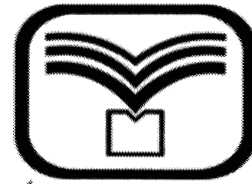




آزمون ۱۳ از ۱۴

دفترچه شماره ۱ از ۲



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان بنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می‌شود.  
امام خمینی (ره)

نام:

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

صبح جمعه  
۱۴۰۲/۰۳/۰۵

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم  
جامع نوبت سوم

## آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

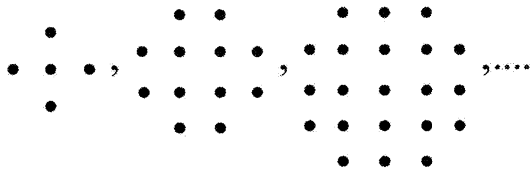
عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

۱- اگر  $A = \sqrt[3]{4\sqrt{32}\sqrt{8}}$  و  $B = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$  باشد، حاصل  $A^{\frac{2}{7}} \times B^{-\frac{1}{2}}$  کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) ۴      (۳) ۶      (۴) ۸

۲- در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول ۳ و مجموع سه جمله بعدی آن ۳۹ است. کدام جمله این دنباله حسابی برابر با یازدهمین جمله دنباله با الگوی زیر است؟



- (۱) بیست و دوم  
(۲) چهل و دوم  
(۳) بیست و سوم  
(۴) چهل و سوم

۳- اگر  $\alpha$  زاویه‌ای باشد که خط  $3x - 4y - 7 = 0$  با جهت مثبت محور افقی دستگاه مختصات می‌سازد، مساحت مثلثی که اضلاع آن  $\sin \alpha$  و  $\cos^2 \alpha$  و زاویه بین همین دو ضلع هم  $\alpha$  باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{192}$       (۲)  $\frac{1}{152}$       (۳)  $\frac{1}{2304}$       (۴)  $\frac{1}{384}$

۴- در مثلثی با رئوس  $A(1, 9), B(3, 3), C(7, 11)$  حاصل ضرب مقادیر ارتفاع  $AH$  و میانه  $BM$  کدام است؟

- (۱) ۲۰      (۲) ۱۰      (۳)  $5\sqrt{5}$       (۴)  $10\sqrt{10}$

۵- اگر  $\frac{27 - 8x^3}{3x + 1} \geq 0$  باشد، مجموعه مقادیر  $[2 - 5x]$  چند عضو دارد؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۸      (۲) ۹      (۳) ۱۰      (۴) ۱۱

۶- نامعادله  $x^2 - 3x + 1 > \sqrt{x + \frac{5}{4}} + \frac{3}{2}$  به ازای  $x > k$  برقرار است. حداقل مقدار  $k$  کدام است؟

- (۱)  $2 + \sqrt{3}$       (۲)  $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$       (۳)  $\frac{3}{2}$       (۴)  $3 + \sqrt{5}$

$$-7 \quad \text{تابع } f(x) = \begin{cases} \frac{a \cos^2 x}{1 - \sin^2 x} & ; 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ -12 & ; x = \frac{\pi}{2} \\ a[-x] & ; x > \frac{\pi}{2} \end{cases} \text{ در } x = \frac{\pi}{2} \text{ فقط پیوستگی راست دارد. حد چپ تابع } f(x) \text{ در } x = \frac{\pi}{2}$$

کدام است؟

- ۴ (۱)      -۲ (۲)      -۴ (۳)      ۲ (۴)

-۸ اگر  $\lim_{x \rightarrow c} \frac{2x+b}{2x^2+ax+2} = +\infty$  باشد، حاصل  $a+b+c$  در حالتی که مقدار  $c$  منفی است، کدام عدد می تواند باشد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۴ (۳)      ۶ (۴)

-۹ تابع  $f(x) = 2 \tan\left(\frac{3\pi x}{4}\right)$  روی بازه  $(b, -2)$  اکیداً صعودی است. حداکثر مقدار  $b$  کدام است؟

- $-\frac{4}{3}$  (۱)      ۲ (۲)       $\frac{4}{3}$  (۳)       $-\frac{2}{3}$  (۴)

-۱۰ در ظرفی ۲۵ لیتر محلول با غلظت  $C$  وجود دارد. هر روز یک لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص

اضافه می کنیم. پس از چند روز غلظت آن  $\frac{1}{3}C$  می شود؟ ( $\log 2 = 0.3$ ,  $\log 3 = 0.48$ )

- ۲۰ (۱)      ۳۰ (۲)      ۲۴ (۳)      ۳۲ (۴)

-۱۱ اختلاف مقدار آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2x}$  در  $x = 2$  با مقدار آهنگ تغییر متوسط این تابع در

بازه  $[1, 4]$  برابر  $\frac{k}{8}$  است. مقدار  $k$  کدام است؟

- ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۶ (۴)

-۱۲ خط  $2x + y + 1 = 0$  در نقطه‌ای به طول  $-3$  بر نمودار تابع  $y = f(x)$  مماس است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{25 - f^2(x)}{x^2 + 27}$

کدام است؟

- $\frac{20}{27}$  (۱)       $\frac{10}{27}$  (۲)       $\frac{22}{27}$  (۳)       $\frac{11}{27}$  (۴)

۱۳- نمودار تابع  $f(x) = \frac{\tan x}{\sqrt{25-x^2}}$  چند خط مجانب قائم دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۴- معادله  $\tan 7x \cdot \tan 3x = -1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  دارای  $m$  جواب و معادله  $\cos 2x - 3 \sin x + 1 = 0$  در بازه

$[-2\pi, 2\pi]$  دارای  $n$  جواب است. حاصل  $3m + 4n$  کدام است؟

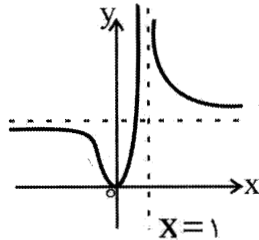
- (۱) ۳۰ (۲) ۳۵ (۳) ۴۰ (۴) ۴۵

۱۵- بیشترین مساحت مستطیلی که بین نمودار تابع  $f(x) = 4x - x^2$  و محور  $x$  ها، محصور است. چند برابر  $\frac{\sqrt{3}}{9}$  است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۲۸ (۳) ۳۲ (۴) ۱۶

۱۶- شکل زیر، نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^2 + ax}{x^2 + bx + c}$  است. حاصل  $a^2 + b^2 + c^2$  و  $f''(0)$  به ترتیب از راست به چپ

کدام است؟



- (۱) ۶ و ۲

- (۲) ۵ و ۲

- (۳) ۵ و ۰

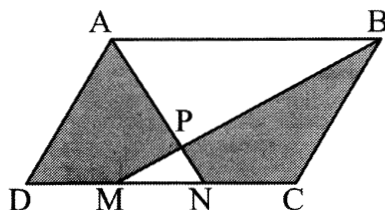
- (۴) ۶ و ۰

۱۷- نقاط ثابت  $B$  و  $C$  به فاصله ۲۰ واحد از یکدیگر در صفحه مفروض‌اند. چند نقطه مانند  $A$  در این صفحه وجود

دارد. به طوری که  $AB = 14$  و مساحت مثلث  $ABC$  برابر ۳۰ باشد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) صفر

۱۸- در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  مطابق شکل زیر،  $DM = MN = NC$  است. مساحت قسمت رنگی، چند برابر



مساحت مثلث  $MNP$  است؟

- (۱) ۷

- (۲) ۸

- (۳) ۱۴

- (۴) ۱۶

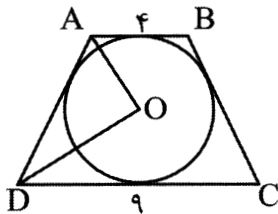
۱۹- در مثلث  $ABC$ ، دو میانه به اندازه‌های ۹ و ۶ برهم عمودند. طول میانه سوم مثلث کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{13}$  (۲)  $2\sqrt{14}$  (۳)  $3\sqrt{14}$  (۴)  $3\sqrt{13}$

۲۰- طول خط‌المركزین دو دایره مماس خارج  $10$  و اختلاف مساحت دو دایره  $80\pi$  است. اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{10}$  (۲)  $4\sqrt{3}$  (۳)  $7$  (۴)  $6$

۲۱- در شکل، ذوزنقه متساوی‌الساقین با قاعده‌های ۴ و ۹ بر دایره‌ای به مرکز  $O$  محیط شده است. حاصل ضرب  $OA \times OD$  کدام است؟



- (۱)  $19/5$   
(۲)  $22/75$   
(۳)  $26$   
(۴)  $13$

۲۲- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ،  $(\hat{A} = 90^\circ)$ ،  $\hat{C} = 30^\circ$  و  $AB = 2\sqrt{3}$  است. نقاط  $E$  و  $F$  به ترتیب روی اضلاع  $BC$  و  $AC$  به گونه‌ای قرار دارند که  $AC = 6AF$  و  $BC = 4CE$  است. طول  $EF$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{13}$  (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳)  $3\sqrt{2}$  (۴)  $\sqrt{15}$

۲۳- اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربعی وارون‌پذیر از مرتبه ۳ و  $5A + 8AB = 5B$  باشد، دترمینان ماتریس  $A^{-1} - B^{-1}$  کدام است؟

- (۱)  $4/096$  (۲)  $4/96$  (۳)  $4/016$  (۴)  $4/16$

۲۴- اگر  $\sqrt{3}A = \begin{bmatrix} |A|+2 & |A| \\ |A|-2 & |A|+3 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل ضرب تمام درایه‌های ماتریس  $A$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{8}$  (۲)  $\frac{7}{16}$  (۳)  $\frac{21}{16}$  (۴)  $\frac{21}{8}$

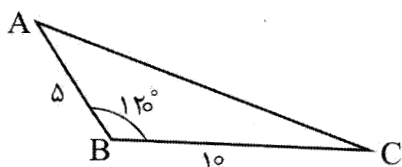
۲۵- اندازه قطرهای بزرگ و کوچک یک بیضی به مرکز نقطه  $O$  برابر با ۱۰ و ۸ است. دایره‌ای به مرکز نقطه  $O$  و به شعاع ۵ رسم می‌کنیم. اگر خطی که عمود بر محور کانونی بیضی از یکی از کانون‌ها می‌گذرد، بیضی و دایره را به ترتیب در نقاط  $P$  و  $Q$  قطع کند، آنگاه کمترین اندازه پاره خط  $PQ$  کدام است؟

- (۱)  $0/7$  (۲)  $0/9$  (۳)  $0/6$  (۴)  $0/8$

۲۶- دو دیش مخبراتی با ابعاد متفاوت مفروض‌اند. اگر قطر دهانه دیش دوم،  $\frac{1}{3}$  قطر دهانه دیش اول و عمق دیش اول نصف عمق دیش دوم باشد، آنگاه فاصله کانونی دیش اول چند برابر فاصله کانونی دیش دوم است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴)  $4/5$

۲۷- در شکل زیر، حاصل ضرب داخلی  $\vec{BA} \cdot \vec{AC}$  کدام است؟



- (۱) ۵۰  
(۲) -۵۰  
(۳) -۲۵  
(۴) ۲۵

۲۸- اگر حجم متوازی‌السطوح ساخته شده با سه بردار  $a$  و  $2b$  و  $3c$  برابر ۴۲ باشد، حجم متوازی‌السطوح ساخته شده با سه بردار  $\vec{a} + \vec{c}$  و  $\vec{b}$  و  $\vec{a} - \vec{c}$  کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۲۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۲۹- اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، آنگاه نقیض گزاره  $p \Leftrightarrow [ \sim p \wedge (p \Rightarrow q) ]$  کدام است؟

- (۱)  $p$  (۲)  $\sim p$  (۳) همواره درست (۴) همواره نادرست

۳۰- اگر در یک آزمایش تصادفی  $A$ ،  $B$  و  $C$  سه پیشامد دو به دو مستقل باشند به طوری که  $P(A) = \frac{2}{5}$ ،  $P(B) = \frac{1}{4}$

و  $P(C) = \frac{4}{7}$  آنگاه احتمال آن که حداکثر دو پیشامد از این سه پیشامد رخ دهد، چقدر است؟

- (۱)  $\frac{61}{70}$  (۲)  $\frac{67}{70}$  (۳)  $\frac{33}{35}$  (۴)  $\frac{31}{35}$

۳۱- با ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ عددی پنج رقمی بدون تکرار ارقام می‌نویسیم. اگر بدانیم که در این عدد رقم ۵ در سمت

راست رقم ۲ قرار دارد، احتمال آنکه این عدد مضرب ۵ باشد چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

۳۲- سه جعبه داریم. در جعبه اول ۷ مهره سفید و ۱۳ مهره سیاه، در جعبه دوم ۵ مهره سفید و ۱۵ مهره سیاه و در

جعبه سوم  $n$  مهره سفید و  $(20-n)$  مهره سیاه هست. یک جعبه به تصادف انتخاب می‌کنیم و یک مهره به

تصادف از آن بر می‌داریم. اگر احتمال انتخاب جعبه سوم پس از مشاهده سفید بودن این مهره برابر با  $\frac{3}{7}$  باشد

آنگاه تعداد مهره‌های سیاه جعبه سوم چند تا است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۳۳- بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین جامعه‌ای با استفاده از نمونه‌ای از آن جامعه به اندازه ۲۵، به صورت

$[12/6, 13/2]$  به دست آمده است. مجموع میانگین نمونه و انحراف معیار جامعه کدام است؟

- (۱)  $13/95$  (۲)  $13/85$  (۳)  $13/65$  (۴)  $13/75$

۳۴- اگر به ازای برخی از اعداد طبیعی مانند  $n$ ،  $d = (\Delta n^2 - 3n + 2, 2n + 1)$  و  $d \neq 1$  باشد آن گاه  $d$  کدام است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۹ (۳) ۲۳ (۴) ۱۳

۳۵- به ازای هر عدد طبیعی  $n$ ، عدد  $17^n - 11^n - 28^n$  بر  $m$  بخش پذیر است. اگر  $m$  بزرگترین عدد طبیعی ممکن

باشد، آنگاه باقی‌مانده تقسیم عدد  $(195 - m)!$  بر ۱۱ چقدر است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۱

۳۶- اگر عدد  $a + 7^{11}$  بر ۱۳ بخش پذیر باشد، آنگاه باقی‌مانده تقسیم عدد  $a^{11} + 7$  بر ۱۳ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) صفر

۳۷- گراف ساده  $G$  با مجموعه رأس‌های  $V = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ ، گرافی ۲- منتظم و ناهمبند است. این گراف

چند  $\gamma$ - مجموعه متمایز دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۸

۳۸- در یک کارگاه ریسندگی، سه کارگر به نام‌های  $a$ ،  $b$  و  $c$  می‌خواهند در سه روز شنبه، یکشنبه و دوشنبه روی سه دستگاه  $A$ ،  $B$  و  $C$  با سه نوع الیاف ۱، ۲ و ۳ کار کنند، به طوری که در روزهای مختلف هر کارگر با هر نوع دستگاه و هر نوع الیاف دقیقاً یک‌بار کار کرده باشد و نیز هر الیاف در هر دستگاه دقیقاً یک‌بار به کار گرفته شود. اگر برنامه کارگرها مطابق جدول زیر باشد، آنگاه به چند روش مختلف می‌توان برای الیاف برنامه‌ریزی کرد؟

	A	B	C
شنبه	a	b	c
یکشنبه	b	c	a
دوشنبه	c	a	b

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۶

۳۹- ۶ کبوتر به چند طریق می‌توانند در ۳ لانه بنشینند، به طوری که تعداد کبوترهای هیچ لانه‌ای برابر با ۱ نباشد؟

(۴) ۱۴

(۳) ۱۳

(۲) ۸

(۱) ۷

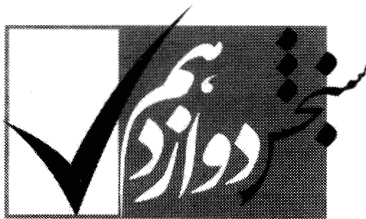
۴۰- در یک جعبه ۷ کارت به شماره‌های ۱ تا ۷ هست. از این جعبه ۴ کارت به تصادف بر می‌داریم و با کنار هم قرار دادن آن‌ها عددی چهار رقمی می‌سازیم، به طوری که ارقام این عدد از چپ به راست به ترتیب نزولی باشند. این آزمایش را حداقل چند بار تکرار کنیم تا مطمئن باشیم که دست کم دوبار اعداد ساخته شده، یکسان هستند؟

(۴) ۵۰

(۳) ۳۷

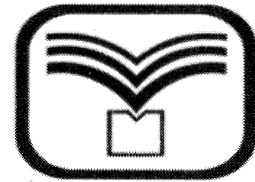
(۲) ۴۹

(۱) ۳۶



آزمون ۱۳ از ۱۴

دفترچه شماره ۲ از ۲



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان بنیاد آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می‌شود.  
امام خمینی (ره)

نام:

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

صبح جمعه  
۱۴۰۲/۰۳/۰۵

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم  
جامع نوبت سوم

## آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

۴۱- کمیت‌های «تکانه - شدت جریان - جابه‌جایی - مسافت طی شده» به ترتیب چه نوع کمیت‌هایی هستند؟

- (۱) برداری - عددی - برداری - عددی  
 (۲) برداری - برداری - برداری - برداری  
 (۳) عددی - عددی - برداری - برداری  
 (۴) عددی - عددی - برداری - عددی

۴۲- چه تعداد از جملات زیر درست است؟

الف) در حرکت بر روی محور  $x$ ، مکان متحرک  $x$  و سرعت لحظه‌ای متحرک  $v$  است، در مدتی که  $v \times x < 0$  است، متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است.

ب) در معادله مکان - زمان  $x = \sin \frac{\pi}{3} t$  در SI، مسیر حرکت متحرک، پاره‌خطی به طول  $2m$  است.

پ) اگر در حرکت بر خط راست، در بازه زمانی معین تندی متوسط بیش از اندازه سرعت متوسط باشد، حداقل در یک لحظه سرعت صفر شده است.

ت) متحرکی که روی محور  $x$  با سرعت ثابت حرکت می‌کند در لحظه  $t_1$  در مکان  $+3m$  و در لحظات  $t_2$  و  $t_3$  در مکان‌های  $+10m$  و  $+30m$  باشد، در تمام این مدت بردار مکان متحرک در جهت  $+x$  بوده است.

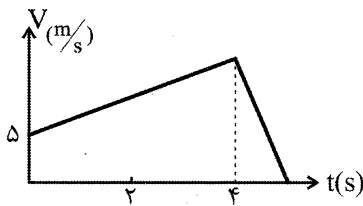
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۳- متحرکی قسمتی از مسیر مستقیم  $AB$  را با سرعت  $4 \frac{m}{s}$  و قسمت دیگر را با سرعت  $6 \frac{m}{s}$  طی می‌کند. اگر زمان کل حرکت  $8$  ثانیه باشد و طول  $AB$ ،  $38$  متر باشد. متحرک با سرعت  $6 \frac{m}{s}$ ، چه مسافتی را طی کرده است؟

کل حرکت  $8$  ثانیه باشد و طول  $AB$ ،  $38$  متر باشد. متحرک با سرعت  $6 \frac{m}{s}$ ، چه مسافتی را طی کرده است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۳۰

۴۴- نمودار سرعت - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. اگر بزرگی شتاب حرکت در قسمت اول و دوم حرکت، به ترتیب  $2/5$  و  $7/5$  متر بر ثانیه باشد، جابه‌جایی متحرک چند متر است؟



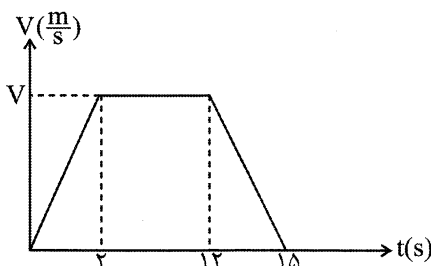
- (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۵۵ (۴) ۶۰

۴۵- از ارتفاع  $300$  متری تا سطح زمین، گلوله  $A$  در شرایط خلأ رها می‌شود و  $2$  ثانیه بعد از همان نقطه گلوله  $B$  را در شرایط

خلأ رها می‌کنیم. فاصله دو گلوله از یکدیگر  $3/5$  ثانیه پس از رها شدن  $B$ ، چند متر می‌شود؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

- (۱) ۷۵ (۲) ۹۰ (۳) ۱۰۵ (۴) ۱۲۰

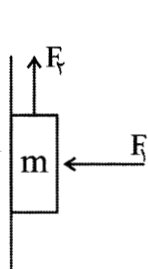
۴۶- نمودار سرعت - زمان یک آسانسور مطابق شکل زیر است. شخصی به جرم  $75kg$  در آسانسور از طبقه همکف به طبقه  $19$  می‌رود در حالیکه روی ترازوی فنری ایستاده است. اگر اختلاف بیشترین و کمترین اعداد ترازو  $375N$  باشد، حداکثر



تندی آسانسور چند متر بر ثانیه بوده است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۴۷- در شکل زیر جسم با جرم  $5\text{kg}$  با نیروی افقی  $F_1 = 50\text{N}$  و نیروی قائم  $F_2$  به دیوار تکیه کرده و ثابت مانده است. ضریب



اصطکاک ایستایی جسم با دیوار  $0.4$  است. کدام گزینه نمی‌تواند مقدار نیروی  $F_2$  باشد؟  $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

- (۱) ۳۰
- (۲) ۵۰
- (۳) ۷۰
- (۴) ۸۰

۴۸- چه تعداد از موارد زیر نوسان دوره‌ای است؟

- (الف) طناب زدن شخصی با دوره ثابت یک ثانیه
- (ب) نوار قلب یک انسان سالم
- (پ) عبور ستاره دنباله‌دار هالی در هر ۷۴ سال از مقابل زمین
- (ت) تاب‌سواری یک کودک در پارک با دامنه کم
- (ث) گردش ماه به دور زمین

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۴۹- نیروی  $F$  به جسمی به جرم  $m$  در مدت  $t$  اثر کرده و سرعت آن را به اندازه  $V$  تغییر می‌دهد، چه نیرویی به جرم

$2m$  اثر کند تا در همان مدت سرعت آن را به اندازه  $2V$  تغییر دهد؟

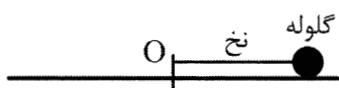
- (۱)  $6F$
- (۲)  $4F$
- (۳)  $3F$
- (۴)  $2F$

۵۰- ذره‌ای به جرم  $m$  با سرعت ثابت  $V$  بر مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند، تغییر تکانه آن در مدت  $\frac{1}{4}$  زمان تناوب کدام

است؟

- (۱)  $2mV$
- (۲)  $mV$
- (۳)  $\sqrt{2}mV$
- (۴) صفر

۵۱- گلوله‌ای روی سطح افقی بدون اصطکاک مطابق شکل زیر حول نقطه  $O$  دوران می‌کند. اگر طول نخ نصف و دوره حرکت دو برابر شود، نیروی کشش نخ چند برابر حالت اول می‌شود؟



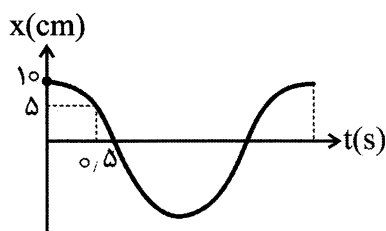
- (۱)  $\frac{1}{8}$
- (۲)  $\frac{1}{4}$
- (۳)  $\frac{1}{2}$
- (۴) ۱

۵۲- جسمی به جرم  $4$  کیلوگرم از بالای سطح شیب‌داری که زاویه شیب آن  $30^\circ$  است رها می‌شود و پس از طی  $2.5$

متر روی سطح شیب‌دار، سرعتش به  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  می‌رسد. کار نیروی اصطکاک سطح چند ژول است؟  $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

- (۱)  $7/2$
- (۲) ۱۸
- (۳) ۳۳
- (۴) ۸۲

۵۳- نمودار مکان- زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. در لحظه  $t_1 = \frac{9}{8} s$  مکان نوسانگر بر حسب



سانتی‌متر کدام است؟

- (۱)  $5\sqrt{2}$
- (۲)  $5\sqrt{3}$
- (۳)  $-5\sqrt{2}$
- (۴)  $-5\sqrt{3}$

۵۴- توان مصرفی یک موتور الکتریکی ۴۰۰ وات و بازده ۷۵٪، در هر دقیقه چند کیلوژول انرژی الکتریکی در آن به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود؟

- (۱)  $1/44$
- (۲) ۴
- (۳)  $4/32$
- (۴) ۶

۵۵- سرعت نوسانگری در حرکت هماهنگ ساده روی پاره‌خطی به طول ۱۰ cm در هر دقیقه ۳۰ مرتبه صفر می‌شود.

اندازه شتاب نوسانگر در فاصله ۲ cm تا انتهای مسیر چند سانتی‌متر بر مربع ثانیه است؟ ( $\pi^2 = 10$ )

- (۱) ۱
- (۲)  $2/5$
- (۳) ۵
- (۴)  $7/5$

۵۶-  $M_1$  گرم آب  $18^\circ C$  را با  $M_2$  گرم آب  $26^\circ C$  مخلوط می‌کنیم تا ۲۰۰ گرم آب  $20^\circ C$  داشته باشیم؛  $M_1$  و  $M_2$  به ترتیب کدام‌اند؟

- (۱) ۸۰ و ۱۲۰
- (۲) ۱۰۰ و ۱۰۰
- (۳) ۵۰ و ۱۵۰
- (۴) ۱۵۰ و ۵۰

۵۷- به انتهای تیر فولادی به طول ۳۶m با چکش ضربه‌ای نواخته می‌شود. شخصی که در ابتدای این تیر افقی ایستاده با اختلاف زمانی ۰/۱s دو صدا را دریافت می‌کند. اگر تندی انتشار صوت در فولاد، ۱۵ برابر تندی انتشار صوت در هوا باشد، تندی انتشار صوت در هوا چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

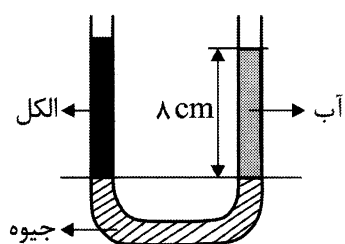
- (۱) ۳۳۰
- (۲) ۳۳۳
- (۳) ۳۳۶
- (۴) ۳۴۰

۵۸- یک ورقه فلزی به شکل مربع با طول ضلع ۰/۵ متر را ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد، گرم‌تر می‌کنیم. اگر ضریب انبساط

خطی فلز  $2 \times 10^{-5} / ^\circ C$  باشد، افزایش نسبی سطح آن کدام است؟

- (۱)  $5 \times 10^{-4}$
- (۲)  $10^{-4}$
- (۳)  $4 \times 10^{-5}$
- (۴)  $4 \times 10^{-3}$

۵۹- در یک لوله توسط جیوه، آب و الکل از یکدیگر جدا شده‌اند، اگر چگالی آب و الکل به ترتیب  $\frac{1000}{m^3} kg$  و



$\frac{gr}{cm^3}$  باشد؛ ارتفاع الکل نسبت به ارتفاع آب کدام است؟

- (۱) ۱/۵
- (۲) ۱/۷۵
- (۳) ۲
- (۴) ۱/۲۵

۶۰- توان صوتی یک اسپیکر کروی  $1/5 W$  است. در فاصله  $50$  متری از این اسپیکر، تراز شدت صوت چند دسی بل

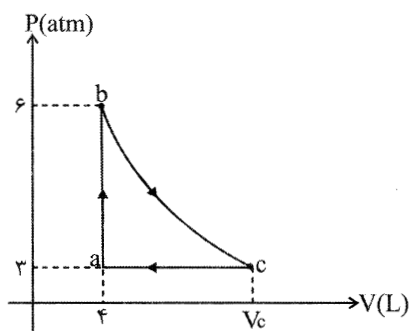
است؟ (جذب انرژی صوتی در هوا ناچیز است و  $\log 2 = 0.3$  و  $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$  و  $\pi \approx 3$ )

- ۷۷ (۱)                      ۶۶ (۲)                      ۵۵ (۳)                      ۴۴ (۴)

۶۱- پرتوی الکترومغناطیسی به صورت برونسو در حال انتشار است. در لحظه‌ای که میدان الکتریکی بیشینه و رو به بالاست، میدان مغناطیسی:

- (۱) صفر است.                      (۲) بیشینه و رو به بالا است.  
(۳) بیشینه و به سمت راست است.                      (۴) بیشینه و به سمت چپ است.

۶۲- چرخه ترمودینامیکی یک ماشین گرمایی برای مقداری گاز رقیق آرمانی به صورت زیر است و فرآیند  $bc$  همدمای است. اگر در طی فرآیند هم حجم  $1800 J$  گرما در هر چرخه داده شود میزان گرمایی که در هر چرخه به محیط داده می‌شود، چند ژول است؟



- ۱۲۰۰ (۱)  
-۱۸۰۰ (۲)  
۲۴۰۰ (۳)  
-۳۰۰۰ (۴)

۶۳- یک حباب هوا از کف دریاچه‌ای با دمای  $7^\circ C$  به سطح آب با دمای  $27^\circ C$  رسیده و حجمش  $6$  برابر می‌شود.

عمق دریاچه در این محل چند متر است؟ ( $P_0 = 100 kPa$  ,  $g = 10 \frac{N}{kg}$  ,  $\rho = 1 \frac{g}{cm^3}$  آب)

- ۳۴ (۱)                      ۴۰ (۲)                      ۴۶ (۳)                      ۵۰ (۴)

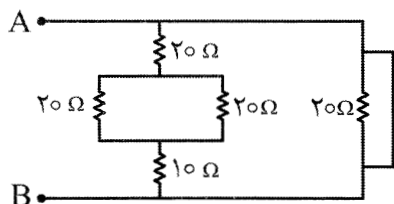
۶۴- بار الکتریکی برابر  $2$  کولن، وقتی از نقطه  $A$  به نقطه  $B$  می‌رود؛ انرژی جنبشی آن  $8$  ژول افزایش می‌یابد. اختلاف پتانسیل این دو نقطه چند ولت است؟

- ۱۶ (۱)                       $\frac{1}{4}$  (۲)                      ۴ (۳)                      ۱۰ (۴)

۶۵- خازنی با اختلاف پتانسیل  $V$  پر شده است. اگر در اثر تخلیه، بار الکتریکی آن نصف شود، نسبت انرژی خازن در این حالت به انرژی اولیه خازن کدام است؟

- $\frac{1}{2}$  (۱)                       $\frac{1}{4}$  (۲)                       $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)                       $\sqrt{2}$  (۴)

۶۶- مقدار مقاومت معادل بین دو نقطه  $A$  و  $B$  در شکل مدار داده شده چند اهم است؟

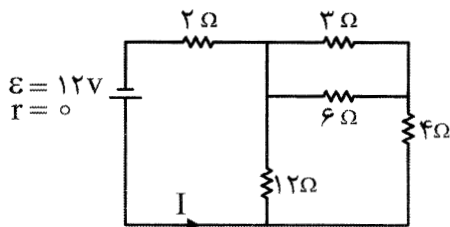


- ۴۰ (۱)  
۲۰ (۲)  
۱۳ (۳)  
صفر (۴)

۶۷- یک دستگاهی به راندمان ۸۰٪ در مدت ۵ ساعت با جریان ۴ آمپر پر می‌شود. این دستگاه در مدت ۱۰ ساعت با چه شدت جریانی بر حسب آمپر، تخلیه می‌شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱/۶ (۴) ۳/۲

۶۸- در مدار شکل داده شده، شدت جریان I چند آمپر است؟



(۱) ۲

(۲) ۱۲/۷

(۳) ۱۲/۸

(۴) ۱۲/۲۱

۶۹- سیم نازک و بلندی را به شکل سیملوله‌ای به قطر ۱۰ سانتی‌متر و طول ۴۰ سانتی‌متر در آورده و جریانی به شدت ۰/۲A از آن عبور می‌دهیم. بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله  $6\pi \times 10^{-5}$  تسلا می‌شود. طول سیم چند

متر است؟  $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{Tm}{A})$

- (۱) ۸۳/۲ (۲) ۶۲/۸ (۳) ۹۴/۲ (۴) ۱۲۵/۶

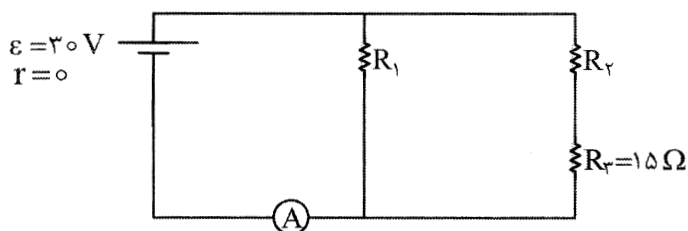
۷۰- علت ایجاد نیروی محرکه القایی، در یک سیملوله در کدام گزینه به درستی بیان شده است؟

- (۱) عبور جریان الکتریکی و شکل هندسی سیملوله  
(۲) عبور جریان الکتریکی از سیملوله  
(۳) عبور شار مغناطیسی از سیملوله  
(۴) تغییر شار مغناطیسی در سیملوله

۷۱- ذره بارداری با سرعت V در میدان مغناطیسی یکنواخت عمود بر خطوط میدان مغناطیسی پرتاب می‌کنیم. مسیر حرکت آن چگونه خواهد بود و تندی ذره چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) خط راست با تندی ثابت  
(۲) کمانی از دایره با تندی ثابت  
(۳) سهمی با تندی متغیر  
(۴) خط راست یا کمانی از دایره با تندی متغیر

۷۲- در مدار زیر توان مصرفی مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  و  $R_3$  برابر است. جریان عبوری از آمپرسنج آرمانی چند آمپر است؟



(۱) ۱

(۲) ۱/۵

(۳) ۲

(۴) ۲/۵

۷۳- در اتم هیدروژن برانگیخته، طول موج خط سوم مرئی چند برابر کوتاه‌ترین طول موج فرورسرخ است؟

- (۱) ۱۰۰/۱۸۹ (۲) ۲۵/۱۰۸ (۳) ۴/۵ (۴) ۳/۷

۷۴- در هستهٔ یک عنصر، جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهندهٔ هسته،  $0.022u$  بیشتر از جرم خود هسته است و هر واحد جرم اتمی ( $u$ ) معادل  $1.66 \times 10^{-27}$  کیلوگرم است. انرژی بستگی هسته‌ای این عنصر چند ژول است؟

$$(C = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$$

$$1/494 \times 10^{-10} \quad (2) \qquad 2/988 \times 10^{-13} \quad (1)$$

$$1/8 \times 10^{-14} \quad (4) \qquad 7/47 \times 10^{-8} \quad (3)$$

۷۵- شدت دو صوت ۱۰۰ و ۵۰۰ میکرووات بر سانتی‌مترمربع است؛ تراز شدت صدای بلندتر، چند دسی‌بل بیشتر از تراز شدت صوت دیگر است؟ ( $\log 2 = 0.3$ )

$$7 \quad (4) \qquad 3 \quad (3) \qquad 0.7 \quad (2) \qquad 0.3 \quad (1)$$

شیمی

۷۶- عنصر X دارای سه ایزوتوپ با نسبت فراوانی ۱ به ۴ به ۱۰ به عدد جرمی ۱۸، ۲۰ و ۲۳ است (به ترتیب از راست به چپ) جرم اتمی میانگین این عنصر کدام است و اگر این عنصر دارای ۹ پروتون در هسته خود باشد، کدام گزینه دربارهٔ آن درست است؟

- (۱) ۲۱/۲۵، با عنصر  $11A$  هم‌دوره است.  
 (۲) ۲۱/۲۵، با عنصر  $17Z$  هم‌گروه است.  
 (۳) ۲۱/۸۶، با عنصر  $17Z$  هم‌گروه است.  
 (۴) ۲۱/۸۶، عنصر  $11A$  هم‌دوره است.

۷۷- با توجه به جدول زیر، داده‌های کدام ستون دربارهٔ گونهٔ داده‌شده، درست بیان شده است؟

عنصر	ویژگی
$28A$ $13A$	$31Z^{2-}$ $15Z^{2-}$
$81X$ $35X$	$81M^+$ $37M^+$
شماره گروه	۲
$n+e$	۸۱
شمار الکترون با $n+l=5$	۱۸
نوع اکسید	قلیایی

$$Z^{2-} \quad (2) \qquad M^+ \quad (1)$$

$$A \quad (4) \qquad X \quad (3)$$

۷۸- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- در حالت برانگیخته، آرایش الکترونی اتم‌ها، از اصل آفبا پیروی می‌کند.
- در ایجاد طیف نشری خطی اتم هیدروژن، الکترون‌های برانگیخته همواره به لایهٔ  $n=1$  برمی‌گردند.
- در فلزهای واسطه، شمار الکترون‌های دولایه بیرونی اتم، به‌عنوان ظرفیت در نظر گرفته می‌شود.
- در طیف نشری خطی اتم هیدروژن، طول موج نوارهای رنگی ایجاد شده، با افزایش اختلاف شمارهٔ لایه‌های درگیر در انتقال، افزایش می‌یابد.
- هرچه الکترون از هسته دورتر باشد، انرژی آزاد شده حاصل از فرستادن آن، به لایه‌های بالاتر کمتر است.

$$2 \quad (2) \qquad 3 \quad (1)$$

$$\text{صفر} \quad (4) \qquad 1 \quad (3)$$

۷۹- در کدام ترکیب، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی کمتر است؟

- (۱)  $\text{SiBr}_4$  (۲)  $\text{HCN}$   
(۳)  $\text{N}_2\text{O}$  (۴)  $\text{PF}_3$

۸۰- برای اندازه‌گیری آمینواسید  $\text{C}_6\text{H}_5\text{CHNH}_2\text{COOH}$  در  $0.5\text{g}$  از یک حلال آلی، این محلول را به‌طور کامل سوزانده و مقدار  $\text{N}_2$  به‌دست آمده  $2.8 \times 10^{-3}$  گرم بوده است. درصد جرمی آمینواسید در محلول کدام است؟

$$(C = 12, H = 1, N = 14, O = 16: \text{g.mol}^{-1})$$

- (۱)  $2.68$  (۲)  $5.33$   
(۳)  $6.04$  (۴)  $7.12$

۸۱- نام چند ترکیب شیمیایی زیر درست است؟

- \*  $\text{SCO}$  : کربونیل سیانید  
\*  $\text{C}_2\text{F}_4$  : تفلون  
\*  $\text{CBr}_4$  : کربن برمید  
\*  $\text{AgNO}_3$  : نقره نیترات  
\*  $\text{Fe(OH)}_3$  : آهن (III) هیدروکسید  
\*  $\text{C}_2\text{H}_4\text{Br}_2$  : دی برمواتن
- (۱) ۱ (۲) ۲  
(۳) ۳ (۴) ۴

۸۲- ۷٪ از حجم گاز طبیعی (شامل متان و هلیوم) در شرایط استاندارد را، هلیوم تشکیل می‌دهد. درصد جرمی این گاز

$$\text{کدام است؟ } (He = 4, C = 12, H = 1: \text{g.mol}^{-1})$$

- (۱)  $1.85$  (۲)  $3.60$   
(۳)  $5.2$  (۴)  $7.8$

۸۳- چگالی بخار گاز اتانول خالص در شرایطی که حجم مولی گازها برابر  $30$  لیتر است، چند  $\text{g.L}^{-1}$  است؟

$$(C = 12, H = 1, O = 16: \text{g.mol}^{-1})$$

- (۱)  $1.38$  (۲)  $1.42$   
(۳)  $1.53$  (۴)  $1.66$

۸۴- شمار اتم‌های کدام عنصر در فرمول شیمیایی آمونیوم فسفات، از تعداد اتم‌های اکسیژن در فرمول شیمیایی ترفتالیک اسید بیشتر است و چند پیوند کووالانسی در میان اتم‌های عنصرهای واحد فرمول شیمیایی این ترکیب

وجود دارد؟

- (۱)  $8, N$  (۲)  $8, H$   
(۳)  $16, N$  (۴)  $16, H$

۸۵- در صنعت، محلول غلیظ  $\text{HCl}$  به غلظت ۳۷٪، با چگالی  $1.6 \text{g.mL}^{-1}$  تهیه و استفاده می‌شود. برای تهیه هر لیتر

از این محلول، به‌تقریب چند لیتر  $\text{HCl(g)}$  در شرایط  $\text{STP}$ ، لازم است؟  $(Cl = 35.5, H = 1: \text{g.mol}^{-1})$

- (۱)  $285$  (۲)  $363$   
(۳)  $412$  (۴)  $475$

۸۶- محلول ۱٪ جرمی از صابون  $\text{C}_{12}\text{H}_{25}\text{COONa}$  تهیه شده است  $(d = 1 \text{g.mL}^{-1})$ . غلظت مولار سدیم در این

محلول به‌تقریب کدام است؟  $(C = 12, H = 1, O = 16, Na = 23: \text{g.mol}^{-1})$

- (۱)  $4.2 \times 10^{-3}$  (۲)  $6.7 \times 10^{-3}$   
(۳)  $4.2 \times 10^{-2}$  (۴)  $6.7 \times 10^{-2}$

۸۷- ۰/۵ گرم از اکسید پتاسیم ناخالص (مخلوط با  $\text{SiO}_2$ ) را در ۲۰۰mL آب مقطر حل کرده‌اند. اگر pH محلول

برابر ۱۲ باشد، درصد خلوص نمونه، کدام است؟ ( $\text{O} = ۱۶, \text{K} = ۳۹, \text{H} = ۱: \text{g.mol}^{-1}$ )

- (۱) ۱۱/۲  
(۲) ۱۸/۸  
(۳) ۲۷/۶  
(۴) ۳۱/۴

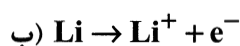
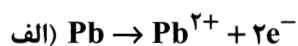
۸۸- برای خنثی کردن ۵۰۰mL محلول ۲۰۰ppm از هیدروکلریک اسید ( $d = ۱\text{g.mL}^{-1}$ )، به تقریب چند گرم

منیزیم هیدروکسید لازم است؟ ( $\text{H} = ۱, \text{Cl} = ۳۵/۵, \text{Mg} = ۲۴, \text{O} = ۱۶: \text{g.mol}^{-1}$ )

- (۱) ۰/۰۱  
(۲) ۰/۰۲  
(۳) ۰/۰۴  
(۴) ۰/۰۸

۸۹- با توجه به واکنش‌های داده شده، مقدار الکترون جابه‌جا شده در یک باتری سربی با جرم ۲kg را می‌توان از واکنش

چند گرم لیتیم در باتری‌های لیتیومی به دست آورد؟ ( $\text{pb} = ۲۰۷, \text{Li} = ۷: \text{g.mol}^{-1}$ )



- (۱) ۱۳۵/۳  
(۲) ۲۷۰/۲  
(۳) ۳۲۰  
(۴) ۶۴۰

۹۰- از یک سلول سوختی به عنوان منبع الکتریسیته در آبکاری نیکل استفاده می‌شود. برای آبکاری ۲۰۰g نیکل، به تقریب چند لیتر  $\text{O}_2$  در شرایط STP باید در این سلول واکنش دهد؟ (بازده کل فرآیند را ۷۰% در نظر

بگیرید، ( $\text{Ni} = ۵۹: \text{g.mol}^{-1}$ )

- (۱) ۳۶/۷  
(۲) ۵۴/۲  
(۳) ۱۱۲  
(۴) ۲۱۷

۹۱- چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ برقکافت آب، درست است؟

- در یک سلول الکترولیتی انجام می‌شود.
- واکنش در آن با اکسایش اکسیژن همراه است.
- pH اطراف قطب آند، کمتر می‌شود.
- حجم گاز تولید شده (در شرایط یکسان) در آند و کاتد، برابر است.
- فرآورده آندی و کاتدی آن، به ترتیب در آند و کاتد نوعی سلول سوختی، قابل استفاده است.

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

۹۲- جمع جبری تغییر عدد اکسایش اتم‌های کربن در سوختن کامل اتانول، کدام است؟

- (۱) ۸  
(۲) ۱۰  
(۳) ۱۲  
(۴) ۱۴

۹۳- چند مورد از عبارتهای زیر، نادرست است؟

- مقاومت کششی گرافن، حدود صد برابر فولاد است.
- کربونیل سولفید همانند کربن دی سولفید، ناقطبی است.
- گرافن را می توان کربن خالص در نظر گرفت.
- کلروفرم همانند آمونیاک قطبی است.

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۹۴- برای تبدیل ۲۰ mL محلول وانادیم(V) با غلظت  $3 \times 10^{-4}$  مول بر لیتر به محلول وانادیم(II)، به تقریب چند

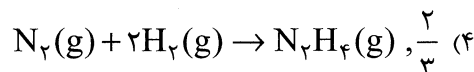
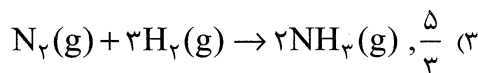
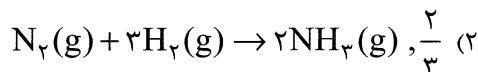
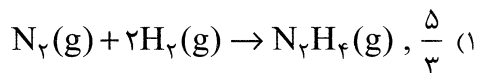
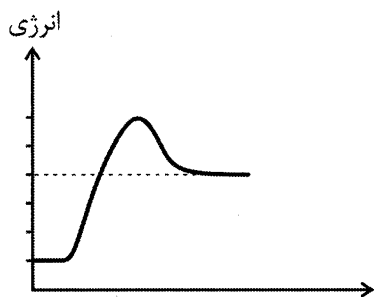
mg از Zn با خلوص ۷۵٪ لازم است؟ (بازده درصدی واکنش را ۸۵٪ در نظر بگیرید  $Zn = 65 \text{ g.mol}^{-1}$ )

۶/۵ (۱) ۷/۸ (۲)

۹/۲ (۳) ۱۵/۶ (۴)

۹۵- با توجه به نمودار مقابل، انرژی فعال سازی واکنش، چند برابر  $\Delta H$  آن است، و می تواند مربوط به انجام کدام

واکنش باشد؟



۹۶- ۰/۰۱۵ مول از یک اسید ضعیف HA در یک لیتر آب مقطر حل شده است. اگر pH محلول پس از این انحلال در

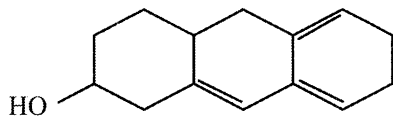
۶ ثابت باقی بماند، مقدار  $K_a$  اسید، کدام است؟

۶/۶  $\times 10^{-11}$  (۱) ۶/۶  $\times 10^{-6}$  (۲)

۳/۳  $\times 10^{-11}$  (۳) ۳/۳  $\times 10^{-6}$  (۴)

۹۷- چند مورد از مطالب زیر، درباره ترکیب داده شده درست است؟

(O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱, Br = ۸۰: g.mol<sup>-1</sup>)



• برخلاف صابون، ناقطبی بوده و گروه عاملی کربوکسیل دارد.

• برای سوختن هر مول از آن ۱۸ مول اکسیژن لازم است.

• نسبت C به H در آن با نسبت C به H در پروپن یکسان است.

• با یک مول برم مایع واکنش داده و فرآورده با جرم مولی ۳ برابر ماده اولیه تولید می کند.

• تنوع اعداد اکسایش اتم های کربن، در آن، و در ترکیب ۲- متیل بوتان برابر است.

۴ (۱) ۱ (۲)

۲ (۳) ۳ (۴)

۹۸- نام درست ترکیب مقابل کدام است و با کدام آلکان، فرمول مولکولی یکسان دارد؟  $\text{CH}(\text{C}_7\text{H}_5)_3$

(۱) ۳-اتیل پنتان، ۲-متیل هگزان (۲) ۳، ۳-دی اتیل پنتان، ۲-متیل اوکتان

(۳) ۳-اتیل پنتان، ۲-متیل اوکتان (۴) ۳، ۳-دی اتیل پنتان، ۲-متیل هگزان

۹۹- ۱ لیتر گاز ۱-هگزن در شرایط STP با مقدار کافی از آب و اسید مخلوط شده است. جرم الکل به وجود آمده با

بازده ۹۰٪، به تقریب کدام است؟ ( $\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )

(۱) ۳/۱ (۲) ۳/۵

(۳) ۴/۵ (۴) ۴/۱

۱۰۰- انرژی آزادشده از سوختن ۱ مول از اتان، دمای ۲۰ کیلوگرم آب را به تقریب چند درجه بالاتر می‌برد؟

( $\text{C}_2\text{H}_6 = 47.2 \text{J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )

O-H	C=O	O=O	C-C	C-H	پیوند
۴۶۷	۷۴۵	۴۹۵	۳۴۷	۴۱۳	انرژی پیوند ( $\text{kJ.mol}^{-1}$ )

(۱) ۶/۲ (۲) ۹/۴

(۳) ۱۴/۶ (۴) ۲۵/۸

۱۰۱- در یک واکنش استری شدن بین اتانول و استیک اسید، در مدت ۸۰ دقیقه، ۴۵ گرم استر تولید شده است.

سرعت تولید استر به تقریب چند مول بر ثانیه است؟ ( $\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )

(۱)  $6.2 \times 10^{-3}$  (۲)  $6.2 \times 10^{-4}$

(۳)  $1.1 \times 10^{-4}$  (۴)  $1.1 \times 10^{-3}$

۱۰۲- با توجه به واکنش  $3\text{A}(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{X}(\text{g}) + 4\text{Z}(\text{g})$  در یک ظرف دربسته ۲ لیتری و نمودار مصرف A نسبت به

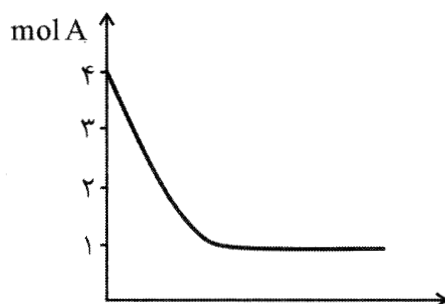
زمان، مقدار K در این واکنش چند  $\text{mol}^3.\text{L}^{-3}$  است؟

(۱) ۶۴

(۲) ۱۲۸

(۳) ۶/۴

(۴) ۱۲/۸



۱۰۳- چند مورد از مطالب زیر درباره پلی پروپن درست است؟

- در ساخت کیسه خون به کار می‌رود.
- واکنش تهیه آن از پروپن، همراه با کاهش حجم مولی مواد است.
- مونومر آن شامل یک پیوند دوگانه  $\text{C} = \text{O}$  است.
- زنجیر طولانی از اتم‌های C است که به صورت یک در میان، شاخه جانبی دارند.
- می‌توان برای حفظ محیط زیست آن را با پلی لاکتیک اسید جایگزین کرد.

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۴- غلظت محلول سیرشده ۱- بوتانول در شرایط معین ۱/۱ مول بر لیتر است ( $d = 1 \text{ g.mL}^{-1}$ ). انحلال پذیری این ماده در این شرایط چند  $\text{g}/100 \text{ gH}_2\text{O}$  است؟

۱۰/۲۵ (۲)

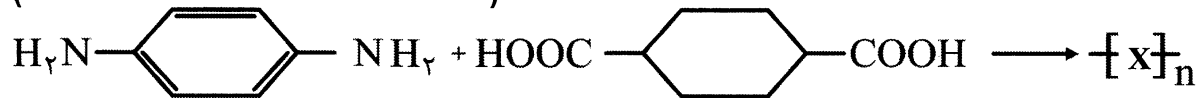
۸/۸۶ (۱)

۱۴/۴۴ (۴)

۱۲/۳۸ (۳)

۱۰۵- با توجه به واکنش زیر، جرم مولی هر واحد تکرارشونده از پلیمر زیر (X)، کدام است؟

( $\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$ )



۲۳۸ (۲)

۲۳۶ (۱)

۲۴۴ (۴)

۲۴۰ (۳)



آزمون ۱۳ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.  
امام خمینی (ره)

**پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی  
سنجش دوازدهم - جامع نوبت سوم  
(۱۴۰۲/۰۳/۰۵)**

**علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)**

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

**[www.sanjeshserv.ir](http://www.sanjeshserv.ir)**

**مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی**

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها، آدرس پست الکترونیکی [test@sanjeshserv.com](mailto:test@sanjeshserv.com) معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



**کانال تلگرام آزمون‌های آزمایشی سنجش @sanjesheducationgroup**

ویژه پایه دوازدهم

ریاضیات

۱. گزینه ۱ درست است.

$$A = \sqrt[3]{2^2 \sqrt{2^5} \times 2^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[3]{2^2 \times \sqrt{2^{\frac{13}{2}}}} = \sqrt[3]{2^2 \times 2^{\frac{13}{4}}} = \sqrt[3]{2^{\frac{21}{4}}} = 2^{\frac{7}{4}}$$

$$B = (2 - \sqrt{3})^{-1}$$

$$\begin{aligned} \text{سؤال عبارت} &= (\sqrt{3} + 1)A^{\frac{2}{7}} \times B^{-\frac{1}{2}} = (\sqrt{3} + 1) \times 2^{\frac{1}{2}} \times (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} \\ &= (\sqrt{3} + 1)\sqrt{2}\sqrt{2 - \sqrt{3}} = (\sqrt{3} + 1)\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = (\sqrt{3} + 1)\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} \\ &= (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) = 3 - 1 = 2 \end{aligned}$$

۲. گزینه ۴ درست است.

دنباله حسابی:  $a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots, a_1 + (n-1)d$

$$\left. \begin{aligned} \text{مجموع ۳ جمله اول} &= 3a_1 + 3d = 3 \\ \text{مجموع ۳ جمله دوم} &= 3a_1 + 12d = 39 \end{aligned} \right\} \rightarrow a_1 = -3, d = 4 \Rightarrow a_n = 4n - 7$$

با کمی دقت در الگوی شکل، جمله عمومی آن  $t_n = n^2 + 4n$  به دست می آید. (به صفحه ۱۷ و ۱۸ کتاب درسی ریاضی (۱) مراجعه کنید.) یازدهمین جمله  $t_{11} = 11^2 + 4(11) = 165$  است. بنابراین:

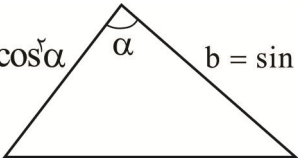
$$4n - 7 = 165 \Rightarrow n = 43$$

۳. گزینه ۲ درست است.

$$\text{شیب خط} = \tan \alpha \rightarrow \frac{3}{4} = \tan \alpha \rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \quad (1)$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \sin^2 \alpha + \frac{16}{25} = 1 \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{9}{25} \quad (2)$$



$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} a \times b \times \sin \alpha$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cos^2 \alpha \times \sin \alpha \times \sin \alpha$$

$$\text{مطابق (۱) و (۲)} \begin{cases} S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha \\ S_{\Delta} = \frac{1}{2} \times \frac{16}{25} \times \frac{9}{25} = 0,1152 \end{cases}$$

۴. گزینه ۴ درست است.

$$m_{BC} = \frac{11-3}{7-3} = 2 \rightarrow BC \text{ معادله: } y - 3 = 2(x - 3) \rightarrow 2x - y - 3 = 0$$

$$BC \text{ تا } A \text{ فاصله} = AH = \frac{|2(1) - 9 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \Rightarrow AH = 2\sqrt{5}$$

$$AC \text{ وسط } M\left(\frac{1+7}{2}, \frac{11+9}{2}\right) \rightarrow M(4, 10) \Rightarrow \text{میانۀ } BM = \sqrt{(4-3)^2 + (10-3)^2}$$

$$BM = 5\sqrt{2}$$

$$AH \times BM = 2\sqrt{5} \times 5\sqrt{2} = 10\sqrt{10}$$

۵. گزینه ۳ درست است.

$$\frac{27-8x^3}{3x+1} \geq 0 \rightarrow \frac{(3-2x)(9+6x+4x^2)}{3x+1} \geq 0$$

$$\frac{3-2x}{3x+1} \geq 0 \rightarrow \frac{-1}{3} < x \leq \frac{3}{2} \xrightarrow{\times(-5)} \frac{5}{3} > -5x \geq \frac{-15}{2}$$

$$\frac{-15}{2} \xrightarrow{+2} \frac{11}{3} > 2-5x \geq \frac{-11}{2} \rightarrow [2-5x] = -6, -5, \dots, -1, 0, 1, 2, 3 \rightarrow 10 \text{ عضو}$$

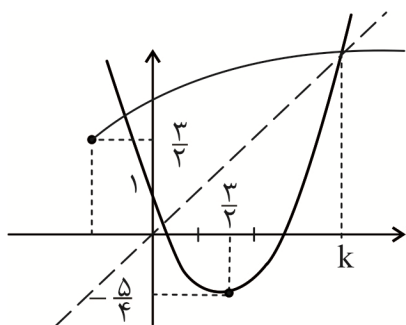
۶. گزینه ۱ درست است.

اگر ضابطه تابع  $f(x) = x^2 - 3x + 1$  را در نظر بگیرید به ازاء  $x > \frac{3}{2}$  ضابطه تابع وارون آن به صورت زیر به دست می آید.

$$y = x^2 - 3x + 1 \rightarrow y + \frac{5}{4} = x^2 - 3x + \frac{9}{4} \rightarrow y + \frac{5}{4} = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2$$

$$\sqrt{y + \frac{5}{4}} = \left|x - \frac{3}{2}\right| \rightarrow x = \sqrt{y + \frac{5}{4}} + \frac{3}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x + \frac{5}{4}} + \frac{3}{2}$$

نمودار تابع  $f(x) = x^2 - 3x + 1$  را روی دامنه  $R$  و تابع  $f^{-1}(x) = \sqrt{x + \frac{5}{4}} + \frac{3}{2}$  را روی بزرگترین دامنه اش رسم می کنیم.



$x = k$  محل برخورد تابع  $f(x)$  با شرط  $x > \frac{3}{2}$  و تابع وارون آن است پس:

$$f(k) = k \rightarrow k^2 - 3k + 1 = k \rightarrow k^2 - 4k + 1 = 0 \xrightarrow{+3} k^2 - 4k + 4 = 3 \rightarrow$$

$$(k-2)^2 = 3 \rightarrow k-2 = \pm\sqrt{3} \rightarrow k = 2 \pm \sqrt{3}$$

جواب قابل قبول  $k = 2 + \sqrt{3}$  است.

۷. گزینه ۱ درست است.

$$f \text{ پیوستگی راست دارد} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} f(x) = f\left(\frac{\pi}{2}\right) \rightarrow a \times (-2) = -12 \rightarrow a = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{6 \cos^3 x}{1 - \sin^3 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{6(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x + \sin^2 x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{6(1 + \sin x)}{1 + \sin x + \sin^2 x} = \frac{6(2)}{1 + 1 + 1} = 4$$

۸. گزینه ۴ درست است.

مخرج ریشه مضاعف دارد پس دلتای آن صفر است.

$$\Delta = 0 \rightarrow a^2 - 4(2)(2) = 0 \rightarrow a^2 = 16 \rightarrow a = \pm 4$$

به ازاء  $a = 4$  ریشه مضاعف مخرج  $x = -1$  و به ازاء  $a = -4$  ریشه مخرج  $x = 1$  است.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + b}{2x^2 + 4x + 2} = +\infty \rightarrow \frac{-2 + b}{0^+} = +\infty \rightarrow -2 + b > 0 \rightarrow b > 2$$

در این حالت  $a + b + c = 4 + b + (-1) = 3 + b$  حداقل ۵ است.

۹. گزینه ۴ درست است.

دوره تناوب را می‌یابیم:

$$T = \frac{\pi}{\left| \frac{3\pi}{4} \right|} = \frac{4}{3}$$

به ازاء  $x = -2$  تابع  $f(x)$  تعریف نشده است. بنابراین تابع روی بازه  $(\frac{4}{3}, -2 + \frac{4}{3})$  یعنی  $(-\frac{2}{3}, -2)$  تعریف نشده و

اکیداً صعودی است. حداکثر  $b$  برابر  $-\frac{2}{3}$  است.

۱۰. گزینه ۳ درست است.

در هر روز حجم محلول تغییر نمی‌کند، بلکه از غلظت ماده حل شده کم می‌گردد. بنابراین غلظت محلول، پس از هر روز  $\frac{1}{25}$  معادل  $0.04$  کم، یعنی  $0.96$  برابر می‌شود:

$$C_n = C_1 \times (0.96)^n \rightarrow \frac{C_n}{C_1} = (0.96)^n \xrightarrow{\text{مطابق فرض سؤال}} (0.96)^n = \frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{از طریق لگاریتم}} n \log(0.96) = \log\left(\frac{1}{3}\right) \Rightarrow n(\log 96 - \log 100) = -\log 3$$

$$n(\log 3 \times 2^5 - 2) = -\log 3 \rightarrow n = \frac{-\log 3}{\log 3 + 5 \log 2 - 2}$$

$$n = \frac{-0.48}{0.48 + 5(0.3) - 2} \Rightarrow \boxed{n = 24} \text{ روز}$$

۱۱. گزینه ۳ درست است.

آهنگ لحظه‌ای در  $x = 2$ :

$$f'(x) = x + \frac{1}{2x^2} \rightarrow f'(2) = 2 + \frac{1}{8} = \frac{17}{8}$$

$$[1, 4] \text{ آهنگ تغییر متوسط در } = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{(\frac{1}{8} - \frac{1}{1}) - (\frac{1}{2} - \frac{1}{2})}{3} = \frac{\frac{63}{8}}{3} = \frac{21}{8}$$

$$\text{اختلاف مورد نظر سؤال} = \frac{21}{8} - \frac{17}{8} = \frac{4}{8} = \frac{k}{8} \rightarrow k = 4$$

۱۲. گزینه ۱ درست است.

در نقطه تماس خط با نمودار  $f$ ، شیب خط مماس همان مشتق تابع  $f$  در نقطه تماس است و عرض خط و تابع  $f$  یکسان است:

$$x = -3 \begin{cases} \xrightarrow{\text{جا گذاری در خط}} f(-3) = 5 \\ \xrightarrow{\text{شیب خط}} f'(-3) = m = -2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-3)} \frac{25 - f^2(x)}{x^3 + 27} = \lim_{x \rightarrow (-3)} \frac{-(f(x) - 5)(f(x) + 5)}{(x + 3)(x^2 - 3x + 9)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-3)} \frac{f(x) - f(-3)}{x + 3} \times \lim_{x \rightarrow (-3)} \frac{-(f(x) + 5)}{x^2 - 3x + 9} = f'(-3) \times \frac{-10}{27} = -2 \times \frac{-10}{27} = \frac{20}{27}$$

۱۳. گزینه ۴ درست است.

$$f(x) = \frac{\sin x}{\cos x \cdot \sqrt{25 - x^2}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{دامنه تابع: } 25 - x^2 > 0 \rightarrow -5 < x < 5 \\ \cos x \neq 0 \rightarrow x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right\} \Rightarrow D_f = (-5, 5) - \left\{ \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2} \right\}$$

در این بازه، تابع ۶ خط مجانب قائم به صورت  $x = -5$  و  $x = 5$  و  $x = -\frac{\pi}{2}$  و  $x = \frac{\pi}{2}$  و  $x = -\frac{3\pi}{2}$  و  $x = \frac{3\pi}{2}$  دارد؛ چون در همسایگی معذوف یا چپ یا راست این نقاط مخرج صفر می شود، ولی صورت مخالف صفر است.

۱۴. گزینه ۳ درست است.

$$\tan 7x \cdot \tan 3x = -1 \rightarrow \tan 7x = \frac{-1}{\tan 3x} \rightarrow \tan 7x = -\cot 3x \rightarrow \tan 7x = \tan\left(\frac{\pi}{2} + 3x\right)$$

$$\rightarrow 7x = k\pi + \left(\frac{\pi}{2} + 3x\right) \rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}, k \in \mathbb{Z}$$

$$0 \leq x \leq 2\pi \rightarrow 0 \leq \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8} \leq 2\pi \xrightarrow{\times \frac{8}{\pi}} 0 \leq 2k + 1 \leq 16 \rightarrow \frac{-1}{2} \leq k \leq \frac{15}{2}$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 0 \leq k \leq 7 \rightarrow m = 8 \quad \text{تعداد جواب ها}$$

$$\cos 2x - 3 \sin x + 1 = 0 \rightarrow (1 - 2 \sin^2 x) - 3 \sin x + 1 = 0 \Rightarrow 2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0$$

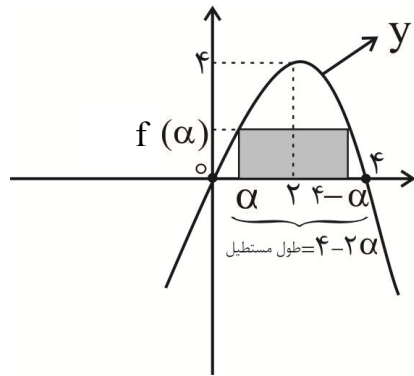
$$\begin{cases} \sin x = -2 & \text{غ ق ق } (-1 \leq \sin x \leq 1) \\ \Delta = 25 \rightarrow \sin x = \frac{-3 \pm 5}{4} \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \sin x = \frac{1}{4} \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array} \right. \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}; k \in \mathbb{Z} \quad (1) \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}; k \in \mathbb{Z} \quad (2) \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} (1) \rightarrow -2\pi \leq 2k\pi + \frac{\pi}{6} \leq 2\pi \rightarrow -\frac{13}{12} \leq k \leq \frac{11}{12} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = -1, 0 \rightarrow \text{جواب } 2 \\ (2) \rightarrow -2\pi \leq 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \leq 2\pi \rightarrow -\frac{17}{12} \leq k \leq \frac{7}{12} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = -1, 0 \rightarrow \text{جواب } 2 \end{aligned} \right\} \rightarrow n = 4$$

$$3m + 4\pi = 3(8) + 4(4) = 40$$

۱۵. گزینه ۳ درست است.

مساحت مستطیل هاشورخورده را بر حسب  $\alpha$  به صورت زیر بیان می‌کنیم:



$$S(\alpha) = 2(2 - \alpha)(4\alpha - \alpha^2); \quad 0 < \alpha < 2$$

$$S'(\alpha) = 6\alpha^2 - 24\alpha + 16 = 0$$

$$3\alpha^2 - 12\alpha + 8 = 0$$

$$\alpha = \frac{12 \pm 4\sqrt{3}}{6} = 2 \pm \frac{2\sqrt{3}}{3} \xrightarrow{0 < \alpha < 2} \alpha = 2 - \frac{2\sqrt{3}}{3} \rightarrow S(\alpha) = 2 \times \frac{2\sqrt{3}}{3} \times \frac{8}{3} = \frac{32\sqrt{3}}{9}$$

بنابراین بیشترین مساحت مستطیل ۳۲ برابری  $\frac{\sqrt{3}}{9}$  است.

۱۶. گزینه ۲ درست است.

نمودار تابع در  $X = 0$  بر محور  $X$  مماس است، یعنی  $X = 0$  ریشه مضاعف صورت است؛ پس  $a = 0$

نمودار تابع فقط یک مجانب قائم دارد، پس مخرج در  $X = 1$  باید ریشه مضاعف داشته باشد:

$$x^2 + bx + c = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$$

$$b = -2 \quad c = 1$$

$$\rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 0^2 + (-2)^2 + 1^2 = 5$$

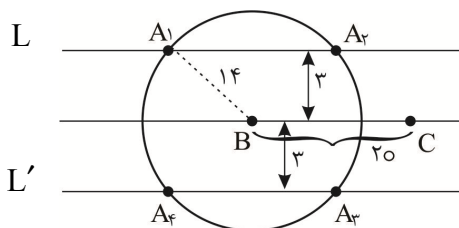
$$f(x) = \frac{x^2}{(x-1)^2} = \left(\frac{x}{x-1}\right)^2 \rightarrow f'(x) = 2\left(\frac{x}{x-1}\right) \times \frac{-1}{(x-1)^2} = \frac{-2x}{(x-1)^3}$$

$$f''(x) = \frac{-2(x-1)^3 - 3(x-1)^2(-2x)}{(x-1)^6} = \frac{4x+2}{(x-1)^4} \Rightarrow f''(0) = 2$$

۱۷. گزینه ۱ درست است.

با فرض آنکه  $AH$  ارتفاع وارد بر ضلع  $BC = 20$  در مثلث  $ABC$  باشد، آنگاه:

$$S = \frac{1}{2} BC \times AH \rightarrow 30 = \frac{1}{2} \times 20 \times AH \rightarrow \boxed{AH = 3}$$



بنابراین: نقطه  $A$  به فاصله ۳ واحد از خط گذرنده از  $BC$  قرار دارد. مکان

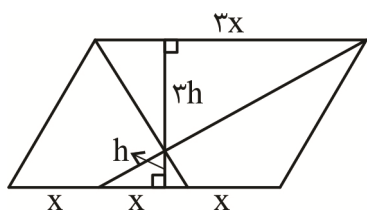
هندسی نقطه  $A$  دو خط موازی  $L$  و  $L'$  مطابق شکل است که در آن

باید  $AB = 14$  باشد. برای رعایت این شرایط کافی است دایره‌ای به

مرکز  $B$  و شعاع ۱۴ رسم کنیم. نقاط برخورد این دایره با دو خط  $L$  و

L' جواب مسئله است. (۴ نقطه A<sub>۱</sub> و A<sub>۲</sub> و A<sub>۳</sub> و A<sub>۴</sub>)

۱۸. گزینه ۳ درست است.



$$\text{مساحت کل} = 3x \times 3h = 12xh$$

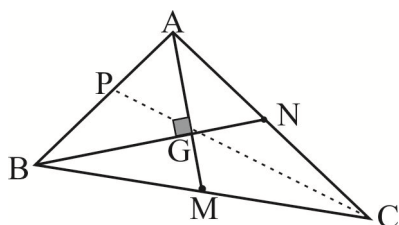
$$\text{مساحت ناحیه رنگی} = 12xh - \left(\frac{1}{2} \times xh + \frac{1}{2} \times 3x \times 3h\right) = 12xh - 5xh = 7xh$$

$$\text{مساحت مثلث MNP} = \frac{1}{2} xh$$

$$\frac{\text{مساحت ناحیه سایه زده}}{\text{مساحت مثلث MNP}} = \frac{7xh}{\frac{1}{2} xh} = 14$$

۱۹. گزینه ۴ درست است.

میانهای هر مثلث، یکدیگر را به نسبت ۲ و ۱ قطع می کنند، بنابراین:



$$AG = \frac{2}{3} \times 6 = 4$$

$$BG = \frac{2}{3} \times 9 = 6$$

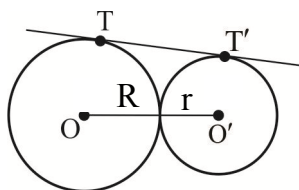
$$\Delta ABG : AB^2 = AG^2 + BG^2 = 6^2 + 4^2 = 52 \Rightarrow AB = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

مطابق شکل پاره خط GP میانه وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه ABG و اندازه آن نصف وتر است:

$$GP = \frac{1}{2} AB = \sqrt{13} \Rightarrow CP = 3GP = 3\sqrt{13}$$

طول میانه سوم  $CP = 3\sqrt{13}$

۲۰. گزینه ۴ درست است.



$$OO' = d = R + r$$

$$\begin{cases} R + r = 10 \\ \pi R^2 - \pi r^2 = 80\pi \rightarrow \pi(R - r)(R + r) = 80\pi \rightarrow \pi(R - r) \times 10 = 80\pi \rightarrow R - r = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R + r = 10 = d \\ R - r = 8 \end{cases} \rightarrow TT' = \sqrt{d^2 - (R - r)^2}$$

طول مماس مشترک خارجی

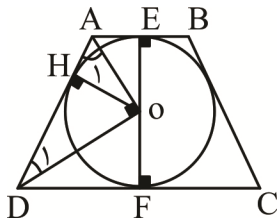
$$TT' = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

۲۱. گزینه ۱ درست است.

نقطه O مرکز دایره محاطی این دوزنقه و در نتیجه نقطه همرسی نیمسازهای زوایای داخلی دوزنقه است. بنابراین:

$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{D}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{AOD} = 90^\circ$$

مثلث OAD در رأس O قائم الزاویه است. بنابراین:



$$OA \times OD = OH \times AD \quad EF^2 = AB \times CD \Rightarrow EF^2 = 4 \times 9 = 36$$

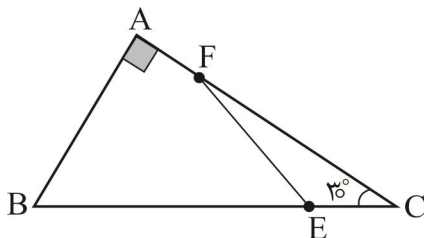
$$\Rightarrow EF = 6 \Rightarrow OH = OE = OF = \frac{6}{2} = 3$$

از طرفی دیگر این دوزنقه، یک چهار ضلعی محیطی است. بنابراین:

$$AD + BC = AB + CD \Rightarrow AD + BC = 4 + 9 = 13$$

$$\Rightarrow AD = BC = \frac{13}{2} \Rightarrow OA \times OD = OH \times AD = 3 \times \frac{13}{2} = 19.5$$

۲۲. گزینه ۱ درست است.



$$\Rightarrow BC = 2AB = 4\sqrt{3} \rightarrow BC = 4CE \rightarrow 4\sqrt{3} = 4CE \rightarrow CE = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{\sqrt{3}}{2} BC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6$$

$$CF = AC - AF = 6 - 1 = 5$$

مطابق قضیه کسینوسها در مثلث CEF:

$$EF^2 = CE^2 + CF^2 - 2CE \times CF \times \cos 30^\circ$$

$$EF^2 = 3 + 25 - 2 \times \sqrt{3} \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 13 \rightarrow EF = \sqrt{13}$$

۲۳. گزینه ۱ درست است.

$$\Delta A - \Delta B = -\lambda AB \xrightarrow{\text{از چپ} \times A^{-1}} \Delta \underbrace{A^{-1} \times A}_I - \Delta A^{-1} B = -\lambda \underbrace{A^{-1} \times A}_I \times B$$

$$\Delta I - \Delta A^{-1} B = -\lambda B \xrightarrow{\text{از راست} \times B^{-1}} \Delta B^{-1} - \Delta A^{-1} = -\lambda I \xrightarrow{\times \left(\frac{-1}{\lambda}\right)}$$

$$A^{-1} - B^{-1} = \frac{\lambda}{\lambda} I \Rightarrow |A^{-1} - B^{-1}| = \left| \frac{\lambda}{\lambda} I \right| = \left( \frac{\lambda}{\lambda} \right)^3 \times |I| = \frac{512}{125} \times 1 = 4,096$$

۲۴. گزینه ۲ درست است.

$$|\sqrt{3}A| = (|A|+2)(|A|+3) - |A|(|A|-2)$$

↓  
ماتریس ۲×۲  
↓

$$(\sqrt{3})^2 |A| = |A| + 5|A| + 6 - |A| + 2|A|$$

$$3|A| = 7|A| + 6 \rightarrow |A| = -\frac{3}{2}$$

$$\sqrt{3}A = \begin{bmatrix} \frac{-3}{2} + 2 & \frac{-3}{2} \\ \frac{-3}{2} - 2 & \frac{-3}{2} + 3 \end{bmatrix} \rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-3}{2} \\ \frac{-7}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

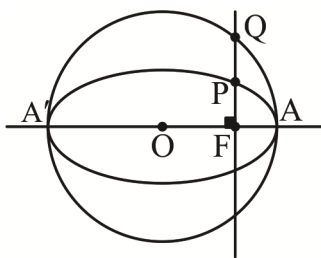
$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{-3}{2\sqrt{3}} \\ \frac{-7}{2\sqrt{3}} & \frac{3}{2\sqrt{3}} \end{bmatrix} \rightarrow A \text{ حاصل ضرب تمام درایه‌های } A = \frac{1(-3)(3)(-7)}{(2\sqrt{3})^4} = \frac{7}{16}$$

۲۵. گزینه ۴ درست است.

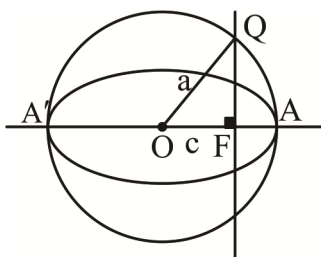
$$AA' = 10 \Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$$

$$BB' = 8 \Rightarrow 2b = 8 \Rightarrow b = 4$$

$$\Rightarrow c^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow c = 3$$



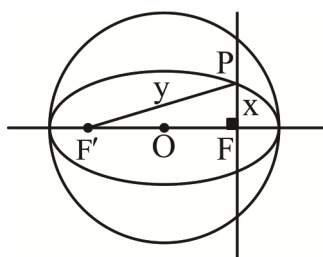
دایره به مرکز نقطه O و به شعاع ۵ در نقاط A و A' بر بیضی مماس است. برای یافتن اندازه پاره خط PQ باید اندازه پاره‌خط‌های FQ و FP را پیدا کنیم.



با توجه به شکل مقابل خواهیم داشت:

$$OQ = OA = a = 5$$

$$\Delta OFQ : FQ^2 = a^2 - c^2 = b^2 \Rightarrow FQ = b = 4$$



در شکل مقابل، مثلث PFF' قائم‌الزاویه است. بنابراین:

$$x^2 + FF'^2 = y^2 \Rightarrow y^2 - x^2 = (2c)^2 = 4c^2 = 4 \times 9 = 36$$

$$\begin{cases} y^2 - x^2 = (y-x)(y+x) = 36 \\ x+y = 2a = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (y-x)(10) = 36 \Rightarrow y-x = \frac{36}{10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y - x = \frac{36}{10} \\ y + x = 10 \end{cases} \Rightarrow 2x = 10 - \frac{36}{10} = \frac{64}{10} \Rightarrow x = \frac{32}{10} = 3.2 \Rightarrow FP = 3.2$$

$$\Rightarrow PQ = FQ - FP = 4 - 3.2 = 0.8$$

۲۶. گزینه ۳ درست است.

بر اساس نتیجه تمرین ۱۳ صفحه ۵۹ کتاب درسی هندسه (۳) اگر قطر دهانه، فاصله کانونی و گودی (عمق) یک دیش را به ترتیب با  $d, a, h$  نمایش دهیم؛ آنگاه  $a = \frac{d^2}{16h}$  خواهد بود و بنابراین:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{d_1^2}{16h_1}}{\frac{d_2^2}{16h_2}} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \times \frac{h_2}{h_1} = \left(\frac{d_1}{\frac{1}{3}d_1}\right)^2 \times \frac{h_2}{\frac{1}{2}h_2} = 9 \times 2 = 18$$

۲۷. گزینه ۲ درست است.

مطابق شکل، رابطه  $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$  برقرار است. بنابراین:

$$\vec{BA} \cdot \vec{AC} = \vec{BA} \cdot (\vec{AB} + \vec{BC}) = -|\vec{BA}|^2 + |\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}| \cdot \cos \hat{B}$$

$$= -25 + 5 \times 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -25 - 25 = -50$$

۲۸. گزینه ۴ درست است.

$$\text{حجم خواسته شده } V = \left| \vec{b} \cdot ((\vec{a} + \vec{c}) \times (\vec{a} - \vec{c})) \right| = \left| \vec{b} \cdot (\underbrace{\vec{a} \times \vec{a}}_{\vec{0}} - \underbrace{\vec{a} \times \vec{c}}_{+\vec{c} \times \vec{a}} + \underbrace{\vec{c} \times \vec{a}}_{\vec{0}} - \underbrace{\vec{c} \times \vec{c}}_{\vec{0}}) \right|$$

$$\Rightarrow V = \left| \vec{b} \cdot (2\vec{c} \times \vec{a}) \right| = 2 \left| \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) \right| \quad (1)$$

از طرف دیگر مطابق فرض سؤال:

$$V' = \left| 2\vec{b} \cdot (3\vec{c} \times \vec{a}) \right| = 42 \rightarrow 6 \left| \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) \right| = 42 \Rightarrow \left| \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) \right| = 7$$

بنابراین با جاگذاری در (۱) حجم متوازی‌السطوح مورد نظر،  $V = 2 \times 7 = 14$  خواهد بود.

۲۹. گزینه ۳ درست است.

$$[\sim p \wedge (p \Rightarrow q)] \Leftrightarrow p \equiv \underbrace{[\sim p \wedge (\sim p \vee q)]}_{\text{قانون جذب}} \Leftrightarrow p \equiv \sim p \Leftrightarrow p \equiv F$$

پس نقیض این گزاره، گزاره‌ای همواره درست است.

۳۰. گزینه ۳ درست است.

$$P = 1 - P(A \cap B \cap C) = 1 - P(\text{هر ۳ باهم رخ دهند}) = 1 - P(\text{حداکثر ۲ پیشامد رخ دهد})$$

$$= 1 - P(A)P(B)P(C) = 1 - \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{4}{7} = 1 - \frac{2}{35} = \frac{33}{35}$$

۳۱. گزینه ۳ درست است.

این عدد مضرب ۵ است: B رقم ۵ در سمت راست رقم ۲ است: A

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{4!}{5!} = \frac{2 \times 4!}{5!} = \frac{2}{5} = 0.4$$

۳۲. گزینه ۲ درست است.

$$P(\text{سفید} | \text{جعبه سوم}) = \frac{P(\text{جعبه سوم و سفید})}{P(\text{سفید})} = \frac{3}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{3} \times \frac{n}{20}}{\left(\frac{1}{3} \times \frac{7}{20}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{5}{20}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{n}{20}\right)} = \frac{\frac{n}{20}}{\frac{7+5+n}{20}} = \frac{n}{12+n} = \frac{3}{7}$$

$$\Rightarrow 7n = 36 + 3n \Rightarrow 4n = 36 \Rightarrow n = 9$$

بنابراین تعداد مهره‌های سیاه برابر با  $20 - 9 = 11$  است.

۳۳. گزینه ۳ درست است.

بازه اطمینان ۹۵٪ برای میانگین جامعه به صورت  $\left[ \bar{X} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right]$  است، یعنی طول بازه اطمینان  $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$  است:

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = 13/2 - 12/6 \xrightarrow{n=25} \frac{4\sigma}{5} = 0/6 \rightarrow \sigma = 0/75$$

$$\bar{X} = \frac{13/2 + 12/6}{2} = 12/9$$

$$\bar{X} + \sigma = 12/9 + 0/75 = 13/65$$

۳۴. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} d | \Delta n^2 - 3n + 2 \\ d | 2n + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d | 10n^2 - 6n + 4 \\ d | 10n^2 + \Delta n \end{cases} \Rightarrow d | 11n - 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d | 11n - 4 \\ d | 2n + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d | 22n - 8 \\ d | 22n + 11 \end{cases} \Rightarrow d | 19 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 19$$

۳۵. گزینه ۱ درست است.

قضیه: اگر  $n$  عددی طبیعی باشد آن‌گاه:

$$(a+b)^n \equiv a^n + b^n \Rightarrow (a+b)^n - a^n - b^n \equiv 0$$

به عبارت دیگر عدد  $(a+b)^n - a^n - b^n$  به ازای هر عدد طبیعی مانند  $n$  همواره بر  $ab$  بخش پذیر است.

$$28^n - 11^n - 17^n \equiv 0 \Rightarrow m = 11 \times 17 = 187$$

$$195 - 187 = 8 \Rightarrow 8! \equiv 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \equiv 1 \times (2 \times 6) \times (3 \times 4) \times (7 \times 8) \times 5$$

$$\equiv 1 \times 12 \times 12 \times 56 \times 5 \equiv 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 5 \equiv 5$$

۳۶. گزینه ۴ درست است.

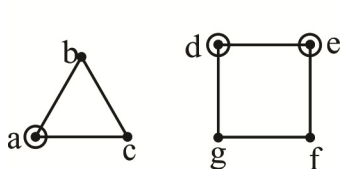
$$7^2 \equiv 49 \equiv -3 \Rightarrow 7^8 \equiv 81 \equiv 3 \Rightarrow 7^2 \times 7^8 \equiv (-3) \times 3$$

$$\Rightarrow 7^{10} \equiv -9 \equiv 4 \Rightarrow 7^{11} \equiv 28 \equiv 2$$

$$7^{11} + a \equiv 0 \Rightarrow 2 + a \equiv 0 \Rightarrow a \equiv -2$$

$$\Rightarrow a^{11} + 7 \equiv (-2)^{11} + 7 \equiv -2048 + 7 \equiv -2041 \equiv -13 \times 157 \equiv 0$$

۳۷. گزینه ۴ درست است.



گراف ۲- منتظم ناهمبند با ۷ رأس مطابق شکل مقابل است. اگر رأس های این گراف را به صورت مقابل نام گذاری کنیم آن گاه مطابق شکل، یکی از مجموعه های احاطه گر مینیمم، مجموعه  $\{a, d, e\}$  و  $\gamma(G) = 3$  خواهد بود.

بنابراین با انتخاب هر رأس از مجموعه رأس های  $\{a, d, e\}$  و هر ۲ رأس از مجموعه

رأس های  $\{d, e, f, g\}$ ، یک مجموعه احاطه گر مینیمم خواهیم داشت. پس تعداد  $-\gamma$  مجموعه های متمایز برابر است با:

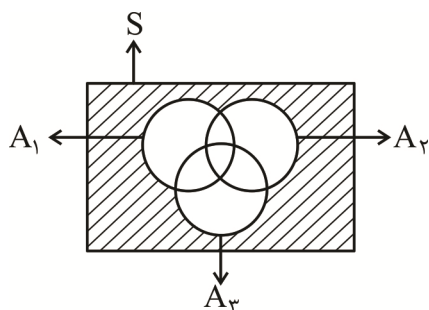
$$\binom{3}{1} \binom{4}{2} = 3 \times 6 = 18$$

۳۸. گزینه ۴ درست است.

برای این کار باید برای برنامه ایف، مربع های لاتین  $3 \times 3$  بنویسیم که با مربع لاتین داده شده متعامد باشند. این کار به ۶ روش زیر امکان پذیر است:

	A	B	C						
شنبه	۱	۲	۳	۱	۳	۲	۲	۱	۳
یکشنبه	۳	۱	۲	۲	۱	۳	۳	۲	۱
دوشنبه	۲	۳	۱	۳	۲	۱	۱	۳	۲
	۲	۳	۱	۳	۱	۲	۳	۲	۱
	۱	۲	۳	۲	۳	۱	۱	۳	۲
	۳	۱	۲	۱	۲	۳	۲	۱	۳

۳۹. گزینه ۳ درست است.



تعداد حالت ها برابر با تعداد جواب های معادله  $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_i \geq 0, x_i \neq 1 \end{cases}$  است.

$$A_i = \{(x_1, x_2, x_3) : x_1 + x_2 + x_3 = 6, x_i = 1\}$$

$$|A'_1 \cap A'_2 \cap A'_3| = |S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3| = \binom{8}{2} - \left[ \binom{6}{1} + \binom{6}{1} + \binom{6}{1} - 1 - 1 - 1 + 0 \right]$$

$$= 28 - (6 + 6 + 6 - 3) = 28 - 15 = 13$$

۴۰. گزینه ۱ درست است.

با انتخاب ۴ کارت مختلف از میان ۷ کارت، هر بار فقط یک عدد می توان ساخت که ارقامش از چپ به راست نزولی باشند. به عنوان مثال اگر اعداد ۱، ۲، ۳ و ۴ انتخاب شده باشند تنها عدد مطلوب، عدد ۴۳۲۱ است. بنابراین تعداد اعداد مختلفی که با

این شرایط می توانیم بسازیم برابر با  $\binom{7}{4} \times 1 = 35$  است. پس بنابر اصل لانه کبوتر باید این آزمایش را حداقل

$35 + 1 = 36$  بار تکرار کنیم تا یقین داشته باشیم که دست کم دوبار عددی تکراری ساخته شده است.

فیزیک

۴۱. گزینه ۱ درست است.

۴۲. گزینه ۴ درست است.

۴۳. گزینه ۱ درست است.

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= V_1 t_1 \Rightarrow x_1 = 4t_1 \\ x_2 &= V_2 t_2 \Rightarrow x_2 = 6t_2 \\ x_1 + x_2 &= 38 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 4t_1 + 6t_2 &= 38 \\ t_1 + t_2 &= 8 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} t_1 &= 5s \\ t_2 &= 3s \end{aligned}$$

$$x_2 = 6 \times 3 = 18m$$

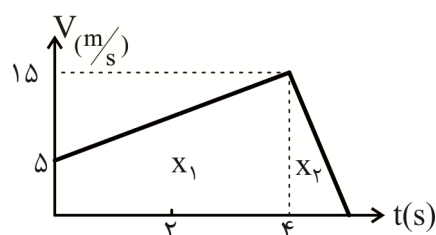
۴۴. گزینه ۳ درست است.

$$a_1 = \frac{V_2 - V_1}{t} \Rightarrow 2/5 = \frac{V - 5}{4} \Rightarrow V = 15 \frac{m}{s}$$

$$a_2 = \frac{V_2 - V_1}{t} \Rightarrow -7/5 = \frac{0 - 15}{t} \Rightarrow t = 2s$$

سطح زیر نمودار  $(V-t)$

$$x = \frac{20}{2} \times 4 + \frac{15 \times 2}{2} = 55$$



۴۵. گزینه ۲ درست است.

در لحظه  $t = 0$  گلوله A رها می‌شود، فاصله دو گلوله در شرایطی خواسته شده که  $5/5$  ثانیه از سقوط A و  $3/5$  ثانیه از سقوط B سپری شده است:

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\text{فاصله دو گلوله} = h_A - h_B = \frac{1}{2}gt_A^2 - \frac{1}{2}gt_B^2 = \frac{1}{2}g(t_A^2 - t_B^2)$$

$$h_A - h_B = \frac{1}{2}(10)(5/5^2 - 3/5^2) = 5(5/5 - 3/5)(5/5 + 3/5)$$

$$h_A - h_B = 5 \times 2 \times 9 = 90m$$

فاصله از محل پرتاب  $h$  ↓ (+)

۴۶. گزینه ۲ درست است.

$$a_1 = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V - 0}{2 - 0} = \frac{V}{2}$$

$$a_2 = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{0 - V}{15 - 12} = \frac{-V}{3}$$

با توجه به نمودار شتاب تندشونده آسانسور:

و شتاب کندشونده آسانسور:

در هنگام بالا رفتن با حرکت تندشونده در ۲ ثانیه نخست:

$$+ \quad F_N - mg = ma_1$$

$$\uparrow \quad F_N = mg + \frac{mv}{2}$$

در هنگام حرکت کندشونده تا توقف آسانسور (۱۲ تا ۱۵ ثانیه)

$$F_{rN} - mg = ma_r$$

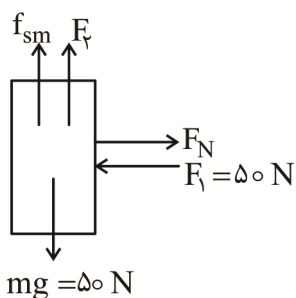
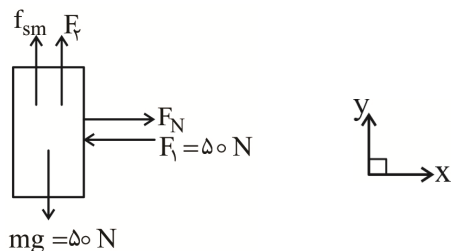
$$F_{rN} = mg + m\left(-\frac{V}{r}\right) = mg - \frac{mV}{r}$$

$$F_{1N} - F_{rN} = 375 \Rightarrow \frac{mv}{r} + \frac{mv}{r} = 375$$

$$\frac{\Delta mv}{\epsilon} = 375 \Rightarrow \frac{\Delta \times 75 V}{\epsilon} = 375 \quad \boxed{V = 6 \frac{m}{s}}$$

۴۷. گزینه ۴ درست است.

$F_r$  می‌تواند آنچنان کوچک باشد که جسم در آستانه لغزش رو به پایین باشد:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_N = F_f = 50 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow f_{sm} + F_r = mg$$

$$\mu_s F_N + F_r = 50 \Rightarrow 0.4 \times 50 + F_r = 50$$

$$F_r = 30 \text{ N}$$

$F_r$  می‌تواند آنچنان بزرگ باشد که جسم در آستانه لغزش رو به بالا باشد:

$$F_r = mg + f_{sm} = 50 + 0.4 \times 50 = 70 \text{ N}$$

در نتیجه  $30 \text{ N} \leq F_r \leq 70 \text{ N}$  جسم ساکن می‌ماند.

۴۸. گزینه ۲ درست است.

الف، ب و ث) حرکت‌های تناوبی دوره‌ای هستند اما چون برگشت‌پذیر نیستند، نوسانی نیستند.

ب و ت) حرکت نوسانی دوره‌ای است. در تاب‌سواری گر چه دامنه حرکت نوسانی ثابت نمی‌ماند و به مرور کاهش پیدا می‌کند

اما دوره حرکت با تقریب بسیار خوبی ثابت می‌ماند.

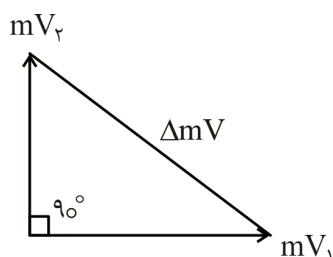
۴۹. گزینه ۲ درست است.

$$\Delta P = F \cdot \Delta t$$

$$m \Delta V = F \cdot \Delta t$$

$$\left. \begin{aligned} mV &= F \cdot t \\ 2m \times 2V &= F' \cdot t \end{aligned} \right\} \frac{mV}{2mV} = \frac{F \cdot t}{F' \cdot t} \Rightarrow F' = 4F$$

۵۰. گزینه ۳ درست است.



$$\Delta m V = mV_r - mV_l$$

$$\Delta m V = \sqrt{2} m V$$

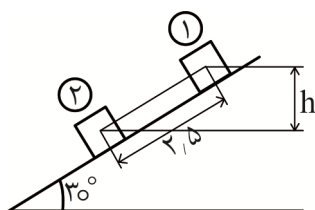
۵۱. گزینه ۱ درست است.

$$T = mL\omega^2$$

$$T' = m\left(\frac{l}{r}\right)\left(\frac{\omega}{r}\right)^2$$

$$T' = \frac{1}{8} mL\omega^2 = \frac{1}{8} T$$

۵۲. گزینه ۲ درست است.



$$h = x \sin \alpha = \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5} m$$

$$W_{f\mu} = E_2 - E_1$$

$$W_{f\mu} = \frac{1}{2} mV^2 - mgh$$

$$W_{f\mu} = \frac{1}{2} \times 4 \times 16 - 4 \times 10 \times \frac{1}{5} = 32 - 8 = 24 \text{ J}$$

$$Q = 18 \text{ J}$$

۵۳. گزینه ۳ درست است.

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \Rightarrow \frac{1}{2} = 10 \cos\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{9}{8}\right)$$

$$\frac{1}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{T}\right) \Rightarrow \frac{\pi}{T} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow T = 3 \text{ s}$$

$$\left(\frac{T}{6} = \frac{9}{8} \Rightarrow T = 3 \text{ s}\right) \quad \begin{array}{c} \frac{T}{12} \quad \frac{T}{6} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ -A \quad \quad O \quad \quad +\frac{A}{2} \quad \quad +A \end{array} \quad \text{(نکته)}$$

$$x = 10 \cos\left(\frac{2\pi}{3} t\right) \rightarrow x = 10 \cos\left(\frac{2\pi}{3} \times \frac{9}{8}\right) = 10 \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$$

$$x = 10 \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -5\sqrt{2} \text{ cm}$$

۵۴. گزینه ۴ درست است.

$$\text{توان مفید} = \frac{P'}{P} \Rightarrow \frac{75}{100} = \frac{P'}{400} \Rightarrow P' = 300 \text{ W}$$

$$\Delta P' = P - P' = 400 - 300 = 100 \text{ W} \quad \text{توان غیرمفید}$$

$$W = P.t = 100 \times 60 = 6000 \text{ J} = 6 \text{ kJ}$$

۵۵. گزینه ۴ درست است.

در حرکت هماهنگ ساده در هر دوره، مکان - سرعت، شتاب و نیروی وارد بر نوسانگر ۲ بار صفر می‌شود.

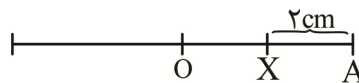
$$\text{تعداد نوسان} \quad N = \frac{30}{2} = 15$$

$$T = \frac{t}{N} = \frac{60}{15} = 4s \quad A = \frac{10}{2} = 5cm$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

$$a_m = A\omega^2 = \frac{5}{100} \times \frac{\pi^2}{4} = \frac{5 \times 10}{100 \times 4} = \frac{1}{8} \frac{m}{s^2}$$

$$x = A - 2 = 5 - 2 = 3cm$$



شتاب نوسانگر، متناسب با مکان آن است:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{x_2}{x_1} \Rightarrow \frac{a}{a_m} = \frac{x}{A} \Rightarrow \frac{a}{\frac{1}{8}} = \frac{3}{5} \Rightarrow a = \frac{1}{8} \times \frac{3}{5}$$

$$a = \frac{3}{40} \frac{m}{s^2} = \frac{300}{400} = 7/5 \frac{cm}{s^2}$$

۵۶. گزینه ۴ درست است.

$$\begin{cases} m_2 C(26 - 20) = m_1 C(20 - 18) \\ m_2 + m_1 = 200 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3m_2 = m_1 & \Rightarrow m_1 = 150 \\ m_1 + m_2 = 200 & \Rightarrow m_2 = 50 \end{cases}$$

۵۷. گزینه ۳ درست است.

$V$ : تندی انتشار صوت در هوا

$L = 36m$  طول تیر فولادی

$$\Delta t = \frac{L}{V} - \frac{L}{15V} = \frac{14L}{15V}$$

$$0.1 = \frac{14 \times 36}{15V} \Rightarrow 1.5V = 14 \times 36$$

$$\frac{3}{2}V = 14 \times 36 \Rightarrow \frac{1}{2}V = 14 \times 12 = 168 \quad V = 336 \frac{m}{s}$$

۵۸. گزینه ۴ درست است.

$$\Delta A = A_1 \times 2\alpha \times \Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} = 2 \times 2 \times 10^{-5} \times 1000 = 4 \times 10^{-3}$$

۵۹. گزینه ۴ درست است.

الکل آب

$$P = P$$

$$P_0 + \rho gh = P_0 + \rho gh$$

$$1000 \times 8 = 800 \times h$$

$$h = 10 \Rightarrow \frac{10}{8} = 1.25 \text{ الکل}$$

آب ۸

۶۰. گزینه ۱ درست است.

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{1.5}{4\pi \times 50^2} = \frac{1.5}{4 \times 3 \times 2500} = 5 \times 10^{-5} \frac{W}{m^2}$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{5 \times 10^{-5}}{10^{-12}} = 10 \log 5 \times 10^7 = 10 \log \left( \frac{10}{2} \times 10^7 \right)$$

$$\beta = 10 \log \frac{10^8}{2} = 10 \log 10^8 - 10 \log 2 = 80 - 10(0.3) = 77 \text{ dB}$$

۶۱. گزینه ۴ درست است.

با استفاده از قاعده دست راست. اگر ۴ انگشت در جهت  $\vec{E}$  رو به بالا انگشت شست به شکل برون سو در جهت انتشار باشد. خم شدن ۴ انگشت دست راست به اندازه  $90^\circ$  در جهت میدان مغناطیسی خواهد بود در ضمن این دو میدان به صورت همگام بیشینه و صفر می شوند پس در لحظه ای که میدان الکتریکی بیشینه است، میدان مغناطیسی نیز بیشینه خواهد بود.

۶۲. گزینه ۴ درست است.

$$\text{هم‌دما: } bc \Rightarrow P_b V_b = P_c V_c \Rightarrow 6 \times 4 = 3 \times V_c$$

$$V_c = 8L$$

$$W_{Ca} = -P_a \Delta V = -3(4 - 8) \times 10^2 = 1200 \text{ J}$$

$$(L \times \text{atm} = 10^{-3} \text{ m}^3 \times 10^5 \text{ Pa} = 10^2 \text{ J})$$

در فرآیندهای **ab** و **bc**، گاز رقیق گرما می گیرد و در فرآیند تراکم هم فشار گاز به محیط گرما می دهد.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_{ab} + \overset{-}{\Delta U}_{Ca} + \Delta U_{Ca} = 0$$

چرخه      هم‌حجم      هم‌دما      هم‌فشار

$$(0 + Q_{ab}) + 0 + Q_{Ca} + W_{Ca} = 0 \Rightarrow 1800 + Q_{Ca} + 1200 = 0$$

$$Q_{Ca} = -3000 \text{ J}$$

۶۳. گزینه ۳ درست است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{(P_0 + \rho gh)V_1}{273 + 7} = \frac{P_0 \times 6V_1}{273 + 27} \rightarrow \frac{10^5 + 10^3 \times 10 \cdot h}{280} = \frac{10^5 \times 6}{300}$$

$$\frac{10^4 (10 + h)}{280} = \frac{10^5}{5} \rightarrow \frac{10 + h}{280} = \frac{1}{5}$$

$$10 + h = \frac{280}{5} = 56 \rightarrow h = 46 \text{ m}$$

۶۴. گزینه ۳ درست است.

$$V = \frac{w}{q} = \frac{\lambda}{2} = 4V$$

۶۵. گزینه ۲ درست است.

ظرفیت ثابت است و چون  $q$  نصف شده انرژی  $\frac{1}{4}$  برابر می شود.

$$W = \frac{q^2}{2C}$$

$$q' = \frac{1}{2}q$$

$$W' = \frac{1}{4} \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{4} \left( \frac{q^2}{2C} \right)$$

$$\frac{W'}{W} = \frac{1}{4}$$

۶۶. گزینه ۴ درست است.

چون اتصال به‌طور موازی است با وجود اتصال کوتاه شدن یکی از مقاومت‌ها، کل مدار اتصال کوتاه می‌شود و مقاومت معادل صفر است.

۶۷. گزینه ۳ درست است.

چون بازده  $80\%$  است، پس  $80\%$  درصد الکتریسته پس می‌دهد.

الکتریسیته شارژ شده  $q = It = 5 \times 4 = 20 \text{ Ah}$

$$\frac{80}{100} q = It \Rightarrow \frac{80}{100} \times 20 = I \times 10 \Rightarrow I = 1.6 \text{ A}$$

۶۸. گزینه ۱ درست است.

$$\textcircled{1} \text{ مقاومت } 3 \text{ و } 6 \text{ اهمی با هم موازی } = 2 \quad \frac{3 \times 6}{3 + 6} = \frac{18}{9} = 2$$

$$\textcircled{2} \text{ معادل } \textcircled{1} \text{ با مقاومت } 4 \text{ اهمی متوالی } = 6 \quad 2 + 4 = 6$$

$$\textcircled{3} \text{ معادل } \textcircled{2} \text{ با مقاومت } 12 \text{ اهمی موازی } = 4 \quad \frac{6 \times 12}{6 + 12} = \frac{72}{18} = 4$$

$$\textcircled{4} \text{ معادل } \textcircled{3} \text{ با مقاومت } 2 \text{ اهمی متوالی که برابر } 6 \text{ اهم است. } \quad 4 + 2 = 6$$

$$I = \frac{E}{R + r} = \frac{12}{6 + 0} = 2 \text{ A}$$

۶۹. گزینه ۳ درست است.

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

$$6\pi \times 10^{-5} = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{N}{0.4} \times 0.2$$

$$\frac{L}{\text{تعداد دور}} = \text{تعداد دور}$$

$$L = N \times 2\pi R = 300 \times 2 \times 3.14 \times 5 \times 10^{-2} = 94.2 \text{ m}$$

۷۰. گزینه ۴ درست است.

در هر مداری که نیروی محرکه القایی را داشته باشیم، علت ایجاد نیروی محرکه القایی تغییر شار مغناطیسی است.

۷۱. گزینه ۲ درست است.

چون همواره نیروی میدان مغناطیسی عمود بر راستای حرکت بار است پس حرکت دایره‌ای است. نیروی مغناطیسی در هر لحظه بر سرعت ذره عمود است و تندی را تغییر نمی‌دهد چرا که نیرو، مؤلفه‌ای در راستای سرعت ندارد.

۷۲. گزینه ۲ درست است.

از دو مقاومت متوالی  $R_2$  و  $R_3$  شدت جریان یکسانی عبور می‌کند و چون توان مصرفی یکسانی دارند  $R_2 = R_3 = 15\Omega$  است. اگر اختلاف پتانسیل دو سر  $R_2$  را  $V$  بنامیم، ولتاژ دو سر  $R_1$  برابر  $2V$  می‌شود.

$$P_{R_1} = P_{R_2} \Rightarrow \frac{(2V)^2}{R_1} = \frac{V^2}{R_2} \Rightarrow \frac{4}{R_1} = \frac{1}{15}$$

$$R_1 = 60\Omega \quad R_{eq} = R_1 \parallel (R_2 + R_3) \Rightarrow R_{eq} = 60 \parallel 30 = 20\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{30}{20 + 0} = 1.5A$$

۷۳. گزینه ۱ درست است.

خط سوم مرئی یعنی گذار  $2 \rightarrow 5$  و طول موج آن  $\lambda_{52}$  است. کوتاه‌ترین طول موج فرسرخ مربوط به گذار  $3 \rightarrow \infty$  است، و طول موج آن را  $\lambda_3$  فرض می‌کنیم.

$$\frac{\lambda_{52}}{\lambda_3} = \frac{\frac{1}{\lambda_3}}{\frac{1}{\lambda_{52}}} = \frac{R(\frac{1}{3^2} - 0)}{R(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2})} = \frac{1}{\frac{1}{4} - \frac{1}{25}}$$

$$\frac{\lambda_{52}}{\lambda_3} \frac{1}{9} = \frac{100}{189}$$

۷۴. گزینه ۱ درست است.

مقدار انرژی بستگی هسته  $B = \Delta mc^2$  است.

$\Delta m$  تفاوت جرم هسته و جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده آن است.

$$\Delta m = 0.002u = 0.002 \times 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg} = 3.32 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

$$B = \Delta mc^2 = 3.32 \times 10^{-30} \times (3 \times 10^8)^2 = 2.988 \times 10^{-13} \text{ J}$$

۷۵. گزینه ۴ درست است.

$$I_1 = 100 \frac{\mu W}{\text{cm}^2} = 100 \times \frac{(10^{-6} W)}{(10^{-4} \text{ m}^2)} = 1 \frac{W}{\text{m}^2}$$

$$I_2 = 500 \frac{\mu W}{\text{cm}^2} = 5 \frac{W}{\text{m}^2}$$

$$\text{صوت} \quad \beta_2 - \beta_1 = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 10 \log 5 = 7$$

$$\text{ریاضی} \quad \log 5 = \log\left(\frac{10}{2}\right) = \log 10 - \log 2 = 1 - 0.3 = 0.7$$

شیمی

۷۶. گزینه ۳ درست است.

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{1 \times 18 + 4 \times 20 + 10 \times 23}{15} = 21.86$$

و نیز این عنصر در گروه ۱۷ با عنصر Br ۳۵ هم گروه است.

۷۷. گزینه ۲ درست است.

۷۸. گزینه ۴ درست است.

۷۹. گزینه ۱ درست است.

۸۰. گزینه ۳ درست است.



آمینواسید ۱۵۱g	۱۴g N <sub>۲</sub>
x	۲,۸ × ۱۰ <sup>-۳</sup> gN <sub>۲</sub>

$$x = 3/02 \times 10^{-2} \text{ g آمینواسید}$$

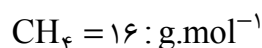
$$\text{درصد جرمی} = \frac{3/02 \times 10^{-2}}{0/5g} \times 100 = \%6/04$$

۸۱. گزینه ۲ درست است.

نام درست SCO: کربونیل سولفید، C<sub>۲</sub>F<sub>۴</sub>: تترا فلئورواتن، CBr<sub>۴</sub>: کربن تترا برمید و C<sub>۲</sub>H<sub>۴</sub>Br<sub>۲</sub>: ۱,۱ یا ۱,۲ دی برمواتان است.

۸۲. گزینه ۱ درست است.

در یک مخلوط ۱۰۰ لیتری:

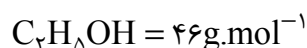


$$\text{جرم متان} = 93L \times \frac{16g CH_4}{22,4L CH_4} = 66,4g CH_4$$

$$\text{جرم He} = 7L \times \frac{4g He}{22,4L He} = 1,25g He$$

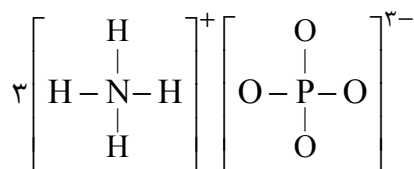
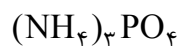
$$\text{درصد جرمی He} = \frac{1,25g}{(66,4 + 1,25)g} \times 100 = \%1,85$$

۸۳. گزینه ۳ درست است.



$$d = \frac{m}{V} = \frac{46g}{30L} = 1,53g.L^{-1}$$

۸۴. گزینه ۴ درست است.



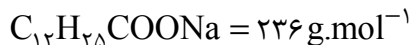
۸۵. گزینه ۲ درست است.

$$M (\text{غلظت مولار}) = \frac{10ad}{m}$$

$$M = \frac{10 \times 37 \times 1/6}{36/5} = 16,2 mol.L^{-1}$$

$$\text{حجم HCl لازم} = 16,2 \times 22,4 = 363L$$

۸۶. گزینه ۳ درست است.



در محلول ۱٪ جرمی صابون در هر لیتر، ۱۰ g صابون وجود دارد، پس داریم:

۲۳۶g صابون	۱mol Na
۱۰g صابون	x

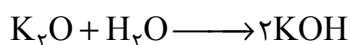
$$x = 0,042 = 4,2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

۸۷. گزینه ۲ درست است.

$$\text{pH} = 12$$

$$[\text{OH}^-][\text{H}^+] = 10^{-14}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-12}} = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$



۱۰۰۰ mL محلول	$10^{-2} \times 56 \text{ gKOH}$
۲۰۰ mL	x

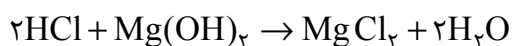
$$x = 0,112 \text{ gKOH}$$

۹۴gK <sub>2</sub> O	۲×۵۶gKOH
x	۰,۱۱۲gKOH

$$x = 0,094 \text{ gKOH}$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{0,094}{0,5} \times 100 = 18,8\%$$

۸۸. گزینه ۴ درست است.



$$\text{gHCl} = 0,5 \text{ L} \times \frac{0,2 \text{ g}}{1 \text{ L}} = 0,1 \text{ gHCl}$$

۲×۳۶,۵gHCl	۵۸gMg(OH) <sub>2</sub>
۰,۱gHCl	x

$$x \approx 0,08$$

۸۹. گزینه ۱ درست است.

۲۰۷gPb	۲mole <sup>-</sup>
۲۰۰۰gPb	x

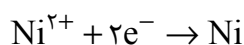
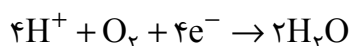
$$x = 19,3 \text{ mole}^-$$

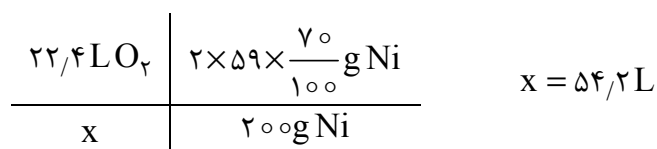
y g Li	۱mole <sup>-</sup>
y	۱۹,۳mole <sup>-</sup>

$$y = 135,1$$

۹۰. گزینه ۲ درست است.

به طور خلاصه:

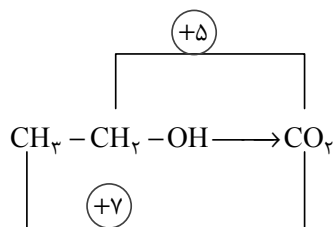




۹۱. گزینه ۳ درست است.

حجم گاز  $\text{O}_2$  تولید شده نصف گاز  $\text{H}_2$  است. همچنین  $\text{O}_2$  در برقکافت آب در آند تولید و در کاتد سلول سوختی مصرف می‌شود.

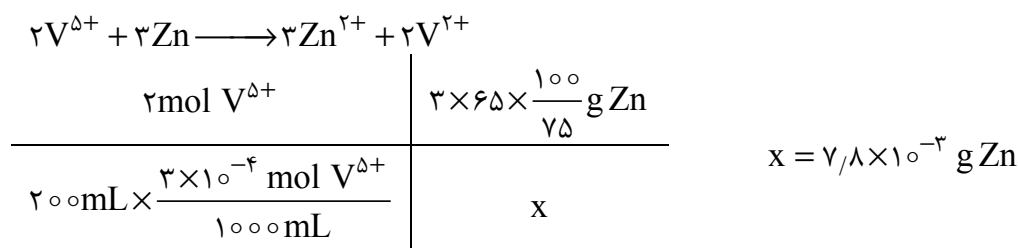
۹۲. گزینه ۳ درست است.



۹۳. گزینه ۱ درست است.

کربونیل سولفید برخلاف کربن دی‌سولفید قطبی است.

۹۴. گزینه ۳ درست است.



و چون بازده درصدی فرآیند ۸۵٪ است، داریم:

$$\text{جرم Zn ناخالص لازم} = 7,8 \times 10^{-3} \times \frac{100}{85} = 9,2 \times 10^{-3} \text{ g Zn}$$

۹۵. گزینه ۱ درست است.

انرژی فعال‌سازی این واکنش ۵ واحد و  $\Delta H$  آن ۳ واحد است.

۹۶. گزینه ۱ درست است.

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}]}$$

$$\text{pH} = 6 \Rightarrow [\text{H}^+] = [\text{A}^-] = 10^{-6}$$

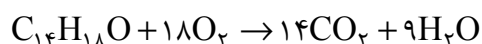
$$[\text{HA}] = 0,015 - 10^{-6} \approx 0,015$$

$$K_a \approx \frac{10^{-6} \times 10^{-6}}{0,015} = 6,6 \times 10^{-11}$$

۹۷. گزینه ۳ درست است.

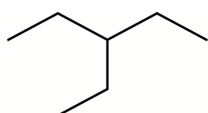
عبارات دوم و پنجم درست است.

معادله موازنه شده سوختن ترکیب:

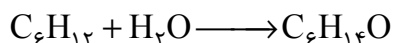


۹۸. گزینه ۱ درست است.

فرمول مولکولی آن  $\text{C}_7\text{H}_{16}$  و ساختار آن به صورت زیر است:



۹۹. گزینه ۴ درست است.

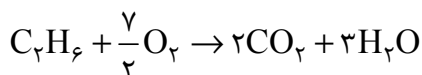


$$C_6H_{12}O = 100 \text{ g.mol}^{-1}$$

۲۲/۴L هگزن	۱۰۲g الکل
۱L هگزن	x

$$x = 4/5 \text{ g} \times \frac{90}{100} \approx 4/1 \text{ g}$$

۱۰۰. گزینه ۳ درست است.



$$\Delta H = [6\Delta H(C-H) + 1\Delta H(C-C) + 3/5\Delta H(O=O)] - [4\Delta H(C=O) + 6\Delta H(O-H)]$$

$$= [(6 \times 413) + (1 \times 347) + (3/5 \times 495)] - [(4 \times 745) + (6 \times 467)] = -1224/5 \text{ kJ}$$

$$Q = mc \Delta\theta$$

$$-1224/5 \text{ kJ} = 20 \text{ kg} \times 4/2 \times \Delta\theta$$

$$\Delta\theta = -14/6$$

۱۰۱. گزینه ۳ درست است.



$$R = \frac{\frac{45 \text{ g}}{80 \times 60}}{\frac{88 \text{ g.mol}^{-1}}{10^4}} \approx 1/1 \times 10^{-4} \text{ mol.s}^{-1}$$

۱۰۲. گزینه ۲ درست است.

به‌ازای مصرف ۳ مول A طبق نسبت استوکیومتری، ۲ مول X و ۴ مول Z تولید می‌شود و با توجه به حجم ظرف (۲L)، پس از رسیدن به تعادل داریم:

$$\text{mol A} = 1 \text{ mol} \Rightarrow [A] = 0/5 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{mol X} = 2 \text{ mol} \Rightarrow [X] = 1 \text{ mol.L}^{-1}$$

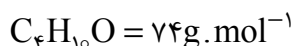
$$\text{mol Z} = 4 \text{ mol} \Rightarrow [Z] = 2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K = \frac{[X]^2 [Z]^4}{[A]^3} = \frac{1^2 \times 2^4}{(0/5)^3} = 128$$

۱۰۳. گزینه ۲ درست است.

تنها عبارتهای دوم و چهارم درست است. کاربرد آن با پلی لاکتیک اسید متفاوت است.

۱۰۴. گزینه ۱ درست است.



$$\text{جرم الکل حل شده} = 1/1 \text{ mol} \times 74 \text{ g.mol}^{-1} = 81/4 \text{ g}$$

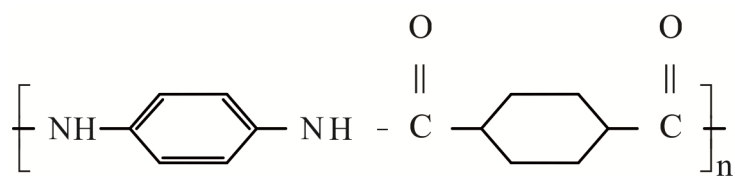
پس در ۹۱۸/۶g آب، ۸۱/۴g از این ماده حل شده است:

۹۱۸/۶g H <sub>2</sub> O	۸۱/۴
۱۰۰g آب	x

$$x = 8/86$$

۱۰۵. گزینه ۴ درست است.

زیرا هر واحد X به صورت زیر است:



$$m = 14 \times 12 + 2 \times 14 + 16 \times 1 + 2 \times 16 = 244 \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$$