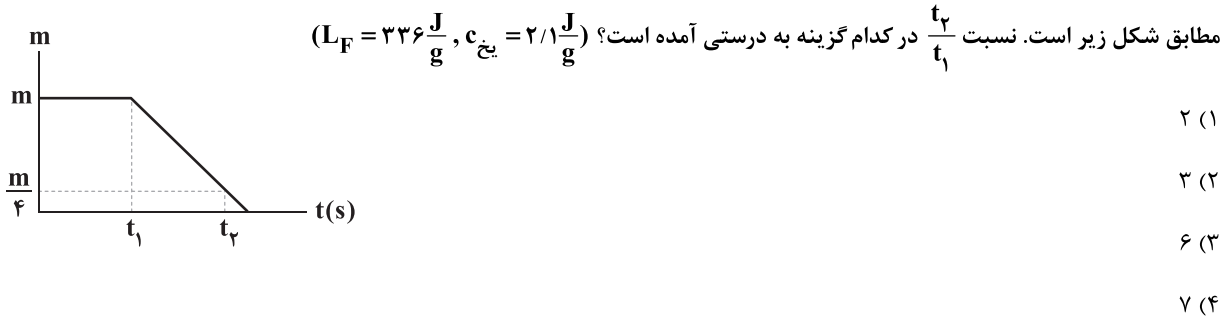
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	فیزیک	۳۵	اجباری	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	اجباری	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه



۴۱- یک دماسنج رقیمی، دمای محیط را  $32/9$  درجه فارنهایت گزارش کرده است. دقت اندازه‌گیری این دماسنج چند درجه سلسیوس است؟

- (۱)  $\frac{9}{10}$  (۲)  $\frac{1}{10}$  (۳)  $\frac{5}{90}$  (۴)  $\frac{1595}{90}$

۴۲- در فشار یک اتمسفر،  $m$  گرم یخ با دمای  $2^\circ\text{C}$  را با دستگاہی با توان گرمایی ثابت گرم می‌کنیم. نمودار تغییرات جرم یخ برحسب زمان



۴۳- در شکل زیر از دو سیم موازی و بلند، جریان‌های  $I_1$  و  $I_2$  عبور می‌کنند. چه تعداد از عبارات‌های زیر نادرست است؟

- (الف) اگر  $I_1$  و  $I_2$  هم‌جهت باشند، برآیند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم در نقطه A می‌تواند صفر باشد.
- (ب) اگر  $I_2$  هم‌جهت با  $I_1$  باشد، امکان دارد برآیند میدان‌های مغناطیسی در نقطه C، صفر باشد.
- (ج) اگر  $I_1$  و  $I_2$  غیر هم‌جهت باشند و  $I_2 < I_1$  برآیند میدان‌های مغناطیسی در نقطه B، می‌تواند صفر باشد.
- (د) اگر  $I_2 < I_1$  باشد و جریان آن‌ها غیر هم‌جهت باشند، برآیند میدان‌های مغناطیسی در نقطه C، صفر است.

- (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۴۴- در واکنش هسته‌ای  ${}^1_0\text{n} + {}^9_4\text{B} \rightarrow {}^7_3\text{Li} + X$  پارامتر X در کدام گزینه به درستی آمده است؟

- (۱)  $\beta^-$  (۲)  $\alpha$  (۳)  $\alpha + \beta^-$  (۴)  $\alpha + 2\beta^-$

۴۵- تار به طول ۵ متر و جرم یکنواخت ۱ کیلوگرم که با نیروی کششی به بزرگی ۱۲۵ نیوتون از دو طرف کشیده می‌شود، به نوسان در می‌آید.

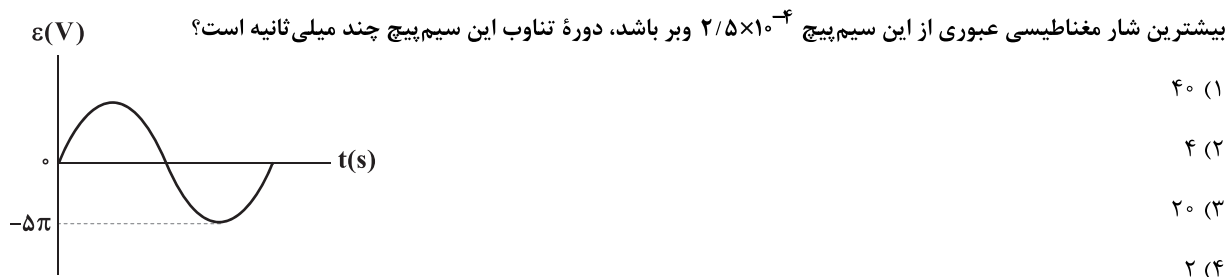
اولین نوسان پس از چند ثانیه به انتهای تار می‌رسد؟

- (۱)  $0/2$  (۲)  $0/3$  (۳)  $0/4$  (۴)  $0/5$

محل انجام محاسبات

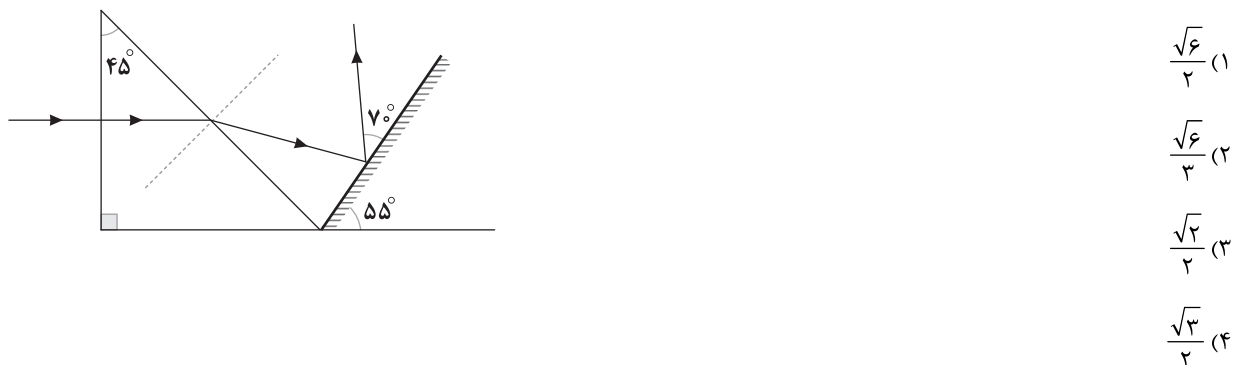


۴۶- نمودار زیر، تغییرات نیروی محرکه القایی بر حسب زمان را در یک سیم پیچ شامل  $400^\circ$  دور در یک ژنراتور جریان متناوب نمایش می‌دهد. اگر



۴۷- در شکل زیر، پرتوی نور تک‌رنگی به صورت کاملاً افقی بر سطح منشور تابیده و پس از خروج از منشور به یک آینه تخت برخورد کرده و

بازتاب می‌شود. تندی حرکت این پرتو در هوا چند برابر تندی حرکت آن در داخل منشور است؟



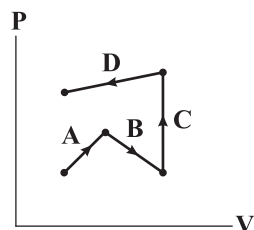
۴۸- در یک جابه‌جایی، اندازه تکانه جسمی به جرم  $6\text{ kg}$  از  $30$  نیوتون ثانیه به  $38$  نیوتون ثانیه می‌رسد. تغییرات انرژی جنبشی این جسم در

این جابه‌جایی، چند ژول است؟

- (۱)  $\frac{136}{3}$  (۲)  $\frac{361}{3}$  (۳)  $75$  (۴)  $286$

۴۹- با توجه به نمودار زیر، علامت کار انجام شده روی دستگاه در چهار فرایند ترمودینامیکی A، B، C و D به ترتیب از راست به چپ در کدام

گزینه به درستی آمده‌اند؟



- (۱) مثبت - مثبت - صفر - منفی  
(۲) منفی - منفی - صفر - مثبت  
(۳) منفی - منفی - منفی - مثبت  
(۴) مثبت - مثبت - صفر - مثبت

۵۰- متحرکی با شتاب ثابت از حال سکون بر روی مسیر افقی شروع به حرکت می‌کند و بدون تغییر جهت، مسافت  $d$  را می‌پیماید. اگر سرعت

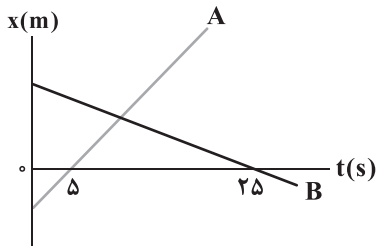
جسم پس از طی  $\frac{2}{3}$  مسیر به  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  برسد، سرعت جسم در انتهای مسیر چند متر بر ثانیه است؟

- (۱)  $6\sqrt{10}$  (۲)  $10\sqrt{6}$  (۳)  $2\sqrt{5}$  (۴)  $4\sqrt{5}$

محل انجام محاسبات



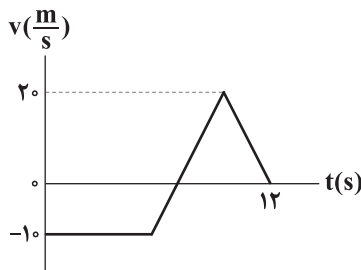
۵۱- نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه شروع حرکت، فاصله دو متحرک از یکدیگر برابر  $200\text{m}$  باشد و در این لحظه تندی متحرک A، سه برابر تندی متحرک B باشد، فاصله دو متحرک از یکدیگر در



لحظه  $t = 25\text{s}$  چند متر است؟

- (۱) ۱۰۰  
(۲) ۲۰۰  
(۳) ۳۰۰  
(۴) ۴۰۰

۵۲- نمودار سرعت-زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط این متحرک در بازه زمانی که در



جهت محور x حرکت می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۲/۵  
(۲) ۵  
(۳) ۱۰  
(۴) اطلاعات سؤال کافی نیست.

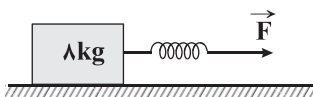
۵۳- معادله سرعت-زمان دوچرخه‌سواری که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت  $v = 2t - 4$  است. مسافت طی شده توسط این متحرک

در بازه زمانی  $t = 1\text{s}$  تا  $t = 3\text{s}$  چند متر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۳

۵۴- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم  $8\text{kg}$  روی سطحی افقی تحت تأثیر نیروی افقی  $\vec{F}$  کشیده می‌شود. اگر افزایش طول فنر  $10\text{cm}$  باشد،

شتاب حرکت جسم  $\frac{2}{5}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  و اگر افزایش طول فنر  $15\text{cm}$  باشد، شتاب حرکت جسم  $\frac{5}{4}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  خواهد شد. ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم



و سطح در کدام گزینه به درستی آمده است؟ ( $g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$  و از جرم فنر صرف نظر کنید).

- (۱) ۰/۲  
(۲) ۰/۲۵  
(۳) ۰/۷  
(۴) ۰/۷۵

۵۵- گلوله‌ای به جرم  $m$  با تندی  $v$  محیط دایره‌ای به شعاع  $R$  را طی می‌کند. کار نیروی مرکزگرا بر روی گلوله در  $\frac{1}{8}$  دوره چند ژول است؟

- (۱)  $mv^2$  (۲)  $\frac{1}{4}mv^2$  (۳)  $\frac{1}{8}mv^2$  (۴) صفر

محل انجام محاسبات



۵۶- یک آونگ ساده را در دو حالت به نوسان در می‌آوریم. در حالت اول، آونگ در آسانسوری که با شتاب  $\frac{m}{s^2}$  به صورت تندشونده به سمت

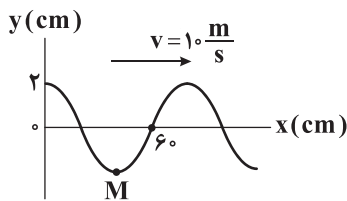
بالا در حال حرکت است و در حالت دوم، در آسانسوری که با شتاب  $\frac{m}{s^2}$  به صورت تندشونده به سمت پایین در حال حرکت است، به نوسان

در می‌آید. دوره نوسان آونگ در حالت دوم، ۴۰ درصد نسبت به دوره نوسان در حالت اول کم شده است. اگر ضریب انبساط طولی ریسمان

آونگ برابر با  $\frac{1}{K} \times 10^{-2}$  باشد، آن‌گاه دمای آن در حالت دوم نسبت به حالت اول چند درجه سلسیوس و چگونه تغییر کرده است؟

- (۱) ۱۸ - کاهش (۲) ۱۸ - افزایش (۳) ۸۲ - کاهش (۴) ۸۲ - افزایش

۵۷- شکل زیر، نقش یک موج عرضی را در لحظه  $t=0$  نشان می‌دهد. در بازه زمانی  $t=0$  تا  $t=0.2s$ ، حرکت ذره M چگونه است؟



(۱) پیوسته تندشونده

(۲) پیوسته کندشونده

(۳) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

(۴) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده

۵۸- نوسانگری بر روی پاره‌خطی به طول ۶ cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر مسافت طی شده توسط نوسانگر در هر دقیقه ۲۴۰ cm

باشد، بیشینه تندی این نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

- (۱)  $12\pi$  (۲)  $18\pi$  (۳)  $4\pi$  (۴)  $2\pi$

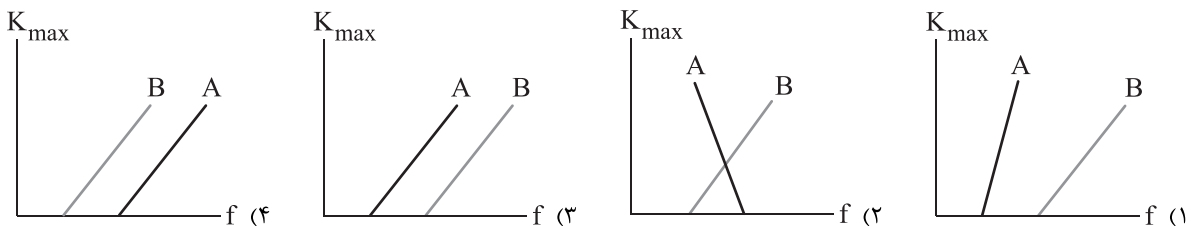
۵۹- در طنابی با طول ۸۰ cm که دو طرف آن بسته است، موج ایستاده‌ای با ۶ گره تشکیل می‌شود. بسامد نوسان این موج چند هرتز است؟

(تندی انتشار موج در طناب برابر با  $120 \frac{m}{s}$  است.)

- (۱) ۱۷۵ (۲) ۳۵۰ (۳) ۳۷۵ (۴) ۴۸۰

۶۰- دو پرتوی نور کاملاً مشابه به دو فلز A و B می‌تابند. اگر بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های خارج شده از A بیشتر از B باشد، نمودار

داده شده در کدام گزینه در مورد این دو فلز درست است؟



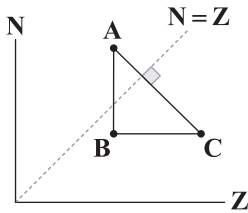
۶۱- در اتم هیدروژن، گستره طول موج رشته لیمان ( $n'=1$ ) چند برابر گستره طول موج رشته بالمر ( $n'=2$ ) است؟ ( $R=0.01(nm)^{-1}$ )

- (۱)  $\frac{5}{48}$  (۲)  $\frac{4}{21}$  (۳)  $\frac{3}{19}$  (۴)  $\frac{7}{23}$

محل انجام محاسبات



۶۲- در شکل زیر، اتم‌های A، B و C در نموداری که تعداد نوترون‌های هسته را برحسب عدد اتمی نشان می‌دهد، مشخص شده‌اند. کدام گزینه



نادرست است؟

- (۱) اتم‌های A و B ایزوتوپ یکدیگر هستند.  
 (۲) اتم‌های A و C دارای عدد جرمی یکسانی هستند.  
 (۳) هستهٔ اتم C می‌تواند یک هستهٔ پایدار باشد.  
 (۴) اتم‌های C و B دارای تعداد نوترون‌های یکسانی هستند.

۶۳- مطابق شکل زیر، در یک لولهٔ شیشه‌ای قائم، دو گلولهٔ کوچک و باردار در فاصلهٔ ۸ سانتی‌متری از یکدیگر، به حال تعادل قرار دارند. اگر

جرم هر یک از گلوله‌ها ۷۰ گرم و اندازهٔ بار یکی از گلوله‌ها ۴ برابر دیگری باشد، اندازهٔ نیروی عمودی سطح (تکیه‌گاه) که از کف لولهٔ شیشه‌ای به گلولهٔ پایینی وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ (از نیروی اصطکاک بین گلوله‌ها و لولهٔ شیشه‌ای صرف‌نظر شود،



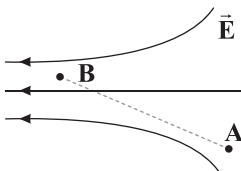
$$g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \text{ و } k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

- (۱) ۰/۷  
 (۲) ۱/۴  
 (۳) ۲/۱

(۴) بسته به این‌که اندازهٔ بار گلولهٔ پایینی بیشتر یا کم‌تر از گلولهٔ بالایی باشد، یکی از سه گزینه می‌تواند درست باشد.

۶۴- مطابق شکل زیر، بار الکتریکی  $q = +4\mu\text{C}$  را در میدان الکتریکی از نقطهٔ B تا نقطهٔ A جابه‌جا می‌کنیم. کدام گزینه مقایسهٔ بین کمیت‌های

بزرگی میدان الکتریکی (E)، انرژی پتانسیل الکتریکی بار q (U) و پتانسیل الکتریکی (V) را به درستی نشان می‌دهد؟



- (۱)  $V_B < V_A$  ,  $U_B > U_A$  ,  $E_B > E_A$   
 (۲)  $V_B < V_A$  ,  $U_B < U_A$  ,  $E_B > E_A$   
 (۳)  $V_B > V_A$  ,  $U_B > U_A$  ,  $E_A > E_B$   
 (۴)  $V_B > V_A$  ,  $U_B > U_A$  ,  $E_B > E_A$

۶۵- به ذره‌ای با بار الکتریکی  $q = -6\mu\text{C}$  که در بین صفحات خازن تختی قرار گرفته است، نیروی الکتریکی به بزرگی  $6\text{mN}$  وارد می‌شود. اگر ظرفیت و بار

الکتریکی ذخیره‌شده در این خازن به ترتیب  $6\mu\text{F}$  و  $12\mu\text{C}$  باشد، فاصلهٔ بین صفحات این خازن چند سانتی‌متر است؟ (جرم ذرهٔ باردار ناچیز است).

- (۱) ۴      (۲) ۳      (۳) ۲      (۴) ۱

۶۶- دو سیم رسانای A و B دارای مقاومت الکتریکی یکسان هستند. اگر دمای دو سیم را به ترتیب  $32^\circ\text{F}$  و  $128^\circ\text{F}$  افزایش دهیم، مقاومت

الکتریکی دو سیم به ترتیب ۴ و ۶ برابر حالت اولیه می‌شود. اگر ضریب دمایی مقاومت ویژهٔ دو سیم را به ترتیب با  $\alpha_A$  و  $\alpha_B$  نمایش دهیم،

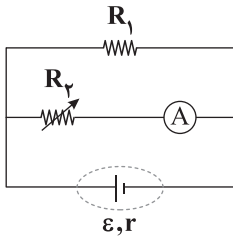
نسبت  $\alpha_B$  به  $\alpha_A$  در کدام گزینه به درستی آمده است؟

- (۱)  $\frac{8}{5}$       (۲)  $\frac{12}{5}$       (۳)  $\frac{5}{8}$       (۴)  $\frac{5}{12}$

محل انجام محاسبات



۶۷- در مدار شکل زیر، با کاهش مقاومت متغیر  $R_p$ ، جریانی که آمپرسنج ایده‌ال نشان می‌دهد و نیز افت پتانسیل در باتری به ترتیب چگونه



تغییر می‌کنند؟

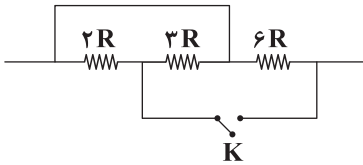
(۱) کاهش - کاهش

(۲) افزایش - افزایش

(۳) کاهش - افزایش

(۴) افزایش - کاهش

۶۸- در مدار شکل زیر، اگر کلید  $K$  را ببندیم، مقاومت معادل بین دو نقطه  $A$  و  $B$  چند برابر حالتی می‌شود که کلید  $K$  باز است؟

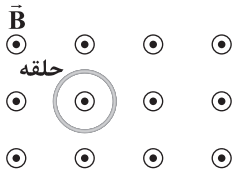
(۱)  $\frac{1}{2}$ 

(۲) صفر

(۳)  $\frac{1}{6}$ 

(۴) ۳

۶۹- مطابق شکل زیر، پیچه‌ای عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  قرار دارد. چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟



(الف) اگر پیچه را از دو طرف بکشیم، جریانی در پیچه القا نمی‌شود.

(ب) اگر پیچه را حول محور موازی با خطوط میدان مغناطیسی دوران دهیم، در پیچه جریان القا می‌شود.

(ج) اگر جهت میدان مغناطیسی تغییر کند، در پیچه جریان القا می‌شود.

(د) اگر پیچه را حول محور عمود بر خطوط میدان مغناطیسی دوران دهیم، در پیچه جریانی القا نمی‌شود.

(۴) ۱

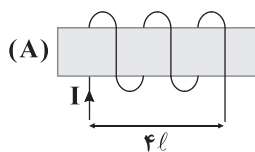
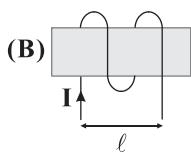
(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

۷۰- در شکل زیر، دو سیملوله آرمانی  $A$  و  $B$  با سطح حلقه‌های یکسان داریم. اگر تعداد حلقه‌های سیملوله  $A$ ، دو برابر تعداد حلقه‌های سیملوله

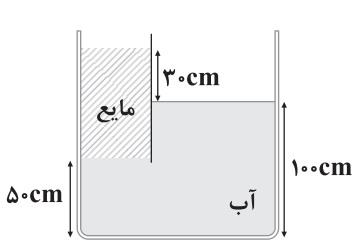
$B$  باشد، به ترتیب از راست به چپ نسبت  $\frac{B_A}{B_B}$  و  $\frac{L_A}{L_B}$  در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟ ( $B$  نشان‌دهنده اندازه میدان مغناطیسی و  $L$  نشان‌دهنده ضریب القاوری است.)

(۱)  $\frac{1}{4}$  و ۱(۲)  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{2}$ (۳)  $\frac{1}{2}$  و ۱(۴)  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{4}$ 

محل انجام محاسبات



۷۱- مطابق شکل زیر، بالای مخزنی به دو قسمت تقسیم شده است. قسمتی از آن آب و در قسمت دیگر مایعی با چگالی نامعلوم می‌ریزیم و دو



مایع به تعادل می‌رسند. چگالی مایع نامعلوم چند کیلوگرم بر مترمکعب است؟  $(\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$

(۱) ۵۰۰

(۲) ۶۲۵

(۳) ۷۵۰

(۴) ۸۰۰

۷۲- پرنده‌ای از بالای یک برج به سمت پایین آن پرواز می‌کند و فشار هوای وارد بر آن ۲۴ میلی‌متر جیوه افزایش می‌یابد. ارتفاع این برج چند

متر است؟  $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \rho_{\text{هوای}} = 1/2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$

(۴) ۲۷۲

(۳) ۱۳۶

(۲) ۲۴۰

(۱) ۳۲۶/۴

۷۳- دو خودروی A و B به ترتیب به جرم‌های ۶۴۰ kg و ۸۱۰ kg با تندی ثابت ۷ در حرکت هستند. برای آن‌که انرژی جنبشی هر دو خودرو

یکسان شود، باید هر دو خودرو  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  سرعت خود را تغییر دهند. انرژی جنبشی اتومبیل A چند ژول بوده است؟

(۴) ۳۳۹۹۲۰

(۳) ۳۲۷۶۸۰

(۲) ۳۷۹۹۲۰

(۱) ۳۶۹۹۲۰

۷۴- جسمی به جرم m توسط نیروی  $\vec{F} = 8\vec{i} - 4\vec{j}$  (در واحد SI) روی خط به معادله  $y = x$  به اندازه ۴ m جابه‌جا می‌شود، کار نیروی  $\vec{F}$  بر روی

این جسم در این جابه‌جایی چند ژول است؟

(۴)  $5\sqrt{2}$ (۳)  $8\sqrt{2}$ (۲)  $\sqrt{2}$ (۱)  $4\sqrt{2}$ 

۷۵- یک حباب هوا از عمق ۳۰ متری یک دریاچه تا سطح آب بالا می‌آید. اگر دمای سطح آب برحسب کلونین، ۲ برابر دمای آب برحسب کلونین در

عمق ۳۰ متری دریاچه باشد، شعاع حباب در سطح آب چند برابر شعاع آن در عمق ۳۰ متری دریاچه است؟

$(P_0 = 10^5 \text{ Pa}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$  و حباب هوا را کروی شکل در نظر بگیرید.

(۴) ۸

(۳)  $2\sqrt{2}$ 

(۲) ۴

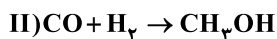
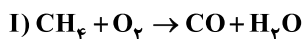
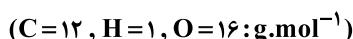
(۱) ۲







۸۷- مطابق واکنش‌های زیر از متان برای تهیه متانول در صنعت استفاده می‌شود. اگر برای تهیه هر کیلوگرم متانول، ۱۷۸۵ لیتر گاز متان با (فرض شرایط STP) مصرف شود و بازده واکنش دوم، ۸۰٪ بازده واکنش اول باشد، بازده درصدی واکنش اول به تقریب کدام است؟



۷۵ (۴)

۶۷ (۳)

۷۰ (۲)

۵۶ (۱)

۸۸- در ساختار کدام یک از ترکیب‌های آلی زیر، شمار بیشتری گروه  $CH_3$  وجود دارد؟

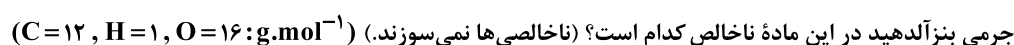
(۴) پنتانوائیک اسید

(۳) ۳ و ۴-دی‌اتیل - هپتان

(۲) ۲-هپتانون

(۱) اتیل بوتانوات

۸۹- بر اثر سوزاندن کامل ۴۰ گرم از ماده‌ ناخالصی که شامل بنزآلدهید است، در مجموع ۱۰۰ گرم کربن دی‌اکسید و آب تولید شده است. درصد



۷۳ (۴)

۴۹ (۳)

۳۲ (۲)

۶۱ (۱)

۹۰- با توجه به داده‌های جدول زیر اگر یک مول گاز پروپن با مقدار کافی برم مایع واکنش دهد، مقدار گرمای مبادله‌شده چند کیلوژول است؟

(آنتالپی تبخیر برم و ۲۰۱-دی‌برموپروپان به ترتیب ۳۱ و ۶۹ کیلوژول بر مول است.)

پیوند	Br—Br	C=C	C—Br	C—C
$\Delta H(\frac{kJ}{mol})$	۱۹۳	۶۱۲	۲۷۴	۳۴۸

۱۴۵ (۱)

۱۲۹ (۲)

۵۳ (۳)

۲۲۱ (۴)

۹۱- ۸ مول گاز نیتروژن دی‌اکسید را وارد ظرفی سربسته به حجم ۵ لیتر می‌کنیم تا در شرایط مناسب به گازهای اکسیژن و نیتروژن مونوکسید

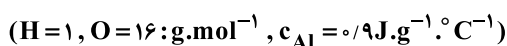
تجزیه شود. اگر در دمای ثابت، پس از گذشت ۶ دقیقه از آغاز واکنش، فشار گازهای درون ظرف، ۲۰٪ بیشتر از آغاز واکنش باشد، سرعت

متوسط واکنش به تقریب چند مول بر لیتر بر ثانیه است؟

۶/۶۶ × ۱۰<sup>-۴</sup> (۴)۸/۸۸ × ۱۰<sup>-۴</sup> (۳)۶/۶۶ × ۱۰<sup>-۳</sup> (۲)۸/۸۸ × ۱۰<sup>-۳</sup> (۱)

۹۲- اگر آنتالپی سوختن بوتان راست‌زنجیر در دمای اتاق برابر ۲۹۰۰- کیلوژول بر مول و در حالتی که بخار آب تولید، ۲۶۹۵- کیلوژول بر مول

باشد، با گرمای حاصل از میعان ۵/۴ گرم آب، دمای چند گرم فلز آلومینیم را می‌توان از ۲۵°C به ۵۵°C رساند؟



۴۵۵ (۴)

۵۶۵ (۳)

۳۱۵ (۲)

۷۲۵ (۱)

۹۳- بر اثر آبکافت چه تعداد از استرهای زیر با بازده ۶۰٪، جرم فراورده‌های تولیدشده با هم برابر است؟ ( $C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$ )

• بوتیل پروپانوات

• پروپیل متانوات

• بوتیل اتانوات

• اتیل بوتانوات

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

محل انجام محاسبات



۹۴- اگر در اثر سوختن کامل ۰/۴ مول پلی‌وینیل استات در شرایطی که حجم مولی گازها ۳۰ لیتر است، حجم اکسیژن مصرف شده ۴۸/۶ مترمکعب باشد، در هر درشت‌مولکول از آن چند جفت الکترون پیوندی وجود دارد؟

- (۱) ۹۰۰۰ (۲) ۱۰۸۰۰ (۳) ۱۱۷۰۰ (۴) ۱۲۶۰۰

۹۵- چند میلی‌لیتر محلول نیتریک اسید با  $\text{pH} = 4/1$  باید به ۵۰۰ میلی‌لیتر از محلول همان اسید با  $\text{pH} = 5/7$  اضافه شود تا  $\text{pH}$  به ۵/۳ تغییر کند؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۱۵ (۴) ۵۰

۹۶- چند میلی‌لیتر محلول پتاسیم هیدروکسید ۰/۲ مولار را به ۶۰ mL محلول ۰/۴ مولار سولفوریک اسید اضافه کنیم تا غلظت اسید به ۰/۳ مولار کاهش یابد؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۹۷- در محلول ۲۴ درصد جرمی نیترواسید با چگالی  $1.034 \text{ g.mL}^{-1}$ ، غلظت یون نیتريت برابر با  $0.132 \text{ mol.L}^{-1}$  است. درصد یونش اسید کدام است؟ ( $\text{H} = 1, \text{N} = 14, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )

- (۱) ۱/۲۵ (۲) ۲ (۳) ۲/۵ (۴) ۴

۹۸- اگر در فرایند برقکافت آب، جریان ۰/۱۰ آمپر به مدت ۸۰ دقیقه از محلول عبور کند، چند میلی‌لیتر گاز در شرایط STP در کاتد تولید می‌شود؟ (بار یک الکترون  $1.6 \times 10^{-19}$  کولن است.)

- (۱) ۵۶ (۲) ۱۱۲ (۳) ۲۸ (۴) ۹

۹۹- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن، در قطب مثبت گاز هیدروژن اکسید تولید می‌شود.
- در سلول آبکاری، نیم‌واکنش اکسایش در قطب مثبت انجام می‌شود.
- در آبکاری قاشق آهنی با نقره، تغییر جرم کاتد و آند یکسان است.
- برای تهیه فلز سدیم از برقکافت محلول غلیظ سدیم کلرید استفاده می‌شود.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۰- مجموعه‌ای از آزمایش‌های شیمیایی بر روی چهار فلز A، B، C و D انجام شد و نتایج زیر به دست آمد:

- فقط B و C با محلول HCl به غلظت ۰/۵M واکنش می‌دهند و گاز  $\text{H}_2$  آزاد می‌شود.
- اگر فلز B به محلول حاوی یون‌های سایر فلزات فوق افزوده شود، A، C و D به صورت فلزی تشکیل می‌شوند.
- A با محلول  $\text{HNO}_3$  به غلظت ۶M واکنش می‌دهد در حالی که D در چنین واکنشی شرکت نمی‌کند.

در کدام گزینه ترتیب قدرت کاهندگی این فلزات به درستی نشان داده شده است؟

- (۱)  $D < A < C < B$  (۲)  $B < C < D < A$  (۳)  $B < C < A < D$  (۴)  $A < D < C < B$

محل انجام محاسبات



۱۰۱- ۶ دسی لیتر محلول ۰/۱۲ مولار نمکی از وانادیم به رنگ زرد، پس از گذشت ۵ دقیقه در اثر افزودن مقداری گرد فلز روی به یک محلول بنفش رنگ تبدیل می‌شود. سرعت متوسط مصرف فلز روی در این مدت چند مول بر ثانیه بوده است؟

(۱)  $2/4 \times 10^{-4}$  (۲)  $1/2 \times 10^{-4}$  (۳)  $3/6 \times 10^{-4}$  (۴)  $1/6 \times 10^{-4}$

۱۰۲- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(آ) در فرایند تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی، شارهای که توربین را به حرکت درمی‌آورد در مقایسه با شار دیگر در گستره دمایی بزرگ تری به حالت مایع است.

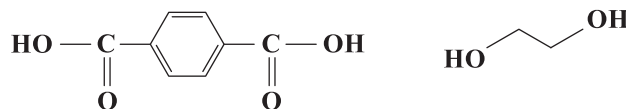
(ب) در فرایند تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی، تمامی فرایندها فیزیکی هستند.

(پ) تبدیل پرتوهای خورشیدی به انرژی گرمایی به دانش و فناوری پیشرفته نیازمند است.

(ت) دانشمندان برای استفاده بهینه از انرژی خورشید به دنبال فناوری‌هایی هستند که بتوانند همه آن را ذخیره و به انرژی الکتریکی تبدیل کنند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۳- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با ترکیب‌های (I) و (II) درست است؟



• نقطه انجماد ترکیب (I) پایین‌تر از نقطه انجماد آب است.

• هیچ‌کدام از ترکیب‌های (I) و (II) را نمی‌توان به طور مستقیم از تقطیر نفت خام به دست آورد.

• در هر واحد تکرارشونده از پلیمر حاصل از واکنش پلیمری شدن این دو ترکیب، ۲۲ اتم وجود دارد.

• در هر واحد تکرارشونده از پلیمر حاصل از واکنش پلیمری شدن این دو ترکیب، ۲۸ جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

• پلیمر حاصل از واکنش پلیمری شدن این دو ترکیب، در شرایط مناسب با الکل چوب واکنش می‌دهد.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۰۴- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• تنها ایراد کاتالیزورها، افزایش آلودگی در محیط‌های صنعتی و کارخانه‌ها است.

• انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن هیدروژن گازی در حضور توری پلاتینی، کم‌تر از بود روی است.

• مبدل‌های کاتالیستی، توری‌هایی از جنس سه فلز Pt، Pd و Rh هستند.

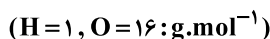
• در خودروهای بنزینی همانند دیزلی، مبدل‌های کاتالیستی، اکسید(های) نیتروژن را به گاز N<sub>۲</sub> تبدیل می‌کند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۵- ۲ مول گاز متان و مقداری بخار آب را در یک ظرف سربسته دولیتری وارد می‌کنیم تا تعادل زیر برقرار شود.



اگر پس از برقراری تعادل، غلظت متان، سه برابر غلظت کربن مونوکسید باشد، چند گرم بخار آب در مخلوط تعادلی وجود دارد؟



(۱) ۹ (۲) ۱۳/۵ (۳) ۲۰/۲۵ (۴) ۲۹/۲۵

محل انجام محاسبات

دفترچه شماره ۳

آزمون جامع ۱

جمعه ۱۴۰۲/۰۳/۲۶



# آزمون‌های سرانسر کالج

گزینه درسدرا انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## پاسخ‌های تشریحی

### پایه دوازدهم ریاضی

#### دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۰۵	مدت پاسخگویی: ۱۱۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	شماره سوال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۴۰ دقیقه
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه





۲ ۷

$$P(x) = (x-1)(x-2)h(x) + ax + b \Rightarrow \begin{cases} a+b = P(1) \\ 2a+b = P(2) \end{cases}$$

$$(x^2-1)Q(x) = P(x+2) - (x-5) \Rightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow P(2) = -4 \\ x=-1 \Rightarrow P(1) = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b = -6 \\ 2a+b = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-7 \end{cases}$$

۲ ۸

$$\frac{1}{y} \log_y (\log_y x) + \log_y \left( \frac{1}{y} \log_y x \right) = 2$$

$$\xrightarrow{\log_y x = t} \frac{1}{y} \log_y t + \log_y \frac{t}{y} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{y} \log_y t + \log_y t - \log_y y = 2 \Rightarrow \frac{y}{y} \log_y t = 3$$

$$\Rightarrow \log_y t = 3 \Rightarrow t = y^3$$

$$\log_y x = 4 \Rightarrow x = y^4 \Rightarrow \left[ \frac{x}{y} \right] = \left[ \frac{y^4}{y} \right] = 5$$

۱ ۹

$$\sin x + \cos x = t \Rightarrow \sin 2x = t^2 - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\lambda - (\sin x + \cos x)^6}{1 - \sin 2x} = \lim_{t \rightarrow \sqrt{2}} \frac{\lambda - t^6}{2 - t^2}$$

$$= \lim_{t \rightarrow \sqrt{2}} \frac{(2-t^2)(4+2t^2+t^4)}{2-t^2}$$

$$= \lim_{t \rightarrow \sqrt{2}} (4+2t^2+t^4) = 4+4+4 = 12$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2 \Rightarrow a = 0, b = 2$$

۴ ۱۰

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + cx + d}{x^2 - x - 2} = 2 \Rightarrow \lambda + 2c + d = 0$$

$$\xrightarrow{H} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x + c}{2x - 1} = 2 \Rightarrow \frac{\lambda + c}{3} = 2 \Rightarrow c = 1$$

$$\Rightarrow d = -10$$

۳ ۱۱

$$g(x) = x^2 - 2x \Rightarrow g'(x) = 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

x	-\infty	-1	1	+\infty
g'	+	0	0	+

در  $x = -1$  ناپیوسته ولی در  $x = 1$  پیوسته است.

۲ ۱۲

$$\Delta COB: \sin \alpha = \frac{1^\circ}{R}$$

$$\Delta DOA: \sin 2\alpha = \frac{12}{R}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \Rightarrow \frac{12}{R} = 2 \times \frac{1^\circ}{R} \times \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

می دانیم:

## ریاضیات

۲ ۱

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$\Rightarrow 49 = 9 + 2(ab+bc+ca) \Rightarrow ab+bc+ca = 20$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{ab+bc+ca}{abc} = \frac{20}{5} = 4$$

۲ ۲

$$a_{n+1} = r a_n \Rightarrow r \text{ قدرنسبت با قدرنسبت } \{a_n\}$$

$$b_{n+1} = d + b_n \Rightarrow d \text{ دنباله ای حسابی با قدرنسبت } \{b_n\}$$

$$(b_1 = 9a_1, b_2 = 5a_2, b_3 = a_3) \Rightarrow 2(\Delta a_n) = 9a_1 + a_3$$

$$\Rightarrow 10a_1 r^2 = 9a_1 + a_1 r^4 \Rightarrow r^4 - 10r^2 + 9 = 0 \Rightarrow r^2 = 1, 9 \Rightarrow r = \pm 3$$

۳ ۳

معادله ای درجه دوم می نویسیم که ریشه های آن

$$\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ باشند.}$$

$$\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \beta = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow S = 1, P = -1, x^2 - x - 1 = 0$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 1 + 2 = 3$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3SP = 1 + 3 = 4$$

$$(\alpha^2 + \beta^2)(\alpha^2 + \beta^2) = \alpha^4 + \alpha^2\beta^2 + \alpha^2\beta^2 + \beta^4$$

$$\Rightarrow (3)(3) = \alpha^4 + \beta^4 + (1)(1) \Rightarrow \alpha^4 + \beta^4 = 11$$

۳ ۴

$$f(\delta - 3x) = (m+3n)x + m - n \xrightarrow{f \text{ تابع همانی}} \begin{cases} m+3n = -3 \\ m-n = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m=3 \\ n=-2 \end{cases}$$

$$g(x) = (a+g(2))x^2 + 12 + 3a \xrightarrow{g \text{ تابع ثابت}}$$

$$\begin{cases} a+g(2) = 0 \Rightarrow g(2) = -a \\ g(x) = 12 + 3a \end{cases}$$

$$\Rightarrow 12 + 3a = -a \Rightarrow a = -3 \Rightarrow g(x) = 3$$

$$f(m) + f(n) + g(a) = f(3) + f(-2) + g(-2) = 3 + (-2) + 3 = 4$$

۲ ۵

$$f(2^{x+1} - 3x - 1) = x + 1 \Rightarrow f^{-1}(x+1) = 2^{x+1} - 3x - 1$$

$$\xrightarrow{x=2} f^{-1}(4) = 2^4 - 9 - 1 = 6$$

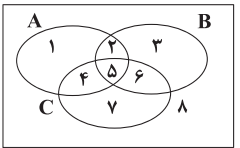
۳ ۶

$$f(x) = \sqrt{\frac{3x^2 + 9x + 7 + 6}{3x^2 + 9x + 7}} = \sqrt{1 + \frac{6}{3(x + \frac{3}{2})^2 + \frac{1}{4}}}$$

$$\Rightarrow \max f(x) = \sqrt{1 + \frac{6}{\frac{1}{4}}} = 5$$



۱۸ ۳ نمودار ون را برای ۳ مجموعه A، B و C رسم می‌کنیم که



$$A \cup (B - C) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$(A - C) \cap B = \{2\}$$

شرط آن‌که دو مجموعه  $A \cup (B - C)$  با  $(A - C) \cap B$  برابر باشد آن است

که ناحیه‌های  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  تهی باشد، بنابراین هر عدد در یکی از نواحی  $\{2, 6, 7, 8\}$  باید قرار گیرد.

$$\begin{array}{cccccc} \boxed{4} & \times & \boxed{4} & \times & \boxed{4} & \times & \boxed{4} & \times & \boxed{4} & = & 4^5 = 1024 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ \text{عدد ۴} & & \text{عدد ۴} & & \text{عدد ۴} & & \text{عدد ۴} & & \text{عدد ۴} & & \end{array}$$

۱۹ ۲ گزاره  $(p \vee \sim q)$  زمانی نادرست است که p نادرست و q درست باشد، اگر  $A'$  نادرست بودن گزاره  $(p \vee \sim q)$  باشد

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$
د	د	ن	د
د	ن	د	د
ن	د	ن	ن
ن	ن	د	د

$$P(A') = 0.6 \times 0.7 = 0.42$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - 0.42 = 0.58$$

۲۰ ۱

$$\frac{P(A \cap B')}{P(A \cap B)} = \frac{0.6}{0.2} \Rightarrow \frac{P(A) \cdot P(B')}{P(A) \cdot P(B)} = 3 \Rightarrow P(B') = 3P(B)$$

$$P(B') + P(B) = 1 \Rightarrow 4P(B) = 1 \Rightarrow P(B) = 0.25$$

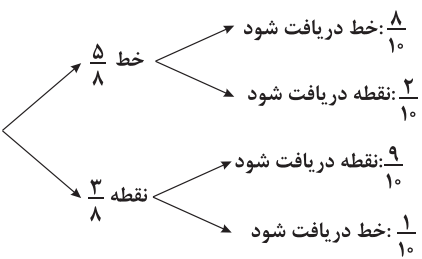
$$P(A \cap B) = 0.2 \Rightarrow P(A) \cdot P(B) = 0.12$$

$$\Rightarrow P(A) \times \frac{1}{4} = 0.12 \Rightarrow P(A) = 0.48 \Rightarrow P(A') = 0.52$$

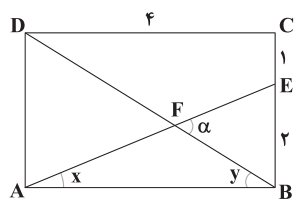
$$P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A')P(B)$$

$$= 0.52 + 0.25 - 0.13 = 0.64$$

۲۱ ۲



$$P(A = \text{دریافت خط}) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{8} + \frac{2}{8} \times \frac{1}{8} = \frac{17}{64}$$



$$\Delta EAB: \tan x = \frac{2}{4}, \Delta DAB: \tan y = \frac{3}{4}$$

$$\alpha = x + y \Rightarrow \tan \alpha = \tan(x + y) \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\frac{2}{4} + \frac{3}{4}}{1 - \frac{2}{4} \times \frac{3}{4}} = \frac{\frac{5}{4}}{1 - \frac{6}{16}} = \frac{5}{4} \times \frac{4}{10} = 1$$

۱۴ ۳

$$f(x) = a \sin(bx - \frac{3\pi}{2}) = a \cos bx$$

$$T = \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 6$$

$$A \begin{cases} \frac{\pi}{3} \\ \frac{1}{2} \end{cases} \in \text{تابع} \Rightarrow \frac{1}{2} = a \cos(\frac{\pi}{3} \times 6) \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = \frac{13}{2} \\ a + b = -\frac{11}{2} \end{cases} \text{ یا}$$

۱۵ ۱

$$(gof)'(x) = 0 \Rightarrow f'(x) \times g'(f(x)) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \Rightarrow \text{یک جواب} \\ g'(f(x)) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \Rightarrow \text{دو جواب} \\ \text{یا} \\ f(x) = -1 \Rightarrow \text{دو جواب} \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین معادله مورد نظر ۵ ریشه دارد.

$$f(3^{2x} + 3^{-2x}) = (3^{2x} + 3^{-2x})^2 + 5$$

۱۶ ۴

$$\Rightarrow f(x) = x^2 + 5 \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f'(9) = 18$$

۱۷ ۳

$$f(x) = \frac{x}{2x^2 - 5x + 2} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2}, 2 \right\}$$

$$f'(x) = \frac{2 - 2x^2}{(2x^2 - 5x + 2)^2} = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

x	-∞	-1	1/2	1	2	+∞
g'	-	0	+	+	0	-

تابع f در دو بازه  $(-1, \frac{1}{2})$  و  $(\frac{1}{2}, 1)$  صعودی است بنابراین بیشترین

مقدار  $b - a = \frac{3}{2}$  است.





۳ ۳۸

$$x_1 = 2k_1 + 1 \quad x_2 = 2k_2 + 1 \quad x_3 = 2k_3 + 1 \quad x_4 = 2k_4 + 1$$

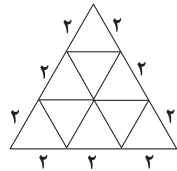
$$2k_1 + 1 + 2k_2 + 1 + 2k_3 + 1 + 2k_4 + 1 = 30$$

$$\Rightarrow k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 13 \quad k_i \geq 1$$

$$k'_1 + k'_2 + k'_3 + k'_4 = 9 \quad k'_i \geq 0 \Rightarrow \text{تعداد جوابها} = \binom{12}{3}$$

تنها حالت ممکن همین حالت خواهد بود. ۱ ۳۹

۱	۴	۳	۵	۲
۳	۱	۲	۴	۵
۵	۳	۱	۲	۴
۴	۲	۵	۱	۳
۲	۵	۴	۳	۱



اگر هر ضلع مثلث را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کنیم، ۹ مثلث  
متساوی الاضلاع به ضلع ۲ به عنوان ۹ لانه خواهیم داشت.

$$m \geq 9(2) + 1 = 19$$

پس حداقل ۱۹ نقطه نیاز است.

۴ ۴۰

۲ ۳۲

معادله سهمی را به فرم استاندارد می نویسیم تا کانون آن

مشخص شود.

$$x^2 - 6x - 8y + 25 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x = 8y - 25$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 8y - 16 \Rightarrow (x-3)^2 = 8(y-2)$$

بنابراین مختصات رأس سهمی  $A(3, 2)$  و پارامتر آن  $a=2$  است. با توجه به  
دهانه سهمی قائم که رو به بالاست، کانون آن  $F(3, 4)$  به دست می آید و  
فاصله  $F(3, 4)$  تا مبدأ مختصات برابر ۵ است.

۲ ۳۳ خط  $d: \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$  موازی با محور  $z$  و خط  $d': \begin{cases} y+2=0 \\ z=3 \end{cases}$  موازی

با محور  $x$  است پس خطی موازی با محور  $z$  بر هر دو خط  $d$  و  $d'$  عمود است که

معادلات آن به صورت  $\begin{cases} x=x_0 \\ z=z_0 \end{cases}$  است. بنابراین جواب سؤال خط  $\begin{cases} x=1 \\ z=1 \end{cases}$  است.

۲ ۳۴

اگر دو بردار بر هم عمود باشند، ضرب داخلی آن‌ها صفر است.

$$(2\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b}) = 0 \Rightarrow 2|\vec{a}|^2 + 5\vec{a} \cdot \vec{b} + 2|\vec{b}|^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2 + 5\cos\theta + 2 = 0 \Rightarrow \cos\theta = -\frac{4}{5} \Rightarrow \sin\theta = \frac{3}{5}$$

حال به کمک اندازه بردار ضرب خارجی، مساحت مثلث را محاسبه می کنیم:

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} |(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})| = \frac{1}{2} |-\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{a}|$$

$$= \frac{5}{2} |\vec{b} \times \vec{a}| = \frac{5}{2} \times \sin\theta = \frac{3}{2}$$

۲ ۳۵

با رأس‌های  $\{b, c, d, e, f\}$  حداکثر ۱۰ یال می توان

داشت. تعداد گراف‌های با ۴ یال برابر  $\binom{10}{4} = 210$ .

برای الحاق رأس  $a$  با درجه ۲، تعداد حالت‌ها برابر است با:  $\binom{5}{2} = 10$

پس تعداد گراف‌های ممکن برابر است با:  $\binom{5}{2} \binom{10}{4} = 2100$

۳ ۳۶

$$x^2 - 3x + 8 \equiv 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 21 \equiv 0$$

$$x^2 + 10x + 21 \equiv 0 \Rightarrow (x+3)(x+7) \equiv 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+3 \equiv 0 \Rightarrow x = 13k - 3 \Rightarrow k = 1, 2, \dots, 7 \\ x+7 \equiv 0 \Rightarrow x = 13k' - 7 \Rightarrow k' = 2, \dots, 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جوابها} = 7 + 7 = 14$$

۱ ۳۷

$$17x + 15y = 140 \Rightarrow -2y \equiv 4 \Rightarrow y \equiv -2 \Rightarrow y = 17k - 2$$

$$\Rightarrow 17x + 15(17k - 2) = 140 \Rightarrow 17x + 15(17k) - 30 = 140$$

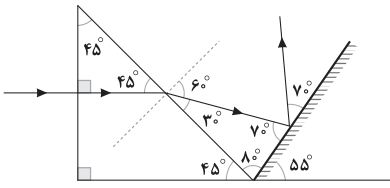
$$\Rightarrow 17x + 15(17k) = 170 \Rightarrow x = 10 - 15k$$

$$\begin{cases} 17k - 2 \geq 1 \Rightarrow k \geq \frac{3}{17} \Rightarrow k = 1, 2, \dots \\ 10 - 15k \geq 1 \Rightarrow k \leq \frac{9}{15} \Rightarrow k = 0, -1, -2, \dots \end{cases} \Rightarrow k \in \emptyset$$

بنابراین هیچ جواب طبیعی ندارد.



۴۷ ۱ به شکل زیر دقت کنید:



بنابراین با توجه به قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{v_{\text{هوای منشور}}}{v_{\text{هوای منشور}}} = \frac{\sin \theta_{\text{هوای منشور}}}{\sin \theta_{\text{هوای منشور}}} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

۴۸ ۱ می‌دانیم رابطه انرژی جنبشی بر حسب تکانه به شکل زیر است:

$$K = \frac{p^2}{2m}$$

برای این جسم در حالت‌های اول و دوم می‌توان نوشت:

$$\Delta K = K_2 - K_1 \Rightarrow \Delta K = \frac{p_2^2}{2m} - \frac{p_1^2}{2m} \quad p_1 = 30 \text{ N.s}, m = 6 \text{ kg}$$

$$\Delta K = \frac{(38)^2}{2 \times 6} - \frac{(30)^2}{2 \times 6} = \frac{19 \times 19}{3} - \frac{15 \times 15}{3} = \frac{19 \times 19 - 15 \times 15}{3} = \frac{75}{3} = 25$$

$$\Rightarrow \Delta K = \frac{126}{3} \text{ J}$$

۴۹ ۲ در فرایندهای A و B گاز منبسط شده است، بنابراین علامت

کار انجام شده روی دستگاه، منفی است. در فرایند C حجم گاز ثابت است، بنابراین کار انجام شده روی دستگاه صفر است و هم‌چنین در فرایند D گاز متراکم شده است، در نتیجه علامت کار انجام شده روی دستگاه مثبت است.

۵۰ ۲ از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت استفاده

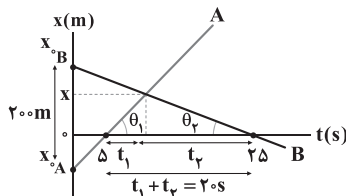
می‌کنیم. یک بار این معادله را از لحظه شروع به حرکت متحرک ( $t_0$ ) تا لحظه‌ای که  $\frac{2}{3}$  مسیر را می‌پیماید ( $t_1$ ) و یک بار از لحظه شروع به حرکت ( $t_0$ ) تا لحظه‌ای که به انتهای مسیر می‌رسد ( $t_2$ )، می‌نویسیم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \begin{cases} t_1 \text{ تا } t_0: (20)^2 - 0^2 = 2 \times a \times \frac{2d}{3} \Rightarrow ad = 300 (*) \\ t_2 \text{ تا } t_0: v^2 - 0^2 = 2 \times a \times d \\ \Rightarrow v^2 = 2ad \xrightarrow{(*)} v^2 = 600 \\ \Rightarrow v = \sqrt{600} = 10\sqrt{6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

۵۱ ۳ با توجه به نمودار مکان - زمان داده‌شده در سؤال متوجه

می‌شویم که هر دو متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کنند. از طرفی در حرکت با سرعت ثابت، شیب خط نمودار مکان - زمان بیان‌کننده تندی متحرک است. چون تندی متحرک A سه برابر تندی متحرک B است، بنابراین شیب نمودار A سه برابر شیب نمودار B است، در نتیجه با توجه به شکل زیر داریم:

$$|v_A| = 3|v_B| \Rightarrow \tan \theta_1 = 3 \tan \theta_2 \Rightarrow \frac{x}{t_1} = 3 \frac{x}{t_2} \Rightarrow t_2 = 3t_1$$



## فیزیک

۴۱ ۳ دقت اندازه‌گیری این دماسنج برابر با  $0.1^\circ \text{F}$  است و از طرفی با

توجه به رابطه دما در مقیاس فارنهایت و سلسیوس داریم:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow 0.1 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{5}{90} \text{ C}$$

۴۲ ۴ یخ در لحظه  $t_1$  به دمای صفر درجه سلسیوس (شروع نقطه ذوب یخ) رسیده و در بازه زمانی  $t_2 - t_1$  جرم یخ ذوب شده است، بنابراین

با توجه به ثابت بودن توان گرمایی داریم:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{mc_{\text{یخ}}(0 - (-20))}{t_1} = \frac{\frac{3}{4} mL_F}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{L_F = 160 \text{ C}}{t_1} \rightarrow \frac{20}{t_1} = \frac{\frac{3}{4} \times 160}{t_2 - t_1}$$

$$\Rightarrow \frac{20}{t_1} = \frac{120}{t_2 - t_1} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{t_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow 6t_1 = t_2 - t_1 \Rightarrow t_2 = 7t_1 \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = 7$$

۴۳ ۳ بررسی عبارتهای نادرست:

(ب) اگر جریان سیم‌ها هم‌جهت باشند، برآیند میدان‌های مغناطیسی حاصل از آنها در فاصله بین آنها و نزدیک سیم با جریان کوچک‌تر صفر خواهد شد.

(د) اگر  $I_1$  و  $I_2$  غیر هم‌جهت باشند و  $I_2 > I_1$  باشد، برآیند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم می‌تواند در نقطه C صفر باشد.

۴۴ ۲ با استفاده از مساوی بودن مجموع عددهای اتمی و مجموع

عددهای جرمی در دو طرف واکنش، پارامتر X تعیین می‌شود:

$${}_n^{10}\text{B} \rightarrow {}_3^7\text{Li} + {}_Z^AX \Rightarrow \begin{cases} 1+10=7+A \\ 0+5=3+Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=4 \\ Z=2 \end{cases}$$

بنابراین X ذره آلفا است.

۴۵ ۱ تندی انتشار موج در این تار محاسبه می‌شود:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{125 \times 5}{1}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

هر نوسان در این تار با سرعت محاسبه‌شده، حرکت می‌کند. در نتیجه مدت‌زمان لازم برای پیمودن طول تار توسط نوسان اول (یا هر کدام از نوسان‌های دیگر) به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{5}{25} = 0.2 \text{ s}$$

۴۶ ۱ از روی نمودار مشخص است که مقدار نیروی محرکه القایی

بیشینه ( $\varepsilon_{\text{max}}$ ) برابر  $5\pi$  ولت است.

با توجه به رابطه زیر داریم:

$$\varepsilon_{\text{max}} = N \Phi_{\text{max}} \frac{\omega}{T}$$

$$\Rightarrow 5\pi = 400 \times 2/5 \times 10^{-4} \times \frac{\omega}{T}$$

$$\Rightarrow T = 400 \times 10^{-4} \text{ s} = 4 \times 10^{-2} \text{ s} = 40 \text{ ms}$$



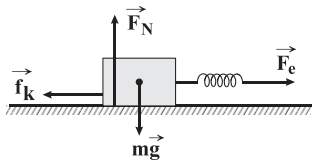
بنابراین ابتدا جابه‌جایی متحرک را در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 2s$  به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow x_1 = -3 + x_0 \\ t_2 = 2s \Rightarrow x_2 = -4 + x_0 \end{cases} \Rightarrow L_1 = x_2 - x_1 = 1m$$

بنابراین مسافت طی شده در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 2s$  برابر است با:

$$L = L_1 + L_2 = 2L_1 = 2 \times 1 = 2m$$

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



با استفاده از قانون دوم نیوتون در راستاهای  $x$  و  $y$  می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 8 \times 10 = 80N (*) \\ F_{net,x} = ma_x \Rightarrow F_e - f_k = ma \end{cases}$$

$$\Rightarrow kx - \mu_k F_N = ma \xrightarrow{(*)} \begin{cases} x = 10cm \Rightarrow k(0.1) - 80 \mu_k = 8 \times 2/5 \\ x = 15cm \Rightarrow k(0.15) - 80 \mu_k = 8 \times 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0.1k - 80 \mu_k = 20 \\ 0.15k - 80 \mu_k = 40 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \mu_k = 0.25$$

**دقت کنید:** برای محاسبه  $F_e$  از قانون هوک ( $F_e = kx$ ) و برای محاسبه  $f_k$  از رابطه  $f_k = \mu_k F_N$  استفاده می‌کنیم.

**۴ ۵۵ کار نیروی مرکزگرا همواره صفر است، زیرا این نیرو بر مسیر حرکت، عمود است.**

**۳ ۵۶ شتاب گرانش اعمالی در دو حالت را محاسبه می‌کنیم:**

$$g_1 = 10 + 2 = 12 \frac{m}{s^2} \quad g_2 = 10 - 4 = 6 \frac{m}{s^2}$$

دوره نوسان آونگ در حالت دوم ۴۰ درصد کم‌تر از دوره نوسان آونگ در حالت اول است. بنابراین:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{0.6T_1}{T_1} = 0.6$$

با توجه به رابطه دوره تناوب آونگ ساده داریم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \times \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \Rightarrow 0.6 = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \times \sqrt{\frac{12}{6}} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = 0.18$$

با توجه به رابطه انبساط طولی داریم:

$$\frac{L_2}{L_1} = (1 + \alpha \Delta\theta) \Rightarrow 0.18 = (1 + 10^{-2} \times \Delta\theta) \Rightarrow \Delta\theta = -82^\circ C$$

**۱ ۵۷ ابتدا دوره تناوب موج را حساب می‌کنیم:**

$$3 \frac{\lambda}{4} = 60 \Rightarrow \lambda = 80cm = 0.8m$$

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow 10 = \frac{0.8}{T} \Rightarrow T = 0.08s$$

با توجه به دوره تناوب موج، بازه زمانی  $t = 0$  تا  $t = 0.2s$  معادل با  $\frac{T}{4}$  خواهد بود و چون نقطه  $M$  در لحظه  $t = 0$  در دره موج قرار دارد، با توجه به جهت حرکت موج، به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند و از مکان  $A$  طی زمان  $\frac{T}{4}$  به مکان صفر می‌رسد، بنابراین حرکت نقطه  $M$  پیوسته تندشونده خواهد بود.

از طرفی داریم:

$$t_1 + t_2 = 20s$$

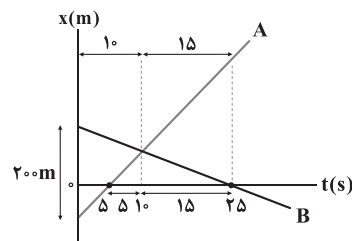
$$\frac{t_2}{t_1} = 3 \Rightarrow t_1 + 3t_1 = 20 \Rightarrow t_1 = 5s$$

$$t_2 = 3t_1 = 3 \times 5 = 15s$$

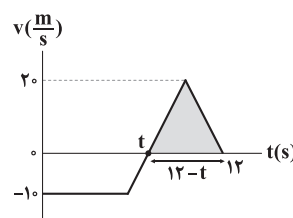
بنابراین:

به کمک تشابه دو مثلث نشان داده شده در شکل زیر، فاصله دو متحرک از یکدیگر را در لحظه  $t = 25s$  به دست می‌آوریم:

$$\frac{200}{x} = \frac{10}{15} \Rightarrow x = 300m$$



**۳ ۵۲ علامت سرعت متحرک از لحظه  $t$  تا لحظه  $t = 12s$ ، مثبت است، بنابراین در این بازه زمانی، متحرک در جهت محور  $x$ ها حرکت کرده است.**



مساحت زیر نمودار از لحظه  $t$  تا لحظه  $t = 12s$  که همان جابه‌جایی متحرک است را به دست می‌آوریم:

$$S = \Delta x = \frac{(12-t) \times 20}{2} = 10 \times (12-t)$$

با توجه به رابطه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 \times (12-t)}{(12-t)} = 10 \frac{m}{s}$$

**۱ ۵۳ با توجه به معادله سرعت - زمان داده شده برای دوچرخه‌سوار،**

متوجه می‌شویم که حرکت دوچرخه‌سوار با شتاب ثابت است، بنابراین با مقایسه معادله داده شده با فرم کلی معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\begin{cases} v = 2t - 4 \\ v = at + v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

بنابراین معادله مکان - زمان این دوچرخه‌سوار برابر است با:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{v_0 = -4 \frac{m}{s}, a = 2 \frac{m}{s^2}} x = t^2 - 4t + x_0$$

به کمک معادله سرعت - زمان، لحظه‌ای که سرعت دوچرخه‌سوار صفر می‌شود را پیدا می‌کنیم:

$$2t - 4 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

متحرک در لحظه  $t = 2s$ ، یعنی در وسط بازه زمانی خواسته شده تغییر جهت می‌دهد، بنابراین با توجه به متقارن بودن نمودار مکان - زمان همان قدر که متحرک از لحظه  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 2s$  حرکت می‌کند، به همان مقدار هم از لحظه  $t_2 = 2s$  تا  $t_3 = 3s$  حرکت خواهد کرد.



**۶۳** ۲ شرط ساکن بودن گلوله بالایی، هم‌اندازه بودن نیروی دافعه الکتریکی ناشی از دو گلوله با نیروی وزن آن است، بنابراین:

$$F = m_B g = 0.07 \times 10 = 0.7 \text{ N}$$

به گلوله پایینی، نیروی دافعه الکتریکی و نیز نیروی وزن، هر دو رو به پایین وارد می‌شوند، پس اندازه نیروی عمودی سطح (تکیه‌گاه) برابر با مجموع این دو نیرو است.

$$F_N = F + m_A g = 0.7 + (0.07 \times 10) = 0.7 + 0.7 = 1.4 \text{ N}$$

**دقت کنید:** برای حل این سؤال نیازی به داشتن اندازه بار هر گلوله نیست و ۴ برابر بودن بار یکی از گلوله‌ها در حل سؤال کمکی به ما نمی‌کند.

**۶۴** ۲ همان‌طور که می‌دانیم، تراکم خطوط میدان، نشان‌دهنده بزرگی میدان است و چون تراکم خطوط میدان در نقطه B بیشتر است، بنابراین:  $E_B > E_A$  بار مثبت در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شده است، بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی بار، افزایش می‌یابد، در نتیجه:

$$\Delta U > 0 \Rightarrow U_A - U_B > 0 \Rightarrow U_A > U_B$$

همان‌طور که می‌دانیم، جهت خطوط میدان الکتریکی از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کم‌تر است، بنابراین:

$$V_A > V_B$$

**۶۵** ۳ بزرگی میدان الکتریکی بین دو صفحه خازن برابر است با:

$$E = \frac{F}{|q|} = \frac{6 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{-6}} = 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه خازن برابر است با:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q}{C} = \frac{120}{6} = 20 \text{ V}$$

با توجه به رابطه اختلاف پتانسیل الکتریکی و اندازه میدان الکتریکی داریم:

$$E = \frac{|V|}{d} \Rightarrow \frac{V=20 \text{ V}}{E=1000 \frac{\text{N}}{\text{C}}} \Rightarrow d = \frac{2}{1000} \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

**۶۶** ۴ می‌دانیم تغییرات مقاومت الکتریکی پس از تغییر دما به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$R_T = R_1(1 + \alpha \Delta \theta) = R_1 + R_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow R_T - R_1 = R_1 \alpha \Delta \theta$$

$$\frac{\Delta R = R_T - R_1}{R_1} \rightarrow \Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta \quad (I)$$

رابطه بین تغییرات درجه دمای فارنهایت و درجه سلسیوس به شکل زیر است:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{5}{9} \Delta F$$

در نتیجه بین تغییرات دمای دو سیم A و B برحسب درجه فارنهایت و درجه سلسیوس رابطه زیر برقرار خواهد بود:

$$\frac{\Delta \theta_A}{\Delta \theta_B} = \frac{\frac{5}{9} \Delta F_A}{\frac{5}{9} \Delta F_B} \Rightarrow \frac{\Delta \theta_A}{\Delta \theta_B} = \frac{\Delta F_A}{\Delta F_B} \quad (II)$$

**۵۸** ۴ طول پاره‌خط نوسان برابر ۶ cm است، بنابراین دامنه نوسان برابر ۳ cm می‌باشد. از طرفی می‌دانیم در هر دوره، نوسانگر مسافت ۴A را طی می‌کند که معادل ۱۲ cm می‌باشد. به کمک نسبت زیر، ابتدا تعداد نوسان‌های کامل در مدت یک دقیقه را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{نوسان } 1}{12 \text{ cm}} \mid \frac{12 \text{ cm}}{240 \text{ cm}} \Rightarrow n = \frac{240}{12} = 20 \text{ نوسان}$$

بنابراین نوسانگر در مدت ۱ دقیقه ۲۰ نوسان کامل انجام می‌دهد، پس دوره تناوب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta t = nT \Rightarrow 60 = 20 \times T \Rightarrow T = 3 \text{ s}$$

بیشینه تندی نوسانگر برابر است با:

$$v_{\text{max}} = A\omega = A \times \frac{2\pi}{T} = 3 \times \frac{2\pi}{3} = 2\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

**۵۹** ۳ تعداد شکم‌ها یکی از تعداد گره‌ها کم‌تر است، بنابراین:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_n = \frac{5 \times 120}{2 \times 0.8} = 375 \text{ Hz}$$

**۶۰** ۳ شیب خط در نمودار  $K_{\text{max}} - f$  برابر h می‌باشد که عددی ثابت است. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست می‌باشند.

از بیشتر بودن  $K_{\text{max}}$  برای A این‌گونه برداشت می‌شود که  $f_B > f_A$  باشد، پس محل برخورد خط به محور افقی برای فلز B باید بیشتر باشد.

**۶۱** ۱ با توجه به معادله ریذبرگ داریم:

$$\begin{cases} \frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = 0.01 \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\text{min}} = 100 \text{ nm} \\ \frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = 0.01 \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) \Rightarrow \lambda_{\text{max}} = \frac{400}{3} \text{ nm} \end{cases}$$

رشته لیمان:

$$\Rightarrow \Delta \lambda_{\text{لیمان}} = \lambda_{\text{max}} - \lambda_{\text{min}} = \frac{400}{3} - 100 = \frac{100}{3} \text{ nm}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = 0.01 \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\text{min}} = 400 \text{ nm} \\ \frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = 0.01 \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \Rightarrow \lambda_{\text{max}} = \frac{3600}{5} \text{ nm} = 720 \text{ nm} \end{cases}$$

رشته بالمر:

$$\Rightarrow \Delta \lambda_{\text{بالمر}} = 720 - 400 = 320 \text{ nm}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\Delta \lambda_{\text{لیمان}}}{\Delta \lambda_{\text{بالمر}}} = \frac{100}{320} = \frac{100}{3 \times 320} = \frac{100}{96} = \frac{5}{48}$$

**۶۲** ۳ بررسی گزینه‌ها:

(۱) اتم‌هایی که دارای عدد اتمی یکسان (تعداد پروتون‌های یکسان) هستند، ولی تعداد نوترون‌های متفاوت دارند، ایزوتوپ نامیده می‌شوند، بنابراین اتم‌های A و B ایزوتوپ یکدیگر هستند.

(۲) چون خط وصل دو هسته A و C بر خط  $N = Z$  عمود است، بنابراین طبق تعریف عدد جرمی ( $N = -Z + A$ )، اتم‌های A و C دارای عدد جرمی یکسان هستند.

(۳) با توجه به این‌که در هسته اتم C، تعداد پروتون‌های هسته از تعداد نوترون‌های آن بیشتر است، بنابراین هسته اتم C نمی‌تواند یک هسته پایدار در طبیعت باشد.

(۴) اتم‌های B و C دارای تعداد نوترون‌های یکسانی هستند.



## ۶۹ | بررسی عبارتهای نادرست:

(الف) با توجه به رابطه  $\Phi = AB \cos \theta$ ، با تغییر مساحت پیچه شار مغناطیسی عبوری از پیچه تغییر می‌کند و در نتیجه در پیچه جریان القایی ایجاد می‌شود.  
(ب) اگر پیچه را حول محور موازی با خطوط میدان بچرخانیم، زاویه بین نیم‌خط عمود بر پیچه و میدان ثابت می‌ماند، در نتیجه شار مغناطیسی عبوری از پیچه ثابت است و جریانی در پیچه القا نمی‌شود.

(د) اگر پیچه را حول محور عمودی بر خطوط میدان مغناطیسی دوران دهیم، زاویه بین نیم‌خط عمود بر پیچه و خطوط میدان تغییر می‌کند، در نتیجه شار مغناطیسی عبوری از پیچه تغییر می‌کند و جریانی در پیچه القا می‌شود.

۷۰ | با استفاده از رابطه بزرگی میدان مغناطیسی روی محور

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \quad \text{سیملوله داریم:}$$

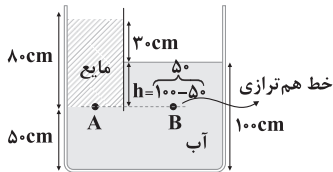
$$\Rightarrow \frac{B_A}{B_B} = \frac{N_A}{N_B} \times \frac{I_A}{I_B} \times \frac{\ell_B}{\ell_A} = 2 \times 1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

با استفاده از رابطه ضریب القاوری  $L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell}$  داریم:

$$\frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2 \times \frac{A_A}{A_B} \times \frac{\ell_B}{\ell_A} = 2^2 \times 1 \times \frac{1}{4} = 1$$

۷۱ | مخزن داده‌شده در واقع طرحی از لوله‌های U شکل است، بنابراین

با توجه به نقاط هم‌تراز A و B داریم:



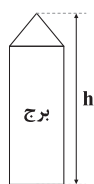
$$P_A = P_B \Rightarrow \rho' + \rho_{\text{مایع}} gh_{\text{مایع}} = \rho' + \rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مایع}} \times 80 = 1000 \times 50 \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} = \frac{1000 \times 50}{80} = 625 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

۷۲ | اختلاف فشار هوای بالا و پایین برج برابر

با  $24 \text{ mmHg}$  است، بنابراین این اختلاف فشار برحسب

پاسکال برابر است با:



$$\rho_{\text{هوای}} gh = \rho_{\text{جیوه}} gh$$

$$\Rightarrow 13600 \times 24 = 13600 \times h$$

$$\Rightarrow h = 272000 \text{ mm} = 272 \text{ m}$$

۷۳ | جرم اتومبیل B از اتومبیل A بیشتر است، بنابراین برای آن‌که انرژی

جنبشی آن‌ها یکسان شود باید اتومبیل B،  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  تندی خود را کاهش دهد و اتومبیل A،

$2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  تندی خود را افزایش دهد تا انرژی جنبشی دو اتومبیل برابر شود، بنابراین:

$$K_B = K_A \Rightarrow \frac{1}{2} \times 1100 \times (v-2)^2 = \frac{1}{2} \times 6400 \times (v+2)^2$$

$$\Rightarrow 9 \times (v-2) = 8 \times (v+2)$$

$$\Rightarrow 9v - 18 = 8v + 16 \Rightarrow v = 34 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین انرژی جنبشی اولیه اتومبیل A برابر است با:

$$K_A = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow K_A = \frac{1}{2} \times 6400 \times (34)^2 = 369920 \text{ J}$$

پس از افزایش دما، مقاومت سیم A، ۴ برابر حالت اول و مقاومت سیم B، ۶ برابر حالت اول می‌شود، بنابراین:

$$\begin{cases} R_{\gamma A} = 4R, R_{\lambda A} = R \Rightarrow \Delta R_A = 4R - R = 3R \\ R_{\gamma B} = 6R, R_{\lambda B} = R \Rightarrow \Delta R_B = 6R - R = 5R \end{cases} \quad \text{(III)}$$

از روابط (I)، (II) و (III) می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta R_B}{\Delta R_A} = \frac{R_{\lambda B}}{R_{\lambda A}} \times \frac{\alpha_B}{\alpha_A} \times \frac{\Delta \theta_B}{\Delta \theta_A} = \frac{R_{\lambda B}}{R_{\lambda A}} \times \frac{\alpha_B}{\alpha_A} \times \frac{\Delta F_B}{\Delta F_A}$$

$$\Rightarrow \frac{5R}{3R} = 1 \times \frac{\alpha_B}{\alpha_A} \times \frac{128}{32} \Rightarrow \frac{\alpha_B}{\alpha_A} = \frac{5}{12}$$

۶۷ | با کاهش مقاومت متغیر، مقاومت معادل مدار نیز کاهش

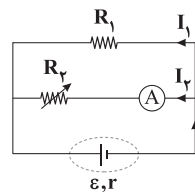
می‌یابد، بنابراین طبق رابطه  $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{eq}} + r}$ ، جریان اصلی مدار افزایش می‌یابد

و در نتیجه افت پتانسیل در باتری ( $Ir$ ) نیز افزایش می‌یابد.

طبق رابطه  $V = \mathcal{E} - rI$ ، با افزایش جریان عبوری از باتری، ولتاژ دو سر باتری

کاهش می‌یابد. از طرفی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  با

اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است، بنابراین:



$$I_1 = \frac{V}{R_1} \xrightarrow{\text{ثابت } R_1} \text{کاهش } V$$

چون رابطه  $I = I_1 + I_2$  بین جریان در شاخه‌های مختلف برقرار است، پس با

توجه به افزایش I و کاهش  $I_1$  باید  $I_2$  افزایش یابد، در نتیجه آمپرسنج عدد

بیشتری را نشان خواهد داد.

۶۸ | ابتدا مقاومت معادل مدار را در حالتی که کلید K باز است،

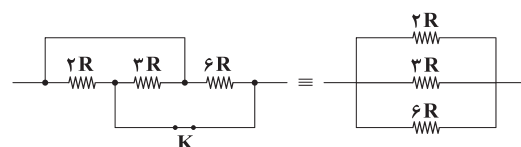
محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{2R \quad 2R}{\text{---}} \quad \frac{6R}{\text{---}} \quad R_{\text{eq}_1} = 6R$$

حذف به دلیل اتصال کوتاه

پس از بستن کلید K، هر سه مقاومت با هم موازی می‌شوند، بنابراین مقاومت

معادل مدار در این حالت برابر است با:



$$\frac{1}{R_{\text{eq}_2}} = \frac{1}{R} \Rightarrow R_{\text{eq}_2} = R$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{R_{\text{eq}_2}}{R_{\text{eq}_1}} = \frac{R}{6R} = \frac{1}{6}$$



## شیمی

۷۶ ۲ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

## بررسی عبارت‌های نادرست:

- شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم‌های A، X، D، E به ترتیب برابر با ۴، ۴، ۳ و ۳ الکترون است. مجموع این چهار عدد برابر با ۱۳ است. در صورتی که عدد اتمی فعال‌ترین فلز دوره سوم برابر با ۱۱ است.
- شماره گروه عنصرهای A، X، D، E به ترتیب برابر با ۴، ۱۴، ۲ و ۳ است. مجموع این چهار عدد برابر با ۲۳ است. در صورتی که عدد اتمی نخستین عنصر واسطه جدول برابر با ۲۱ است.

۷۷ ۴ فرمول آلومینیم سولفات به صورت  $Al_2(SO_4)_3$  است.

$$? \text{amu} = 4 \times 6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ atom O} \times \frac{1 \text{ mol atom O}}{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ atom O}}$$

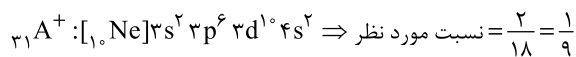
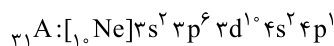
$$\times \frac{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3}{12 \text{ mol atom O}} \times \frac{342 \text{ g } Al_2(SO_4)_3}{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3} \times \frac{1 \text{ amu}}{1.66 \times 10^{-24} \text{ g}}$$

$$= \frac{114}{1.66 \times 10^{-24}} \text{ amu} \xrightarrow{\frac{1}{N_A}} 114 N_A$$

۷۸ ۴ شمار الکترون‌های لایه سوم برای عنصرهای دوره چهارم،

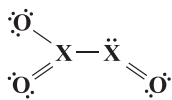
حداقل برابر با ۸ و حداکثر برابر با ۱۸ است.

- به این ترتیب نسبت  $\frac{1}{6}$  معادل  $\frac{2}{12}$  یا  $\frac{3}{18}$  خواهد بود.
- حالت  $\frac{2}{12}$  ممکن نیست، زیرا در این صورت عنصر A فقط دو الکترون ظرفیتی خواهد داشت، یعنی متعلق به گروه دوم بوده و در نتیجه شمار الکترون‌های لایه سوم آن باید برابر با ۸ باشد، نه ۱۱!
- حالت  $\frac{3}{18}$  برای عنصری با عدد اتمی ۳۱ است:



۷۹ ۳ به جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

در صنعت برای تهیه فلز منیزیم، ترکیب یونی منیزیم کلرید مذاب را برق‌کافت می‌کنند.

۸۰ ۲ به جز ساختار  $X_3O_3$ ، بقیه ساختارها درست هستند.ساختار درست  $X_3O_3$  به صورت زیر است:

۸۱ ۳ به جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

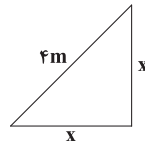
چگالی گاز CO کم‌تر از چگالی هوا است.

چگالی گاز CO در شرایط STP برابر است با:

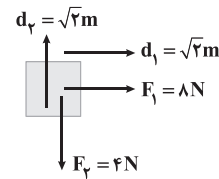
$$d_{CO} = \frac{\text{جرمی مولی CO}}{22.4} = \frac{28 \text{ g.mol}^{-1}}{22.4 \text{ L.mol}^{-1}} = 1.25 \text{ g.L}^{-1}$$

بنابراین چگالی هوا بیشتر از  $1.25 \text{ g.L}^{-1}$  است.۷۴ ۳ شیب خط  $y = x$  برابر ۱ است، بنابراین اگر جسم در راستای

محور X حرکت کند، به همان اندازه روی محور Y جابه‌جا می‌شود، بنابراین بردار جابه‌جایی جسم برابر است با:



$$x^2 + x^2 = 16 \Rightarrow 2x^2 = 16 \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = 2\sqrt{2} \text{ m}$$

بنابراین بردار جابه‌جایی برابر است با:  
با توجه به شکل زیر داریم:

$$\begin{cases} W_{F_1} = F_1 d_1 \cos \theta_1 = 8 \times 2\sqrt{2} \times \cos 0^\circ = 16\sqrt{2} \text{ J} \\ W_{F_p} = F_p d_p \cos \theta_p = 4 \times 2\sqrt{2} \times \cos 180^\circ = -8\sqrt{2} \text{ J} \end{cases}$$

$$\Rightarrow W_F = W_{F_1} + W_{F_p} = 16\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \text{ J}$$

۷۵ ۱ با توجه به قانون گاز کامل داریم:

$$\begin{cases} P_1 = P_0 + \rho gh \Rightarrow P_1 = 1.0^5 + 1.0^3 \times 10 \times 3.0 \\ \Rightarrow P_1 = 4 \times 10^5 \text{ Pa} \\ P_2 = P_0 \Rightarrow P_2 = 1.0^5 \text{ Pa} \\ V = \frac{4}{3} \pi r^3 \end{cases}$$

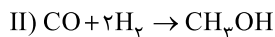
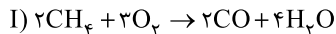
$$\Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{4 \times 10^5 \times \frac{4}{3} \pi r_1^3}{T_1} = \frac{1.0^5 \times \frac{4}{3} \pi r_2^3}{T_2}$$

$$\Rightarrow 4r_1^3 = \frac{T_2}{T_1} r_2^3 \Rightarrow r_2^3 = 8r_1^3 \Rightarrow r_2 = 2r_1$$

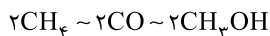


۸۶ ۳ فرمول مولکولی پارازایلین همانند سه ساختار a، b و c به صورت  $C_8H_{10}$  است. فرمول مولکولی ساختار d به صورت  $C_{10}H_{16}$  است.

۸۷ ۲ معادله موازنه شده واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:



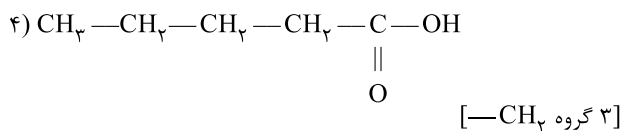
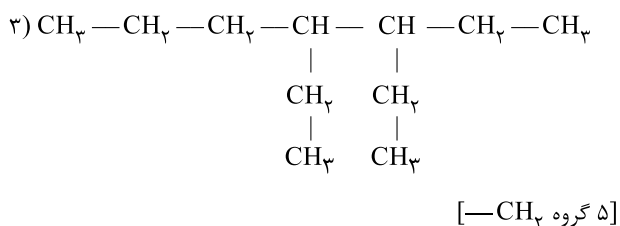
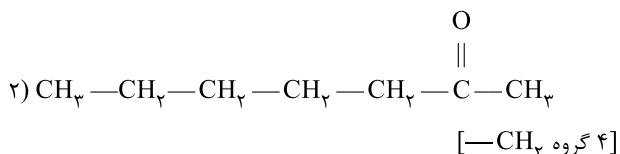
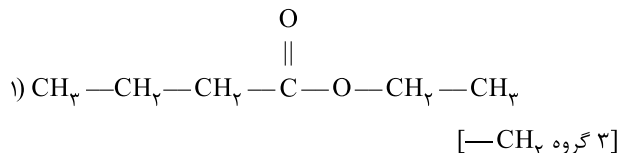
اگر ضرایب واکنش II را در عدد ۲ ضرب کنیم در این صورت ضریب ماده مشترک دو واکنش ( $CO$ ) یکسان خواهد شد و می‌توان از تناسب زیر استفاده کرد:



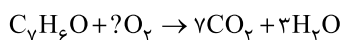
$$\frac{1785LCH_4 \times R_1 \times 0.18R_1}{2 \times 22/4} = \frac{1000gCH_3OH}{2 \times 32}$$

$\Rightarrow \%R_1 = \%70 \Rightarrow \%R_2 = \%56$

۸۸ ۳ بررسی گزینه‌ها:



۸۹ ۴ فرمول مولکولی بنزآلدهید به صورت  $C_7H_6O$  بوده و از سوختن کامل هر مول از آن، ۷ مول  $CO_2$  و ۳ مول  $H_2O$  تولید می‌شود:



$$\frac{xgC_7H_6O}{1 \times 106} = \frac{100g(CO_2, H_2O)}{(7 \times 44) + (3 \times 18)} \Rightarrow x = 29/2gC_7H_6O$$

درصد جرمی بنزآلدهید  $= \frac{29/2g}{40g} \times 100 = \%73$

۸۲ ۴ از روی درصد جرمی محلول سیرشده نمک در دماهای  $40^\circ$  و  $90^\circ$  درجه سلسیوس، می‌توان انحلال پذیری آن را در این دماها به دست آورد:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

$40^\circ C$ :  $100g$  محلول  $\rightarrow$  نمک  $20g$   
 $\rightarrow$  آب  $100 - 20 = 80g$

$90^\circ C$ :  $100g$  محلول  $\rightarrow$  نمک  $60g$   
 $\rightarrow$  آب  $40g$

$40^\circ C$ :  $100g$  آب  $\times \frac{20g \text{ نمک}}{80g \text{ آب}} = 25g$  نمک

$90^\circ C$ :  $100g$  آب  $\times \frac{60g \text{ نمک}}{40g \text{ آب}} = 150g$  نمک

گزینه (۴)  $m = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{150 - 25}{90 - 40} = 2/5$

۸۳ ۲ فرمول شیمیایی آمونیوم نیترات به صورت  $NH_4NO_3$  است.

$?gNO_3^- = 3/0.8gN \times \frac{1molN}{14gN} \times \frac{1molNH_4NO_3}{2molN}$

$\times \frac{1molNO_3^-}{1molNH_4NO_3} \times \frac{62gNO_3^-}{1molNO_3^-} = 6/82gNO_3^-$

$ppm = \frac{\text{جرم حل شونده (g)}}{\text{جرم محلول (g)}} \times 10^6 \Rightarrow ppm = \frac{6/82g}{4000g} \times 10^6 = 1705ppm$

۸۴ ۲  $?molNa^+ (Na_3PO_4) = 0.2LNa_3PO_4(aq)$

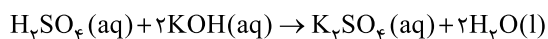
$\times \frac{0.2molNa_3PO_4}{1LNa_3PO_4(aq)} \times \frac{3molNa^+}{1molNa_3PO_4} = 0.6molNa^+$

$?molNa^+ (Na_2SO_4) = 0.6LNa_2SO_4(aq)$

$\times \frac{1molNa_2SO_4}{1LNa_2SO_4(aq)} \times \frac{2molNa^+}{1molNa_2SO_4} = 1.2molNa^+$

$[Na^+]_{\text{نهایی}} = \frac{0.6mol + 1.2mol}{0.2L + 0.6L} = 1/65mol.L^{-1}$

۸۵ ۳ معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



چگالی محلول (درصد جرمی)  $= \frac{\text{جرم مولی حل شونده}}{\text{غلظت مولی}}$

$= \frac{10 \times 58/8 \times 1/25}{98} = 7/5M$

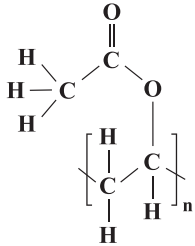
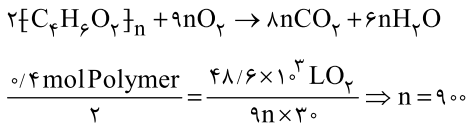
$?kgKOH(aq) = 0.2LH_2SO_4(aq) \times \frac{7/5molH_2SO_4}{1LH_2SO_4(aq)}$

$\times \frac{2molKOH}{1molH_2SO_4} \times \frac{56gKOH}{1molKOH} \times \frac{10^6gKOH(aq)}{1120gKOH}$

$\times \frac{1kgKOH(aq)}{10^3gKOH(aq)} = 150kgKOH(aq)$



۳ ۹۴



شمار پیوند در هر واحد تکرار شونده = n = شمار پیوند در هر درشت مولکول  
= 900 × 13 = 11700

رابطه زیر برای مخلوط کردن محلول دو اسید قوی به کار می‌رود.

$$10^{-pH} (V_1 + V_2) = (10^{-pH_1} \times V_1) + (10^{-pH_2} \times V_2)$$

$$10^{-5/3} (V_1 + 500) = (10^{-4/1} \times V_1) + (10^{-5/7} \times 500)$$

$$\begin{cases} 10^{-5/3} = 10^{-5-0/3} = 10^{-5} \times \frac{1}{10^{0/3}} = \frac{1}{10} \times 10^{-5} = 5 \times 10^{-6} \\ 10^{-4/1} = 10^{0/9-5} = (10^{0/9}) \times 10^{-5} = (10^{0/3})^3 \times 10^{-5} = 8 \times 10^{-5} \\ 10^{-5/7} = 10^{0/3-6} = 10^{0/3} \times 10^{-6} = 2 \times 10^{-6} \end{cases}$$

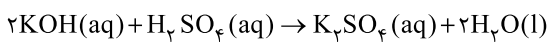
$$5 \times 10^{-6} (V_1 + 500) = (8 \times 10^{-5} \times V_1) + (2 \times 10^{-6} \times 500)$$

$$\Rightarrow 10^{-5} [0.5(V_1 + 500)] = (8V_1) + (100)$$

$$\Rightarrow 0.5V_1 + 250 = 8V_1 + 100 \Rightarrow 150 = 7.5V_1$$

$$\Rightarrow V_1 = 20 \text{ mL}$$

حجم پتاسیم هیدروکسید اضافه شده را با X نمایش می‌دهیم.



$$(60 \text{ mL } H_2SO_4(aq)) \times \frac{0.4 \text{ mol } H_2SO_4}{1000 \text{ mL } H_2SO_4(aq)}$$

$$-(x \text{ mL } KOH(aq)) \times \frac{0.2 \text{ mol } KOH}{1000 \text{ mL } KOH(aq)} \times \frac{1 \text{ mol } H_2SO_4}{2 \text{ mol } KOH}$$

$$= (60 + x) \text{ mL } H_2SO_4(aq) \times \frac{0.3 \text{ mol } H_2SO_4}{1000 \text{ mL } H_2SO_4(aq)}$$

$$\Rightarrow x = 15 \text{ mL } KOH(aq)$$

۳ ۹۶

ابتدا از رابطه زیر، غلظت مولی محلول نیترواسید را

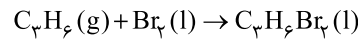
به دست می‌آوریم:

$$[HNO_3] = \frac{100 \times 24 \times 1/0.34}{47} = \frac{10 \times 24 \times 1/0.34}{47}$$

$$= 5/28 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{درصد یونش} = \frac{0.132 \text{ mol.L}^{-1}}{5/28 \text{ mol.L}^{-1}} \times 100 = 7.2/5$$

۲ ۹۰ معادله واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



ابتدا  $\Delta H$  واکنش فوق را با فرض این‌که تمام اجزای آن، گازی شکل باشد به دست می‌آوریم:

$$\Delta H = \left[ \text{مجموع آنتالپی پیوندهای فرآورده‌ها} \right] - \left[ \text{مجموع آنتالپی پیوندهای واکنش دهنده‌ها} \right]$$

$$\Delta H = [\Delta H(C=C) + 6\Delta H(C-H)] + \Delta H(Br-Br)$$

$$+ \Delta H(C-C) - [2\Delta H(C-C) + 2\Delta H(C-Br) + 6\Delta H(C-H)]$$

$$\Delta H(C-C)$$

$$[612 + 193] - [2(48 + 2(274))] = -91 \text{ kJ}$$

با توجه به آنتالپی‌های تبخیر  $Br_2$  و  $C_4H_6Br_2$  کفایت تفاوت دو عدد ۳۱ و ۶۹ از  $\Delta H$  به دست آمده کم شود تا  $\Delta H$  واکنش مورد نظر تعیین شود:

$$\Delta H = -91 + (31 - 69) = -129 \text{ kJ}$$

۳ ۹۱ معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$t = 0: \quad \quad \quad 8 \quad \quad \quad 0 \quad \quad \quad 0$$

$$t = 6 \text{ min}: \quad 8 - 2x \quad \quad \quad 2x \quad \quad \quad x$$

مجموع شمار مول‌های درون ظرف پس از ۶ دقیقه

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$x = \frac{2}{100} (8) \Rightarrow x = 0.16 \text{ mol}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta n}{V \cdot \Delta t} = \frac{x \text{ mol}}{\Delta L \times (6 \times 60) \text{ s}} = \frac{0.16 \text{ mol}}{\Delta L \times 360 \text{ s}}$$

$$= 8/88 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

۳ ۹۲

۴ ۹۲ با توجه به فرمول مولکولی بوتان ( $C_4H_{10}$ )، بر اثر سوختن

کامل هر مول از آن، ۵ مول  $H_2O$  تولید می‌شود. بنابراین تفاوت دو عدد ۲۹۰۰- و ۲۶۹۵- کیلوژول، معادل آنتالپی میعان ۵ مول  $H_2O$  است:

$$-2900 - (-2695) = -205 \text{ kJ}$$

$$? \text{ kJ} = 5/4 \text{ g } H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ g } H_2O} \times \frac{205 \text{ kJ}}{2 \text{ mol } H_2O} = 12/3 \text{ kJ}$$

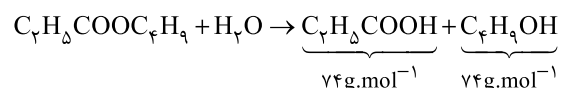
$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 12/3 \times 10^3 = m \times 0.9 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1} \times (55 - 25)^\circ \text{C}$$

$$\Rightarrow m = 455 \text{ g Al}$$

۳ ۹۳

۳ ۹۳ اگر استر تک‌عاملی با زنجیرهای هیدروکربنی سیرشده آبکافت

شود، تنها در صورتی جرم فرآورده‌های تولیدشده با هم برابر خواهد بود که شمار اتم‌های کربن الکل، یک واحد بیشتر از شمار اتم‌های کربن کربوکسیلیک اسید تولیدشده باشد، در بین استرهای پیشنهادشده فقط بوتیل پروپانوات دارای این ویژگی است:



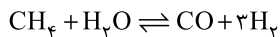


عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند. **۱۰۴** ۲

**بررسی عبارت‌هاک نادرست:**

- استفاده از کاتالیزگر در صنایع گوناگون موجب کاهش آلودگی محیط زیست می‌شود.
- مبدل‌های کاتالیستی از جنس **سرامیک** هستند.

مول اولیه بخار آب را با **a** نشان می‌دهیم: **۱۰۵** ۳



مول اولیه	۲	a	۰	۰
مول تعادلی	۲-x	a-x	x	۳x

مطابق داده‌های سؤال، غلظت تعادلی متان، سه برابر غلظت تعادلی کربن مونوکسید است. پس مول تعادلی متان نیز سه برابر مول تعادلی کربن مونوکسید است:

$$2-x = 3x \Rightarrow x = 0.5$$

$$K = \frac{[\text{H}_2]^3 [\text{CO}]}{[\text{CH}_4] [\text{H}_2\text{O}]} \Rightarrow 0.25 = \frac{\left[\frac{3(0.5)}{2}\right]^3 \left[\frac{0.5}{2}\right]}{\left[\frac{2-0.5}{2}\right] \left[\frac{a-0.5}{2}\right]}$$

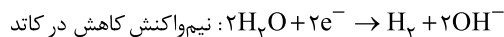
$$\Rightarrow \text{مول تعادلی بخار آب} = a - 0.5 = 1.125 \text{ mol H}_2\text{O}$$

$$\text{جرم تعادلی بخار آب} = 1.125 \text{ mol H}_2\text{O} \times \frac{18 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 20.25 \text{ g H}_2\text{O}$$

$$q = It$$

$$q = (0.1 \text{ A})(1.0 \times 60 \text{ s}) = 6 \text{ C}$$

$$? e^- = 6 \text{ C} \times \frac{1 e^-}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 3.75 \times 10^{19} e^-$$



$$\frac{3.75 \times 10^{19} e^-}{2 \times 6.02 \times 10^{23}} = \frac{x \text{ mL H}_2}{1 \times 22.4 \times 10^3} \Rightarrow x = 56 \text{ mL H}_2$$

عبارت‌های دوم و سوم درست هستند. **۹۹** ۲

**بررسی عبارت‌هاک نادرست:**

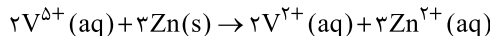
- سلول سوختی نوعی سلول گالوانی است و اکسایش سوخت در آن انجام می‌شود که قطب **منفی** سلول است.
- برای تهیه فلز سدیم از برقکافت **سدیم کلرید مذاب** استفاده می‌شود.

**بررسی نتایج آزمایش‌ها:** **۱۰۰** ۱

- آزمایش اول نشان می‌دهد که قدرت کاهندگی **B** و **C** بیشتر از **H<sub>2</sub>** است.
- آزمایش دوم نشان می‌دهد که قدرت کاهندگی فلز **B** از سه فلز دیگر بیشتر است. تا این جا گزینه‌های (۲) و (۳) حذف می‌شوند.
- آزمایش سوم نشان می‌دهد که قدرت کاهندگی **A** بیشتر از **D** است. به این ترتیب گزینه (۴) نیز حذف می‌شود.

محلول‌های زردرنگ و بنفش‌رنگ از نمک وانادیم به ترتیب **۱۰۱** ۳

حاوی وانادیم (V) و وانادیم (II) هستند.



$$\bar{R}_{\text{V}^{5+}} = \frac{|\Delta n(\text{V}^{5+})|}{\Delta t} = \frac{0.6 \text{ L} \times 0.12 \frac{\text{mol}}{\text{L}}}{(5 \times 60) \text{ s}} = 2/4 \times 10^{-4} \text{ mol.s}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{Zn}} = \frac{3}{2} \bar{R}_{\text{V}^{5+}} = \frac{3}{2} \times 2/4 \times 10^{-4} = 3/6 \times 10^{-4} \text{ mol.s}^{-1}$$

به جز عبارت (ب) سایر عبارت‌ها نادرست هستند. **۱۰۲** ۳

**بررسی عبارت‌هاک نادرست:**

(آ) در فرایند تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی، بخار آب توربین را به حرکت درمی‌آورد که در مقایسه با شاره دیگر (NaCl مذاب) در گستره دمایی **کوچک‌تری** به حالت مایع است.

(ب) تبدیل پرتوهای خورشیدی به انرژی الکتریکی به دانش و فناوری پیشرفته نیازمند است.

(ت) دانشمندان برای استفاده بهینه از انرژی خدادادی و رایگان خورشید به دنبال فناوری‌هایی هستند که بتوانند بخشی از آن را ذخیره نموده و به شکل انرژی الکتریکی وارد چرخه مصرف نمایند.

هر پنج عبارت پیشنهاد شده درست هستند. **۱۰۳** ۴

ترکیب‌های (I) و (II) به ترتیب اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید هستند که از واکنش پلیمری شدن آن‌ها، PET تولید می‌شود:

