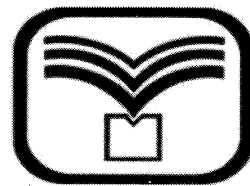




آزمون ۱۲ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کاکلان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

نام:

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

صبح جمعه
۱۴۰۲/۰۲/۱۵

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم
جامع نوبت دوم

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

مدت پاسخگویی: ۱۴۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۱۰۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

وبسایت آزمون دوازدهم

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اسخاص حقوقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

۱- مجموع بزرگ‌ترین جمله مثبت در دنباله طبیعی درجه ۲ با ضابطه $a_n = -6n^2 + 51n + 17$ با چهلمین جمله از یک دنباله خطی که شیب و عرض از مبدأ نمودار آن به ترتیب برابر کمترین و بیشترین مقدار عبارت $(\frac{1}{p})(2\sin\frac{x}{2} - 3)$ است، در کدام گزینه آمده است؟

- (۱) ۲۳۴ (۲) ۲۳۷
(۳) ۱۴۰۷ (۴) ۱۴۰۴

۲- دامنه تابع همانی $f(x)$ ، همگی مقادیر صحیح x در نامعادله قدر مطلق $5 - 2x \leq 11$ هستند. مجموع تمام اعضای برد تابع $f(x)$ کدام است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۳۰
(۳) ۴۰ (۴) ۴۲

۳- معادله $2x^2 - x + a - 1 = 0$ حداقل یک ریشه و معادله $ax^2 + x + \frac{1}{4} = 0$ حداکثر یک ریشه دارد. با فرض آنکه b حداکثر و c حداقل مقدار a باشد، حاصل ضرب وارون ریشه‌های معادله $8cx^2 - 8bx + 1 = 0$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) $\frac{1}{8}$
(۳) $\frac{1}{9}$ (۴) ۸

۴- رابطه $2x_1 - 3x_2 = 16$ بین ریشه‌های x_1 و x_2 از معادله درجه دوم $x^2 - 3x = 2m - 1$ برقرار است. حاصل $x_1^3 + x_2^3 + 30m$ کدام است؟

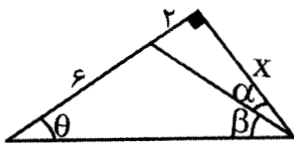
- (۱) ۲۲۸ (۲) ۲۹۰
(۳) ۲۸۲ (۴) ۲۹۸

۵- ضابطه تابع وارون تابع $f(x) = |x+m| - |x+n|$ در بزرگ‌ترین بازه‌ای که یک به یک است، به صورت $f^{-1}(x) = -\frac{x}{2} - 1$ ؛ $-4 \leq x \leq 4$ بیان می‌شود. مقدار $3n - 2m$ کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۹
(۳) ۸ (۴) ۱۲

۶- نمودار تابع $f(x) = 2 + 2^{b-ax}$ نمودار تابع $g(x) = -x^2 - 3x + 8$ را در نقطه‌ای به طول یک قطع می‌کند. اگر $f^{-1}(10) = -1$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $f^{-1}(x) + 2 \geq 0$ شامل چند عدد طبیعی است؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۱۸
(۳) ۱۷ (۴) ۱۶



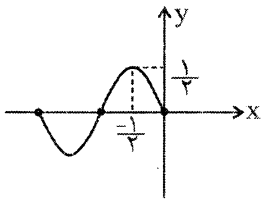
۷- اگر در شکل مقابل $\sin \beta = \frac{1}{6}$ باشد، حاصل $x + \cos 2\beta + \cos(\theta - \alpha)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{28}$ (۲) $\frac{4}{88}$
(۳) $\frac{3}{88}$ (۴) $\frac{3}{28}$

۸- باقی‌مانده چند جمله‌ای $P(x)$ بر $x^3 - 8$ برابر $x^2 + x + 4$ است. باقی‌مانده $P(x+3)$ بر $x+1$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸
(۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۹- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin(b\pi x) + c$ در زیر رسم شده است. حاصل ضرب دو مقدار ممکن برای



$6a - b + c$ کدام است؟

- (۱) -۸
(۲) ۸
(۳) -۱۶
(۴) ۱۶

۱۰- اگر حد چپ و راست تابع $f(x) = \frac{[x] \cdot |x-3|}{\sqrt{2x+3}-x}$ در $x=3$ را به ترتیب L و R بنامیم و

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{2x^2+ax+b} = +\infty$ باشد، آنگاه حاصل $L - 4R - a + b$ کدام است؟ (به علامت جزء صحیح و قدر

مطلق در $f(x)$ توجه داشته باشید.)

- (۱) ۲۳
(۲) ۲۵
(۳) ۲۷
(۴) ۲۹

۱۱- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 + [x-1]; & 0 < x < 1 \\ |x - \sqrt{x}| & 1 < x < 2 \\ 2b + \cos \pi x; & x = 1 \\ \frac{2x - 3\sqrt{x} + 1}{a(x-1)}; & x > 1 \end{cases}$ در $x=1$ پیوسته باشد، آنگاه تابع $f(x)$ ، تعداد n مجانب دارد. حاصل عبارت

$4(3a - b) + n$ کدام است؟

- (۱) ۱۰
(۲) ۱۱
(۳) ۱۲
(۴) ۱۳

۱۲- در بازه $[0, 4\pi]$ معادله $\cos x(2 \cos x - 9) = 5$ دارای m جواب متمایز و معادله $\tan 4x \times \tan 2x = -1$ دارای n

جواب متمایز است. حاصل $m^2 + n^2$ چقدر است؟

- (۱) ۱۶
(۲) ۷۳
(۳) ۹۷
(۴) ۸۰

۱۳- تابع $f(x) = (x-1)|x^2 + ax + b|$ فقط در $x = -1$ مشتق ندارد. این تابع روی بازه $[k, 1]$ اکیداً صعودی است.

حداقل k کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$
(۲) $-\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{1}{3}$
(۴) $-\frac{1}{3}$

۱۴- در بازه $[1, 3]$ بیشترین مقدار تابع $f(x) = x^3 - 12x + k$ دو برابر کمترین مقدار آن است. فاصله نقطه عطف این

تابع تا مبدأ مختصات چقدر است؟

- (۱) ۲۲
(۲) ۲۵
(۳) ۲۳
(۴) ۲۴

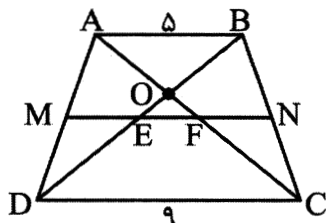
۱۵- اگر $\Delta f(3) = \Delta f'(3) = 7$ و $h(x) = (3x^2 - 2x + 4) \cdot f(3\sqrt{x})$ باشد، مقدار $\Delta h(1) \times h'(1)$ کدام است؟

- (۱) ۳۵۰
(۲) ۳۹۰
(۳) ۴۵۰
(۴) ۴۹۰

۱۶- نمودار تابع در همسایگی $X = -\frac{3}{2}$ کدام است؟



۱۷- در ذوزنقه مقابل نقاط M و N نقاط وسط دو ساق هستند. مساحت مثلث OAB چه کسری از مساحت ذوزنقه EFCD است؟



- (۱) $\frac{23}{77}$
(۲) $\frac{25}{77}$
(۳) $\frac{23}{65}$
(۴) $\frac{25}{65}$

۱۸- یک شش ضلعی منتظم به ضلع ۶ در یک دایره محاط شده است. حجم حاصل از دوران ناحیه محصور بین محیط شش ضلعی و دایره محیطی، حول یک قطر بزرگ شش ضلعی کدام است؟ (π را ۳ فرض کنید).

- (۱) ۲۱۶
(۲) ۱۰۸
(۳) ۲۴۳
(۴) ۴۸۶

۱۹- مساحت یک چند ضلعی شبکه‌ای، واسطه حسابی بین تعداد نقاط مرزی و تعداد نقاط درونی آن است. کمترین مساحت ممکن برای این چند ضلعی کدام است؟

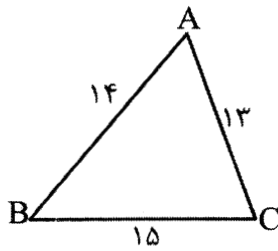
- (۱) ۲
(۲) $\frac{3}{5}$
(۳) $\frac{2}{5}$
(۴) ۳

۲۰- در مثلث ABC، پاره خط AD نیمساز زاویه A است. اگر $AD = 6$ و اندازه دو قطعه ایجاد شده توسط آن بر روی ضلع مقابلش $BD = 3$ و $DC = 4$ باشد، اندازه محیط مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۳۶
(۲) ۳۰
(۳) ۲۴
(۴) ۲۱

۲۱- در مثلث ABC، اگر $AB = 3$ و $AC = 4$ و $\hat{A} = 120^\circ$ باشد آنگاه مساحت دایره محیطی مثلث با فرض $\pi = 3$ کدام است؟

- (۱) ۱۳
(۲) ۲۳
(۳) ۳۷
(۴) ۴۱



۲۲- اگر در شکل زیر تصاویر نقاط B و C تحت تجانس به مرکز A و با ضریب تجانس $\frac{1}{5}$ ،

به ترتیب نقاط E و F باشند آنگاه مساحت چهارضلعی EFCB کدام است؟

۸۰/۶۴ (۲)

۸۱/۶۴ (۱)

۸۱/۴۸ (۴)

۸۰/۴۸ (۳)

۲۳- مساحت دایره محاطی داخلی مثلثی با اضلاع ۸ و ۱۵ و ۱۷ چند برابر مساحت دایره محاطی خارجی نظیر

کوچکترین ضلع این مثلث است؟

۰/۴۸ (۲)

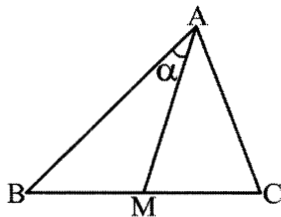
۰/۶۴ (۱)

۰/۳۶ (۴)

۰/۵۶ (۳)

۲۴- در شکل مقابل AM میانه نظیر ضلع BC در مثلث ABC است. اگر $a = 6$ ، $b = \sqrt{10}$ و $c = 4$ باشد آن گاه

کسینوس زاویه α کدام است؟



$\frac{7}{12}$ (۲)

$\frac{5}{12}$ (۱)

$\frac{11}{16}$ (۴)

$\frac{9}{16}$ (۳)

۲۵- نقاط $A(1, 2, -2)$ ، $B(2, -1, 0)$ و $C(0, 1, 1)$ رأس‌های مثلث ABC هستند. اندازه ارتفاع نظیر ضلع BC چقدر است؟

$\sqrt{10}$ (۲)

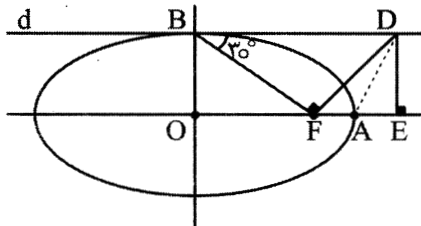
$\frac{3\sqrt{10}}{2}$ (۱)

$\sqrt{6}$ (۴)

$\frac{2\sqrt{6}}{3}$ (۳)

۲۶- در شکل مقابل خط d در نقطه B بر بیضی مماس شده است. اگر نقطه F کانون این بیضی باشد آن گاه مساحت

مثلث DAF چند برابر مساحت مثلث DAE است؟



$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

۲ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳)

۲۷- مجذور فاصله کانون سهمی $y^2 - 2y + 8x + 9 = 0$ از خط مماس بر دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0$ در نقطه

A(2, 3) کدام است؟

۱۵/۲ (۲)

۱۵/۶ (۱)

۱۶/۶ (۴)

۱۶/۲ (۳)

۲۸- اگر $A - B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ و $|A| = -1$ و $|B| = 4$ باشد، آنگاه حاصل $|A^{-1} - B^{-1}|$ کدام است؟

۱۴ (۲)

-۱۴ (۱)

-۷ (۴)

۷ (۳)

۲۹- اگر $A = \begin{bmatrix} |A| & |A| \\ 6 & 4|A|^2 \end{bmatrix}$ ماتریسی وارون پذیر باشد، حاصل $|2A^{-1}|^4$ کدام است؟

- (۱) ۱۶
(۲) ۳۲
(۳) ۶۴
(۴) ۱۲۸

۳۰- ارزش نهایی $q \Rightarrow [p \wedge (\sim q \Rightarrow \sim p)]$ کدام است؟

- (۱) $\sim(p \vee q)$
(۲) $\sim q$
(۳) $\sim p$
(۴) T

۳۱- در یک آزمایش تصادفی، احتمال رخ دادن پیشامد A برابر $\frac{5}{18}$ است. اگر احتمال رخ دادن فقط پیشامد B برابر $\frac{7}{54}$ باشد و بدانیم که A رخ نداده است احتمال آن که B نیز رخ نداده باشد چقدر است؟

- (۱) $\frac{39}{41}$
(۲) $\frac{39}{43}$
(۳) $\frac{37}{41}$
(۴) $\frac{37}{43}$

۳۲- در جعبه‌ای ۵ مهره به شماره‌های ۱ تا ۵ هست. ابتدا یک مهره به تصادف از این کیسه بر می‌داریم. اگر این مهره عددی زوج باشد یک مهره دیگر و در غیر این صورت دو مهره دیگر از کیسه خارج می‌کنیم. احتمال آن که حاصل جمع تمام مهره‌های خارج شده عددی زوج باشد چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{2}{5}$
(۴) $\frac{3}{5}$

۳۳- برای یک جامعه آماری داده‌های جدول زیر حاصل شده است. اگر

داده	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
فراوانی	۴	x	۵	۱۰	۳

در این داده‌ها مقدار انحراف معیار ۱۲ برابر ضریب تغییرات باشد، میانه کل داده‌ها چند برابر اندازه دامنه میان چارکی (IQR) است؟

- (۱) ۵
(۲) ۶
(۳) ۷
(۴) ۸

۳۴- اگر a و b اعدادی صحیح باشند و $|5a + 2b + 3|$ و $|3a - 10b + 4k|$ آن‌گاه به‌ازای کوچک‌ترین عدد طبیعی مانند k، باقیمانده تقسیم عدد $2k^2 7k$ بر ۹۹ کدام است؟

- (۱) ۲۵
(۲) ۲۷
(۳) ۲۹
(۴) ۳۱

۳۵- اگر باقیمانده تقسیم $10!$ بر ۷۷ برابر عدد دو رقمی \overline{ab} باشد آن‌گاه رقم یکان عدد \overline{ba} کدام است؟

- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۶
(۴) ۷

۳۶- در گراف G، مجموعه همسایگی باز هر رأس ۳ عضو دارد. اگر اندازه مکمل گراف G، شش برابر اندازه گراف G باشد، چند یال به گراف G باید اضافه کنیم تا گراف کامل شود؟

- (۱) ۲۲۰
(۲) ۱۵۷
(۳) ۱۹۸
(۴) ۱۷۷

۳۷- در گراف G با مرتبه ۱۰ و اندازه ۴۲، مقادیر Δ و δ دو عدد متوالی اند. این گراف چند مجموعه احاطه گر مینیمم دارد؟

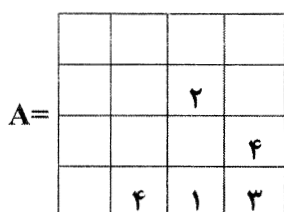
- (۱) ۶
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۳

۳۸- معادله $(x_1^2 + x_2 + x_3)(y_1 + y_2 + \sqrt{y_3})^2 = 245$ چند جواب طبیعی دارد؟

- (۱) ۱۶
(۲) ۱۸
(۳) ۴۲
(۴) ۴۵

۳۹- اگر دو مربع لاتین A و B متعامد باشند، حاصل جمع درایه‌های قطر فرعی

- مربع لاتین A و درایه‌های قطر اصلی مربع لاتین B کدام است؟
(۱) ۱۸
(۲) ۲۰
(۳) ۲۲
(۴) ۲۴



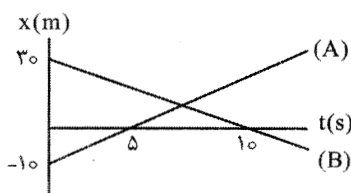
۴۰- در یک شش ضلعی منتظم به ضلع ۲۰ حداقل چند نقطه به تصادف در نظر بگیریم تا یقین داشته باشیم که

فاصله دست کم ۲ نقطه، کمتر از ۵ است؟

- (۱) ۹۶
(۲) ۹۷
(۳) ۱۵۰
(۴) ۱۵۱

فیزیک

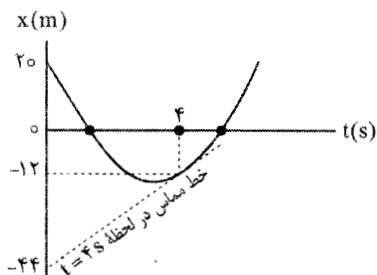
۴۱- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B به صورت زیر است. در چه مدتی بر حسب ثانیه فاصله آن‌ها کمتر از ۱۵ متر می‌شود؟



- (۱) ۶
(۲) ۵
(۳) ۴
(۴) ۳

۴۲- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور X با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در کدام

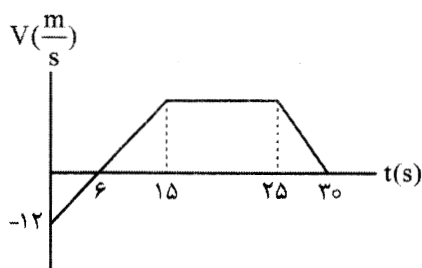
لحظه بر حسب ثانیه، متحرک تغییر جهت می‌دهد؟



- (۱) ۳/۵
(۲) ۳
(۳) ۲/۵
(۴) ۲

۴۳- متحرکی روی محور X در حرکت است. با توجه به نمودار سرعت - زمان این متحرک، نسبت کل مسافتی که

متحرک در مدت زمان ۳۰s نخست طی می‌کند، به مسافتی ۴، به صورت گندشونده در این مدت پیموده است، کدام است؟



- (۱) ۱۹
(۲) ۳۸/۵
(۳) ۱۹
(۴) ۲۸/۹
(۴) ۱۰

۴۴- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌شود و در ثانیه آخر مسیر خود، 30 m را طی

می‌کند. h چند متر است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

- (۱) $31/25$ (۲) $41/25$ (۳) $61/25$ (۴) $81/25$

۴۵- شخصی به جرم 75 kg بر روی یک ترازوی فنری درون آسانسور ایستاده است. وقتی آسانسور با شتاب ثابت a در حرکت است، ترازو 600 N را نشان می‌دهد. کدام یک از گزاره‌های زیر بزرگی شتاب، نوع و جهت حرکت آسانسور

را به درستی بیان کرده است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

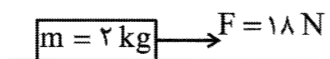
(الف) $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ، تندشونده و رو به پایین (ب) $a = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ، کندشونده و رو به بالا

(پ) $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ، کندشونده و رو به بالا (ت) $a = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ، کندشونده و رو به پایین

- (۱) ب و پ (۲) فقط پ (۳) فقط ت (۴) الف و پ

۴۶- در شکل زیر نیروی افقی F در $t = 0$ جسم را از سکون به حرکت درمی‌آورد. در این حالت نیروی 25 N از طرف سطح به جسم وارد می‌شود. اگر در $t = 2\text{ s}$ نیروی F حذف شود، کل مسافتی که جسم از لحظه $t = 0$ تا توقف

طی کرده است، برابر چند متر خواهد بود؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



- (۱) $3/6$ (۲) 3 (۳) $2/4$ (۴) 4

۴۷- جرم مجموعه بالن و سبد و وزنه‌های داخل آن M است. بالن با شتاب ثابت $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ در راستای قائم پائین می‌آید.

اگر جرم مجموعه به $\frac{m}{4}$ برسد، بالن با شتاب ثابت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ در راستای قائم بالا می‌رود. اندازه نیروی مقاومت هوا چه

کسری از اندازه نیروی شناوری است؟ (نیروی مقاومت هوا در دو حالت ثابت است و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{6}$

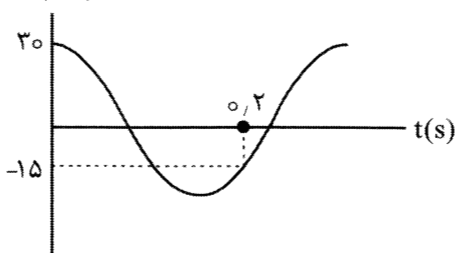
۴۸- ماهواره‌ای در مداری به شعاع $40,000\text{ km}$ به دور زمین در گردش است. دوره گردش ماهواره بر حسب ثانیه کدام

است؟ $(GMe = 4 \times 10^{24} \text{ (SI)}, \pi \approx \sqrt{10})$

- (۱) 6×10^4 (۲) 6×10^5 (۳) 8×10^4 (۴) 8×10^5

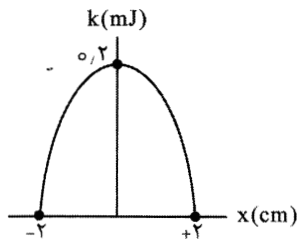
۴۹- نمودار مکان - زمان متحرکی که حرکت هماهنگ ساده دارد، مطابق شکل زیر است. تندی عبور متحرک از نقطه

تبادل چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) π (۲) 2π (۳) $\frac{5\pi}{4}$ (۴) $\frac{7\pi}{4}$

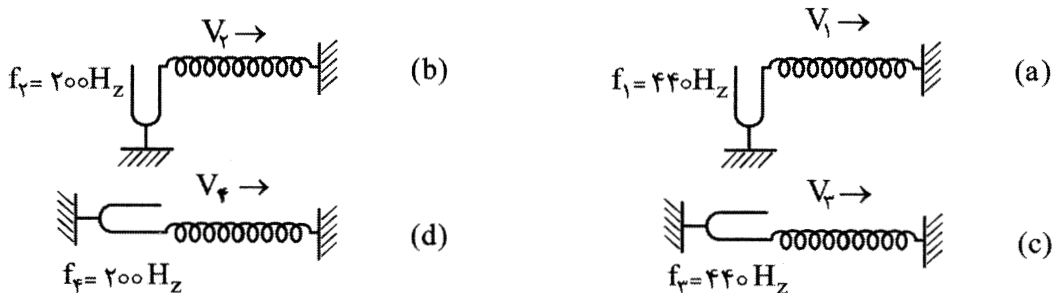
۵۰- نمودار انرژی جنبشی آونگ ساده‌ای بر حسب مکان مطابق شکل زیر است. اگر جرم آونگ ۲۵g باشد، طول آونگ



چند سانتی‌متر است؟ $(\pi^2 = 10, g = 10 \frac{m}{s^2})$

- ۵۰ (۱)
- ۴۰ (۲)
- ۲۵ (۳)
- ۲۰ (۴)

۵۱- در چهار شکل داده‌شده، فنرها کاملاً مشابه هستند. تندی انتشار موج در فنرها در کدام گزینه به‌درستی مقایسه شده است؟



$$V_1 = V_2 = V_3 = V_4 \quad (۲)$$

$$V_1 > V_2 > V_3 > V_4 \quad (۴)$$

$$V_1 = V_2 > V_3 = V_4 \quad (۱)$$

$$V_1 = V_3 > V_2 = V_4 \quad (۳)$$

۵۲- در فاصله ۵۰ متری از یک بلندگو (اسپیکر) تراز شدت صوت ۵۷ دسی‌بل است. توان صوتی این بلندگو چند

میلی‌وات است؟ (از جذب انرژی صوتی، چشم‌پوشی می‌شود؛ $\log 2 = 0.3, \pi = 3, I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$)

- ۱۵ (۴)
- ۳۷۷۵ (۳)
- ۳۷/۵ (۲)
- ۱/۵ (۱)

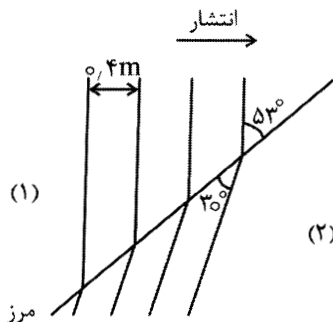
۵۳- طول یکی از تارهای پیانو ۱/۲m است. این تار با بسامد ۶۰۰Hz در ارتعاش بود و در طول تار ۵ گره به‌وجود آمده

است. تندی انتشار امواج عرضی در تار چند متر بر ثانیه است؟

- ۴۵۰ (۴)
- ۳۶۰ (۳)
- ۲۸۸ (۲)
- ۹۰ (۱)

۵۴- شکل زیر طرحی از شکست موج در مرز دو محیط (۱) و (۲) را نشان می‌دهد. اگر بسامد موج ۲۲Hz باشد، تندی

انتشار موج در محیط (۲) چند متر بر ثانیه است؟



θ	30°	37°	53°	60°
$\sin \theta$	0.50	0.60	0.8	0.87

- ۵/۵۰ (۱)
- ۶/۸۰ (۲)
- ۹/۵۷ (۳)
- ۱۲/۷۶ (۴)

۵۵- تابع کار فلزی ۳/۲ev است. اگر پرتوی نور با طول موج ۱۶۰nm به سطح این فلز بتابد، انرژی جنبشی

سریع‌ترین فوتوالکترون‌های گسیلی چند الکترون‌ولت خواهد بود؟ $(h = 4 \times 10^{-15} \text{ ev.s}, c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$

- ۵/۱ (۴)
- ۴/۹ (۳)
- ۴/۳ (۲)
- ۳/۸ (۱)

۵۶- در طیف اتمی هیدروژن، کوتاه‌ترین طول موج رشتهٔ براکت، چند برابر بلندترین طول موج فرابنفش است؟

نام رشته	لیمان	بالمر	پاشن	براکت	پفوند
n'	۱	۲	۳	۴	۵
		$\frac{180}{49}$ (۴)		16 (۳)	$\frac{45}{49}$ (۲)

۱۲ (۱)

۵۷- ایزوتوپ ناپایدار نپتونیم (${}^{237}_{93}\text{Np}$) در واپاشی به ایزوتوپ رادون (${}^{225}_{88}\text{Ra}$) تعداد n_1 ذره α و n_2 ذره β گسیل می‌کند. n_1 و n_2 به ترتیب کدام است؟

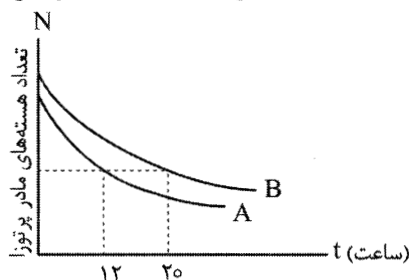
۲، ۱ (۴)

۱، ۲ (۳)

۳، ۱ (۲)

۱، ۳ (۱)

۵۸- در شکل زیر، نمودار تعداد هسته‌های مادر پرتوزا بر حسب زمان نشان داده شده است. اگر اختلاف نیمه‌عمر این دو ماده $1/6$ ساعت باشد؛ نیمه‌عمر هستهٔ A چند ساعت است؟



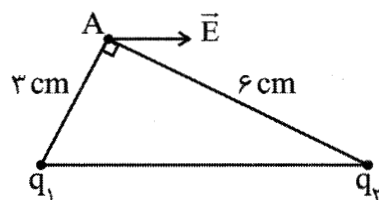
۲ (۱)

۲/۴ (۲)

۴ (۳)

۵/۶ (۴)

۵۹- مطابق شکل دو بار q_1 و q_2 در دو رأس مثلث ثابت شده‌اند و میدان خالص الکتریکی در رأس A موازی با وتر



است. نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟

۲ (۱)

-۲ (۲)

۸ (۳)

-۸ (۴)

۶۰- در شکل زیر در فضای میدان الکتریکی یکنواخت، بار $q = -2\mu\text{C}$ را در مسیر نشان داده شده از A تا C جابه‌جا می‌کنیم، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی این بار چند ژول می‌شود؟ ($U_C - U_A = ?$)

$AB = 12\text{cm}$

$BC = 5\text{cm}$



+۰٫۲۴ (۱)

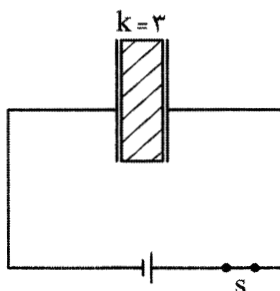
-۰٫۲۴ (۲)

+۰٫۱۰ (۳)

-۰٫۱۰ (۴)

۶۱- در شکل زیر خازن باردار و دارای انرژی الکتریکی U_1 است. ابتدا کلید S را باز کرده و سپس دی‌الکتریک را خارج

می‌کنیم و فاصله صفحات را ۲۵٪ کاهش می‌دهیم. انرژی خازن در این حالت U_2 می‌شود. $\frac{U_2}{U_1}$ چقدر است؟



$\frac{9}{4}$ (۱)

$\frac{1}{4}$ (۲)

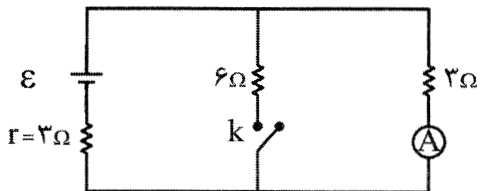
۴ (۳)

$\frac{4}{9}$ (۴)

۶۲- دو رسانای فلزی از یک ماده ساخته شده‌اند. رسانای a به طول 40 m و به قطر 2 mm و رسانای b لوله‌ای تو خالی به طول 50 m و قطرهای داخلی و خارجی 3 mm و 5 mm است. مقاومت رسانای a چند برابر مقاومت رسانای b است؟

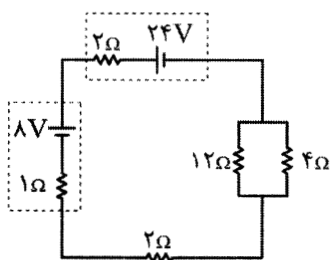
- (۱) $2/4$ (۲) $2/5$ (۳) $3/2$ (۴) $3/6$

۶۳- در مدار زیر آمپرسنج آرمانی در شرایطی که کلید k باز است عبور جریان 4 A را نشان می‌دهد. با بسته شدن کلید، آمپرسنج چه عددی را بر حسب آمپر نشان می‌دهد؟



- (۱) $1/6$
(۲) $2/4$
(۳) $4/8$
(۴) $3/2$

۶۴- در مدار شکل زیر، توان ورودی باتری ۸ ولتی چند وات است؟



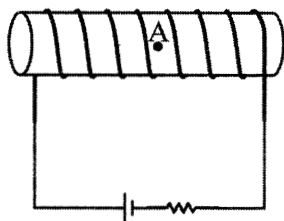
- (۱) ۱۲
(۲) ۱۶
(۳) ۲۰
(۴) ۴۰

۶۵- مسیر حرکت الکترونی در فضای میدان مغناطیسی مطابق شکل زیر است. جهت میدان مغناطیسی به کدام سمت است؟



- (۱) \rightarrow
(۲) \leftarrow
(۳) \otimes
(۴) \odot

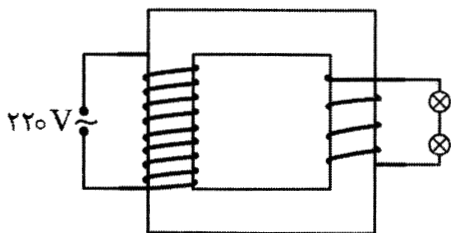
۶۶- از سیملوله شکل زیر، جریان 2 A عبور می‌کند. این سیملوله شامل 500 حلقه در طول 20 cm است. اندازه میدان مغناطیسی درون سیملوله چند گاوس است و قطب N عقربه مغناطیسی واقع در A درون سیملوله در چه



جهتی خواهد بود؟ $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

- (۱) \rightarrow ، ۶۰
(۲) \leftarrow ، ۶۰
(۳) \rightarrow ، ۳۰
(۴) \leftarrow ، ۳۰

۶۷- دو لامپ مشابه ۱۲ ولتی در ثانویه مبدل روشن هستند. اگر تعداد دور اولیه 550 دور باشد، تعداد دور ثانویه چند حلقه است؟



- (۱) ۶۰
(۲) ۳۰
(۳) ۹۰
(۴) ۱۲۰

۶۸- جرم پروتون $167 \times 10^{-27}\text{ kg}$ است. این جرم در SI و به صورت نمادگذاری علمی کدام است؟

- (۱) 167×10^{-26} (۲) 167×10^{-29} (۳) 167×10^{-24} (۴) 167×10^{-27}

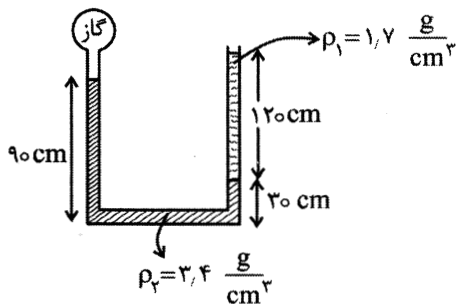
۶۹- جسم کروی با جرم $2/1 \text{ kg}$ دارای حفره‌ای با حجم 150 cm^3 است. این کره از ماده‌ای با چگالی $6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ساخته شده است. شعاع این کره چند سانتی‌متر است؟ $\pi = 3$

- ۵ (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)

۷۰- کدام گزینه درست است؟

- (۱) فاصله ذرات سازنده مایع بیش از فاصله ذرات سازنده جامد است.
 (۲) چنانچه فاصله بین مولکول‌های مایع از فاصله مولکولی کمتر شود، نیروی دافعه بین مولکول‌ها به وجود می‌آید.
 (۳) هر چه قطر لوله موئین کمتر شود، ارتفاع جیوه در آن افزایش می‌یابد.
 (۴) در سقوط یک قطره آب، نیروی کشش سطحی به مقدار بیشینه خود می‌رسد.

۷۱- در شکل زیر، دو مایع به حال تعادل اند. فشار گاز درون مخزن چند سانتی‌متر جیوه است؟



$(P_0 = 75 \text{ cm.Hg}, \rho_{\text{Hg}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$

- ۷۵ (۱)
 ۹۰ (۲)
 ۹۵ (۳)
 ۱۰۵ (۴)

۷۲- غواصی، در عمق $2/5 \text{ m}$ دریاچه‌ای در حال شنا کردن است. نیروی وارد بر کف پای غواص از طرف آب چند نیوتون است؟ (سطح کف پای غواص 160 cm^2 است؛ $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ، $P_0 = 100 \text{ kPa}$)

- ۱۰۰۰ (۱) ۲۰۰۰ (۲) ۳۰۰۰ (۳) ۴۰۰۰ (۴)

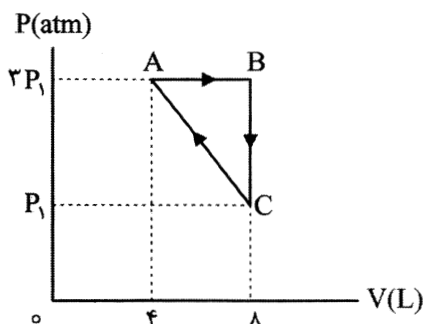
۷۳- توان الکتریکی یک پمپ آب $2/8 \text{ kW}$ است. این پمپ در هر دقیقه 400 kg آب را از سطح زمین تا ارتفاع 15 m بالا می‌کشد و با تندی $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ خارج می‌کند. بازده این پمپ چند درصد است؟ $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

- ۳۰ (۱) ۶۰ (۲) ۵۰ (۳) ۴۰ (۴)

۷۴- یک قطعه مس با دمای 84°C را درون 200 g آب با دمای 19°C می‌اندازیم. دمای تعادل مجموعه به 34°C می‌رسد. جرم قطعه مس چند گرم است؟ (اتلاف گرمایی ناچیز است و مس 10°C $C_{\text{آب}}$)

- ۲۰۰ (۱) ۴۰۰ (۲) ۶۰۰ (۳) ۸۰۰ (۴)

۷۵- گاز آرمانی چرخه شکل زیر را طی می‌کند. گرمایی که گاز در این چرخه با محیط مبادله می‌کند 600 J است. فشار و دمای مطلق نقطه C به ترتیب بر حسب اتمسفر و کلونین کدام است؟ (دمای نقطه A، 300 K است.)



- ۲۰۰ و ۱ (۱)
 ۲۰۰ و ۱/۵ (۲)
 ۶۰۰ و ۱ (۳)
 ۶۰۰ و ۱/۵ (۴)

۷۶- چه تعداد از مطالب زیر درست‌اند؟

- با افزایش عدد جرمی در ایزوتوپ‌های هیدروژن، نیم‌عمر آن‌ها به طور پیوسته کاهش می‌یابد.
- سنگین‌ترین ایزوتوپ ساخته شده از هیدروژن شامل ۷ نوترون است.
- ۲۶ عنصر ساختگی وجود دارد که از جمله آن‌ها عنصر تکنسیم است.
- اورانیوم با وجود پرتوزایی، فلزی طبیعی است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۷- کدام مطلب درست است؟

- (۱) گلوکز پرتوزا باعث از بین رفتن غده‌های سرطانی در بدن می‌شود.
- (۲) اتم‌های $^{56}_{26}\text{X}$ و $^{56}_{25}\text{X}$ هم مکان نامیده می‌شوند.
- (۳) طی غنی‌سازی اورانیوم طبیعی، جرم اتمی میانگین اورانیوم غنی شده از اورانیوم طبیعی بالاتر می‌رود.
- (۴) سحایی‌ها شامل عنصرهای سبک مانند H و He به همراه سایر عنصرهای دوره دوم جدول‌اند.

۷۸- چه تعداد از مطالب زیر، همواره درست‌اند؟

- طیف نشری خطی اتم هیدروژن تنها شامل ۴ خط است.
- با رنگ شعله می‌توان وجود برخی فلزها در ترکیبات را تشخیص داد.
- طیف نشری خطی با عبور نور شعله از یک منشور قابل مشاهده است.
- طیف نشری خطی از بازگشت الکترون‌ها به لایه $n = 1$ به وجود می‌آید.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

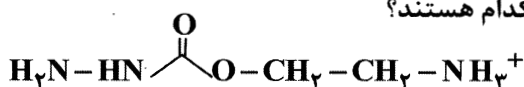
۷۹- بالاترین شمار الکترون‌های ظرفیتی و بالاترین لایه‌ای که آخرین الکترون عنصر مورد نظر آن دارای $n + l = 5$

است، به ترتیب کدام است؟

(۱) ۵، ۸ (۲) ۴، ۸ (۳) ۴، ۱۲ (۴) ۵، ۱۲

۸۰- کدام مطلب درست است؟

- (۱) گاز طبیعی به‌عنوان یک منبع صنعتی برای تهیه آرگون است.
 - (۲) در ارتفاعات بالای اتمسفر گونه‌هایی همچون He^+ و O^+ نیز یافت می‌شوند.
 - (۳) در مجموع گازهای نجیب اندکی بیشتر از ۱٪ از حجم هوای خشک را تشکیل می‌دهند.
 - (۴) در دمای 200°C - و فشار یک اتمسفر، همه اجزای سازنده هوا، به‌صورت گاز یا مایع‌اند.
- ۸۱- نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در یون زیر، کدام هستند؟



(۱) ۲/۷۵ (۲) ۲/۸۸ (۳) ۳ (۴) ۳/۲۵

۸۲- در یک ظرف دربسته، ۱۰ مول هیدروژن و ۱۰ مول نیتروژن طبق شرایط آزمایش هابر باهم واکنش داده‌اند. اگر این

واکنش تعادلی ۲۵٪ پیشرفت داشته باشد، نسبت شمار مول‌های آمونیاک به هیدروژن در ظرف واکنش کدام است؟

(معادله موازنه شود) $\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NH}_3(\text{g})$

(۱) ۲ (۲) ۱/۷۵ (۳) ۱/۶۶ (۴) ۱/۲۵

۸۳- برای رسوب دادن کامل یون‌های سرب (II) از ۵ لیتر محلول ۱٪ مولار آن، به‌تقریب چند گرم سدیم سولفات با

خلوص ۸۰٪ نیاز است؟ (معادله موازنه شود). $\text{Na}_2\text{SO}_4 + \text{Pb}^{2+} \rightarrow \text{PbSO}_4 + 2\text{Na}^+$

($\text{Na} = 23, \text{S} = 32, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) ۷/۹۲ (۲) ۸/۱۶ (۳) ۸/۳۲ (۴) ۸/۸۸

۸۴- از آمونیوم فسفات به‌عنوان کود شیمیایی در کشاورزی استفاده می‌شود. درصد جرمی نیتروژن در این ترکیب و

نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به جفت الکترون‌های ناپیوندی در آنیون آن، کدام است؟

($\text{N} = 14, \text{H} = 1, \text{P} = 31, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) $\frac{1}{4}, 28/2$ (۲) $\frac{1}{3}, 28/2$ (۳) $\frac{1}{3}, 24/6$ (۴) $\frac{1}{4}, 24/6$

۸۵- چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟

- $Mg(OH)_2$ جامدی نامحلول در آب است.
- مصارف صنعتی نمک خوراکی بسیار بیشتر از مصارف خانگی آن است.
- غلظت مواد نامحلول در آب کمتر از 100 ppm در آب خالص است.
- اتانول و استون با وجود جرم مولی نزدیک به هم و شمار اتم‌های کربن یکسان، دمای جوش متفاوتی دارند.

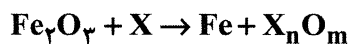
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۸۶- چند مورد از مطالب زیر درست هستند؟

- در عنصرهای هم گروه با X_{35} ، با افزایش شعاع اتمی، واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد.
- در عنصرهای فلزی دوره سوم، با افزایش شعاع، فعالیت شیمیایی افزایش می‌یابد.
- در یون کروم موجود در $K_2Cr_2O_7$ ، شمار الکترون‌های $3d$ برابر صفر است ($3d^0$).
- در فلزهای واسطه دوره چهارم، بیشترین ظرفیت مربوط به Mn_{25} بوده و Fe_{26} ، یون پایدار Fe^{2+} و Fe^{3+} تولید می‌کند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۸۷- در واکنش زیر به جای X ، چند مورد از عنصرهای زیر را می‌توان قرار داد تا در شرایط مناسب واکنش انجام شود؟



Ca • Ag • Cu • Zn • Mg •
۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۸۸- کدام مطلب درست است؟

- در نفتالن، دو اتم کربن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.
- در CH_3 ، تری‌متیل هیتان، ۶ گروه CH_3 وجود دارد.
- در CH_4 ، هگزن، فقط ۳ گروه CH_3 وجود دارد.
- از واکنش اتان با برم مایع، ۱ و ۲- دی برومو اتان به دست می‌آید.

۸۹- یک تکه فلز خالص به جرم 120 g با دمای 20°C درون مایعی با $c = 2 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ به جرم 250 g و دمای 70°C انداخته شده است، اگر دمای تعادل به تقریب برابر 68.5°C باشد، این فلز کدام است؟

Cu	Al	Ag	Au	نوع فلز
۰/۳۵	۰/۹	۰/۲۴	۰/۱۳	$c(\text{J.g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$
	(۴) مس	(۳) نقره	(۲) آلومینیم	(۱) طلا

۹۰- ارزش سوختی اتیلن به تقریب چند KJ.g^{-1} است؟



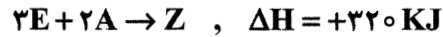
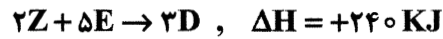
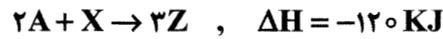
O-H	C=O	O=O	C-H	C=C	نوع پیوند
۴۶۷	۷۴۵	۴۹۵	۴۱۳	۵۱۴	(میانگین) انرژی پیوند (KJ.mol^{-1})

۴۲/۷۵ (۴) ۴۸/۲۵ (۳) ۳۶/۶۶ (۲) ۳۲/۸۲ (۱)

۹۱- در یک مشعل استیلن در هر دقیقه 120 g از آن به طور کامل سوزانده می‌شود. سرعت متوسط مصرف O_2 خالص، چند لیتر بر ثانیه است؟ (شرایط STP، $C = 12, H = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

۴/۳ (۴) ۳/۸ (۳) ۳/۲ (۲) ۲/۹ (۱)

۹۲- مقدار ΔH واکنش $X + 2E \rightarrow 3D$ ، چند KJ است؟



-۲۴۰ (۴)

+۲۴۰ (۳)

+۲۰۰ (۲)

-۲۰۰ (۱)

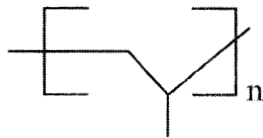
۹۳- چند مورد دربارهٔ مونومر پلیمر نشان داده شده، درست است؟

• با آب در شرایط مناسب واکنش می دهد.

• در دمای اتاق، گازی شکل است.

• شمار اتم های کربن آن از استون بیشتر است.

• از سوزاندن هر مول از آن، ۳ مول آب تولید می شود.



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۴- کدام مطلب درباره کوچک ترین مولکول استرالی در دسترس، درست است؟

الف- فرمول مولکولی آن مشابه استیک اسید است.

ب- شامل ۸ جفت الکترون پیوندی است.

پ- الکل تشکیل دهنده آن به هر نسبتی در آب حل می شود.

ت- اسید سازنده آن، یک اسید دو کربنی است.

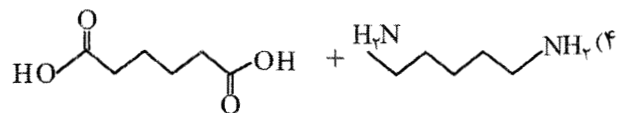
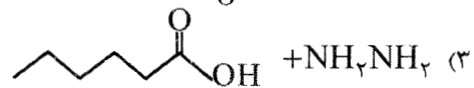
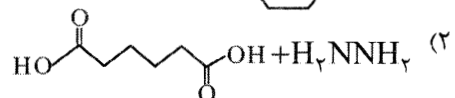
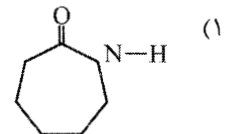
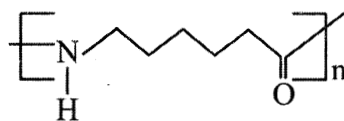
ب، ت

(۱) الف، ب

(۴) الف، ب، ت

(۳) الف، ب، پ

۹۵- کدام ماده (مواد) می تواند مونومر لازم برای تهیه پلیمر روبهرو باشد؟



۹۶- ۱۰۰g صابون $C_{15}H_{31}COONa$ با خلوص ۷۰٪ در آب سخت دارای یون های کلسیم به طور کامل رسوب کرده

است. جرم رسوب ایجاد شده، به تقریب چند گرم است؟ ($Ca = 40, C = 12, H = 1, O = 16: g.mol^{-1}$)

۶۹٫۲ (۴)

۶۲٫۸ (۳)

۵۸٫۷ (۲)

۵۳٫۶ (۱)

۹۷- غلظت یون های H^+ در محلول ۰٫۲ مولار اسید HA با $\alpha = 5\%$ ، چند برابر غلظت یون H^+ در نیتریک اسید

10^{-3} مولار است؟

۱ (۴)

۵ (۳)

۱۰ (۲)

۱۵ (۱)

۹۸- کدام مطلب درست است؟

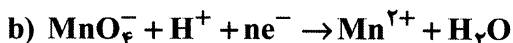
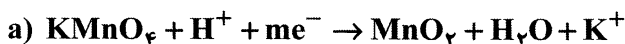
(۱) در محلول آمونیاک خالص، همواره $1 < \frac{[\text{NH}_4^+]}{[\text{NH}_3]}$ است.

(۲) محلول اسیدهای آلی خطی الکترولیت قوی است.

(۳) هرچه مقدار K_a در اسیدها بیشتر باشد، مقدار درصد α کمتر است.

(۴) مخلوط سدیم هیدروکسید و فلز آلومینیم با تولید گازهای خورنده باعث باز شدن گرفتگی لوله‌ها می‌شود.

۹۹- نسبت m به n در دو معادله واکنش زیر، کدام است؟ (معادلات موازنه نیستند و از هر واکنش دهنده فقط یک مول در نظر بگیرد.)



(۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{4}{7}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{3}{5}$

۱۰۰- در یک سلول سوختی که با گاز متان کار می‌کند، به ازای مصرف ۲۰۰g از این گاز، چند مول الکترون از مدار

خارجی عبور می‌کند؟ (در این سلول گاز متان به طور کامل اکسایش می‌یابد ($\text{C} = 12, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1}$))

(۱) ۸۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۶۰

۱۰۱- تفاوت انرژی فروپاشی شبکه کدام دو ترکیب بیشتر است؟

(۱) KCl یا KBr (۲) KF یا KCl

(۳) LiCl یا LiF (۴) LiBr یا LiCl

۱۰۲- چند مورد از ترکیبات مقابل، قطبی‌اند؟ ($\text{SiF}_4, \text{O}_3, \text{H}_2\text{CO}, \text{NF}_3, \text{SO}_3$)

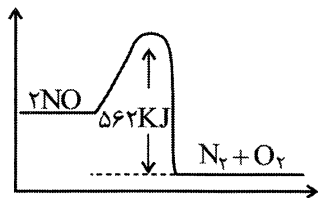
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۳- چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟

- برای تشخیص گروه عاملی در ترکیبات، از طیف سنجی فرسرخ استفاده می‌شود.
- به حداکثر انرژی لازم برای شروع انجام واکنش، انرژی فعالسازی می‌گویند.
- واکنش‌های گرماگیر به انرژی فعالسازی نیاز ندارند.
- سرعت واکنش‌ها رابطه معکوس با مقدار E_a دارد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۴- با توجه به نمودار زیر و جدول داده‌شده، مقدار E_a واکنش گازی زیر، چند KJ است؟



نوع پیوند	$\text{O}=\text{O}$	$\text{N}\equiv\text{N}$	$\text{N}=\text{O}$
(میانگین) انرژی پیوند (kJ.mol^{-1})	۴۹۵	۹۴۱	۶۰۷

(۱) ۳۴۰ (۲) ۳۶۷ (۳) ۲۹۸ (۴) ۲۸۴

۱۰۵- از اکسایش ۲۰۰g از پارازیلین با پتاسیم پرمنگنات (بازده ۹۰٪)، به تقریب چند گرم ترفتالیک اسید به دست

می‌آید؟ ($\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{O} = 16; \text{g.mol}^{-1}$) (تنها فراورده واکنش، ترفتالیک اسید است.)

(۱) ۱۸۵ (۲) ۱۹۶ (۳) ۲۱۲ (۴) ۲۸۲



آزمون ۱۲ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم - جامع نوبت دوم (۱۴۰۲/۰۲/۱۵)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون های آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون ها ، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاه های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



کانال تلگرام آزمون های آزمایشی سنجش @sanjesheducationgroup

ویژه پایه دوازدهم

ریاضیات

۱. گزینه ۲ درست است.

$$a_n \Rightarrow n_{\max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-51}{2(-6)} = 4.25$$

چون $n \in \mathbb{N}$ ، بنابراین بزرگترین جمله در $n = 4$ یا $n = 5$ اتفاق می‌افتد:

$$\left. \begin{aligned} n = 4 \rightarrow a_4 &= -6(4)^2 + 51(4) + 17 = 125 \\ n = 5 \rightarrow a_5 &= -6(5)^2 + 51(5) + 17 = 122 \end{aligned} \right\} \rightarrow a_{\max} = 125 \quad (1)$$

از طرفی $1 \leq \sin\left(\frac{x}{2}\right) \leq -1$ بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} \sin\left(\frac{x}{2}\right) = -1 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = 32 &= \text{بیشترین مقدار} = \text{عرض از مبدأ} \\ \sin\left(\frac{x}{2}\right) = 1 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2 &= \text{کمترین مقدار} = \text{شیب} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{b_n = 2n + 32}$$

دنباله خطی مورد نظر

$$b_{40} = 2(40) + 32 = 112 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \text{مجموع مورد نظر سؤال} = 125 + 112 = 237$$

۲. گزینه ۲ درست است.

$$\rightarrow |5 - 2x| \leq 11 \rightarrow -11 \leq 5 - 2x \leq 11 \rightarrow -16 \leq -2x \leq 6$$

$$\text{مجموع اعضای برد} = (-3) + (-2) + \dots + 7 + 8 = 30$$

۳. گزینه ۴ درست است.

$$2x^2 - x + a - 1 = 0 \xrightarrow[\Delta \geq 0]{\text{شرط حداقل یک ریشه}} (-1)^2 - 4(2)(a-1) \geq 0 \rightarrow a \leq \frac{9}{8} \quad (1)$$

$$ax^2 + x + \frac{1}{4} = 0 \xrightarrow[\Delta \leq 0]{\text{شرط حداکثر یک ریشه}} 1^2 - 4(a)\left(\frac{1}{4}\right) \leq 0 \rightarrow a \geq 1 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 1 \leq a \leq \frac{9}{8} \left\{ \Rightarrow 8x^2 - 9x + 1 = 0 \rightarrow x = 1, x = \frac{1}{8} \right.$$

$$\left. \begin{aligned} c = 1 \text{ (حداقل } a) \\ b = \frac{9}{8} \text{ (حداکثر } a) \end{aligned} \right\} \text{ حاصلضرب وارون ریشه‌ها} = 1 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

۴. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 = 16 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = -2$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \rightarrow 5 \times (-2) = \frac{1-2m}{1} \Rightarrow \boxed{m = \frac{11}{2}}$$

$$x_1^2 + x_2^2 + 3 \cdot m = 5^2 + (-2)^2 + 3 \cdot \left(\frac{11}{2}\right) = 28.25$$

۵. گزینه ۱ درست است.

$$f^{-1}(x) = \frac{-x}{2} - 1, D_{f^{-1}} = [-4, 4] = R_F$$

می‌دانیم:

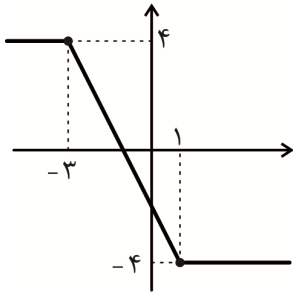
از طرفی چون نمودار f^{-1} یک خط و نزولی اکید است: $R_{f^{-1}} = D_f = [-3, 1]$

بنابراین نمودار $f(x)$ به صورت زیر است (نمودار آبشاری یا Z مانند):

$$\Rightarrow f(x) = |x-1| - |x+3|$$

$$m = -1 \quad n = 3$$

$$\Rightarrow \text{عبارت مورد نظر سؤال} = 3n - 2m = 3(3) - 2(-1) = 11$$



۶. گزینه ۴ درست است.

$$f(1) = g(1) = 4 \Rightarrow 4 = 2 + 2^{b-a} \Rightarrow b - a = 1 \quad (1)$$

$$f^{-1}(10) = -1 \rightarrow f(-1) = 10 \rightarrow 10 = 2 + 2^{b+a} \rightarrow b + a = 3 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow a = 1, b = 2 \Rightarrow \boxed{f(x) = 2 + 2^{2-x}}$$

$$f \text{ محاسبه ضابطه وارون} \rightarrow x = 2 + 2^{2-y} \rightarrow x - 2 = 2^{2-y} \rightarrow \log_2^{(x-2)} = 2 - y$$

$$y = 2 - \log_2^{(x-2)} \rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = 2 - \log_2^{(x-2)}} \Rightarrow x - 2 > 0 \rightarrow \boxed{x > 2} \quad (3)$$

$$f^{-1}(x) + 2 \geq 0 \rightarrow 2 - \log_2^{(x-2)} + 2 \geq 0$$

$$\log_2^{(x-2)} \leq 4 \rightarrow x - 2 \leq 2^4 \rightarrow \boxed{x \leq 18} \quad (4)$$

(۳), (۴) $\Rightarrow 2 < x \leq 18 \rightarrow$ مجموعه جواب نامعادله دارای ۱۶ عدد طبیعی است.

۷. گزینه ۱ درست است.

$$\cos 2\beta = 1 - \sin^2 \beta = 1 - 2\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{8}{25} \quad (1)$$

$$\sin \beta = \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \xrightarrow{0 < \beta < 90^\circ} \tan \beta = \frac{3}{4}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} \Rightarrow \frac{8}{x} = \frac{\frac{2}{x} + \frac{3}{4}}{1 - \frac{2}{x} \times \frac{3}{4}} \rightarrow \frac{8}{x} = \frac{3x + 8}{4x - 6} \Rightarrow 3x^2 - 24x + 48 = 0$$

$$\rightarrow 3(x-4)^2 = 0 \rightarrow \boxed{x = 4} \quad (2)$$

$$\text{وتر مثلث کوچک} = 2\sqrt{5} \quad \text{و} \quad \text{وتر مثلث بزرگ} = 4\sqrt{5}$$

$$\cos(\theta - \alpha) = \cos \theta \cdot \cos \alpha + \sin \theta \cdot \sin \alpha$$

$$= \frac{8}{4\sqrt{5}} \times \frac{4}{2\sqrt{5}} + \frac{4}{4\sqrt{5}} \times \frac{2}{2\sqrt{5}} = 1 \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow x + \cos 2\beta + \cos(\theta - \alpha) = 4 + \frac{8}{25} + 1 = \frac{52}{25}$$

۸. گزینه ۳ درست است.

اگر خارج قسمت تقسیم $P(x)$ بر $x^3 - 8$ را $Q(x)$ بنامیم آنگاه:

$$P(x) = (x^3 - 8)Q(x) + x^2 + x + 4 \rightarrow P(x) = \overbrace{(x^3 - 8)Q(x)}^{A(x)} + x^2 + x + 4$$

$$P(x+3) = ((x+3)-2)A(x+3) + (x+3)^2 + (x+3) + 4$$

برای یافتن باقی‌مانده این عبارت بر $x+1$ داریم:

$$x+1=0 \rightarrow x=-1 \rightarrow P(-1+3) = 0 \times A(2) + (-1+3)^2 + (-1+3) + 4$$

حاصل برابر ۱۰ است.

۹. گزینه ۳ درست است.

$$0 = a \times 0 + c \rightarrow \boxed{c=0} \rightarrow y = a \sin(b\pi x)$$

از $x = \frac{-1}{2}$ تا مبدأ برابر $\frac{1}{4}$ دوره تناوب تابع است، بنابراین $T = 2$

$$\frac{2\pi}{|b\pi|} = 2 \rightarrow |b| = 1$$

ماکزیمم تابع برابر $\frac{1}{2}$ است در نتیجه $|a| = \frac{1}{2}$ تابع در همسایگی مبدأ مختصات نزولی است بنابراین $ab < 0$ است:

$$\begin{cases} a = \frac{1}{2}, b = -1 \rightarrow 6a - b + c = 4 \\ a = \frac{-1}{2}, b = 1 \rightarrow 6a - b + c = -4 \end{cases}$$

$$\text{حاصل ضرب } 2 \text{ مقدار ممکن} = 4(-4) = -16$$

۱۰. گزینه ۳ درست است.

$$x \rightarrow 3^+ : f(x) = \frac{3(x-3)}{\sqrt{2x+3}-x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3(x-3)}{\sqrt{2x+3}-x} \times \frac{\sqrt{2x+3}+x}{\sqrt{2x+3}+x} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3(x-3) \times 6}{-(x-3)(x+1)} = -4/5 = R$$

$$x \rightarrow 3^- : f(x) = \frac{-2(x-3)}{\sqrt{2x+3}-x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} -2 \frac{3(x-3)}{\sqrt{2x+3}-x} \times \frac{\sqrt{2x+3}+x}{\sqrt{2x+3}+x} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-2(x-3) \times 6}{-(x-3)(x+1)} = 3 = L$$

در محاسبه حد دوم، چون $\lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 3$ و حاصل نهایی حد $+\infty$ شده است، پس مخرج کسر $2(x-1)^2$ بوده است

تا مخرج کسر به 0^+ میل کند:

$$2(x-1)^2 = 2x^2 - 4x + 2 = 2x^2 + ax + b \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$L - 4R - a + b = 3 - 4(-4/5) - (-4) + 2 = 27$$

۱۱. گزینه ۲ درست است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-1)}{a(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{1}{2a}$$

$$f(1) = 2b - 1$$

می‌دانیم اگر $0 < x < 1$ باشد آنگاه $\sqrt{x} > x$:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 - 1}{-(x - \sqrt{x})} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{-(x - \sqrt{x})} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3(x-1)}{-x(x-1)} = -6$$

شرط پیوستگی: $\frac{1}{2a} = -6 = 2b - 1 \rightarrow a = \frac{-1}{12}, b = \frac{-5}{2}$

این تابع در $x = 0$ مجانب قائم دارد و $y = -24$ مجانب افقی آن است. (دقت کنید تابع در $x = 1$ پیوسته است و مجانب قائم ندارد.)

مجانب افقی: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 3\sqrt{x} + 1}{-\frac{1}{12}(x-1)} \cong \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{-\frac{1}{12}x} = -24$

بنابراین تابع فقط دو مجانب دارد. ($n = 2$)

عبارت مورد نظر سؤال $= 4(3a - b) + n = 4(-\frac{1}{12} + \frac{5}{2}) + 2 = 11$

۱۲. گزینه ۱ درست است.

$$2 \cos^2 x - 9 \cos x - 5 = 0 \xrightarrow{\Delta=121} \cos x = \frac{9 \pm 11}{4}$$

$$\begin{cases} \cos x = 5 \\ \cos x = \frac{-1}{2} \rightarrow \cos x = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$x_f = \frac{10\pi}{3}$

$x_1 = \frac{2\pi}{3} \quad x_2 = \frac{4\pi}{3} \quad x_3 = \frac{8\pi}{3}$

معادله اول در بازه $[0, 4\pi]$ دارای ۴ جواب است. ($m = 4$)

$$\tan 4x = \frac{-1}{\tan 2x}; x \neq \frac{k\pi}{2} \Rightarrow \tan 4x = -\cot 2x \rightarrow \tan 4x = \tan(\frac{\pi}{2} + 2x)$$

$$\rightarrow 4x = k\pi + (\frac{\pi}{2} + 2x) \rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

$x_\lambda = \frac{15\pi}{4}$

$x_1 = \frac{\pi}{4} \quad x_2 = \frac{3\pi}{4} \quad x_3 = \frac{5\pi}{4} \quad x_4 = \frac{7\pi}{4} \quad x_5 = \frac{9\pi}{4} \quad x_6 = \frac{11\pi}{4} \quad x_7 = \frac{13\pi}{4}$

باتوجه به دامنه تابع تانژانت $4x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$ و $2x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$ پس $x \neq \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$ و $x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ است و هیچ کدام از جوابها قابل قبول نیستند و $n = 0$ است.

$$m^2 + n^2 = 4^2 + 0^2 = 16$$

۱۳. گزینه ۴ درست است.

این تابع در $x = -1$ مشتق ناپذیر است پس:

$$(-1)^2 + a(-1) + b = 0 \rightarrow -a + b = -1$$

ازطرفی مقدار $x^2 + ax + b$ در $x = 1$ نیز باید برابر صفر باشد.

$$(1)^2 + a(1) + b = 0 \rightarrow a + b = -1$$

با حل دستگاه حاصل $a = 0, b = -1$ می شوند.

$$f(x) = (x-1)|x^2-1| = \begin{cases} (x-1)(x^2-1) = (x-1)^2(x+1) & x > 1 \text{ یا } x < -1 \\ -(x-1)(x^2-1) = -(x-1)^2(x+1) & -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

از تابع مشتق می‌گیریم و جدول تعیین علامت مشتق را می‌یابیم.

$$f'(x) = \begin{cases} 2(x-1)(x+1) + (x-1)^2 = 0 & x > 1 \text{ یا } x < -1 \\ -2(x-1)(x+1) - (x-1)^2 = 0 & -1 < x < 1 \end{cases}$$

ریشه‌های مشتق $x = 1$ و $x = -\frac{1}{3}$ هستند.

x		-1	$-\frac{1}{3}$	1	
f'(x)	+		-	+	+

تابع در بازه $[-\frac{1}{3}, 1]$ اکیداً صعودی است.

۱۴. گزینه ۳ درست است.

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \quad \checkmark \\ x = -2 \quad \times \text{ (در بازه نیست)} \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 1 \rightarrow y = k - 11 \\ x = 2 \rightarrow y = k - 16 = \min \\ x = 3 \rightarrow y = k - 9 = \max \end{array} \right\} \Rightarrow k - 9 = 2(k - 16) \rightarrow \boxed{k = 23}$$

$$f(x) = x^3 - 12x + 23$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$f''(x) = 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 23 \end{cases} \Rightarrow I(0, 23) \xrightarrow{\text{فاصله تا مبدأ مختصات}} OI = 23$$

۱۵. گزینه ۴ درست است.

$$h'(x) = (6x - 2)f(3\sqrt{x}) + (3x^2 - 2x + 4) \times f'(3\sqrt{x}) \times \frac{3}{2\sqrt{x}}$$

$$h'(1) = 4f(3) + 5f'(3) \times \frac{3}{2}$$

$$h'(1) = 4\left(\frac{7}{8}\right) + 5\left(\frac{7}{5}\right) \times \frac{3}{2} = 14$$

$$h(1) = 5 \times f(3) = 5 \times \frac{7}{8} = \frac{35}{8}$$

$$\text{سؤال عبارت مورد نظر} = 8h(1) \times h'(1) = 8 \times \frac{35}{8} \times 14 = 490$$

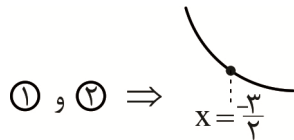
۱۶. گزینه ۳ درست است.

$$f'(x) = 2x - \pi \sin \pi x \rightarrow f'\left(\frac{-3}{2}\right) = -3 - \pi < 0$$

(۱) در همسایگی $x = \frac{-3}{2}$ نزولی است.

$$f''(x) = 2 - \pi^2 \cdot \cos \pi x \rightarrow f''\left(\frac{-3}{2}\right) = 2 > 0$$

(۲) جهت تقعر f در همسایگی $x = \frac{-3}{2}$ رو به بالاست.



۱۷. گزینه ۲ درست است.

$$\text{نقاط } N, M \text{ وسط دو ساق هستند} \Rightarrow EF = \frac{9-5}{2} = 2$$

$$EF \parallel CD \Rightarrow \frac{S_{OEF}}{S_{OCD}} = \left(\frac{EF}{CD}\right)^2 = \left(\frac{2}{9}\right)^2 = \frac{4}{81} \Rightarrow \frac{S_{\text{دوزنقه}}}{S_{OCD}} = 1 - \frac{4}{81} = \frac{77}{81}$$

$$\Rightarrow S_{\text{دوزنقه}} = \frac{77}{81} S_{OCD}$$

$$\text{مثلث‌های } OCD, OAB \text{ متشابه‌اند} \Rightarrow \frac{S_{OAB}}{S_{OCD}} = \left(\frac{5}{9}\right)^2 = \frac{25}{81} \Rightarrow S_{OAB} = \frac{25}{81} S_{OCD}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{OAB}}{S_{\text{دوزنقه}}} = \frac{\frac{25}{81} S_{OCD}}{\frac{77}{81} S_{OCD}} = \frac{25}{77}$$

۱۸. گزینه ۱ درست است.

حجم دو هرم به ارتفاع ۳ و شعاع قاعده $3\sqrt{3}$ و یک استوانه به ارتفاع ۶ و شعاع قاعده $3\sqrt{3}$ را از حجم کره‌ای با شعاع ۶ تفریق می‌کنیم:

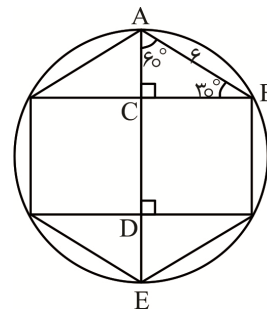
$$AC = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

$$BC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

$$AE = 12 = CD + 2AC \rightarrow CD = 6$$

$$\text{حجم مورد نظر} = \frac{4}{3} \pi (6)^3 - \left(2 \times \frac{1}{3} \times \pi (3\sqrt{3})^2 \times 3 + \pi (3\sqrt{3})^2 \times 6\right)$$

$$\xrightarrow{\pi=3 \text{ با فرض}} \text{حجم مورد نظر} = 864 - (162 + 486) = 216$$



۱۹. گزینه ۳ درست است.

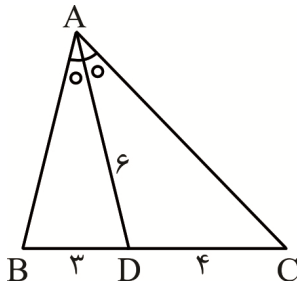
اگر b تعداد نقاط مرزی و i تعداد نقاط درونی این چند ضلعی باشد آنگاه:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{b+i}{2} \Rightarrow i - 1 = \frac{i}{2} \Rightarrow i = 2$$

کمترین مساحت ممکن هنگامی رخ می‌دهد که تعداد نقاط مرزی کمترین تعداد ممکن یعنی $b = 3$ باشد. بنابراین:

$$S = \frac{3}{2} + 2 - 1 = 2,5$$

۲۰. گزینه ۴ درست است.



$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$

$$36 = AB \times AC - 3 \times 4$$

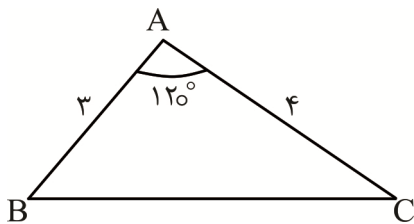
$$\boxed{AB \times AC = 48} \quad (1)$$

$$\text{نیمساز } AD \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow AB = 6, AC = 8$$

$$\Delta ABC \text{ محیط} = 6 + 7 + 8 = 21$$

۲۱. گزینه ۳ درست است.



قضیه کسینوس‌ها:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$BC^2 = 9 + 16 - 2 \times 3 \times 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$BC^2 = 37 \rightarrow BC = \sqrt{37}$$

قضیه سینوس‌ها:

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \rightarrow \frac{\sqrt{37}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \rightarrow R = \sqrt{\frac{37}{3}}$$

ΔABC شعاع دایره محیطی مثلث

$$S = \pi R^2 = 3 \times \left(\sqrt{\frac{37}{3}}\right)^2 = 37$$

۲۲. گزینه ۲ درست است.

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{5} \Rightarrow EF \parallel BC \Rightarrow \text{مثلث‌های } AEF \text{ و } ABC \text{ متشابه‌اند}$$

$$\Rightarrow \text{نسبت تشابه} = k = \frac{1}{5} \Rightarrow S_{AEF} = \frac{1}{25} S_{ABC} \Rightarrow \text{مساحت دوزنقه} = \frac{24}{25} S_{ABC}$$

برای محاسبه مساحت مثلث ABC از رابطه هرون به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$2p = 13 + 14 + 15 = 42 \Rightarrow p = 21 \Rightarrow S = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = 84$$

$$\Rightarrow \text{مساحت دوزنقه} = \frac{24}{25} \times 84 = 80,64$$

۲۳. گزینه ۴ درست است.

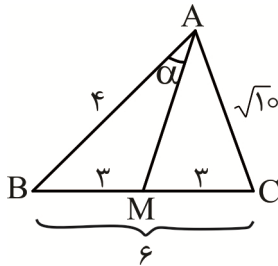
اگر مساحت مثلث ABC را با S، محیط مثلث را با ۲p، مساحت دایره محاطی داخلی مثلث را با S_۱ و مساحت دایره محاطی خارجی نظیر کوچکترین ضلع را با S_۲ نشان دهیم آنگاه خواهیم داشت:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi r^2}{\pi r_a^2} = \left(\frac{r}{r_a}\right)^2 \quad r = \frac{S}{p} \quad r_a = \frac{S}{p-a} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{p-a}{p}\right)^2$$

$$2p = 8 + 15 + 17 = 40 \Rightarrow p = 20 \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{20-8}{20}\right)^2 = \left(\frac{12}{20}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} = 0,36$$

۲۴. گزینه ۴ درست است.

با توجه به قضیه میانه‌ها خواهیم داشت:



$$b^2 + c^2 = 2AM^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 10 + 16 = 2AM^2 + \frac{36}{2}$$

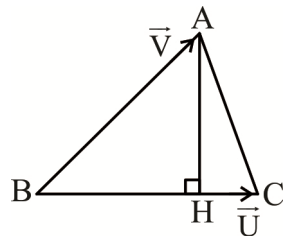
$$\Rightarrow 2AM^2 = 26 - 18 = 8 \Rightarrow AM^2 = 4 \Rightarrow AM = 2$$

اینک با توجه به قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABM داریم:

$$BM^2 = AB^2 + AM^2 - 2AB \times AM \times \cos \alpha \Rightarrow 9 = 16 + 4 - 2 \times 4 \times 2 \times \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 16 \cos \alpha = 20 - 9 = 11 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{11}{16}$$

۲۵. گزینه ۲ درست است.



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |\vec{U} \times \vec{V}| = \frac{1}{2} |AH| |BC| \Rightarrow |AH| = \frac{|\vec{U} \times \vec{V}|}{|BC|}$$

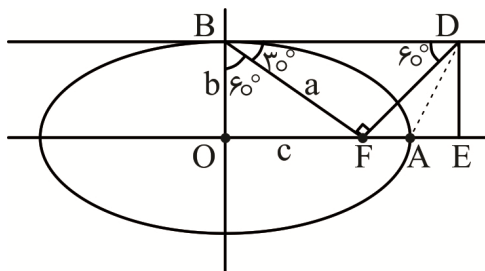
$$\begin{cases} \vec{U} = \vec{BC} = C - B = (-2, 2, 1) \\ \vec{V} = \vec{BA} = A - B = (-1, 3, -2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{U} \times \vec{V} = (-7, -5, -4) \Rightarrow |\vec{U} \times \vec{V}| = \sqrt{49 + 25 + 16} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

$$\vec{BC} = (-2, 2, 1) \Rightarrow |BC| = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3 \Rightarrow |AH| = \frac{3\sqrt{10}}{3} = \sqrt{10}$$

۲۶. گزینه ۱ درست است.

با توجه به شکل خواهیم داشت:



$$\Delta OBF : \sin 60^\circ = \frac{c}{a} \quad \Delta BDF : \sin 60^\circ = \frac{a}{BD}$$

$$\Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{a}{BD} \Rightarrow BD = \frac{a^2}{c} \Rightarrow OE = \frac{a^2}{c}$$

$$\begin{cases} AF = a - c \\ AE = \frac{a^2}{c} - a = \frac{a^2 - ac}{c} = \frac{a}{c}(a - c) \end{cases} \Rightarrow \frac{AF}{AE} = \frac{a - c}{\frac{a}{c}(a - c)} = \frac{c}{a} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۲۷. گزینه ۳ درست است.

چون شعاع دایره در نقطه تماس، بر خط مماس عمود است بنابراین:

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 5 \rightarrow o(1, 1) \Rightarrow m_{OA} = \frac{3 - 1}{2 - 1} = 2$$

$$\Rightarrow \text{مماس } m = -\frac{1}{2} \Rightarrow y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow \boxed{x + 2y - 8 = 0} \quad A(2, 3) \text{ در مماس خط}$$

با تبدیل معادله سهمی به حالت استاندارد، مختصات کانون آن را به دست می آوریم:

$$y^2 - 2y + 8x + 9 = 0$$

$$(y - 1)^2 = 8(x + 1) \rightarrow -4a = -8 \rightarrow \boxed{a = 2}$$

$$s(-1, 1) \rightarrow F(-3, 1)$$

$$\text{فاصله } F \text{ تا خط مماس} = \frac{|-3 + 2(1) - 8|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{9}{\sqrt{5}} \xrightarrow{\text{مجذور فاصله}} \frac{81}{5} = 16,2$$

۲۸. گزینه ۴ درست است.

با فرض $|A^{-1} - B^{-1}| = K$ از سمت چپ دو طرف معادله را در $|A|$ ضرب می کنیم:

$$|A(A^{-1} - B^{-1})| = |A| \cdot K \rightarrow |I - A \cdot B^{-1}| = -K$$

اکنون دو طرف معادله اخیر را در $|B|$ از راست ضرب می کنیم:

$$|(I - A \cdot B^{-1})B| = -K \times |B|$$

$$|B - A| = -4K \quad (1)$$

$$A - B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \rightarrow B - A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -5 & -6 \end{bmatrix} \rightarrow |B - A| = 28 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 28 = -4K \rightarrow \boxed{K = -7}$$

۲۹. گزینه ۳ درست است.

$$|A| = 28 |A|^3 - 6 |A| \rightarrow 28 |A|^3 - |A| = 0$$

$$\begin{cases} |A| = 0 & \text{غ ق ق} \\ |A|^2 = \frac{1}{4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} |A| = 0 \\ |A|^2 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$|2A^{-1}|^4 = 2^2 \times |A^{-1}|^4 = 4 \times \left(\frac{1}{|A|}\right)^4 = 4 \times \left(\frac{1}{|A|^2}\right)^2 = 4(4)^2 = 64$$

ماتریس 2×2

۳۰. گزینه ۴ درست است.

می‌دانیم $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ ، بنابراین:

$$[p \wedge (q \vee \sim p)] \Rightarrow q \equiv [(p \wedge q) \vee \underbrace{(p \wedge \sim p)}_F] \Rightarrow q \equiv (p \wedge q) \Rightarrow q$$

$$\equiv (\sim (p \wedge q)) \vee q \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee q \equiv \sim p \vee \underbrace{(\sim q \vee q)}_T \equiv T$$

۳۱. گزینه ۱ درست است.

$$P(B' | A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + \underbrace{P(B) - P(A \cap B)}_{P(B-A)} = 0,18 + 0,04 = 0,22$$

فقط B

$$\Rightarrow P(B' | A') = \frac{1 - 0,22}{1 - 0,18} = \frac{0,78}{0,82} = \frac{39}{41}$$

۳۲. گزینه ۱ درست است.

احتمال آنکه مهره اول، عددی زوج باشد $\frac{2}{5}$ و احتمال آنکه این مهره، عددی فرد باشد $\frac{3}{5}$ است.

اگر مهره اول زوج باشد باید یک مهره دیگر برداریم. برای آن که حاصل جمع این دو مهره، عددی زوج شود باید مهره دوم نیز،

$$\frac{\binom{1}{1}}{\binom{4}{1}} = \frac{1}{4}$$

عددی زوج باشد که احتمال آن برابر است با:

اگر مهره اول فرد باشد باید دو مهره دیگر برداریم. برای آن که حاصل جمع این سه مهره، عددی زوج شود باید حاصل جمع دو

$$\frac{\binom{2}{1} \binom{2}{1}}{\binom{4}{2}} = \frac{4}{6}$$

مهره بعدی، عددی فرد باشد یعنی باید یکی زوج و یکی فرد باشد که احتمال آن برابر است با:

بنابراین احتمال مطلوب برابر است با:

$$\left(\frac{2}{5} \times \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{5} \times \frac{4}{6}\right) = \frac{1}{10} + \frac{2}{5} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

۳۳. گزینه ۲ درست است.

$$\sigma = 12 \times \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow 12, \bar{x} = \frac{\sum (f_i \times x_i)}{N}$$

$$12 = \frac{(4 \times 10) + (x \times 11) + (5 \times 12) + (10 \times 13) + (3 \times 14)}{4 + x + 5 + 10 + 3} \Rightarrow x = 8$$

چون تعداد کل داده‌ها برابر ۳۰ است، بنابراین:

$$Q_2 = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} = \frac{12 + 12}{2} = 12$$

$$\left. \begin{aligned} Q_1 = x_8 = 11 \\ Q_3 = x_{23} = 13 \end{aligned} \right\} \Rightarrow IQR = |Q_3 - Q_1| = 2$$

$$\frac{Q_3}{IQR} = \frac{13}{2} = 6.5$$

۳۴. گزینه ۴ درست است.

$$\begin{cases} \gamma | 5a + 2b + 3 \\ \gamma | 3a - 10b + 4k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \gamma | 25a + 10b + 15 \\ \gamma | 3a - 10b + 4k \end{cases}$$

$$\Rightarrow \gamma | 28a + 15 + 4k \Rightarrow \gamma | 4k + 15 \Rightarrow 4k + 15 \equiv 0 \pmod{\gamma}$$

$$\Rightarrow 4k \equiv -15 \pmod{\gamma} \Rightarrow k \equiv -2 \pmod{\gamma} \Rightarrow k = \gamma q + 5$$

کوچک ترین عدد طبیعی مانند k برابر ۵ است.

$$35275 \equiv x \pmod{\gamma} \Rightarrow \begin{cases} 35275 \equiv 5 + 7 + 2 + 5 + 3 \equiv 22 \equiv 4 + 27 \equiv 31 \pmod{\gamma} \\ 35275 \equiv 5 - 7 + 2 - 5 + 3 \equiv -2 \equiv 9 + 22 \equiv 31 \pmod{\gamma} \end{cases} \Rightarrow 35275 \equiv 31 \pmod{\gamma}$$

۳۵. گزینه ۳ درست است.

$$10! \equiv 0 \pmod{\gamma} \quad 10! \equiv 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \equiv (2 \times 6) \times (3 \times 4) \times (5 \times 9) \times (7 \times 8) \times 10$$

$$\equiv 12 \times 12 \times 45 \times 56 \times 10 \equiv 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 10 \equiv 10 \pmod{\gamma}$$

$$\begin{cases} 10! \equiv 0 \pmod{\gamma} \Rightarrow 21 \\ 10! \equiv 10 \pmod{\gamma} \Rightarrow 21 \end{cases} \Rightarrow 10! \equiv 21 \pmod{\gamma} \Rightarrow ab = 21 \Rightarrow ba = 12$$

$$12 \equiv 0 \pmod{\gamma} \Rightarrow 12^{12} \equiv 2^4 \equiv 16 \equiv 6 \pmod{\gamma}$$

۳۶. گزینه ۳ درست است.

با توجه به فرض سؤال گراف G الزاماً ۳- منتظم است بنابراین:

$$\sum \deg v_i = 2q \rightarrow p \times 3 = 2q \quad (1)$$

از طرفی $q(\bar{G}) = 6q(G)$:

$$q(\bar{G}) + q(G) = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$6q(G) + q(G) = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$\gamma q = \frac{p(p-1)}{2} \xrightarrow{\text{طبق (1)}} \gamma \left(\frac{3p}{2} \right) = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$21 = p - 1 \rightarrow p = 22 \rightarrow \boxed{q = 33}$$

تعداد یال‌های لازم برای تبدیل G به گراف کامل \bar{G} $q(\bar{G}) = 198$

۳۷. گزینه ۲ درست است.

گراف کامل مرتبه ۱۰ دارای $\frac{p(p-1)}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$ یال است. گراف G نسبت به گراف K_{10} فقط ۳ یال کمتر دارد. این ۳ یال را باید طوری حذف کنیم که $\Delta = 9$ و $\delta = 8$ ایجاد شود. برای این منظور باید ۳ یال را بدون رأس مشترک از K_{10} حذف کرد. به این ترتیب ۶ رأس با درجه $\delta = 8$ خواهیم داشت و ۴ رأس با $\Delta = 9$ باقی می ماند که هر یک از این ۴ رأس به تنهایی می تواند مجموعه احاطه گر مینیمم باشد.

۳۸. گزینه ۴ درست است.

$$245 = 5 \times 7^2$$

$$x_1^2 + x_2 + x_3 = 5 \xrightarrow{x_1=1} x_2 + x_3 = 4 \Rightarrow \begin{pmatrix} 4-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = 3$$

$$y_1 + y_2 + \sqrt[3]{y_3} = 7 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3' = 7 \Rightarrow \begin{pmatrix} 7-1 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} = 15$$

معادله شامل x_i دارای ۳ جواب و معادله شامل y_i دارای ۱۵ جواب و در نهایت معادله اصلی دارای $3 \times 15 = 45$ جواب طبیعی است.

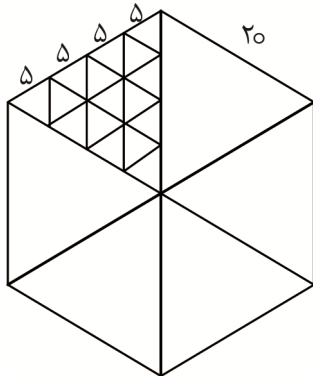
۳۹. گزینه ۱ درست است.

مربع لاتین A به صورت زیر است و مجموع درایه های قطر فرعی آن $2+2+2+2=8$ است.

$$A = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & 1 & 4 & 2 \\ \hline 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 4 & 1 & 3 \\ \hline \end{array}$$

چون دو مربع لاتین A و B متعامدند و درایه های روی قطر اصلی مربع لاتین A همگی یکسان و برابر ۳ است، الزاماً درایه های قطر اصلی مربع لاتین B باید ۴ عدد متمایز ۱، ۲، ۳، ۴ باشند که مجموع آن ها $1+2+3+4$ است:

$$\text{مجموع مورد نظر سؤال} = 10 + 8 = 18$$



۴۰. گزینه ۲ درست است.

ابتدا قطرهای بزرگ شش ضلعی منظم را رسم می کنیم تا ۶ مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۲۰ ایجاد شود. سپس هر ضلع این مثلث های متساوی الاضلاع را به ۴ قسمت تقسیم کرده و مطابق شکل به هم وصل می کنیم. تعداد کل مثلث های متساوی الاضلاع به ضلع ۵ برابر است با: $6 \times 4^2 = 96$ بنابراین براساس اصل لانه کبوتر حداقل تعداد نقطه ها برابر است با: $96 + 1 = 97$

فیزیک

۴۱. گزینه ۱ درست است.

$$x = vt + x_0$$

$$x_A = 2t - 10$$

$$x_B = -3t + 30$$

$$x_B - x_A = 15 \Rightarrow -5t_1 + 40 = 15 \Rightarrow t_1 = 5s$$

یا

$$x_A - x_B = 15 \Rightarrow \Delta t_r - 40 = 15 \Rightarrow t_r = 11s$$

$$\Delta t = t_r - t_1 = 6s$$

۴۲. گزینه ۲ درست است.

$$V_f = V_{t=4} = \text{شیب خط مماس} = \frac{-12 - (-44)}{4} = 8 \frac{m}{s}$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_o}{\Delta t} = \frac{V_f + V_o}{2}$$

$$\frac{-12 - 20}{4} = \frac{8 + V_o}{2} \Rightarrow V_o = -24 \frac{m}{s}$$

$$a = a_{aV} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_f - V_o}{4 - 0} = \frac{8 - (-24)}{4} = 8 \frac{m}{s^2}$$

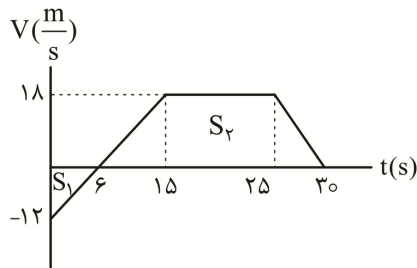
$V = at + V_o$. در لحظه تغییر جهت $V = 0$ است.

$$0 = 8t - 24 \Rightarrow t = 3s$$

۴۳. گزینه ۴ درست است.

از لحظه $t = 0$ تا $t = 15s$ شیب ثابت است:

$$\frac{0 - (-12)}{6 - 0} = \frac{V_{15} - 0}{15 - 6} \Rightarrow 2 = \frac{V_{15}}{9} \Rightarrow V_{15} = 18 \frac{m}{s}$$



$$\text{در دو بازه زمانی } 0 \text{ تا } 6 \text{ ثانیه و } 15 \text{ تا } 30 \text{ ثانیه، حرکت، کندشونده است:}$$

$$L = |S_1| + |S_2| = \left| \frac{-12 \times 6}{2} \right| + (10 + 24) \times \frac{18}{2} = 36 + 306$$

$$L = 342m$$

$$\text{در دو بازه زمانی } 0 \text{ تا } 6 \text{ ثانیه و } 15 \text{ تا } 30 \text{ ثانیه، حرکت، کندشونده است:}$$

$$L_1 = |S_1| + \frac{18 \times 5}{2} = 36 + 45 = 81m$$

$$\frac{L}{L_1} = \frac{342}{81} = \frac{38}{9}$$

۴۴. گزینه ۳ درست است.

جهت رو به پایین را مثبت در نظر می‌گیریم

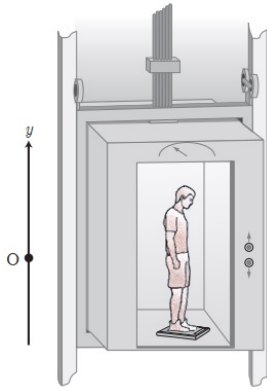
$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \circ \\ \downarrow \\ y, T-1 \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} h, T \\ \downarrow \\ \circ, m, 1s \end{array} \right\} \end{array} \quad \begin{array}{l} h = \frac{1}{2}gT^2 = \Delta T^2 \\ y = \frac{1}{2}g(T-1)^2 = \Delta(T-1)^2 \\ \hline h - y = \Delta T^2 - \Delta(T-1)^2 \\ 30 = \Delta T^2 - \Delta(T-1)^2 \end{array}$$

$$e = T^2 - (T^2 - 2T + 1) = 2T - 1 \Rightarrow T = 2T$$

$$T = 3/5s$$

$$h = \Delta T^2 = 5(3/5)^2 = 5 \times 12/25 = 61/25m$$

۴۵. گزینه ۴ درست است.



$$F_N - mg = ma$$

$$\begin{matrix} (+) \\ \uparrow \end{matrix} \quad 600 - 750 = 75a \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

یعنی شتاب، باید $2 \frac{m}{s^2}$ و رو به پایین باشد. جهت شتاب در صورتی رو به پایین است

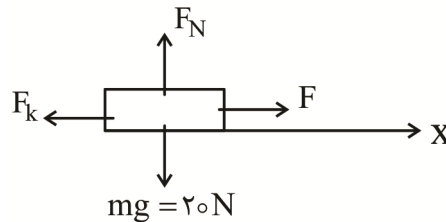
که یا حرکت تندشونده رو به پایین باشد یا حرکت کند شونده رو به بالا

۴۶. گزینه ۱ درست است.

$$\text{نیروی سطح} = R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2}$$

$$F_N = mg = 20 \text{ N}$$

$$25 = \sqrt{f_k^2 + 20^2} \Rightarrow f_k = 15 \text{ N}$$



در مدت ۰ تا ۲s:

$$F - f_k = ma_1 \Rightarrow 18 - 15 = 2a_1 \Rightarrow a_1 = 1/2 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 + 0 = \frac{1}{2} (1/2) (2)^2 = 1 \text{ m}$$

$$V_1 = a_1 t + 0 = 1/2 \times 2 = 1 \frac{m}{s}$$

با حذف F:

$$-f_k = ma_2 \Rightarrow -15 = 2a_2 \Rightarrow a_2 = -7/2 \frac{m}{s^2}$$

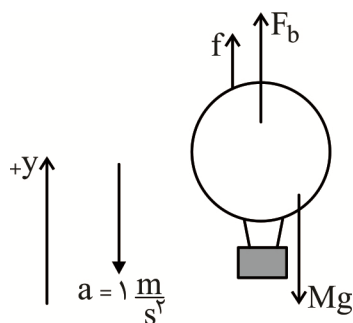
$$\Delta x_2 = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2a_2} = \frac{0 - 1^2}{2(-7/2)} = \frac{1}{7} = 0.14 \text{ m}$$

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 1.14 \text{ m}$$

۴۷. گزینه ۳ درست است.

F_b = نیروی شناوری که همواره بالاسو است.

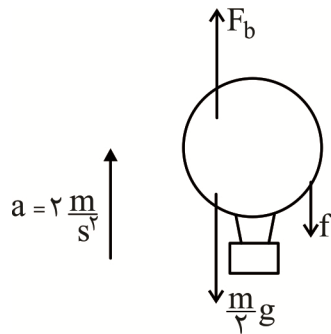
f = نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت



توجه کنید نیروی شناوری در دو حالت برابر با وزن هوای اشغال شده توسط بالن است و مقدار ثابتی دارد.

$$F_b + f - Mg = Ma, \quad a = -\frac{m}{s^2}$$

$$F_b + f = 9M \quad (1)$$



در حالت دوم جرم مجموعه $\frac{M}{2}$ است.

$$F_b - f - \frac{M}{2}g = \frac{M}{2}a$$

$$F_b - f = \frac{M}{2}(10 + 2)$$

$$F_b - f = 6M \quad (2)$$

$$\begin{cases} F_b + f = 9M \\ F_b - f = 6M \end{cases} \Rightarrow 2F_b = 15M \rightarrow F_b = 7.5M$$

$$, f = 1.5M \Rightarrow \frac{f}{F_b} = \frac{1.5}{7.5} = \frac{1}{5}$$

۴۸. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{cases} F = \frac{GM_e \cdot m_s}{r^2} \\ F = ma_c = m_s \times \frac{4\pi^2 r}{T^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{GM_e \cdot m_s}{r^2} = m_s \times \frac{4\pi^2 r}{T^2} \quad \text{جرم ماهواره} = m_s$$

$$\frac{4 \times 10^{14}}{(4 \times 10^7)^2} = \frac{4 \times (\sqrt{10})^2}{T^2} \times 4 \times 10^7 \Rightarrow T^2 = 64 \times 10^8$$

$$T = 8 \times 10^4 \text{ s}$$

۴۹. گزینه ۲ درست است.

$$x = A \cos \omega t$$

$$-15 = 30 \cos(\omega \times 0.2) \Rightarrow \frac{-1}{2} = \cos(0.2\omega) \rightarrow \cos \frac{4\pi}{3} = \cos 0.2\omega$$

با توجه به شکل:

$$0.2\omega = \frac{4\pi}{3} \rightarrow \omega = \frac{20\pi}{3} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

$$V_{\max} = A\omega = 0.3 \times \frac{20\pi}{3} = 2\pi \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

۵۰. گزینه ۳ درست است.

$$E = K_{\max}$$

$$2\pi^2 m f^2 A^2 = 0.2 \times 10^{-3} \rightarrow 2 \times 10 \times 25 \times 10^{-3} \times f^2 \times 4 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-4} \rightarrow f = 1 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = 1 \text{ s} \Rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 1 \Rightarrow \frac{4\pi^2 L}{g} = 1 \Rightarrow \frac{4 \times L}{10} = 1$$

$$L = \frac{1}{4} \text{ m} \rightarrow L = 25 \text{ cm}$$

۵۱. گزینه ۱ درست است.

تندی انتشار امواج مکانیکی علاوه بر مشخصات فیزیکی محیط کشسان انتشار موج، به نوع موج ایجاد شده در محیط کشسان نیز بستگی دارد. تندی موج طولی در یک محیط بیش از تندی موج عرضی ایجاد شده در آن محیط بوده و مستقل از مشخصات فیزیکی چشمه ارتعاشی از جمله دامنه و بسامد ارتعاشی چشمه است.

۵۲. گزینه ۴ درست است.

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \Delta \gamma = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \Delta \gamma = \log \frac{I}{I_0}$$

$$6 - 0.3 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log 10^6 - \log 2 = \log \frac{I}{I_0}$$

$$\log\left(\frac{10^6}{2}\right) = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{10^6}{2} = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \frac{W}{m^2}$$

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow P = 4\pi r^2 \times I = 4 \times 3 \times 50^2 \times \frac{1}{2} \times 10^{-6}$$

$$P = 15 \times 10^{-3} \quad W = 15mW$$

۵۳. گزینه ۳ درست است.

$$n = \text{شماره هم‌انگ} = \text{تعداد شکم‌ها} = 5 - 1 = 4$$

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$

$$600 = \frac{4V}{2 \times 1.2} \rightarrow V = 360 \frac{m}{s}$$

۵۴. گزینه ۱ درست است.

$$V_1 = \lambda_1 f_1 = 0.4 \times 22 = 8.8 \frac{m}{s}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \rightarrow \frac{V_2}{8.8} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 53^\circ} \rightarrow \frac{V_2}{8.8} = \frac{0.5}{0.8} \rightarrow V_2 = 5.5 \frac{m}{s}$$

۵۵. گزینه ۲ درست است.

$$k_{\max} = hf - w_0 = \frac{hc}{\lambda} - w_0 = \frac{(4 \times 10^{-15})(3 \times 10^8)}{160 \times 10^{-9}} - 3.2 = 7.5 - 3.2$$

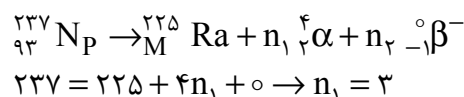
$$k_{\max} = 4.3 \text{ eV}$$

۵۶. گزینه ۴ درست است.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

$$\frac{\lambda_{\min, Br}}{\lambda_{\max, uv}} = \frac{\frac{1}{\lambda_{\max, uv}}}{\frac{1}{\lambda_{\min, Br}}} = \frac{R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2} \right)}{R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{\infty^2} \right)} = \frac{180}{49}$$

۵۷. گزینه ۱ درست است.



$$93 = 88 + 2n_1 - n_2 \rightarrow 93 = 88 + 2(3) - n_2 \rightarrow n_2 = 1$$

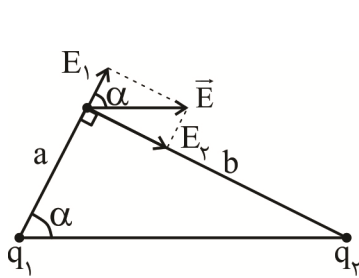
۵۸. گزینه ۲ درست است.

$$N = \frac{N_o}{\sqrt{T}} \Rightarrow \frac{N_o}{\sqrt{T}} = \frac{N_o}{\sqrt{T_A}} = \frac{N_o}{\sqrt{T_B}} \Rightarrow \frac{12}{T_A} = \frac{20}{T_B}$$

$$T_B = \frac{5}{3} T_A$$

$$T_B - T_A = 1/6 \Rightarrow \frac{5}{3} T_A - T_A = 1/6 \rightarrow T_A = 2/4h$$

۵۹. گزینه ۴ درست است.



$$E_1 = \frac{k|q_1|}{a^2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \left| \frac{q_2}{q_1} \right| \times \left(\frac{a}{b} \right)^2$$

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{b^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{E_2}{E_1} = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b}{a} = \left| \frac{q_2}{q_1} \right| \times \left(\frac{a}{b} \right)^2$$

با توجه به شکل باید: $\frac{q_2}{q_1} = \left(\frac{b}{a} \right)^2 \Rightarrow q_1 > 0, q_2 < 0$

$$\frac{q_2}{q_1} = -\left(\frac{6}{3} \right)^2 = -4$$

۶۰. گزینه ۲ درست است.

$$U_B - U_A = -|q| Ed \cos \theta = -2 \times 10^{-6} \times 10^6 \times 0.12 \times \cos 0 = -0.24J$$

$$U_C - U_B = -|q| Ed \cos 90^\circ = 0$$

$$U_C - U_A = -0.24J$$

۶۱. گزینه ۱ درست است.

به محض باز شدن کلید، بار الکتریکی در خازن در تمامی تغییرات بعدی ثابت می ماند.

$$U = \frac{Q}{C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{K_1}{K_2} \times \frac{d_2}{d_1} = \frac{3}{1} \times \frac{4}{4} = \frac{9}{4}$$

۶۲. گزینه ۳ درست است.

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_a}{R_b} = \frac{L_a}{L_b} \times \frac{A_b}{A_a}$$

$$\frac{R_a}{R_b} = \frac{L_a}{L_b} \times \frac{\pi(r_{b2}^2 - r_{b1}^2)}{\pi r_a^2} = \frac{40}{50} \times \frac{5^2 - 3^2}{2^2} = \frac{16}{5} = 3.2$$

۶۳. گزینه ۴ درست است.

باز $k \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{R+r} \Rightarrow 4 = \frac{\epsilon}{3+3} \Rightarrow \epsilon = 24V$

$$k \Rightarrow I' = \frac{\varepsilon}{R' + r} = \frac{24}{\frac{3 \times 6}{3+6} + 3} = \frac{24}{5} = 4,8 \text{ A}$$

$$V = RI = 2 \times 4,8 = 9,6 \text{ V}$$

$$i = \frac{V}{R_1} = \frac{9,6}{3} = 3,2 \text{ A}$$

۶۴. گزینه ۳ درست است.

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_{eq} + r_1 + r_2} = \frac{24 - 8}{\left(\frac{12 \times 4}{12+4}\right) + 2 + 1} = 2 \text{ A}$$

$$P_{\text{ورودی}} = \varepsilon_1 I + I^2 r = 8 \times 2 + 1 \times 2^2 = 20 \text{ W}$$

۶۵. گزینه ۴ درست است.

با توجه به قانون دست راست و اینکه بار الکترون، منفی است، میدان مغناطیسی برونسو است.

۶۶. گزینه ۲ درست است.

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} = \frac{(12 \times 10^{-7})(500)(2)}{0,2} = 60 \times 10^{-4} \text{ T} = 60 \text{ G}$$

با قاعده دست راست امپر، سمت راست سیملوله، قطب N مغناطیسی است و جهت عقربه قطب نما در داخل سیملوله به سمت راست است.

۶۷. گزینه ۱ درست است.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{12+12}{220} = \frac{N_2}{550} \Rightarrow N_2 = 60$$

۶۸. گزینه ۴ درست است.

$$167 \times 10^{-20} \mu\text{g} = 167 \times 10^{-26} \text{ g} = 167 \times 10^{-29} \text{ kg} = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

۶۹. گزینه ۱ درست است.

حجم حفره + حجم خالص ماده = حجم کره

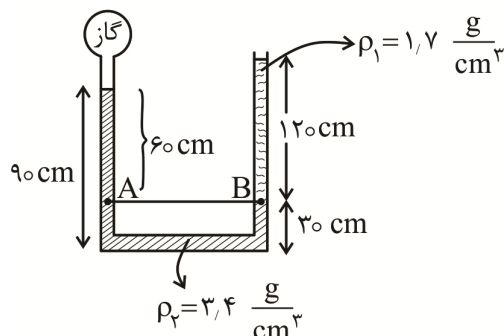
$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{m}{\rho} + v$$

$$4R^3 = \frac{2100}{6} + 1500$$

$$4R^3 = 500 \rightarrow R^3 = 125 \rightarrow R = 5 \text{ cm}$$

۷۰. گزینه ۲ درست است.

۷۱. گزینه ۱ درست است.



$$\rho_1 g h_1 = \rho_{\text{Hg}} g h_{\text{Hg}} \rightarrow h_{\text{Hg}} = \frac{\rho_1 h_1}{\rho_{\text{Hg}}} = \frac{1,7 \times 120}{13,6} = 15 \text{ cm}$$

$$h_{\text{Hg}} = \frac{\rho_2 h_2}{\rho_{\text{Hg}}} = \frac{3,4 \times 60}{13,6} = 15 \text{ cm}$$

$$P_A = P_B$$

$$P_{\text{گاز}} + 15 = P_0 + 15 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 = 75 \text{ cm Hg}$$

۷۲. گزینه ۲ درست است.

$$P = P_0 + \rho gh = 10^5 + 1000 \times 10 \times 2/5 = 125000 \text{ Pa}$$

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA = 125000 \times 160 \times 10^{-4} = 2000 \text{ N}$$

۷۳. گزینه ۴ درست است.

$$E = mgh + \frac{1}{2} mV^2 = 400 \times 10 \times 15 + \frac{1}{2} \times 400 \times 6^2$$

$$E = 67200 \text{ J} \rightarrow P = \frac{E}{t} = \frac{67200}{60} = 1120 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P}{P'} \times 100 = \frac{1120}{2800} \times 100 = 40\%$$

۷۴. گزینه ۳ درست است.

$$Q_{\text{اب}} + Q_{\text{مس}} = 0$$

$$m_1 C_1 (34 - 19) + m_2 C_2 (34 - 84) = 0$$

$$200 \times 10 C_1 \times 15 = m_2 C_2 \times 50 \rightarrow m_2 = 600 \text{ g}$$

۷۵. گزینه ۲ درست است.

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = 0 \Rightarrow W + Q = 0 \Rightarrow W + 600 = 0$$

$$W = -600 \text{ J}$$

سطح داخلی چرخه $P - V$ برابر با اندازه کار چرخه است:

$$(3P - P)(8 - 4) \times 10^{-3} = 600 \Rightarrow P = 1.5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P = 1.5 \text{ atm}$$

در مسیر AB، فرآیند هم‌فشار است و حجم ۲ برابر شده پس دما نیز باید ۲ برابر شود: $T_B = 600 \text{ K}$

در مسیر BC، فرآیند هم‌حجم بوده و چون فشار، $\frac{1}{3}$ شده باید دمای مطلق نیز $\frac{1}{3}$ مقدار شود: $T_C = \frac{1}{3} T_B = 200 \text{ K}$

شیمی

۷۶. گزینه ۲ درست است.

زیرا تغییر طول عمر ایزوتوپ‌های هیدروژن منظم نیست و ایزوتوپ ^1H شامل n و p است.

۷۷. گزینه ۳ درست است.

۷۸. گزینه ۲ درست است.

زیرا طیف نشری خطی هیدروژن در ناحیه مرئی شامل چهار خط است و در سایر نواحی نیز نشر دارد و طیف نشری خطی لزوماً از برگشت الکترون‌ها به $n = 1$ ، ناشی نمی‌شود.

۷۹. گزینه ۴ درست است.

زیرا برای مثال در دوره ۴ می‌تواند عنصری به صورت $^3\text{d}^{10} \text{f}^2 \text{s}^2$ داشت که جزو فلزات واسطه بوده و شامل ۱۲ الکترون ظرفیتی است و نیز عنصری با آرایش الکترونی $^5\text{s}^2$ در بالاترین لایه خود دارای $n + l = 5$ است.

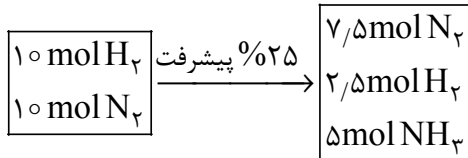
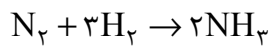
۸۰. گزینه ۲ درست است.

۸۱. گزینه ۳ درست است.

زیرا این ترکیب شامل ۱۸ جفت الکترون پیوندی و ۶ جفت الکترون ناپیوندی است.

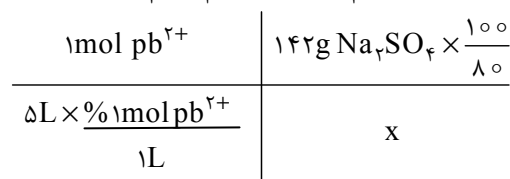
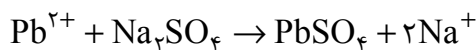
۸۲. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:



۸۳. گزینه ۴ درست است.

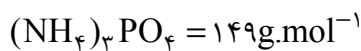
زیرا داریم:



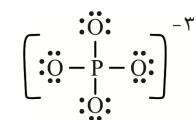
$$x = 1.78$$

۸۴. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:



$$N \text{ درصد} = \frac{3 \times 14 \text{ g}}{149 \text{ g}} \times 100 = 28.2\%$$



و داریم:

۸۵. گزینه ۳ درست است.

زیرا اتانول دو اتم کربن و استون ۳ اتم کربن دارد.


۸۶. گزینه ۲ درست است.

زیرا در هالوژن‌ها، با افزایش شعاع اتمی، واکنش پذیری کاهش می‌یابد.

۸۷. گزینه ۳ درست است.

زیرا فعالیت شیمیایی Zn، Mg و Ca از Fe بیشتر است.

۸۸. گزینه ۱ درست است.

زیرا دو اتم کربن در نفتالن به هیچ هیدروژنی وصل نیستند. در ساختار ، گروه CH_3 وجود دارد و در

۱- هگزان $CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_2 - CH = CH_2$ ، گروه CH_2 وجود دارد و اتان با برم مایع در شرایط

معمول واکنش نمی‌دهد.

$$Q_1 = Q_2$$

فلز مایع

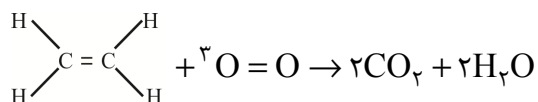
۸۹. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:

$$120 \text{ g} \times x \times 48.5 = 250 \times 2 \times 1.5$$

$$x = 0.13$$

۹۰. گزینه ۴ درست است.



زیرا داریم:

$\Delta H = (\text{انرژی پیوندهای جدید}) - (\text{انرژی پیوندهای شکسته شده})$

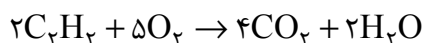
$$\Delta H = (514 + 4 \times 413 + 3 \times 495) - (4 \times 745 + 4 \times 467) = -1197 \text{ KJ}$$

$28 \text{ g C}_2\text{H}_4$	1197 KJ
$1 \text{ g C}_2\text{H}_4$	x

$$x = 42,75$$

۹۱. گزینه ۴ درست است.

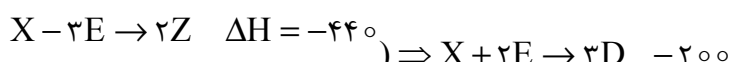
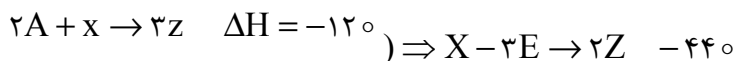
زیرا داریم:



$2 \times 26 \text{ g C}_2\text{H}_2$	$5 \times 22,4 \text{ LO}_2$
$120 \text{ g C}_2\text{H}_2$	x
60 s	

$$x = 4,3 \text{ L.S}^{-1}$$

۹۲. گزینه ۱ درست است.



هر ۳ واکنش را نیز می توان با هم انجام داد.

۹۳. گزینه ۳ درست است.

زیرا مونومر آن $\text{CH}_2 = \text{CH} - \text{CH}_3$ است و شمار اتم های کربن آن با استون یکسان است.

۹۴. گزینه ۳ درست است.

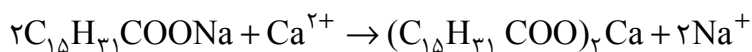
زیرا ساختار آن به صورت $\text{H} - \overset{\text{O}}{\parallel} \text{C} - \text{O} - \text{CH}_3$ است و متانول به هر نسبتی در آب حل می شود.

۹۵. گزینه ۱ درست است.

زیرا باتوجه به ساختار پلیمر، مونومر آن دی اسید و دی آمین نیست.

۹۶. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:



$2 \times 278 \text{ g}$ صابون	550 g رسوب
$100 \text{ g} \times \frac{70}{100}$ صابون	x

$$x = 69,2 \text{ g رسوب}$$

۹۷. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم: (در اسید HA)

$$[H^+] = C \times \alpha$$

$$[H^+] = 0,2 \times \frac{5}{100} = 0,01 \text{ mol.L}^{-1}$$

و در اسید نیتریک $0,001$ مولار، غلظت H^+ برابر $0,001$ مول بر لیتر است و داریم:

$$\text{نسبت غلظت } H^+ \text{ در دو اسید} = \frac{0,01}{0,001} = 10$$

۹۸. گزینه ۱ درست است.

زیرا آمونیاک باز ضعیف است و تعداد اندکی از مولکول‌های آن به صورت NH_4^+ در می‌آیند.

۹۹. گزینه ۴ درست است.

زیرا به طور خلاصه داریم:

$$m = 3 \left\{ \begin{array}{l} m = 3 \\ n = 5 \end{array} \right. \frac{m}{n} = \frac{3}{5}$$

۱۰۰. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم: (به‌طور خلاصه)



$16 \text{ g } CH_4$	$4 \text{ mol } e^-$
$200 \text{ g } CH_4$	x

$$x = 100 \text{ mol } e^-$$

۱۰۱. گزینه ۳ درست است.

زیرا اختلاف انرژی فروپاشی شبکه در یون‌های کوچک‌تر بیشتر است.

۱۰۲. گزینه ۳ درست است.

زیرا SO_3 و SiF_4 قطبی نیستند.

۱۰۳. گزینه ۲ درست است.

زیرا به حداقل انرژی لازم برای شروع واکنش، E_a گفته می‌شود و واکنش‌های گرماگیر نیز به E_a نیازمند هستند.

۱۰۴. گزینه ۱ درست است.

زیرا ΔH این واکنش برابر است با:

$$\Delta H = (\text{مجموع انرژی پیوندهای جدید}) - (\text{مجموع انرژی پیوندهای شکسته شده})$$

$$= (2 \times 607) - (941 + 495) = -222 \text{ KJ}$$

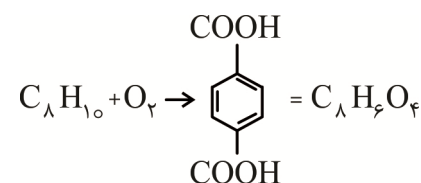
و طبق شکل داریم:

$$562 \text{ KJ} = 222 \text{ KJ} + E_a$$

$$E_a = 340 \text{ KJ}$$

۱۰۵. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:



$106 \text{ g } C_8H_{10}$	$166 \text{ g } C_8H_6O_4 \times \frac{90}{100}$	$\Rightarrow x = 282 \text{ g}$
$200 \text{ g } C_8H_{10}$	x	