حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۱
سال تحصیلی ۰۱ – ۰۰

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

ویژهٔ داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۱ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

آزمون آزمایشی ۳ تیر ۱۴۰۱

آزمون اختصاصی ۱

گروه آزمایشی علوم ریاضی

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۵۰	۱۰۱	۱۵۰	۸۰ دقیقه

مرحلهٔ ۲۰
دفترچهٔ شمارهٔ ۲

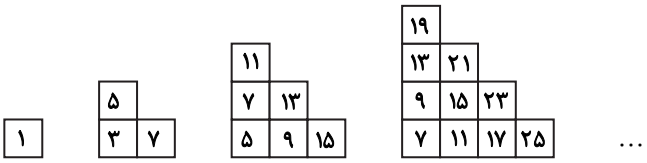
داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه‌های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، سنجش‌های مستمر، پیش‌آزمون‌های آنلاین، بانک سؤال گزینه‌دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه‌های کمک‌آموزشی، آرشیو آزمون‌های گزینه‌دو و ...، با استفاده از شمارهٔ داوطلبی (به‌عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به‌عنوان رمز عبور) وارد وب‌سایت گزینه‌دو به آدرس gozine2.ir شوید.

در صورتی که اینترنتی ثبت‌نام کرده‌اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده‌اید.

همچنین، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به‌وسیلهٔ گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی درس‌های عمومی و اختصاصی را مشاهده نمایید.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۱- در الگوی شکل روبه‌رو، بزرگ‌ترین عدد به کار رفته در شکل هجدهم کدام است؟



۱) ۳۶۷
۲) ۳۷۷
۳) ۳۸۱
۴) ۳۷۵

۱۰۲- مکعب عدد $\sqrt{۳+۲\sqrt{۲}}-۲$ از $۵\sqrt{۲}$ به اندازهٔ n واحد کمتر است. مقدار صحیح n کدام است؟

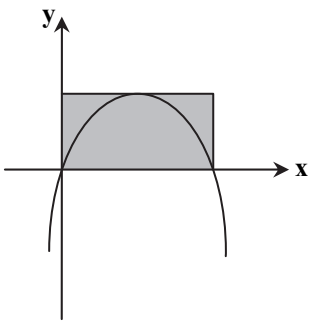
۱) ۷ ۲) ۵ ۳) -۷ ۴) -۵

۱۰۳- جدول تعیین‌علامت چندجمله‌ای $P(x)=(a-۱)x^۳+۲x^۲-bx-a$ به‌صورت زیر است. مقدار $b+\alpha$ کدام است؟

x		α		۱	
P(x)	+	۰	−	۰	+

۱) $-\frac{۳}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۱۰۴- نمودار سهمی $f(x)=(۴-a)x^۲+۸x$ با محور تقارن $x=\frac{a}{۳}$ شکل روبه‌رو است. مساحت مستطیل رنگ‌شده کدام است؟



۱) ۳۲
۲) ۴۸
۳) ۲۴
۴) ۳۰

۱۰۵- برای دو تابع $f(x)=|x-۱|-|x+۱|$ و $g(x)=\frac{۲x+۱}{x-۳}$، برد تابع $y=(gof)(x)$ به‌صورت $[\alpha,\beta]$ است. مقدار $\alpha\beta$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) -۵ ۴) -۳

۱۰۶- اگر $f(x)=\frac{۲x-۱}{۴x+۳}$ و $(f^{-۱}og)(x)=-\frac{x}{۲}$ باشد، ضابطهٔ $g^{-۱}(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{۲x-۳}{x+۱}$ ۲) $\frac{-۳x+۱}{۲x-۱}$ ۳) $\frac{۳x+۲}{۴x+۴}$ ۴) $\frac{۳x+۱}{۲x-۱}$

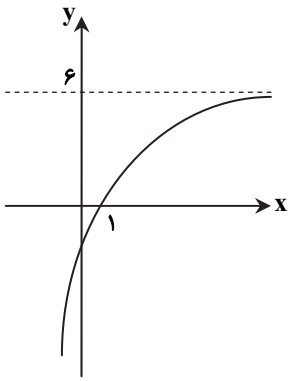
۱۰۷- توابع $f(x)=۹^x+۲$ و $g(x)=\log_۳(x-۲)$ مفروض‌اند. جواب معادلهٔ $(fog)(x)=(gof)(x)$ کدام است؟

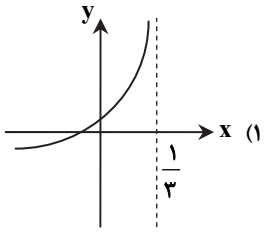
۱) $۳+\sqrt{۳}$ ۲) $۳-\sqrt{۳}$ ۳) $\sqrt{۶}+۱$ ۴) $\sqrt{۶}-۱$

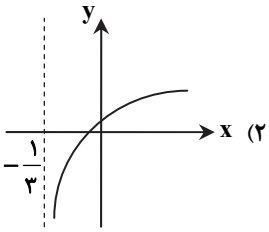
محل انجام محاسبات

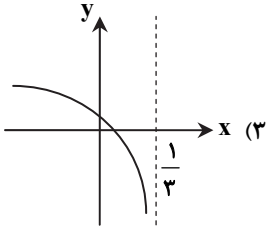
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

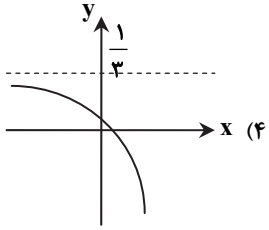
۱۰۸- نمودار تابع $f(x)=a-b\times ۳^{۲-x}$ به‌صورت روبه‌رو است. نمودار $y=\log_b(b-ax)$ به کدام صورت است؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۰۹- اگر $\tan\alpha+\text{Cot}\alpha=\frac{۱۰}{۳}$، حاصل $\text{Cos}(۲\alpha+\frac{\pi}{۴})$ $(\frac{\pi}{۴}<\alpha<\frac{\pi}{۲})$ کدام است؟

۱) $\frac{۷\sqrt{۲}}{۱۰}$ ۲) $-\frac{۷\sqrt{۲}}{۱۰}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$ ۴) $-\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$

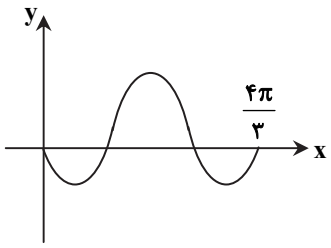
۱۱۰- حاصل $\lim\limits_{x\to ۰^-}\frac{\tan x}{\sqrt{۱-\sqrt{\text{Cos}x}}}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) -۲ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

۱۱۱- باقیماندهٔ $P(x)=۲x^۴+ax^۳+۳x^۲+۲x$ بر $۲x^۲-x-۱$ برابر $bx+۲$ است. مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) -۵ ۲) ۵ ۳) -۳ ۴) ۳

۱۱۲- قسمتی از نمودار تابع $f(x)=۱+a\text{Sin}(bx-\frac{۵\pi}{۶})$ به‌صورت زیر است. مقدار b کدام است؟



۱) ۳

۲) ۲

۳) $\frac{۳}{۲}$

۴) $\frac{۴}{۳}$

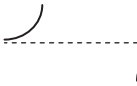
۱۱۳- بزرگ‌ترین جواب معادلهٔ $\text{Sin}x-\text{Cos}۲x+۱=۰$ در بازهٔ $(۰,۲\pi)$ برابر $\frac{\pi}{a}$ است. a کدام است؟

۱) $\frac{۱۱}{۶}$ ۲) $\frac{۶}{۱۱}$ ۳) $\frac{۷}{۶}$ ۴) $\frac{۶}{۷}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۱۴- تابع $f(x)=\frac{۴x^۲+ax+۳}{۲x^۲-۴x+۱}$ مجانب افقی خودش را در $x=۱$ قطع می‌کند. نمودار تابع در مجاورت مجانب افقی خودش به کدام صورت است؟

۱) 
۲)
۳)
۴)

۱۱۵- تابع $f(x)=\begin{cases}ax+\frac{[-x]}{x+۲} & x\le -۱\\ x^۳+bx^۲+۳ & x>-۱\end{cases}$ در $x=-۱$ مشتق‌پذیر است. مقدار b کدام است؟ ($[\ ]$ نماد جزءصحیح است.)

۱) ۶ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۵

۱۱۶- تابع f در $x=۲$ پیوسته و $\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲-۳h)-۱۶}{h}=\frac{۳}{۲}$ است. حاصل مشتق تابع $y=x\sqrt{f(x)}$ در $x=۲$ چقدر است؟

۱) $\frac{۳۱}{۸}$ ۲) $\frac{۳۵}{۸}$ ۳) $\frac{۱۵}{۴}$ ۴) $\frac{۱۷}{۴}$

۱۱۷- در ساخت یک قوطی پلاستیکی استوانه‌ای بدون در به حجم ۸π، با کدام ارتفاع کم‌ترین مقدار پلاستیک مصرف می‌شود؟

۱) $\frac{۴}{\pi}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۸}{\pi}$ ۴) $۲\sqrt{۲}$

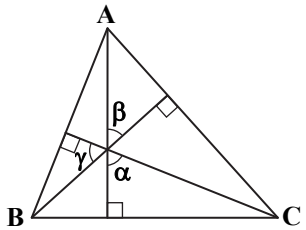
۱۱۸- اگر ۱ و α به‌ترتیب طول نقاط اکسترمم نسبی و عطف تابع $y=ax^۲-\frac{۱}{x}$ باشند، مقدار $\alpha^۳$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) -۲ ۴) ۲

۱۱۹- طول مماس مشترک خارجی دو دایره، با اندازهٔ خط‌المرکزین آن‌ها برابر است. این دو دایره:

۱) مماس خارج‌اند. ۲) متخارج‌اند. ۳) هم‌شعاع‌اند. ۴) متقاطع‌اند.

۱۲۰- در مثلث ABC، سه ارتفاع رسم شده‌اند. زوایای γ,β,α به‌ترتیب با کدام زوایای مثلث برابرند؟



۱) $\hat{C},\hat{B},\hat{A}$
۲) $\hat{C},\hat{A},\hat{B}$
۳) $\hat{B},\hat{C},\hat{A}$
۴) $\hat{A},\hat{C},\hat{B}$

۱۲۱- در مثلثی با اضلاع ۴، ۶ و ۸، طول کوچک‌ترین میانه کدام است؟

۱) $\sqrt{۷}$ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۱۰}$ ۴) $۲\sqrt{۳}$

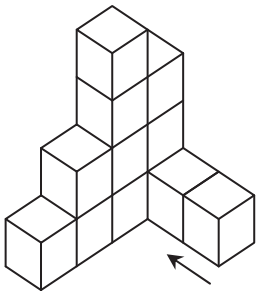
۱۲۲- M' مجانس M در تجانس به مرکز O و نسبت K و M'' مجانس M' در تجانس به مرکز O و نسبت K' است. در این صورت M مجانس M'' در تجانس با کدام نسبت است؟

۱) KK' ۲) $\frac{K}{K'}$ ۳) $\frac{K'}{K}$ ۴) $\frac{۱}{KK'}$

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲۳- شکل روبه‌رو، از تعدادی مکعب یکسان تشکیل شده است. اگر تصاویر سه نمای چپ، روبه‌رو و بالای این شکل را رسم کنیم، مجموع تعداد مربع‌های این سه نما کدام است؟



۱) ۲۰

۲) ۱۸

۳) ۲۲

۴) ۲۴

۱۲۴- مجموع زوایای داخلی یک nضلعی محدّب ۷۲۰° است، اگر این nضلعی سه زاویهٔ قائمهٔ داخلی داشته باشد، زاویه‌های داخلی دیگر:

۱) همگی منفرجه‌اند.

۲) همگی حاده‌اند.

۳) یکی حاده و بقیه منفرجه‌اند.

۴) یکی منفرجه و بقیه حاده‌اند.

۱۲۵- در ذوزنقهٔ $ABCD$ نسبت قاعده‌ها برابر ۳ است. اگر وسط دو قطر را M و N و وسط قاعدهٔ بزرگ را P بنامیم، مساحت ذوزنقه چند برابر مساحت مثلث MNP است؟

۱) ۵

۲) ۶

۳) ۸

۴) ۱۲

۱۲۶- در مثلث حاده‌الزاویهٔ ABC دو ارتفاع BB' و CC' را رسم کرده‌ایم. اگر M وسط BC باشد، مثلث $B'MC'$ همواره:

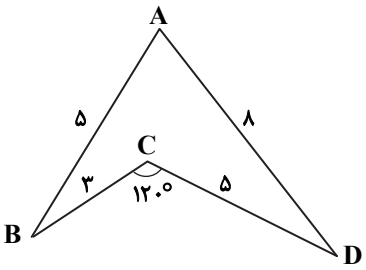
۱) متساوی‌الاضلاع است.

۲) قائم‌الزاویه است.

۳) متساوی‌الساقین است.

۴) منفرجه‌الزاویه است.

۱۲۷- زمینی به شکل چهارضلعی $ABCD$ داریم که می‌خواهیم با استفاده از تبدیل هندسی مناسب بدون تغییر محیط، مساحت آن را افزایش دهیم. مساحت جدید زمین چند برابر $\sqrt{۳}$ است؟



۱) ۱۲/۵

۲) ۱۳/۷۵

۳) ۱۲/۲۵

۴) ۱۳/۵

۱۲۸- در یک دایرهٔ مفروض، دو وتر AB و CD برهم عمودند. چهارضلعی حاصل از برخورد مماس‌های رسم‌شده از A، B، C و D بر دایره، کدام است؟

۱) فقط محیطی

۲) ذوزنقه

۳) فقط محاطی

۴) هم محیطی و هم محاطی

۱۲۹- اگر $\begin{vmatrix} a & b-۹ & b-۶ \\ a & b & b+۱ \\ a & b & b \end{vmatrix} = ۱۸$ باشد، مقدار a کدام است؟

۱) $۲b$

۲) -۲

۳) b

۴) -۱

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۳۰- اگر $A=\begin{bmatrix}۱ & ۱ & ۱\\ ۱ & ۱ & ۱\\ ۱ & ۱ & ۱\end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس $A^{۱۴۰۰}$ چند برابر مجموع درایه‌های ماتریس $A^{۱۳۹۹}$ است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۱۳۱- دو ماتریس A و $I-A$ وارون یکدیگرند و $A^۵=mA+nI$. در این صورت $m+n$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۲ ۳) -۳ ۴) صفر

۱۳۲- اندازهٔ وتری که دایرهٔ $x^۲+y^۲+۶x-۶y=۰$ از محور yها جدا می‌کند، چند برابر شعاع دایره است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) ۲ ۴) $۳\sqrt{۲}$

۱۳۳- در مستطیل $ABCD$، حاصل $\overrightarrow{CA}+۲\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DB}$ کدام است؟

۱) $۲\overrightarrow{AB}$ ۲) $۳\overrightarrow{DC}$ ۳) $۴\overrightarrow{DA}$ ۴) O

۱۳۴- در مثلث ABC با محیط ۱۸ و اندازهٔ ضلع BC برابر ۶، رأس A متغیر است. مکان هندسی مرکز ثقل مثلث ABC کدام است؟

۱) دو خط موازی BC به فاصلهٔ ۳ از آن
۲) دایره‌ای به مرکز وسط BC و شعاع ۳
۳) دو خط موازی BC به فاصلهٔ ۴ از آن
۴) بیضی به طول قطر بزرگ ۴

۱۳۵- اگر a، b و c سه بردار غیرصفر باشند، حاصل $(a-b)\cdot\big[(b-c)\times(c-a)\big]$ کدام است؟

۱) $a\cdot(b\times c)$ ۲) $b\cdot(a\times c)$ ۳) $۲a\cdot(b\times c)$ ۴) صفر

۱۳۶- گزارهٔ مرکب $\sim(p\Rightarrow q)\Rightarrow\sim q$ با کدام گزینه هم‌ارز است؟

۱) T ۲) F ۳) $\sim p$ ۴) $\sim q$

۱۳۷- حاصل عبارت مجموعه‌ای $\big[A\cup(B\cap A')\big]-(A'\cup C')$، کدام است؟

۱) $A\cup C$ ۲) $A\cap C$ ۳) C ۴) C'

۱۳۸- از میان تمام اعداد چهاررقمی ساخته‌شده با ارقام ۰، ۱، ۲، عددی به‌تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه این عدد مضرب ۳۰ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۲}{۲۷}$

۱۳۹- در پرتاب دو تاس با هم، اگر بدانیم مجموع برآمدها، عددی اول است، احتمال آنکه حداقل یکی از تاس‌ها عددی اول باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۵}$ ۲) $\frac{۴}{۵}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۱۴۰- سه سکهٔ A، B و C داریم به‌طوری که هر دو طرف سکهٔ A، عدد، هر دو طرف سکهٔ B، حرف و در سکهٔ C یک طرف عدد و یک طرف، حرف نوشته شده است. اگر در جعبه‌ای ۴ سکهٔ A، ۲ سکهٔ B و ۳ سکهٔ C موجود بوده و دو سکه به‌تصادف از این جعبه خارج کرده و پرتاب کنیم، با کدام احتمال هر دو برآمد، عدد ظاهر می‌شود؟

۱) $\frac{۱۷}{۴۸}$ ۲) $\frac{۳۵}{۷۲}$ ۳) $\frac{۱۱}{۳۶}$ ۴) $\frac{۷}{۱۸}$

۱۴۱- واریانس ۱۰ دادهٔ آماری $x_۱$ تا $x_{۱۰}$ برابر ۱۸ است. اگر دو دادهٔ آماری که یکی ۶ واحد بیشتر از میانگین ۱۰ داده و دیگری ۶ واحد کمتر از میانگین ۱۰ داده است به آن‌ها اضافه کنیم، واریانس ۱۲ دادهٔ جدید کدام خواهد شد؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۸ ۳) ۲۱ ۴) ۲۴

۱۴۲- جملهٔ اول یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت ۲۵۲ برابر ۳۶ است. اگر جملهٔ mاُم دنباله مضرب ۲۴۰ باشد، کمترین مقدار m کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۸ ۳) ۱۳ ۴) ۱۸

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴۳- در یک تقسیم، کدام‌یک از گزاره‌های زیر ممکن است نادرست باشد؟

۱) اگر مقسوم و مقسوم‌علیه هر دو مضرب n باشند، باقی‌مانده نیز مضرب n است.

۲) اگر مقسوم‌علیه و باقی‌مانده هر دو مضرب n باشند، مقسوم نیز مضرب n است.

۳) اگر مقسوم و باقی‌مانده هر دو مضرب n باشند، مقسوم‌علیه نیز مضرب n است.

۴) اگر مقسوم و خارج‌قسمت هر دو مضرب n باشند، باقی‌مانده نیز مضرب n است.

۱۴۴- از روابط $a \overset{78}{\equiv} b$ و $c \overset{52}{\equiv} d$، کدام رابطه را می‌توان نتیجه گرفت؟

۱) $a+c \overset{130}{\equiv} b+d$ ۲) $a-c \overset{26}{\equiv} b-d$ ۳) $ac \overset{52}{\equiv} bd$ ۴) $2a+c \overset{78}{\equiv} 2b+d$

۱۴۵- اگر عدد هفت‌رقمی $\overline{5a93b21}$ مضرب ۹۹ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد پنج‌رقمی ۴۷۶ab بر ۸ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

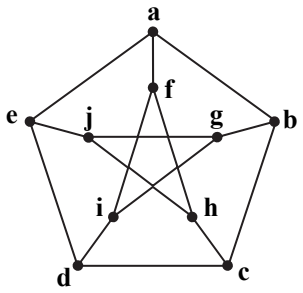
۱۴۶- در گراف همبند G با مجموعه رئوس $V=\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5\}$، مجموعه‌های $N_G(v_i)$ به‌ازای $1 \le i \le 4$ همگی سه عضوی هستند. تعداد اعضای مجموعهٔ $N_G(v_5)$ چند مقدار متمایز می‌تواند باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۴۷- در گراف ۵- منتظم مرتبهٔ ۱۲ ناهمبند، چند دور به‌طول ۳ وجود دارد؟

۱) ۱۲ ۲) ۳۰ ۳) ۴۰ ۴) ۲۴

۱۴۸- کدام‌یک از مجموعه‌های زیر، یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال برای گراف شکل زیر است؟



۱) $\{a,b,i,h\}$

۲) $\{a,b,j,h\}$

۳) $\{a,b,c,g\}$

۴) $\{a,c,j,i\}$

۱۴۹- در مربع لاتین زیر، بزرگ‌ترین مقدار برای مجموع درایه‌های موجود در خانه‌های هاشورخورده، کدام است؟

۴	۱	۵	۳	۲
				۴
			۵	

۱) ۱۵

۲) ۱۶

۳) ۱۷

۴) ۱۸

۱۵۰- با ارقام ۵،۴،۳،۲،۲،۲،۱،۱ چند عدد ۸ رقمی می‌توان ساخت به‌طوری که نه همهٔ یک‌ها کنار هم باشند و نه همهٔ دوها؟

۱) ۱۰۸۰ ۲) ۱۲۰۰ ۳) ۲۰۸۰ ۴) ۲۲۸۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۱
سال تحصیلی ۰۱ – ۰۰

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

ویژهٔ داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۱ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

آزمون آزمایشی ۳ تیر ۱۴۰۱

آزمون اختصاصی ۲

گروه آزمایشی علوم ریاضی

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۴۰	۱۵۱	۱۹۰	۵۰ دقیقه
شیمی	۳۰	۱۹۱	۲۲۰	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسش‌ها: ۷۰		مدت پاسخ‌گویی: ۸۰ دقیقه		

مرحلهٔ ۲۰
دفترچهٔ شمارهٔ ۳

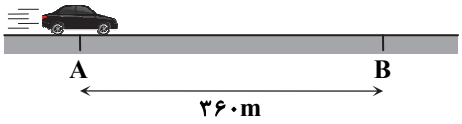
داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه‌های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، سنجش‌های مستمر، پیش‌آزمون‌های آنلاین، بانک سؤال گزینه‌دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه‌های کمک‌آموزشی، آرشیو آزمون‌های گزینه‌دو و ...، با استفاده از شمارهٔ داوطلبی (به‌عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به‌عنوان رمز عبور) وارد وب‌سایت گزینه‌دو به آدرس gozine2.ir شوید.

در صورتی که اینترنتی ثبت‌نام کرده‌اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده‌اید.

همچنین، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به‌وسیلهٔ گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی درس‌های عمومی و اختصاصی را مشاهده نمایید.

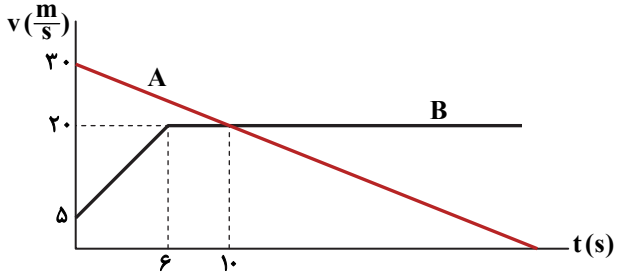
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۵۱- مطابق شکل، متحرکی از نقطهٔ A با شتاب ثابت از حال سکون به حرکت درمی‌آید و پس از ۱۲ ثانیه از نقطهٔ B عبور می‌کند. ۴ ثانیه قبل از رسیدن به B، تندی متحرک چند متر بر ثانیه است؟



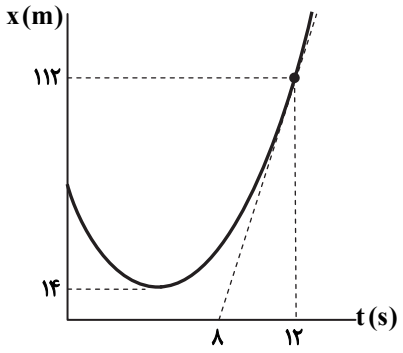
۱) ۲۰
۲) ۳۲
۳) ۴۰
۴) ۴۴

۱۵۲- نمودار سرعت- زمان دو متحرک A و B که روی خط مستقیم حرکت می‌کنند به شکل روبه‌رو است. اگر در $t = ۰$ متحرک A از مبدأ مکان و متحرک B از نقطهٔ $x = ۲۳\ m$ بگذرد، چند ثانیه قبل از آنکه متحرک A متوقف شود دو متحرک از کنار هم عبور می‌کنند؟



۱) ۱۲
۲) ۱۰
۳) ۸
۴) ۶

۱۵۳- سهمی شکل مقابل، نمودار مکان- زمان در یک حرکت بر مسیر مستقیم است. این متحرک از لحظهٔ شروع حرکت $(t = ۰)$ تا زمانی که دوباره از نقطهٔ شروع $(x = x_۰)$ عبور کند، چند متر مسافت طی می‌کند؟

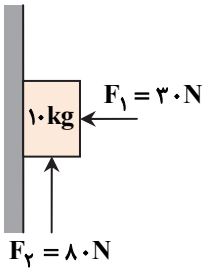


۱) ۷۲
۲) ۸۸
۳) ۱۰۰
۴) ۱۲۸

۱۵۴- سنگی را ابتدا از سطح زمین به‌مدت ۳۰ ثانیه با سرعت ثابت $۶\frac{m}{s}$ به‌طور عمودی بالا می‌بریم و سپس آن را از حال سکون رها می‌کنیم. با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، یک ثانیه قبل از رسیدن به زمین، فاصلهٔ سنگ از زمین چند متر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۵۰ ۲) ۵۵ ۳) ۶۰ ۴) ۶۵

۱۵۵- در شکل روبه‌رو، وزنه در آستانهٔ لغزیدن روی دیوار است. اگر مقدار نیروی $F_۲$ را ۳۵ نیوتون اضافه کنیم، بزرگی نیرویی که دیوار بر وزنه وارد می‌کند، چند نیوتون می‌شود؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

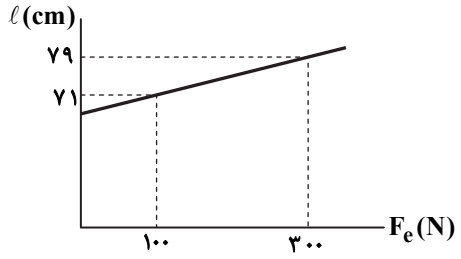


۱) $۱۵\sqrt{۵}$
۲) $۲۰\sqrt{۳}$
۳) $۱۰\sqrt{۱۳}$
۴) بستگی به ضریب اصطکاک جنبشی وزنه با دیوار دارد.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۵۶- نمودار روبه‌رو، طول یک فنر را برحسب نیروی کشسانی آن نشان می‌دهد. به‌وسیلهٔ این فنر، وزنه‌ای به جرم ۲۰ کیلوگرم را از سطح زمین از حال سکون با شتاب ثابت در مدت ۴ ثانیه تا ارتفاع ۲۴ متری به‌طور عمودی بالا می‌بریم. طول فنر در مدت این حرکت چند سانتی‌متر می‌شود؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

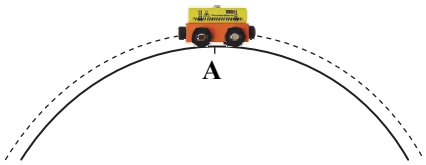


۱) ۷۲/۶
۲) ۷۵/۲
۳) ۷۷/۴
۴) ۷۸/۸

۱۵۷- تکانهٔ جسمی به جرم ۴ کیلوگرم در SI مطابق رابطهٔ $\vec{p} = (۲t^۲ + ۱۱t - ۱۴)\vec{i} + (۵t + ۲)\vec{j}$ با زمان تغییر می‌کند. انرژی جنبشی این جسم در لحظهٔ $t = ۲s$ چند ژول و بزرگی نیروی خالص متوسط وارد بر آن در مدت $t = ۰s$ تا $t = ۲s$ چند نیوتون است؟

۱) $۱۰\sqrt{۱۰}$ ، ۲۰۰
۲) $۱۰\sqrt{۱۰}$ ، ۵۰
۳) $۵\sqrt{۱۰}$ ، ۲۰۰
۴) $۵\sqrt{۱۰}$ ، ۵۰

۱۵۸- مطابق شکل، یک واگن قطار اسباب‌بازی به جرم ۴۰۰g با تندی ثابت $۲۰\frac{cm}{s}$ روی ریلی با مسیری دایره‌ای‌شکل حرکت می‌کند. در لحظه‌ای که واگن به بالای تپه (نقطهٔ A) می‌رسد، بزرگی نیروی عمودی سطح که ریل بر واگن وارد می‌کند، ۳/۹۸ نیوتون می‌شود. شعاع مسیر دایره‌ای‌شکل چند سانتی‌متر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

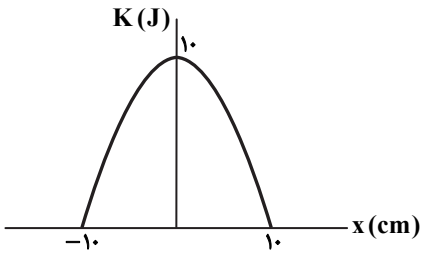


۱) ۱۰۰
۲) ۸۰
۳) ۶۰
۴) ۴۰

۱۵۹- معادلهٔ مکان- زمان یک حرکت هماهنگ ساده در SI به‌صورت $x = ۰/۰۴\cos(۲۰\pi t)$ است. در مدت $t_۱ = ۱۰ms$ تا $t_۲ = ۱۶۰ms$، چند میلی‌ثانیه شتاب و سرعت هر دو مثبت هستند؟

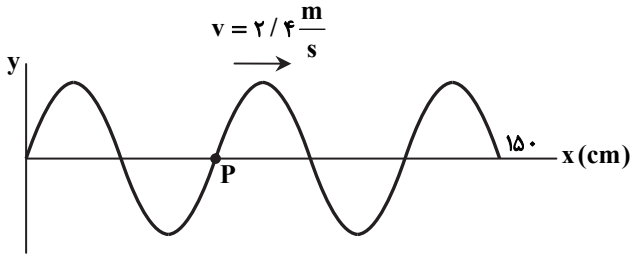
۱) ۵۰
۲) ۴۰
۳) ۳۵
۴) ۲۵

۱۶۰- نمودار انرژی جنبشی- مکان برای یک حرکت هماهنگ ساده به شکل روبه‌رو است. اگر جرم متحرک ۵۰۰ گرم باشد، دورهٔ نوسان چند میلی‌ثانیه است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$



۱) ۱۰۰
۲) ۲۰۰
۳) ۱۰
۴) ۲۰

۱۶۱- تصویر روبه‌رو، وضعیت موج در حال انتشار در یک طناب را در لحظهٔ $t = t_۱$ نشان می‌دهد. در زمان $t = t_۱ + \frac{۱}{۱۲}s$ کدام‌یک از موارد زیر درست است؟



۱) تندی نقطهٔ P صفر است.
۲) تندی نقطهٔ P بیشینه است.
۳) سرعت و شتاب نقطهٔ P در خلاف جهت یکدیگر هستند.
۴) سرعت و شتاب نقطهٔ P در یک جهت هستند.

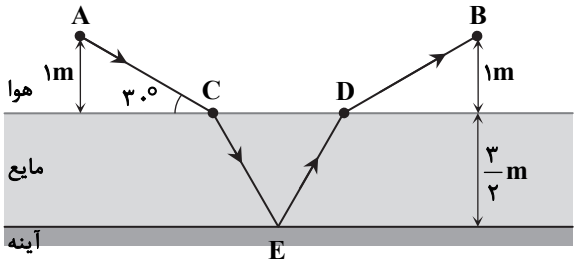
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۶۲- اگر شدت صوتی ۲۵ برابر شود، تراز شدت صوت آن $\frac{۳}{۲}$ برابر می‌شود. در حالت دوم، شدت صوت دریافتی تقریباً چند برابر شدت مرجع (شدت صوت مبنا) است؟ $(\log ۵ = ۰/۷)$

۱) ۲۴۰۰۰ ۲) ۲۰۰۰۰ ۳) ۱۶۰۰۰ ۴) ۱۰۰۰۰

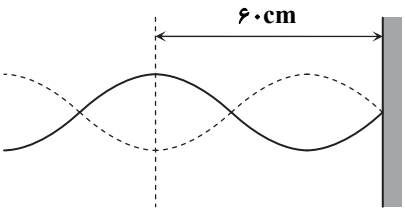
۱۶۳- مطابق شکل در کف ظرف مایع، یک آینهٔ تخت قرار دارد. اگر ضریب شکست مایع برابر $\sqrt{۳}$ باشد، نور از A تا B در مسیر نشان داده‌شده را در چند نانوثانیه طی می‌کند؟ $(c = ۳ \times ۱۰^۸ \frac{m}{s})$



۱) $\frac{۱۰۰}{۳}$ ۲) $\frac{۲۰۰}{۳}$

۳) ۵۰ ۴) ۱۰۰

۱۶۴- موجی با بسامد ۵۰ هرتز در یک تار فرستاده شده و در اثر برهم نهی آن با موج بازتابیده از انتهای بستهٔ تار، وضعیت شکل روبه‌رو در بخشی از تار دیده می‌شود. اگر جرم بخشی از تار که بین دو گره متوالی قرار می‌گیرد ۴ گرم باشد، نیروی کشش تار چند نیوتون است؟



۱) ۱۲ ۲) ۱۶

۳) ۱۸ ۴) ۲۴

۱۶۵- اگر پرتویی با بسامد $۲ \times ۱۰^{۱۵}\,Hz$ بر یک فلز بتابد بیشینهٔ انرژی جنبشی الکترون‌های خروجی از فلز برابر ۸×۱۰^{-۱۹} ژول می‌شود. طول موج آستانه برای این فلز تقریباً چند نانومتر است؟ $(h = ۴/۱۴ \times ۱۰^{-۱۵}\,eV \cdot s$ ، $e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\,C$ و $c = ۳ \times ۱۰^۸ \frac{m}{s})$

۱) ۳۸۰ ۲) ۳۵۰ ۳) ۳۲۰ ۴) ۳۰۰

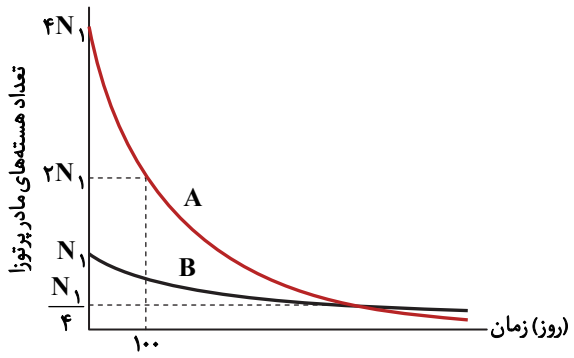
۱۶۶- در طیف اتم هیدروژن، طول موج فوتون مربوط به گذار الکترون از تراز ۶ به تراز ۳ برابر $\lambda_۱$ و طول موج فوتون مربوط به گذار الکترون از تراز ۲ به تراز ۱ برابر $\lambda_۲$ است. اختلاف $\lambda_۲$ و $\lambda_۱$ تقریباً چند نانومتر است؟ $(R = ۰/۰۱۱ \frac{۱}{nm})$

۱) ۱۳۶۰ ۲) ۱۰۴۰ ۳) ۹۷۰ ۴) ۸۲۰

۱۶۷- فوتونی که انرژی آن ۰/۹۶eV است مربوط به کدام‌یک از فرایندهای زیر در اتم هیدروژن می‌تواند باشد؟ $(E_R = ۱۳/۵\,eV)$

۱) گسیل القایی و رفتن الکترون از تراز ۵ به تراز ۱
۲) گسیل خودبه‌خودی و رفتن الکترون از تراز ۵ به تراز ۳
۳) گسیل القایی و رفتن الکترون از تراز ۳ به تراز ۲
۴) گسیل خودبه‌خودی و رفتن الکترون از تراز ۳ به تراز ۱

۱۶۸- با توجه به نمودار روبه‌رو، نیمه‌عمر مادهٔ پرتوزای B چند روز است؟



۱) ۵۰

۲) ۱۰۰

۳) ۲۰۰

۴) ۳۰۰

محل انجام محاسبات

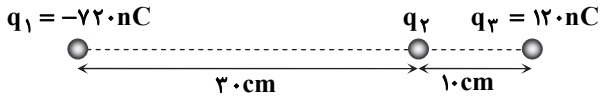
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶۹- چه تعداد از جملات زیر درست است؟

- نقش کندساز نوترون در راکتورهای شکافت هسته‌ای آن است که مانع بالا رفتن آهنگ واکنش شکافت شود.
- از آب، آب سنگین و گرافیت به‌عنوان کندساز نوترون استفاده می‌شود.
- نوترون‌های کند با احتمال بیشتری جذب ایزوتوپ ^{238}U می‌شوند.
- واکنش زنجیری شکافت در اورانیم طبیعی رخ نمی‌دهد چراکه در اورانیم طبیعی فراوانی ^{238}U بسیار بیشتر از ایزوتوپ دیگر اورانیم است.

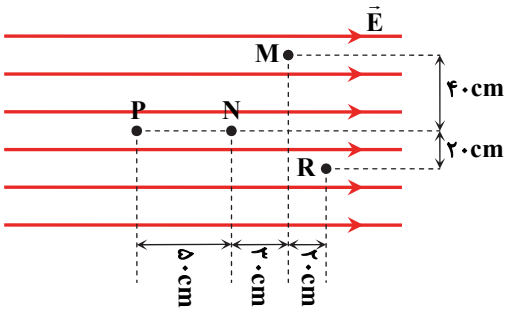
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۷۰- در شکل روبه‌رو، اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_3 صفر باشد، نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_2 چند نیوتون است؟ $(k = 9\times10^9 \frac{N\cdot m^2}{C^2})$



۱) $8/1\times10^{-3}$ ۲) $8/1\times10^{-4}$
۳) $16/2\times10^{-3}$ ۴) $16/2\times10^{-4}$

۱۷۱- در شکل روبه‌رو اگر اندازهٔ اختلاف‌پتانسیل الکتریکی میان نقاط M و N درون میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ برابر ۲۴۰ ولت باشد، کدام‌یک از موارد زیر درست است؟



۱) $V_P - V_R = +120V$
۲) $V_P - V_R = -120V$
۳) $V_M - V_P = +640V$
۴) $V_M - V_P = -640V$

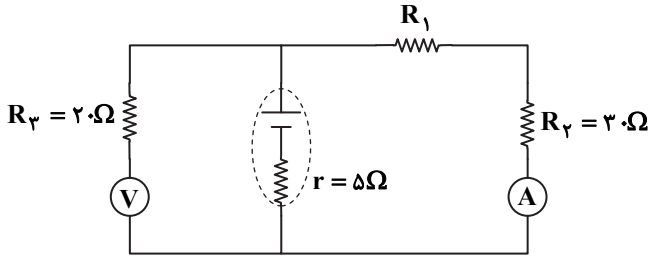
۱۷۲- یک خازن به ظرفیت ۱۰ میکروفاراد با اختلاف‌پتانسیل ۲۰۰ ولت شارژ شده است. اگر خازن را از باتری جدا کرده، فاصلهٔ میان دو صفحهٔ آن را نصف کنیم و سپس $-500\mu C$ بار از صفحهٔ مثبت آن برداشته به صفحهٔ منفی منتقل نماییم، انرژی ذخیره‌شده در خازن چند میکروژول خواهد شد؟ (فضای بین دو صفحهٔ خازن خالی است.)

۱) ۵۶۲۵۰ ۲) ۱۵۶۲۵۰ ۳) ۲۲۵۰۰۰ ۴) ۳۱۲۵۰۰

۱۷۳- دو سیم فلزی هم‌جنس و هم‌جرم داریم که طول اولی ۸ متر و طول دومی ۱۶ متر است. اگر مساحت مقطع اولی ۰/۸ میلی‌متر مربع و مقاومت یکی از سیم‌ها از دیگری ۶۰ اهم بیشتر باشد، مقاومت ویژهٔ این فلز چند اهم- متر است؟

۱) 4×10^{-6} ۲) 2×10^{-6} ۳) 5×10^{-7} ۴) 10^{-7}

۱۷۴- در مدار روبه‌رو اگر آمپرسنج آرمانی ۰/۲ آمپر و ولت‌سنج آرمانی ۱۱ ولت را نشان دهد، نیروی محرکهٔ باتری چند ولت است؟

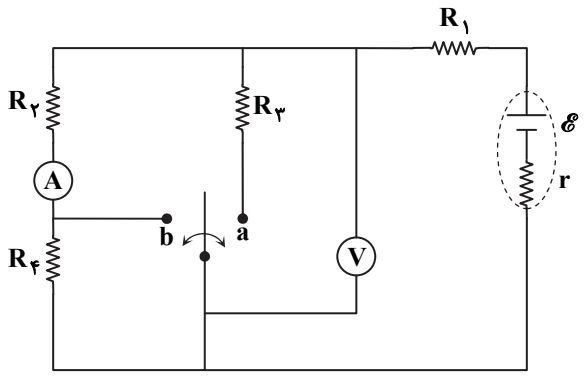


۱) ۱۰
۲) ۱۱
۳) ۱۲
۴) ۱۳

محل انجام محاسبات

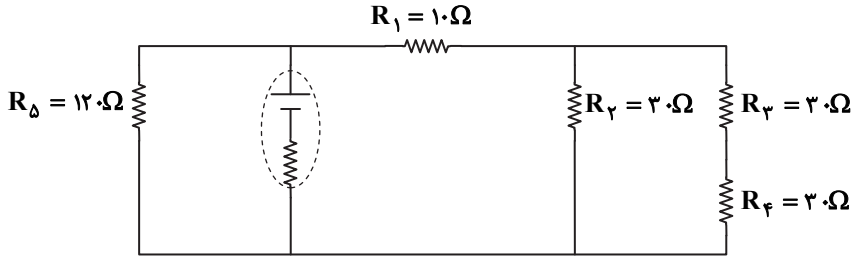
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۷۵- در شکل روبه‌رو، همهٔ مقاومت‌ها مشابه و با مقاومت داخلی باتری هم‌اندازه هستند. اگر کلید ابتدا در وضعیت a باشد و سپس به وضعیت b برده شود مقادیری که ولت‌سنج و آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهند به‌ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شود؟



۱) $\frac{۴}{۳}$ ، $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۲}{۳}$ ، $\frac{۴}{۳}$
۳) $\frac{۲}{۳}$ ، $\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{۴}{۳}$ ، $\frac{۸}{۳}$

۱۷۶- در مدار شکل روبه‌رو، اگر اختلاف‌پتانسیل دو سر مقاومتی که بیشترین توان مصرفی را دارد برابر ۶۰ ولت باشد، اختلاف‌پتانسیل دو سر باتری چند ولت است؟

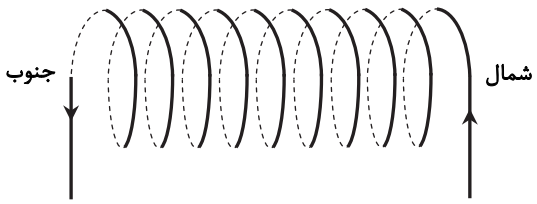


۱) ۱۸۰
۲) ۱۲۰
۳) ۹۰
۴) ۶۰

۱۷۷- یک ذره با بار ۴ نانوکولن با تندی $v = ۲\times ۱۰^{۴}\ \frac{m}{s}$ در فضایی شامل میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ و میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی ۰/۰۵ تسلا پرتاب می‌شود. با چشم‌پوشی از وزن ذره و مقاومت هوا در کدام شکل نیروی خالص وارد بر ذره صفر است؟

۱) $\vec{B}$ ↑، $\vec{E}$ ⊗ ، $\vec{v}$ →، $E = ۲\times ۱۰^{۳}\ \frac{N}{C}$
۲) $\vec{E}$ ↑، $\vec{B}$ ⊗ ، $\vec{v}$ →، $E = ۲\times ۱۰^{۳}\ \frac{N}{C}$
۳) $\vec{E}$ ↑، $\vec{B}$ ⊗ ، $\vec{v}$ →، $E = ۱۰^{۳}\ \frac{N}{C}$
۴) $\vec{B}$ ↑، $\vec{E}$ ⊗ ، $\vec{v}$ →، $E = ۱۰^{۳}\ \frac{N}{C}$

۱۷۸- از سیمی به‌طول ۱۰ متر، یک سیم‌لولهٔ آرمانی بدون هسته با قطر حلقه‌های ۵ سانتی‌متر و طول ۴۰ سانتی‌متر ساخته شده است. مطابق شکل، سیم‌لوله طوری قرار گرفته که محور آن در امتداد شمال- جنوب است و از آن جریان الکتریکی ۰/۲ آمپر عبور می‌کند. اگر میدان مغناطیسی زمین در این محل کاملاً افقی و بزرگی آن ۰/۵ گاوس باشد، بزرگی میدان مغناطیسی خالص در داخل سیم‌لوله چند گاوس می‌شود؟ $(\mu_{۰} = ۴\pi\times ۱۰^{-۷}\ \frac{T\cdot m}{A})$

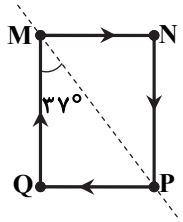


۱) ۰/۱
۲) ۰/۳
۳) ۰/۴
۴) ۰/۹

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۷۹- مطابق شکل، از یک قاب فلزی به شکل مستطیل، جریان الکتریکی I می‌گذرد و در محل قاب، میدان مغناطیسی یکنواختی موازی قطر MP برقرار است. اگر بزرگی نیروی وارد بر ضلع MN از طرف این میدان برابر F_1، بزرگی نیروی وارد بر ضلع NP برابر F_2 و بزرگی نیروی وارد بر کل مستطیل برابر F_3 باشد، کدام درست است؟ $(\sin 37^\circ = 0/6)$



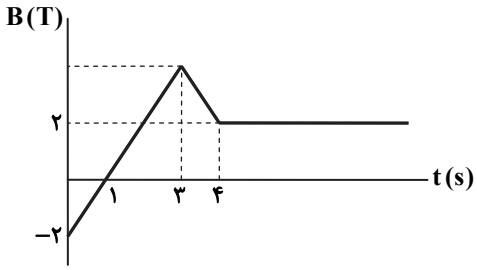
۱) $F_2 = \frac{4}{3}F_1$ و $F_3 = 2(F_1 + F_2)$

۲) $F_2 = \frac{4}{3}F_1$ و $F_3 = 0$

۳) $F_2 = F_1$ و $F_3 = 4F_1$

۴) $F_2 = F_1$ و $F_3 = 0$

۱۸۰- در محلی میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ در راستای محور x برقرار بوده و سطح یک حلقهٔ فلزی به شعاع ۵۰ سانتی‌متر و مقاومت الکتریکی ۰/۴ اهم عمود بر میدان است. اگر میدان به‌صورت روبه‌رو با زمان تغییر کند، در مدت $t = 0$ تا $t = 5\,s$ چند ژول گرما در حلقه تولید می‌شود؟ $(\pi^2 = 10)$



۱) ۲۰

۲) ۲۵

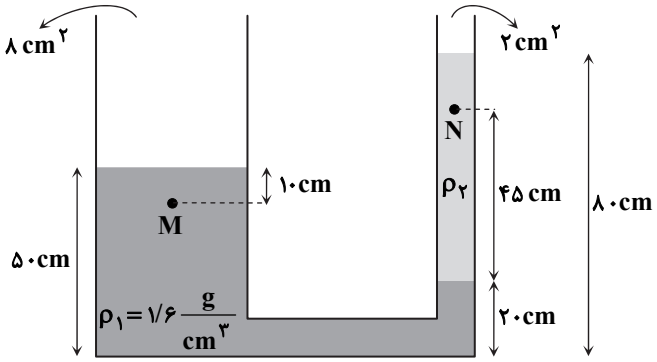
۳) ۴۵

۴) ۵۰

۱۸۱- داخل یک مکعب فلزی به ضلع ۱۰ سانتی‌متر حفره‌ای (توخالی) وجود دارد. اگر این حفره را با ۳۰۰ گرم از مایعی به چگالی ۱/۲ گرم بر سانتی‌متر مکعب پر کنیم، جرم مکعب ۱۰ درصد زیاد می‌شود. چگالی فلز چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟

۱) ۴۵۰۰ ۲) ۴۰۰۰ ۳) ۳۰۰۰ ۴) ۲۵۰۰

۱۸۲- در شکل روبه‌رو مایع‌ها در تعادل هستند. اختلاف فشار میان نقاط M و N چند پاسکال است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$



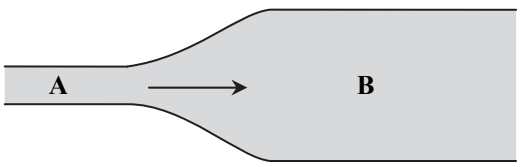
۱) ۱۰۰۰

۲) ۸۰۰

۳) ۶۰۰

۴) ۴۰۰

۱۸۳- با فرض آنکه جریان مایع به‌طور لایه‌ای و با اصطکاک ناچیز در لولهٔ شکل روبه‌رو برقرار باشد، به‌ترتیب از راست به چپ، تندی شارش مایع در قسمت ..... بیشتر است و نیرویی که مایع بر واحد سطح دیوارهٔ لوله وارد می‌کند در قسمت ..... بیشتر است.



۱) A – A

۲) B – A

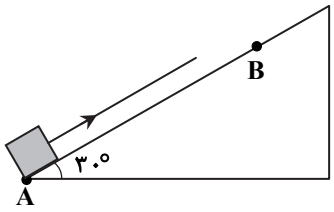
۳) A – B

۴) B – B

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۸۴- مطابق شکل، وزنه‌ای به جرم ۱۰ کیلوگرم به‌وسیلهٔ یک طناب با تندی ثابت $۸۰\frac{cm}{s}$ روی سطح شیبدار بالا کشیده می‌شود. اگر وزنه در مدت ۵ ثانیه از نقطهٔ A به B برسد، کدام‌یک از موارد زیر در مورد درست است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) کار نیروی وزن روی آن ۴۰۰ ژول است.

۲) کار نیروی کشش طناب روی آن هم‌اندازهٔ کار نیروی وزن بوده و مقدار آن ۲۰۰ ژول است.

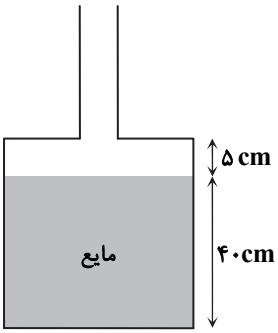
۳) کار کل انجام‌شده روی آن صفر است.

۴) کار نیروی عمودی سطح روی آن ۲۰۰ ژول است.

۱۸۵- یک بالابر الکتریکی با بازده ۷۵ درصد و توان ورودی (الکتریکی) $۲kW$ در مدت ۸ ثانیه وزنه‌ای به جرم ۶۰ کیلوگرم را از سطح زمین بالا می‌برد. اگر وزنه از این ارتفاع رها شود، با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، تندی آن هنگام رسیدن به زمین چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

۱۸۶- در شکل روبه‌رو، مساحت کف ظرف $۱۰۰cm^۲$ و مساحت لولهٔ باریک $۲۰cm^۲$ است و ۴ لیتر مایع به چگالی $۱/۵\frac{g}{cm^۳}$ داخل ظرف داریم. اگر دمای مایع را $۴۰°C$ بالا ببریم و ضریب انبساط حجمی مایع $۶/۲۵\times۱۰^{-۳}\frac{۱}{K}$ باشد، فشار در کف ظرف چند پاسکال تغییر می‌کند؟



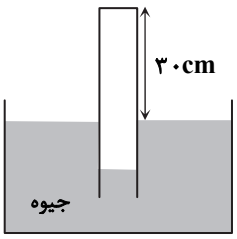
انبساط ظرف و تبخیر مایع را ناچیز در نظر بگیرید. $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۳۶۰۰
۲) ۲۴۰۰
۳) ۱۸۰۰
۴) ۱۲۰۰

۱۸۷- اگر m گرم یخ $-۲۰°C$ را وارد $۲kg$ آب $۳۰°C$ نماییم، تا برقراری تعادل، دمای آب نسبت به حالت اول $۲۰°C$ پایین می‌آید. اکنون اگر $۲m$ گرم یخ $۰°C$ وارد ظرف نماییم پس از برقراری تعادل، جرم یخ داخل ظرف چند گرم می‌شود؟ (تبادل گرما با ظرف و محیط ناچیز است، $L_f = ۸۰c_{آب}$ و $c_{یخ} = ۲c_{آب}$)

۱) ۳۰۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۶۰۰

۱۸۸- یک لولهٔ شیشه‌ای به‌طول ۶۰ سانتی‌متر که یک انتهای آن بسته است را به‌طور عمودی روی جیوه داخل یک ظرف قرار می‌دهیم و مقداری پایین می‌بریم تا به وضعیت شکل روبه‌رو برسد. اگر اختلاف سطح میان جیوهٔ داخل لوله و بیرون آن ۱۸ سانتی‌متر باشد، فشار هوا در این محل چند سانتی‌متر جیوه است؟ (دما را ثابت در نظر بگیرید.)



۱) ۷۰
۲) ۷۲
۳) ۷۴
۴) ۷۶

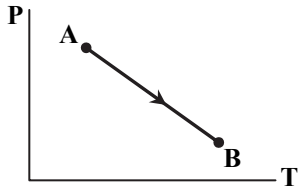
۱۸۹- اگر دمای ۲ مول گاز آرمانی را در فشار ثابت $۲/۵\times۱۰^۵$ پاسکال از $۱۰۰°C$ به $۳۰۰°C$ برسانیم گاز چند ژول کار انجام می‌دهد؟ $(R = ۸\frac{J}{mol\cdot K})$

۱) ۴۸۰۰ ۲) ۳۲۰۰ ۳) ۲۴۰۰ ۴) صفر

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹۰- اگر مقداری گاز کامل فرایند AB شکل روبه‌رو را طی نماید، چه تعداد از جملات زیر در مورد آن درست خواهد بود؟



■ انرژی درونی گاز کم شده است.
■ به گاز گرما داده شده است.
■ روی گاز کار انجام شده است.
■ اندازهٔ گرمای مبادله‌شده در این فرایند از اندازهٔ کار انجام‌شده کمتر است.

۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۴

شیمی ۳۰´

زمان پیشنهادی

جامع مطابق محدودهٔ آزمون سراسری سال ۱۴۰۱

۱۹۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

■ دومین عنصر تشکیل‌شده پس از مهبانگ، فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره است.
■ پایدارترین رادیوایزوتوپ هیدروژن دارای ۳ نوترون در هستهٔ خود است.
■ نخستین عنصر ساخت بشر، جزء فلزهای واسطه جدول دوره‌ای عناصر است.
■ جرم اتمی فراوان‌ترین ایزوتوپ منیزیم، به‌تقریب ۳/۴ برابر جرم فراوان‌ترین ایزوتوپ لیتیم است.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۹۲- عنصر M دارای دو ایزوتوپ ^{63}M و ^{65}M و جرم اتمی میانگین $63/5\ amu$ است. در یک نمونهٔ طبیعی از عنصر M به جرم نیم‌تن، به‌تقریب چند اتم از ایزوتوپ سبک‌تر وجود دارد؟

۱) $1/185\times10^{26}$ ۲) $1/185\times10^{27}$ ۳) $3/55\times10^{26}$ ۴) $3/55\times10^{27}$

۱۹۳- در دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای، تفاوت تعداد عناصری که حداقل یک زیرلایه با $n+l=5$ پر دارند، با تعداد عناصری که فقط یک زیرلایهٔ ظرفیتی کاملاً پر دارند، کدام است؟

۱) صفر ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۱۹۴- اگر دما در ابتدای لایهٔ استراتوسفر برابر ۲۱۸ کلوین و در انتهای این لایه برابر با ۷ درجهٔ سلسیوس باشد، دمای هوا در ارتفاع ۳۱ کیلومتری از سطح زمین، چند درجهٔ سلسیوس است؟ (فرض کنید لایهٔ استراتوسفر از ارتفاع ۱۲ کیلومتری از سطح زمین شروع می‌شود و تا ارتفاع ۵۰ کیلومتری ادامه دارد و تغییرات دما برحسب ارتفاع در این لایه، خطی است.)

۱) ۲۴ ۲) -۲۴ ۳) -۱۲ ۴) ۱۲

۱۹۵- معادلهٔ واکنش کلی سوختن کامل مخلوطی از متان و اتان به گونه‌ای است که ضریب استوکیومتری متان و اتان در آن یکسان است. اختلاف ضریب H_2O و CO_2 در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ این فرایند کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۹۶- چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ آمونیوم سولفات، درست است؟

الف) در ساختار آن هر دو نوع پیوند یونی و کووالانسی وجود دارد.
ب) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در آنیون سازندهٔ آن، با یون سیلیکات یکسان است.
پ) در واکنش با باریم نیترات، فراورده‌هایی ایجاد می‌کند که نامحلول در آب هستند.
ت) عدد اکسایش نیتروژن در آن، ۲ واحد کمتر از عدد اکسایش فسفر در کلسیم فسفات است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۹۷- غلظت یون منیزیم در نمونه‌ای آب دریا، ۳۶۰۰ppm است. برای رسوب دادن این یون، به‌ازای هر تن آب دریا، چند مول یون هیدروکسید لازم است؟ $(Mg = 24 g \cdot mol^{-1})$

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۳۰۰

۱۹۸- ۵۷۰ گرم محلول سیرشدهٔ نمکی در دمای $80^\circ C$ را تا دمای $30^\circ C$ سرد می‌کنیم. اگر در این فرایند، ۱۵۰ گرم نمک رسوب کند و انحلال‌پذیری نمک موردنظر در دمای $30^\circ C$ برابر ۴۰ گرم باشد، انحلال‌پذیری آن در دمای $80^\circ C$ کدام است؟

۱) ۷۰ ۲) ۹۰ ۳) ۵۰ ۴) ۱۲۰

۱۹۹- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

الف) تعداد پیوندهای هیدروژنی بین مولکول‌های آب در حالت جامد نسبت به حالت مایع، بیشتر است.

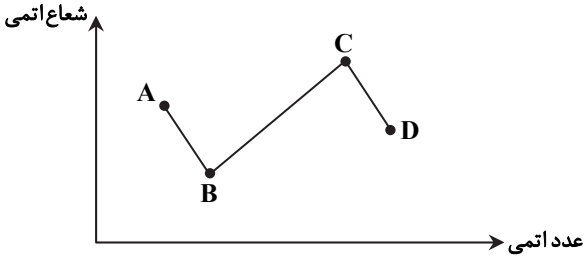
ب) تعداد پیوندهای هیدروژنی تشکیل شده بین مولکول‌ها در نمونه‌های خالص و جداگانه از آمونیاک و آب در دمای اتاق، با هم برابر است.

پ) در دمای اتاق، نیروهای بین‌مولکولی در ید نسبت به آب، ضعیف‌تر هستند.

ت) نیروهای بین‌مولکولی در هیدروژن فلوئورید نسبت به هالوژن‌ها و سایر هالیدهای هیدروژن، قوی‌تر است.

۱) ۳ ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) صفر

۲۰۰- اگر نمودار زیر مربوط به شعاع اتمی دو عضو اول فلزهای قلیایی و قلیایی خاکی جدول دوره‌ای باشد، کدام نماد نشان‌دهندهٔ نخستین فلز قلیایی خاکی جدول می‌باشد؟



۱) A
۲) B
۳) C
۴) D

۲۰۱- ۱۲/۶ گرم آمونیوم دی‌کرومات با ناخالصی m درصد را در ظرفی سر باز حرارت می‌دهیم تا بر پایهٔ واکنش زیر تجزیه شود. اگر پس از تجزیهٔ ۴۰ درصد از این ماده، جرم مواد جامد موجود در ظرف به ۱۱/۲ گرم برسد، m کدام است؟ (گرما بر ناخالصی‌ها اثری ندارد.)

$(H = 1, N = 14, O = 16, Cr = 52 : g \cdot mol^{-1})$

$(NH_4)_2Cr_2O_7(s) \xrightarrow{\Delta} Cr_2O_3(s) + H_2O(g) + N_2(g)$ (معادله موازنه شود.)

۱) ۳۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۷۰

۲۰۲- کدام نام نمی‌تواند متعلق به ترکیبی با فرمول C_8H_{18} باشد؟

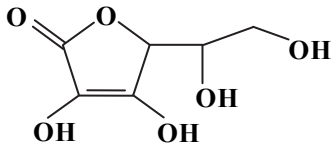
۱) ۳- اتیل- ۲- متیل پنتان ۲) ۲،۴،۴- تری‌متیل پنتان ۳) ۳- اتیل هگزان ۴) ۲، ۵- دی‌متیل هگزان

۲۰۳- ۵/۴ گرم آلومینیم در واکنش $Al(s) + NaOH(aq) + H_2O(l) \rightarrow H_2(g) + NaAl(OH)_4(aq)$ (معادله موازنه شود)، به‌طور کامل مصرف می‌شود. با گاز به‌دست‌آمده در این واکنش، چند گرم استیلن را می‌توان به ترکیب سیرشده تبدیل کرد؟

$(H = 1, C = 12, Al = 27 : g \cdot mol^{-1})$

۱) ۱/۹۵ ۲) ۳/۹ ۳) ۴/۲ ۴) ۸/۴

۲۰۴- ترکیب زیر دارای چند نوع گروه عاملی اکسیژن‌دار است و تفاوت جرم مولی آن با ترفتالیک اسید چند گرم است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) $(H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1})$



۱) ۲ ، ۱۰
۲) ۳ ، ۱۰
۳) ۲ ، ۸
۴) ۳ ، ۸

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۰۵- گرمای حاصل از واکنش سوختن ۸۵ گرم آمونیاک مطابق معادلهٔ زیر، دمای چند گرم آب را به میزان $50^\circ C$ افزایش می‌دهد؟

$(H=1, N=14 : g\cdot mol^{-1}, c_{H_2O} \simeq 4 J\cdot g^{-1}\cdot {}^\circ C^{-1})$

$NH_3(g)+O_2(g) \rightarrow N_2(g)+H_2O(g)$ (معادله موازنه شود.)

پیوند	N – H	O = O	N ≡ N	O – H
آنتالپی پیوند $(kJ\cdot mol^{-1})$	۳۹۰	۴۹۵	۹۴۵	۴۶۴

۱) ۲۹۰۹/۲۵

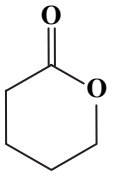
۲) ۳۲۳۰/۲۵

۳) ۱۶۱۶/۲۵

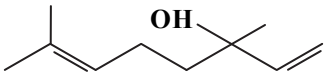
۴) ۸۰۸۱/۲۵

۲۰۶- اگر آنتالپی سوختن دو مادهٔ A و B به‌ترتیب a و b کیلوژول بر مول باشد، نسبت ارزش سوختی A به B کدام است؟

$(H=1, C=12, O=16 : g\cdot mol^{-1})$



(A)



(B)

۱) $1/54\frac{a}{b}$

۲) $0/65\frac{a}{b}$

۳) $1/14\frac{b}{a}$

۴) $1/29\frac{a}{b}$

۲۰۷- سرعت متوسط واکنش $2A(g) \rightarrow 3B(g)+C(g)$ برابر $0/01 mol\cdot L^{-1}\cdot s^{-1}$ است. اگر واکنش با x مول A آغاز شود و پس از ۲ دقیقه مقدار مول‌های A و C در ظرف دو لیتری واکنش برابر شود، x کدام است؟

۱) ۲/۴ ۲) ۴/۸ ۳) ۷/۲ ۴) ۹/۶

۲۰۸- از واکنش ۴۰/۸ گرم ۱- هگزانول با خلوص ۶۰ درصد با مقدار کافی استیک اسید، چند گرم استر به‌دست می‌آید؟ (بازده واکنش را ۴۰ درصد در نظر بگیرید.) $(H=1, C=12, O=16 : g\cdot mol^{-1})$

۱) ۱۰/۶۱۵ ۲) ۱۳/۸۲۴ ۳) ۱۴/۴۶۵ ۴) ۱۶/۵۱۶

۲۰۹- جرم مولی دی‌اسید و دی‌الکل سازندهٔ نوعی پلی‌استر برابر است. فرمول واحد تکرارشونده پلی‌استر حاصل از ساده‌ترین دی‌الکل و دی‌اسید با این ویژگی، کدام است؟ $(H=1, C=12, O=16 : g\cdot mol^{-1})$

۱) $C_3H_2O_4$ ۲) $C_4H_4O_4$ ۳) $C_5H_6O_4$ ۴) $C_6H_8O_4$

۲۱۰- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

الف) بنزین (C_8H_{18}) و گریس $(C_{25}H_{52})$ از جمله مواد محلول در چربی هستند.

ب) مخلوط آب، صابون و چربی، یک محلول است و نور را پخش نمی‌کند.

پ) انواع پاک‌کننده‌ها مانند پاک‌کننده‌های صابونی، غیرصابونی و خورنده، رنگ کاغذ pH مرطوب را آبی می‌کنند.

ت) در محلول اتانوئیک اسید، تعداد اندکی مولکول اسید با تعداد زیادی یون آب پوشیده در تعادل هستند.

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۲۱۱- جرم معینی از اسید چرب با فرمول $C_{17}H_{35}COOH$ و با خلوص ۸۰ درصد، با ۲ لیتر محلول ۱/۵ مولار سدیم هیدروکسید به‌طور کامل واکنش می‌دهد، جرم اسید چرب ناخالص چند گرم است و طی این واکنش، چند گرم صابون حاصل می‌شود؟

$(H=1, C=12, O=16, Na=23 : g\cdot mol^{-1})$

۱) ۸۵۲ ، ۹۱۸ ۲) ۸۵۲ ، ۱۱۴۷/۵ ۳) ۱۰۶۵ ، ۱۱۴۷/۵ ۴) ۱۰۶۵ ، ۹۱۸

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۱۲- در دمای $25^\circ C$، چند میلی‌گرم آمونیاک با درصد یونش ۵، باید در نیم‌لیتر آب حل شود تا pH آب خالص ۳ واحد تغییر کند و غلظت یون هیدرونیوم در محلول نهایی، چند برابر غلظت یون هیدرونیوم در محلول ۰/۱ مولار اسید HA ($K_a = 10^{-5}$) است؟ (از تغییر حجم صرف‌نظر شود.) $(H = 1 , N = 14 : g \cdot mol^{-1})$

۱) ۱۷۰ ، 10^{-8} ۲) ۱۷ ، 10^{-8} ۳) ۱۷ ، 10^{-7} ۴) ۱۷۰ ، 10^{-7}

۲۱۳- با وارد کردن تیغه‌های فلزی A، X، Y و Z در محلول مس (II) سولفات، دمای محلول به‌ترتیب به میزان ۳۰، ۱۰، ۲۰ و صفر درجهٔ سلسیوس تغییر می‌کند. کدام مقایسه برای قدرت کاهندگی فلزهای داده شده، درست است؟

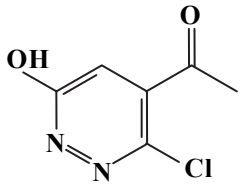
۱) $A > X > Y > Z = Cu$ ۲) $A > Y > X > Cu > Z$ ۳) $Z = Cu > X > Y > A$ ۴) $Z > Cu > X > Y > A$

۲۱۴- الکترون‌های حاصل از اکسایش ۱۹/۵ گرم فلز روی، چند گرم یون دی‌کرومات $(Cr_2O_7^{2-})$ را می‌تواند به یون Cr^{3+} تبدیل کند؟

$(O = 16 , Cr = 52 , Zn = 65 : g \cdot mol^{-1})$

۱) ۱۰/۸ ۲) ۲۱/۶ ۳) ۴۳/۲ ۴) ۸۶/۴

۲۱۵- مجموع اعداد اکسایش اتم‌های نیتروژن و کربن در ترکیبی با ساختار روبه‌رو کدام است؟



۱) صفر

۲) +۱

۳) −۲

۴) +۲

۲۱۶- اگر در نوعی خاک رس، درصد جرمی SiO_2 و H_2O به‌ترتیب ۴۵ و ۱۵ باشد و با گرما دادن این خاک، درصد H_2O به ۵ برسد، درصد جرمی SiO_2 به چند درصد افزایش می‌یابد؟

۱) ۵۵ ۲) ۵۰/۳ ۳) ۵۲/۵ ۴) ۴۷/۵

۲۱۷- کدام عبارت در مورد بلورهای یخ نادرست است؟

۱) هر اتم اکسیژن در ساختار آن با ۴ اتم هیدروژن، پیوند کووالانسی یا هیدروژنی دارد.

۲) برخلاف سیلیس، برای آن می‌توان از واژه‌هایی مانند «نیروهای بین‌مولکولی» استفاده کرد.

۳) ماده‌ای سخت و دیرگداز است و برخلاف گرافیت، در ساختار خود پیوند دوگانه ندارد.

۴) در ساختار آن، اتم اکسیژن در رأس حلقه‌های شش‌ضلعی قرار دارد.

۲۱۸- به مخلوطی از منیزیم اکسید و سدیم اکسید به جرم m گرم، ۱۵۰۶ کیلوژول گرما می‌دهیم تا به‌طور کامل به یون‌های گازی مجزا، تبدیل شوند. اگر طی این فرایند، نیم‌مول یون گازی اکسید تولید شود، به‌تقریب چند درصد جرم مخلوط اولیه را ماده‌ای با نقطهٔ ذوب بالاتر، تشکیل می‌دهد؟ (آنتالپی فروپاشی شبکهٔ سدیم اکسید و منیزیم اکسید به‌ترتیب برابر ۲۴۸۸ و ۳۷۹۸ کیلوژول بر مول است.)

$(O = 16 , Na = 23 , Mg = 24 : g \cdot mol^{-1})$

۱) ۳۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۷۰

۲۱۹- گازهای خروجی از موتور یک خودروی بنزینی و ورودی به مبدل کاتالیستی، شامل ۹۶۰mL اکسیژن، ۴۰mL نیتروژن مونوکسید، ۸۰mL کربن مونوکسید و ۶۰mL بخار C_8H_{18} در هر دقیقه است. با فرض حذف کامل آلاینده‌ها، درصد حجمی نیتروژن در گازهای خروجی از مبدل در بازهٔ زمانی ۱ دقیقه، به‌تقریب کدام است؟ (H_2O به‌صورت بخار خارج می‌شود.)

۱) ۱/۵ ۲) ۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۱۰

۲۲۰- تعادل گازی $2SO_3 \rightleftharpoons 2SO_2 + O_2$، با ۲ مول SO_2، ۱ مول O_2 و ۴ مول SO_3 در سامانه‌ای یک لیتری برقرار است. با افزایش مقداری SO_3 به سامانه و جابه‌جایی تعادل، غلظت نهایی گاز اکسیژن به ۱/۵ مولار افزایش می‌یابد. با فرض ثابت ماندن دما در طول فرایند، مقدار SO_3 اضافه شده به سامانه به‌تقریب چند مول است؟ $(\sqrt{6} \simeq 2/45)$

۱) ۴/۳۵ ۲) ۷/۴۵ ۳) ۵/۵۵ ۴) ۱۱/۴۵

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

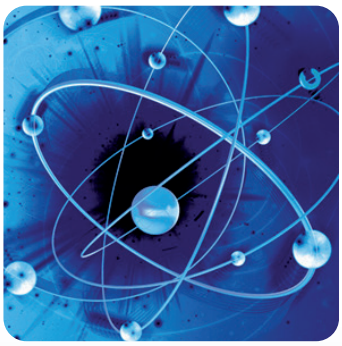
گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

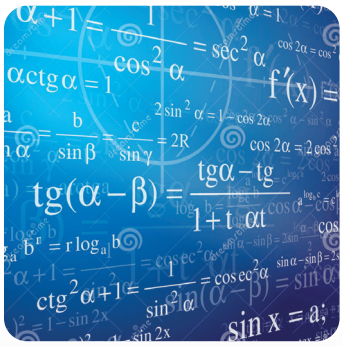
دفترچهٔ پاسخ‌های تشریحی

آزمون آزمایشی ۳ تیر ۱۴۰۱ (مرحلهٔ ۲۰)

ویژهٔ داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۱

گروه آزمایشی علوم ریاضی





سال تحصیلی
۰۰-۰۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ریاضیات

۱۰۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ ریاضی ۱

اگر بزرگ‌ترین عدد هر شکل را بنویسیم به‌صورت الگوی $۱,۷,۱۵,۲۵,\cdots$ است. با توجه به اینکه اختلاف جملات یک دنبالهٔ حسابی است، پس الگو درجه دوم است و داریم:

$$a_n = an^۲ + bn + c \Rightarrow \begin{cases} a_۱ = ۱ \Rightarrow ۱ = a + b + c \\ a_۲ = ۷ \Rightarrow ۷ = ۴a + ۲b + c \\ a_۳ = ۱۵ \Rightarrow ۱۵ = ۹a + ۳b + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۳a + b = ۶ \\ ۵a + b = ۸ \end{cases} \Rightarrow a = ۱ \ , \ b = ۳ \Rightarrow c = -۳$$

$n^{\text{ام}}$ بزرگ‌ترین عدد در شکل $= n^۲ + ۳n - ۳$

بنابراین بزرگ‌ترین عدد در شکل هجدهم به‌صورت زیر است:

$$a_{۱۸} = ۱۸^۲ + ۵۴ - ۳ = ۳۲۴ + ۵۱ = ۳۷۵$$

۱۰۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۶۳ و ۶۴ ریاضی ۱

نکته: $(a \pm b)^۲ = a^۲ \pm ۲ab + b^۲$

نکته: $(a \pm b)^۳ = a^۳ \pm ۳a^۲b + ۳ab^۲ \pm b^۳$

ابتدا عدد $A = \sqrt{۳ + ۲\sqrt{۲}} - ۲$ را ساده می‌کنیم:

$$A = \sqrt{(\sqrt{۲} + ۱)^۲} - ۲ \Rightarrow A = |\sqrt{۲} + ۱| - ۲ = \sqrt{۲} - ۱$$

مکعب عدد را به‌دست می‌آوریم:

$$A^۳ = (\sqrt{۲} - ۱)^۳ = (\sqrt{۲})^۳ - ۳(\sqrt{۲})^۲ + ۳(\sqrt{۲}) - ۱ = ۲\sqrt{۲} - ۳ \times ۲ + ۳\sqrt{۲} - ۱ = ۵\sqrt{۲} - ۷$$

بنابراین مکعب این عدد از $۵\sqrt{۲}$ به اندازهٔ ۷ واحد کم‌تر است.

۱۰۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحهٔ ۸۶ ریاضی ۱

اگر یک چندجمله‌ای درجه سوم دارای ۳ ریشهٔ α، β و γ باشد، جدول آن به‌صورت زیر است:

x		α		β		γ	
P(x)	−	۰	+	۰	−	۰	+

x		α		β		γ	
P(x)	+	۰	−	۰	+	۰	−

اگر یک ریشهٔ سادهٔ α و یک ریشهٔ مضاعف β داشته باشد، جدول آن به‌صورت زیر است:

x		α		β	
P(x)	−	۰	+	۰	+

x		α		β	
P(x)	+	۰	−	۰	−

با توجه به جدول داده‌شده باید $P(x)$ از درجهٔ ۳ نباشد و دارای ۲ ریشهٔ ۱ و α باشد و یعنی $P(x)$ از درجهٔ ۲ است و ضریب عبارت درجهٔ سوم باید صفر باشد:

$$a - ۱ = ۰ \Rightarrow a = ۱ \Rightarrow P(x) = ۲x^۲ - bx - ۱$$

طبق جدول یکی از ریشه‌های $P(x) = ۰$ عدد $x = ۱$ است:

$$P(۱) = ۰ \Rightarrow ۲ - b - ۱ = ۰ \Rightarrow b = ۱ \Rightarrow P(x) = ۲x^۲ - x - ۱ = (x - ۱)(۲x + ۱)$$

ریشهٔ دیگر این عبارت عدد $-\frac{۱}{۲}$ است که یعنی $\alpha = -\frac{۱}{۲}$، بنابراین:

$$\begin{cases} \alpha = -\frac{۱}{۲} \\ b = ۱ \end{cases} \Rightarrow \alpha + b = \frac{۱}{۲}$$

مؤسسه آموزشی فرهنگی
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۰۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۸۰ ریاضی ۱

نکته: رأس سهمی به معادلهٔ $f(x)=ax^2+bx+c$ به‌صورت $S(-\frac{b}{2a},f(-\frac{b}{2a}))$ می‌باشد.

ریشه‌های سهمی $y=f(x)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$f(x)=0 \Rightarrow (4-a)x^2+8x=0 \Rightarrow x(8+(4-a)x)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-\frac{8}{4-a}=\frac{8}{a-4} \end{cases}$$

محور تقارن سهمی $x=\frac{a}{3}$ است، پس $\frac{a}{3}$ وسط دو ریشه است:

$$\frac{8}{a-4}+0=2\times\frac{a}{3} \Rightarrow \frac{4}{a-4}=\frac{a}{3} \Rightarrow a^2-4a=12 \Rightarrow a^2-4a-12=0 \Rightarrow (a+2)(a-6)=0 \Rightarrow \begin{cases} a=6 \\ a=-2 \end{cases}$$ غ‌ق‌ق

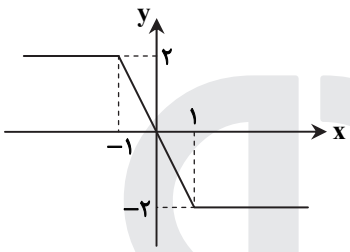
$$\Rightarrow f(x)=-2x^2+8x$$

رأس سهمی به‌صورت $(2,8)$ است. بنابراین مساحت این شکل برابر است با:

$$S=8\times4=32$$

۱۰۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۶۷ حسابان ۱

ابتدا برد تابع $y=f(x)$ را به کمک نمودار آن به‌دست می‌آوریم:

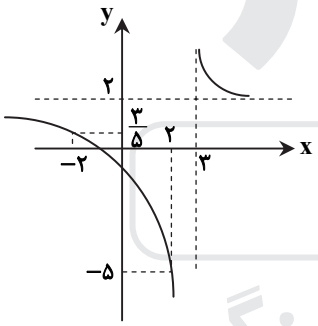


$$f(x)=|x-1|-|x+1|=\begin{cases} -2 & x>1 \\ -2x & -1\le x\le 1 \\ 2 & x<-1 \end{cases}$$

$$R_f=[-2,2]$$

برد تابع f به‌عنوان دامنهٔ تابع g است. پس کافی است تابع g را در دامنهٔ $[-2,2]$ رسم کرده و برد آن را به‌دست آوریم:

نمودار تابع $y=\frac{2x+1}{x-3}$ که تابع هموگرافیک است به شکل زیر است:



$$\Rightarrow R_{gof}=\left[-5,\frac{3}{5}\right] \Rightarrow \begin{cases} \alpha=-5 \\ \beta=\frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{-1}\le g(x)\le\frac{-3}{-5} \Rightarrow -5\le g(x)\le\frac{3}{5} \Rightarrow R_{gof}=\left[-5,\frac{3}{5}\right] \Rightarrow \begin{cases} \alpha=-5 \\ \beta=\frac{3}{5} \end{cases}$$

بنابراین: $\alpha\beta=-3$

۱۰۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۵۷ و ۶۷ حسابان ۱

نکته: $(fog)(x)=f(g(x))$

نکته: $f(a)=v \Leftrightarrow f^{-1}(b)=a$

نکته: برای محاسبهٔ ضابطهٔ وارون تابع f در صورت وجود در معادلهٔ $y=f(x)$ ابتدا x را برحسب y محاسبه می‌کنیم و سپس با تعویض جای x و y ضابطهٔ f^{-1} حاصل می‌شود.

با توجه به فرض داده‌شده داریم:

$$(f^{-1}og)(x)=-\frac{x}{2} \Rightarrow g(x)=f(-\frac{x}{2}) \Rightarrow g(x)=\frac{2(-\frac{x}{2})-1}{4(-\frac{x}{2})+3}=\frac{-x-1}{-2x+3}=\frac{x+1}{2x-3}$$

حال وارون تابع g را به‌دست می‌آوریم:

$$y=\frac{x+1}{2x-3} \Rightarrow 3xy-y=x+1 \Rightarrow x(2y-1)=3y+1 \Rightarrow x=\frac{3y+1}{2y-1} \Rightarrow g^{-1}(x)=\frac{3x+1}{2x-1}$$

مؤسسه آموزشی فرهنگ
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۰۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۹۰ حسابان ۱

نکته : $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$ ، $\log_b a^n = n \log_b a$

ابتدا توابع $y = fog$ و $y = gof$ را به‌دست می‌آوریم:

$$(fog)(x) = f(g(x)) = ۹^{g(x)} + ۲ = ۹^{\log_۳(x-۲)} + ۲ = (x-۲)^{\log_۳ ۹} + ۲ = (x-۲)^۲ + ۲$$

$$(gof)(x) = g(f(x)) = \log_۳(f(x)-۲) = \log_۳ ۹^x = x \log_۳ ۹ = ۲x$$

حالا این دو تابع را برابر هم قرار می‌دهیم:

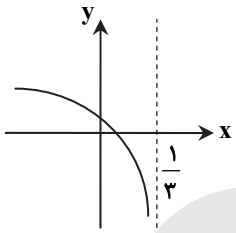
$$(fog)(x) = (gof)(x) \Rightarrow x^۲ - ۴x + ۶ = ۲x \Rightarrow x^۲ - ۶x + ۶ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{۳} + ۳ \\ x = ۳ - \sqrt{۳} \end{cases}$$ غ‌ق‌ق

مقدار $x = ۳ - \sqrt{۳}$ در دامنهٔ تابع g قرار ندارد، بنابراین گزینهٔ ۱ پاسخ است.

۱۰۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۸۴ حسابان ۱

خط $y = ۶$ مجانب افقی تابع است با توجه به آنکه $\lim_{x \to +\infty} ۳^{-x} = ۰$ می‌توان نوشت:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = ۶ \Rightarrow \lim_{x \to +\infty} (a - b \times ۰) = a \Rightarrow a = ۶$$



از طرفی $f(۱) = ۰$، پس:

$$a - b \times ۳^۱ = ۰ \Rightarrow ۶ - ۳b = ۰ \Rightarrow b = ۲ \Rightarrow f(x) = ۶ - ۲ \times ۳^{۲-x}$$

حال می‌خواهیم نمودار $y = \log_۲(۲ - ۶x)$ را رسم کنیم:

$$y = \log_۲(۲ - ۶x)$$

۱۰۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحهٔ ۱۱ حسابان ۱

نکته : $Cos۲x = ۲Cos^۲x - ۱$ ، $Sin۲x = ۲SinxCosx$ ، $۱ + \tan^۲ x = \frac{۱}{Cos^۲ x}$

نکته : $Cos(\alpha \pm \beta) = Cos\alpha Cos\beta \mp Sin\alpha Sin\beta$

با توجه به آنکه $\tan x + Cotx = \frac{۱۰}{۳}$ داریم:

$$\tan x + \frac{۱}{\tan x} = \frac{۱۰}{۳} \Rightarrow \begin{cases} \tan x = ۳ \\ \tan x = \frac{۱}{۳} \end{cases}$$ غ‌ق‌ق

چون $\frac{\pi}{۴} < x < \frac{\pi}{۲}$ پس $\tan x > ۱$ و $\tan x = \frac{۱}{۳}$ قابل‌قبول نیست.

از طرفی:

$$\tan x = ۳ \Rightarrow \frac{۱}{Cos^۲ x} = ۱ + \tan^۲ x \Rightarrow \frac{۱}{Cos^۲ x} = ۱۰ \Rightarrow \begin{cases} Cosx = \frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰} \\ Sinx = \frac{۳\sqrt{۱۰}}{۱۰} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Cos۲x = ۲Cos^۲x - ۱ = -\frac{۸}{۱۰} \\ Sin۲x = ۲SinxCosx = \frac{۶}{۱۰} \end{cases}$$

$$\Rightarrow Cos(۲x + \frac{\pi}{۴}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}(Cos۲x - Sin۲x) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}(-\frac{۸}{۱۰} - \frac{۶}{۱۰}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times (-\frac{۱۴}{۱۰}) = -\frac{۷\sqrt{۲}}{۱۰}$$

۱۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۵ حسابان ۱

نکته : $۱ - Cosx = ۲Sin^۲ \frac{x}{۲}$

نکته : $Sinu \underset{u \to ۰}{\sim} u$

عبارت دارای ابهام $\frac{۰}{۰}$ است، پس با ضرب مزدوج مخرج در صورت و مخرج داریم:

$$\lim_{x \to ۰^-} \frac{\tan x}{\sqrt{۱ - \sqrt{Cosx}}} \times \frac{\sqrt{۱ + \sqrt{Cosx}}}{\sqrt{۱ + \sqrt{Cosx}}} = \lim_{x \to ۰^-} \frac{\tan x \times \sqrt{۲}}{\sqrt{۱ - Cosx}} = \lim_{x \to ۰^-} \frac{\sqrt{۲} \tan x}{\sqrt{۲Sin^۲ \frac{x}{۲}}} = \lim_{x \to ۰^-} \frac{\sqrt{۲} \frac{Sinx}{Cosx}}{\sqrt{۲} \left| Sin \frac{x}{۲} \right|} = \lim_{x \to ۰^-} \frac{\sqrt{۲} - \frac{Sinx}{۱}}{-\sqrt{۲} Sin \frac{x}{۲}}$$

$$\lim_{x \to ۰^-} \frac{-Sinx}{Sin \frac{x}{۲}} = \lim_{x \to ۰^-} \frac{-x}{\frac{x}{۲}} = -۲$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۱۸ حسابان ۲

نکته: اگر $f(x)$ و $P(x)$ چندجمله‌ای باشند و درجهٔ $P(x)$ از صفر بزرگ‌تر باشد، آنگاه چندجمله‌ای‌های منحصر به فرد $q(x)$ و $r(x)$ وجود دارند به‌طوری که: $f(x)=P(x)\cdot q(x)+r(x)$

که در آن $r(x)=0$ یا درجهٔ $r(x)$ از درجهٔ $P(x)$ کمتر است.

مطابق رابطهٔ تقسیم داریم:

$$2x^4+ax^3+3x^2+2x=(2x^2-x-1)Q(x)+bx+2 \Rightarrow 2x^4+ax^3+3x^2+2x=(x-1)(2x+1)Q(x)+bx+2$$

ریشه‌های عبارت $2x^2-x-1$ را در تساوی بالا قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} x=1 \Rightarrow 2+a+3+2=b+2 \Rightarrow a-b=-5 \\ x=-\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{8}-\frac{a}{8}+\frac{3}{4}-1=-\frac{b}{2}+2 \Rightarrow \frac{a}{8}-\frac{b}{2}=-\frac{17}{8} \end{cases} \Rightarrow a=-1\ ,\ b=4$$

بنابراین: $a+b=3$

۱۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۲۷ حسابان ۲

با توجه به آنکه نمودار تابع از مبدأ مختصات عبور کرده است، داریم: $f(0)=0 \Rightarrow 1+a\text{Sin}(-\frac{5\pi}{6})=0 \Rightarrow 1-a\times\frac{1}{2}=0 \Rightarrow a=2$

از طرفی $f(\frac{4\pi}{3})=0$ و $x=\frac{4\pi}{3}$ سومین ریشهٔ پس از $x=-\frac{5\pi}{6}$ است، پس:

$$f(\frac{4\pi}{3})=1+2\text{Sin}(\frac{4\pi}{3}b-\frac{5\pi}{6})=0 \Rightarrow \text{Sin}(\frac{4\pi b}{3}-\frac{5\pi}{6})=-\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{4\pi b}{3}-\frac{5\pi}{6}=\frac{11\pi}{6} \Rightarrow \frac{4\pi b}{3}-\frac{5\pi}{6}=\frac{11\pi}{6}$$

$\frac{11\pi}{6}$: سومین ریشهٔ پس از $x=-\frac{5\pi}{6}$

$$\Rightarrow \frac{4\pi b}{3}=\frac{16\pi}{6} \Rightarrow \frac{4\pi b}{3}=\frac{8\pi}{3} \Rightarrow b=2$$

۱۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحهٔ ۳۷ حسابان ۲

نکته: جواب‌های معادلهٔ $\text{Sin}x=\text{Sin}\alpha$ به‌صورت $x=2k\pi+\alpha$ و $x=2k\pi+\pi-\alpha$ می‌باشند که $k\in\mathbb{Z}$.

ابتدا به کمک رابطهٔ $\text{Cos}2x=2\text{Sin}^2x-1$ معادله را ساده و حل می‌کنیم:

$$2\text{Sin}^2x+\text{Sin}x=0 \Rightarrow \text{Sin}x(2\text{Sin}x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} \text{Sin}x=0 \Rightarrow x=k\pi \\ \text{Sin}x=-\frac{1}{2}=\text{Sin}\frac{7\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x=2k\pi+\frac{7\pi}{6} \\ x=2k\pi-\frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases} \quad (k\in\mathbb{Z})$$

جواب‌ها در بازهٔ $(0,2\pi)$ عبارتند از: $\frac{7\pi}{6},\pi,\frac{11\pi}{6}$

بزرگ‌ترین جواب در بازهٔ $(0,2\pi)$ برابر $\frac{11\pi}{6}$ است، بنابراین: $\frac{11\pi}{6}=\frac{\pi}{\frac{6}{11}} \Rightarrow a=\frac{6}{11}$

۱۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحهٔ ۶۷ حسابان ۲

نکته: خط $y=L$ را مجانب افقی نمودار $y=f(x)$ می‌نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=L$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=L$ برقرار باشد.

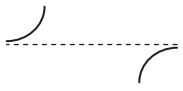
مجانب افقی تابع خط $y=2$ است، پس $x=1$ ریشهٔ معادلهٔ $f(x)=2$ می‌باشد.

$$\frac{4x^2+ax+3}{2x^2-4x+1}=2 \Rightarrow \frac{4+a+3}{2-4+1}=2 \Rightarrow a+7=-2 \Rightarrow a=-9 \Rightarrow f(x)=\frac{4x^2-9x+3}{2x^2-4x+1}$$

حالا تابع را با خط $y=2$ مقایسه می‌کنیم. داریم:

$$f(x)=\frac{4x^2-9x+3}{2x^2-4x+1}=\frac{2(2x^2-4x+1)-x+1}{2x^2-4x+1}=2+\frac{-x+1}{2x^2-4x+1}$$

حد مخرج کسر حاصل در $x\to+\infty$ و $x\to-\infty$ مثبت و حد صورت آن به‌ترتیب منفی و مثبت است. پس نمودار این تابع در مجاورت مجانب افقی خود به‌صورت زیر خواهد بود:



مؤسسه آموزشی فرهنگی
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۱۰۰ حسابان ۲

شرط آنکه تابع دوضابطه‌ای f در $x=-۱$ مشتق‌پذیر باشد آن است که در $x=-۱$ پیوسته باشد و مشتقات چپ و راست در $x=-۱$ برابر هم باشند، پس داریم:

$$\lim_{x\to -۱^-} f(x)=\lim_{x\to -۱^+} f(x)=f(-۱) \Rightarrow -a+\frac{۱}{۱}=-۱+b+۳ \Rightarrow a+b=-۱ \quad (I)$$

در طراف $x=-۱$ تابع $f(x)$ به‌صورت زیر است:

$$f(x)=\begin{cases} ax+\frac{۱}{x+۲} & x\le -۱ \\ x^۳+bx^۲ & x>-۱ \end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases} a-\frac{۱}{(x+۲)^۲} & x\le -۱ \\ ۳x^۲+۲bx & x\ge -۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'_-(-۱)=f'_+(-۱) \Rightarrow a-۱=۳-b \Rightarrow a+۲b=۴ \quad (II)$$

از حل معادلات (I) و (II) داریم:

$b=۵$

۱۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۷۷ حسابان ۲

نکته: $y=f\cdot g \quad y'=f'\cdot g+f\cdot g'$

نکته: $\lim_{h\to ۰}\frac{f(a+mh)-f(a)}{h}=mf'(a)$

چون f در $x=۲$ پیوسته است و حد داده‌شده موجود است پس $f(۲)=۱۶$؛ همچنین داریم:

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲-۳h)-g(۲)}{h}=-۳f'(۲) \Rightarrow -۳f'(۲)=\frac{۳}{۲} \Rightarrow f'(۲)=-\frac{۱}{۲}$$

در نتیجه $f(۲)=۱۶$ و $f'(۲)=-\frac{۱}{۲}$ حالا مشتق تابع خواسته‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$y=x\sqrt{f(x)} \Rightarrow y'=\sqrt{f(x)}+\frac{f'(x)}{۲\sqrt{f(x)}}\times x$$

اکنون داریم:

$$y'(۲)=\sqrt{f(۲)}+\frac{f'(۲)}{۲\sqrt{f(۲)}}\times ۲ \Rightarrow y'(۲)=۴+\frac{-\frac{۱}{۲}}{۲\times ۴}\times ۲=۴-\frac{۱}{۸}=\frac{۳۱}{۸}$$

۱۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحهٔ ۱۱۹ حسابان ۲

چون یک قوطی استوانه‌ای بدون در داریم، پس سطح آن از سطح جانبی و یک قاعده تشکیل شده است.

$$S=۲\pi rh+\pi r^۲$$

از طرفی حجم آن ۸π است، یعنی:

$$\pi r^۲h=۸\pi \Rightarrow r^۲h=۸ \Rightarrow h=\frac{۸}{r^۲}$$

حالا رابطهٔ مسافت را بازنویسی می‌کنیم:

$$S(r)=۲\pi r\times\frac{۸}{r^۲}+\pi r^۲=\frac{۱۶\pi}{r}+\pi r^۲$$

مشتق گرفته و آن را برابر صفر می‌گذاریم:

$$S'(r)=\frac{-۱۶\pi}{r^۲}+۲\pi r=۰ \Rightarrow \frac{۲\pi r^۳-۱۶\pi}{r^۲}=۰ \Rightarrow r=۲$$

بنابراین کمترین مقدار S به ازای $r=۲$ به‌دست می‌آید.

۱۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۳۱ حسابان ۲

نکته: در توابع پیوسته نقاط اکسترمم نسبی ریشه‌های معادلهٔ $f'(x)=۰$ هستند.

نکته: در توابع پیوسته نقاط عطف ریشه‌های معادلهٔ $f''(x)=۰$ هستند.

$x=۱$ نقطهٔ اکسترمم نسبی تابع مشتق‌پذیر f است، پس $f'(۱)=۰$؛ داریم:

$$f'(x)=۲ax+\frac{۱}{x^۲} \Rightarrow f'(۱)=۰ \Rightarrow ۲a+۱=۰ \Rightarrow a=-\frac{۱}{۲}$$

از طرفی $x=\alpha$ طول نقطهٔ عطف تابع است، پس:

$f''(\alpha)=۰$

$$f'(x)=-x+\frac{۱}{x^۲} \Rightarrow f''(x)=-۱-\frac{۲}{x^۳}$$

$$f''(\alpha)=۰ \Rightarrow -۱-\frac{۲}{\alpha^۳}=۰ \Rightarrow \frac{۲}{\alpha^۳}=-۱ \Rightarrow \alpha^۳=-۲$$

موسسه آموزشی فرهنگی
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحهٔ ۲۱ هندسه ۲

نکته: طول مماس‌های مشترک خارجی و داخلی دو دایره به خط‌المرکزین d و شعاع‌های R و R' به‌صورت زیر است:

$$\text{اندازهٔ مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^2-(R-R')^2}$$

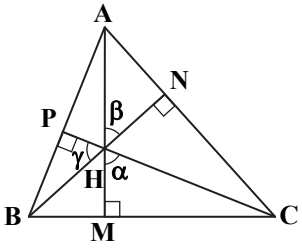
$$\text{اندازهٔ مماس مشترک داخلی} = \sqrt{d^2-(R+R')^2}$$

طبق نکته و فرض سؤال داریم:

$$\begin{cases} TT' = \sqrt{d^2-(R-R')^2} \\ TT' = d \end{cases} \Rightarrow d = \sqrt{d^2-(R-R')^2} \Rightarrow R-R' = 0 \Rightarrow R = R'$$

بنابراین دو دایره، هم‌شعاع‌اند.

۱۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحهٔ ۱۷ هندسه ۱



در چهارضلعی BPHM:
$$\begin{cases} \hat{B}+P\hat{H}M = 180^\circ \\ P\hat{H}M+\alpha = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \alpha = \hat{B}$$

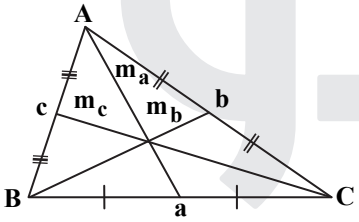
در چهارضلعی CMHN:
$$\begin{cases} \hat{C}+M\hat{H}N = 180^\circ \\ M\hat{H}N+\beta = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \beta = \hat{C}$$

در چهارضلعی APHN:
$$\begin{cases} \hat{A}+P\hat{H}N = 180^\circ \\ P\hat{H}N+\gamma = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \gamma = \hat{A}$$

بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ است.

۱۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحهٔ ۶۹ هندسه ۲

نکته: طبق قضیهٔ میانه‌ها در مثلث شکل زیر داریم:

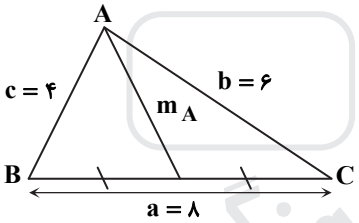


$$a^2+b^2 = 2m_c^2+\frac{c^2}{2}$$

$$a^2+c^2 = 2m_b^2+\frac{b^2}{2}$$

$$b^2+c^2 = 2m_a^2+\frac{a^2}{2}$$

کوچک‌ترین میانه، میانهٔ وارد بر بزرگ‌ترین ضلع مثلث است، داریم:



$$b^2+c^2 = 2m_a^2+\frac{a^2}{2} \Rightarrow 36+16 = 2m_a^2+\frac{64}{2} \Rightarrow 52 = 2m_a^2+32$$

$$\Rightarrow m_a^2 = 10 \Rightarrow m_a = \sqrt{10}$$

۱۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحهٔ ۴۵ هندسه ۲

نکته: تجانس نقطهٔ M به مرکز O و نسبت تجانس K به شرح زیر است:

۱)

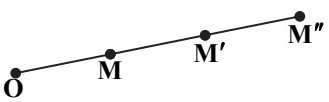
و $\frac{OM'}{OM} = K > 1$

۲)

و $\frac{OM'}{OM} = K < 1$

همچنین اگر K منفی باشد، ابتدا نقطهٔ M را نسبت به O قرینه می‌کنیم و سپس تجانس می‌دهیم.

مطابق شکل روبه‌رو داریم:



$$\begin{cases} \frac{OM'}{OM} = K \\ \frac{OM''}{OM'} = K' \end{cases}$$

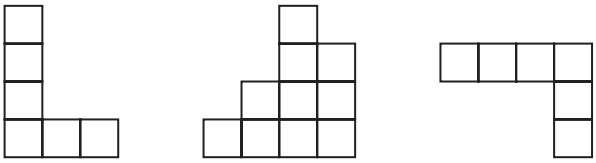
دو نسبت بالا را در هم ضرب می‌کنیم:

$$\frac{OM'}{OM}\times\frac{OM''}{OM'} = KK' \Rightarrow \frac{OM''}{OM} = KK' \Rightarrow \frac{OM}{OM''} = \frac{1}{KK'}$$

پس M مجانس M'' در تجانس به مرکز O و نسبت $\frac{1}{KK'}$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۸۸ هندسه ۱



نمای بالا (۶ مربع) نمای روبه‌رو (۱۰ مربع) نمای چپ (۶ مربع)

مجموع تعداد مربع‌های سه نما برابر است با:

$۶+۱۰+۶=۲۲$

۱۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۵۴ و ۵۵ هندسه ۱

نکته: مجموع زوایای داخلی هر nضلعی محدب برابر است با:

$(n-۲)\times ۱۸۰^\circ$

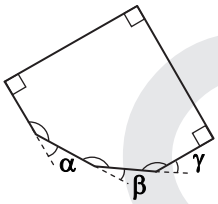
نکته: مجموع زوایای خارجی هر nضلعی محدب برابر ۳۶۰° می‌باشد.

طبق نکات و اطلاعات سؤال داریم:

$(n-۲)\times ۱۸۰^\circ = ۷۲۰^\circ \Rightarrow n-۲=۴ \Rightarrow n=۶$

مجموع زوایای خارجی هر nضلعی محدّب ۳۶۰° است، چون این شش‌ضلعی سه زاویهٔ قائمهٔ داخلی دارد،

پس سه زاویهٔ قائمهٔ خارجی نیز دارد، اگر سه زاویهٔ خارجی دیگر α، β و γ باشند، داریم:



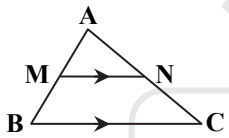
(مجموع زوایای خارجی) $\alpha+\beta+\gamma+۹۰^\circ+۹۰^\circ+۹۰^\circ=۳۶۰^\circ$

$\Rightarrow \alpha+\beta+\gamma=۹۰^\circ \Rightarrow \alpha<۹۰^\circ \ , \ \beta<۹۰^\circ \ , \ \gamma<۹۰^\circ$

پس مطابق شکل باید سه زاویهٔ داخلی دیگر همگی منفرجه باشند.

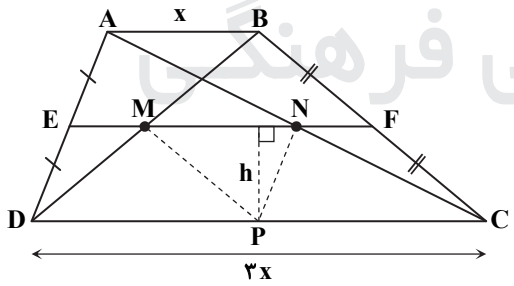
۱۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحهٔ ۳۴ هندسه ۱

نکته (قضیهٔ تالس و تعمیم آن): اگر در مثلث ABC، پاره‌خط MN موازی قاعده باشد، داریم:



$$\begin{cases} \text{قضیهٔ تالس}: \dfrac{AM}{MB}=\dfrac{AN}{NC} & \text{(نسبت جزبه جز)} \\ \text{تعمیم قضیهٔ تالس}: \dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AC}=\dfrac{MN}{BC} & \text{(نسبت جزبه کل)} \end{cases}$$

خطی که وسط دو ساق ذوزنقه را به هم وصل می‌کند، همواره موازی دو قاعده است و قطرهای ذوزنقه را نیز نصف می‌کند. داریم:



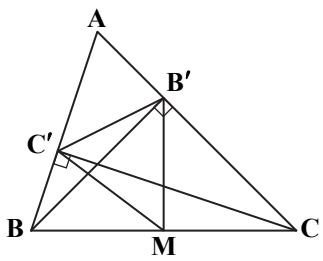
$$\begin{cases} \overset{\triangle}{ADB}: AE=ED \Rightarrow \text{تعمیم تالس}: ME=\dfrac{۱}{۲}AB=\dfrac{x}{۲} \\ \overset{\triangle}{ADC}: AE=ED \Rightarrow \text{تعمیم تالس}: EN=\dfrac{۱}{۲}DC=\dfrac{۳}{۲}x \end{cases}$$

$\Rightarrow MN=EN-ME=(\dfrac{۳}{۲}-\dfrac{۱}{۲})x=x$

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{\overset{\triangle}{MNP}}}=\frac{\frac{۱}{۲}(AB+DC)\times ۲h}{\frac{۱}{۲}\times MN\times h}=\frac{(x+۳x)\times ۲}{x}=۴\times ۲=۸$$

۱۲۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۶۰ هندسه ۱

می‌دانیم در هر مثلث قائم‌الزاویه، میانهٔ وارد بر وتر نصف وتر است:



$$\overset{\triangle}{BB'C}: MB'=\frac{BC}{۲}$$

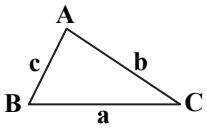
$$\overset{\triangle}{CC'B}: MC'=\frac{BC}{۲}$$

پس $MB'=MC'$ و مثلث $B'MC'$ در رأس M متساوی‌الساقین است.

مؤسسه آموزشی فرهنگ
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

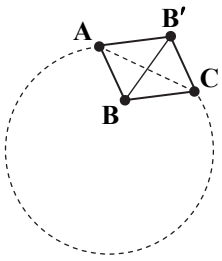
۱۲۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۵۳، ۶۷ و ۷۳ هندسه ۲

نکته: طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث شکل زیر داریم:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\hat{A}$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\hat{B}$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos\hat{C}$$

نکته: طبق قضیهٔ هم‌پیرامونی یا هم‌محیطی برای افزایش مساحت یک چندضلعی بدون تغییر محیط و تعداد و اندازه‌های اضلاع آن، باید مطابق شکل زیر در جاهایی که زاویهٔ داخلی از 180° بیشتر است از تبدیل بازتاب استفاده کنیم:



مطابق شکل، B' بازتاب نقطهٔ B نسبت به AC است و مقدار افزایش مساحت برابر $S_{ABCB'}$ است.

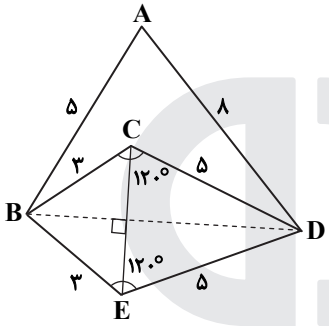
نکته: برای محاسبهٔ مساحت یک مثلث با اضلاع a، b و c طبق قضیهٔ هرون داریم:

$$P = \frac{a+b+c}{2} \Rightarrow S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

نکته: مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل‌ضرب هر دو ضلع در سینوس زاویهٔ بین آن‌ها:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC \sin\hat{A} = \frac{1}{2}AB \cdot BC \cdot \sin\hat{B} = \frac{1}{2}AC \cdot BC \cdot \sin\hat{C}$$

باید بازتاب نقطهٔ C را نسبت به BD بیابیم. چهارضلعی $ABED$، زمین افزایش یافته است که باید مساحت آن را بیابیم. بر طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث BCD:



$$BD^2 = 3^2 + 5^2 - 2\times3\times5\cos120^\circ = 9 + 25 + 15 = 49 \Rightarrow BD = 7$$

مساحت مثلث ABD را با کمک دستور هرون، محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{5+7+8}{2} = 10$$
$$S_{\triangle ABD} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{10\times5\times3\times2} = 10\sqrt{3}$$

در نهایت مساحت جدید زمین برابر است با:

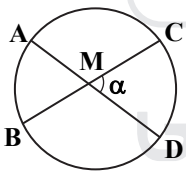
$$S_{ABED} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BED} = 10\sqrt{3} + \frac{1}{2}\times3\times5\times\sin120^\circ = 10\sqrt{3} + \frac{15\sqrt{3}}{4} = 13/75\sqrt{3}$$

۱۲۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۲۴ و ۲۵ هندسه ۲

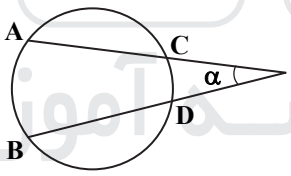
نکته: چهارضلعی محیطی چهارضلعی است که بتوان درون آن یک دایره را بر تمام اضلاع آن مماس کرد.

نکته: چهارضلعی محاطی چهارضلعی است که مجموع زوایای روبه‌رو در آن برابر ۱۸۰ درجه باشد.

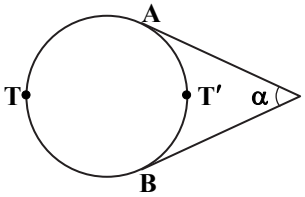
نکته (زاویهٔ بین دو وتر و امتداد دو وتر و دو مماس): در شکل‌های زیر داریم:



$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}}{2}$$

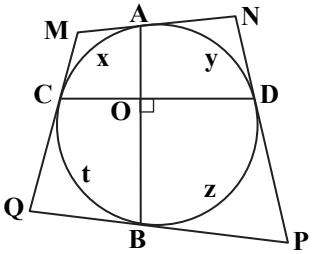


$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD}}{2}$$



$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{ATB} - \overset{\frown}{AT'B}}{2}$$

مطابق شکل واضح است که $MNPQ$ یک چهارضلعی محیطی است. ثابت می‌کنیم این چهارضلعی محاطی نیز می‌باشد: $\overset{\frown}{AC} = x$ ، $\overset{\frown}{AD} = y$ ، $\overset{\frown}{DB} = z$ ، $\overset{\frown}{BC} = t$



$$\begin{cases} \hat{M} = \dfrac{\overset{\frown}{ADBC} - \overset{\frown}{AC}}{2} = \dfrac{y+z+t-x}{2} \\ \hat{P} = \dfrac{\overset{\frown}{DACB} - \overset{\frown}{DB}}{2} = \dfrac{y+x+t-z}{2} \end{cases} \Rightarrow \hat{M} + \hat{P} = \frac{y+z+t-x}{2} + \frac{y+x+t-z}{2}$$

$$\Rightarrow \hat{M} + \hat{P} = \frac{2y+2t}{2} = y+t \ , \ \hat{O} = 90^\circ = \frac{\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC}}{2} = \frac{y+t}{2} \Rightarrow y+t = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{M} + \hat{P} = y + t = 180^\circ \Rightarrow \text{MNPQ چهارضلعی محاطی است.}$$

بنابراین چهارضلعی موردنظر هم محیطی است و هم محاطی.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحهٔ ۲۷ هندسه ۳

نکته: دترمینان هر ماتریس ۳×۳ را با بسط دادن برحسب هر سطر یا هر ستون آن می‌توان حساب کرد. به‌عنوان مثال دترمینان ماتریس زیر با بسط برحسب سطر اول آن برابر است با:

$$A=\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{bmatrix}\Rightarrow |A|=a_{11}(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}a_{22}&a_{23}\\a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}+a_{12}(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}a_{21}&a_{23}\\a_{31}&a_{33}\end{vmatrix}+a_{13}(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}a_{21}&a_{22}\\a_{31}&a_{32}\end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow |A|=a_{11}\begin{vmatrix}a_{22}&a_{23}\\a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}-a_{12}\begin{vmatrix}a_{21}&a_{23}\\a_{31}&a_{33}\end{vmatrix}+a_{13}\begin{vmatrix}a_{21}&a_{22}\\a_{31}&a_{32}\end{vmatrix}$$

دترمینان داده‌شده را بر اساس سطر اول بسط می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix}a&b-9&b-6\\a&b&b+1\\a&b&b\end{vmatrix}=18\Rightarrow a\begin{vmatrix}b&b+1\\b&b\end{vmatrix}-(b-9)\begin{vmatrix}a&b+1\\a&b\end{vmatrix}+(b-6)\begin{vmatrix}a&b\\a&b\end{vmatrix}=18$$

$$a(b^2-b^2-b)-(b-9)(ab-ab-a)+(b-6)(ab-ab)=18\Rightarrow -ab+ab-9a=18\Rightarrow -9a=18\Rightarrow a=-2$$

راه‌حل دوم:

نکته: در ماتریس‌ها اگر مضربی از یک سطر یا ستون را به‌ترتیب به یک سطر یا ستون دیگر ماتریس اضافه کنیم، دترمینان تغییری نخواهد کرد.

با توجه به نکته قرینهٔ سطر اول را به سطرهای دوم و سوم اضافه می‌کنیم:

$$\begin{vmatrix}a&b-9&b-6\\0&9&7\\0&9&6\end{vmatrix}$$

اکنون برای محاسبهٔ دترمینان با بسط برحسب ستون اول داریم: $a\times(9\times6-9\times7)=18\Rightarrow -9a=18\Rightarrow a=-2$

۱۳۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۲۰ هندسه ۳

نکته: $A^n=A^{n-1}\times A=A^{n-2}\times A^2=\cdots$

ابتدا A^2 را محاسبه می‌کنیم تا بتوانیم رابطه‌ای بین توان‌های متوالی ماتریس بیابیم:

$$A^2=\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3&3&3\\3&3&3\\3&3&3\end{bmatrix}=3A$$

$$A^2=3A\xrightarrow{\times A}A^3=3A^2=3(3A)=3^2A\xrightarrow{\times A}\cdots A^n=3^{n-1}A$$

اکنون داریم:

$$A^{1400}=3^{1399}A=3^{1399}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها}=9\times3^{1399}$$

$$A^{1399}=3^{1398}A=3^{1398}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها}=9\times3^{1398}$$

در نتیجه:

$$\text{جواب}=\frac{9\times3^{1399}}{9\times3^{1398}}=3$$

۱۳۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحهٔ ۲۲ هندسه ۳

نکته: اگر دو ماتریس A و B وارون هم باشند، خواهیم داشت: $AB=BA=I$

نکته: $AI=IA=A$

نکته: $A^n=A^{n-1}\times A=A^{n-2}\times A^2=\cdots$

دو ماتریس A و $I-A$ وارون یکدیگرند، پس:

$$A(I-A)=I\Rightarrow A-A^2=I\Rightarrow A^2=A-I\Rightarrow A^4=(A-I)^2=A^2-2A+I=A-I-2A+I=-A$$

$$A^4=-A\xrightarrow{\times A}A^5=-A^2=-(A-I)=-A+I\Rightarrow\begin{cases}m=-1\\n=1\end{cases}$$

بنابراین:

$$m+n=0$$

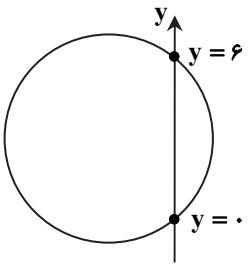
۱۳۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحهٔ ۴۰ هندسه ۳

نکته: معادلهٔ استاندارد دایره به مرکز $O(\alpha,\beta)$ و شعاع R به‌صورت زیر است:

$$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=R^2$$

ابتدا معادلهٔ دایره را به فرم استاندارد درمی‌آوریم:

$$x^2+y^2+6x-6y=0 \Rightarrow (x+3)^2-9+(y-3)^2-9=0 \Rightarrow (x+3)^2+(y-3)^2=18 \Rightarrow R=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$$



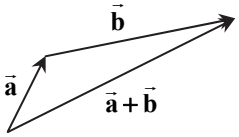
دایره را با محور yها قطع می‌دهیم:

$$x^2+y^2+6x-6y=0 : x=0 \Rightarrow y^2-6y=0 \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ y=6 \end{cases}$$

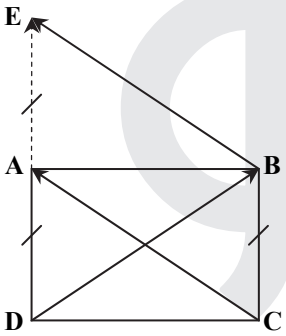
$$\Rightarrow \text{طول وتر}=6 \Rightarrow \frac{6}{3\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

۱۳۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۶۹ هندسه ۳

نکته (جمع بردارها): برای جمع دو بردار که انتهای یکی بر ابتدای دیگری واقع است، از ابتدای بردار اول به انتهای بردار دوم وصل می‌کنیم.



از B موازی و مساوی CA رسم می‌کنیم:

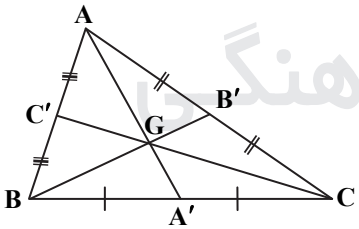


$$\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BE}$$
$$\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{DA}$$
$$\text{حاصل عبارت}=2\overrightarrow{CB}+2\overrightarrow{DA}=2\overrightarrow{DA}+2\overrightarrow{DA}=4\overrightarrow{DA}$$

۱۳۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۳۶ و ۴۸ هندسه ۳

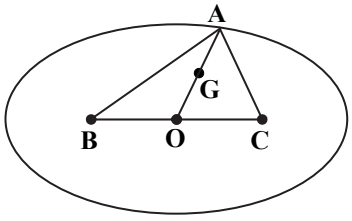
نکته: بیضی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که مجموع فواصل آن‌ها از دو نقطهٔ ثابت در آن صفحه (کانون‌های بیضی) مقدار ثابتی (قطر بزرگ بیضی) است.

نکته: در هر مثلث میانه‌ها یکدیگر را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کنند و به محل تلاقی آن‌ها مرکز ثقل مثلث می‌گویند.



$$\begin{cases} \frac{A'G}{AG}=\frac{1}{2} \\ \frac{B'G}{BG}=\frac{1}{2} \\ \frac{C'G}{CG}=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{A'G}{AA'}=\frac{1}{3} \\ \frac{B'G}{BB'}=\frac{1}{3} \\ \frac{C'G}{CC'}=\frac{1}{3} \end{cases}$$

نکته: مجانس هر شکل، شکلی است متشابه با خود آن شکل.



$$BC=6 \ , \ AB+AC+BC=18 \Rightarrow AB+AC=18-6=12$$

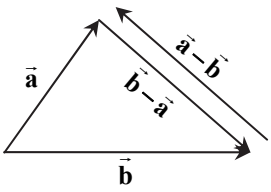
چون B و C ثابت و $AB+AC$ نیز ثابت است، پس مکان رأس، یک بیضی با کانون‌های B و C و مقدار ثابت ۱۲ است. نقطهٔ G (مرکز ثقل مثلث) نقطه‌ای است که $\frac{OG}{OA}=\frac{1}{3}$. پس G مجانس نقطهٔ A در تجانس به مرکز O و نسبت $\frac{1}{3}$ است و لذا مکان G نیز یک بیضی مجانس بیضی اول با نسبت تجانس $\frac{1}{3}$ است. لذا مقدار ثابت آن نیز $\frac{1}{3}$ مقدار ثابت بیضی اول است: $2a=\frac{1}{3}\times 12=4$

مؤسسه آموزشی فرهنگ‌گستر
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

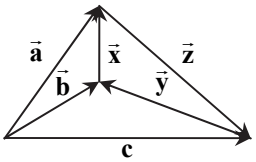
۱۳۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحهٔ ۸۴ هندسه ۳

راه‌حل اول:

نکته (تفریق بردارها): برای تفریق دو بردار که ابتدای آن‌ها یکسان است، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:



اگر a، b و c را سه بردار در فضا در نظر بگیریم، مطابق شکل زیر:



$$\begin{cases}\vec{x}=\vec{a}-\vec{b}\\ \vec{y}=\vec{b}-\vec{c}\\ \vec{z}=\vec{c}-\vec{a}\end{cases}$$

مطابق شکل، سه بردار $\vec{x}$، $\vec{y}$ و $\vec{z}$ واقع در یک وجه هرمانند، یعنی در یک صفحه واقع‌اند، پس ضرب مختلط آن‌ها برابر صفر است:

$$\vec{x}\cdot(\vec{y}\times\vec{z})=0$$

راه‌حل دوم:

نکته: $\vec{a}\times\vec{a}=\vec{0}$

نکته: $\vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a}$

نکته: حاصل‌ضرب خارجی دو بردار، برداری است که بر هر دو بردار اولیه عمود است.

نکته: حاصل‌ضرب داخلی دو بردار عمود بر هم برابر صفر است.

نکته: حجم متوازی‌السطوح بنا شده بر روی ۳ بردار $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ برابر است با: $\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})=\vec{b}\cdot(\vec{c}\times\vec{a})=\vec{c}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})$

ابتدا حاصل عبارت داخل کروشه را حساب می‌کنیم: $(\vec{b}-\vec{c})\times(\vec{c}-\vec{a})=\vec{b}\times\vec{c}-\vec{b}\times\vec{a}-\vec{c}\times\vec{c}+\vec{c}\times\vec{a}=\vec{b}\times\vec{c}+\vec{a}\times\vec{b}+0+\vec{c}\times\vec{a}$

اکنون داریم:

$$\begin{aligned}(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{b}\times\vec{c}+\vec{a}\times\vec{b}+\vec{c}\times\vec{a}) &= \vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})+\vec{a}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})+\vec{a}\cdot(\vec{c}\times\vec{a})-\vec{b}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})-\vec{b}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})-\vec{b}\cdot(\vec{c}\times\vec{a})\\ &= \vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})-\vec{b}\cdot(\vec{c}\times\vec{a})=V_{\text{متوازی‌السطوح}}-V_{\text{متوازی‌السطوح}}=0\end{aligned}$$

دقت کنید که حاصل‌ضرب مختلطی مثل $\vec{x}\cdot(\vec{x}\times\vec{y})$ برابر صفر است؛ زیرا بردار $\vec{x}\times\vec{y}$ برداری است که بر بردار $\vec{x}$ عمود است و حاصل‌ضرب داخلی بردار $\vec{x}$ در برداری که بر آن عمود همواره برابر صفر است.

۱۳۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۶ تا ۱۱ و ۱۳ و ۱۸ آمار و احتمال

نکته: برای سه گزارهٔ دلخواه p، q و r، داریم:

۱) $p\Rightarrow q\equiv\sim p\vee q$

۲) $\sim(\sim p)\equiv p$

۳) $(p\vee q)\vee r\equiv p\vee(q\vee r)$

۴) $p\vee\sim p\equiv T$

۵) $p\vee T\equiv T$

با توجه به نکته، داریم: $\sim(p\Rightarrow q)\Rightarrow\sim q\equiv(p\Rightarrow q)\vee\sim q\equiv(\sim p\vee q)\vee\sim q\equiv\sim p\vee(q\vee\sim q)\equiv\sim p\vee T\equiv T$

۱۳۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۲۷ تا ۳۴ آمار و احتمال

نکته: برای سه مجموعهٔ دلخواه A، B و C با مجموعهٔ مرجع U، داریم:

۱) $A\cup(B\cap C)\overset{\text{توزیع‌پذیری}}{=\!=}(A\cup B)\cap(A\cup C)$

۲) $A\cup A'=U$

۳) $A\cap U=A$

۴) $A-B=A\cap B'$

۵) $A'\cap B'\overset{\text{دمورگان}}{=\!=}(A\cup B)'$

۶) $(A')'=A$

۷) $A\cap(B\cap C)\overset{\text{شرکت‌پذیری}}{=\!=}(A\cap B)\cap C$

۸) $A\cap(A\cup B)\overset{\text{جذب}}{=\!=}A$

با توجه به نکته، داریم:

$$\begin{aligned}\big[A\cup(B\cap A')\big]-(A'\cup C') &=\big[(A\cup B)\cap(A\cup A')\big]\cap(A'\cup C')'=\big[(A\cup B)\cap U\big]\cap(A\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cap C)\\ &=\big[\underbrace{(A\cup B)\cap A}_{\text{جذب}=A}\big]\cap C=A\cap C\end{aligned}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۳۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۱۴۶ ریاضی ۱

نکتهٔ ۱: اگر عمل A به m روش و عمل B به n روش قابل انجام باشد، تعداد روش‌های انجام هم‌زمان عمل A و B برابر است با: $m \times n$

نکتهٔ ۲: احتمال وقوع پیشامد A در فضای نمونه‌ای S را با $P(A)$ نمایش داده و برابر است با: $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

با توجه به نکتهٔ ۱، تعداد اعضای فضای نمونه‌ای عبارت است از تعداد کل اعداد چهاررقمی ساخته‌شده با ارقام ۲،۱،۰ که برابر است با:

$$n(S)=۲\times۳\times۳\times۳=۵۴$$

و امّا از این ۵۴ عدد، اعدادی مضرب ۳۰ هستند که هم رقم یکان صفر داشته باشند و هم مجموع ارقام آن‌ها مضرب ۳ باشد که عبارت‌اند از:

$$A=\{۱۱۱۰,۲۲۲۰,۲۱۰۰,۲۰۱۰,۱۲۰۰,۱۰۲۰\} \Rightarrow n(A)=۶$$

بنابراین با توجه به نکتهٔ ۲، احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۶}{۵۴}=\frac{۱}{۹}$$

۱۳۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵ آمار و احتمال

نکتهٔ ۱: در حل مسائل احتمال شرطی می‌توانیم شرط مسئله را برابر فضای نمونه‌ای گرفته و احتمال پیشامد موردنظر را به کمک احتمال هم‌شانس با رابطهٔ $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$ به‌دست آوریم.

با توجه به نکته، پیشامد آنکه مجموع برآمدها عددی اول باشد را فضای نمونه‌ای در نظر می‌گیریم و زوج‌مرتب‌هایی را می‌نویسیم که مجموع آن‌ها ۲ یا ۳ یا ۵ یا ۷ یا ۱۱ باشد:

$$S=\{(۱,۱),(۱,۲),(۲,۱),(۱,۴),(۲,۳),(۳,۲),(۴,۱),(۱,۶),(۲,۵),(۳,۴),(۴,۳),(۵,۲),(۶,۱),(۵,۶),(۶,۵)\} \Rightarrow n(S)=۱۵$$

اینک در این فضای نمونه‌ای، زوج‌مرتب‌هایی که حداقل یکی از مؤلفه‌های آن‌ها اول باشد، عبارت‌اند از:

$$A=\{(۱,۲),(۲,۱),(۲,۳),(۳,۲),(۲,۵),(۳,۴),(۴,۳),(۵,۲),(۵,۶),(۶,۵)\} \Rightarrow n(A)=۱۰$$

بنابراین احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱۰}{۱۵}=\frac{۲}{۳}$$

۱۴۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰ آمار و احتمال

نکته: اگر پیشامدهای $A_۱$ تا A_n فضای نمونه‌ای S را افراز کنند به‌طوری که پیشامد A به آن‌ها وابسته باشد، طبق قانون احتمال کل، احتمال وقوع پیشامد A برابر است با:

$$P(A)=\sum_{i=۱}^{n} P(A_i)\times P(A\mid A_i)$$

برای خروج ۲ سکه از جعبه، ۶ حالت $\{A,A\},\{A,B\},\{A,C\},\{B,B\},\{B,C\},\{C,C\}$ وجود دارد که در هر کدام بایستی حالت مطلوب یعنی برآمد هر دو سکه عدد، محاسبه شود. پس با توجه به نکته، داریم:

- **A,A**: $\frac{\binom{۴}{۲}}{\binom{۹}{۲}}=\frac{۶}{۳۶}=\frac{۱}{۶}$ ← هردوعدد ← ۱
- **A,B**: $\frac{\binom{۴}{۱}\times\binom{۲}{۱}}{\binom{۹}{۲}}=\frac{۸}{۳۶}=\frac{۲}{۹}$ ← هردوعدد ← ۰
- **A,C**: $\frac{\binom{۴}{۱}\times\binom{۳}{۱}}{\binom{۹}{۲}}=\frac{۱۲}{۳۶}=\frac{۱}{۳}$ ← هردوعدد ← $\frac{۱}{۲}$
- **B,B**: $\frac{\binom{۲}{۲}}{\binom{۹}{۲}}=\frac{۱}{۳۶}$ ← هردوعدد ← ۰
- **B,C**: $\frac{\binom{۲}{۱}\times\binom{۳}{۱}}{\binom{۹}{۲}}=\frac{۶}{۳۶}=\frac{۱}{۶}$ ← هردوعدد ← ۰
- **C,C**: $\frac{\binom{۳}{۲}}{\binom{۹}{۲}}=\frac{۳}{۳۶}=\frac{۱}{۱۲}$ ← هردوعدد ← $\frac{۱}{۴}$

بنابراین داریم:

$$P(A)=\frac{۱}{۶}\times۱+\frac{۲}{۹}\times۰+\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳۶}\times۰+\frac{۱}{۶}\times۰+\frac{۱}{۱۲}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۴۸}=\frac{۱۷}{۴۸}$$

مؤسسه آموزشی فرهنگ
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۴۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۹۴ آمار و احتمال

نکته: واریانس داده‌های x_1 تا x_n را با σ^2 نمایش داده و برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

در ابتدا واضح است که با اضافه کردن دو دادهٔ $\bar{x}+6$ و $\bar{x}-6$ از آنجایی که میانگین این دو داده با میانگین داده‌ها برابر است، پس میانگین ۱۲ دادهٔ جدید با میانگین ۱۰ دادهٔ اولیه برابر است.

پس با توجه به نکته، واریانس داده‌های جدید را حساب می‌کنیم:

$$\sigma^2_{\text{جدید}} = \frac{\overbrace{(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_{10}-\bar{x})^2}^{\sigma^2_{\text{قدیم}}}+(\bar{x}+6-\bar{x})^2+(\bar{x}-6-\bar{x})^2}{12} = \frac{10\times 18+36+36}{12} = 21$$

۱۴۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحهٔ ۱۴ ریاضیات گسسته

نکته: اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد، اعداد صحیح q و r موجودند به‌طوری که $a = bq + r$ و $0 \le r < b$ که در آن a را مقسوم، b را مقسوم‌علیه، q را خارج‌قسمت و r را باقی‌مانده می‌نامیم و به قضیهٔ تقسیم معروف است.

به کمک اطلاعات مسئله و با توجه به نکته واضح است که تمام جملات دنباله به فرم $252q + 36$ هستند:

$$a = 252q + 36$$

از طرفی می‌خواهیم اولین جمله‌ای را بیابیم که مضرب ۲۴۰ باشد:

$$a = 240k$$

اینک به طریق زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} a = 252q+36 \xrightarrow{\times 20} 20a = 5040q + 720 \\ a = 240k \xrightarrow{\times 21} 21a = 5040k \end{cases} \xrightarrow{(-)} a = 5040q' - 720 \xrightarrow{q'=1} \alpha = 5040 - 720 = 4320$$

پس اولین جمله از دنباله که مضرب ۲۴۰ است برابر ۴۳۲۰ است و خواهیم داشت:

$$4320 = 252q + 36 \Rightarrow q = 17$$

و این یعنی هجدهمین جملهٔ دنباله مضرب ۲۴۰ است.

۱۴۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۱۴ ریاضیات گسسته

نکته: اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد، اعداد صحیح q و r موجودند به‌طوری که $a = bq + r$ و $0 \le r < b$ که در آن a را مقسوم، b را مقسوم‌علیه، q را خارج‌قسمت و r را باقی‌مانده می‌نامیم و به قضیهٔ تقسیم معروف است.

با توجه به نکته، هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ ۱: $a = bq + r \Rightarrow nk = nk'q + r \Rightarrow n(k - k'q) = r \Rightarrow r = nq'$ ✓

گزینهٔ ۲: $a = bq + r \Rightarrow a = nkq + nk' = n(kq + k') = nq'$ ✓

گزینهٔ ۳: $a = bq + r \Rightarrow nk = bq + nk' \Rightarrow bq = n(k - k') \Rightarrow bq = nq'$ ✗

که در این حالت لزوماً b مضرب n نیست و ممکن است q مضرب n باشد و حتی ممکن است هیچ‌کدام مضرب n نباشند و فقط bq مضرب n باشد.

گزینهٔ ۴: $a = bq + r \Rightarrow nk = bnk' + r \Rightarrow n(k - bk') = r \Rightarrow r = nq'$ ✓

بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ است.

۱۴۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۱۹ و ۲۹ ریاضیات گسسته

نکتهٔ ۱: $a \overset{m}{\equiv} b \;,\; n \mid m \Rightarrow a \overset{n}{\equiv} b$

نکتهٔ ۲: $a \overset{m}{\equiv} b \;,\; c \overset{m}{\equiv} d \Rightarrow a \pm c \overset{m}{\equiv} b \pm d$

با توجه به نکتهٔ ۱، داریم:

$$\begin{cases} a \overset{78}{\equiv} b \xrightarrow{26 \mid 78} a \overset{26}{\equiv} b \\ c \overset{52}{\equiv} d \xrightarrow{26 \mid 52} c \overset{26}{\equiv} d \end{cases} \xrightarrow{\text{نکتهٔ ۲}} a - c \overset{26}{\equiv} b - d$$

بنابراین گزینهٔ ۲ پاسخ است.

دقت کنید که برای سایر گزینه‌ها، مثال نقض $a = 1$ ، $b = 79$ ، $c = 55$ و $d = 3$ وجود دارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۲۲ و ۲۳ ریاضیات گسسته

نکتهٔ ۱: باقی‌ماندهٔ تقسیم هر عدد بر ۹ برابر است با باقی‌ماندهٔ تقسیم مجموع ارقام آن عدد بر ۹.

نکتهٔ ۲: برای به‌دست آوردن باقی‌ماندهٔ تقسیم هر عدد بر ۱۱ ابتدا ارقام عدد را از راست به چپ یکی در میان مثبت و منفی گذاشته و با هم جمع جبری می‌کنیم سپس باقی‌ماندهٔ عدد حاصل را بر ۱۱ به‌دست می‌آوریم.

نکتهٔ ۳: برای یافتن باقی‌ماندهٔ یک عدد بر عدد ۲^n کافی است باقی‌ماندهٔ n‌رقم سمت راست آن عدد را بر ۲^n بیابیم.

از آنجایی که $۹\times۱۱=۹۹$ پس عدد مفروض هم بر ۹ بخش‌پذیر است هم بر ۱۱. پس با توجه به نکات، داریم:

$$\overline{۵a۹۳b۲۱}\overset{۹}{\equiv}۰\Rightarrow ۵+a+۹+۳+b+۲+۱\overset{۹}{\equiv}۰\Rightarrow a+b+۲\overset{۹}{\equiv}۰\Rightarrow a+b\overset{۹}{\equiv}-۲\overset{۹}{\equiv}۷\overset{۹}{\equiv}۱۶\Rightarrow a+b=۷ \text{ یا } a+b=۱۶ \quad (۱)$$

$$\overline{۵a۹۳b۲۱}\overset{۱۱}{\equiv}۰\Rightarrow ۱-۲+b-۳+۹-a+۵\overset{۱۱}{\equiv}۰\Rightarrow b-a\overset{۱۱}{\equiv}-۱۰\overset{۱۱}{\equiv}۱\Rightarrow b-a=۱ \quad (۲)$$

از روابط (۱) و (۲)، داریم:

$$\begin{cases}a+b=۷\\b-a=۱\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=۳\\b=۴\end{cases}\Rightarrow \overline{۴۷۶ab}=۴۷۶۳۴\overset{۸}{\equiv}۶۳۴\overset{۸}{\equiv}۲$$

یا

$$\begin{cases}a+b=۱۶\\b-a=۱\end{cases}\Rightarrow \text{در مجموعهٔ اعداد صحیح جواب ندارد.}$$

بنابراین گزینهٔ ۱ پاسخ است.

۱۴۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحه‌های ۳۶، ۳۹ و ۴۰ ریاضیات گسسته

نکتهٔ ۱: مجموعهٔ همسایگی‌های باز رأس a را با $N_G(a)$ نمایش داده و عبارت است از مجموعه رئوسی که با a مجاور هستند.

نکتهٔ ۲: در هر گراف ساده، تعداد رئوس با درجهٔ فرد، عددی زوج است.

نکتهٔ ۳: گراف G را همبند گوییم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد. به عبارت دیگر هر گراف همبند یک گراف یک‌بخشی است.

با توجه به نکتهٔ ۱ درجهٔ رئوس v_1 تا v_4 همگی برابر ۳ است و چون چهار رأس درجهٔ فرد داریم، پس با توجه به نکتهٔ ۲ درجهٔ رأس v_5 باید عددی زوج باشد و از آنجایی که گراف G همبند است، پس با توجه به نکتهٔ ۳ درجهٔ رأس v_5 می‌توان ۲ یا ۴ باشد.

بنابراین گزینهٔ ۲ پاسخ است.

۱۴۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۳۵، ۳۸ و ۳۹ ریاضیات گسسته

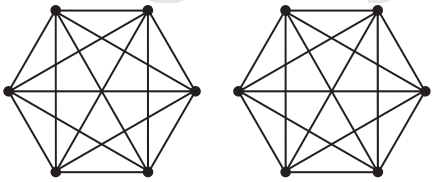
نکتهٔ ۱: گراف G را k- منتظم گوییم هرگاه درجهٔ هر رأس آن برابر k باشد.

نکتهٔ ۲: گراف G را ناهمبند گوییم هرگاه همبند نبوده و از چند بخش جدا از هم تشکیل شده باشد.

نکتهٔ ۳: گراف G را کامل گوییم هرگاه همهٔ رئوس آن با هم مجاور باشند، به‌عبارت دیگر در گراف کامل مرتبهٔ p درجهٔ همهٔ رئوس برابر $p-۱$ است. گراف کامل مرتبهٔ p را با K_p نمایش می‌دهیم.

نکتهٔ ۴: تعداد دورهای به‌طول m در گراف کامل K_p برابر است با: $\binom{p}{m}\frac{(m-۱)!}{۲}$

با توجه به نکات ۱ تا ۳ واضح است که گراف ۵- منتظم ناهمبند از دو گراف کامل $K_۶$ مطابق شکل، تشکیل شده است:



بنابراین تعداد دورها به‌طول ۳ در این گراف، با توجه به نکتهٔ ۴، برابر است با:

$$۲\times\binom{۶}{۳}\frac{(۳-۱)!}{۲}=۲\times۲۰\times۱=۴۰$$

۱۴۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحهٔ ۴۶ ریاضیات گسسته

نکته: یک مجموعهٔ احاطه‌گر را مینیمال گوییم هرگاه با حذف هریک از رئوسش دیگر احاطه‌گر نباشد.

با توجه به نکته، هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

در گزینهٔ ۱ با حذف رأس b، مجموعهٔ باقی‌مانده کماکان احاطه‌گر است، پس مینیمال نیست.

در گزینهٔ ۲ مجموعهٔ داده‌شده اصلاً احاطه‌گر نیست؛ زیرا رأس d را احاطه نمی‌کند.

در گزینهٔ ۳ با حذف رأس b، مجموعهٔ باقی‌مانده کماکان احاطه‌گر است و مینیمال نیست.

مجموعهٔ داده‌شده در گزینهٔ ۴، احاطه‌گر مینیمال است؛ زیرا با حذف هریک از اعضایش مجموعهٔ باقی‌ماندهٔ دیگر احاطه‌گر نخواهد بود.

بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۶۲ ریاضیات گسسته

نکته: یک جدول مربعی $n\times n$ از اعداد ۱ تا n را مربع لاتین گوییم هرگاه در هر سطر و هر ستون تمام اعداد طبیعی ۱ تا n موجود باشند و در هیچ سطر یا هیچ ستونی عدد تکراری وجود نداشته باشد. به اعداد داخل خانه‌های مربع لاتین، درایه می‌گوییم.

ابتدا با توجه به نکته، در ستون سوم، داریم:

۴	۱	۵	۳	۲
	e	a	f	۴
		b		
		c		
		a	۵	

$$۵+a+b+c+d=۵+۱+۲+۳+۴ \Rightarrow a+b+c+d=۱۰ \quad (۱)$$

از طرفی با توجه به نکته، f نمی‌توان ۴،۵،۳ باشد، پس بایستی یکی از اعداد ۱ یا ۲ باشد که برای ماکزیمم شدن مجموع خانه‌های هاشورخورده آن را برابر ۲ در نظر می‌گیریم.

از طرفی a نمی‌تواند ۴،۵ باشد و برای ماکزیمم شدن مجموع خانه‌های هاشورخوردهٔ آن برابر ۳ در نظر می‌گیریم.

و در نهایت e هم نمی‌تواند ۴،۳،۲،۱ باشد، پس ۵ است. بنابراین داریم: $a+b+c+d+e+f=۱۰+۵+۲=۱۷$

مربع لاتین حاصل به‌صورت زیر است:

۴	۱	۵	۳	۲
۱	۵	۳	۲	۴
۲	۳	۱	۴	۵
۵	۲	۴	۱	۳
۳	۴	۲	۵	۱

۱۵۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۷۳ و ۷۴ ریاضیات گسسته

نکتهٔ ۱: تعداد اعضایی که نه به مجموعهٔ A تعلق دارند و نه به مجموعهٔ B را با نماد $|\bar{A}\cap\bar{B}|$ نمایش می‌دهیم که عبارت‌اند از:

$$|\bar{A}\cap\bar{B}|=|S|-|A\cup B|=|S|-(|A|+|B|-|A\cap B|)$$

نکتهٔ ۲: تعداد جایگشت‌های n شیء که در آن‌ها $r_۱$ شیء یکسان و $r_۲$ شیء یکسان و ... و r_k شیء یکسان وجود دارد، برابر است با:

$$\frac{n!}{r_۱!\times r_۲!\times\cdots\times r_k!}$$

اگر A را مجموعهٔ اعداد هشت‌رقمی که در آن‌ها هم یک‌ها کنار هم باشند و B را مجموعهٔ اعداد هشت‌رقمی که در آن‌ها هم دوها کنار هم باشند، در نظر بگیریم، با توجه به نکتهٔ ۱ بایستی $|\bar{A}\cap\bar{B}|$ را حساب کنیم که در این صورت با توجه به نکات ۱ و ۲، خواهیم داشت:

$$|\bar{A}\cap\bar{B}|=\underset{\text{کل اعداد هشت‌رقمی}}{|S|}-\underset{\text{همهٔ یک‌ها کنار هم}}{|A|}-\underset{\text{همهٔ دوها کنار هم}}{|B|}+\underset{\text{همهٔ یک‌ها و همهٔ دوها کنار هم}}{|A\cap B|}$$

$$=\frac{۸!}{۲!\times۳!}-\frac{۷!}{۳!}-\frac{۶!}{۲!}+۵!=۳۳۶۰-۸۴۰-۳۶۰+۱۲۰=۲۲۸۰$$

فیزیک

۱۵۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحهٔ ۱۷ فیزیک ۳

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t \Rightarrow ۳۶۰=\frac{۱}{۲}a\times۱۲^۲+۰ \Rightarrow ۶\times۱۲\times a=۳۶۰ \Rightarrow a=۵\frac{m}{s^۲}$$

۴ ثانیه قبل از رسیدن به B یعنی ۸ ثانیه پس از شروع حرکت.

$$v=at+v_۰ \Rightarrow v=۵\times۸+۰=۴۰\frac{m}{s}$$

۱۵۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷ فیزیک ۳

اینکه دو متحرک از کنار یکدیگر عبور کنند (به‌هم برسند) یعنی $x_A=x_B$. ضمناً مساحت بین نمودار سرعت- زمان با محور زمان برابر Δx (جابه‌جایی) است.

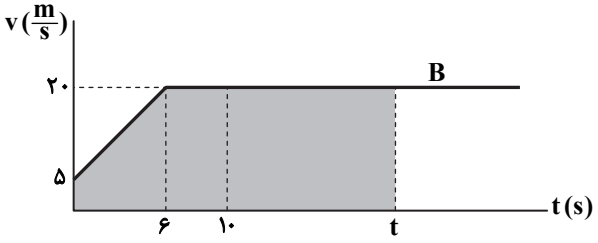
نمودار سرعت- زمان A یک خط مستقیم بوده یعنی حرکت آن با شتاب ثابت است.

$$v_{۰A}=۳۰\frac{m}{s},\ a_A=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۲۰-۳۰}{۱۰}=-۱\frac{m}{s^۲},\ v=at+v_۰ \xrightarrow{\text{لحظهٔ توقف A}} ۰=-t+۳۰ \Rightarrow t=۳۰s$$

$$x_A=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰=-\frac{۱}{۲}t^۲+۳۰t+۰=-\frac{t^۲}{۲}+۳۰t$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

برای B از مساحت زیر نمودار استفاده می‌کنیم.



$$\Delta x_B = x_B - x_{\circ B} = ۶\times\frac{۵+۲۰}{۲}+۲۰(t-۶)$$

$$\Rightarrow x_B = ۲۰t-۱۲۰+۷۵+۲۳ = ۲۰t-۲۲$$

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{-t^۲}{۲}+۳۰t = ۲۰t-۲۲ \Rightarrow \frac{-t^۲}{۲}+۱۰t+۲۲ = ۰$$

$$\Rightarrow t^۲-۲۰t-۴۴ = ۰ \Rightarrow (t+۲)(t-۲۲) = ۰$$

$$\Rightarrow t = ۲۲s \xrightarrow{۳۰-۲۲=۸} \text{A ۸ ثانیه قبل از توقف}$$

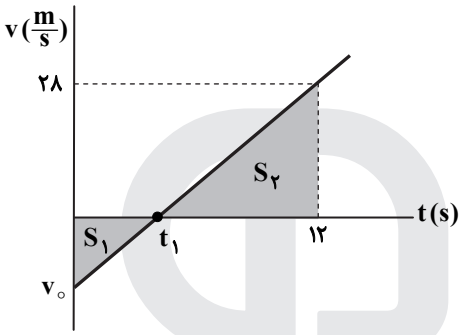
۱۵۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۱۰، ۱۷ و ۱۸ فیزیک ۳

شتاب حرکت ثابت است. (چرا؟)

$$v(۱۲) = \frac{۱۱۲-۰}{۱۲-۸} = \frac{۱۱۲}{۴} = ۲۸\frac{m}{s} \Rightarrow \text{شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان برابر سرعت است.}$$

در ادامه می‌توان سؤال را به روش‌های مختلفی حل نمود.

راه‌حل اول: نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم.



$$S_۲ = \Delta x_۲ \Rightarrow \frac{۲۸\times(۱۲-t_۱)}{۲} = ۱۱۲-۱۴ = ۹۸$$

$$\Rightarrow ۱۴\times(۱۲-t_۱) = ۹۸ \Rightarrow ۱۲-t_۱ = ۷ \Rightarrow t_۱ = ۵s \quad \text{(لحظهٔ توقف)}$$

$$\text{تشابه:} \frac{|S_۱|}{S_۲} = (\frac{۵}{۷})^۲ = \frac{۲۵}{۴۹} \Rightarrow |S_۱| = \frac{۲۵}{۴۹}\times۹۸ = ۵۰m$$

مسافت موردنظر، ۲ برابر اندازهٔ جابه‌جایی از $t=۰$ تا $t=۵s$ است، پس:

$$\ell = ۲|S_۱| = ۲\times۵۰ = ۱۰۰m$$

راه‌حل دوم: در رأس سهمی، مماس بر نمودار افقی است، پس:

$$v = ۰$$

$$v_۲^۲-v_۱^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۲۸^۲-۰ = ۲a(۱۱۲-۱۴) \Rightarrow ۲۸^۲ = ۲a\times۹۸ \Rightarrow a = \frac{۲۸\times۲۸}{۲\times۹۸} = \frac{۷\times۲۸}{۴۹} = ۴\frac{m}{s^۲}$$

$$v = at+v_\circ \Rightarrow ۲۸ = ۱۲\times۴+v_\circ \Rightarrow v_\circ = -۲۰\frac{m}{s}$$

$$v_۲^۲-v_۱^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۲۸^۲-(-۲۰)^۲ = ۲\times۴\times(۱۱۲-x_\circ)$$

$$\Rightarrow (۲۸-۲۰)(۲۸+۲۰) = ۸\times(۱۱۲-x_\circ) \Rightarrow ۱۱۲-x_\circ = ۴۸ \Rightarrow x_\circ = ۶۴m$$

در مدت موردنظر، متحرک از $x_\circ = ۶۴m$ تا $x = ۱۴m$ می‌رود و برمی‌گردد:

$$\ell = ۲\times(۶۴-۱۴) = ۱۰۰m$$

همچنین به‌جای محاسبهٔ $x_\circ$ می‌توان لحظهٔ توقف و جابه‌جایی تا آن لحظه را به‌دست آورد.

لحظهٔ توقف: $v=۰ \Rightarrow ۴t_۱-۲۰=۰ \Rightarrow t_۱ = ۵s$

$$\Delta x_۱ = \frac{v_\circ+v_۱}{۲}\Delta t \Rightarrow \frac{-۲۰+۰}{۲}\times۵ = -۵۰m$$

$$\ell = ۲|\Delta x_۱| = ۲\times۵۰ = ۱۰۰m$$

۱۵۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۲۲ و ۲۳ فیزیک ۳

در قسمت بالا رفتن از زمین: $h = v_۰\Delta t = ۳۰\times۶ = ۱۸۰m$

لذا با یک حرکت سقوط آزاد روبه‌رو هستیم که از ارتفاع ۱۸۰ متری سطح زمین شروع می‌شود. (جهت مثبت را روبه‌پایین در نظر می‌گیریم.)

راه‌حل اول:

$$v_۲^۲-v_۱^۲ = ۲g\Delta y \Rightarrow v^۲-۰ = ۲\times۱۰\times۱۸۰ \Rightarrow v = ۶۰\frac{m}{s} \quad \text{(سرعت سنگ هنگام رسیدن به زمین)}$$

$$\Delta v = g\Delta t \Rightarrow ۶۰-v_۱ = ۱\times۱۰ \Rightarrow v_۱ = ۵۰\frac{m}{s} \quad \text{(سرعت سنگ ۱ ثانیه قبل از رسیدن به زمین)}$$

$$\Delta y = \frac{v_۱+v_۲}{۲}\Delta t = \frac{۵۰+۶۰}{۲}\times۱ = ۵۵m$$

مؤسسه آموزشی فرهنگی
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

راه‌حل دوم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 180 = 5t^2 \Rightarrow t = 6s \quad \text{(زمان کل سقوط)}$$

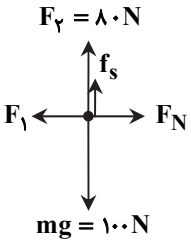
$$v_1 = gt_1 = 10\times 5 = 50\frac{m}{s} \quad \text{(سرعت ۱ ثانیه قبل از رسیدن به زمین)}$$

$$v_2 = gt_2 = 10\times 6 = 60\frac{m}{s} \quad \text{(سرعت هنگام رسیدن به زمین)}$$

$$\Delta y = \frac{v_1+v_2}{2}\Delta t \Rightarrow \Delta y = \frac{60+50}{2}\times 1 = 55\,m$$

۱۵۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۵۹ فیزیک ۳ (مسئلهٔ ۱۴)

در حالت اول داریم:

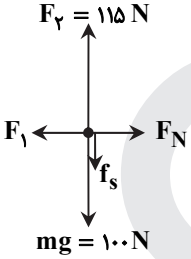


$$80 + f_s = 100 \Rightarrow f_s = 20N$$

چون در آستانهٔ لغزیدن است:

$$f_s = f_{s,max} = 20N$$

در حالت دوم، مقدار F_2 برابر ۱۱۵ نیوتون است و چون F_N تغییر نمی‌کند $f_{s,max}$ همان ۲۰ نیوتون است.



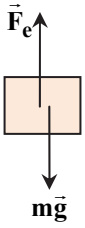
$$115 = 100 + f_s \Rightarrow f_s = 15\,N < f_{s,max}$$

پس باز هم وزنه ساکن است.

$$F_N = 30N\ ,\ f_s = 15\,N \Rightarrow R = \sqrt{30^2+15^2} = 15\sqrt{2^2+1^2} = 15\sqrt{5}N$$

۱۵۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۱۷ و ۵۸ فیزیک ۳ (مسئلهٔ ۱۱)

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 24 = \frac{1}{2}a\times 4^2 + 0 \Rightarrow a = 3\frac{m}{s^2}$$



$$F_e - mg = ma \Rightarrow F_e - 200 = 20\times 3 \Rightarrow F_e = 260N$$

طبق قانون هوک $(F_e = k|\Delta\ell|)$ تغییر طول فنر متناسب با بزرگی نیروی آن است، یعنی می‌توانیم بین تغییر طول فنر و نیروی آن تناسب مستقیم بنویسیم و در نتیجه طول فنر یک تابع خطی (درجهٔ ۱) از بزرگی نیروی آن است.

$$\frac{\ell_2-\ell_1}{F_{e_2}-F_{e_1}} = \frac{\ell_3-\ell_1}{F_{e_3}-F_{e_1}} \Rightarrow \frac{79-71}{300-100} = \frac{\ell-71}{260-100} \Rightarrow \frac{8}{200}\times 160 = \ell - 71 \Rightarrow \ell - 71 = 6/4 \Rightarrow \ell = 77/4\,cm$$

تذکر: البته می‌توانید ابتدا ثابت فنر (k) و طول عادی آن (ℓ_0) را با استفاده از نمودار به‌دست آورده و سپس طول فنر را محاسبه نمایید.

۱۵۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۴۷ فیزیک ۳

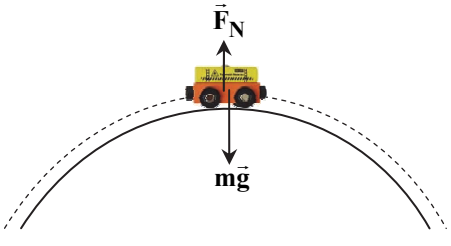
$$\vec{p}(2) = (2\times 4 + 11\times 2 - 14)\vec{i} + (5\times 2 + 2)\vec{j} = 16\vec{i} + 12\vec{j} \Rightarrow p^2 = p_x^2 + p_y^2 = 16^2 + 12^2$$

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow K = \frac{16^2+12^2}{2\times 4} = \frac{20^2}{8} = 50J$$

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{p}(2)-\vec{p}(0)}{2-0} = \frac{(2\times 2^2 + 11\times 2)\vec{i} + (5\times 2)\vec{j}}{2} = \frac{30\vec{i}+10\vec{j}}{2} = 15\vec{i} + 5\vec{j}$$

$$|\vec{F}_{av}| = \sqrt{15^2+5^2} = 5\sqrt{3^2+1^2} = 5\sqrt{10}N$$

۱۵۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۵۲ و ۵۳ فیزیک ۳



نیروی خالص وارد بر واگن به‌طرف مرکز دایره و بزرگی آن $\frac{mv^2}{R}$ است.

$$mg - F_N = \frac{mv^2}{R}$$

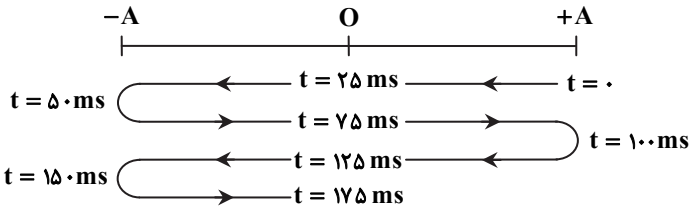
$$4 - 3/98 = \frac{0/4\times 0/04}{R} \Rightarrow R = 0/8\,m = 80cm$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۵۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۶۳ و ۶۴ فیزیک ۳

$$\frac{2\pi}{T}=20\pi \Rightarrow T=\frac{1}{10}s=100ms$$

نوسانگر در $t=0$ از $x=+A$ شروع به حرکت کرده، پس از $\frac{T}{4}$ به مرکز نوسان رسیده و ادامهٔ حرکت آن نیز به شکل روبه‌رو است.



در مدتی که متحرک از $-A$ تا O حرکت می‌کند، سرعت و شتاب هر دو مثبت هستند؛ یعنی یک‌بار از $t=50ms$ تا $t=75ms$ و یک‌بار از $t=150ms$ تا $t=160ms$، پس جواب می‌شود ۳۵ میلی‌ثانیه.

۱۶۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحهٔ ۶۶ فیزیک ۳

$$E=K_{max}=\frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

$$10=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\omega^2\times(\frac{1}{10})^2 \Rightarrow \omega^2=4000 \Rightarrow 4\pi^2f^2=4000 \Rightarrow f^2=100 \Rightarrow f=10Hz$$

$$T=\frac{1}{f}=0/1s=100ms$$

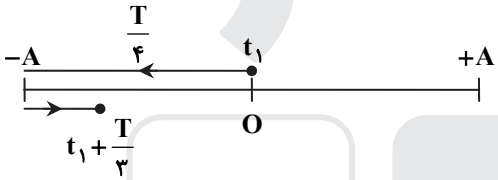
۱۶۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳ فیزیک ۳

$$\frac{5\lambda}{2}=150cm \Rightarrow \lambda=60cm=0/6m$$

$$\lambda=vT \Rightarrow 0/6=2/4T \Rightarrow T=\frac{1}{4}s$$

$$\Delta t=\frac{1}{12}s=\frac{T}{3}$$

نقطهٔ P الآن در وضع تعادل و در حال پایین آمدن است (چرا؟)؛ پس $\frac{T}{3}$ بعد، نه در وضع تعادل است و نه در انتهای مسیر یعنی تندی آن نه بیشینه است و نه صفر.



$\frac{T}{3}$ بعد از عبور از وضع تعادل، نقطهٔ P در حال نزدیک شدن دوباره به وضع تعادل بوده و حرکت آن تندشونده است، یعنی سرعت و شتاب آن در جهت یکدیگر هستند.

۱۶۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۸۰ فیزیک ۳

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_2-\beta_1=10\log5^2=20\times0/7=14$$

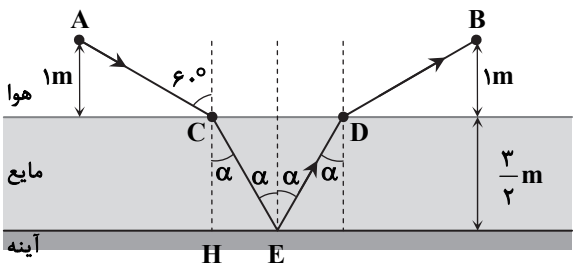
$$\frac{3}{2}\beta_1-\beta_1=14 \Rightarrow \beta_1=28dB \ , \ \beta_2=\frac{3}{2}\times28=42dB$$

$$\beta_2=10\log\frac{I_2}{I_0} \Rightarrow \log\frac{I_2}{I_0}=4/2=6\log5=\log5^6 \Rightarrow \frac{I}{I_0}=5^6=15625 \xrightarrow{\text{با توجه به گزینه‌ها}} \frac{I_2}{I_0}=16000$$

۱۶۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۹۱، ۹۷ و ۹۸ فیزیک ۳

$$\frac{\sin60^\circ}{\sin\alpha}=\frac{n_{\text{مایع}}}{n_{\text{هوا}}}=\frac{\sqrt{3}}{1} \Rightarrow \sin\alpha=\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha=30^\circ$$

ضلع روبه‌رو به زاویهٔ 30° نصف وتر است، پس: $AC=2m$



$$\cos30^\circ=\frac{CH}{CE} \Rightarrow CE=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\sqrt{3}m$$

$$\Delta t=\frac{\Delta x}{v} \Rightarrow \Delta t=\frac{AC+DB}{c}+\frac{CE+ED}{v_{\text{مایع}}} \Rightarrow \Delta t=2\times(\frac{AC}{c}+\frac{CE}{\frac{c}{n}})=2\times(\frac{2}{3\times10^8}+\frac{\sqrt{3}}{\frac{3\times10^8}{\sqrt{3}}})=2\times(\frac{2}{3}+1)\times10^{-8}$$

$$=\frac{1}{3}\times10^{-7}s=\frac{100}{3}ns$$

مؤسسه آموزش فرهنگی
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷ فیزیک ۳

$$۶۰cm = \frac{۳\lambda}{۴} \Rightarrow \lambda = ۸۰cm = ۰/۸m$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = ۰/۸ \times ۵۰ = ۴۰\frac{m}{s}$$

$\frac{\lambda}{۲} = ۰/۴m$ است. فاصلهٔ دو گره متوالی $\Rightarrow \mu = \frac{m}{L} = \frac{۴\times ۱۰^{-۳}}{۰/۴} = ۱۰^{-۲}\frac{kg}{m}$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \sqrt{\frac{F}{۱۰^{-۲}}} = ۴۰ \Rightarrow F = ۱۶N$$

۱۶۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹ فیزیک ۳

$$K_{max} = hf - W_{\circ} = hf - \frac{hc}{\lambda_{\circ}} \Rightarrow \frac{۸\times ۱۰^{-۱۹}}{۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}} = ۴/۱۴\times ۱۰^{-۱۵}\times ۲\times ۱۰^{۱۵} - \frac{۴/۱۴\times ۱۰^{-۱۵}\times ۳\times ۱۰^{۸}}{\lambda_{\circ}}$$

$$\Rightarrow ۵ = ۸/۲۸ - \frac{۱۲/۴۲\times ۱۰^{-۷}}{\lambda_{\circ}} \Rightarrow ۳/۲۸ = \frac{۱۲/۴۲\times ۱۰^{-۷}}{\lambda_{\circ}} \Rightarrow \lambda_{\circ} = \frac{۱۲/۴۲}{۳/۲۸}\times ۱۰^{-۷}m = \frac{۱۲۴۲}{۳/۲۸}nm \simeq ۳۸۰nm$$

۱۶۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۱۲۳ فیزیک ۳

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda_۱} = R(\frac{۱}{۹} - \frac{۱}{۳۶}) = \frac{R}{۱۲} \Rightarrow \lambda_۱ = \frac{۱۲}{R}$$

$$\frac{۱}{\lambda_۲} = R(\frac{۱}{۱} - \frac{۱}{۴}) = \frac{۳}{۴}R \Rightarrow \lambda_۲ = \frac{۴}{۳R}$$

$$\lambda_۱ - \lambda_۲ = \frac{۱۲}{R} - \frac{۴}{۳R} = \frac{۳۲}{۳R} = \frac{۳۲}{۳\times ۰/۰۱۱} = \frac{۳۲\times ۱۰۰۰}{۳\times ۱۱} \simeq ۹۷۰nm$$

تذکر: در مرحلهٔ آخر محاسبات با کمی دقت می‌توان دریافت جواب اندکی از ۱۰۰۰ کمتر است و گزینهٔ پاسخ را انتخاب نمود.

۱۶۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۱۲۷، ۱۲۸ و ۱۳۲ فیزیک ۳

چه در گسیل القایی و چه در گسیل خودبه‌خودی، انرژی فوتون برابر است با اختلاف انرژی میان دو تراز.

$$E_n = -\frac{E_R}{n} \Rightarrow E_۱ = -E_R = -۱۳/۵eV$$

$$E_۲ = \frac{-E_R}{۴} = -۳/۳۷۵eV$$

اختلاف میان $E_۱$ و $E_۲$ در حدود ۱۰ الکترون ولت است، پس گذارهای $(۱ \to ۵)$ و $(۱ \to ۳)$ هر کدام با گسیل فوتونی با انرژی بیشتر از $۱۰eV$ همراه هستند و فوتون $۰/۹۶eV$ نمی‌تواند به این گذارها مربوط باشد.

$$E_۳ = -\frac{E_R}{۹} = \frac{-۱۳/۵}{۹} = -۱/۵eV \Rightarrow \Delta E(۳ \to ۲) = -۱/۵ - (-۳/۳۷۵) \neq ۰/۹۶eV$$

$$E_۵ = \frac{-E_R}{۲۵} = -۰/۵۴eV \Rightarrow \Delta E(۵ \to ۳) = -۰/۵۴ - (-۱/۵) = ۰/۹۶eV$$

۱۶۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۱۴۶، ۱۴۷ و ۱۵۵ فیزیک ۳

در مدت ۱۰۰ روز تعداد هسته‌های A از $۴N_۱$ به $۲N_۱$ رسیده یعنی نصف شده، پس نیمه‌عمر A برابر ۱۰۰ روز است. در نقطه‌ای که دو منحنی یکدیگر را قطع می‌کنند تعداد هسته‌های هر دو $\frac{N_۱}{۴}$ است یعنی هسته‌های A از $۴N_۱$ به $\frac{N_۱}{۴}$ رسیده و $\frac{۱}{۱۶}$ برابر شده است، پس این مدت ۴ برابر نیمه‌عمر A خواهد بود $(\frac{۱}{۱۶} = (\frac{۱}{۲})^{۴})$.

در همین مدت تعداد هسته‌های B از $N_۱$ به $\frac{N_۱}{۴}$ رسیده یعنی $\frac{۱}{۴}$ برابر شده و این مدت ۲ برابر نیمه‌عمر B است.

$$۲T_{\frac{۱}{۲},B} = ۴T_{\frac{۱}{۲},A} \Rightarrow T_{\frac{۱}{۲},B} = ۲۰۰ \text{ روز}$$

۱۶۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۱۴۹ تا ۱۵۱ فیزیک ۳

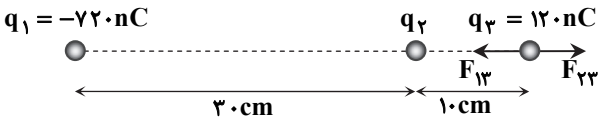
جملات دوم و چهارم درست هستند.

نوترون‌های کند با احتمال بیشتری جذب ^{۲۳۵}U می‌شوند. نقش کندساز نوترون آن است که احتمال جذب نوترون توسط ^{۲۳۵}U را زیاد کند و به این ترتیب، آهنگ واکنش زنجیری شکافت افزایش یابد. جلوگیری از بالا رفتن آهنگ رشد واکنش زنجیری نقش میله‌های کنترل است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

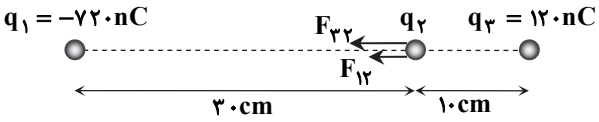
۱۷۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۹ فیزیک ۲

q_1 و q_3 ناهم‌نام هستند و یکدیگر را جذب می‌کنند؛ پس مطابق شکل، باید q_2 و q_3 یکدیگر را دفع کنند یعنی بار q_2 مثبت است.



$$F=\frac{k|qq'|}{r^2}\ ,\ F_{23}=F_{13}\ \Rightarrow\ \frac{|q_2|}{10^2}=\frac{|q_1|}{40^2}\Rightarrow |q_2|=\frac{1}{16}\times 720=\frac{1}{4}\times 180=45\,nC$$

با توجه به علامت بارها، نیروهای وارد بر q_2 به‌ترتیب روبه‌رو هستند.



$$F_{T_2}=F_{12}+F_{32}=9\times10^9\times45\times10^{-9}\times\left(\frac{720\times10^{-9}}{3\times3\times10^{-2}}+\frac{120\times10^{-9}}{10^{-2}}\right)=9\times45\times10^{-7}\times\left(\frac{720}{9}+120\right)=9\times45\times200\times10^{-7}$$

$$=9\times9\times10^{-4}=8/1\times10^{-3}\,N$$

۱۷۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۲۵ و ۲۶ فیزیک ۲

در میدان الکتریکی یکنواخت، اختلاف‌پتانسیل میان دو نقطه برابر است با $|\Delta V|=Ed$ که d اندازهٔ جابه‌جایی در امتداد خطوط میدان است؛ پس در اینجا اختلاف‌پتانسیل میان M و N برابر است با $(E\times30cm)$، اختلاف‌پتانسیل میان P و R برابر است با $(E\times100cm)$ و اختلاف‌پتانسیل میان M و P برابر است با $(E\times80cm)$.

$$\frac{|\Delta V_{MP}|}{|\Delta V_{MN}|}=\frac{80}{30}=\frac{8}{3}\Rightarrow |\Delta V_{MP}|=\frac{8}{3}\times240=640V \qquad \frac{|\Delta V_{PR}|}{|\Delta V_{MN}|}=\frac{100}{30}=\frac{10}{3}\Rightarrow |\Delta V_{PR}|=\frac{10}{3}\times240=800V$$

ضمناً اگر در جهت خطوط میدان حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی کم می‌شود، پس $V_M<V_P$ یعنی:

$$V_M-V_P=-640V$$

۱۷۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۳۵، ۳۹ و ۴۴ (مسئلهٔ ۳۲) فیزیک ۲

با برداشتن بار منفی از صفحهٔ مثبت و انتقال آن به صفحهٔ منفی، بار خازن زیاد می‌شود.

$$Q_1=C_1V=10\times200=2000\mu C$$

$$Q_2=Q_1+500=2500\mu C$$

$$C=\frac{\kappa\varepsilon_0 A}{d}\ ,\ d_2=\frac{1}{2}d_1\ \Rightarrow\ C_2=2C_1=20\mu F$$

$$U_2=\frac{Q_2^2}{2C_2}=\frac{2500\times2500}{2\times20}=1250\times125=156250\mu J$$

تذکر: با توجه به گزینه‌ها نیازی به محاسبهٔ دقیق جواب آخر نیست و با تخمین حاصل‌ضرب 125×1250 می‌توان پاسخ را انتخاب نمود.

۱۷۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۵۲ فیزیک ۲

حجم دو سیم برابر است $\Rightarrow$ هم‌جنس و هم‌جرم $\Rightarrow\ \ell_1A_1=\ell_2A_2\ \Rightarrow\ A_2=\frac{1}{2}A_1$

$$R=\frac{\rho\ell}{A}\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho_2}{\rho_1}\times\frac{\ell_2}{\ell_1}\times\frac{A_1}{A_2}=1\times2\times\frac{1}{\frac{1}{2}}=4\Rightarrow R_2=4R_1$$

$$R_2-R_1=60\Rightarrow 3R_1=60\Rightarrow R_1=20\Omega$$

$$R_1=\frac{\rho\ell_1}{A_1}\ \Rightarrow\ 20=\frac{\rho\times8}{0/8\times10^{-6}}\ \Rightarrow\ \rho=2\times10^{-6}\,\Omega\cdot m$$

۱۷۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحه‌های ۶۵ و ۷۱ فیزیک ۲

نکته: از ولت‌سنج آرمانی جریانی نمی‌گذرد چراکه مقاومت الکتریکی آن بسیار بزرگ (بی‌نهایت) است.

وقتی از یک مقاومت جریانی نگذرد اختلاف‌پتانسیل دو سر آن صفر است یعنی دو سر آن هم‌پتانسیل هستند. در اینجا از R_3 جریانی نمی‌گذرد پس مقداری که ولت‌سنج نشان می‌دهد همان اختلاف‌پتانسیل دو سر باتری است و جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد همان جریان گذرنده از باتری است.

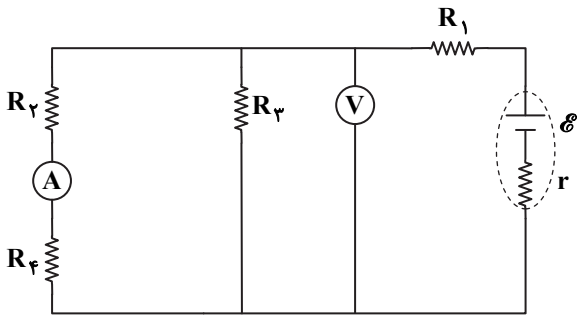
$$V=\mathscr{E}-rI\ \Rightarrow\ 11=\mathscr{E}-5\times0/2\ \Rightarrow\ \mathscr{E}=12V$$

مؤسسه آموزشی فرهنگیان
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۷۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴ فیزیک ۲

اگر مقدار هر مقاومت R، مقداری که ولت‌سنج نشان می‌دهد V و مقداری که آمپرسنج نشان می‌دهد I باشد، داریم:

کلید در وضعیت a:

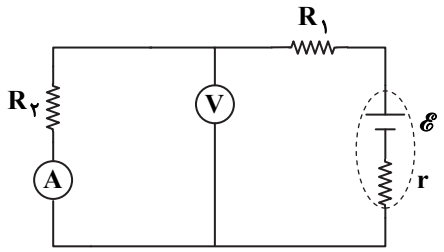


$$R_{2,3,4}=\frac{2R\times R}{2R+R}=\frac{2}{3}R$$

$$I_t=\frac{\mathscr{E}}{R_1+\frac{2}{3}R+r}=\frac{\mathscr{E}}{\frac{8}{3}R}$$

$$V=\frac{2}{3}RI_t=\frac{2}{3}R\times\frac{\mathscr{E}}{\frac{8}{3}R}=\frac{\mathscr{E}}{4}\ ,\ I=I_{2,4}=\frac{1}{3}I_t=\frac{\mathscr{E}}{8R}$$

کلید در وضعیت b: (R_4 اتصال کوتاه)



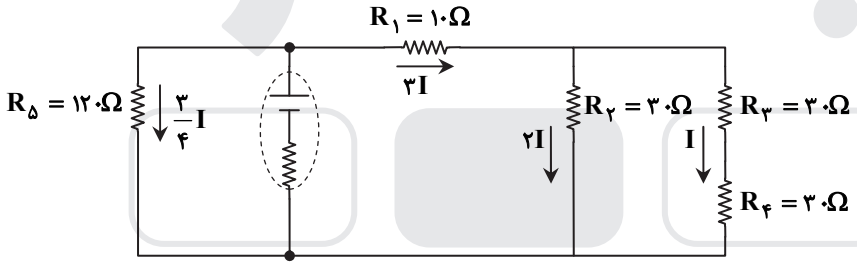
$$I'=I'_t=\frac{\mathscr{E}}{r+R_1+R_2}=\frac{\mathscr{E}}{3R}$$

$$V'=R_2I'=R\times\frac{\mathscr{E}}{3R}=\frac{\mathscr{E}}{3}$$

$$\Rightarrow\frac{V'}{V}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}}=\frac{4}{3}\ ,\ \frac{I'}{I}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{8}}=\frac{8}{3}$$

نکته: در هر دو حالت $I=\frac{V}{R_{2,4}}$ بوده که $R_{2,4}$ در حالت اول R_2+R_4 و در حالت دوم فقط R_2 است یعنی نصف شده است؛ پس جواب مربوط به I دو برابر جواب مربوط به V است و نیازی به محاسبهٔ I دو حالت نبود.

۱۷۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۷۰ و ۷۴ فیزیک ۲



اگر جریان R_3 و R_4 را I بنامیم، داریم:

$(R_2=30)$ با $(R_{3,4}=60)$ موازی است $\Rightarrow I_2=2I$

R_1 با $R_{2,3,4}$ سری است $\Rightarrow I_1=2I+I=3I$

$(R_5=120)$ با $(R_{1,2,3,4}=30)$ موازی است $\Rightarrow I_5=\frac{1}{4}\times3I=\frac{3}{4}I$

$$P=RI^2\Rightarrow\begin{cases}P_3=P_4=30I^2\\P_2=30\times(2I)^2=120I^2\\P_1=10\times(3I)^2=90I^2\\P_5=120\times(\frac{3}{4}I)^2\end{cases}$$

پس بیشترین توان مصرفی در R_2 است.

$$V_2=60V\Rightarrow I_2=\frac{60}{30}=2A\xrightarrow{I_2=2I}I=1A$$

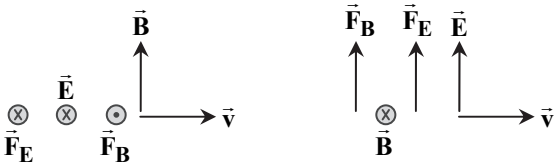
$$V_{\text{باتری}}=V_5=120\times\frac{3}{4}=90V$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۷۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۱۰۵ فیزیک ۲ (مسئلهٔ ۱۱)

باید نیرویی که میدان مغناطیسی بر ذره وارد می‌کند با نیرویی که میدان الکتریکی بر آن وارد می‌کند متوازن شود (باید هم‌اندازه و خلاف جهت یکدیگر باشند.)

نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت هم‌جهت با میدان الکتریکی است و جهت نیروی حاصل از میدان مغناطیسی از قاعدهٔ دست راست تعیین می‌شود. پس وضعیت نیروها به‌صورت‌های روبه‌رو است که تنها در شکل سمت چپ امکان متوازن شدن نیروها وجود دارد.



$$F_E = F_B \Rightarrow |q|E = |q|vB\sin\theta$$

$$\theta = 90^\circ \Rightarrow E = vB = 2\times10^4\times0/05 = 10^3\ \frac{N}{C}$$

نکته: علامت بار در این سؤال اهمیتی ندارد چراکه اگر علامت بار عوض شود هم $\vec{F}_E$ و هم $\vec{F}_B$ قرینه می‌شود.

۱۷۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۸۷، ۹۹ و ۱۰۰ فیزیک ۲

$$N = \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط هر دور}} = \frac{10}{\pi\times\frac{5}{100}} = \frac{200}{\pi}\ \text{دور}$$

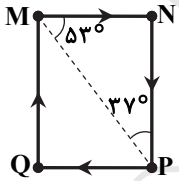
$$B_{\text{سیم‌لوله}} = \frac{\mu_\circ NI}{\ell} = 4\pi\times10^{-7}\times\frac{200}{\pi}\times\frac{0/2}{0/4} = 4\times10^{-5}\,T = 0/4\,G$$

در این محل، جهت میدان مغناطیسی زمین از جنوب به طرف شمال است. (قطب S مغناطیسی زمین در شمال جغرافیایی است). جهت میدان سیم‌لوله، با توجه به قاعدهٔ دست راست به طرف چپ یعنی جنوب است، پس میدان مغناطیسی سیم‌لوله درخلاف جهت میدان زمین است.

$$B = \left|B_{\text{زمین}} - B_{\text{سیم‌لوله}}\right| = |0/5\,G - 0/4\,G| = 0/1\,G$$

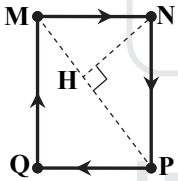
۱۷۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۹۳ فیزیک ۲

نیروی وارد بر هر دو ضلع روبه‌رو، هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگر است، پس نیروی کل وارد بر مستطیل صفر خواهد بود.



$$\begin{cases} MN = \ell_1 \\ NP = \ell_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{\cos37^\circ}{\sin37^\circ} = \frac{4}{3}$$

$$\left.\begin{aligned} F_1 &= \ell_1 IB\sin53^\circ = 0/8\ell_1 IB \\ F_2 &= \ell_2 IB\sin37^\circ = 0/6\ell_2 IB = 0/6\times\frac{4}{3}\ell_1 IB = 0/8\ell_1 IB \end{aligned}\right\} \Rightarrow F_2 = F_1$$



نکته: برای توضیح اینکه $F_2 = F_1$ است، راه بهتری هم داریم و آن اینکه در رابطهٔ $F = BI\ell\sin\theta$ می‌توان گفت (طول تصویر سیم در راستای عمود بر $\vec{B}$ $F = BI\times$) که این برای دو ضلع MN و NP برابر است. $(F_1 = F_2 = BI\times NH)$

۱۸۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴ فیزیک ۲

$$\begin{cases} |\mathscr{E}_{av}| = \left|\frac{N\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \\ \Phi = BA\cos\theta \Rightarrow \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = A\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow |\mathscr{E}_{av}| = 1\times(\pi\times0/5\times0/5)\times1\times2 = \frac{\pi}{2}\,V$$

وقتی B ثابت است $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ صفر می‌شود و وقتی B به‌صورت خطی تغییر می‌کند $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ همان شیب خط بوده و در نتیجه $\mathscr{E}_{av}$ با $\mathscr{E}$ برابر می‌شود.

دقت کنید که با استفاده از شیب خط یا تشابه، $B(3s) = 4T$ به‌دست می‌آید و در نتیجه بزرگی نیروی محرکهٔ القایی هم در بازهٔ $(0,3s)$ و هم در بازهٔ $(3s,4s)$ برابر $\frac{\pi}{2}$ ولت بوده و از آن به بعد صفر است.

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(\frac{\pi}{2})^2}{0/4} = \frac{10}{1/6}\,W$$

$$Q = P\Delta t = \frac{10}{1/6}\times4 = 25\,J$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۸۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۱۷ فیزیک ۱

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} = \frac{۳۰۰}{۱/۲} = ۲۵۰ cm^۳$$

$$V_{\text{مکعب}} = ۱۰\times۱۰\times۱۰ = ۱۰۰۰ cm^۳ \Rightarrow V_{\text{فلز}} = ۱۰۰۰ - ۲۵۰ = ۷۵۰ cm^۳$$

$$\frac{m_{\text{فلز}} + m_{\text{مایع}}}{m_{\text{فلز}}} = \frac{۱۱۰}{۱۰۰} \Rightarrow \frac{m_{\text{فلز}} + ۳۰۰}{m_{\text{فلز}}} = ۱/۱ \Rightarrow m_{\text{فلز}} = ۳۰۰ g$$

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} = \frac{۳۰۰}{۷۵۰} = ۴ \frac{g}{cm^۳} = ۴۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$$

۱۸۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۳۴ و ۳۵ فیزیک ۱

مرز دو مایع و نقطهٔ هم‌تراز آن: $\rho_۱ h_۱ = \rho_۲ h_۲ \Rightarrow ۱/۶(۵۰-۲۰) = \rho_۲(۸۰-۲۰) \Rightarrow \rho_۲ = ۰/۸ \frac{g}{cm^۳}$

$$P = P_۰ + \rho g h \Rightarrow \begin{cases} P_M = P_۰ + ۱۶۰۰\times۱۰\times۰/۱ \\ P_N = P_۰ + ۸۰۰\times۱۰\times۰/۱۵ \end{cases} \Rightarrow P_M - P_N = ۱۶۰۰ - ۱۲۰۰ = ۴۰۰ Pa$$

۱۸۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحه‌های ۴۴ و ۴۵ فیزیک ۱

معادلهٔ پیوستگی: $A_A v_A = A_B v_B \quad , \quad A_A < A_B \Rightarrow v_A > v_B$

اصل برنولی: $v_A > v_B \Rightarrow P_A < P_B \Rightarrow F_A < F_B$ (نیروی وارد بر واحد سطح دیواره)

تذکر: چون سؤال گفته اصطکاک ناچیز است، نیروی وارد بر دیواره همان نیروی عمود بر سطح دیواره خواهد بود $(F = PA)$.

۱۸۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحه‌های ۶۱ تا ۶۵ فیزیک ۱

- از آنجا که وزنه با تندی ثابت حرکت می‌کند، انرژی جنبشی آن ثابت و کار کل انجام‌شده روی آن صفر است. $(W_t = \Delta K)$
- در اینجا نیروی عمودی سطح بر جابه‌جایی عمود بوده و در نتیجه کار آن صفر است.
- وقتی جسم بالا می‌رود کار نیروی وزن روی آن منفی است.

$$W_{\text{وزن}} = -mg\Delta h = -۱۰\times۱۰\times(۵\times۰/۸\times \text{Sin}۳۰^\circ) = -۲۰۰ J$$

$$W_t = ۰ \Rightarrow W_{\text{طناب}} + W_{\text{وزن}} + W_{\text{اصطکاک}} = ۰ \Rightarrow W_{\text{طناب}} = ۲۰۰ - W_{\text{اصطکاک}}$$

پس کار نیروی کشش طناب از اندازهٔ کار نیروی وزن بزرگ‌تر یا در صورت نبود اصطکاک، مساوی آن است. (که در صورت سؤال چیزی در این مورد ذکر نشده است.)

۱۸۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۷۵ فیزیک ۱

بالابر روی وزنه کار انجام می‌دهد و آن را بالا می‌برد و سپس در هنگام سقوط، انرژی پتانسیل گرانشی ذخیره‌شده در وزنه به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود.

$$\text{انرژی مصرفی بالابر} \times \text{بازده بالابر} = \text{کاری که بالابر روی وزنه انجام داده} = \text{انرژی پتانسیل گرانشی در محل رها شدن} = \text{انرژی جنبشی وزنه هنگام رسیدن به زمین}$$

$$\frac{۱}{۲}mv^۲ = Ra\times P\Delta t \Rightarrow \frac{۱}{۲}\times۶۰\times v^۲ = \frac{۷۵}{۱۰۰}\times۲\times۱۰^۳\times۸ \Rightarrow ۳۰v^۲ = \frac{۳}{۴}\times۱۶\times۱۰^۳ \Rightarrow v^۲ = ۴۰۰ \Rightarrow v = ۲۰ \frac{m}{s}$$

۱۸۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۳۴ و ۹۳ فیزیک ۱

حالت اول:

$$P = P_۰ + \rho g h = P_۰ + ۱۵۰۰\times۱۰\times۰/۴ = P_۰ + ۶۰۰۰ Pa$$

حالت دوم:

$$V_۲ = V_۱(۱+\beta\Delta T) = ۴۰۰۰(۱+۶/۲۵\times۱۰^{-۳}\times۴۰) = ۴۰۰۰(۱+\frac{۲۵}{۱۰۰}) = ۵۰۰۰ cm^۳$$

$$\rho_۲ = \frac{\rho_۱ V_۱}{V_۲} = \frac{۱۵۰۰\times۴}{۵} = ۱۲۰۰ \frac{kg}{m^۳}$$

حالا باید حساب کنیم که در حالت دوم، ارتفاع مایع از کف ظرف چند سانتی‌متر می‌شود.

$۴۵\times۱۰۰ + ۲۰\times H = ۵۰۰۰ \Rightarrow H = ۲۵ cm$ (ارتفاع مایع داخل لولهٔ باریک)

$h = ۴۵ + ۲۵ = ۷۰ cm$ (ارتفاع سطح مایع از کف ظرف)

$$P = P_۰ + \rho g h = P_۰ + ۱۲۰۰\times۱۰\times۰/۷ = P_۰ + ۸۴۰۰ Pa$$

$$\Delta P = ۸۴۰۰ - ۶۰۰۰ = ۲۴۰۰ Pa$$

نکته: اگر مساحت مقطع ظرف ثابت بود، فشار در کف ظرف تغییر نمی‌کرد. (چرا؟)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۸۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحهٔ ۱۰۶ فیزیک ۱

$$\left.\begin{matrix}\text{۲ kg آب } ۳۰^\circ\text{C} \text{ به آب } ۰^\circ\text{C} \text{ تبدیل می‌شود}\\ \text{m گرم یخ } -۲۰^\circ\text{C} \text{ به یخ صفر سپس آب صفر و سپس آب } ۰^\circ\text{C} \text{ تبدیل می‌شود}\end{matrix}\right\} \xrightarrow{c: \text{گرمای ویژهٔ آب}} ۲\times c\times(-۲۰)+m\left[۲۰\times\frac{c}{۲}+L_f+۱۰\times c\right]=۰$$

$$\Rightarrow -۴۰c+m\left[۱۰c+۸۰c+۱۰c\right]=۰ \Rightarrow m=۰/۴\,kg=۴۰۰g$$

حالا داخل ظرف ۲۴۰۰ گرم آب ۰°C داریم و به آن ۸۰۰ گرم یخ ۰°C اضافه می‌شود.

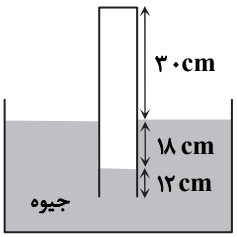
$$۲/۴\times c\times(-۱۰)+m_۱L_f=۰ \Rightarrow -۲۴c+۸۰m_۱c=۰ \Rightarrow m_۱=\frac{۲۴}{۸۰}=۰/۳kg=۳۰۰g$$

یعنی ۳۰۰ گرم یخ ذوب می‌شود و ۵۰۰ گرم یخ داخل ظرف باقی می‌ماند.

تذکر: از صورت سؤال روشن است که در تعادل نهایی آب و یخ داریم و لذا دمای تعادل ۰°C است.

۱۸۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۲ فیزیک ۱

برای هوایی که داخل لوله گیر افتاده است قانون گاز آرمانی را می‌نویسیم.



$$\begin{cases}P_۱=P_۰\\V_۱=۶۰A\end{cases}\quad\begin{cases}P_۲=P_۰+۱۸\\V_۲=۴۸A\end{cases}$$

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}\xrightarrow{\text{دما ثابت است}}P_۱V_۱=P_۲V_۲ \Rightarrow P_۰\times۶۰=(P_۰+۱۸)\times۴۸$$

$$\Rightarrow ۵P_۰=۴(P_۰+۱۸)$$

$$\Rightarrow ۵P_۰-۴P_۰=۴\times۱۸ \Rightarrow P_۰=۷۲cmHg$$

۱۸۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۳ فیزیک ۱

$$\text{هم‌فشار}: W=-P\Delta V=-nR\Delta T=-۲\times۸\times۲۰۰=-۳۲۰۰J$$

$$\text{کار گاز}=W'=-W=۳۲۰۰J$$

۱۹۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰ فیزیک ۱

- دمای گاز زیاد شده، پس انرژی درونی آن افزایش یافته است. (جملهٔ اول نادرست است.)
- در انبساط، گاز کار انجام می‌دهد یعنی کار محیط (W) منفی است. (جملهٔ سوم نادرست است.)

$$PV=nRT\xrightarrow[\text{افزایش یافته}T]{\text{کاهش یافته}P}V\text{ حتماً زیاد شده‌است} \Rightarrow W<۰$$

- با وجود اینکه گاز کار انجام داده است، انرژی درونی آن زیاد شده یعنی گاز حتماً گرما دریافت کرده و مقدار این گرما بیشتر از اندازهٔ کار انجام شده است. (جملهٔ دوم درست و جملهٔ آخر نادرست است.)

$$\Delta U=W+Q \Rightarrow \begin{cases}Q>۰\\|Q|>|W|\end{cases}$$
$$\Delta U\ (+),\quad W\ (-)$$

شیمی

۱۹۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۴ تا ۷ و ۴۹ شیمی ۱

عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

- دومین عنصر تشکیل‌شده پس از مهبانگ، هلیم است اما فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره، آرگون می‌باشد.
- پایدارترین رادیوایزوتوپ هیدروژن، ${}^{۳}_{۱}H$ است که دارای ۲ نوترون می‌باشد.
- نخستین عنصر ساختگی، تکنسیم $(Tc_{۴۳})$ است که متعلق به دستهٔ d و فلزهای واسطه می‌باشد.
- فراوان‌ترین ایزوتوپ منیزیم و لیتیم به‌ترتیب ${}^{۲۴}_{۱۲}Mg$ و ${}^{۷}_{۳}Li$ است:

$$\frac{۲۴}{۷}\simeq ۳/۴$$

۱۹۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹ شیمی ۱

$$M=M_۱+\frac{F_۲}{۱۰۰}(M_۲-M_۱) \Rightarrow ۶۳/۵=۶۳+\frac{F_۲}{۱۰۰}\times۲ \Rightarrow F_۲=۲۵ \Rightarrow F_۱=۷۵$$

$$۰/۵\times۱۰^{۶}g\ M\times\frac{۱mol\ M}{۶۳/۵g\ M}\times\frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}atom\ M}{۱mol\ M}\times\frac{۷۵atom\ {}^{۶۳}M}{۱۰۰atom\ M}\simeq ۳/۵۵\times۱۰^{۲۷}atom\ {}^{۶۳}M$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۹۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴ شیمی ۱

$$n+l=۵ \Rightarrow \begin{cases} ۳d^{۱۰} \Rightarrow Z=۳۶ \text{ تا } ۲۹ \\ ۴p^{۶} \Rightarrow Z=۳۶ \end{cases} \Rightarrow \text{۸ عنصر}$$

۱۴ عنصر = ۴ − ۱۸ ⇒ همهٔ عنصرها به‌جز عنصرهایی با عددهای اتمی ۱۹، ۲۴، ۳۰ و ۳۶ ⇒ یک زیرلایهٔ ظرفیتی کاملاً پر

$۱۴-۸=۶$

۱۹۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۴۷ شیمی ۱

$$۲۱۸\,K=-۵۵°C$$

$$\theta-\theta_۱=\frac{\theta_۲-\theta_۱}{h_۲-h_۱}(h-h_۱) \Rightarrow \theta-(-۵۵)=\frac{۷-(-۵۵)}{۵۰-۱۲}(h-۱۲) \Rightarrow \theta+۵۵=\frac{۶۲}{۳۸}(h-۱۲)$$

$$\xrightarrow{h=۳۱} \theta=(\frac{۶۲}{۳۸}\times ۱۹)-۵۵=۳۱-۵۵=-۲۴°C$$

۱۹۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴ شیمی ۱

ضرایب $CH_۴$ و $C_۲H_۶$ را برابر ۱ در نظر گرفته و موازنهٔ معادله را کامل می‌کنیم.

$$۱CH_۴ + ۱C_۲H_۶ + \frac{۱۱}{۲}O_۲ \Rightarrow ۳CO_۲ + ۵H_۲O \xrightarrow{\times ۲} ۲CH_۴ + ۲C_۲H_۶ + ۱۱O_۲ \rightarrow \underbrace{۶CO_۲ + ۱۰H_۲O}_{۱۰-۶=۴}$$

۱۹۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۹۱، ۹۲ و ۱۲۲ شیمی ۱ و ۵۲ و ۵۳ شیمی ۳

عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

الف) آمونیوم سولفات یک ترکیب یونی است؛ بنابراین نیروهای بین یون‌های سازندهٔ آن از نوع پیوند یونی است. از طرفی یون‌های سازنده آن چند اتمی هستند و بین اتم‌های سازندهٔ آن‌ها، پیوند کووالانسی (اشتراکی) وجود دارد.

ب) در ساختار هر دو یون سولفات $(SO_۴^{۲-})$ و سیلیکات $(SiO_۴^{۴-})$، ۴ پیوند اشتراکی و ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

پ) از واکنش آمونیوم سولفات و باریم نیترات، آمونیوم نیترات و باریم سولفات تولید می‌شود که اولی محلول و دومی نامحلول در آب است.

ت)

$$\left.\begin{array}{l} NH_۴^+ : N+۴(+۱)=+۱ \Rightarrow N=-۳ \\ PO_۴^{۳-} : P+۴(-۲)=-۳ \Rightarrow P=+۵ \end{array}\right\} \Rightarrow \text{۸ واحد اختلاف}$$

۱۹۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۹۴ و ۹۵ شیمی ۱

$$Mg^{۲+}(aq)+۲OH^-(aq) \rightarrow Mg(OH)_۲(s)$$

$$۱ton\ \text{آب دریا} \times \frac{۱۰^۶ g\ \text{آب دریا}}{۱ton\ \text{آب دریا}} \times \frac{۳۶۰۰ g\ Mg^{۲+}}{۱۰^۶ g\ \text{آب دریا}} \times \frac{۱mol\ Mg^{۲+}}{۲۴ g\ Mg^{۲+}} \times \frac{۲mol\ OH^-}{۱mol\ Mg^{۲+}} = ۳۰۰ mol\ OH^-$$

۱۹۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲ شیمی ۱

θ :	۸۰°C	۳۰°C
جرم نمک :	a g	۴۰g
حلال	۱۰۰g	۱۰۰g
محلول	(۱۰۰+a)g	۱۴۰g

$$۵۷۰g\ \text{محلول} \times \frac{(a-۴۰)g\ \text{رسوب}}{(۱۰۰+a)g\ \text{محلول}} = ۱۵۰g\ \text{رسوب} \Rightarrow ۱۵۰۰۰+۱۵۰a=۵۷۰a-۲۲۸۰۰ \Rightarrow ۴۲۰a=۳۷۸۰۰ \Rightarrow a=۹۰$$

۱۹۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۸ شیمی ۱

فقط عبارت «الف» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) آمونیاک در دمای اتاق، گاز است و بین مولکول‌های آن پیوند هیدروژنی وجود ندارد.

پ) ید در دمای اتاق جامد و آب مایع است؛ بنابراین نیروی بین مولکولی در ید قوی‌تر است.

ت) نیروهای بین مولکولی در HF قوی‌تر از سایر هالیدهای هیدروژن است، اما نسبت به برخی هالوژن‌ها مانند ید و برم، ضعیف‌تر است. (در دمای اتاق، HF گاز، ید جامد و برم، مایع است.)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۰۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲مشخصات سؤال: ساده * صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳ شیمی ۲

با توجه به روند تغییر شعاع اتمی عنصرها در جدول دوره‌ای، بین ۴ عنصر $_{3}Li$، $_{4}Be$، $_{11}Na$ و $_{12}Mg$، بریلیم که نخستین فلز قلیایی خاکی است، کمترین شعاع اتمی را دارد.

کاهش شعاع اتمی

Li	Be
Na	Mg

کاهش شعاع

۲۰۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ شیمی ۲

ابتدا معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$(NH_4)_2Cr_2O_7(s) \xrightarrow{\Delta} Cr_2O_3(s) + 4H_2O(g) + N_2(g)$$

$$\text{جرم گازهای آزادشده} = 12/6 - 11/2 = 1/4\,g$$

این مقدار گاز بر اثر تجزیهٔ ۴۰ درصد از مادهٔ اولیه به‌دست‌آمده است؛ بنابراین با تجزیهٔ همهٔ آمونیوم دی‌کرومات، $1/4 \times \frac{100}{40} = 3/5$ گرم گاز تولید می‌شود.

$$3/5\,g\,(N_2 + 4H_2O) \times \frac{1\,mol\,N_2 + 4\,mol\,H_2O}{100\,g\,(N_2 + 4H_2O)} \times \frac{1\,mol\,(NH_4)_2Cr_2O_7}{1\,mol\,N_2 + 4\,mol\,H_2O} \times \frac{252\,g\,(NH_4)_2Cr_2O_7}{1\,mol\,(NH_4)_2Cr_2O_7}$$

$$= 8/82\,g\,(NH_4)_2Cr_2O_7$$

$$\text{درصد خلوص آمونیوم دی‌کرومات} = \frac{8/82}{12/6} \times 100 = 70 \Rightarrow \text{درصد ناخالصی‌ها} = 100 - 70 = 30$$

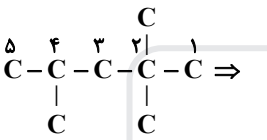
راه‌حل دوم:

با توجه به اینکه از تجزیهٔ ۴۰ درصد مادهٔ اولیه، ۱/۴ گرم گاز تولید شده است، خواهیم داشت: (x درصد خلوص است.)

$$\frac{12/6 \times \frac{40}{100} \times \frac{x}{100}}{1 \times 252} = \frac{1/4}{(4 \times 18) + (1 \times 28)} \Rightarrow x = 70 \Rightarrow m = 30$$

۲۰۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ شیمی ۲

جهت شماره‌گذاری زنجیر اصلی گزینهٔ ۲ نادرست است و نام درست به‌صورت زیر می‌باشد:



۲، ۲، ۴- تری‌متیل پنتان

۲۰۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۸۰ و ۸۱ شیمی ۱ و صفحهٔ ۴۱ شیمی ۲

$$2Al(s) + 2NaOH(aq) + 6H_2O(l) \rightarrow 3H_2(g) + 2NaAl(OH)_4(aq)$$

$$C_2H_2 + 2H_2 \rightarrow C_2H_6$$

راه‌حل اول:

$$5/4\,g\,Al \times \frac{1\,mol\,Al}{27\,g\,Al} \times \frac{3\,mol\,H_2}{2\,mol\,Al} \times \frac{1\,mol\,C_2H_2}{2\,mol\,H_2} \times \frac{26\,g\,C_2H_2}{1\,mol\,C_2H_2} = 3/9\,g\,C_2H_2$$

راه‌حل دوم:

ضرایب واکنش اول را در ۲ و ضرایب واکنش دوم را در ۳ ضرب می‌کنیم:

$$4Al \sim 6H_2 \sim 3C_2H_2$$

$$\frac{5/4}{4 \times 27} = \frac{x}{3 \times 26} \Rightarrow x = 3/9\,g\,C_2H_2$$

۲۰۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۱۱۱ شیمی ۲ و صفحهٔ ۱۱۵ شیمی ۳

ترکیب موردنظر (ویتامین ث با فرمول مولکولی $C_6H_8O_6$) دارای دو نوع گروه عاملی اکسیژن‌دار (استری: $-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-$ و هیدروکسیل: $-OH$) است. با توجه به اینکه فرمول مولکولی ترفتالیک اسید، $C_8H_6O_4$ است، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \text{جرم مولی } C_6H_8O_6 = (6 \times 12) + 8 + (6 \times 16) = 176\,g \cdot mol^{-1} \\ \text{جرم مولی } C_8H_6O_4 = (8 \times 12) + 6 + (4 \times 16) = 166\,g \cdot mol^{-1} \end{cases} \Rightarrow 176 - 166 = 10$$

مؤسسه آموزشی فرهنگی
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۰۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸ شیمی ۲

$$4NH_3(g)+3O_2(g)\rightarrow 2N_2(g)+6H_2O(g)$$

$$\Delta H=[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]-[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}]$$

$$\Rightarrow \Delta H=[(12\times 390)+(3\times 495)]-[(2\times 945)+(12\times 464)]=-1293\,kJ$$

$$85\,g\,NH_3\times\frac{1\,mol\,NH_3}{17\,g\,NH_3}\times\frac{1293\,kJ}{4\,mol\,NH_3}\times\frac{1000\,J}{1\,kJ}=161625\,J$$

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow 161625=m\times 4\times 50\rightarrow m=808/125\,g$$

۲۰۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۷۰ و ۷۱ شیمی ۲

$$A\Rightarrow C_5H_8O_2\rightarrow \text{جرم مولی}=100\,g\cdot mol^{-1}$$

$$B\Rightarrow C_{10}H_{18}O\rightarrow \text{جرم مولی}=154\,g\cdot mol^{-1}$$

$$\text{ارزش سوختی}=\frac{|\text{آنتالپی سوختن}|}{\text{جرم مولی}}\Rightarrow\frac{\text{ارزش سوختی A}}{\text{ارزش سوختی B}}=\frac{\frac{a}{100}}{\frac{b}{154}}=1/54\frac{a}{b}$$

۲۰۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحهٔ ۹۰ شیمی ۲

	2A	→	3B	+	C
t = 0:	x		0		0
t = 120s:	x − 2a		3a		a

به‌کمک سرعت واکنش، می‌توان تعداد مول‌های C تولیدی پس از ۲ دقیقه را حساب کرد:

$$\bar{R}(C)=\bar{R}(\text{واکنش})=0/01=\frac{a}{2\times 120}\Rightarrow a=2/4\,mol$$

$$\text{مول A}=\text{مول C}\Rightarrow x-2a=a\Rightarrow x=3a=7/2$$

۲۰۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۳ شیمی ۲

$$C_6H_{13}OH+C_2H_4O_2\rightarrow C_8H_{16}O_2+H_2O$$

$$40/8\times\frac{60}{100}\,g\,C_6H_{13}OH\times\frac{1\,mol\,C_6H_{13}OH}{102\,g\,C_6H_{13}OH}\times\frac{1\,mol\,C_8H_{16}O_2}{1\,mol\,C_6H_{13}OH}\times\frac{144\,g\,C_8H_{16}O_2}{1\,mol\,C_8H_{16}O_2}\times\frac{40}{100}=13/824\,g\,C_8H_{16}O_2$$

۲۰۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴ شیمی ۲

$$\begin{cases}\text{دی‌اسید}: C_nH_{2n-2}O_4\\ \text{دی‌الکل}: C_mH_{2m+2}O_2\end{cases}\rightarrow 14n+62=14m+34\Rightarrow m-n=2$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\text{سبک‌ترین دی‌اسید}: HO-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH\\ \text{سبک‌ترین دی‌الکل با جرم مولی یکسان با دی‌اسید}: C_4H_{10}O_2\end{cases}\Rightarrow nC_2H_2O_4+nC_4H_{10}O_2\rightarrow +C_6H_8O_4+_n+2nH_2O$$

۲۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۴، ۷، ۱۲ و ۱۹ شیمی ۳

همهٔ عبارت‌های داده شده، نادرست هستند.

الف) فرمول گریس، $C_{18}H_{38}$ است.

ب) مخلوط ذکرشده، کلوئید است و محلول نیست (کلوئید یک مخلوط ناهمگن است.)

پ) برخی از پاک‌کننده‌های خورنده مانند HCl، خاصیت اسیدی دارند و کاغذ pH را سرخ‌رنگ می‌کنند.

ت) اتانوئیک‌اسید یک اسید ضعیف است؛ بنابراین در محلول آن، تعداد زیادی مولکول اسید یونیده‌نشده با تعداد اندکی یون آب پوشیده در تعادل هستند.

۲۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۶ و ۳۱ شیمی ۳

$$C_{17}H_{35}COOH+NaOH\rightarrow C_{17}H_{35}COONa+H_2O$$

راه‌حل اول:

$$x\,g\,C_{17}H_{35}COOH\,\text{ناخالص}\times\frac{80\,g\,C_{17}H_{35}COOH\,\text{خالص}}{100\,g\,C_{17}H_{35}COOH\,\text{ناخالص}}\times\frac{1\,mol\,C_{17}H_{35}COOH}{284\,g\,C_{17}H_{35}COOH\,\text{خالص}}\times\frac{1\,mol\,NaOH}{1\,mol\,C_{17}H_{35}COOH}$$

$$=2\times 1/5=3\,mol\,NaOH\Rightarrow x=1065\,g$$

$$3\,mol\,NaOH\times\frac{1\,mol\,C_{17}H_{35}COONa}{1\,mol\,NaOH}\times\frac{306\,g\,C_{17}H_{35}COONa}{1\,mol\,C_{17}H_{35}COONa}=918\,g\,C_{17}H_{35}COONa$$

راه‌حل دوم:

$$\underbrace{\frac{x}{284}\times\frac{80}{100}}_{\text{اسید چرب}}=\underbrace{\frac{2\times 1/5}{1}}_{\text{سدیم هیدروکسید}}=\underbrace{\frac{x'}{306}}_{\text{صابون}}\Rightarrow\begin{cases}x=1065\,g\\ x'=918\,g\end{cases}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۲۳ تا ۳۰ شیمی ۳

pH آب خالص در دمای $۲۵^\circ C$ برابر ۷ است؛ بنابراین pH محلول آمونیاک برابر با $۱۰ = ۳ + ۷$ است.

$$\left[H^+\right] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۱۰} \Rightarrow \left[OH^-\right] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۰^{-۱۰}} = ۱۰^{-۴}$$

$$\left[OH^-\right] = M\alpha \Rightarrow ۱۰^{-۴} = M \times \frac{۵}{۱۰۰} \Rightarrow M = ۲ \times ۱۰^{-۳}\, mol \cdot L^{-۱}$$

$$NH_۳ \text{ جرم} = ۲ \times ۱۰^{-۳}\, \frac{mol}{L} \times ۰/۵L \times \frac{۱۷g}{۱mol} \times \frac{۱۰^۳\, mg}{۱g} = ۱۷\, mg$$

برای قسمت دوم سؤال، ابتدا غلظت H^+ در محلول اسید HA را حساب می‌کنیم:

$$K_a = \frac{\left[H^+\right]^۲}{M - \left[H^+\right]} \simeq \frac{\left[H^+\right]^۲}{M}$$

$$\Rightarrow ۱۰^{-۵} = \frac{\left[H^+\right]^۲}{۰/۱} \Rightarrow \left[H^+\right] = ۱۰^{-۳}\, mol \cdot L^{-۱}$$

$$\frac{\left[H^+\right] \text{ در محلول آمونیاک}}{\left[H^+\right] \text{ در محلول HA}} = \frac{۱۰^{-۱۰}}{۱۰^{-۳}} = ۱۰^{-۷}$$

۲۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحهٔ ۴۳ شیمی ۳

هرچه قدرت کاهندگی یک فلز بیشتر باشد، در واکنش آن با یک کاتیون فلزی، محلول افزایش دمای بیشتری خواهد داشت. در ضمن چون با وارد کردن فلز Z در محلول مس (II) سولفات، دمای محلول تغییر نکرده است، نتیجه می‌گیریم که قدرت کاهندگی Z از Cu کمتر است.

۲۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۵۲ و ۵۳ شیمی ۳

$$Zn \rightarrow Zn^{۲+} + ۲e^-$$

عدد اکسایش کروم در یون دی‌کرومات برابر با ۶+ است؛ پس عدد اکسایش هر اتم کروم، ۳ درجه $(۳ - ۶ = ۳)$ تغییر می‌کند. با توجه به اینکه در هر یون دی‌کرومات، ۲ اتم کروم وجود دارد، می‌توان نوشت:

$$Cr_۲O_۷^{۲-} + ۶e^- \rightarrow ۲Cr^{۳+} + \cdots$$

$$\Rightarrow ۳Zn \sim Cr_۲O_۷^{۲-}$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{۱۹/۵}{۳ \times ۶۵} = \frac{x}{۲۱۶} \Rightarrow x = ۲۱/۶g$$

۲۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحه‌های ۵۲ و ۵۳ شیمی ۳

بهتر است فرمول مولکولی را به‌دست آورده و همهٔ اتم‌های کربن و نیتروژن را یک واحد مستقل در نظر بگیریم:

فرمول مولکولی: $C_۶N_۲H_۵O_۲Cl$

$$C_۶N_۲ = x \Rightarrow x + ۵ - ۲ - ۱ = ۰ \Rightarrow x = ۰$$

۲۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * صفحهٔ ۶۷ شیمی ۳

با این تغییر، مجموع درصد جرمی سایر اجزاء به‌جز آب، از ۸۵ به ۹۵ درصد افزایش می‌یابد و براساس تناسب زیر، درصد جرمی $SiO_۲$ به‌شکل زیر تغییر می‌کند:

$$\begin{cases} ۸۵ \rightarrow ۹۵ \\ ۴۵ \rightarrow x \end{cases} \Rightarrow x = \frac{۴۵ \times ۹۵}{۸۵} \simeq ۵۰/۳$$

راه‌حل دوم: جرم اولیه خاک رس را ۱۰۰ گرم و جرم آب تبخیر شده را m گرم در نظر می‌گیریم:

$$\text{درصد جرمی } H_۲O \text{ نهایی} = ۵ \Rightarrow \frac{۱۵ - x}{۱۰۰ - x} \times ۱۰۰ = ۵ \Rightarrow ۹۵x = ۱۰۰۰ \Rightarrow x = \frac{۱۰۰۰}{۹۵} \simeq ۱۰/۵$$

$$\text{درصد جرمی } SiO_۲ \text{ نهایی} = \frac{۴۵}{۱۰۰ - ۱۰/۵} \times ۱۰۰ = \frac{۴۵۰۰}{۸۹/۵} \simeq ۵۰/۳$$

۲۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * صفحه‌های ۷۱ و ۷۲ شیمی ۳

یخ، جزء مواد مولکولی بوده و زودگداز است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱ شیمی ۳

$$Na_2O + 2488\,kJ \rightarrow 2Na^+(g) + O^{2-}(g)$$

$$MgO + 3798\,kJ \rightarrow Mg^{2+}(g) + O^{2-}(g)$$

$$x\,mol\ Na_2O \times \frac{2488\,kJ}{1\,mol\ Na_2O} = 2488x$$

$$(0/5 - x)\,mol\ MgO \times \frac{3798\,kJ}{1\,mol\ MgO} = 1899 - 3798x$$

$$1506 = 1899 - 3798x + 2488x \Rightarrow -393 = -1310x \Rightarrow x = 0/3$$

بنابراین در مخلوط اولیه، ۰/۳ مول Na_2O و ۰/۲ مول MgO وجود دارد:

$$0/3\,mol\ Na_2O \times \frac{62\,g\ Na_2O}{1\,mol\ Na_2O} = 18/6\,g\ Na_2O$$

$$0/2\,mol\ MgO \times \frac{40\,g\ MgO}{1\,mol\ MgO} = 8\,g\ MgO$$

MgO با آنتالپی فروپاشی بیشتر، نقطهٔ ذوب بالاتری دارد.

$$\text{درصد جرمی } MgO = \frac{8}{8 + 18/6} \times 100 \simeq 30$$

۲۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۹۸ و ۹۹ شیمی ۳

$$2CO + O_2 \rightarrow 2CO_2$$

۸۰mL مصرفی ۴۰mL مصرفی ۸۰mL تولیدی

$$2NO \rightarrow N_2 + O_2$$

۴۰mL مصرفی ۲۰mL تولیدی ۲۰mL تولیدی

$$2C_8H_{18} + 25O_2 \rightarrow 16CO_2 + 18H_2O$$

۶۰mL مصرفی ۷۵۰mL مصرفی ۴۸۰mL تولیدی ۵۴۰mL تولیدی

$$\text{حجم } O_2 \text{ باقی‌مانده} = 960 - 40 - 750 + 20 = 190\,mL$$

$$\text{حجم کل گازهای خروجی} = \underbrace{190}_{O_2} + \underbrace{80 + 480}_{CO_2} + \underbrace{20}_{N_2} + \underbrace{540}_{H_2O} = 1310\,mL$$

$$\text{درصد حجمی } N_2 = \frac{20}{1310} \times 100 \simeq \%1/5$$

۲۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳ شیمی ۳

$$2SO_2 + O_2 \rightleftharpoons 2SO_3$$

	$2SO_2$	O_2	$2SO_3$
تعادل اولیه :	۲	۱	۴
لحظهٔ تغییر :	۲	۱	۴ + a
تعادل جدید :	۲ + 2x	۱ + x	۴ + a − 2x

$$K = \frac{4^2}{2^2 \times 1} = 4$$

$$1 + x = 1/5 \Rightarrow x = 0/5$$

$$4 = \frac{(3 + a)^2}{3^2 \times 1/5} \Rightarrow (3 + a)^2 = 54 \xrightarrow{\sqrt{54} = 3\sqrt{6} = 7/35} 3 + a \simeq 7/35 \Rightarrow a \simeq 4/35$$

گزینه‌دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir