



آزمون ۱۱ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

نام:

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

صبح جمعه
۱۴۰۲/۰۱/۲۵

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم
جامع نوبت اول

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

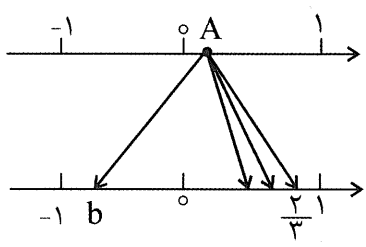
مدت پاسخگویی: ۱۴۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۱۰۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

ویژه ایاب و باز دوازدهم

- ۱- اگر $x + x^{-1} = 5$ باشد، حاصل $x^7 + x^{-7}$ کدام است؟
- (۱) ۷۵۹۶۵
(۲) ۶۵۹۷۵
(۳) ۵۶۹۷۵
(۴) ۵۷۹۶۵
- ۲- چند عدد صحیح در تساوی قدرمطلق $|x^2 - 5x - 24| = 24 + 5x - x^2$ صدق می‌کند؟
- (۱) ۱۰
(۲) ۱۱
(۳) ۱۲
(۴) ۱۴
- ۳- نمودار تابع خطی گذرا بر نقاط $A(-2, -1)$ و $B(1, 5)$ ، نمودار نهایی تابع سهمی $y = (x+2)^2 - 3$ را پس از قرینه شدن نسبت به محور x ها و سپس ۳ واحد انتقال در جهت منفی محور y ها و در نهایت ۲ واحد انتقال در جهت مثبت محور x ها، در چند نقطه قطع می‌کند؟
- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۴
(۴) صفر
- ۴- خطی به معادله $(2K+3)x - (5-K)y - 78 = 0$ با جهت مثبت محور x ها زاویه 135° می‌سازد. مجموع مقادیر K و عرض از مبدأ و شیب در این خط کدام است؟
- (۱) -۱۵
(۲) -۱۲
(۳) ۸
(۴) ۱۱
- ۵- نقطه A روی محور بالا را به ریشه‌های سوم، چهارم و پنجم آن بر روی محور پایین متصل کرده‌ایم. b کدام است؟
- (۱) $-\frac{\sqrt{54}}{9}$
(۲) $-\frac{2\sqrt{54}}{9}$
(۳) $-\frac{\sqrt{27}}{9}$
(۴) $-\frac{2\sqrt{27}}{9}$
- 
- ۶- حاصل $\sqrt{3 + \frac{3\sqrt{3}}{2}}$ به صورت $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ در آمده است. مقدار $a - b$ کدام می‌تواند باشد؟ (a, b اعداد گویای کسری تحویل ناپذیرند).
- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) ۱
(۳) $\frac{3}{2}$
(۴) ۲
- ۷- دنباله هندسی a_n با جمله اول مثبت a_1 و قدر نسبت $q = 9$ و تابع f با ضابطه $f(x) = \log_3 x$ مفروض است. اگر $f(a_1) + f(a_2) + \dots + f(a_5) = 30$ مقدار a_1 کدام است؟
- (۱) $\sqrt{3}$
(۲) ۳
(۳) ۹
(۴) ۲۷
- ۸- مثلث حاصل از صفرها و رأس سهمی به ضابطه $f(x) = 2x^2 + bx + 3$ در نقطه‌ای به مختصات رأس سهمی قائم است. مقدار b کدام می‌تواند باشد؟
- (۱) $-7\sqrt{2}$
(۲) $-2\sqrt{7}$
(۳) $-2\sqrt{11}$
(۴) $-6\sqrt{3}$

۹- معادله $3\sqrt{x^2+x-2} + 2\sqrt{x^3-ax} = 0$ برای متغیر x فقط یک جواب منفی دارد. اگر نقطه $A(2,3)$ رأس یک

مربع و معادله یک ضلع غیر گذرا از نقطه A برابر $3x - ay = 9$ باشد، محیط مربع کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۱ (۴)

۱۰- اگر $f \circ g^{-1}(x) = \frac{3x-1}{x+2}$ و f تابعی یک به یک و $g(x) = 5x+9$ باشد، حاصل $f^{-1}(-4) \times g^{-1}(-6)$ کدام است؟

- ۸ (۱) ۶ (۲) ۲۴ (۳) ۲۸ (۴)

۱۱- اگر $\frac{3 \cot x + \tan \frac{4\pi}{3}}{3} = 2$ باشد، مقدار $6 \sin(\frac{45\pi}{6}) + 28 \cos 2x$ کدام است؟

- ۲۱ (۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴)

۱۲- توابع $f(x) = 3 - \sqrt{1-x}$ و $g(x) = f^{-1}(1-2x)$ مفروض اند. دامنه تابع $(g \circ f)(x)$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ۱۶ (۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴)

۱۳- حاصل ضرب ریشه‌های معادله $\log_2^{(4^x+4^x)} = x+4$ برابر \log_b^a است. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- ۳۶ (۱) ۴۸ (۲) ۹۶ (۳) ۷۲ (۴)

۱۴- اگر تابع $g(x) = \left[\frac{-1}{x} \right] f(x)$ در $x=1$ با فرض $f(x) = \begin{cases} a|x|+b & ; x \leq 1 \\ x^2+1 & ; x > 1 \end{cases}$ پیوسته باشد، حاصل $2a+3b$ کدام است؟

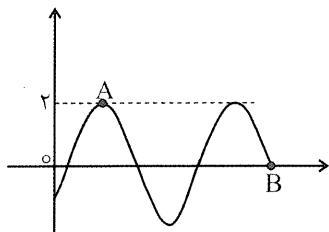
- ۳ (۱) ۳ (۲) -۵ (۳) ۵ (۴)

۱۵- مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 \sin^2 x - \sin x - 1}{\cos 2x + 1}$ کدام است؟

- $-\frac{3}{4}$ (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴)

۱۶- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin(x - \frac{\pi}{3})$ به صورت زیر است. اگر معادله خط گذرنده از نقاط A و B به صورت

$y = mx + b$ باشد، حاصل $3b - 10\pi m$ کدام است؟



- ۸ (۱)

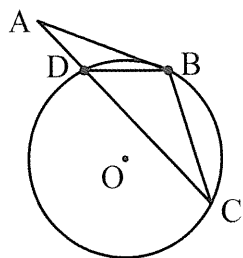
- ۱۰ (۲)

- ۱۶ (۳)

- ۲۰ (۴)

۱۷- مطابق شکل زیر، $BC = 4$ و $BD = 2$ و نیز AB به طول ۳ واحد بر دایره مماس است. اندازه وتر DC در دایره

کدام است؟



- ۵/۵ (۱)

- ۴/۵ (۲)

- ۵ (۳)

- ۶ (۴)

۱۸- در مثلث ABC زاویه A حاده و عمود منصف‌های اضلاع AC و AB همدیگر را در نقطه M قطع کرده‌اند. اندازه زاویه BMC همواره کدام است؟

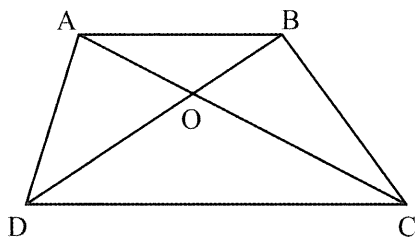
(۱) $2\hat{A}$

(۲) $90 + \frac{\hat{A}}{2}$

(۳) $90 - \frac{\hat{A}}{2}$

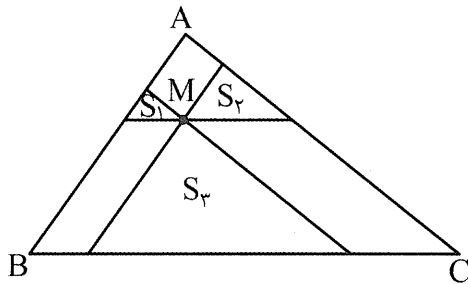
(۴) $\frac{1}{2}(\hat{B} + \hat{C})$

۱۹- در شکل زیر مساحت مثلث‌های AOB و DOC به ترتیب ۴ و ۹ است. مساحت دوزنقه ABCD کدام است؟



- (۱) ۳۶
- (۲) ۲۷
- (۳) ۲۵
- (۴) ۲۴

۲۰- در شکل زیر از نقطه M درون مثلث ABC خطوطی به موازات سه ضلع آن رسم شده است. اگر $S_1 = 1$ و $S_2 = 4$ و $S_3 = 9$ باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟

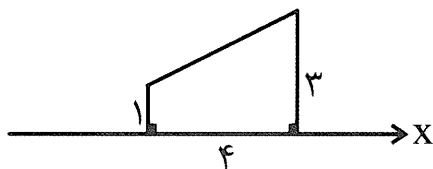


- (۱) ۴۸
- (۲) ۲۴
- (۳) ۱۸
- (۴) ۳۶

۲۱- در یک چهاروجهی منتظم، از وسط هر یال آن صفحه‌ای موازی وجه مقابل می‌گذرانیم تا ۴ هرم کوچک‌تر، از چهاروجهی مفروض جدا کند. اگر حجم چهاروجهی اولیه ۳۶ باشد، حجم جسم باقی‌مانده کدام است؟

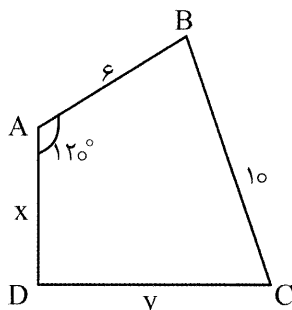
- (۱) ۶
- (۲) ۹
- (۳) ۱۲
- (۴) ۱۸

۲۲- حجم شکل حاصل از دوران دوزنقه قائم‌الزاویه حول محور x (مطابق داده‌های شکل زیر) با فرض $\pi = 3$ کدام است؟



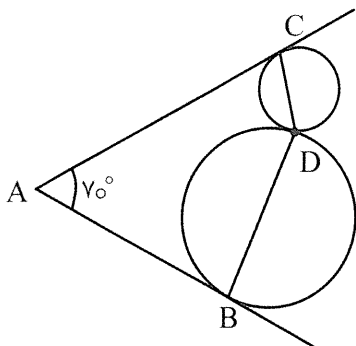
- (۱) ۵۰
- (۲) ۵۴
- (۳) ۵۲
- (۴) ۵۳

۲۳- در شکل زیر، چهارضلعی ABCD هم محیطی و هم محاطی است. حاصل $x^2 + y^2$ کدام است؟



- (۱) ۹۷
- (۲) ۱۰۶
- (۳) ۸۵
- (۴) ۱۱۶

۲۴- در شکل زیر، دو دایره در نقطه D مماس بوده و مماس‌های رسم‌شده در نقاط B و C یکدیگر را در نقطه A قطع کرده‌اند. اندازه \hat{BDC} چند درجه است؟

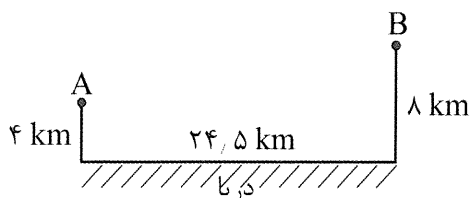


- (۱) ۱۲۰
- (۲) ۱۳۰
- (۳) ۱۳۵
- (۴) ۱۴۵

۲۵- کمترین فاصله نقاط دو دایره از یکدیگر ۴ واحد و طول مماس مشترک داخلی آن‌ها $4\sqrt{3}$ واحد است. اگر اختلاف مساحت دو دایره 8π باشد، آنگاه طول مماس مشترک خارجی این دو دایره کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{15}$
- (۲) $4\sqrt{5}$
- (۳) $3\sqrt{15}$
- (۴) $3\sqrt{5}$

۲۶- در شکل مقابل می‌خواهیم بین شهرهای A, B جاده‌ای بسازیم به طوری که ۲ کیلومتر از طول جاده در کنار خط ساحل باشد. طول کوتاه‌ترین جاده ممکن چند کیلومتر است؟

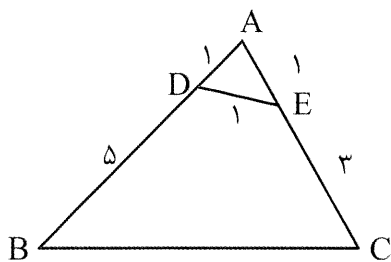


- (۱) ۲۷
- (۲) $27/5$
- (۳) $26/5$
- (۴) ۲۶

۲۷- در مثلث ABC: $AB = 4$ و $BC = 9$ و $\sin \hat{B} = 2 \sin \hat{C}$ است. طول نیمساز داخلی AD کدام است؟

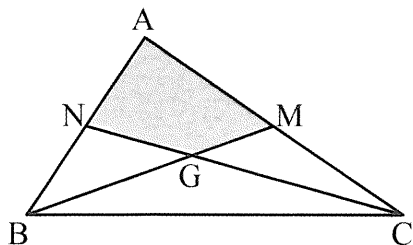
- (۱) ۴
- (۲) $2\sqrt{3}$
- (۳) $\sqrt{15}$
- (۴) $\sqrt{14}$

۲۸- در شکل مقابل اندازه ارتفاع نظیر ضلع BC چند برابر $\sqrt{21}$ است؟



- (۱) $\frac{6}{7}$
- (۲) $\frac{5}{6}$
- (۳) $\frac{7}{8}$
- (۴) $\frac{4}{5}$

۲۹- در شکل زیر با رسم میانه‌های BM و CN و با فرض $AC = 18$ و $BM = 12$ و $CN = 16/5$ ، اندازه مساحت چهارضلعی AMGN کدام است؟



- (۱) $48\sqrt{2}$
- (۲) $36\sqrt{2}$
- (۳) $24\sqrt{2}$
- (۴) $12\sqrt{2}$

۳۰- با استفاده همزمان از تمام اعداد اول یک رقمی و همه حروف کلمه «سنجش» چند نام کاربری مختلف می توان تعریف کرد، به طوری که فقط دو عدد کنار هم باشد؟

$$۸۶۴۰ (۱) \quad ۲۸۸۰ (۲)$$

$$۱۷۲۸۰ (۳) \quad ۱۱۵۲۰ (۴)$$

۳۱- کدام یک از گزاره های زیر، هم ارز منطقی $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p) \wedge p$ است؟

$$\sim q (۱) \quad p (۲) \quad \sim p (۳) \quad q (۴)$$

۳۲- از ۵۷ دانش آموز شرکت کننده در یک اردوی فرهنگی - ورزشی، ۳۵ نفر به فوتبال و ۳۱ نفر به کتابخوانی علاقمند بوده و ۸ نفر به هیچ یک از این دو زمینه علاقه ای ندارند. چند نفر از این دانش آموزان فقط به فوتبال علاقمند هستند؟

$$۱۴ (۱) \quad ۱۸ (۲) \quad ۱۷ (۳) \quad ۱۵ (۴)$$

۳۳- مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ را به چند طریق می توان افراز کرد به گونه ای که شامل حداقل دو زیر مجموعه تک عضوی باشد؟

$$۱۰ (۱) \quad ۱۱ (۲) \quad ۲۰ (۳) \quad ۲۱ (۴)$$

۳۴- با در نظر گرفتن مجموعه های $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و $A \cap B = \{2, 3, 4\}$ ، اگر مجموعه حاصل از ضرب دکارتی $(A' \cup B)' \times (A \cup B)'$ دارای ۱۵ عضو باشد؛ آنگاه تعداد اعضای $A \cup B$ کدام است؟

$$۸ (۱) \quad ۹ (۲) \quad ۱۰ (۳) \quad ۱۱ (۴)$$

۳۵- از مجموعه اعداد ۳ رقمی طبیعی، عددی را به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال اینکه این عدد فقط بر دو عدد از بین اعداد ۲، ۳ و ۵ بخش پذیر باشد، چقدر است؟

$$\frac{1}{3} (۲) \quad \frac{7}{30} (۱) \quad \frac{2}{3} (۴) \quad \frac{8}{30} (۳)$$

۳۶- در جعبه ای ۶ خودکار قرمز و ۹ خودکار آبی مشابه وجود دارد. دو خودکار به صورت متوالی و بدون جایگذاری از آن خارج می کنیم. چند درصد احتمال دارد دومین خودکار خارج شده قرمز باشد؟

$$۴۰ (۱) \quad ۴۲ (۲) \quad ۵۸ (۳) \quad ۶۰ (۴)$$

۳۷- تاسی را پرتاب و سپس سکه ای را به تعداد عدد روی تاس رو شده پرتاب می کنیم. اگر دو بار سکه رو بیاید، با کدام احتمال عدد روی تاس بزرگ تر از ۳ بوده است؟

$$\frac{12}{31} (۱) \quad \frac{59}{99} (۲) \quad \frac{11}{31} (۳) \quad \frac{58}{99} (۴)$$

۳۸- اگر در داده های زیر مجموع میانه و مد برابر ۴۹ باشد، آنگاه x کدام عدد نمی تواند باشد؟

$$۹, ۲۱, x, ۲۶, ۲۵, ۲۶, ۱۷, ۱۵, ۸, ۲۶$$

$$۲۹ (۱) \quad ۲۰ (۲) \quad ۲۵ (۳) \quad ۲۶ (۴)$$

۳۹- ضریب تغییرات تعدادی داده آماری ۰/۱۶ است. اگر هر یک از داده ها را ۲ برابر و ۳ واحد از هر داده کم کنیم، ضریب تغییرات داده های جدید برابر ۰/۱۲ می شود. انحراف معیار داده های جدید کدام است؟

$$۱/۴۴ (۱) \quad ۱/۶۴ (۲)$$

$$۰/۷۲ (۳) \quad ۰/۸۲ (۴)$$

۴۰- با انتخاب نمونه های ۴ تایی از مجموعه $\{4, 5, 6, 8, 9, 10\}$ چقدر احتمال دارد که میانگین جامعه درست برآورد شود؟

$$۷۵ درصد (۱) \quad ۴۰ درصد (۲)$$

$$۲۰ درصد (۳) \quad ۲۵ درصد (۴)$$

۴۱- یکای توان موتور الکتریکی در دستگاه SI کدام گزینه است؟

(۱) $\frac{\text{kg m}}{\text{s}}$ (۲) $\frac{\text{kg s}^3}{\text{m}^2}$ (۳) $\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3}$ (۴) $\frac{\text{kg m}}{\text{s}^3}$

۴۲- دو بردار با بزرگی ۳ و ۴ را با هم جمع می‌کنیم. اندازه بزرگی برآیند آن‌ها چقدر است؟

- (۱) چون یکای معینی ندارد، نامعین
(۲) از ۳ تا ۷
(۳) ۵
(۴) از ۱ تا ۷

۴۳- ظرفیت ظرف A، ۲ لیتر و ظرفیت ظرف B، $\frac{1}{4}$ لیتر است. حجمی از آب معادل $\frac{1}{8}$ حجم A، چه نسبتی از حجم

ظرف B را پر می‌کند؟

(۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) ۱

۴۴- مساحت یک قطعه زمین ۲۵۴ متر مربع است. این مساحت $2/54 \times 10^m$ میکرومتر مربع است. در این صورت

مقدار m کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۸
(۳) -۱۰ (۴) -۴

۴۵- مکعبی توپر از یک فلز به طول ضلع ۲۰ m در اختیار است. اگر هر m^3 آن ۵۰۰ gr جرم داشته باشد، وزن این

جسم چند نیوتن است؟

(۱) 4×10^5 (۲) 4×10^4
(۳) $1/6 \times 10^4$ (۴) $1/6 \times 10^5$

۴۶- بین جسمی به جرم ۵۰ kg و سطح افقی که جسم بر روی آن ساکن است $\mu_s = 0/4$ است. اگر نیروی 150 N

موازی با سطح افق به این جسم وارد کنیم، نیرو اصطکاک چند نیوتن خواهد شد؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) ۳۵۰ (۲) ۲۰۰
(۳) ۵۰ (۴) ۱۵۰

۴۷- وقتی جسمی به وزن W به اندازه طول L بر روی زمین صاف و افقی بلغزانیم، کاری که در برابر گرانش انجام

می‌گیرد چقدر است؟

(۱) صفر است. (۲) با وزن جسم متناسب است.

(۳) با مسافتی که جسم طی کرده متناسب است. (۴) به میزان ناهمواری و درجه صافی سطح بستگی دارد.

۴۸- اگر در هنگام رانندگی سرعت اتومبیل را ۲۰٪ افزایش دهیم، مقدار انرژی جنبشی اتومبیل چگونه می‌شود؟

(۱) $1/2$ برابر می‌شود. (۲) تغییر نمی‌کند چون انرژی پایستار است.

(۳) مقدار $1/44$ انرژی اولیه افزایش می‌یابد. (۴) $1/44$ برابر می‌شود.

۴۹- کودکی سوار بر تاب را از یک طرف تا ارتفاع ۱/۵ بالا می‌بریم و با سرعت $7 \frac{m}{s}$ به طرف مقابل می‌فرستیم. با صرف نظر از اصطکاک، کودک در طرف مقابل نسبت به افق چقدر بالا می‌رود؟ $(g = 9.8 \frac{N}{kg})$

- (۱) ۱۳m
(۲) ۲m
(۳) ۸m
(۴) ۶/۵m

۵۰- خودرویی به جرم 1500kg از سطح شیب‌داری با زاویه 30° ، مسافتی برابر $8m$ را طی می‌کند. کار نیروی وزن در انتهای مسیر چقدر است؟ $(g = 9.8 \frac{N}{kg})$

- (۱) $2.94 \times 10^4 \text{ J}$
(۲) $5.88 \times 10^4 \text{ J}$
(۳) 5.88 J
(۴) $1.176 \times 10^2 \text{ kJ}$

۵۱- مسیر مولکول‌های عطر در فضای اتاق به صورت بوده و انتقال مولکول‌های عطر به تمام قسمت‌های اتاق نامیده می‌شود.

- (۱) منحنی - پراکندگی
(۲) غیر مستقیم - پخش
(۳) سطحی - موینگی مواد
(۴) مستقیم - پخش

۵۲- کدام عبارت درباره تبخیر سطحی یک مایع نادرست است؟

- (۱) تبخیر سطحی مایع در هر دمایی اتفاق می‌افتد.
(۲) با افزایش فشار هوا، آهنگ تبخیر سطحی افزایش می‌یابد.
(۳) با افزایش دما، آهنگ تبخیر سطحی افزایش می‌یابد.
(۴) با افزایش سطح آزاد مایع، آهنگ تبخیر سطحی آن نیز افزایش می‌یابد.

۵۳- در مخزنی که مساحت قاعده آن 40 m^2 است، تا ارتفاع $2.5m$ مایعی به چگالی $0.8 \frac{g}{\text{cm}^3}$ وجود دارد. اختلاف

فشار بین بالاترین و پایین‌ترین لایه مایع چند بار است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg}, 1 \text{ bar} = 1 \text{ atm})$

- (۱) ۲
(۲) ۰/۸
(۳) ۰/۲
(۴) ۸

۵۴- اگر در یک طرف لوله U شکلی که داخل آن جیوه است تا ارتفاع 10 cm آب بریزیم، باید در طرف دیگر نفت تا ارتفاع h ریخته شود که سطح جیوه در طرفین لوله برابر باشد. اگر چگالی آب 1.25 برابر چگالی نفت باشد، مقدار h را تعیین کنید.

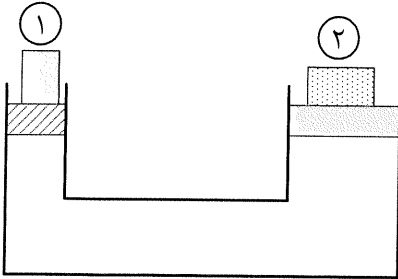
- (۱) 15 cm
(۲) 1.25 dm
(۳) 100 mm
(۴) $8.5 \times 10^{-2} \text{ hm}$

۵۵- مدلی به شکل مخروط کامل با قطر مقطع 5 cm و ارتفاع 5 cm از جنس موادی مصنوعی با وزن حجمی $40 \frac{N}{\text{dm}^3}$ در اختیار داریم که برای سبکی وزن، حفره‌ای در درون آن ایجاد شده است. اگر جرم مدل 50 kg

باشد، نسبت حجم شکل مدل به حجم حفره داخل آن چقدر است؟ $(\pi = 3, g = 10 \frac{N}{kg})$

- (۱) $\frac{5}{3}$
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{3}{5}$
(۴) $\frac{3}{2}$

۵۶- در شکل زیر با جابه‌جایی پیستون کوچک به میزان ۲۰ cm، پیستون بزرگ $\frac{1}{50}$ آن جابه‌جا می‌شود. چنانچه وزن پیستون کوچک و جسم روی آن ۲ N باشد، وزن پیستون بزرگ و جسم روی آن باید چند نیوتن باشد تا تعادل برقرار شود؟



- (۱) ۱۲۵۰
- (۲) ۵۰۰
- (۳) ۲۰۰
- (۴) ۱۰۰

۵۷- گرمای لازم برای تبدیل ۵۰۰ گرم یخ صفر درجه سلسیوس به آب ۴۰°C، چند کیلوژول است؟

$$(L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, C = 4/2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}})$$

- (۱) ۲۵/۲
- (۲) ۲۵۲
- (۳) ۲/۵۲
- (۴) ۲۵۲۰

۵۸- دو دماسنج سلسیوس و فارنهایت را در محیطی برای کنترل دما قرار داده‌اند. اگر هر دو دماسنج یک عدد را نشان دهند، دمای آن محیط چند درجه است؟

- (۱) ۴۰°C
- (۲) ۷۲°C
- (۳) ۴۰°F
- (۴) ۷۲°F

۵۹- دو میله با طول‌های مساوی را تا دمای $T_A = \frac{2}{3} T_B$ حرارت داده‌ایم. اگر $\alpha_A = 3\alpha_B$ باشد چه رابطه‌ای بین افزایش طول میله‌های A و B برقرار است؟ ($T_A = 40^\circ\text{C}$)

- (۱) ۲
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{1}{6}$
- (۴) ۶

۶۰- به مقداری یخ با دمای صفر درجه سلسیوس گرما می‌دهیم تا تبدیل به آب ۴۰°C شود. چه کسری از گرمای داده‌شده صرف ذوب یخ می‌شود؟ ($L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{g}}$ یا $C_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{C}}$)

- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{2}{3}$
- (۳) $\frac{5}{4}$
- (۴) $\frac{1}{3}$

۶۱- ۲۰۰ گرم آب ۴۰°C را با ۱۵۰ گرم یخ ۰ درجه سانتی‌گراد مخلوط می‌کنیم. پس از رسیدن به تعادل، چند گرم یخ روی سطح آب شناور می‌ماند؟

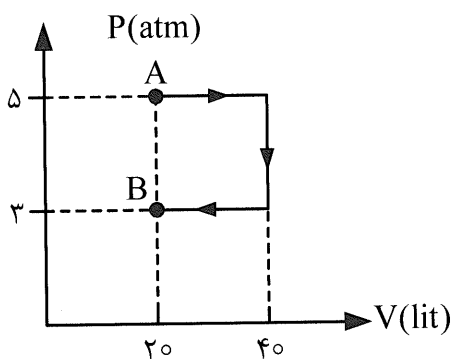
$$(C_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{s}}{\text{kg} \cdot \text{C}}, L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$$

- (۱) ۲۵
- (۲) ۵۰
- (۳) ۷۵
- (۴) ۹۶

۶۲- علم ترمودینامیک در کدام گزینه درست بیان شده است؟

- (۱) درباره مطالعه تبدیل بین انرژی‌ها و مطالعه روابط بین کمیت‌های فیزیکی، مختلف است.
- (۲) درباره مطالعه انتقال انرژی از یک محیط به محیط دیگر است.
- (۳) درباره مطالعه تبدیل انواع کمیت‌های مختلف ترمودینامیکی به یکدیگر است.
- (۴) درباره تبدیل انواع مختلف انرژی به یکدیگر است.

۶۳- تغییرات فشار بر حسب حجم برای مقدار معینی گاز به صورت شکل زیر است. مقدار کار انجام شده در کل فرآیند توسط گاز چند ژول است؟



- (۱) 16×10^3
- (۲) 4×10^{-3}
- (۳) -4×10^3
- (۴) 4×10^3

۶۴- بار Q نیرویی به مقدار $6N$ به بار $5\mu C$ که در فاصله 30 سانتیمتری است وارد می‌کند، اندازه بار Q چقدر

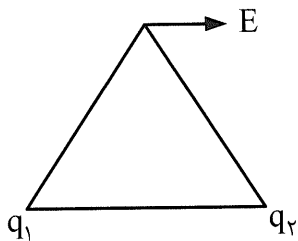
است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$

- (۱) $1/2 \times 10^{-6} C$
- (۲) $12 \times 10^{-6} C$
- (۳) $120 \times 10^{-6} C$
- (۴) $1/4 \times 10^{-6} C$

۶۵- دو بار مساوی، هر یک برابر q بر یکدیگر نیروی F وارد می‌کنند. اگر نصف یکی از بارها را برداشته و به دیگری اضافه کنیم، با حفظ فاصله قبلی نیروی متقابل چند برابر F می‌شود؟

- (۱) $\frac{3}{4}$
- (۲) $\frac{4}{3}$
- (۳) 2
- (۴) $\frac{1}{2}$

۶۶- در دو رأس یک مثلث متساوی‌الساقین، دو ذره بار الکتریکی q_1 و q_2 قرار دارد و شدت میدان الکتریکی حاصل از آن‌ها در رأس دیگر مطابق شکل است. معرفی بارها در کدام گزینه درست بیان شده است؟



- (۱) q_1 منفی و q_2 مثبت و اندازه آن‌ها برابر است.
- (۲) q_1 مثبت و q_2 منفی و اندازه آن‌ها متفاوت $q_2 > q_1$
- (۳) q_1 مثبت و q_2 منفی و اندازه آن‌ها برابر است.
- (۴) q_1 منفی و q_2 مثبت و اندازه آن‌ها متفاوت $q_1 > q_2$

۶۷- الکترونی به جرم $9.1 \times 10^{-31} kg$ در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $\frac{2 \times 10^4 N}{C}$ از حال سکون رها می‌شود.

شتاب الکترون چند $\frac{m}{s^2}$ است؟ (از نیروی وزن و مقاومت صرف نظر شود.)

- (۱) 4×10^{13}
- (۲) 4×10^{15}
- (۳) 0.4×10^{13}
- (۴) 4×10^{16}

۶۸- شار الکتریکی عبوری از نیمکره‌ای به شعاع R که بار q به‌طور یکنواخت روی سطح آن توزیع شده کدام گزینه است؟

- (۱) $\pi R^2 E$
 (۲) $\pi R^2 E$
 (۳) $2\pi R^2 E$
 (۴) $\frac{4}{3}\pi R^2 E$

۶۹- شعاع صفحه دایره‌ای یک خازن تخت برابر 8cm و فاصله بین صفحات 9mm است. اگر اختلاف پتانسیل بین دو

صفحه خازن 100V باشد، بار روی خازن چقدر خواهد بود؟ ($\pi = 3$, $\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2}$)

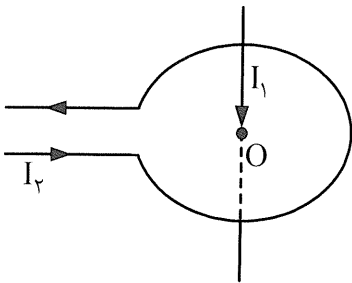
- (۱) 192nc
 (۲) 2.4nc
 (۳) 24nc
 (۴) 1.92nc

۷۰- سیمی به طول 4 متر در میدان مغناطیسی یکنواخت 0.008T قرار دارد. اگر جریان 5A از سیم بگذرد،

بیشترین نیروی وارد از طرف میدان مغناطیسی بر سیم چند نیوتن است؟

- (۱) 0.16
 (۲) $0.08\sqrt{2}$
 (۳) $0.04\sqrt{2}$
 (۴) 0.64

۷۱- از سیم راست و بلندی که بر محور حلقه‌ای منطبق است جریان I_1 می‌گذرد. اگر از حلقه، جریان I_2 عبور کند،



حلقه چه واکنشی دارد؟

- (۱) نوسان می‌کند.
 (۲) ساکن می‌ماند.
 (۳) به‌طرف بالا رانده می‌شود.
 (۴) به‌طرف پایین رانده می‌شود.

۷۲- در یک ترانسفورماتور اگر تعداد دور اولیه مبدل 75° دور و ثانویه آن 15 دور باشد و ولتاژ اولیه 120V و ثانویه

به یک مقاومت 240Ω وصل باشد، مقدار جریان ثانویه چقدر خواهد بود؟

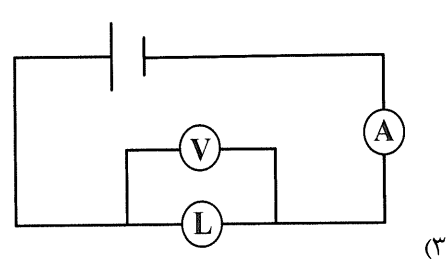
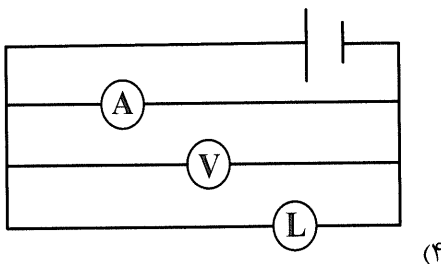
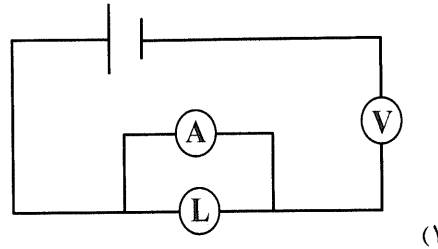
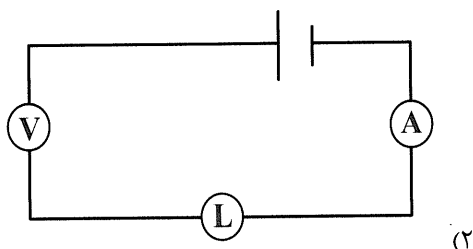
- (۱) 0.1A
 (۲) 25A
 (۳) 2.5A
 (۴) 0.01A

۷۳- اتوی برقی A با توان 500 وات برای برق 110 ولت و اتوی برقی B با توان 500 وات برای برق 220 ولت ساخته

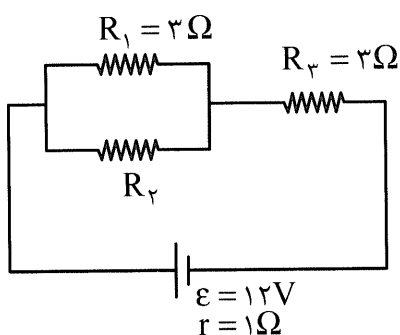
شده است. در یک مدت معین نسبت مصرف برق اتوی A به اتوی B چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) 1
 (۳) $\frac{1}{4}$
 (۴) 2

۷۴- در کدام گزینه آمپرسنج (A)، ولتسنج (V) و لامپ (L) درست بسته شده است؟



۷۵- در مدار شکل زیر افت پتانسیل درونی مولد برابر ۲ ولت است. در این حالت مقاومت R_p را به دست آورید.



(۲) ۶

(۱) ۵

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{6}$

شیمی

۷۶- چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟

- دو اتم X و Z ، ایزوتوپ‌اند.
- پس از هیدروژن، اولین عنصر تشکیل شده، یک گاز نجیب بود.
- پس از مهانگ و با گذشت زمان و افزایش دما، سحابی‌ها تشکیل شدند.
- تاکنون ۴ رادیو ایزوتوپ بسیار ناپایدار (نیمه‌عمر در حد کمتر از یک ثانیه) از هیدروژن شناخته شده است.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۷۷- کدام مطلب درست است؟

- (۱) برخی ایزوتوپ‌های تکنسیم در طبیعت یافت می‌شوند.
- (۲) توده‌های سرطانی با جذب گلوکز حاوی اتم‌های پرتوزا، از بین می‌روند.
- (۳) در غنی‌سازی ایزوتوپی اورانیوم، ایزوتوپ سبک‌تر را غنی‌سازی می‌کنند.
- (۴) تولید انرژی الکتریکی از مواد پرتوزا، آسیب بسیار کمی به محیط زیست وارد می‌کند.

۷۸- شمار اتم‌های هیدروژن در $\frac{1}{2}$ مول از نئان، به تقریب کدام است؟

- (۱) $2,408 \times 10^{24}$ (۲) $2,408 \times 10^{23}$
 (۳) $3,612 \times 10^{24}$ (۴) $3,612 \times 10^{23}$

۷۹- کدام مطلب درست است؟

- (۱) نور مرئی به فاصله طول موج‌های ۳۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر گفته می‌شود.
 (۲) در نشر شعله، اتم‌ها به دلیل دمای بالای شعله، برانگیخته می‌شوند.
 (۳) شمار خطوط در طیف نشری خطی اتم‌ها، در یک دوره برابر است.
 (۴) اتم‌های مس در نشر شعله، تنها طول موج نور مربوط به رنگ سبز را تولید می‌کنند.
- ۸۰- در یک اتم، حداکثر چند الکترون می‌توانند $n + l = 5$ داشته باشند و عنصرهایی که آخرین الکترون آن‌ها در این زیرلایه‌ها قرار می‌گیرد، در کدام دوره‌های جدول مشاهده می‌شوند؟

- (۱) ۱۸، چهارم و پنجم (۲) ۱۶، چهارم و پنجم (۳) ۱۸، چهارم (۴) ۱۶، چهارم

۸۱- آرایش الکترون نقطه‌ای عنصر نافلز دوره سوم که در بین نافلزات این دوره، بیشترین شعاع اتمی را دارد، کدام است و فرمول شیمیایی ترکیب آن با فلز هم‌دوره که بیشترین شعاع اتمی را داراست، چیست؟



۸۲- از ۷ گاز با بیشترین درصد سازنده هوای خشک، چند مورد به صورت مولکول دو اتمی بوده و مجموع شمار جفت الکترون ناپیوندی در مولکول آن‌ها، کدام است؟ (به ترتیب از راست به چپ)

- (۱) ۲، ۱ (۲) ۴، ۱ (۳) ۶، ۲ (۴) ۴، ۲

۸۳- کدام مطلب درست است؟

- (۱) برای تولید برخی از گازهای صنعتی از منابع زیرزمینی استفاده می‌شود.
 (۲) فراوان‌ترین گاز نجیب در هوا کره، نئون است.
 (۳) هلیوم موجود در کره زمین تنها از واکنش‌های هسته‌ای در دوره مهبانگ به وجود آمده است.
 (۴) در دمای -200°C و فشار ۱ atm، همه گازهای موجود در هوا کره به صورت مایع یا جامد درمی‌آیند.

۸۴- در واکنش زیر، پس از موازنه، نسبت ضریب استوکیومتری $\frac{\text{NO}_3^-}{\text{BrO}_3^-}$ ، کدام است؟



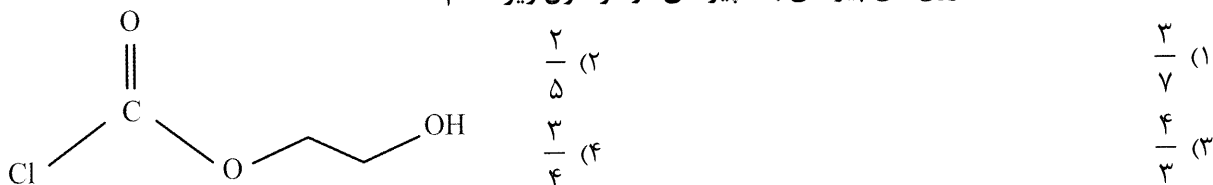
- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{6}{7}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۸۵- یک گرم از دو فلز آهن و آلومینیم را به طور جداگانه درون دو ظرف دارای اسید و در شرایط یکسان انداخته‌اند. سرعت واکنش در کدام ظرف بیشتر و در ظرف دارای کدام فلز در پایان واکنش، گاز بیشتری تولید می‌شود؟

($\text{Al} = 27, \text{Fe} = 56 \text{ g.mol}^{-1}$) گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید

- (۱) Fe ، Al (۲) Fe ، Fe (۳) Al ، Fe (۴) Al ، Al

۸۶- نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در مولکول زیر کدام است؟



۸۷- شمار اتم‌ها در فرمول شیمیایی سولفات کدام عنصر با عدد اتمی داده شده، بیشتر است؟

۲۹ (۴)	۲۰ (۳)	۱۳ (۲)	۱۱ (۱)
--------	--------	--------	--------

۸۸- در محلول ۰/۰۱ مولار مس (II) سولفات ($d = 1 \text{ g.mL}^{-1}$)، غلظت یون‌های مس چند ppm است؟

$(\text{Cu} = 64, \text{S} = 32, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1})$	۶۴ (۲)	۳۲۰ (۳)	۶۴۰ (۱)
	۲۲ (۴)		

۸۹- برای واکنش کامل ۲۵۰ mL محلول پتاسیم یدید با غلظت ۰/۰۵ مولار، چند گرم از KIO_3 طبق واکنش زیر، لازم است؟

$(\text{H}_2\text{SO}_4 + \text{KIO}_3 + \text{KI} \rightarrow \text{I}_2 + \text{H}_2\text{O} + \text{K}_2\text{SO}_4)$	$\text{K} = 39, \text{I} = 127, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$		
۰/۵۳۵ (۴)	۰/۴۲۸ (۳)	۰/۳۶۶ (۲)	۰/۳۱۲ (۱)

۹۰- کدام مطلب درست است؟

(۱) محلول HF در غلظت مولار برابر، الکترولیت قوی‌تری نسبت به محلول KOH است.

(۲) در شرایط معین، انحلال‌پذیری گازها با افزایش دما، افزایش می‌یابد.

(۳) طبق قانون هنری، انحلال‌پذیری همه گازها با افزایش فشار، افزایش می‌یابد.

(۴) در فرآیند اسمز وارونه، یون‌های محلول در آب از غشای نیمه‌تراوا عبور می‌کنند.

۹۱- انحلال‌پذیری O_2 در شرایط معین $100 \text{ g H}_2\text{O}$ در $5 \times 10^{-3} \text{ g}$ است. در هر کیلوگرم از این آب چند میلی‌لیتر

اکسیژن در شرایط STP حل شده است؟ ($\text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

۵۶ (۴)	۴۸ (۳)	۳۵ (۲)	۲۴ (۱)
--------	--------	--------	--------

۹۲- در دو ظرف جداگانه که هر کدام دارای ۲۰۰ mL محلول ۰/۱ مولار از مس (II) سولفات (A) و نقره نیترات

(B) هستند، ۰/۱ مول فلز آهن اضافه شده است. در کدام ظرف، واکنش انجام می‌شود و در کدام یک مقدار

بیشتری از فلز آهن مصرف می‌شود؟

B, B (۴)	A, A (۳)	هر دو - B (۲)	A - هر دو (۱)
----------	----------	---------------	---------------

۹۳- ۲۰۰ گرم از سنگ آهن دارای Fe_3O_4 را طی فرآیندهای شیمیایی استخراج و از آن ۱۱/۲ g فلز آهن به دست

آمده است. درصد خلوص این اکسید در سنگ آهن، به تقریب کدام است؟ ($\text{Fe} = 56, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

۷/۷۳ (۴)	۵/۴۲ (۳)	۴/۸۲ (۲)	۳/۲۵ (۱)
----------	----------	----------	----------

۹۴- از واکنش ۱۰ g از KNO_3 با خلوص ۹۰٪ با مقدار کافی از فلز سدیم طبق واکنش زیر، به تقریب چند لیتر گاز

در شرایطی که حجم مولی گازها ۴۰ L است، به دست می‌آید؟

$(\text{Na} + \text{KNO}_3 \rightarrow \text{K}_2\text{O} + \text{Na}_2\text{O} + \text{N}_2)$ ، معادله موازنه شود، $\text{K} = 39, \text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$

۱/۷۸ (۴)	۱/۶۶ (۳)	۱/۲۵ (۲)	۰/۹۹ (۱)
----------	----------	----------	----------

۹۵- به 20 g مخلوط هگزان و ۱- هگزن، مقدار مازاد برم اضافه شده است. اگر در پایان واکنش 40 g فرآورده برم دار

تولید شود، به تقریب درصد جرمی هگزان در نمونه اولیه، کدام است؟ ($C = 12, H = 1, Br = 80 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) $22/7$ (۲) $31/1$ (۳) $44/2$ (۴) $51/6$

۹۶- چند مورد از مطالب زیر، درست اند؟

• نسبت C به H در بنزن و نفتالن یکسان است.

• بیشترین درصد جرمی نفت خام را نفت کوره تشکیل می‌دهد.

• پروپین نیز همانند اتن، جزو هیدروکربن‌های سیر نشده است.

• حدود 10% از نفت خام برای ساختن سایر مواد مورد نیاز بشر مصرف می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۷- به یک مول آب و یک مول CO_2 در دمای 20°C ، 1 kJ گرما داده می‌شود. اختلاف دمای دو ماده در پایان، چند

$^\circ\text{C}$ است؟ ($c_{\text{CO}_2} = 0.85\text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $c_{\text{H}_2\text{O}} = 4.2\text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $C = 12, H = 1, O = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) $13/5$ (۲) $18/7$ (۳) $31/2$ (۴) $24/8$

۹۸- آنتالپی واکنش زیر، چند کیلوژول است؟

گاز هیدروژن + سیکلو هگزان \rightarrow هگزان

H-H	C-H	C-C	نوع پیوند
۴۳۲	۴۱۳	۳۴۷	میانگین انرژی پیوند kJ.mol^{-1}

(۱) -25 (۲) $+25$ (۳) -47 (۴) $+47$

۹۹- در یک کارخانه کود شیمیایی از واکنش $\text{NH}_3(\text{g}) + \text{HNO}_3(\text{aq}) \rightarrow \text{NH}_4\text{NO}_3(\text{aq})$ ، $\Delta H = -150\text{ kJ}$

برای تولید کود استفاده می‌شود. اگر در هر ساعت 100 تن فرآورده تولید شود، گرمای حاصل با تبخیر به تقریب

چند تن آب باید دفع شود؟ ($\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + 44\text{ kJ} \rightarrow \text{H}_2\text{O}(\text{g})$, $\text{NH}_4\text{NO}_3 = 80\text{ g.mol}^{-1}$)

(۱) $48/2$ (۲) $63/4$ (۳) $76/7$ (۴) $88/4$

۱۰۰- 100 mL محلول پتاسیم پرمنگنات 1% جرمی ($d = 1\text{ g.mL}^{-1}$) در شرایط معین در 5 دقیقه با اسید آلی

واکنش می‌دهد. به تقریب سرعت متوسط واکنش بر حسب $\text{mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$ ، کدام است؟

($K = 39, \text{Mn} = 55, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

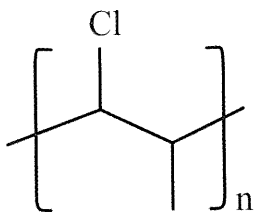
(۱) $2/1 \times 10^{-4}$ (۲) $2/1 \times 10^{-5}$ (۳) $4/6 \times 10^{-4}$ (۴) $4/6 \times 10^{-5}$

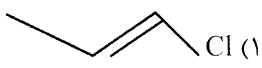
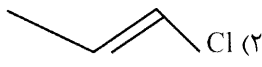
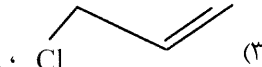
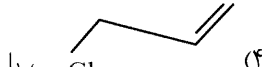
۱۰۱- در واکنش زیر، اگر سرعت متوسط خروج گاز $44/8\text{ mL.s}^{-1}$ در شرایط STP باشد، سرعت مصرف فلز چند مول

بر دقیقه است؟ (معادله موازنه شود): $\text{Bi}(\text{s}) + \text{HNO}_3(\text{aq}) \rightarrow \text{Bi}(\text{NO}_3)_3(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) + \text{NO}(\text{g})$

(۱) $0/12$ (۲) $0/18$ (۳) $0/24$ (۴) $0/36$

۱۰۲- مونومر به کار رفته در تولید پلیمر داده شده، کدام است و اگر به جای اتم کلر در آن، اتم هیدروژن قرار گیرد، نام پلیمر به دست آمده، چیست؟



- (۱)  ، پلی پروپن
- (۲)  ، پلی اتن
- (۳)  ، پلی پروپن
- (۴)  ، پلی اتن

۱۰۳- برای تولید هر کیلوگرم از تفلون، چند لیتر از مونومر گازی سازنده آن در شرایط STP لازم است؟

($C = 12, F = 19 : g.mol^{-1}$)

۲۲۴ (۴)

۱۹۶ (۳)

۱۱۲ (۲)

۱۰۲ (۱)

۱۰۴- چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟

- پلی اتن سنگین، کدر است.
- استرها در بوی خوش گل‌ها و میوه‌ها یافت می‌شوند.
- از گروه عاملی استری می‌توان برای تولید پلیمر استفاده کرد.
- متانوئیک اسید، یک اسید دو کربنی و پر کاربرد در صنایع غذایی است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۵- کدام مطلب درست است؟

- (۱) ویتامین A برخلاف ویتامین C، گروه هیدروکسیل ندارد.
- (۲) حلالیت ویتامین D در هگزان از آب بیشتر است.
- (۳) تفاوت فرمول مولکولی اتیل اتانوات و اتیل بوتانوات در یک واحد CH_2 است.
- (۴) کولار، پلیمری بسیار محکم و مقاوم بوده و از دسته پلی استرهاست.



آزمون ۱۱ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم - جامع نوبت اول (۱۴۰۲/۰۱/۲۵)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون های آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون ها ، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاه های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



کانال تلگرام آزمون های آزمایشی سنجش @sanjesheducationgroup

ویژه پایه دوازدهم

ریاضیات

۱. گزینه ۴ درست است.

$$(x + x^{-1})^2 = 5^2 \rightarrow x^2 + x^{-2} + \underbrace{2x \cdot x^{-1}}_{=1} = 25$$

$$x^2 + x^{-2} = 23 \xrightarrow{\text{دو طرف به توان } 2} x^4 + x^{-4} + 2x^2 \cdot x^{-2} = 529 \rightarrow \boxed{x^4 + x^{-4} = 527} \quad (1)$$

$$(x + x^{-1})^3 = 5^3 \rightarrow x^3 + x^{-3} + 3x^2 \cdot x^{-1} + 3x \cdot x^{-2} = 125$$

$$x^3 + x^{-3} + 3(x + x^{-1}) = 125 \rightarrow \boxed{x^3 + x^{-3} = 110} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow (x^4 + x^{-4})(x^3 + x^{-3}) = 527 \times 110$$

$$x^7 + x^{-7} + \underbrace{x + x^{-1}}_{=5} = 57970$$

$$\boxed{x^7 + x^{-7} = 57965}$$

۲. گزینه ۳ درست است.

اگر $|a| = -a$ باشد، آنگاه $a \leq 0$ بنابراین:

$$|x^2 - 5x - 24| = -x^2 + 5x + 24 \rightarrow x^2 - 5x - 24 \leq 0$$

x	$-\infty$	-3	8	$+\infty$
$x^2 - 5x - 24$	$+$	ϕ	$-$	$+$

$$\Rightarrow -3 \leq x \leq 8$$

در این بازه جواب ۱۲ عدد صحیح وجود دارد.

۳. گزینه ۴ درست است.

$$f(x) = ax + b \begin{cases} \xrightarrow{\text{گذرا بر } A(-2, -1)} -1 = -2a + b \\ \xrightarrow{\text{گذرا بر } B(1, 5)} 5 = a + b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \rightarrow \boxed{f(x) = 2x + 3} \quad (1)$$

$$y = (x + 2)^2 - 3 \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}} y \rightarrow -y \quad y = -(x + 2)^2 + 3 \xrightarrow{\text{واحد انتقال در جهت منفی } y \text{ ها}}$$

$$y = -(x + 2)^2 \xrightarrow{\text{واحد انتقال در جهت مثبت محور } x \text{ ها}} \boxed{y = -x^2} \quad (2)$$

$$(1), (2) \xrightarrow{\text{نقاط برخورد}} -x^2 = 2x + 3 \Rightarrow x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$\Delta = -8 < 0 \rightarrow \text{دو نمودار هیچ نقطه برخوردی ندارند.}$$

۴. گزینه ۱ درست است.

$$\tan 135^\circ = \text{شیب خط} = \frac{-(2K + 3)}{-(5 - K)}$$

$$-1 = \frac{2K + 3}{5 - K} \rightarrow \boxed{K = -8} \Rightarrow -13x - 13y - 78 = 0 \xrightarrow{\div (-13)} x + y + 6 = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \text{شیب} = -1 \\ \text{عرض از مبدأ} = -6 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع } K \text{ و شیب و عرض از مبدأ} = -15$$

۵. گزینه ۲ درست است.

ریشه پنجم عدد A برابر $\frac{2}{3}$ است.

$$\sqrt[5]{A} = \frac{2}{3} \rightarrow A = \frac{2^5}{3^5}$$

b ریشه منفی چهارم عدد A است یعنی:

$$b = -\sqrt[4]{\frac{2^5}{3^5}} = -\frac{2}{3} \sqrt[4]{\frac{2}{3}} = -\frac{2^4 \sqrt{2}}{3^4 \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{-2^4 \sqrt{54}}{9}$$

۶. گزینه ۳ درست است.

$$\sqrt{3 + \frac{3\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{6 + 3\sqrt{3}}{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{12 + 6\sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{12 + 6\sqrt{3}}}{2}$$

عبارت $12 + 6\sqrt{3}$ را به صورت $(3 + \sqrt{3})^2$ می نویسیم:

$$\frac{\sqrt{12 + 6\sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{(3 + \sqrt{3})^2}}{2} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{9}{4}} + \sqrt{\frac{3}{4}}$$

a می تواند $\frac{9}{4}$ و b می تواند $\frac{3}{4}$ باشد و $a - b = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ باشد.

۷. گزینه ۳ درست است.

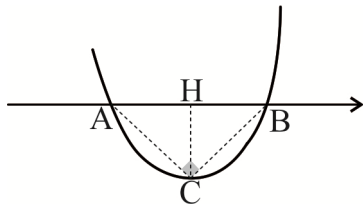
$$f(a_1) + f(a_1 q) + f(a_1 q^2) + f(a_1 q^3) + f(a_1 q^4) =$$

$$\text{Log}_3^{a_1} + \text{Log}_3^{a_1 q} + \text{Log}_3^{a_1 q^2} + \text{Log}_3^{a_1 q^3} + \text{Log}_3^{a_1 q^4} = \text{Log}_3^{a_1^5 q^{10}} = 30$$

$$\rightarrow 5 \text{Log}_3^{a_1} + 10 \text{Log}_3^q = 30 \xrightarrow{q=9} 5 \text{Log}_3^{a_1} + 10(2) = 30 \rightarrow \text{Log}_3^{a_1} = 2 \rightarrow a_1 = 9$$

۸. گزینه ۲ درست است.

مثلث ABC در رأس C قائم است و ارتفاع CH میانه وارد بر وتر AB و نصف آن است.



$$CH = \frac{1}{2} AB \rightarrow \left| \frac{-\Delta}{4a} \right| = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \xrightarrow{\times |a|} \left| \frac{\Delta}{4} \right| = \frac{1}{2} \sqrt{\Delta}$$

$$\rightarrow |\Delta| = 2\sqrt{\Delta} \xrightarrow{\text{توان دو}} \Delta^2 = 4\Delta \rightarrow \Delta = 4 \rightarrow b^2 - 4(2)(+3) = 4 \rightarrow$$

$$b^2 - 24 = 4 \rightarrow b^2 = 28 \rightarrow b = \pm 2\sqrt{7}$$

۹. گزینه ۱ درست است.

چون مجموع دو عبارت غیرمنفی برابر صفر است؛ پس هر یک از عبارات، همزمان به ازای ریشه معادله باید صفر باشند:

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$x = -2$ تنها ریشه منفی رادیکال اول است، بنابراین $x = -2$ ریشه رادیکال دوم هم است:

$$(-2)^2 - a(-2) = 0 \rightarrow a = 4$$

↓

$$\text{ضلع مربع: } 3x - 4y - 9 = 0$$

چون نقطه $A(2, 3)$ روی این ضلع مربع قرار ندارد بنابراین فاصله A تا خط $3x - 4y - 9 = 0$ برابر اندازه ضلع مربع است:

$$d = \frac{|۳(۲) - ۴(۳) - ۹|}{\sqrt{۳^۲ + (-۴)^۲}} = \frac{۱۵}{۵} = ۳$$

محیط مربع = $۴ \times ۳ = ۱۲$

۱۰. گزینه ۲ درست است.

$$f \circ g^{-1}(x) = \frac{۳x-۱}{x+۲} \rightarrow g^{-1}(x) = f^{-1}\left(\frac{۳x-۱}{x+۲}\right) \rightarrow x = g \circ f^{-1}\left(\frac{۳x-۱}{x+۲}\right) \rightarrow x = \Delta f^{-1}\left(\frac{۳x-۱}{x+۲}\right) + ۹$$

اگر $\frac{۳x-۱}{x+۲} = -۴$ نگاه $x = -۱$ می شود:

$$-۱ = \Delta f^{-1}(-۴) + ۹ \rightarrow \boxed{f^{-1}(-۴) = -۲} \quad (۱)$$

$$g^{-1}(-۶) = K \rightarrow -۶ = g(K) \rightarrow -۶ = \Delta K + ۹ \rightarrow K = -۳ \Rightarrow \boxed{g^{-1}(-۶) = -۳} \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow f^{-1}(-۴) \times g^{-1}(-۶) = (-۲)(-۳) = ۶$$

۱۱. گزینه ۳ درست است.

$$۳ \cot x + \tan\left(\pi + \frac{\pi}{۳}\right) = ۲\left(\cot x + \tan\left(۲\pi - \frac{\pi}{۳}\right)\right)$$

$$۳ \cot x + \tan \frac{\pi}{۳} = ۲\left(\cot x - \tan \frac{\pi}{۳}\right)$$

$$۳ \cot x + \sqrt{۳} = ۲(\cot x - \sqrt{۳}) \rightarrow \boxed{\cot x = -۳\sqrt{۳}}$$

$$\cos ۲x = 1 - ۲ \sin^۲ x \xrightarrow{1 + \cot^۲ x = \frac{1}{\sin^۲ x}} \cos ۲x = 1 - ۲\left(\frac{1}{۲۸}\right) \rightarrow \boxed{\cos ۲x = \frac{۱۳}{۱۴}}$$

$$\sin\left(\frac{۳۵\pi}{۶}\right) = \sin\left(۶\pi - \frac{\pi}{۶}\right) = -\sin \frac{\pi}{۶} = -\frac{1}{۲}$$

$$\text{عبارت مورد نظر} = ۶\left(-\frac{1}{۲}\right) + ۲۸\left(\frac{1۳}{۱۴}\right) = -۳ + ۲۶ = ۲۳$$

۱۲. گزینه ۲ درست است.

$$f(x) = ۳ - \sqrt{1-x} \rightarrow 1-x \geq 0 \rightarrow x \leq 1 \rightarrow D_f = (-\infty, 1] \rightarrow R_f = (-\infty, ۳] = D_{f^{-1}}$$

$$g(x) = f^{-1}(1-۲x) \rightarrow 1-۲x \leq ۳ \rightarrow x \geq -۱ \rightarrow D_g = [-۱, +\infty)$$

$$D_{g \circ f}(x) = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g\} = \{x \mid x \leq 1, ۳ - \sqrt{1-x} \geq -۱\}$$

$$= \{x \mid x \leq 1, x \geq -۱۵\} = [-۱۵, 1]$$

↓

این بازه شامل ۱۷ عدد صحیح است.

۱۳. گزینه ۴ درست است.

$$\log_r^{(۴۸+۴^x)} = x + ۴ \rightarrow ۴۸ + ۴^x = ۲^{x+۴}$$

$$۴۸ + ۴^x = ۲^x \times ۲^۴ \rightarrow ۴^x - ۱۶ \times ۲^x + ۴۸ = 0 \xrightarrow{\text{با فرض } ۲^x = t} t^۲ - ۱۶t + ۴۸ = 0 \rightarrow (t-۱۲)(t-۴) = 0$$

$$\begin{cases} t = ۱۲ \rightarrow ۲^x = ۱۲ \rightarrow x_1 = \log_2^{12} \\ t = ۴ \rightarrow ۲^x = ۲^۲ \rightarrow x_2 = ۲ \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = ۴ \rightarrow ۲^x = ۲^۲ \rightarrow x_2 = ۲ \end{cases}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \log_2^2 \times 2 = (\log_2^2 \times 2) \times 2 = (2 + \log_2^2) \times 2 = 4 + 2 \log_2^2 = \log_2^4 + \log_2^2$$

$$= \log_2^2 \times 2^2 = \log_2^{144 \rightarrow a=144} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{144}{2} = 72$$

۱۴. گزینه ۴ درست است.

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = (-1) \times 2 = -2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = (-2) \times b = -2b \\ g(1) = (-1)(a+b) = -a-b \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow -2b = -2 \rightarrow \boxed{b=1} \\ \rightarrow -a-b = -2 - a - 1 = -2 \rightarrow \boxed{a=1} \end{array} \Rightarrow 2a + 2b = 2(1) + 2(1) = 4$$

۱۵. گزینه ۱ درست است.

می‌دانیم $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$ ، بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x - 1)(2 \sin x + 1)}{2 \cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x - 1)(2 \sin x + 1)}{2(1 - \sin^2 x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-\cancel{(1 - \sin x)}(2 \sin x + 1)}{2 \cancel{(1 - \sin x)}(1 + \sin x)} = \frac{-3}{2 \times 2} = \frac{-3}{4}$$

۱۶. گزینه ۳ درست است.

$$\max(f(x)) = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$x_A \Rightarrow x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow A\left(\frac{5\pi}{6}, 2\right)$$

$$x_B \Rightarrow x - \frac{\pi}{3} = 3\pi \rightarrow x = \frac{10\pi}{3} \Rightarrow B\left(\frac{10\pi}{3}, 0\right)$$

$$AB \text{ شیب خط } m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 2}{\frac{10\pi}{3} - \frac{5\pi}{6}} = -\frac{4}{\Delta\pi}$$

$$y - 0 = \frac{-4}{\Delta\pi} \left(x - \frac{10\pi}{3}\right)$$

$$y = \frac{-4}{\Delta\pi} x + \frac{40}{3}$$

$$m = \frac{-4}{\Delta\pi}, \quad b = \frac{40}{3}$$

$$\text{مقدار عبارت مورد نظر سؤال} = 3b - 10\pi m = 3\left(\frac{40}{3}\right) - 10\pi\left(\frac{-4}{\Delta\pi}\right) = 40 + 40 = 80$$

۱۷. گزینه ۲ درست است.

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{ABD} = \widehat{C} \text{ محاطی} = \frac{\widehat{BD}}{2} \\ \widehat{A} = \widehat{A} = \text{مشترک} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BAD \sim \triangle ABC \quad (z, z)$$

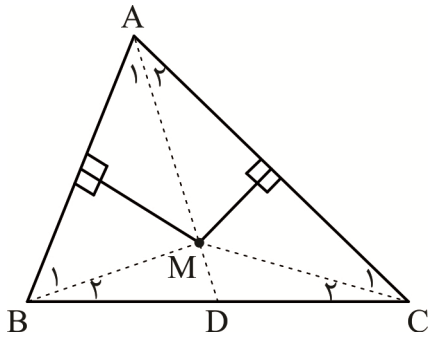
$$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{BD}{BC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AD}{3} = \frac{2}{4} = \frac{3}{AC} \begin{cases} \longrightarrow \boxed{AC = 6} \\ \longrightarrow \boxed{AD = 1.5} \end{cases}$$

$$DC = AC - AD = 6 - 1.5 = 4.5$$

۱۸. گزینه ۱ درست است.

$$AB \text{ روی عمود منصف } M \rightarrow MA = MB \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \quad (1)$$

$$AB \text{ روی عمود منصف } M \rightarrow MA = MC \rightarrow \hat{A}_r = \hat{C}_1 \quad (2)$$



$$\begin{cases} \text{طبق (۱)} \\ \Delta \text{ زاویه خارجی } AMB & \hat{BMD} = \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 2\hat{A}_1 \\ \Delta \text{ زاویه خارجی } AMC & \hat{DMC} = \hat{A}_r + \hat{C}_1 = 2\hat{A}_r \end{cases}$$

$$\hat{BMC} = \hat{BMD} + \hat{DMC} = 2\hat{A}_1 + 2\hat{A}_r = 2(\hat{A}_1 + \hat{A}_r) = 2\hat{A} \Rightarrow \boxed{\hat{BMC} = 2\hat{A}}$$

۱۹. گزینه ۳ درست است.

دو مثلث ABC و ABD دارای قاعده مشترک AB هستند و ارتفاع نظیر این قاعده در دو مثلث (فاصله دو خط موازی) یکسان است؛ بنابراین $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABD}$ با کم کردن $S_{\Delta AOB}$ از دو طرف این رابطه:

$$S_{\Delta AOD} = S_{\Delta BOC} = x \quad (\text{مساحت بال‌های پروانه یکسان است})$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{S_{\Delta AOD}}{S_{\Delta DOC}} = \frac{AO}{OC} \\ \frac{S_{\Delta AOB}}{S_{\Delta BOC}} = \frac{AO}{OC} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{مساحت سر پروانه}} \frac{S_{\Delta AOD}}{S_{\Delta DOC}} = \frac{S_{\Delta AOB}}{S_{\Delta BOC}} \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{y}{x} \\ \xrightarrow{\text{مساحت بدن پروانه}} \end{array}$$

$$\Rightarrow x^2 = z \cdot y \rightarrow x^2 = 4 \times 9 \rightarrow x = 6$$

$$S_{\Delta ABCD} = 2x + z + y = 2(6) + 4 + 9 = 25$$

توجه: این مسئله به «قضیه پروانه» در دوزنقه مشهور است و برای به ذهن سپردن ساده‌تر نتایج آن به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$(1) \text{ مساحت دو بال پروانه برای پرواز و حفظ تعادل باید یکسان باشد: } S_{\Delta AOD} = S_{\Delta BOC} = x$$

$$(2) \text{ مساحت بال پروانه واسطه هندسی بین مساحت سر } (y) \text{ و بدن پروانه } (z) \text{ است: } x^2 = z \cdot y$$

$$(3) \sqrt{S_{\Delta}} = \sqrt{y} + \sqrt{z}$$

در همین تست به راحتی می‌توانستید از نتیجه ۳ استفاده کنید:

$$\sqrt{S_{\Delta}} = \sqrt{4} + \sqrt{9} \rightarrow \sqrt{S_{\Delta}} = 2 + 3 \rightarrow S_{\Delta} = 25$$

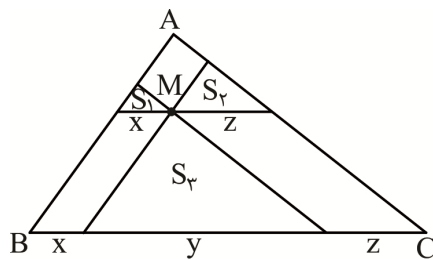
۲۰. گزینه ۴ درست است.

با توجه به موازی بودن خطوط، هر یک از مثلث‌های با مساحت S_1 ، S_2 و S_3 با مثلث ABC متشابه‌اند. با توجه به مقادیر x ، y و z مشخص شده در شکل:

$$\frac{S_1}{S_{ABC}} = \left(\frac{x}{x+y+z}\right)^2 \rightarrow \sqrt{\frac{S_1}{S_{ABC}}} = \frac{x}{x+y+z} \quad (1)$$

$$\frac{S_2}{S_{ABC}} = \left(\frac{y}{x+y+z}\right)^2 \rightarrow \sqrt{\frac{S_2}{S_{ABC}}} = \frac{y}{x+y+z} \quad (2)$$

$$\frac{S_3}{S_{ABC}} = \left(\frac{z}{x+y+z}\right)^2 \rightarrow \sqrt{\frac{S_3}{S_{ABC}}} = \frac{z}{x+y+z} \quad (3)$$

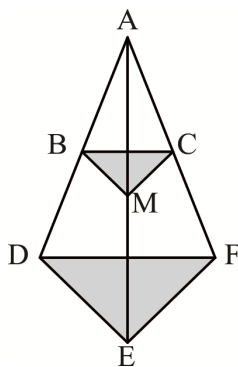


$$(1), (2), (3) \Rightarrow \frac{\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3}}{\sqrt{S_{ABC}}} = \frac{x+y+z}{x+y+z} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{S_{ABC}} = \sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3} \Rightarrow \sqrt{S_{ABC}} = 1+2+3=6 \rightarrow \boxed{S_{ABC} = 36}$$

۲۱. گزینه ۴ درست است.

اگر صفحه‌ای موازی با قاعده یک هرم آن را قطع کند، آن‌گاه نسبت حجم هرم ایجاد شده به حجم هرم اولیه، مساوی توان سوم نسبت یال‌های این دو هرم (نسبت تشابه K) است:



$$\text{مطابق شکل: } \frac{AB}{AD} = K = \frac{1}{2}$$

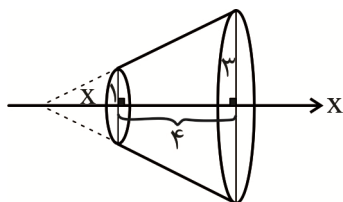
$$\frac{\text{حجم هرم } AB'MC'}{\text{حجم هرم کل}} = K^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow \text{حجم هر هرم جدا شده} = \frac{1}{8} \text{ حجم هرم کل} \quad (1)$$

$$\frac{\text{حجم جسم باقی مانده}}{\text{حجم هرم کل}} = 1 - \frac{4 \left(\frac{1}{8} \text{ حجم هرم کل}\right)}{\text{حجم هرم کل}} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{حجم جسم باقی مانده} = \frac{1}{2} \times \text{حجم هرم کل} = \frac{1}{2} \times 36 = 18$$

۲۲. گزینه ۳ درست است.

از دوران دوزنقه قائم‌الزاویه حول محور X، یک مخروط ناقص به دست می‌آید:



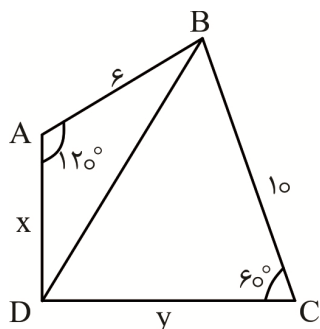
$$\text{قضیه تالس: } \frac{x}{x+4} = \frac{1}{3} \rightarrow x = 2$$

$$\text{مخروط بزرگ: } V = \frac{1}{3} \pi (4)^2 \times 6 = 18\pi \xrightarrow{\text{با فرض } \pi=3} V = 54$$

$$\text{مخروط کوچک انتهایی: } V' = \frac{1}{3} \pi (1)^2 \times 2 = \frac{2}{3} \pi \xrightarrow{\text{با فرض } \pi=3} V' = 2$$

$$\text{حجم مورد نظر سؤال} = V - V' = 54 - 2 = 52$$

۲۳. گزینه ۲ درست است.



$$\text{محیطی } ABCD \Rightarrow x + 10 = y + 6 \Rightarrow \boxed{y = 4 + x} \quad (1)$$

$$\text{محاطی } ABCD \Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{A}=120^\circ} \boxed{\hat{C} = 60^\circ} \quad (2)$$

در دو مثلث ADB و BDC قضیه کسینوس‌ها را می‌نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta ADB : BD^2 &= x^2 + 36 - 2x(6)\left(-\frac{1}{2}\right) = x^2 + 6x + 36 \\ \Delta BDC : BD^2 &= y^2 + 100 - 2y(10)\left(\frac{1}{2}\right) = y^2 - 10y + 100 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

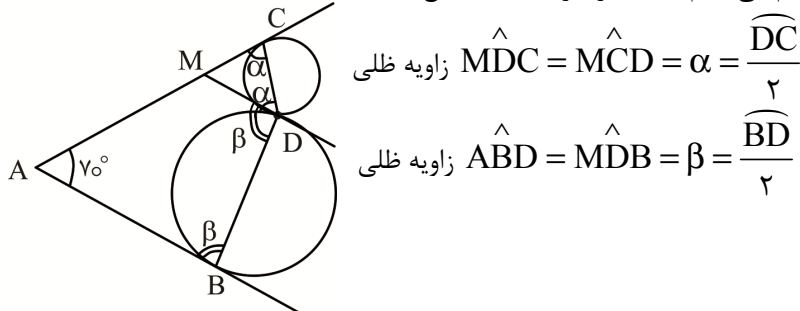
$$x^2 + 6x + 36 = y^2 - 10y + 100 \xrightarrow{(1)} y = 4 + x$$

$$x^2 + 6x + 36 = (4 + x)^2 - 10(4 + x) + 100 \rightarrow x = 5, y = 9$$

$$x^2 + y^2 = 25 + 81 = 106$$

۲۴. گزینه ۴ درست است.

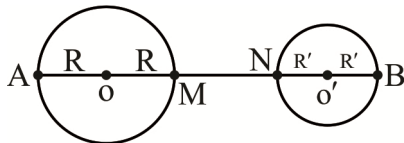
از نقطه D مماس مشترک دو دایره را رسم می‌کنیم تا AC را در نقطه M قطع کند:



$$ABDC : \gamma^\circ + \beta + (\beta + \alpha) + \alpha = 36^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 145^\circ \Rightarrow \widehat{BDC} = \alpha + \beta = 145^\circ$$

۲۵. گزینه ۱ درست است.

با توجه به فرض سؤال، دو دایره متخارج هستند:



$$MN = OO' - (R + R') = 4 \quad (1)$$

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2} = 4\sqrt{3}$$

$$OO'^2 - (R + R')^2 = 48$$

$$\text{طبق (1)} \rightarrow (OO' - (R + R'))(OO' + (R + R')) = 48$$

$$4(OO' + (R + R')) = 48 \Rightarrow \boxed{OO' + (R + R') = 12} \quad (2)$$

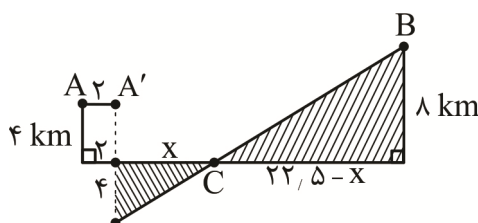
$$(1), (2) \begin{cases} OO' - (R + R') = 4 \\ OO' + (R + R') = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} OO' = 8 \\ R + R' = 4 \end{cases}$$

$$\pi R^2 - \pi R'^2 = 8\pi \rightarrow \pi(R - R')(R + R') = 8\pi$$

$$(R - R') \times 4 = 8 \rightarrow \boxed{R - R' = 2}$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی دو دایره} TT' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} = \sqrt{8^2 - 2^2} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$$

۲۶. گزینه ۲ درست است.

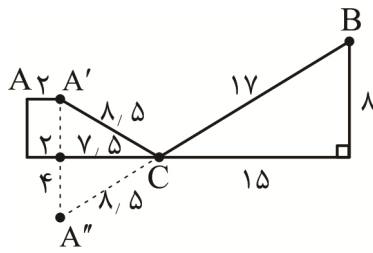


ابتدا نقطه A را به موازات خط d کیلومتر به سمت راست منتقل می‌کنیم تا به نقطه A' برسیم. سپس قرنیۀ A' نسبت به خط d می‌یابیم و آن را A'' می‌نامیم. نقطه A'' را به نقطه B وصل می‌کنیم.

اگر پاره خط A''B، خط d را در نقطه C قطع کند آن‌گاه با توجه به تشابه

مثلث‌های سایه‌زده خواهیم داشت:

$$\frac{x}{4} = \frac{22,5 - x}{8} \Rightarrow 8x = 90 - 4x \Rightarrow 12x = 90 \Rightarrow x = \frac{90}{12} = 7,5 \Rightarrow 22,5 - x = 22,5 - 7,5 = 15$$



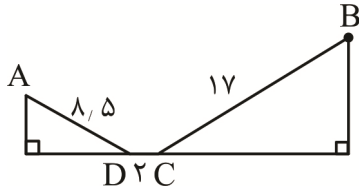
$$BC^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$$

$$\Rightarrow BC = 17 \Rightarrow A''C = 8,5$$

$$\Rightarrow A'C = 8,5$$

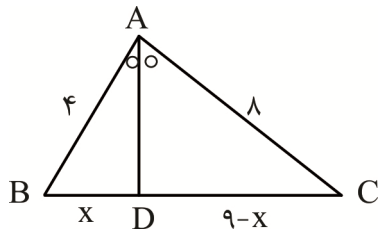
بنابراین کوتاه‌ترین مسیر ممکن مطابق شکل مقابل است:

$$\text{طول کوتاه‌ترین مسیر} = 8,5 + 2 + 17 = 27,5 \text{ km}$$



۲۷. گزینه ۴ درست است.

$$\text{قضیه سینوس‌ها: } \frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{AB}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{\sin \hat{B}}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{AC}{4} = 2 \rightarrow \boxed{AC = 8}$$



$$\text{قضیه نیمسازها: } \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \rightarrow \frac{4}{8} = \frac{x}{9-x} \rightarrow x = 3 \rightarrow \begin{cases} BD = 3 \\ DC = 6 \end{cases}$$

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$

$$AD^2 = 4 \times 8 - 3 \times 6 = 14 \rightarrow \boxed{AD = \sqrt{14}}$$

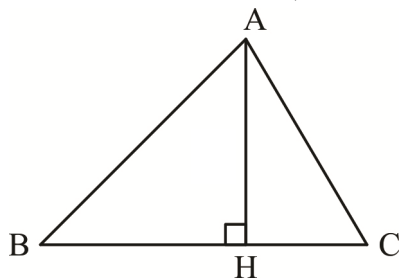
۲۸. گزینه ۱ درست است.

با توجه به اندازه اضلاع مثلث ADE، اندازه زاویه A برابر 60° است. بنابراین:

$$\text{قضیه کسینوس‌ها: } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}, \hat{A} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow BC^2 = 16 + 36 - 2 \times 4 \times 6 \times \frac{1}{2} = 28 \Rightarrow BC = 2\sqrt{7}$$

$$\text{مساحت مثلث ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$



$$\text{مساحت مثلث ABC} = \frac{1}{2} \times AH \times BC$$

$$\Rightarrow 6\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times AH \times 2\sqrt{7} \Rightarrow AH = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{6\sqrt{21}}{7}$$

۲۹. گزینه ۳ درست است.

در هر مثلث، مرکز ثقل مثلث (محل برخورد ۳ میانه‌ها را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کند. با رسم هر میانه مساحت مثلث نصف می‌شود و در نهایت با رسم ۳ میانه مثلث به تعداد ۶ مثلث با مساحت یکسان ایجاد می‌شود، بنابراین $S_{AMGN} = 2S_{MGC}$:

$$\left. \begin{aligned} BM = 12 &\rightarrow GM = \frac{1}{3} \times 12 = 4 \\ CN = 16/5 &\rightarrow GC = \frac{2}{3} \times 16/5 = 11 \\ AC = 18 &\rightarrow MC = \frac{1}{2} \times 18 = 9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \frac{4+9+11}{2} = 12$$

مطابق قاعده هرون:

$$S_{MGC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{12(12-4)(12-11)(12-9)} = 12\sqrt{2}$$

$$S_{AMGN} = 2(12\sqrt{2}) = 24\sqrt{2}$$

۳۰. گزینه ۳ درست است.

اعداد اول یک رقمی اعداد ۲، ۳، ۵ و ۷ هستند. ابتدا ۲ عدد از این ۴ عدد را انتخاب می‌کنیم و آن‌ها را در یک بسته قرار می‌دهیم به عنوان مثال (۲۳)، (۵) و (۷) سپس حروف کلمهٔ سنجش را طوری کنارهم می‌چینیم که بین هر دو حرف فقط یک جای خالی باشد. حالا از میان ۵ مکان موجود، ۳ مکان را برای قرار دادن ارقام در نظر می‌گیریم و سپس جایگشت‌های ممکن را حساب می‌کنیم. با در نظر گرفتن این نکات تعداد حالت‌های ممکن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{ش - ج (۷) ن (۵) س (۲۳)} \quad - \quad \binom{4}{2} \binom{5}{3} 3!4!2! = 6 \times 10 \times 6 \times 24 \times 2 = 17280$$

↓
جابه‌جایی دو عدد کنار هم

۳۱. گزینه ۲ درست است.

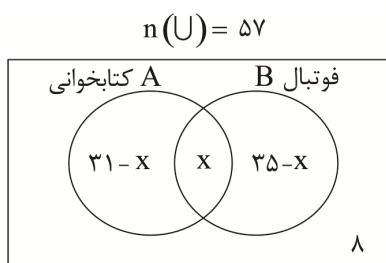
$$p \wedge (p \vee q) \equiv p, \quad p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

می‌دانیم:

$$\begin{aligned} \text{سؤال عبارت سؤال} &= [(\sim p \vee q) \Rightarrow (\sim q \vee p)] \wedge p \\ &\equiv [\sim(\sim p \vee q) \vee (\sim q \vee p)] \wedge p \\ &\equiv [(\underbrace{(p \wedge \sim q)}_{\sim q}) \vee p] \wedge p \equiv (\sim q \vee p) \wedge p \equiv p \end{aligned}$$

۳۲. گزینه ۲ درست است.

با استفاده از نمودار ون و با فرض آنکه تعداد دانش‌آموزان علاقمند به هر دو زمینه فوتبال و کتابخوانی X نفر باشد:



$$\begin{aligned} n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) &= n(U) \\ (31 - x) + x + (35 - x) &= 57 \rightarrow \boxed{x = 17} \\ \text{تعداد علاقمندان فقط فوتبال} &= 35 - x = 35 - 17 = 18 \end{aligned}$$

۳۳. گزینه ۴ درست است.

برای افراز مجموعه A به حداقل ۲ زیرمجموعه تک‌عضوی حالات زیر را در نظر می‌گیریم:
(۱) یک زیرمجموعه ۳ عضوی و دو زیرمجموعه تک‌عضوی:

$$\text{تعداد افرازاها} = \binom{5}{3} = 10$$

(۲) یک زیرمجموعه ۲ عضوی و سه زیرمجموعه تک‌عضوی:

$$\text{تعداد افرازاها} = \binom{5}{2} = 10$$

(۳) پنج زیرمجموعه تک‌عضوی که فقط شامل یک افراز است:

$$\text{تعداد کل افرازهای ممکن} = 10 + 10 + 1 = 21$$

۳۴. گزینه ۴ درست است.

برای هر دو مجموعه دلخواه A و B می‌دانیم:

$$|A \times B| = |A| \times |B|, (A \cup B)' = A' \cap B', (A')' = A, |A - B| = |A| - |A \cap B|$$

با توجه به فرض‌های سؤال:

$$|A \cap B| = 3, |A| = 6$$

$$|(A' \cup B)' \times (A \cup B)'| = 15 \Rightarrow |(A \cap B)' \times (A' \cap B)| = 15 \Rightarrow |(A - B) \times (B - A)| = 15$$

$$(|A| - |A \cap B|) \times (|B| - |A \cap B|) = 15$$

$$(6 - 3)(|B| - 3) = 15 \Rightarrow |B| = 8$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 6 + 8 - 3 = 11$$

۳۵. گزینه ۱ درست است.

اگر مجموعه اعداد ۳ رقمی طبیعی بخش‌پذیر بر ۲، ۳ و ۵ را به ترتیب با A ، B و C نمایش دهیم، احتمال خواسته شده در سؤال مربوط به بخش هاشور زده در نمودار «ون» زیر است:

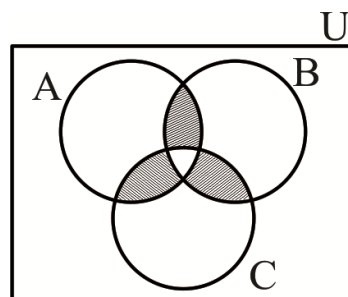
می‌دانیم در بین اعداد طبیعی ۱ و ۲ و ۳ و ... و n تعداد اعداد بخش‌پذیر بر عدد طبیعی K برابر حاصل جزء صحیح $\left[\frac{n}{k} \right]$ است:

$$n(A \cap B) = \left[\frac{999}{6} \right] - \left[\frac{99}{6} \right] = 166 - 16 = 150$$

$$n(A \cap C) = \left[\frac{999}{10} \right] - \left[\frac{99}{10} \right] = 99 - 9 = 90$$

$$n(B \cap C) = \left[\frac{999}{15} \right] - \left[\frac{99}{15} \right] = 66 - 6 = 60$$

$$n(A \cap B \cap C) = \left[\frac{999}{30} \right] - \left[\frac{99}{30} \right] = 33 - 3 = 30$$



$$n(A) = n(A \cap B) + n(A \cap C) + n(B \cap C) - 3n(A \cap B \cap C)$$

$$= 150 + 90 + 60 - 3(30) = 210$$

$$n(S) = 900$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{210}{900} = \frac{7}{30}$$

۳۶. گزینه ۱ درست است.

P (اولین خودکار آبی و دومین خودکار قرمز) + p (اولین خودکار قرمز و دومین خودکار قرمز) = p (دومین خودکار قرمز باشد)

$$= \left(\frac{6}{15} \times \frac{5}{14} \right) + \left(\frac{9}{15} \times \frac{6}{14} \right) = \frac{(6 \times 5) + (9 \times 6)}{15 \times 14} = \frac{2}{5} \text{ یا } 40\%$$

۳۷. گزینه ۲ درست است.

عدد روی تاس

$$\left. \begin{array}{l} 1 \rightarrow \frac{1}{6} \rightarrow 0 \\ 2 \rightarrow \frac{1}{6} \rightarrow \frac{\binom{2}{2}}{2^2} = \frac{1}{4} \\ 3 \rightarrow \frac{1}{6} \rightarrow \frac{\binom{3}{2}}{2^3} = \frac{3}{8} \\ 4 \rightarrow \frac{1}{6} \rightarrow \frac{\binom{4}{2}}{2^4} = \frac{3}{8} \\ 5 \rightarrow \frac{1}{6} \rightarrow \frac{\binom{5}{2}}{2^5} = \frac{5}{16} \\ 6 \rightarrow \frac{1}{6} \rightarrow \frac{\binom{6}{2}}{2^6} = \frac{15}{64} \end{array} \right\}$$

با استفاده از قاعدهٔ بیز:

$$\text{احتمال مورد نظر سؤال} = \frac{\frac{1}{6} \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{16} + \frac{15}{64} \right)}{\frac{1}{6} \left(0 + \frac{1}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{5}{16} + \frac{15}{64} \right)} = \frac{\frac{59}{64}}{\frac{99}{64}} = \frac{59}{99}$$

۳۸. گزینه ۲ درست است.

۸, ۹, ۱۵, ۱۷, ۲۱, ۲۵, ۲۶, ۲۶, ۲۶

اعداد را بدون در نظر گرفتن X به‌طور صعودی مرتب می‌کنیم:

بدیهی است که مد ۲۶ است؛ بنابراین میانه باید ۲۳ باشد تا مجموع ۴۹ شود. با توجه به گزینه‌های داده شده:

* اگر $X = 25$ آنگاه میانه $\frac{21+25}{2}$ یعنی ۲۳ می‌شود.

* اگر $X = 26$ آنگاه میانه $\frac{21+26}{2}$ یعنی ۲۳ می‌شود.

* اگر $X = 20$ آنگاه میانه $\frac{20+21}{2}$ یعنی ۲۰٫۵ می‌شود که جواب سؤال است.

* اگر $X = 29$ آنگاه میانه $\frac{21+29}{2}$ یعنی ۲۳ می‌شود.

۳۹. گزینه ۱ درست است.

اگر هر یک از داده‌ها را در a ضرب و سپس با b جمع کنیم، برای میانگین دقیقاً همین اتفاق می‌افتد:

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = a\bar{x}_{\text{قدیم}} + b$$

ولی انحراف معیار فقط در |a| ضرب می‌شود و اضافه یا کم شدن b تأثیری در انحراف معیار ندارد:

$$\sigma_{\text{جدید}} = |a| \cdot \sigma_{\text{قدیم}}$$

$$\text{بنابراین: } CV = \frac{\sigma}{\bar{X}}, \sigma_{\text{جدید}} = 2\sigma_{\text{قدیم}}, \bar{X}_{\text{جدید}} = 2\bar{X}_{\text{قدیم}} - 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{قدیم } CV \rightarrow 0,16 = \frac{\sigma}{\bar{X}} \\ \text{جدید } CV \rightarrow 0,12 = \frac{2\sigma}{2\bar{X}-3} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{تقسیم ۲ رابطه بر هم}} \frac{0,16}{0,12} = \frac{2\bar{X}-3}{\bar{X}} \rightarrow \frac{4}{3} = \frac{2\bar{X}-3}{\bar{X}} \rightarrow \boxed{\bar{X} = 4,5}$$

$$\downarrow$$

$$0,16 = \frac{\sigma}{\bar{X}} \rightarrow \boxed{\sigma = 0,72}$$

$$\sigma_{\text{جدید}} = 2\sigma_{\text{قدیم}} = 2 \times 0,72 = 1,44$$

۴۰. گزینه ۳ درست است.

برآورد نقطه‌ای پارامتر جامعه برابر است با مقدار عددی حاصل از جایگذاری اعداد نمونه تصادفی در آماره نظیر آن پارامتر، به عبارت دیگر مقدار عددی آماره را برآورد (برآورد نقطه‌ای) می‌نامند. ابتدا میانگین جامعه را به دست می‌آوریم:

$$\bar{X} = \frac{4+5+6+8+9+10}{6} = 7$$

$$\text{تعداد نمونه‌های ۴ تایی} = n(S) = \binom{6}{4} = 15$$

مجموع اعضای نمونه‌های ۴ تایی که میانگین آن‌ها ۷ باشد برابر ۲۸ است و این نمونه‌ها عبارتند از:

$$\{5, 6, 8, 9\} \{4, 6, 8, 10\} \{4, 5, 9, 10\} \Rightarrow n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} \rightarrow 20\%$$

فیزیک

۴۱. گزینه ۳ درست است.

$$p = \frac{j}{s} = \frac{N.m}{s} = \frac{kg.m^2}{s^2}$$

۴۲. گزینه ۴ درست است.

اگر هم‌جهت باشند ۷، اگر مخالف باشند ۱ و اگر نسبت به هم زاویه‌ای بین ۰ تا ۱۸۰° داشته باشند، بین ۱ و ۷

۴۳. گزینه ۲ درست است.

$$\text{حجم } A = 4 \times \text{حجم } B$$

$$\frac{1}{8} \times 2 = \frac{1}{4} \text{ Pi it} = \frac{1}{2} \text{ حجم } B$$

۴۴. گزینه ۱ درست است.

$$254m^2 = 254 \times 10^{12} \mu_m^2 = 2,54 \times 10^{14}$$

۴۵. گزینه ۲ درست است.

$$W = m \times g$$

$$W = 10 m$$

$$m = \rho \cdot V$$

$$500 \text{ gr} = \rho \cdot 1 \text{ m}^3$$

$$\frac{0.5 \text{ kg}}{\text{m}^3} = \rho$$

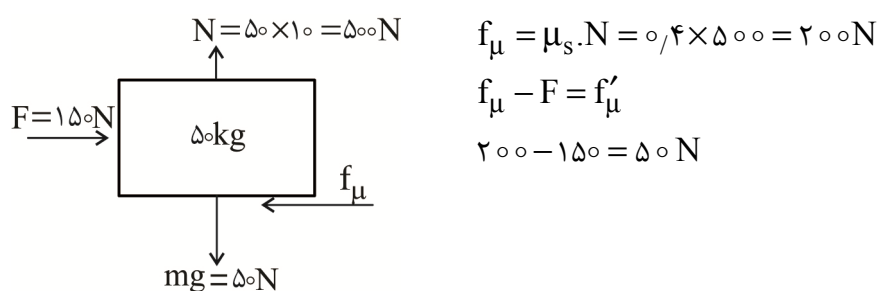
$$m = \rho \cdot V$$

$$m = \frac{0.5 \text{ kg}}{\text{m}^3} \times 200 \text{ m}^3$$

$$m = 0.5 \times 200 = 100 \text{ kg}$$

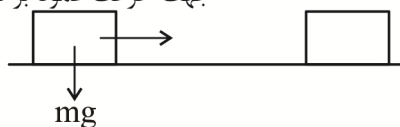
$$W = 1000 \times 10 = 1000 \text{ N} \quad m = 100 \text{ kg}$$

۴۶. گزینه ۳ درست است.



۴۷. گزینه ۱ درست است.

جهت حرکت عمود بر نیروی وزن



۴۸. گزینه ۴ درست است.

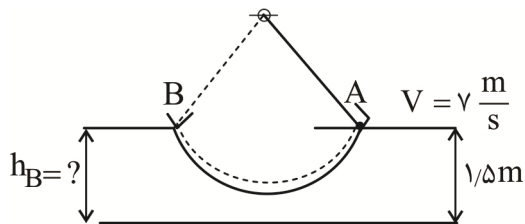
$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 \quad V_2 = V_1 + 0.2 \cdot V_1 = 1.2 V_1$$

$$K_2 = 1.44 \left(\frac{1}{2} m_1 V_1^2 \right)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_1 (1.2 V_1)^2 = \frac{1}{2} m_1 \times 1.44 V_1^2$$

$$\frac{K_2}{K_1} = 1.44$$

۴۹. گزینه ۳ درست است.



$$k_A + u_A = k_B + u_B$$

$$\frac{1}{2} m V_A^2 + mgh_A = 0 + mgh_B$$

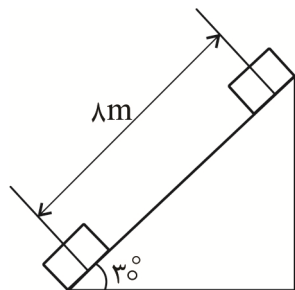
$$\frac{V_A^2 + 2gh_A}{g} = h_B$$

$$\frac{v^2 + 2 \times 9.8 \times 1.5}{9.8} = h_B$$

$$V^2 = \left(v \frac{m}{s}\right)^2 = 49 = 5 \times 9.8$$

$$h_B = \frac{5(9.8) + 3(9.8)}{9.8} = 8m$$

۵۰. گزینه ۲ درست است.



$$h = \frac{1}{2} \times 8 = 4m$$

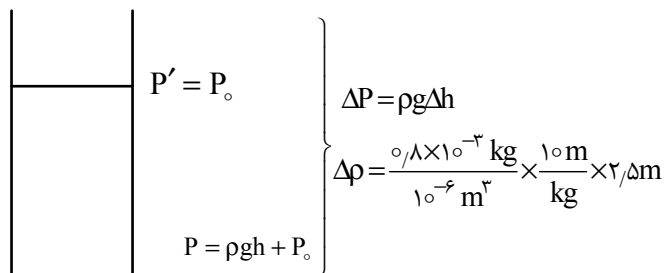
$$W = -mgh = -1500 \times 9.8 \times 4$$

$$W = -58800 = -5.88 \times 10^4 \text{ J}$$

۵۱. گزینه ۴ درست است.

۵۲. گزینه ۲ درست است.

۵۳. گزینه ۳ درست است.

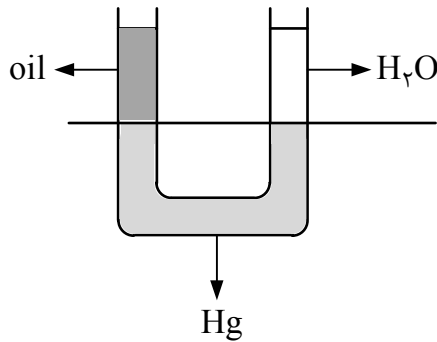


$$\Delta P = \rho g \Delta h$$

$$\Delta P = \frac{0.8 \times 10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} \times \frac{10 \text{ m}}{\text{kg}} \times 2.5 \text{ m}$$

$$\Delta P = 800 \times 10 \times 2.5 = 20000 = 0.2 \times 10^5 \text{ Pa} = 0.2 \text{ bar}$$

۵۴. گزینه ۲ درست است.



فشار در طرفین دو کفه برابر باشد.

$$\underbrace{\rho_{\text{oil}}gh + P_0}_{\text{oil}} = \underbrace{\rho_{\text{H}_2\text{O}}gh + P_0}_{\text{H}_2\text{O}}$$

$$\rho h_{\text{oil}} = 1/25 \rho h_{\text{H}_2\text{O}}$$

$$h_{\text{oil}} = 1/25 \times 10 \text{ cm} = 12/5 \text{ cm}$$

۵۵. گزینه ۱ درست است.

$$\text{حجم واقعی} = \frac{\text{جرم}}{\text{چگالی}} = \frac{50 \text{ kg}}{4 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}} = 12/5 \text{ dm}^3$$

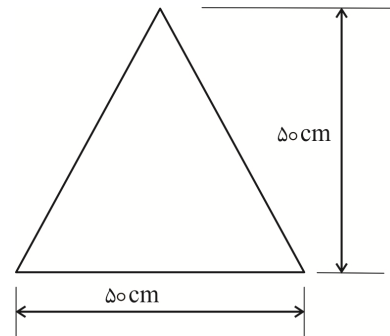
$$V = 12/5 \times 10^3 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم ظاهری} = \text{حجم شکل} = V' = \frac{1}{3} \left(\frac{\pi \times D^2}{4} \right) \times h$$

$$V' = \frac{1}{3} \times \frac{3 \times 50^2}{4} \times 50 = (50^2 \times 12/5) \text{ cm}^3$$

$$\Delta V = \text{حجم حفره} = V' - V = 50^2 \times 12/5 - 12/5 \times 10^3 = 12/5 (1500) \text{ cm}^3$$

$$\frac{\text{حجم شکل}}{\text{حجم حفره}} = \frac{V'}{\Delta V} = \frac{50^2 \times 12/5}{12/5 \times 1500} = \frac{2500}{1500} = \frac{5}{3}$$



۵۶. گزینه ۴ درست است.

در طرفین حجم جابه‌جا شده مساوی

$$V_1 = V_2$$

$$A_1 \times h_1 = A_2 \times h_2$$

$$A_1 \times 20 = A_2 \times 0/4$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{20}{0/4} = 50$$

فشار در طرفین مساوی

$$P_1 = P_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{F_2}{F_1}$$

$$50 = \frac{F_2}{2\text{N}} \Rightarrow F_2 = 100\text{N}$$

چون سطح بزرگ $A_2 = 50$ برابر سطح کوچک A_1 است، پس نیروی وزن سطح ۲ هم باید 50 برابر نیروی وزن سطح ۱ باشد. (۱)

$$A_2 = 50 A_1 \Rightarrow F_2 = 50 F_1 = 100\text{N}$$

۵۷. گزینه ۲ درست است.

$$Q = m l_f + mc \Delta \theta$$

$$Q = 0/5 \times 336 + 0/5 \times 4/2 \times (40 - 0)$$

$$Q = 168 + 84 = 252 \text{ kJ}$$

۵۸. گزینه ۳ درست است.

$$C = \frac{C - 32}{1/8} \Rightarrow 1/8 C - C = -32$$

$$\circ/8 C = -32$$

$$C = \frac{-32}{\circ/8} = -40^\circ C$$

۵۹. گزینه ۱ درست است.

$$\Delta L = l \alpha \Delta \theta$$

$$\Delta L_A = l_A \times \alpha_B \times 40^\circ = 120 l_A \times \alpha_B$$

$$\Delta L_B = l_B \times \alpha_B \times 60^\circ = 60 l_B \times \alpha_B$$

$$l_A = l_B \Rightarrow \frac{\Delta L_A}{\Delta L_B} = \frac{120 l_A \alpha_B}{60 l_B \alpha_B} = 2$$

۶۰. گزینه ۲ درست است.

$$\frac{Q_1}{Q_1 + Q_2} = \frac{m L_F}{m L_F + m c \pi \theta} = \frac{m \times 336}{m(336 + 4/2 \times 40)}$$

$$= \frac{336}{504} = \frac{2}{3}$$

۶۱. گزینه ۲ درست است.

۲۰۰ گرم آب $40^\circ C$ هنگامی که به آب صفر درجه سلسیوس تبدیل می‌شود، مقدار $33600 J$ گرما از دست می‌دهد و اگر 150 گرم یخ $0^\circ C$ بخواهد به آب $0^\circ C$ تبدیل شود، باید $50400 J$ گرما بگیرد. چون $33600 < 50400$ است، پس تمام یخ ذوب نمی‌شود.

$$Q_1 + Q_2 = 0 \rightarrow mc\Delta\theta + m'L_F = 0$$

آب یخ

$$\rightarrow \frac{2}{10} \times 42000 \times (-40) + m' \times 336000 = 0$$

$$\rightarrow -33600 = -m' \times 336000 \rightarrow m' = 0.1 \text{ kg} = 100 \text{ g}$$

$$\rightarrow \text{جرم باقی مانده} = 150 - 100 = 50 \text{ g}$$

۶۲. گزینه ۱ درست است.

ترمودینامیک علم مطالعه رویدادهای فیزیکی یا شیمیایی با تکیه بر تغییر شکل انرژی وابسته به آنها است.

۶۳. گزینه ۴ درست است.

کل کار انجام شده در یک فرآیند برابر است با حاصل جمع کارها در هر مسیر.

$$W_t = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD}$$

W_t = مجموع مساحت زیر هر فرآیند = (مساحت داخل فرآیند)

$$W_{AB} = 5 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3} = 5 \times 20 \times 10^2 = 10 \times 10^3 \text{ J}$$

$W_{BC} = 0$ بدون تغییر حجم

$$W_{CD} = -20 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^5 = -6 \times 10^3 \text{ J}$$

$$W_t = (10 + (-6)) \times 10^3 = 4 \times 10^3 \text{ J}$$

۶۴. گزینه ۲ درست است.

$$F = k \frac{q_1 q_2}{d^2} \Rightarrow 6 = 9 \times 10^9 \frac{5 \times 10^{-6} \times Q}{(0.3)^2}$$

$$Q = \frac{6 \times (0.3)^2}{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6}} = 1.2 \times 10^{-5} \text{ C} = 12 \times 10^{-6} \text{ C} = 12 \mu\text{C}$$

۶۵. گزینه ۱ درست است.

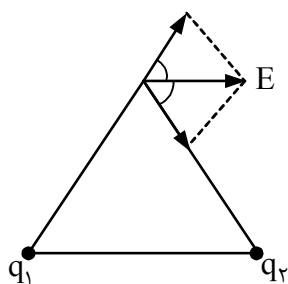
$$F = k \frac{q_1 q_2}{d^2} = k \frac{q^2}{d^2}$$

$$q'_1 = \frac{q}{2} \quad q'_2 = q + \frac{q}{2} = \frac{3q}{2}$$

$$F' = \frac{k \frac{q}{2} \times \frac{3q}{2}}{d^2} = k \frac{3q^2}{4d^2} \Rightarrow F' = \frac{3}{4} F$$

۶۶. گزینه ۳ درست است.

تنها در شرایطی که بارها مساوی و q_2 منفی و q_1 مثبت باشد، جهت بردار E به صورت شکل داده شده است.



۶۷. گزینه ۲ درست است.

$$F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^4}{8 \times 10^{-31}}$$

$$a = 0.4 \times 10^{16} = 4 \times 10^{15}$$

۶۸. گزینه ۳ درست است.

شار الکتریکی عبوری نصف شار الکتریکی عبوری از کره است.

$$\phi = E \cdot A$$

$$\text{شار الکتریکی عبوری از کره} \quad A = \frac{4\pi R^2}{2} = 2\pi R^2$$

$$\phi = 2\pi R^2 E$$

۶۹. گزینه ۴ درست است.

$$A = \pi R^2 = 3 \times (\lambda \times 10^{-2})^2 = 3 \times 64 \times 10^{-4}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{\epsilon_0 \pi R^2}{d} = \frac{9 \times 10^{-12} \times 3 \times (\lambda \times 10^{-2})^2}{9 \times 10^{-3}}$$

$$C = 192 \times 10^{-13}$$

$$q = VC \Rightarrow q = 100 \times 192 \times 10^{-13} = 192 \times 10^{-11}$$

$$q = 1/92 \times 10^{-9} = 1/92 \text{ nc}$$

۷۰. گزینه ۱ درست است.

بیشترین نیرو زمانی است که θ برابر $\frac{\pi}{2}$ باشد.

$$\sin \frac{\pi}{2} = 1$$

$$F = ILB \sin \theta = 5 \times 4 \times 0,008 \times 1 = 0,16 \text{ N}$$

۷۱. گزینه ۲ درست است.

جهت میدان حلقه به سمت بالا و جهت جریان سیم راست به سمت پایین است و چون زاویه بین راستای سیم و میدان برابر π است، لذا هیچ نیرویی از طرف سیم بر حلقه وارد نمی‌شود.

۷۲. گزینه ۴ درست است.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 \times N_2}{N_1} = \frac{15}{750} \times 120 = 2,4$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R} \Rightarrow I_2 = \frac{2,4}{240} = 0,01 \text{ A}$$

۷۳. گزینه ۲ درست است.

$$W_A = P_A \times t = 500t$$

$$W_B = P_B \times T = 5000t \quad W_A = W_B$$

۷۴. گزینه ۳ درست است.

۷۵. گزینه ۲ درست است.

$$Ir = 2 \quad I \times 1 = 2 \Rightarrow I = 2 \text{ A}$$

$$\epsilon = I(R + r) \Rightarrow 12 = 2(R + 1)$$

$$R_{1,2} + R_3 = 5$$

$$R_{1,2} = 5 - 3 = 2 \Omega$$

مقاومت معادل

کل مدار

پس نتیجه می‌گیریم که مقاومت R_1 و R_2 با هم موازی و معادل R_1 و R_2 برابر با 2Ω خواهد بود.

$$\frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{R_2} \quad R_2 = 6$$

شیمی

۷۶. گزینه ۲ درست است.

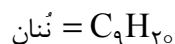
زیرا پس از مه‌بانگ، دما کاهش یافته و سحابی‌ها تشکیل شدند و عنصر X و Z، عدد اتمی متفاوتی دارند.

۷۷. گزینه ۳ درست است.

زیرا در غنی‌سازی، درصد فراوانی ایزوتوپ ^{235}U را بالا می‌برند.

۷۸. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:



$$\text{H} \text{ شمار اتم‌های } = 0,2 \text{ mol} \times 20 \times \frac{6,02 \times 10^{23}}{1 \text{ mol}} = 2,408 \times 10^{24}$$

۷۹. گزینه ۲ درست است.

زیرا انرژی لازم برای برانگیخته شدن الکترون‌ها از شعله تأمین می‌شود.

۸۰. گزینه ۱ درست است.

زیرا شامل زیرلایه‌های $3d$ ، $4p$ و $5s$ است که عنصرهایی که لایه آخر آن‌ها به این زیرلایه‌ها ختم می‌شود در دوره چهارم و پنجم جای دارند و در مجموع ۱۸ الکترون در آن‌ها جای می‌گیرد.

۸۱. گزینه ۴ درست است.

زیرا بزرگ‌ترین نافلز این دوره در گروه ۱۵ جدول (سه ظرفیتی) و بزرگ‌ترین فلز این دوره در گروه ۱ جدول (یک ظرفیتی) جای دارد.

۸۲. گزینه ۳ درست است.

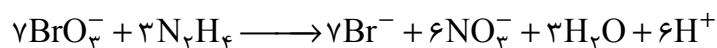
زیرا N_2 و O_2 دو اتمی‌اند و به ترتیب ۲ و ۴ جفت الکترون ناپیوندی دارند.

۸۳. گزینه ۱ درست است.

زیرا گاز هلیوم از منابع زیرزمینی به صورت صنعتی استخراج می‌شود.

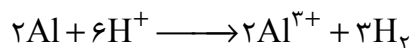
۸۴. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:

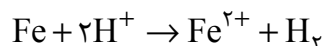


۸۵. گزینه ۴ درست است.

زیرا واکنش‌پذیری Al از Fe بیشتر است و به دلیل ظرفیت بیشتر، داریم:



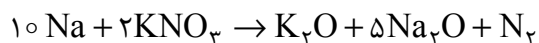
$\frac{2 \times 27 \text{g Al}}{1 \text{g Al}}$	$\frac{3 \text{ mol H}_2}{x}$	x = 0,056 mol H ₂
---	-------------------------------	------------------------------



$\frac{56 \text{g Fe}}{1 \text{g Fe}}$	$\frac{1 \text{ mol H}_2}{y}$	y = 0,178 mol H ₂
--	-------------------------------	------------------------------

۹۴. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:

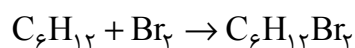


$2 \times 101\text{g KNO}_3$	$40\text{LN}_2 \times \frac{90}{100}$
10g KNO_3	x

$$x \approx 1,78\text{LN}_2$$

۹۵. گزینه ۲ درست است.

زیرا فقط ۱- هگزن با برم واکنش می‌دهد و داریم:



$84\text{g C}_6\text{H}_{12}$	$244\text{g C}_6\text{H}_{12}\text{Br}_2$
x	$40\text{g C}_6\text{H}_{12}\text{Br}_2$

$$x = 13,77\text{g}$$

$$\text{درصد هگزان} = \frac{20 - 13,77}{20} \times 100 \approx 31,1\%$$

۹۶. گزینه ۳ درست است.

زیرا فرمول مولکولی بنزن C_6H_6 نفتالن C_{10}H_8 است و نسبت C به H در آنها برابر نیست.

۹۷. گزینه ۱ درست است.

زیرا برای CO_2 داریم:

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$1000\text{J} = 44 \times 0,85 \times \Delta\theta$$

$$\Delta\theta = 26,7^\circ\text{C}$$

و برای H_2O ، داریم:

$$Q = mc\Delta\theta$$

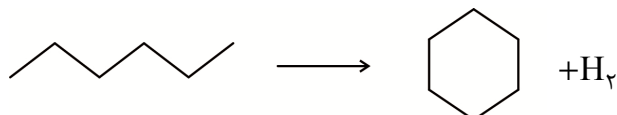
$$1000\text{J} = 18 \times 4,2 \times \Delta\theta$$

$$\Delta\theta = 13,2^\circ\text{C}$$

پس دمای دو جسم، حدود $13/5^\circ\text{C}$ اختلاف دارد.

۹۸. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:



که به‌طور خلاصه شامل شکستن دو پیوند C-H انتهایی و تشکیل یک پیوند H-H و C-C است. پس داریم:

$$\Delta H = (2 \times 413) - (347 + 432) = +47\text{kJ}$$

۹۹. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:

$$\begin{array}{l|l} 100 \text{ ton} = 10^8 \text{ g} & \\ \hline 80 \text{ g NH}_4\text{NO}_3 & 150 \text{ kJ} \\ \hline 10^8 \text{ g NH}_4\text{NO}_3 & x \end{array}$$

$$x = 1,875 \times 10^8 \text{ kJ}$$

$$\begin{array}{l|l} 18 \text{ g H}_2\text{O} & 44 \text{ kJ} \\ \hline y & 1,875 \times 10^8 \text{ kJ} \end{array}$$

$$y = 7,67 \times 10^8 \text{ g} = 76,7 \text{ ton}$$

۱۰۰. گزینه ۱ درست است.

$$g\text{KMnO}_4 = 100 \text{ g} \times \frac{1}{100} = 1 \text{ g}$$

زیرا داریم:

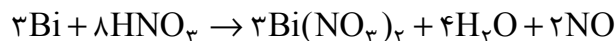
$$\begin{array}{l|l} 1 \text{ mol KMnO}_4 & 158 \text{ g KMnO}_4 \\ \hline x & 1 \text{ g KMnO}_4 \end{array}$$

$$x = 6,3 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

و چون سرعت واکنش در یک لیتر (به جای ۱۰۰ mL) خواسته شده است، داریم:

$$R = \frac{6,3 \times 10^{-3} \text{ mol}}{100 \text{ mL}} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} \times \frac{1}{5 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 2,1 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

۱۰۱. گزینه ۲ درست است.



زیرا داریم:

پس سرعت مصرف Bi، $\frac{3}{2}$ سرعت تولید NO است و داریم:

$$\bar{R}_{\text{Bi}} = \frac{44,8 \text{ mL}}{1 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ mol}}{22400 \text{ mL}} \times \frac{3}{2} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 0,18 \text{ mol.min}^{-1}$$

۱۰۲. گزینه ۱ درست است.

زیرا، بدون کلر، پلیمر به دست آمده، پلی پروپین است.

۱۰۳. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:

$$\begin{array}{l|l} C_2F_4 = 100 \text{ g.mol}^{-1} & \\ \hline 100 \text{ g C}_2\text{F}_4 & 22,4 \text{ L} \\ \hline 1000 \text{ g C}_2\text{F}_4 & x \end{array}$$

$$x = 22,4 \text{ L}$$

۱۰۴. گزینه ۳ درست است.

زیرا اتانویک اسید، یک اسید دو کربنی است.

۱۰۵. گزینه ۲ درست است.

زیرا با وجود یک گروه هیدروکسیل، بخش ناقطبی مولکول بسیار بزرگ بوده و در هگزان حلالیت بیشتری دارد.