

دفترچه شماره ۲

آزمون جامع ۳

پنجشنبه ۱۴۰۱/۰۴/۰۲



آزمون‌های سرانسر گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

آزمون اختصاصی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۵۰	مدت پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		وضعیت پاسخگویی	مدت پاسخگویی
			از	تا		
۱	ریاضیات	۵۰	۱۰۱	۱۵۰	اجباری	۸۰ دقیقه



۱۱۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2+2\cos 3x}{(3x-\pi)^2}$ کدام است؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۱۲- اگر باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $2x-1$ برابر ۲ و $P(x)$ بر $x+3$ بخش پذیر باشد، باقی مانده تقسیم $f(x) = xP(\frac{x}{4}) + (x+1)P(-x-1)$ بر $x-2$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴)

۱۱۳- در صورتی که $1 = \sin(\pi + \alpha) \cos(\pi + \frac{\pi}{3})$ و α در ناحیه دوم باشد، مقدار $\tan(\frac{\pi}{4} + \alpha)$ کدام است؟

- ۹ + ۴√۲ (۱) ۹ - ۴√۲ (۲) ۴ + ۹√۲ (۳) ۴ - ۹√۲ (۴)

۱۱۴- مقدار $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^-} \frac{\sin x}{[-\frac{1}{x}] + 6x}$ کدام است؟

- ۰ (۱) -∞ (۲) $\sin \frac{1}{4}$ (۳) $-\sin \frac{1}{4}$ (۴)

۱۱۵- f تابع خطی، g تابع درجه دوم و $2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{f}{g})(x)$ است. مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{xf(x)}$ کدام است؟

- (۱) برابر شیب خط f (۲) نصف شیب خط f (۳) دو برابر شیب خط f (۴) صفر

۱۱۶- در کدام نقطه از بازه $[0, 4]$ آهنگ متوسط تابع $f(x) = \sqrt{5x-x^2}$ با آهنگ لحظه‌ای آن برابر است؟

- ۱۰ - √۲ (۱) ۵ + √۵ (۲) ۵ - √۵ (۳) ۱۰ + √۲ (۴)

۱۱۷- مستطیلی به قطر $\sqrt{12}$ را حول یکی از محورهای تقارنش دوران می‌دهیم، بیشترین حجم تولید شده چقدر است؟

- ۲π (۱) ۳π (۲) ۴π (۳) ۵π (۴)

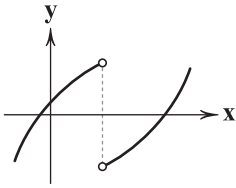
۱۱۸- در صورتی که $f(x) = \sin^3 \frac{\pi}{x[x]}$ باشد، مقدار $f'_+(2)$ چقدر است؟

- ۳π√۲ (۱) -۳π√۲ (۲) ۳π√۲ (۳) -۳π√۲ (۴)

۱۱۹- تابع $f(x) = \begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ x & 2 & 1 \\ x^2 & 1 & x^2 \end{vmatrix}$ در بازه $[a, b]$ نزولی اکید است، حداکثر مقدار $b-a$ کدام است؟ (| | علامت دترمینان است.)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۱/۳ (۳) ۱ (۴)

محل انجام محاسبات



۱۲۰- اگر تابع $f(x)$ پیوسته و نمودار مشتق آن به صورت زیر باشد. کدام جمله در مورد f صحیح است؟

- (۱) یک ماکزیمم نسبی، یک مینیمم نسبی و یک نقطه عطف دارد.
 (۲) دو مینیمم نسبی، یک ماکزیمم نسبی و فاقد نقطه عطف است.
 (۳) دو ماکزیمم نسبی، یک مینیمم نسبی و فاقد نقطه عطف است.
 (۴) یک ماکزیمم نسبی، یک مینیمم نسبی و فاقد نقطه عطف است.

۱۲۱- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 & x \geq 1 \\ ax^2 + bx + c & x < 1 \end{cases}$ در $x=1$ مشتق دوم داشته باشد، مقدار c کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۲۲- تقعر تابع $y = \sin^2 x - \cos 2x$ در کدام بازه رو به پایین است؟

- (۱) $(\frac{\pi}{4}, \pi)$ (۲) $(0, \frac{3\pi}{4})$ (۳) $(0, \pi)$ (۴) $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$

۱۲۳- سه گزاره زیر را در نظر بگیرید:

P : ۵ عددی اول است.

Q : ۷ یکی از عامل‌های ۱۹۲ است.

R : کوچک‌ترین مضرب مشترک ۵ و ۷ عدد ۳۵ است.

سپس مشخص کنید کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

- (۱) $(p \wedge q) \vee (\sim r)$ (۲) $\sim p \wedge (\sim q \wedge r)$ (۳) $\sim p \vee (q \wedge r)$ (۴) $p \vee (\sim q \wedge r)$

۱۲۴- اگر \mathbb{Z} مجموعه اعداد صحیح و $A = \{x \in \mathbb{Z}; 2^{(x+2)}(x^2 - 5x + 6) = 1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z}; -3 < 2x - 1 < 9\}$ آن‌گاه تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $A \times B$ کدام است؟

- (۱) 2^{18} (۲) 2^{12} (۳) 2^{15} (۴) 2^{10}

۱۲۵- پیشامدهای A و B و C دوه‌دو مستقل و $P(A \cap B \cap C) = 0$ ، $P(C) \neq 0$ است. بنابراین $P(A' \cap B' | C)$ کدام است؟

- (۱) $P(A) - P(B')$ (۲) $P(A') + P(B')$ (۳) $P(A') - P(B')$ (۴) $P(A') - P(B)$

۱۲۶- یک تاس را سه بار پرتاب می‌کنیم، احتمال این‌که هر تاس از قبلی عدد بزرگ‌تری بیاید چقدر است؟

- (۱) $\frac{5}{216}$ (۲) $\frac{5}{54}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{5}{36}$

۱۲۷- سه کیف داریم که هر کدام شامل ۵ گوی سفید و ۲ گوی سیاه است. این سه کیف را گروه A می‌نامیم و دو کیف داریم که هر کدام شامل یک گوی سفید و ۴ گوی سیاه است، این دو کیف را گروه B می‌نامیم، یک کیف به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم و یک گوی بیرون می‌آوریم، اگر این گوی سیاه باشد، احتمال این‌که گوی بیرون آمده از گروه کیف‌های A باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{4}{35}$ (۲) $\frac{15}{43}$ (۳) $\frac{6}{35}$ (۴) $\frac{12}{43}$

محل انجام محاسبات



۱۲۸- اگر میانگین و واریانس ۷ داده به ترتیب برابر ۸ و ۱۶ باشد و اگر پنج تا از داده‌ها ۱۴، ۱۲، ۱۰، ۴، ۲ باشد، حاصل ضرب دو داده دیگر کدام است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۴۸ (۳) ۴۰ (۴) ۴۹

۱۲۹- اگر انحراف معیار داده‌های $k, 1, 0, -1$ برابر $\sqrt{5}$ و $k > 0$ باشد آنگاه k کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{6}$ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $2\sqrt{\frac{10}{3}}$ (۴) $4\sqrt{\frac{5}{3}}$

۱۳۰- می‌خواهیم ۱۰ سکه بهار آزادی را درون ۳ پاکت قرار دهیم. با کدام احتمال در پاکت اول حداقل ۲ سکه و در پاکت دوم حداقل یک سکه قرار می‌گیرد؟

- (۱) $\frac{6}{11}$ (۲) $\frac{5}{11}$ (۳) $\frac{36}{60}$ (۴) $\frac{40}{66}$

۱۳۱- در مراسم قرعه‌کشی مسابقات ۴ جانبه فوتبال، رئیس فدراسیون، یک مترجم و از هر یک از تیم‌های A، B، C، D، ۲ نفر حضور دارند. به چند طریق این افراد می‌توانند دور یک میز گرد قرار گیرند به طوری که افراد تیم A کنار هم، افراد تیم B کنار هم و افراد تیم C هم کنار هم باشند؟

- (۱) ۵۷۶۰ (۲) ۷۲۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۵۰۴۰

۱۳۲- در یک مربع لاتین چرخشی از مرتبه ۵، مجموع سه درایه وسط در سطر چهارم کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۲ (۳) ۱۰ (۴) ۹

۱۳۳- اگر $|n|!$ و $|m|!$ ، آنگاه قدرمطلق تفاضل کم‌ترین مقادیر طبیعی m و n کدام است؟

- (۱) $0/3$ (۲) ۱۱ (۳) ۷ (۴) ۲۹

۱۳۴- باقیمانده تقسیم $10 \times 9 + 10^{125} \times 9 + 10$ بر ۷ چند برابر رقم یکان $2^{11} + 7$ است؟

- (۱) $0/2$ (۲) $0/3$ (۳) $0/4$ (۴) $0/5$

۱۳۵- در گراف ناهمبند با مشخصات $p=12$ و $q=55$ چند دور به طول ۴ داریم؟

- (۱) ۹۹۰ (۲) ۱۰۲۴ (۳) ۱۹۸۰ (۴) ۴۹۵

۱۳۶- کدام یک از گراف‌های زیر مجموعه احاطه‌گر مینیمم یکتا دارد؟

- (۱) P_{91} (۲) P_{14} (۳) P_{24} (۴) P_{100}

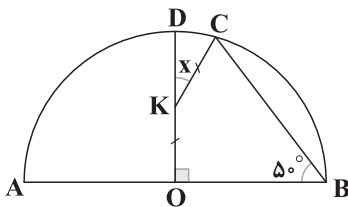
۱۳۷- در نیم‌دایره به مرکز O، $DO \perp AB$ و $KO=KC$ و $\hat{CBA} = 50^\circ$ است، x چند درجه است؟

- (۱) ۱۰

- (۲) ۱۵

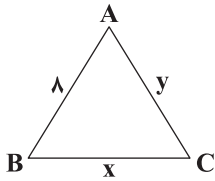
- (۳) ۲۰

- (۴) ۲۵



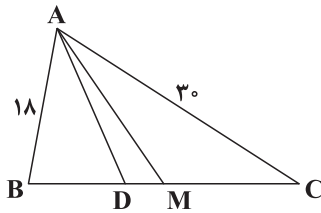


۱۳۸- با توجه به شکل، $AB=8$ ، $x, y \in \mathbb{N}$ و $\hat{B} < \hat{C}$ است، ماکزیمم مقدار برای $x+y$ کدام است؟



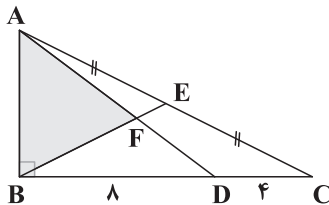
- (۱) ۱۸
(۲) ۱۹
(۳) ۲۰
(۴) ۲۱

۱۳۹- با توجه به شکل در مثلث ABC ، $BM=MC$ و AD نیمساز زاویه A است، نسبت مساحت مثلث ABD به مساحت مثلث AMC کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{5}$
(۲) $\frac{13}{20}$
(۳) $\frac{7}{10}$
(۴) $\frac{3}{4}$

۱۴۰- با توجه به شکل $\hat{B}=90^\circ$ و $DC=FD=4$ و $BD=8$ و $AE=EC$ است، مساحت قسمت رنگ شده کدام است؟



- (۱) $\frac{36}{5}$
(۲) $\frac{72}{5}$
(۳) $\frac{48}{5}$
(۴) $\frac{34}{5}$

۱۴۱- محیط مثلث ABC به اضلاع a و b و c که در رأس C قائم است، برابر 70 و شعاع دایره محاطی داخلی آن برابر 6 است. $|a-b|$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۴۲- سه ضلع مثلث، سه عدد طبیعی متوالی است. اگر بزرگترین زاویه دو برابر کوچکترین زاویه باشد، اضلاع مثلث کدام است؟

- (۱) ۵، ۴، ۳ (۲) ۶، ۵، ۴ (۳) ۷، ۶، ۵ (۴) ۸، ۷، ۶

۱۴۳- اگر a, b, c اضلاع مثلث ABC و تساوی $\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{3}{a+b+c}$ بین اضلاع برقرار باشد، آن گاه \hat{C} کدام است؟

- (۱) 30° (۲) 45° (۳) 60° (۴) 120°

۱۴۴- در مثلث ABC به طول اضلاع a, b, c ، میانه AD عمود بر AC است، اگر $b=5$ و $c=11$ باشد. آن گاه a کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۳

۱۴۵- طول وتری که دایره $26 = x^2 + y^2 - 6x - 2y$ از محور x ها جدا می کند برابر اندازه یک ضلع مستطیل $ABCD$ و اندازه ضلع دیگر این

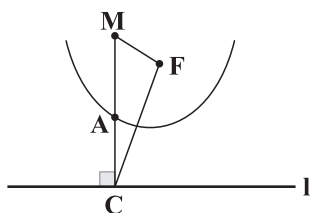
مستطیل برابر طول وتری است که این دایره از محور y ها جدا می کند. مساحت مستطیل $ABCD$ کدام است؟

- (۱) $12\sqrt{105}$ (۲) $18\sqrt{105}$ (۳) $16\sqrt{3}$ (۴) $18\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات



۱۴۶- در شکل زیر نقطه M به فاصله 10 از خط هادی سهمی (I) قرار دارد. اگر فاصله F (کانون سهمی) از M و C به ترتیب $2\sqrt{21}$ و $2\sqrt{6}$ باشد،

اندازه AC کدام است؟

۷ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

۱۴۷- اگر A ماتریس وارون پذیر از مرتبه ۲ و $|B-I|=2$ باشد، حاصل دترمینان ماتریس $I-A^{-1}BA$ کدام است؟

-۲ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۴۸- اگر $F = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل ماتریس $F + F^2 + F^3 + F^4 + F^5$ به صورت $\begin{bmatrix} A & C \\ B & D \end{bmatrix}$ خواهد بود که در آن ماتریس‌های $A_{2 \times 1}$ ، $B_{1 \times 1}$ ،

$C_{2 \times 2}$ و $D_{1 \times 1}$ خواهند بود. حاصل $|C^{-1}|$ چقدر بیشتر از جمع درایه‌های ماتریس‌های $2A$ است؟

۵ (۴)

 $\frac{1}{5}$ (۳)

۶ (۲)

 $\frac{1}{6}$ (۱)

۱۴۹- روی دو بردار a و b مثلثی با مساحت ۹ بنا شده است. حاصل $|(\mathbf{2a} - \mathbf{b}) \times (\mathbf{a} + \mathbf{2b})|$ کدام است؟

۲۱ (۴)

۷۶ (۳)

۴۲ (۲)

۱۲۶ (۱)

۱۵۰- در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $2a$ ، حاصل $k = \overline{AB} \cdot \overline{BC} + \overline{BC} \cdot \overline{CA} + \overline{CA} \cdot \overline{AB}$ کدام است؟

 $3a^2$ (۴) $-3a^2$ (۳) $6a^2$ (۲) $-6a^2$ (۱)

دفترچه شماره ۳

آزمون جامع ۳

پنجشنبه ۱۴۰۱/۰۴/۰۲



آزمون‌های سرانسر کاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

آزمون اختصاصی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

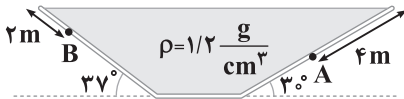
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	فیزیک	۴۰	اجباری	۱۵۱	۱۹۰	۵۰ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	اجباری	۱۹۱	۲۲۰	۳۰ دقیقه



۱۵۱- چه تعداد از عبارتهای زیر، می تواند نتیجه حاصل از اندازه گیری با استفاده از پیمانهای به حجم 5cm^3 باشد؟

- (الف) 10^{-3}dm^3 (ب) 2cm^3 (ج) $3 \times 10^3\text{mm}^3$ (د) $5 \times 10^{-6}\text{m}^3$
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

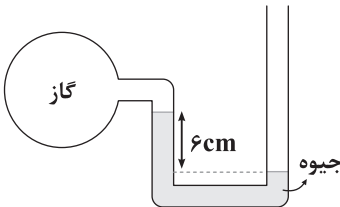
۱۵۲- در شکل زیر، اختلاف فشار بین دو نقطه A و B چند پاسکال است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$, $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



- (۱) ۹/۶
(۲) ۹۶۰۰
(۳) ۲/۴
(۴) ۲۴۰۰۰

۱۵۳- در شکل زیر، فشار مطلق گاز درون مخزن را چند درصد و چگونه تغییر دهیم تا ارتفاع جیوه در لوله سمت راست نسبت به حالت اولیه، 7cm

بیشتر شود؟ ($P_0 = 76\text{cmHg}$, $\rho_{\text{Hg}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و مساحت سطح مقطع دو لوله برابر است.)



- (۱) ۳۰ - افزایش
(۲) ۳۰ - کاهش
(۳) ۲۰ - افزایش
(۴) ۲۰ - کاهش

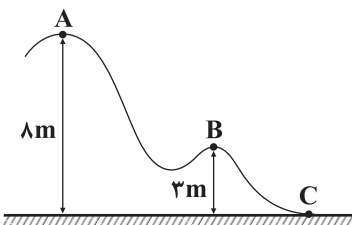
۱۵۴- در شکل زیر، آب با آهنگ ثابتی از روزنه پایین ظرف خارج می شود. آهنگ تغییر فشار وارد بر کف ظرف از طرف مایع با گذشت زمان چگونه تغییر می کند؟ (روزنه تقریباً در انتهای ظرف قرار دارد.)



- (۱) ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد.
(۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می یابد.
(۳) پیوسته افزایش می یابد.
(۴) پیوسته کاهش می یابد.

۱۵۵- مطابق شکل زیر، سورتمه سواری به جرم 50kg از حال سکون روی سطح شروع به حرکت می کند و با تندی $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از نقطه B می گذرد. اگر کار نیروی اصطکاک بر روی سورتمه سوار در مسیر BC برابر مسیر AB باشد، تندی سورتمه سوار در هنگام عبور از نقطه C چند متر بر

ثانیه خواهد بود؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



- (۱) $2\sqrt{2}$
(۲) $4\sqrt{2}$
(۳) $2\sqrt{3}$
(۴) ۴



۱۵۶- جرم اتاقک آسانسوری به همراه بار موجود در آن 500 kg است. اگر این بالابر در مدت 10 ثانیه با تندی ثابت، سه طبقه بالا رود، توان متوسط موتور

این آسانسور چند اسب بخار است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ، $1 \text{ hp} = 750 \text{ W}$ و نیروهای اتلافی را نادیده بگیرید و ارتفاع هر طبقه را 3 متر فرض کنید).

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۴

۱۵۷- توسط یک خطکش فلزی در دمای 1°C - طول کتابی، 20 cm اندازه گیری شده است. در دمای 3°C طول این کتاب با همان خطکش

..... اندازه گیری می شود. ($\alpha = 1/5 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$)

- (۱) 2 mm ، بلندتر (۲) 12 mm ، کوتاه تر
(۳) 6 mm ، بلندتر (۴) 6 mm ، کوتاه تر

۱۵۸- $5/5$ کیلوگرم یخ با دمای صفر درجه سلسیوس را در ظرفی به ظرفیت گرمایی $10 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$ که در آن 2 کیلوگرم آب با دمای 2°C قرار دارد،

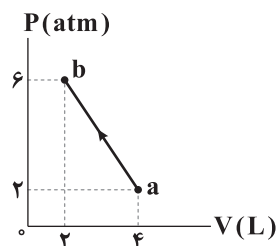
می اندازیم. پس از برقراری تعادل، 300 g یخ در ظرف باقی می ماند. چند کیلوژول گرما و چگونه بین سیستم و محیط مبادله شده

است؟ ($c_{\text{آب}} = 4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ ، $L_F = 320 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$)

- (۱) 296 - گرما از سیستم به محیط خارج رفته است.
(۲) $29/6$ - گرما از سیستم به محیط خارج رفته است.
(۳) 296 - گرما از محیط وارد سیستم شده است.
(۴) گرمایی بین سیستم و محیط مبادله نشده است.

۱۵۹- نمودار $P-V$ گازی که طی یک فرایند، 1200 ژول گرما گرفته است، مطابق شکل زیر است. در طول این فرایند، انرژی درونی گاز چند ژول و

چگونه تغییر کرده است؟ ($1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$)



- (۱) 400 - کاهش
(۲) 400 - افزایش
(۳) 2000 - کاهش
(۴) 2000 - افزایش

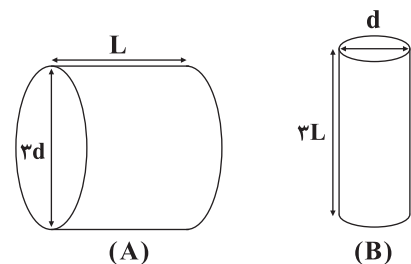
۱۶۰- کدام گزینه، قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی را نقض می کند؟

- (۱) $Q_L = -550 \text{ J}$ ، $W = -250 \text{ J}$ ، $Q_H = 700 \text{ J}$
(۲) $Q_L = -30 \text{ J}$ ، $W = -15 \text{ J}$ ، $Q_H = 45 \text{ J}$
(۳) $Q_L = -75 \text{ J}$ ، $W = -40 \text{ J}$ ، $Q_H = 115 \text{ J}$
(۴) $Q_L = 0 \text{ J}$ ، $W = -240 \text{ J}$ ، $Q_H = 240 \text{ J}$

۱۶۱- دو سیملوله آرمانی، مطابق شکل زیر داریم. این دو سیملوله از سیم های یکسانی درست شده اند و جریان یکسان I از هر دو عبور می کند.

بزرگی میدان مغناطیسی در داخل سیملوله A چند برابر بزرگی میدان مغناطیسی در سیملوله B است؟ (در هر دو سیملوله، حلقه ها خیلی

به هم نزدیک هستند).



- (۱) ۱
(۲) ۳
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $\frac{1}{3}$



۱۶۲- بردار میدان مغناطیسی یکنواختی در SI به صورت $\vec{B} = 0/3\vec{i} + 0/4\vec{j}$ می‌باشد و قاب رسانای مربعی شکل به ضلع 20cm که سطح آن موازی محور x و عمود بر محور y است، در این میدان قرار دارد. به ترتیب از راست به چپ، بزرگی میدان مغناطیسی در آن محیط و شار مغناطیسی عبوری از این قاب در SI در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

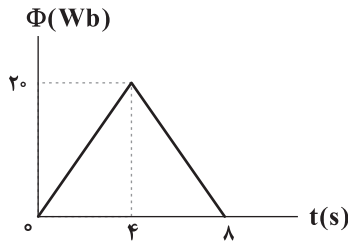
$1/6 \times 10^{-2} - 0/4$ (۴) $2 \times 10^{-2} - 0/4$ (۳) $2 - 0/5$ (۲) $1/6 \times 10^{-2} - 0/5$ (۱)

۱۶۳- ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -4\text{mC}$ و با سرعت $5 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ داخل سیملوله‌ای آرمانی که از آن جریان 10 آمپر عبور می‌کند، عمود بر راستای خطوط میدان مغناطیسی داخل سیملوله پرتاب می‌شود. اگر اندازه نیروی مغناطیسی که از طرف میدان مغناطیسی درون سیملوله بر این ذره

وارد می‌شود، برابر $24 \times 10^{-4} \text{N}$ باشد، در هر متر از این سیملوله چند دور حلقه وجود دارد؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$)

20 (۴) $0/2$ (۳) 10 (۲) $0/1$ (۱)

۱۶۴- نمودار تغییرات شار مغناطیسی عبوری از حلقه‌ای رسانا به صورت زیر است. اندازه بار الکتریکی که از یک سطح مقطع مشخص حلقه در بازه زمانی $t=0$ تا $t=4\text{s}$ عبور می‌کند، چند برابر اندازه بار الکتریکی که از یک سطح مقطع مشخص قاب در در بازه زمانی $t=4\text{s}$ تا $t=8\text{s}$ عبور می‌کند، است؟



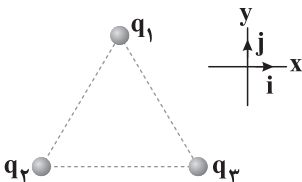
$\frac{3}{4}$ (۱)
۱ (۲)
۲ (۳)
 $\frac{1}{2}$ (۴)

۱۶۵- فاصله بین صفحات خازن تختی را پس از جدا کردن از باتری، سه برابر می‌کنیم. اندازه میدان الکتریکی بین صفحات این خازن چند برابر می‌شود؟

۹ (۴) ۳ (۳) $\frac{1}{3}$ (۲) (۱) ثابت می‌ماند.

۱۶۶- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی رأس‌های یک مثلث متساوی‌الاضلاع قرار دارند. اگر بارهای q_1 و q_2 منفی و بار q_3 مثبت باشد و داشته باشیم $|q_3| > |q_2|$ ، در این صورت کدام یک از بردارهای زیر نمی‌تواند برای نیروهای وارد بر بار q_1 از طرف دو بار دیگر بر

حساب SI باشد؟



$2\vec{i} - 4\vec{j}$ (۱)
 $3\vec{i} - 5\vec{j}$ (۲)
 $6\vec{i} + 4\vec{j}$ (۳)
 $2\vec{i} - 2\vec{j}$ (۴)

۱۶۷- چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟

(الف) بار داده شده به یک رسانا، در سطح داخلی آن توزیع می‌شود.

(ب) در نقاط نوک تیز سطح جسم رسانا، در حالت تعادل الکترواستاتیکی، پتانسیل الکتریکی بیشتر است.

(ج) میدان الکتریکی درون رسانا همیشه صفر است.

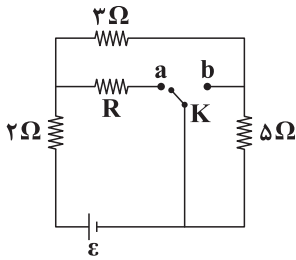
(د) در نقاط نوک تیز سطح خارجی رسانای باردار، تراکم بار، بیشتر است.

۳ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) صفر (۱)

محل انجام محاسبات



۱۶۸- در شکل زیر، یک بار کلید K را به نقطه a و بار دیگر به نقطه b وصل می‌کنیم. مقاومت R چند اهم باشد تا در هر دو حالت، توان مصرفی در



مدار یکسان باشد؟ (باتری را آرمانی در نظر بگیرید)

۷/۵ (۱)

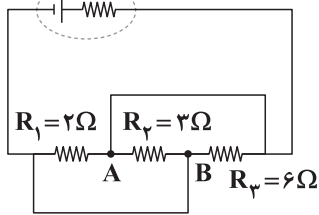
۴/۸ (۲)

۳/۲۵ (۳)

۶/۵ (۴)

۱۶۹- در مداري به شکل زیر، جریان الکتریکی در مقاومت R_p چند آمپر و در چه جهتی است؟

$\varepsilon = 12V$ $r = 0.5\Omega$



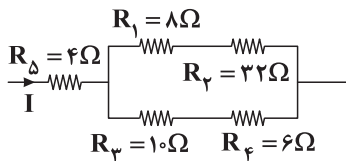
(۱) $\frac{4}{3}$ - از A به طرف B

(۲) $\frac{4}{3}$ - از B به طرف A

(۳) $\frac{1}{3}$ - از A به طرف B

(۴) $\frac{1}{3}$ - از B به طرف A

۱۷۰- قسمتی از یک مدار در شکل زیر آمده است. کدام مقاومت بیشترین توان مصرفی را دارد؟



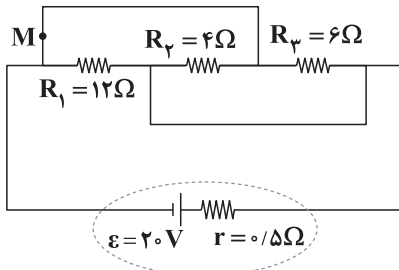
(۱) R_Δ

(۲) R_1

(۳) R_β

(۴) R_γ

۱۷۱- در مدار شکل زیر، جریانی که از نقطه M می‌گذرد، چند آمپر است؟



(۱) ۸

(۲) $\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{20}{3}$

(۴) ۱۶

۱۷۲- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت $3a$ بر روی محور x شروع به حرکت می‌کند و پس از مدتی با شتاب a ترمز کرده و می‌ایستد. اگر

مسافتی که متحرک در کل حرکت طی کرده است، ۴۰۰ متر باشد، اختلاف مسافت طی شده در حرکت تندشونده و کندشونده چند متر است؟

(۴) ۵۰

(۳) ۱۰۰

(۲) ۲۰۰

(۱) ۳۰۰

۱۷۳- متحرکی با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت است. این متحرک در ۳ ثانیه اول حرکتش، ۲۰ متر و در ۳ ثانیه سوم حرکتش، ۸۰ متر را

طی می‌کند. متحرک در ۹ ثانیه اول حرکتش چند متر طی کرده است؟

(۴) ۱۳۰

(۳) ۱۴۰

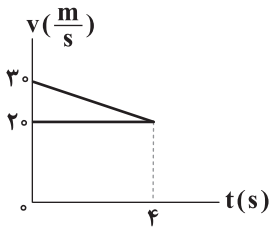
(۲) ۱۵۰

(۱) ۱۰۰

محل انجام محاسبات



۱۷۴- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند و در مبدأ زمان از کنار هم عبور کرده‌اند، نشان می‌دهد. هنگامی که اندازه سرعت دو متحرک برابر می‌شود، فاصله دو متحرک از یکدیگر چند متر است؟



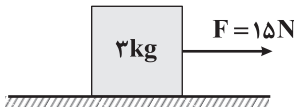
- (۱) ۲۰
(۲) ۳۰
(۳) ۴۰
(۴) ۵۰

۱۷۵- اتوبوسی با سرعت ثابت $108 \frac{km}{h}$ در حال حرکت است. مسافری از صندلی ردیف سوم بلند شده و با شتاب $8 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت به سمت

انتهای اتوبوس می‌کند، سپس در انتهای اتوبوس به مدت ۱۰ دقیقه می‌نشیند و بعد با سرعت ثابت $20 \frac{m}{s}$ به سمت صندلی خود حرکت کرده و روی آن می‌نشیند. سرعت متوسط مسافر در این مدت چند متر بر ثانیه است؟

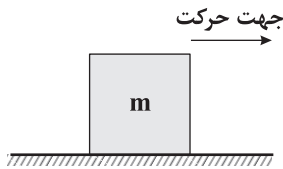
- (۱) صفر (۲) ۸۰ (۳) ۲۰ (۴) ۳۰

۱۷۶- در شکل زیر، اگر شتاب حرکت جسم $4 \frac{m}{s^2}$ باشد، ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم برابر کدام گزینه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



- (۱) ۰/۲۵
(۲) ۰/۳
(۳) ۰/۲
(۴) ۰/۱

۱۷۷- مطابق شکل زیر، تکه سنگی را روی سطح افقی و تماس بر آن پرتاب می‌کنیم. پس از مدتی سنگ متوقف می‌شود. واکنش نیروهای وارد بر جسم طی زمانی که حرکت می‌کند، در کدام جهت‌ها هستند؟



- (۱) $\uparrow, \uparrow, \rightarrow, \rightarrow$
(۲) $\uparrow, \downarrow, \rightarrow, \rightarrow$
(۳) $\downarrow, \uparrow, \leftarrow, \leftarrow$
(۴) $\uparrow, \downarrow, \leftarrow, \leftarrow$

۱۷۸- گلوله‌ای به جرم $2 kg$ با تندی $10 \frac{m}{s}$ به آب برخورد کرده و در راستای قائم حداکثر تا عمق ۲ متری در آب فرو می‌رود. اگر اندازه نیروی

شناوری وارد بر گلوله از طرف آب برابر با ۲۵ نیوتون باشد، اندازه نیروی مقاومت آب در مقابل حرکت گلوله، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$) و

نیروی مقاومت آب در مقابل حرکت گلوله را ثابت فرض کنید.)

- (۱) ۴۵ (۲) ۵۰ (۳) ۵۵ (۴) ۷۵

۱۷۹- دو گلوله A و B از ارتفاع یکسان نسبت به زمین رها می‌شوند. اگر جرم گلوله A، سه برابر جرم گلوله B باشد و نیروی مقاومت هوا برای هر دو جسم، یکسان و معادل ۲۰ درصد وزن گلوله B باشد، در مدت زمان یکسان، نسبت جابه‌جایی گلوله A در راستای قائم به جابه‌جایی در گلوله B راستای قائم، برابر کدام گزینه است؟ (فرض کنید ارتفاع گلوله‌ها در ابتدا نسبت به زمین، زیاد است.)

- (۱) $\frac{7}{6}$ (۲) $\frac{6}{7}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{3}{7}$

محل انجام محاسبات



۱۸۰- جسمی به جرم 2 kg محیط دایره‌ای به شعاع 10 متر را با سرعت ثابت طی می‌کند. به طوری که در هر 1 دقیقه، 180 مرتبه محیط دایره را طی می‌کند. تغییر تکانه این جسم در $\frac{1}{4}$ دوره چند واحد SI است؟ ($\pi = 3$)

- (۱) 180 (۲) 360 (۳) $180\sqrt{2}$ (۴) $360\sqrt{2}$

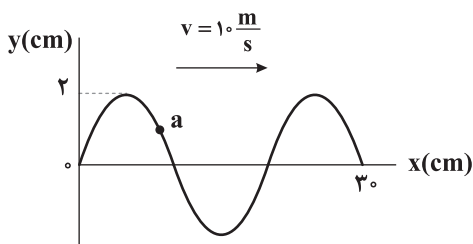
۱۸۱- وزنه‌ای به جرم 8 kg را با فنری با ثابت $200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ روی سطح افقی بدون اصطکاک به نوسان درمی‌آوریم. این نوسانگر در لحظه $t = 0$ از مکان $x = +A$ (دامنه نوسان است)، شروع به نوسان می‌کند. اگر دامنه نوسان، 10 cm باشد، تندی متوسط وزنه در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 0/4\text{ s}$ چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ ($\pi = 3$)

- (۱) 50 (۲) 100 (۳) 150 (۴) 200

۱۸۲- معادله حرکت هماهنگ ساده یک نوسانگر در SI، به صورت $x = 0/02 \cos(\pi t)$ است. تندی متوسط این نوسانگر در بازه زمانی $t_1 = 0/5\text{ s}$ تا $t_2 = 2\text{ s}$ چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

- (۱) 8 (۲) 4 (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۸۳- شکل زیر، یک موج سینوسی را در لحظه‌ای از زمان نشان می‌دهد که در جهت محور x در طول ریسمان کشیده شده‌ای حرکت می‌کند. ذره a در مدت زمان $0/02\text{ s}$ ، مسافت چند سانتی‌متر را طی می‌کند؟

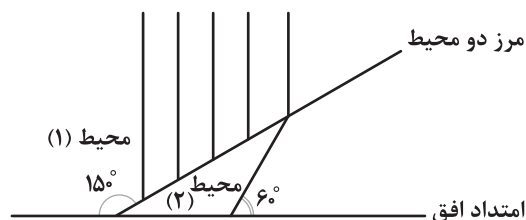


- (۱) 2 (۲) 4 (۳) 8 (۴) 16

۱۸۴- اگر 20 متر از منبع صوت دور شویم، تراز شدت صوت به اندازه 14 دسی‌بل کاهش می‌یابد. فاصله اولیه از منبع صوت چند متر بوده است؟ ($\log 2 = 0/3$)، $I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ و از اتلاف انرژی صوتی در محیط صرف نظر کنید).

- (۱) 5 (۲) 10 (۳) 15 (۴) 20

۱۸۵- شکل زیر، وضعیت جبهه‌های موج فرودی و شکسته شده در دو محیط شفاف (۱) و (۲) را نشان می‌دهد. نسبت طول موج در محیط (۱) به طول موج در محیط (۲) برابر کدام گزینه است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

محل انجام محاسبات



۱۸۶- در آزمایش ینگ، با ثابت نگه داشتن شرایط آزمایش، طول موج نور مورد آزمایش از 4000nm به 3000nm می‌رسد. عرض هر یک از نوارهای تاریک و روشن، چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) ۲۵ - کاهش (۲) ۷۵ - کاهش (۳) ۲۵ - افزایش (۴) ۷۵ - افزایش

۱۸۷- رابطه انرژی فوتونی که در اثر گذار الکترون در اتم هیدروژن از تراز انرژی بالا به تراز انرژی پایین ایجاد می‌شود، به صورت

$E = A\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}\right)$ می‌باشد. در این رابطه A برابر کدام گزینه است؟ (R ، c ، h به ترتیب ثابت ریذبرگ، سرعت نور در خلأ و ثابت پلانک می‌باشند.)

- (۱) $\frac{R}{hc}$ (۲) Rhc (۳) R (۴) $\frac{Rc}{h}$

۱۸۸- اگر الکترون در اتم هیدروژن در تراز $n=3$ باشد، انرژی پرنرژی‌ترین فوتونی که می‌تواند تابش کند، چند ریذبرگ است؟

- (۱) $\frac{8}{9}$ (۲) $\frac{9}{8}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{16}$

۱۸۹- در یک تار مرتعش دو سر بسته، بسامد هماهنگ ششم، 1200Hz است. اگر با ثابت ماندن طول تار، اندازه نیروی کشش تار، ۴۴ درصد افزایش یابد، بسامد هماهنگ دهم این تار مرتعش چند هرتز است؟

- (۱) ۶۰۰ (۲) ۱۲۰۰ (۳) ۲۴۰۰ (۴) ۴۸۰۰

۱۹۰- از دو ماده پرتوزای A و B ، نمونه‌هایی با تعداد هسته‌های اولیه یکسان داریم. هنگامی که $\frac{1}{64}$ هسته‌های اولیه ماده A به صورت فعال باقی مانده‌اند، ۷۵ درصد از هسته‌های اولیه ماده B دچار فروپاشی شده‌اند. نیمه‌عمر ماده A چند برابر نیمه‌عمر ماده B است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) $\frac{1}{6}$



۱۹۱- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با یون سدیم درست است؟

- عنصر سدیم در ترکیب‌های طبیعی و گوناگون خود، تنها به شکل یون سدیم وجود دارد.
- چگالی بار آن از یون‌های پتاسیم و منیزیم به ترتیب بیشتر و کم‌تر است.
- نیاز روزانه بدن هر فرد بالغ به یون سدیم، نصف یون پتاسیم است.
- نور زرد لامپ‌هایی که شب هنگام، بزرگراه‌ها و خیابان‌ها را روشن می‌کند، به دلیل وجود یون سدیم در آنها است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹۲- یک حباب کروی به قطر 4cm روی سطح آب، در دمای $45/5^\circ\text{C}$ و فشار 0.667atm ، حاوی چند مولکول بخار آب است؟ (فرض کنید

تمام حجم کره را مولکول‌های بخار آب تشکیل داده‌اند، $\pi=3$)

- (۱) $7/4 \times 10^{17}$ (۲) $7/4 \times 10^{20}$ (۳) $4/9 \times 10^{17}$ (۴) $4/9 \times 10^{20}$

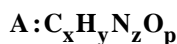


۱۹۳- در مجموع چهار دوره نخست جدول دوره‌ای، در لایه ظرفیت اتم چند درصد عنصرها، فقط یک زیرلایه دو الکترونی وجود دارد؟

- (۱) ۸۳/۳۳ (۲) ۷۲/۲۲ (۳) ۴۷/۲۲ (۴) ۷۷/۷۷

۱۹۴- ترکیب آلی اکسیژن دار و نیتروژن دار A با مقدار معینی اکسیژن می‌سوزد. اگر نسبت مولی CO به CO حاصل برابر ۳ و نسبت مولی NO

به N برابر $\frac{1}{4}$ باشد، ضریب مولی اکسیژن در معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به ازای سوختن یک مول A کدام است؟



$$(۱) \frac{35x + 4z + 10y - 20p}{40} \quad (۲) \frac{35x + 2z + 10y - 20p}{40} \quad (۳) \frac{63x + 4z + 18y - 36p}{72} \quad (۴) \frac{45x + 2z + 18z - 36p}{72}$$

۱۹۵- تفاوت شمار جفت الکترون‌های پیوندی و شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در کدام گونه زیر، عدد کوچک تری است؟ (Sn، Te)

- (۱) TeO_۲ (۲) IF_۳⁻ (۳) SnCl_۴ (۴) CS_۳⁻

۱۹۶- نمونه‌ای از گاز طبیعی حاوی متان، اتان، پروپان و نیتروژن با ترکیب درصد جرمی به ترتیب ۶۴، ۱۵، ۱۳/۲ و ۷/۸ می‌باشد. فرض کنید با استفاده از یک کاتالیزگر، کل کربن موجود در گاز طبیعی با بازده ۱۰۰٪ به ایزومری از ۱- بوتین تبدیل شود. به ازای ۱۰۰ گرم گاز طبیعی چند گرم

از ایزومر مورد نظر به دست می‌آید؟ (C=۱۲, H=۱, N=۱۴: g.mol⁻¹)

- (۱) ۵۲/۳ (۲) ۶۱/۰ (۳) ۷۹/۶ (۴) ۹۰/۱

۱۹۷- اگر جرم‌های برابر از محلول‌های I و II را با هم مخلوط کنیم، مولاریته محلول به دست آمده کدام است؟ (از تغییر حجم در اثر مخلوط کردن

صرف نظر کنید.) (Ca=۴۰, Br=۸۰: g.mol⁻¹)

(I) محلول کلسیم برمید با درصد جرمی ۲۰ و چگالی ۱/۲۵۰ g.mL⁻¹

(II) محلول کلسیم برمید با درصد جرمی ۴۰ و چگالی ۱/۳۳۳ g.mL⁻¹

- (۱) ۱/۴۰ (۲) ۱/۷۱ (۳) ۱/۹۳ (۴) ۲/۱۹

۱۹۸- دانش‌آموزی برای تعیین میزان گوگرد در یک نمونه، گوگرد را به صورت باریم سولفات رسوب داد و سپس جرم آن را اندازه‌گیری کرد. او با فرض این‌که تمام رسوب حاصل، باریم سولفات است، درصد گوگرد را در این نمونه ۲۰ گزارش کرد، در حالی که در واقع ۳۰ درصد از رسوبی که

به دست آورده بود باریم سولفید بود. درصد واقعی گوگرد در نمونه به تقریب چقدر بوده است؟ (O=۱۶, S=۳۲, Ba=۱۳۷: g.mol⁻¹)

- (۱) ۳۲ (۲) ۲۲ (۳) ۱۸ (۴) ۱۴

۱۹۹- در پنج گرم از محلول آلومینیم سولفات که غلظت یون آلومینیم در آن برابر ۱۶۲ ppm است، چند یون سولفات وجود دارد؟ (Al=۲۷g.mol⁻¹)

- (۱) $1/2 \times 10^{19}$ (۲) $1/2 \times 10^{20}$ (۳) $2/7 \times 10^{19}$ (۴) $2/7 \times 10^{20}$

۲۰۰- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) اسمز یک فرایند خودبه‌خودی بوده در حالی که انجام اسمز معکوس با مصرف انرژی همراه است.

(۲) هوا همانند آب دریا و آب آشامیدنی از یک حلال و چند حل شونده تشکیل شده است.

(۳) گشتاور دو قطبی مولکول‌های هیدروژن سولفید و کربن تتراکلرید به ترتیب می‌تواند برابر ۰/۹۷ و ۰/۷۶ دبای باشد.

(۴) حالت فیزیکی HF در شرایط STP متفاوت با دما و فشار اتاق است.

محل انجام محاسبات



۲۰۱- کدام گزینه در مورد برم نادرست است؟ (۳۵ Br، ۳۳ Ge)

(۱) شعاع اتمی آن از شعاع اتمی ژرمانیم کم‌تر است.

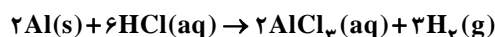
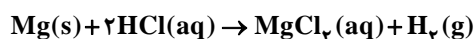
(۲) نقطه ذوب و جوش آن از فلوربور بیشتر ولی از ید کم‌تر است.

(۳) سومین هالوژن جدول بوده و برای واکنش با گاز هیدروژن به دمای حداقلی 200°C نیاز دارد.

(۴) به حالت آزاد و مولکولی قرمز رنگ بوده و در واکنش با اتن، ترکیب ۱، ۱-دی‌برمو اتان را به وجود می‌آورد.

۲۰۲- در دو آزمایش جداگانه، جرم‌های یکسان از منیزیم خالص (آزمایش I) و آلایز منیزیم - آلومینیم (آزمایش II) با مقدار اضافی محلول هیدروکلریک اسید واکنش داده‌اند. اگر جرم گاز هیدروژن آزاد شده در آزمایش II، $1/25$ برابر جرم گاز هیدروژن آزاد شده در آزمایش I

باشد، درصد جرمی آلومینیم در آلایز کدام است؟ ($\text{Mg} = 24, \text{Al} = 27: \text{g.mol}^{-1}$)



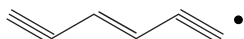
۴۰ (۴)

۵۰ (۳)

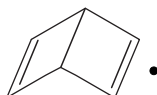
۶۰ (۲)

۷۵ (۱)

۲۰۳- فرمول مولکولی چه تعداد از ساختارهای زیر با فرمول مولکولی سرگروه هیدروکربن‌های آروماتیک یکسان است؟



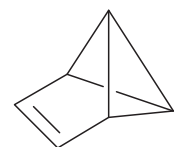
۴ (۴)



۳ (۳)



۲ (۲)



۱ (۱)

۲۰۴- کدام مطالب زیر درست هستند؟

(آ) شستن پوست یا تماس آن با پنتان و هپتان در دراز مدت به بافت‌های پوست آسیب می‌رساند.

(ب) سوزاندن یک گرم بنزین در مقایسه با سوزاندن یک گرم زغال‌سنگ، گرمای بیشتری آزاد می‌کند.

(پ) هر هیدروکربنی که در ساختار خود حداقل یک پیوند دوگانه $\text{C}=\text{C}$ داشته باشد، آلکن نامیده می‌شود.

(ت) با عبور گازهای خروجی نیروگاه‌ها از روی آهک برای به دام انداختن گاز گوگرد دی‌اکسید، ترکیب یونی کلسیم سولفات تولید می‌شود.

(۴) «پ»، «ت»

(۳) «ب»، «ت»

(۲) «آ»، «ب»، «پ»

(۱) «آ»، «ب»

۲۰۵- مجموع آنتالپی پیوندهای یک آلکین گازی برابر 5210 kJ است. تفاوت میان شمار ایزومرهای شاخه‌دار و راست‌زنجیر این آلکین کدام است؟

(میانگین آنتالپی پیوندهای $\text{C}-\text{H}$ ، $\text{C}-\text{C}$ و $\text{C}\equiv\text{C}$ را به ترتیب ۴۱۵، ۳۵۰ و ۸۴۰ کیلوژول بر مول در نظر بگیرید.)

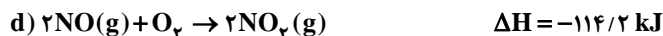
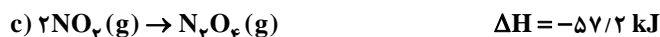
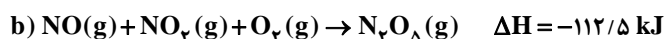
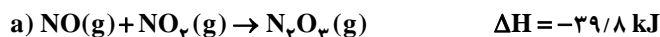
۲ (۴)

۱ (۳)

۳ (۲)

صفر (۱)

۲۰۶- با توجه به واکنش‌های زیر، آنتالپی واکنش $\text{N}_2\text{O}_5(\text{s}) + \text{N}_2\text{O}_3(\text{g}) \rightarrow 2\text{N}_2\text{O}_4(\text{g})$ چند کیلوژول است؟



+۳۵/۰ (۴)

+۳۱/۹ (۳)

-۷۶/۳ (۲)

-۲۲/۲ (۱)

محل انجام محاسبات



۲۰۷- در دو ظرف جداگانه، واکنش کلسیم کربنات با محلول هیدروکلریک اسید (واکنش ۱) و واکنش آهن (III) اکسید با کربن (واکنش ۲) در حال انجام است. اگر پس از گذشت ۴ دقیقه، تغییر جرم مخلوط واکنش (۱)، $\frac{2}{5}$ برابر تغییر جرم مخلوط واکنش (۲) باشد، سرعت متوسط مصرف هیدروکلریک اسید، چند برابر سرعت متوسط مصرف آهن (III) اکسید است؟

(۱) $\frac{2}{40}$ (۲) $\frac{7}{50}$ (۳) $\frac{4}{80}$ (۴) $\frac{3}{75}$

۲۰۸- اگر به جای هر کدام از اتم‌های هیدروژن ساده‌ترین مولکول کربوکسیلیک اسید، یک گروه اتیل قرار گیرد، چه تعداد از عبارتهای زیر در

ارتباط با ترکیب ایجاد شده درست است؟ ($C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$)

• نام این ترکیب اتیل استات است.

• تفاوت جرم مولی آن با جرم مولی پارازایلن به اندازه جرم دو مول H_p است.

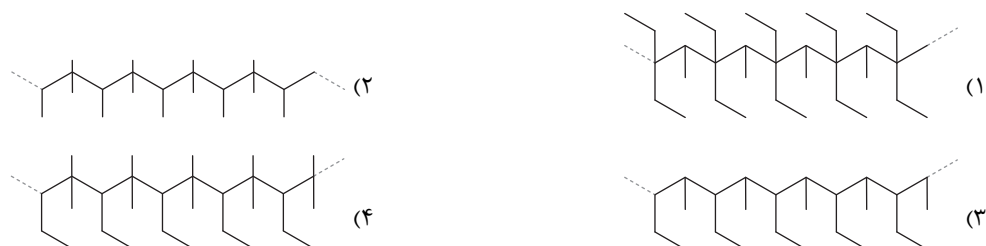
• از سوختن کامل آن، به نسبت مولی برابر CO_p و H_pO تولید می‌شود.

• نسبت درصد جرمی کربن به درصد جرمی هیدروژن آن برابر با همین نسبت در مولکول ۱- پنتن است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۰۹- بر اثر سوختن کامل نیم مول از پلیمر A، $\frac{100}{8}$ مترمکعب گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP تولید می‌شود. اگر شمار واحد‌های

تکرارشونده در هر مولکول این پلیمر ۱۵۰۰ باشد، کدام ساختار زیر را می‌توان به پلیمر A نسبت داد؟



۲۱۰- مقدار ۱۰ میلی‌لیتر محلول از اسید خیلی ضعیف HA با غلظت ۰/۱ مولار در اختیار داریم. برای این‌که غلظت H^+ در این محلول به یک

سوم مقدار اولیه برسد، چند میلی‌لیتر آب خالص باید به آن اضافه کرد؟

(۱) ۶۰ (۲) ۸۰ (۳) ۴۰ (۴) ۲۰

۲۱۱- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• مطابق مدل آرنیوس NH_3 برخلاف اتانول، باز محسوب می‌شود.

• جوهرنمک جزو پاک‌کننده‌های خورنده است و برخلاف محلول جوش شیرین در آب، کاغذ pH را به رنگ سرخ درمی‌آورد.

• قدرت پاک‌کنندگی صابون مایع بیشتر از صابون جامد است، زیرا برهم‌کنش یون پتاسیم با آب، قوی‌تر از یون سدیم است.

• نسبت غلظت مولی یون هیدروکسید به یون هیدرونیوم در خاکی که گل ادریسی در آن به رنگ آبی درمی‌آید، بزرگ‌تر از یک است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱۲- اگر ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول باریم هیدروکسید با $pH=12/7$ را با ۷۵۰ میلی‌لیتر محلول پتاس با $pH=13/3$ در دمای $25^\circ C$ مخلوط کنیم،

pH محلول نهایی کدام است؟ ($\log 7 = 0/85$)

(۱) $13/05$ (۲) $13/15$

(۳) $12/85$ (۴) $12/95$

محل انجام محاسبات



۲۱۳- عدد اکسایش اتم کربن در کدام یک از ترکیب‌های زیر بزرگ‌تر است؟

- (۱) متیل آمین (۲) جوهر مورچه (۳) اوره (۴) الکل چوب

۲۱۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با آبکاری یک قاشق آهنی با فلز کروم نادرست است؟

- هر ترکیب یونی شامل کاتیونی از فلز کروم را می‌توان به عنوان الکترولیت سلول انتخاب کرد.
- نیم‌واکنش اکسایش همانند نیم‌واکنش کاهش مربوط به فلز کروم است.
- قاشق آهنی باید به قطب منفی باتری وصل شود و جرم آن به مرور زمان افزایش می‌یابد.
- جهت جریان الکترون در مدار بیرونی سلول آبکاری از تیغه کروم به سمت قاشق آهنی است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۱۵- درصد جرمی H_2O در نمونه‌ای از خاک رس برابر ۳۵ درصد است، اگر ۴۰۰ گرم از این خاک رس را به مقدار کافی حرارت داده و ۷۵ گرم از

جرم خود را از دست دهد، درصد جرمی آب در نمونه نهایی کدام است؟

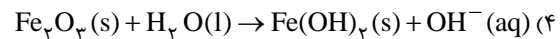
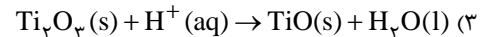
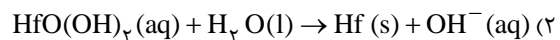
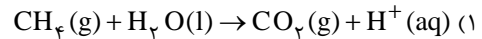
- (۱) ۱۶/۲۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۲/۵ (۴) ۲۷/۵

۲۱۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در الماس برخلاف گرافیت، هر اتم کربن به ۴ اتم کربن دیگر متصل است.
- ترکیب TiO_2 یک رنگدانه معدنی است که همه طول موج‌های مرئی را بازتاب می‌کند.
- در تکنولوژی تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی به کمک آینه‌ها، تمام فرایندهای انجام شده، فیزیکی هستند.
- ترکیب دوتایی سیلیسیم و اکسیژن بیش از ۹۰ درصد پوسته جامد زمین را تشکیل می‌دهند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

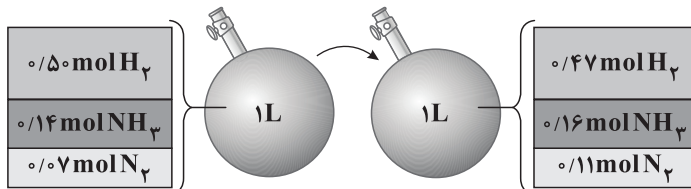
۲۱۷- در کدام یک از نیم واکنش‌های زیر پس از موازنه ضریب e^- عدد بزرگ‌تری است؟



۲۱۸- در محفظه‌ای به حجم یک لیتر، تعادل $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ در دمای $200^\circ C$ برقرار است. با توجه به شکل زیر چه تعداد از

عبارت‌های پیشنهاد شده درست است؟

- مقدار ثابت تعادل در دمای $200^\circ C$ بزرگ‌تر از یک است.
- تعادل (۱) در اثر افزودن 0.5 mol گاز نیتروژن به محفظه واکنش بهم خورده است.
- اگر به تعادل (۱) مقداری گاز HCl اضافه شود، واکنش در جهت برگشت جابه‌جا شده و از درصد مولی آمونیاک در مخلوط واکنش کاسته می‌شود.
- اگر به تعادل (۱) مقداری گاز هلیوم اضافه شود، هر چند فشار کلی سامانه افزایش می‌یابد اما واکنش در جهت خاصی جابه‌جا نمی‌شود.



تعادل (۱)

تعادل (۲)

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

محل انجام محاسبات



۲۱۹- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) از واکنش گاز اتن با کلر ترکیبی به دست می‌آید که به عنوان بی‌حس‌کننده موضعی از آن استفاده می‌شود.
 - ۲) در هوای یک شهر بزرگ با کاهش مقدار گاز قهوه‌ای‌رنگ نیتروژن‌دار، مقدار اوزون تروپوسفری افزایش می‌یابد.
 - ۳) گیاهان نمی‌توانند عنصر ضروری نیتروژن برای رشد خود را به طور مستقیم از هوا جذب کنند.
 - ۴) هر چه نوع و شمار گروه‌های عاملی در مولکول‌های هدف بیشتر باشد، ساخت آن دشوارتر بوده و به دانش پیشرفته و فناوری کارآمدتری نیاز دارد.
- ۲۲۰- اگر دی‌اسید سازنده پلیمرهای کولار و PET یکسان و جرم مولی این دو پلیمر با هم برابر باشد، شمار واحدهای تکرار شونده کولار چند

برابر PET است؟ (دی‌آمین سازنده کولار یک حلقه بنزنی با دو گروه آمینی است.) ($C=12, H=1, O=16, N=14 : g.mol^{-1}$)

۰/۷۰ (۴)

۰/۶۰ (۳)

۰/۹۰ (۲)

۰/۸۰ (۱)



آزمون‌های سراسری گاج

گزینه‌درسدرا انتخاب کنید

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

دفترچه شماره ۴

آزمون جامع ۳

پنجشنبه ۱۴۰۱/۰۴/۰۲

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۲۲۰	مدت پاسخگویی: ۲۳۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	فارسی	۲۵	۱	۲۵	۱۸ دقیقه
۲	زبان عربی	۲۵	۲۶	۵۰	۲۰ دقیقه
۳	دین و زندگی	۲۵	۵۱	۷۵	۱۷ دقیقه
۴	زبان انگلیسی	۲۵	۷۶	۱۰۰	۲۰ دقیقه
۵	ریاضیات	۵۰	۱۰۱	۱۵۰	۸۰ دقیقه
۶	فیزیک	۴۰	۱۵۱	۱۹۰	۵۰ دقیقه
۷	شیمی	۳۰	۱۹۱	۲۲۰	۳۰ دقیقه



۱۰۳ | ۱ طرفین تساوی را در مزدوج عبارت رادیکالی ضرب می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \sqrt{x+2} + \sqrt{x-4} &= 3 \\ \Rightarrow (\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4})(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4}) &= 3(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4}) \\ \Rightarrow x+2-x+4 &= 3(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4}) \Rightarrow \sqrt{x+2} - \sqrt{x-4} = 2 \\ \begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{x-4} = 3 \\ \sqrt{x+2} - \sqrt{x-4} = 2 \end{cases} &\Rightarrow \sqrt{x+2} = \frac{5}{2}, \sqrt{x-4} = \frac{1}{2} \\ 2\sqrt{x+2} - \frac{5}{\sqrt{x-4}} &= 2\left(\frac{5}{2}\right) - \frac{5}{\frac{1}{2}} = 5 - 10 = -5 \end{aligned}$$

۱۰۴ | ۳

$$\begin{aligned} -x=1 &\rightarrow 2 \times (-1) \times 4 \times 7 = k \Rightarrow k = -56 \\ \Rightarrow (x+1)(x-2)(x+3)(x+6) &= -56 \\ \Rightarrow (x^2+4x+3)(x^2+4x-12) &= -56 \xrightarrow{x^2+4x=t} \\ (t+3)(t-12)+56 &= 0 \Rightarrow t^2-9t-24+56=0 \\ \Rightarrow t^2-9t+32 &= 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} t=4 \Rightarrow x^2+4x=4 \Rightarrow x^2+4x-4=0 \Rightarrow S=-4 \\ t=5 \Rightarrow x^2+4x=5 \Rightarrow x^2+4x-5=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-5 \end{cases} \end{cases} \\ \text{مجموع ریشه‌های دیگر} &= -4-5=-9 \end{aligned}$$

۱۰۵ | ۲

$$\begin{aligned} (x-\frac{2}{x})^2 - 1 \cdot (x-\frac{2}{x}) + 25 &= 0 \\ \frac{x-\frac{2}{x}}{x} = t &\rightarrow t^2 - 1 \cdot t + 25 = 0 \Rightarrow (t-5)^2 = 0 \Rightarrow t=5 \\ \Rightarrow x - \frac{2}{x} = 5 &\xrightarrow{\times x} x^2 - 2 = 5x \Rightarrow x^2 - 5x - 2 = 0 \\ \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 5 \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -2 \end{cases} \\ \begin{cases} \alpha' = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 25 + 4 = 29 \\ \beta' = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = -\frac{5}{2} \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} S' = \alpha' + \beta' = 29 - \frac{5}{2} = \frac{53}{2} \\ P' = \alpha'\beta' = 29 \cdot (-\frac{5}{2}) = -\frac{145}{2} \end{cases} \\ x^2 - S'x + P' &= 0 \Rightarrow x^2 - \frac{53}{2}x - \frac{145}{2} = 0 \\ \xrightarrow{\times 2} 2x^2 - 53x - 145 &= 0 \end{aligned}$$

۹۷ | ۱ کاربرد استتار در طبیعت چیست؟

- (۱) ترکیب شدن با محیط طبیعی
- (۲) گیاهی را شبیه چیز دیگری جلوه دادن
- (۳) کمک به شکار شدن
- (۴) به عنوان یک شکارچی عمل کردن

۹۸ | ۳ اگر آفتاب‌پرست روی برگ سبز بود به نظر شما چه رنگی بود؟

- (۱) قهوه‌ای
- (۲) سفید
- (۳) سبز
- (۴) آن قابل پیش‌بینی نیست.

۹۹ | ۲ کدام یک از موارد زیر در مورد متن صحیح است؟

- (۱) تقلید باعث می‌شود حیوان بسیار خطرناک به نظر برسد.
- (۲) استتار باعث می‌شود حیوان به سختی دیده شود.
- (۳) حیوانات تنها می‌توانند از استتار برای فریب طعمه استفاده کنند.
- (۴) حیوانات از حیواناتی که می‌خواهند بخورند پنهان می‌شوند یا فرار می‌کنند.

۱۰۰ | ۴ ضمیر "them" در سطر ۸ به چه چیزی اشاره دارد؟

- (۱) صخره‌ها
- (۲) پوشش‌ها
- (۳) زرافه‌ها
- (۴) بزهای وحشی

ریاضیات

۱۰۱ | ۴ برای دو مجموعه جدا از هم تعداد عضو مشترک برابر صفر

است.

$$\begin{cases} \frac{1 \cdot n(B) + 2}{6} = t \Rightarrow n(B) = \frac{6t-2}{1} \\ \frac{3n(A)-1}{2} = t \Rightarrow n(A) = \frac{2t+1}{3} \\ \frac{2n(A \cup B) + 3}{3} = t \Rightarrow n(A \cup B) = \frac{3t-3}{2} \end{cases}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

$$\Rightarrow \frac{3t-3}{2} = \frac{2t+1}{3} + \frac{3t-1}{5} \xrightarrow{\times 30} 45t-45 = 20t+10+18t-6$$

$$\Rightarrow 7t = 49 \Rightarrow t = 7 \Rightarrow n(A \cup B) = 9$$

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = 17 - 9 = 8$$

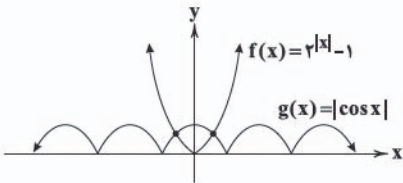
۱۰۲ | ۱

$$\begin{aligned} \frac{1}{\cos^2 \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} - \frac{\sin \theta \times \frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}} &= \frac{1 - \sin \theta}{\cos^2 \theta} - \frac{\sin^2 \theta}{1 + \sin \theta} \\ &= \frac{1 - \sin \theta}{1 - \sin^2 \theta} - \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)} \\ &= \frac{1}{1 + \sin \theta} - \frac{\sin^2 \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{1 - \sin^2 \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)}{1 + \sin \theta} \\ &= 1 - \sin \theta \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow 3a + 4b^2 = 7 \end{aligned}$$



۱ ۱۱۰

$$\sqrt{|x|} - |\cos x| = 1 \Rightarrow \sqrt{|x|} - 1 = |\cos x| \Rightarrow \begin{cases} f(x) = \sqrt{|x|} - 1 \\ g(x) = |\cos x| \end{cases}$$



با توجه به نمودارهای رسم شده تعداد نقاط برخورد برابر ۲ نقطه است.

۴ ۱۱۱

$$x - \frac{\pi}{3} = t \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} + t$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2(1 + \cos 3x)}{(3x - \pi)^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2(1 + \cos(\pi + 3t))}{(\pi + 3t - \pi)^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos 3t)}{9t^2}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2 \times 2 \sin^2(\frac{3}{2}t)}{9t^2} = \frac{4 \times \frac{1}{4}}{9} = 1$$

۳ ۱۱۲ چون باقی‌مانده P(x) بر ۱-۲x برابر ۲ است

پس $P(\frac{1}{2}) = 2$ و همچنین چون P(x) بر ۳+x بخش‌پذیر استپس $P(-3) = 0$ است. باقی‌مانده f(x) بر ۲-x برابر f(۲) است.

$$f(2) = 2P(\frac{1}{2}) + 2P(-3) = 2 \times 2 = 4$$

۲ ۱۱۳

$$6 \sin(\pi + \alpha) \cos(\pi + \frac{\pi}{3}) = 1 \Rightarrow 3 \sin \alpha = 1 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{3}$$

α در ناحیه دوم است پس:

$$\tan \alpha = \frac{-\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \frac{-\frac{1}{3}}{\sqrt{1 - \frac{1}{9}}} = \frac{-1}{\sqrt{8}} = \frac{-\sqrt{2}}{4}$$

$$\tan(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{4}}{1 + \frac{\sqrt{2}}{4}} = \frac{4 - \sqrt{2}}{4 + \sqrt{2}} \times \frac{4 - \sqrt{2}}{4 - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{16 + 2 - 8\sqrt{2}}{16 - 2} = \frac{18 - 8\sqrt{2}}{14} = \frac{9 - 4\sqrt{2}}{7}$$

۲ ۱۱۴

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{\sin x}{[-\frac{1}{x}] + 6x} = \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{\sin x}{[-(2^+)] + 6x} = \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{\sin x}{-3 + 6x}$$

$$= \frac{\sin \frac{1}{2}}{3^- - 3} = \frac{\sin \frac{1}{2}}{0^-} = a > 0 = -\infty$$

دقت کنید که $\frac{1}{2}$ رادین در ناحیه اول قرار دارد و $\sin \frac{1}{2} > 0$ است.

۱ ۱۰۶

$$\sqrt{(\sqrt{x})^2 + 1} + \sqrt{x+5} = 4 + \sqrt{x+7} \Rightarrow \sqrt{(\sqrt{x} + \delta)^2} = 4 + \sqrt{x+7}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} + \delta = 4 + \sqrt{x+7} \Rightarrow \sqrt{x} + 1 = \sqrt{x+7}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} x + 2\sqrt{x} + 1 = x + 7 \Rightarrow 2\sqrt{x} = 6$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9$$

$$x = 9 \Rightarrow A = \sqrt{\sqrt{9} - 1} \times \sqrt{\sqrt{9} + 5} = \sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$$

۴ ۱۰۷

$$D_f = (-\infty, 4] \Rightarrow x \leq 4 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow bx + 8 \geq 0 \Rightarrow bx \geq -8$$

$$\xrightarrow{b < 0} x \leq \frac{-8}{b} \Rightarrow \frac{-8}{b} = 4 \Rightarrow b = -2$$

$$\Rightarrow f(x) = cx + \sqrt{-2x+8} \Rightarrow f(2) = 10 \Rightarrow 2c + \sqrt{4} = 10$$

$$\Rightarrow 2c = 8 \Rightarrow c = 4$$

$$2a + 3b + c = 0 \Rightarrow -6 + 4 = -2$$

۳ ۱۰۸ چون تابع f اکیداً صعودی است پس نقاط تلاقی نمودار f

و f^{-1} روی خط $y = x$ قرار دارد. بنابراین:

$$x^3 + 3x - 12 = x \Rightarrow x^3 + 2x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow x^3 - 8 + 2x - 4 = 0 \Rightarrow (x-2)(x^2 + 2x + 4) + 2(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x^2 + 2x + 6) = 0$$

$$\begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y=2 \Rightarrow A \Big|_2 \\ x^2 + 2x + 6 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{ریشه حقیقی ندارد.} \end{cases}$$

$$OA = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}$$

۱ ۱۰۹

$$D_f = (-\infty, 3]$$

$$D_g : x^2 + 2x > 0 \Rightarrow x < -2 \vee x > 0 \Rightarrow D_g = (-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$$= \{x < -2 \vee x > 0 \mid \log_2(x^2 + 2x) \leq 3\}$$

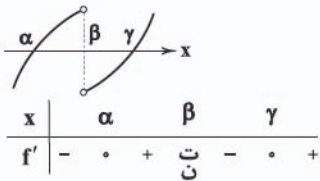
$$\Rightarrow x^2 + 2x \leq 8 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 \leq 0 \Rightarrow -4 \leq x \leq 2$$

از اشتراک جواب‌ها دامنه به دست می‌آید.

$$D_{f \circ g} = [-4, -2) \cup (0, 2] \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = -2 \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{a+b}{2c-d} = \frac{-6}{-2} = 3$$



۱۲۰ تابع f' در سه نقطه تغییر علامت داده است.



پس نقاط به طول α و γ مینیمم نسبی و نقطه‌ای به طول β ماکزیمم نسبی تابع f است.
تابع f فاقد نقطه عطف است. زیرا f' در دو بازه $(-\infty, \beta)$ و $(\beta, +\infty)$ صعودی اکید است.

۱۲۱ f باید در $x=1$ پیوسته باشد.

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \Rightarrow a + b + c = 1 \quad (۲)$$

در $x=1$ مشتق اول وجود داشته باشد.

$$f'(x) = \begin{cases} 2x^2 & x \geq 1 \\ 2ax + b & x < 1 \end{cases}$$

$$f'_+(1) = f'_-(1) \Rightarrow 2a + b = 2 \quad (۱)$$

در $x=1$ مشتق دوم را بررسی می‌کنیم:

$$f''(x) = \begin{cases} 4x & x \geq 1 \\ 2a & x < 1 \end{cases}$$

$$f''_+(1) = f''_-(1) \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$(۱) \quad a=2 \Rightarrow 4 + b = 2 \Rightarrow b = -2$$

$$(۲) \quad \frac{a=2}{b=-2} \Rightarrow 2 - 2 + c = 1 \Rightarrow c = 1$$

۴ ۱۲۲

$$y' = \sin 2x + 2 \sin 2x = 3 \sin 2x$$

$$y'' = 6 \cos 2x < 0 \Rightarrow \frac{\pi}{2} < 2x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{4}$$

۱۲۳ ارزش P درست و Q نادرست و I درست است. پس:

بررسی گزینه‌ها:

$$۱) (p \wedge q) \vee (\sim r) \equiv (T \wedge F) \vee F \equiv F$$

$$۲) (\sim p) \wedge (\sim q \wedge r) \equiv F \wedge (T \wedge T) \equiv F$$

$$۳) \sim p \vee (q \wedge r) \equiv F \vee (F \wedge T) \equiv F$$

$$۴) p \vee (\sim q \wedge r) \equiv T \vee (T \wedge T) \equiv T$$

۳ ۱۲۴

$$y(x+2)(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$\Rightarrow (x+2)(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$\Rightarrow (x+2)(x-2)(x-3) = 0 \Rightarrow x = -2, 2, 3$$

$$A = \{-2, -2, 3\}$$

$$-3 < 2x - 1 < 9 \Rightarrow -1 < x < 5$$

$$\Rightarrow B = \{0, 1, 2, 3, 4\} \Rightarrow n(A \times B) = 3 \times 5 = 15$$

$$۲^{15} = \text{تعداد زیرمجموعه‌ها}$$

از طرفی

۱۱۵ $f(x) = ax + b$ و $g(x) = a'x^2 + b'x + c'$ در نظر

می‌گیریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(ax)^2}{a'x^2} = \frac{a^2}{a'} = 2 \Rightarrow \frac{a'}{a^2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a'}{a} = \frac{1}{2} a$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{xf(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a'x^2}{x(ax)} = \frac{a'}{a} = \frac{1}{2} a$$

۳ ۱۱۶

$$f'(x) = \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} \Rightarrow \frac{5 - 2x}{2\sqrt{5x - x^2}} = \frac{2 - 0}{4}$$

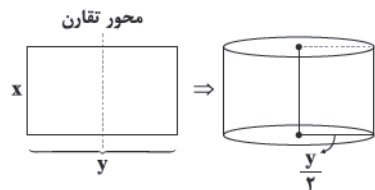
$$\Rightarrow \sqrt{5x - x^2} = 5 - 2x \Rightarrow 5x - x^2 = 25 - 20x + 4x^2$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 25x + 25 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$$

جواب قابل قبول $\frac{5 - \sqrt{5}}{2}$ است.

۳ ۱۱۷



$$x^2 + y^2 = 12 \Rightarrow y^2 = 12 - x^2$$

$$V = \pi \left(\frac{y}{2} \right)^2 x = \frac{\pi}{4} x (12 - x^2) = \frac{\pi}{4} (12x - x^3)$$

$$V' = \frac{\pi}{4} (12 - 3x^2) = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow V_{\max} = \frac{\pi}{4} \times 2(12 - 4) = 4\pi$$

۱۱۸ تابع f در همسایگی راست $x=2$ تعریف می‌شود و پیوستگی

راست دارد.

$$x \rightarrow 2^+ \Rightarrow f(x) = \sin^2 \frac{\pi}{2x} \Rightarrow f'(x) = 2 \times \frac{-\pi}{2x^2} \sin^2 \frac{\pi}{2x} \cos \frac{\pi}{2x}$$

$$\Rightarrow f'_+(2) = \frac{-2\pi}{8} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{-3\pi\sqrt{2}}{32}$$

۱ ۱۱۹

$$f(x) = x \left| \begin{matrix} 2 & 1 \\ 1 & x^2 \end{matrix} \right| - 1 \left| \begin{matrix} x & 1 \\ x^2 & x^2 \end{matrix} \right| = x(2x^2 - 1) - (x^3 - x^2)$$

$$f(x) = x^3 + x^2 - x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$f'(x) \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq \frac{1}{3} \Rightarrow \max(b-a) = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$$



۴ ۱۲۵

$$\sigma^2 = \frac{\sum X_i^2}{n} - (\bar{X})^2$$

$$\Rightarrow ۱۶ = \frac{۴+۱۶+۱۰۰+۱۴۴+۱۹۶+X_1^2+X_2^2}{۷} - ۶۴$$

$$\Rightarrow ۸۰ = \frac{۴۶۰+X_1^2+X_2^2}{۷} \Rightarrow X_1^2+X_2^2=۱۰۰$$

$$X_1^2+X_2^2+2X_1X_2-2X_1X_2=۱۰۰$$

$$\Rightarrow (X_1+X_2)^2-2X_1X_2=۱۰۰ \Rightarrow X_1X_2 = \frac{۱۴^2-۱۰۰}{۲} \Rightarrow X_1X_2=۴۸$$

۱ ۱۲۹

$$\sigma^2 = \frac{\sum X_i^2}{n} - \left(\frac{\sum X_i}{n}\right)^2$$

$$\Rightarrow (\sqrt{5})^2 = \frac{۱+۰+۱+k^2}{۴} - \left(\frac{-۱+۰+۱+k}{۴}\right)^2$$

$$\Rightarrow ۵ = \frac{k^2+۲}{۴} - \frac{k^2}{۱۶}$$

$$\Rightarrow ۸۰ = ۴k^2 + ۸ - k^2$$

$$\Rightarrow ۳k^2 = ۷۲ \Rightarrow k = ۲\sqrt{۶}$$

از آن جایی که سکه‌ها مشابه هستند از معادله خطی استفاده

۱ ۱۳۰

می‌کنیم.

$$X_1 + X_2 + X_3 = ۱۰$$

$$\Rightarrow n(S) = \binom{۱۰+۳-۱}{۳-۱} = \binom{۱۲}{۲} = ۶۶$$

حال باید تعداد جواب‌هایی را به دست آوریم که $X_1 \geq ۲$ و $X_2 \geq ۱$:

$$X_1' + X_2' + X_3 = ۷ \Rightarrow n(A) = \binom{۷+۳-۱}{۳-۱} = \binom{۹}{۲} = ۳۶$$

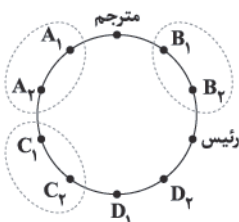
$$P(A) = \frac{۳۶}{۶۶} = \frac{۶}{۱۱}$$

ابتدا یکی از اعضای حاضر در جلسه مثلاً مترجم را ثابت در

۱ ۱۳۱

نظر می‌گیریم و سپس افراد تیم A را جداگانه یک بسته و افراد تیم B را جداگانه یک بسته و افراد تیم C را جداگانه یک بسته در نظر می‌گیریم. حال هر یک از این بسته‌ها را یک نفر در نظر می‌گیریم. بنابراین مطابق شکل زیر به جز مترجم که ثابت است، ۶ نفر می‌توانند جاب‌جا شوند در ضمن درون هر بسته افراد می‌توانند جاب‌جا شوند. پس داریم:

$$۶! \times ۲! \times ۲! \times ۲! = ۵۷۶۰$$



$$P(A' \cap B' | C) = \frac{P((A' \cap B') \cap C)}{P(C)} \quad (۱)$$

$$\text{صورت} = P((C \cap A') - B) = P(C \cap A') - P(C \cap A' \cap B)$$

$$= P(C - A) - P(C \cap B - A)$$

$$= P(C) - P(C \cap A) - P(C \cap B) + P(A \cap B \cap C)$$

$$\xrightarrow{(۱)} \frac{P(C) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)}{P(C)}$$

چون A و B و C دوه‌دو مستقل هستند. پس:

$$= \frac{P(C) - P(A).P(C) - P(B).P(C) + ۰}{P(C)}$$

$$= ۱ - P(A) - P(B) = P(A') - P(B)$$

تمام حالت‌های پرتاب سه تاس برابر $۶ \times ۶ \times ۶ = ۲۱۶$ است.

۲ ۱۲۶

فرض کنید دومین عدد i باشد واضح است $۱ < i < ۶$ بنابراین اولین عددی که

می‌توانیم انتخاب کنیم i-۱ حالت و سومین عدد می‌تواند i-۱ روش انتخاب

شود. پس:

$$\text{تعداد کل حالت‌ها} = \sum_{i=۲}^۵ (i-1)(۶-i) = ۱ \times ۴ + ۲ \times ۳ + ۳ \times ۲ + ۴ \times ۱ = ۲۰$$

$$\text{احتمال مورد نظر} = \frac{۲۰}{۲۱۶} = \frac{۵}{۵۴}$$

A_۱, A_۲, A_۳ را از گروه A و B_۱ و B_۲ را از گروه B در

۲ ۱۲۷

نظر می‌گیریم، بنابراین:

$$P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = P(B_1) = P(B_2) = \frac{۱}{۵}$$

اگر E پیشامد بیرون آمدن یک گوی سیاه از یک کیف باشد، پس:

$$P(E | A_1) = P(E | A_2) = P(E | A_3) = \frac{۲}{۷}$$

$$P(E | B_1) = P(E | B_2) = \frac{۴}{۵}$$

بنابراین:

$$P(A_1 | E) + P(A_2 | E) + P(A_3 | E)$$

$$= \frac{۳ \times \frac{۲}{۷} \times \frac{۱}{۵}}{۳ \times \frac{۲}{۷} \times \frac{۱}{۵} + ۲ \times \frac{۴}{۵} \times \frac{۱}{۵}} = \frac{۱۵}{۴۲}$$

دو داده نامشخص را X_1 و X_2 در نظر می‌گیریم پس داریم:

۲ ۱۲۸

$$\bar{X} = \frac{۲+۴+۱۰+۱۲+۱۴+X_1+X_2}{۷} = ۸$$

$$\Rightarrow X_1 + X_2 = ۱۴$$



۱۳۷ ۳ با توجه به شکل از C به O وصل می‌کنیم.

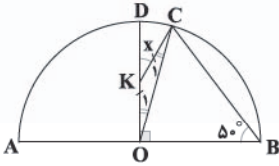
$$KO = KC \xrightarrow{\text{زاویه خارجی}} \hat{C}_1 = \hat{O}_1 = \frac{\hat{X}}{2}$$

از طرفی:

$$\widehat{CBA} = 50^\circ \xrightarrow{\text{محاطی}} \widehat{ADC} = 100^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BC} = 80^\circ \Rightarrow \widehat{COB} = 80^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{KOC} = 100^\circ \Rightarrow \frac{\hat{X}}{2} = 100^\circ \Rightarrow \hat{X} = 200^\circ$$



۱۳۸ ۴

$$\hat{B} < \hat{C} \Rightarrow y < 8 \xrightarrow{y \in \mathbb{N}} \text{Max}(y) = 7$$

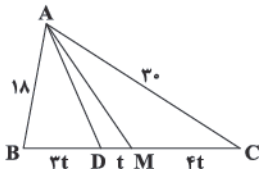
$$8 - y < x < 8 + y \Rightarrow 1 < x < 15 \Rightarrow \text{Max}(x) = 14$$

$$\text{Max}(x+y) = 7 + 14 = 21$$

۱۳۹ ۴ AD نیمساز است پس بنا به قضیه داریم:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{DC}{BD} \Rightarrow \frac{DC}{BD} = \frac{30}{18} = \frac{5}{3} \Rightarrow BD = 3t, DC = 5t$$

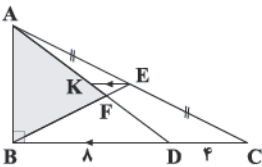
$$BM = MC = 4t \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S_{AMC}} = \frac{BD}{MC} = \frac{3t}{4t} = \frac{3}{4}$$



۱۴۰ ۲ از E به موازات BC رسم می‌کنیم تا AD را در K قطع کند.

پس:

$$\triangle ADC: KE \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} KE = 2$$



$$\triangle KEF \sim \triangle FBD \Rightarrow \frac{KE}{BD} = \frac{KF}{FD} \Rightarrow \frac{2}{8} = \frac{KF}{4} \Rightarrow KF = 1$$

$$AK = KD \Rightarrow AK = 5, AF = 6$$

$$\triangle ABD: AB^2 = AD^2 - BD^2 = 10^2 - 4^2 = 36 \Rightarrow AB = 6$$

$$\Rightarrow S_{ABF} = \frac{6}{10} \times \frac{6 \times 8}{2} = \frac{72}{5}$$

۱۳۲ ۳ با توجه به تعریف مربع لاتین چرخشی به صورت زیر عمل

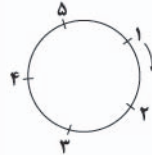
می‌کنیم:

سطر اول: ۱, ۲, ۳, ۴, ۵

سطر دوم: ۵, ۱, ۲, ۳, ۴

سطر سوم: ۴, ۵, ۱, ۲, ۳

سطر چهارم: ۳, ۴, ۵, ۱, ۲
سه درایه
وسط



$$\text{جمع سه درایه وسط} = 4 + 5 + 1 = 10$$

۱۳۳ ۴ از آن جایی که $125 = 5^3$ و این یعنی در تجزیه $n!$ باید

عدد 5^3 وجود داشته باشد. پس باید برای $n!$ تا جایی پیش برویم که در $n!$ سه عامل از عدد ۵ ظاهر شود با کمی دقت خواهیم یافت که کمترین مقدار برای n عدد ۱۵ است. به طریق مشابه برای یافتن کمترین مقدار m باید تا جایی پیش برویم که در $m!$ دو عامل از عدد ۱۱ ظاهر شود و بدین ترتیب کمترین تعداد برای m عدد ۲۲ خواهد بود. در نتیجه داریم:

$$|n - 2m| = |15 - 44| = 29$$

۱۳۴ ۱

$$2^{11} \equiv 8 \pmod{15} \xrightarrow{+7} 2^{11} + 7 \equiv 15 \equiv 0 \pmod{15} \Rightarrow \text{رقم یکان} = 5$$

$$1000 \equiv -1 \pmod{125} \xrightarrow{\text{به توان ۱۲۵}} (1000)^{125} \equiv -1$$

$$\xrightarrow{\times 9} (1000)^{125} \times 9 \equiv -9 \equiv 10 \pmod{125}$$

$$(1000)^{125} \times 9 + 10 \equiv 1 \pmod{125} \Rightarrow \frac{1}{5} = 0.2$$

۱۳۵ ۱ گراف داده شده حاصل اجتماع گراف کامل مرتبه ۱۱ و یک

رأس ایزوله است. برای داشتن دوری به طول ۴ فقط می‌توان از گراف کامل مرتبه ۱۱ بهره برد:

$$\binom{11}{4} \times \frac{(4-1)!}{2!} = \frac{11!}{7! \times 4!} \times \frac{3!}{2!} = 990$$

۱۳۶ ۳ در گراف‌های P_n در صورتی که n مضرب ۳ باشد، عدد

احاطه‌گری از رابطه $\left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$ به دست می‌آید و مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم آن نیز یکتا خواهد بود.

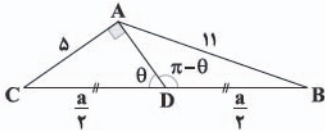
پس در گراف P_{24} مجموعه احاطه‌گر مینیمم یکتا داریم.



$$\Rightarrow a^2 + b^2 = c^2 + ab \Rightarrow a^2 + b^2 - c^2 = ab$$

$$\Rightarrow \frac{a^2 + b^2 - c^2}{ab} = 1 \Rightarrow \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \hat{C} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{C} = 60^\circ$$



$$\triangle CAD: \frac{5}{\sin \theta} = \frac{CD}{\sin 90^\circ} \quad (1)$$

$$\triangle ADB: \frac{11}{\sin(\pi - \theta)} = \frac{BD}{\sin(A - 90^\circ)} \Rightarrow \frac{11}{\sin \theta} = \frac{BD}{-\cos A} \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow \frac{5}{\sin \theta} = \frac{a}{1} \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{5}$$

$$(2) \Rightarrow \frac{11}{\frac{1}{5}} = \frac{a}{-\cos A} \Rightarrow \cos \hat{A} = -\frac{5}{11}$$

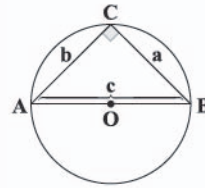
$$\cos \hat{A} = \frac{5^2 + 11^2 - a^2}{2 \times 5 \times 11} = -\frac{5}{11}$$

$$\Rightarrow 25 + 121 - a^2 = -50$$

$$\Rightarrow 146 + 50 = a^2$$

$$\Rightarrow a^2 = 196 \Rightarrow a = 14$$

۳ ۱۴۴



$$S = Pr = \left(\frac{\sqrt{c}}{2}\right) \times 6 = 210$$

$$\frac{1}{2} a \cdot b = 210 \Rightarrow ab = 420$$

$$a + b + c = 70 \Rightarrow a + b = 70 - c$$

$$(a + b)^2 = (70 - c)^2 \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 4900 - 140c + c^2$$

$$(a^2 + b^2 = c^2) \Rightarrow c = \frac{4900 - 2 \times 420}{140} = 29$$

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = c^2 - 2ab = (29)^2 - 2 \times 420 = 841 - 840 = 1 \Rightarrow |a - b| = 1$$

۲ ۱۴۲ اگر اضلاع $n-1, n, n+1$ در نظر بگیریم و زاویه‌ها به ترتیب $2\theta, \pi - 2\theta, \theta$ ، بنابراین طبق قضیه سینوس‌ها خواهیم داشت:

$$\frac{\sin \theta}{n-1} = \frac{\sin(\pi - 2\theta)}{n} = \frac{\sin 2\theta}{n+1}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 2\theta}{\sin \theta} = \frac{n}{n-1} \Rightarrow \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{n}{n-1}$$

$$\Rightarrow 2 \cos \theta = \frac{n}{n-1}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{2n-3}{4(n-1)}$$

$$\frac{\sin 2\theta}{\sin \theta} = \frac{n+1}{n-1}$$

$$\Rightarrow \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{n+1}{n-1} \Rightarrow \cos \theta = \frac{n+1}{2(n-1)}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{(n+1)^2}{4(n-1)^2}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \frac{2n-3}{4(n-1)} + \frac{(n+1)^2}{4(n-1)^2} = 1$$

$$\Rightarrow n^2 - 5n = 0 \Rightarrow n = 5$$

بنابراین اضلاع مثلث: ۴ و ۵ و ۶

۳ ۱۴۳

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 36$$

$$x=0 \Rightarrow (y-1)^2 = 27 \Rightarrow \begin{cases} y-1 = 3\sqrt{3} \Rightarrow y = 3\sqrt{3} + 1 \\ y-1 = -3\sqrt{3} \Rightarrow y = -3\sqrt{3} + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{طول وتر جداشده روی محور } y \text{ ها} = 6\sqrt{3}$$

$$y=0 \Rightarrow (x-3)^2 = 35 \Rightarrow \begin{cases} x-3 = \sqrt{35} + 3 \\ x-3 = -\sqrt{35} + 3 \end{cases}$$

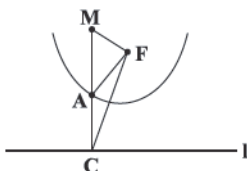
$$\Rightarrow \text{طول وتر جداشده روی محور } x \text{ ها} = 2\sqrt{35}$$

$$S_{ABCD} = 6\sqrt{3} \times 2\sqrt{35} = 12\sqrt{105}$$

۴ ۱۴۶ از آنجایی A روی سهمی قرار دارد پس طبق تعریف سهمی

AC و AF با هم برابرند. حال در مثلث FMC میتوان قضیه استوارت را

نوشت:



$$\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{3}{a+b+c}$$

$$\Rightarrow (c+a)(a+b+c) + (b+c)(a+b+c) = 3(b+c)(c+a)$$

$$\Rightarrow ca + cb + c^2 + a^2 + ab + ac + ba + b^2 + bc + ca + cb + c^2$$

$$= 3(bc + c^2 + ba + ca)$$



فیزیک

۱۵۱) عددی نتیجه حاصل از اندازه‌گیری با استفاده از پیمانهای به حجم 5cm^3 است که حاصل تقسیم آن بر عدد 5cm^3 یک عدد صحیح شود. بررسی عبارتها:

$$\text{الف) } 10^{-3}\text{ dm}^3 \times \frac{10^{-3}\text{ m}^3}{1\text{ dm}^3} \times \frac{10^6\text{ cm}^3}{1\text{ m}^3} = 1\text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \frac{1\text{ cm}^3}{5\text{ cm}^3} = 0.2 \quad (*)$$

$$\text{ب) } 2\text{ cm}^3 \Rightarrow \frac{2\text{ cm}^3}{5\text{ cm}^3} = 0.4 \quad (*)$$

$$\text{ج) } 3 \times 10^3\text{ mm}^3 \times \frac{1\text{ cm}^3}{10^3\text{ mm}^3} = 3\text{ cm}^3 \Rightarrow \frac{3\text{ cm}^3}{5\text{ cm}^3} = 0.6 \quad (*)$$

$$\text{د) } 5 \times 10^{-6}\text{ m}^3 \times \frac{10^6\text{ cm}^3}{1\text{ m}^3} = 5\text{ cm}^3 \Rightarrow \frac{5\text{ cm}^3}{5\text{ cm}^3} = 1 \quad (\checkmark)$$

۱۵۲) ابتدا عمق نقاط A و B را به کمک روابط مثلثاتی و زوایای داده شده محاسبه می‌کنیم:

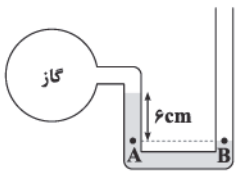
$$h_A = L \sin 30^\circ = 2 \times \sin 30^\circ = 2\text{m}$$

$$h_B = L \sin 37^\circ = 2 \times \sin 37^\circ = 1.2\text{m}$$

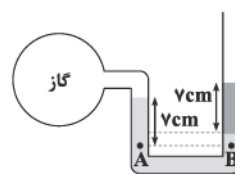
بنابراین اختلاف فشار بین دو نقطه A و B برابر است با:

$$\Delta P = \rho g \Delta h = 1200 \times 10 \times (2 - 1.2) = 9600\text{ Pa}$$

۱۵۳) ابتدا فشار مخزن را بر حسب cmHg محاسبه می‌کنیم، زیرا فشار هوا بر حسب cmHg بوده و مایع نیز جیوه می‌باشد.



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{مخزن}} + 6\text{ cmHg} = 76\text{ cmHg} \Rightarrow P_{\text{مخزن}} = 70\text{ cmHg}$$



در ادامه شکل جدید را رسم می‌کنیم. طبق گفته سوال، جیوه در لوله سمت راست، 7cm بالا می‌آید، بنابراین در لوله سمت چپ، جیوه 7cm پایین می‌آید، زیرا مساحت دو لوله برابر است.

اختلاف سطح جیوه در دو لوله برابر 8cm می‌شود. در این حالت فشار مخزن را مجدداً محاسبه می‌کنیم.

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{مخزن}} = P_0 + 8\text{ cmHg} = 76 + 8 = 84\text{ cmHg}$$

$$AF^2 = \frac{MF^2 \times AC + FC^2 \times AM}{AM + AC} - AM \times AC \quad \frac{AF=AC=x}{AM=10-x}$$

$$x^2 = \frac{(2\sqrt{21})^2 \times x + (2\sqrt{6})^2 \times (10-x)}{10} - (10-x) \times x$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{84x + 240 - 24x}{10} - 10x + x^2 \Rightarrow 60x + 240 - 100x = 0$$

$$\Rightarrow x = 6$$

۱۴۷) برای ماتریس وارون پذیر A، رابطه $A^{-1}A = I$ برقرار است

$$I - A^{-1}BA = A^{-1}A - A^{-1}BA = A^{-1}(A - BA)$$

$$= A^{-1}(I - B)A = -A^{-1}(B - I)A$$

$$\Rightarrow |I - A^{-1}BA| = (-1)^2 \times |A^{-1}(B - I)A| = |A^{-1}||B - I||A|$$

$$= \frac{1}{|A|} |B - I||A| = |B - I| = 2$$

۱۴۸)

$$F^T = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow F^T = \vec{0} \xrightarrow{\times F} F^F = \vec{0} \xrightarrow{\times F} F^\Delta = \vec{0}$$

$$\Rightarrow F + F^T + F^F + F^\Delta = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow C = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|C^{-1}| = \frac{1}{|C|} = \frac{1}{6}, \quad 2A \text{ جمع درایه های } 2A = 0$$

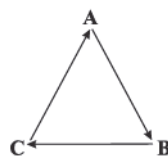
$$\frac{1}{6} - 0 = \frac{1}{6}$$

$$S_\Delta = \frac{1}{2} \times |a \times b| = 9 \Rightarrow |a \times b| = 18$$

$$|(2a - b) \times (a + 3b)| = \underbrace{|2a \times a|}_0 + 6a \times b - b \times a - \underbrace{3b \times b}_0$$

$$= |-b \times a + 6a \times b| = 7|a \times b| = 7 \times 18 = 126$$

۱۴۹)



$$\overline{AB} \cdot \overline{BC} = |\overline{AB}| |\overline{BC}| \times \cos(\theta) = 2a \times 2a \times \cos(120^\circ) = -2a^2$$

$$\overline{BC} \cdot \overline{CA} = |\overline{BC}| |\overline{CA}| \times \cos(\theta) = 2a \times 2a \times \cos(120^\circ) = -2a^2$$

$$\overline{CA} \cdot \overline{AB} = |\overline{CA}| |\overline{AB}| \times \cos(\theta) = 2a \times 2a \times \cos(120^\circ) = -2a^2$$

تذکره: زاویه بین دو بردار AB و BC برابر 120° درجه است نه 60° درجه.

$$k = -2a^2 - 2a^2 - 2a^2 = -6a^2$$

۱۵۰)



۱۵۷ ۲ تغییرات طول خطکش در اثر تغییرات دما برابر است با:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \Delta L = 20 \times 1/5 \times 10^{-5} \times 40 = 12 \times 10^{-3} \text{ cm} = 0/12 \text{ mm}$$

چون طول درجات خطکش بزرگتر شده است، پس خطکش عدد کمتری را نشان می‌دهد.

۱۵۸ ۳ مواردی که با یکدیگر در تبادل حرارتی قرار گرفته‌اند، عبارتند

است از: یخ - ظرف - آب - محیط.

چون بعد از به تعادل رسیدن سیستم، هنوز مقداری یخ باقی مانده است، بنابراین دمای تعادل نهایی صفر درجه سلسیوس است.

$$\text{آب } 0^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_1 = m_1 L_F} \text{یخ } 0^\circ\text{C}$$

$$\text{آب } 20^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_2 = m_2 c \Delta \theta_2}$$

$$\text{ظرف } 20^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_3 = (mc) \Delta \theta_3}$$

گرمای مبادله‌شده بین سیستم و محیط را Q فرض می‌کنیم. از طرفی می‌دانیم مجموع گرماهای مبادله‌شده صفر است، بنابراین:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q = 0$$

$$\Rightarrow m_1 L_F + m_2 c \Delta \theta_2 + (mc) \Delta \theta_3 + Q = 0$$

$$\Rightarrow 0/2 \times 320 + 2 \times 4 \times (0 - 20) + 10 \times (0 - 20) + Q = 0$$

$$\Rightarrow Q = 296 \text{ kJ}$$

۱۵۹ ۴ ابتدا به کمک نمودار کار انجام‌شده روی گاز را اندازه‌گیری

می‌کنیم. می‌دانیم مساحت زیر نمودار $P-V$ معادل قدم‌مطلق کار انجام‌شده روی گاز است و از آنجا که گاز متراکم شده، پس کار انجام‌شده روی آن نیز مثبت است، بنابراین:

$$S_{\text{دورنقه}} = |W| = \frac{(2+6) \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3}}{2} = 800 \text{ J} \Rightarrow W = +800 \text{ J}$$

حال به کمک قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow \Delta U = 1200 + 800 = 2000 \text{ J}$$

۱۶۰ ۴ طبق قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی، هیچ

ماشین گرمایی وجود ندارد که تمام گرمای دریافتی را به کار تبدیل کند، یعنی در یک ماشین گرمایی هرگز $Q_L = 0$ نمی‌شود.

دقت کنید: گزینه (۱) قانون اول ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی را نقض می‌کند و نه قانون دوم را.

۱۶۱ ۴ چون در هر دو سیمولوله حلقه‌ها خیلی به هم نزدیک هستند،

بنابراین اگر قطر مقطع سیم، برابر D باشد و تعداد دور سیمولوله برابر N باشد، بنابراین طول سیمولوله برابر است با:

$$\ell = ND$$

بنابراین درصد تغییرات فشار گاز داخل مخزن برابر است با:

$$\frac{\Delta P}{P} \times 100 = \frac{P' - P}{P} \times 100 = \frac{84 - 70}{70} \times 100 = 20\%$$

بنابراین فشار گاز داخل مخزن، ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.

۱۵۴ ۳ آب با آهنک ثابت خارج می‌شود، یعنی حجم آب خروجی در

زمان‌های برابر، یکسان است.

با توجه به شکل ظرف (هرچه به سمت پایین حرکت می‌کنیم، مقطع ظرف کوچک‌تر می‌شود) در حجم‌های مساوی برای آب خروجی، هرچه به سمت پایین حرکت می‌کنیم، ارتفاع بیشتری از آب کم می‌شود.

فشار وارد بر کف ظرف با ارتفاع مایع، رابطه مستقیم دارد.

بنابراین با گذشت زمان (با وجود حجم‌های یکسان کاهش آب ظرف) ارتفاع بیشتری از آب کم می‌شود، بنابراین آهنک تغییر فشار وارد بر کف ظرف پیوسته افزایش می‌یابد.

۱۵۵ ۲ ابتدا به کمک رابطه $W_f = \Delta E$ کار نیروی اصطکاک در مسیر

AB را پیدا می‌کنیم: (تندی و انرژی جنبشی در نقطه A ، صفر است.)

$$AB: W_f = \Delta E = E_B - E_A = (U_B + K_B) - (U_A + K_A)$$

$$\Rightarrow W_f = (mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2) - (mgh_A)$$

$$\Rightarrow W_f = (50 \times 10 \times 3 + \frac{1}{2} \times 50 \times 6^2) - (50 \times 10 \times 8)$$

$$\Rightarrow W_f = 2400 - 4000 = -1600 \text{ J}$$

حال با توجه به آنکه انرژی مکانیکی در نقطه B برابر ۲۴۰۰ ژول و کار نیروی اصطکاک نیز از نقطه B تا C معادل -1600 J است، داریم:

$$BC: W_f' = E_C - E_B$$

$$\Rightarrow -1600 = (K_C + U_C) - (K_B + U_B)$$

$$\Rightarrow K_C = -1600 + 2400 = 800 \text{ J}$$

$$K_C = \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 50 \times v_C^2 = 800 \Rightarrow v_C^2 = 32 \Rightarrow v_C = 4\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۵۶ ۳ کار کل انجام‌شده روی آسانسور برابر تغییرات انرژی جنبشی

آن است. از آنجا که آسانسور با تندی ثابت بالا رفته، پس $\Delta K = 0$ است. هم‌چنین تنها نیروهایی که روی جسم اثر می‌کنند، نیروی وزن و موتور بالابر است، پس داریم:

$$\begin{cases} W_t = W_{mg} + W_{\text{موتور}} = 0 \Rightarrow W_{\text{موتور}} = -W_{mg} \\ W_{mg} = -\Delta U \end{cases}$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = \Delta U = mg\Delta h = 50 \times 10 \times 9 = 45000 \text{ J}$$

این مقدار کار در ۱۰s توسط موتور آسانسور انجام شده و داریم:

$$P_{\text{av}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t} = \frac{45000}{10} = 4500 \text{ W}$$

$$\Rightarrow 4500 \text{ W} \times \frac{1 \text{ hp}}{745 \text{ W}} = 6 \text{ hp}$$



۱۶۵ | ۱ اندازه میدان الکتریکی بین دو صفحه یک خازن تخت برابر

است با:

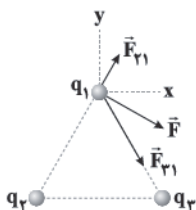
$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow{V = \frac{Q}{C}} E = \frac{Q}{Cd} \xrightarrow{C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}} E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A}$$

طبق رابطه فوق، میدان الکتریکی بین دو صفحه خازن هنگام ثابت بودن بار خازن، مستقل از فاصله بین دو صفحه است، بنابراین با تغییر فاصله بین دو صفحه این خازن، میدان الکتریکی، ثابت خواهد ماند.

۱۶۶ | ۳ به دلیل این که بار q_p از قدر مطلق بار q_p بزرگتر است،

بنابراین اندازه نیروی \vec{F}_{p1} از اندازه نیروی \vec{F}_{p2} بزرگتر است.

شکلی از شرایط سؤال ترسیم می‌کنیم. با توجه به نتیجه به دست آمده، بردار نیروی برابری باید به بردار نیروی \vec{F}_{p1} نزدیکتر باشد. در نتیجه مؤلفه \vec{j} بردار نیروی برابری، منفی و مؤلفه \vec{i} بردار نیروی برابری مثبت باشد، بنابراین گزینه (۳) نمی‌تواند بردار برابری نیروها باشد.



۱۶۷ | ۲ تنها عبارت «د» درست است.

بررسی عبارتهای نادرست:

(الف) آزمایش فاراده نشان می‌دهد که بار اضافی داده شده به رسانا، در سطح خارجی آن توزیع می‌شود.

(ب) پتانسیل الکتریکی در نقاط نوک تیز سطح جسم رسانای در حال تعادل الکترواستاتیکی، برابر نقاط دیگر آن است.

(ج) میدان الکتریکی درون رسانا فقط در حالت تعادل الکترواستاتیکی، صفر است.

۱۶۸ | ۲ برای آن که در هر دو حالت، توان مصرفی در مدار، یکسان

باشد، باید شدت جریان در مدار در هر دو حالت وصل بودن کلید K به نقاط a و b ، یکسان باشد.

در حالتی که کلید K به نقطه b متصل است، مقاومت 5 اهمی اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و مقاومت معادل خارجی مدار برابر است با:

$$2 + 3 = 5 \Omega$$

در حالتی که کلید K به نقطه a متصل است، نیز باید مقاومت معادل خارجی مدار، 5 اهم باشد. در این حالت دو مقاومت 3 و 5 اهمی متوالی و با مقاومت R موازی می‌باشند که معادلشان با مقاومت 2 اهمی متوالی می‌شود و داریم:

$$R_b = R_a \Rightarrow 5 = 2 + \frac{\lambda R}{\lambda + R} \Rightarrow 3 = \frac{\lambda R}{\lambda + R}$$

$$\Rightarrow 24 + 3R = \lambda R \Rightarrow \Delta R = 24 \Rightarrow R = 4/8 \Omega$$

حال با توجه به رابطه اندازه میدان مغناطیسی در داخل سیملوله داریم:

$$\begin{cases} B = \frac{\mu_0 I N}{\ell} \\ \ell = ND \end{cases} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{D}$$

بنابراین:

$$\frac{B_A}{B_B} = \frac{I_A}{I_B} \times \frac{D_B}{D_A} \Rightarrow \frac{B_A}{B_B} = 1 \times \frac{d}{3d} = \frac{1}{3}$$

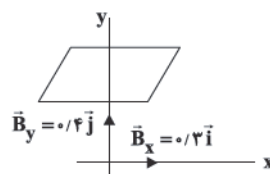
۱۶۲ | ۱ اندازه میدان مغناطیسی در این محیط برابر است با:

$$B = \sqrt{(0/3)^2 + (0/4)^2} = 0/5 T$$

برای محاسبه شار مغناطیسی گذرنده از قاب باید خطوط میدان مغناطیسی که به صورت عمود از سطح عبور می‌کنند را در نظر بگیریم، پس در این جا فقط مولفه قائم میدان مغناطیسی را در محاسبات وارد می‌کنیم.

$$A = 20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2 \times 10^{-4} = 4 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$\Phi = AB \cos \theta = 4 \times 10^{-2} \times 0/4 \times \cos 0^\circ = 1/6 \times 10^{-2} \text{ Wb}$$



۱۶۳ | ۲ ابتدا باید با توجه به داده‌های سؤال، اندازه میدان مغناطیسی

درون سیملوله را محاسبه می‌کنیم:

$$F = |q| v B \sin \alpha \Rightarrow 24 \times 10^{-4} = 4 \times 10^3 \times 5 \times 10^3 \times B \times 1$$

$$\Rightarrow B = 12 \times 10^{-5} T$$

با استفاده از رابطه اندازه میدان مغناطیسی در داخل سیملوله داریم:

$$B = \frac{\mu_0 I N}{\ell} \Rightarrow 12 \times 10^{-5} = 12 \times 10^{-7} \times 10 \times \frac{N}{\ell}$$

$$\Rightarrow \frac{N}{\ell} = \frac{12 \times 10^{-5}}{12 \times 10^{-7} \times 10} = 10 \frac{\text{دور}}{\text{متر}}$$

۱۶۴ | ۲ از ترکیب رابطه‌های زیر و قرار دادن $N = 1$ به این نتیجه می‌رسیم:

$$\begin{cases} I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \\ I = \frac{|\bar{\epsilon}|}{R} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta q}{\Delta t} = \left| \frac{-N}{R} \times \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| \xrightarrow{N=1} \Delta q = \left| \frac{-\Delta \Phi}{R} \right|$$

$$|\bar{\epsilon}| = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right|$$

نکته: این رابطه مستقل از زمان است، یعنی با تغییر زمان، Δq تغییری نمی‌کند!

$$\begin{cases} t = 4s \text{ تا } t = 0 \text{ در بازه زمانی: } \Delta \Phi_1 = |\Phi_2 - \Phi_1| = |20 - 0| = 20 \text{ Wb} \\ t = 8s \text{ تا } t = 4s \text{ در بازه زمانی: } \Delta \Phi_2 = |\Phi_2 - \Phi_1| = |0 - 20| = 20 \text{ Wb} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \Phi_1}{\Delta \Phi_2} = \frac{20}{20} = 1$$

$$\frac{\Delta q_1}{\Delta q_2} = \frac{\Delta \Phi_1}{\Delta \Phi_2} = 1$$

بنابراین:



توان مصرفی هر یک از مقاومت‌ها برابر است با:

$$P_1 = 8I'^2 = 8 \times \frac{4I'^2}{49} = \frac{32}{49} I'^2$$

$$P_2 = 32I'^2 = 32 \times \frac{4}{49} I'^2 = \frac{128}{49} I'^2$$

$$P_3 = 10I'^2 = 10 \times \frac{25I'^2}{49} = \frac{250}{49} I'^2$$

$$P_4 = 6I'^2 = 6 \times \frac{25I'^2}{49} = \frac{150}{49} I'^2$$

$$P_5 = 4I'^2$$

مشاهده می‌شود می‌شود توان مصرفی مقاومت ۱۰ اهمی (R_3) از همه بیشتر است.

۱۷۱) ۳) مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 موازی هستند، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{R_1=12\Omega, R_2=4\Omega}{R_3=6\Omega} \rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_{eq} = 2\Omega$$

جریان خروجی از باتری برابر است با:

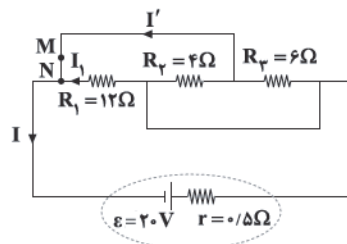
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{20}{2 + 0.5} = 8A$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر است با:

$$V = IR_{eq} = 8 \times 2 = 16V$$

با توجه به این‌که مقاومت R_1 با باتری موازی است، بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R_1 با اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر است، بنابراین:

$$V_1 = I_1 R_1 \xrightarrow{V_1=V} 16 = I_1 \times 12 \Rightarrow I_1 = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}A$$



جریان‌های ورودی به گره N باید با جریان خروجی از آن برابر باشند، پس:

$$I = I' + I_1 \Rightarrow 8 = I' + \frac{4}{3} \Rightarrow I' = \frac{20}{3}A$$

جریانی که از مقطع M می‌گذرد همان جریان I' است.

۱۷۲) ۲) مسافت طی شده برابر با جابه‌جایی است، زیرا تغییر جهت در حرکت رخ نداده است. رابطه بین جابه‌جایی‌ها در دو حرکت را به دست می‌آوریم. در حرکت تندشونده $v_1 = v$ ، $v_1 = 0$ و جابه‌جایی برابر با Δx_1 و در حرکت کندشونده $v_1 = 0$ ، $v_1 = v$ و جابه‌جایی برابر با Δx_2 است، بنابراین:

$$\begin{cases} \text{تندشونده: } v^2 - 0^2 = 2 \times 3a \times \Delta x_1 \Rightarrow v^2 = 6a\Delta x_1 \\ \text{کندشونده: } 0^2 - v^2 = 2 \times -a \times \Delta x_2 \Rightarrow v^2 = 2a\Delta x_2 \\ \Rightarrow 6a\Delta x_1 = 2a\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 3\Delta x_1 \end{cases}$$

۱۶۹) ۳) مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 موازی هستند، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \xrightarrow{R_1=2\Omega, R_2=3\Omega, R_3=6\Omega} \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow R_{eq} = 1\Omega$$

جریان خروجی از باتری برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12}{1 + 0.5} = 8A$$

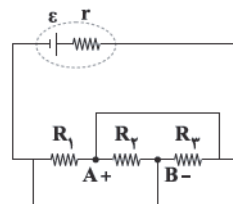
اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت معادل (R_{eq}) برابر است با:

$$V = IR_{eq} = 8 \times 1 = 8V$$

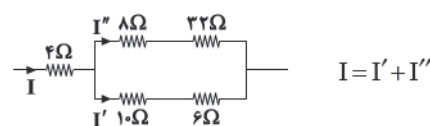
با توجه به این‌که مقاومت R_2 با باتری موازی هستند، بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری با اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R_2 برابر است، بنابراین:

$$V_2 = I_2 R_2 \xrightarrow{V_2=8V, R_2=3\Omega} 8 = I_2 \times 3 \Rightarrow I_2 = \frac{8}{3}A$$

نقطه A با سیم بدون مقاومت به قطب مثبت باتری و نقطه B با سیم بدون مقاومت به قطب منفی باتری متصل است. از طرفی می‌دانیم که جریان از قطب مثبت به سمت قطب منفی است، بنابراین جریان از A به B است.



۱۷۰) ۳) مطابق شکل زیر، با توجه به تقسیم جریان داریم:

دو مقاومت 10Ω و 6Ω متوالی می‌باشند، پس:

$$R' = 10 + 6 = 16\Omega$$

دو مقاومت 8Ω و 32Ω نیز متوالی هستند، پس:

$$R'' = 8 + 32 = 40\Omega$$

دو مقاومت R' و R'' با هم موازی هستند، پس:

$$V' = V'' \xrightarrow{V=RI} I' \times 16 = I'' \times 40 \Rightarrow I' = \frac{5}{4} I'' \Rightarrow I' = 2.5 I''$$

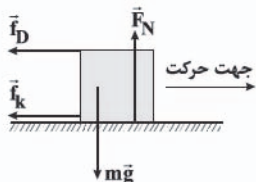
با جای‌گذاری عبارت $I' = 2.5 I''$ در رابطه $I = I' + I''$ داریم:

$$I = I' + I'' = 2.5 I'' + I'' = 3.5 I'' \Rightarrow I'' = \frac{2I}{7}, I' = \frac{5I}{7}$$



۱۷۷ | ۲

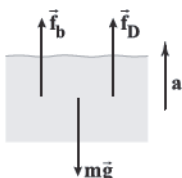
برای آن که جهت واکنش نیروهای وارد بر جسم را پیدا کنیم، ابتدا باید ببینیم چه نیروهایی به جسم وارد می‌شود. چهار نیروی وزن، عمودی سطح، مقاومت هوا و اصطکاک به این تکه سنگ وارد می‌شوند.



واکنش نیروی وزن به کره زمین و به سمت بالا وارد می‌شود. واکنش نیروی عمودی سطح به سطح و به سمت پایین وارد می‌شود. از آن جا که حرکت به سمت راست است، نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا از طرف سطح و هوا به جسم و به سمت چپ وارد می‌شوند و واکنش‌های آن‌ها از طرف جسم به سطح و هوا وارد می‌شوند و جهت آن‌ها به سمت راست است.

۱۷۸ | ۱

در ابتدا شتاب حرکت گلوله را محاسبه می‌کنیم:



$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow (0)^2 - (10)^2 = 2a \times (2)$$

$$\Rightarrow -100 = 4a \Rightarrow a = -\frac{100}{4} \Rightarrow a = -25 \frac{m}{s^2}$$

اندازه نیروی \vec{f}_D را محاسبه می‌کنیم. براساس قانون دوم نیوتون داریم:

$$f_b + f_D - mg = ma$$

$$\Rightarrow 25 + f_D - 2 \times 10 = 2 \times (-25) \Rightarrow 25 + f_D - 20 = 50$$

$$\Rightarrow f_D = 50 + 20 - 25 \Rightarrow f_D = 45 N$$

۱۷۹ | ۱

طبق اطلاعات سؤال، نیروی مقاومت هوا برابر است با:

$$f_D = \frac{v_0}{100} m_B g = \frac{m_B g}{5}$$

شتاب گلوله‌های A و B را به صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم.
گلوله A:

$$W_A - f_D = m_A a_A \Rightarrow m_A g - f_D = m_A a_A$$

$$\frac{m_A = 3m_B}{m_A = 3m_B} \rightarrow 3m_B g - f_D = 3m_B a_A$$

$$\frac{f_D = \frac{m_B g}{5}}{m_B g} \rightarrow 3m_B g - \frac{m_B g}{5} = 3m_B a_A$$

$$\Rightarrow a_A = \frac{3m_B g - \frac{m_B g}{5}}{3m_B} = \frac{15m_B g - m_B g}{5 \cdot 3m_B} = \frac{14}{5} \frac{m_B g}{3m_B} = \frac{14}{15} g$$

$$\Rightarrow a_A = \frac{14}{15} g$$

از طرفی جابه‌جایی کل (مجموع جابه‌جایی‌ها) در حرکت برابر با $400m$ است، بنابراین:

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 400 \Rightarrow \Delta x_1 + 3\Delta x_1 = 400$$

$$\Rightarrow \Delta x_1 = 100 \text{ و } \Delta x_2 = 300 m$$

اختلاف دو جابه‌جایی برابر با 200 متر می‌باشد.

۱۷۳ | ۲

میزان جابه‌جایی در t ثانیه‌های متوالی تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند، بنابراین جابه‌جایی‌ها به صورت زیر می‌شوند:

$$\begin{cases} 200 m \Rightarrow 3 \text{ ثانیه اول حرکت} \\ \Delta x \Rightarrow 3 \text{ ثانیه دوم حرکت} \\ 800 m \Rightarrow 3 \text{ ثانیه سوم حرکت} \end{cases}$$

همان‌طور که می‌دانیم، جمله دوم از میانگین جملات اول و سوم به دست

$$\Delta x = \frac{200 + 800}{2} = 500 m$$

می‌آید، بنابراین:

بنابراین جابه‌جایی در 9 ثانیه اول حرکت برابر با مجموع جابه‌جایی‌ها (جابه‌جایی‌های به دست آمده در بالا) است، پس:

$$\Delta x_{کل} = 200 + 500 + 800 = 1500 m$$

۱۷۴ | ۱

مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. فاصله دو متحرک در لحظه هم سرعت شدن، برابر با اختلاف مساحت‌های زیر نمودارها است. به عبارتی با محاسبه مساحت مثلث بالا، فاصله دو متحرک از هم به دست می‌آید:

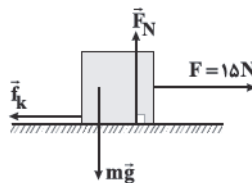
$$\text{فاصله دو متحرک از یک دیگر} = \frac{10 \times 4}{2} = 20 m$$

۱۷۵ | ۴

مسافر در ابتدا و انتها روی یک صندلی نشسته است، بنابراین سرعت متوسط مسافر برابر سرعت متوسط صندلی می‌باشد که سرعت صندلی نیز برابر با سرعت اتوبوس است، پس سرعت متوسط مسافر همان سرعت اتوبوس، یعنی $30 \frac{m}{s}$ است.

۱۷۶ | ۴

با توجه به قانون دوم نیوتون، برآیند نیروهای وارد بر جسم را به دست می‌آوریم:



در راستای عمودی، حرکت نداریم، پس برآیند نیروها در راستای عمودی، صفر است، بنابراین:

$$F_N = mg = 30 N$$

جسم در راستای افقی با شتاب $4 \frac{m}{s^2}$ حرکت می‌کند، بنابراین:

$$a = \frac{F_{net,x}}{m} \Rightarrow 4 = \frac{F - f_k}{3} \Rightarrow 15 - f_k = 12$$

با توجه به رابطه نیروی اصطکاک جنبشی داریم:

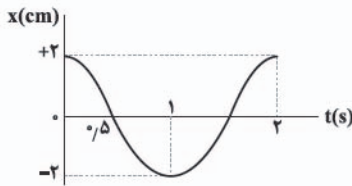
$$f_k = \mu_k F_N \rightarrow 3 = \mu_k \times 30 \Rightarrow \mu_k = 0.1$$



گلوله B:

۱۸۲ ۲

معادله مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده نوسانگر در صورت سؤال داده شده است. با توجه به آن می‌توان به راحتی نمودار $x-t$ حرکت را رسم کرد، بنابراین:



با مقایسه معادله مکان - زمان داده شده با معادله مکان - زمان در حرکت هماهنگ ساده داریم:

$$\begin{cases} x(t) = A \cos(\omega t) \\ x = 2 \cos(\pi t) \end{cases} \Rightarrow \omega = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \pi \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

در لحظه $t = 0.5 \text{ s}$ نوسانگر در مکان $x = 0$ قرار دارد و در لحظه $t = 2 \text{ s}$ در مکان $x = -2 \text{ cm}$ قرار دارد و چون در این مدت از مکان $x = 0$ به $x = -2 \text{ cm}$ رفته و سپس از آنجا که به مکان $x = +2 \text{ cm}$ می‌رود، در نتیجه مسافت طی شده برابر است با:

$$l = 2 + 2 + 2 = 6$$

بنابراین تندی متوسط در این بازه زمانی برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{6 \text{ cm}}{\Delta t = 1/5 \text{ s}} \Rightarrow s_{av} = \frac{6}{1/5} = 30 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

۱۸۳ ۳ با توجه به شکل داده شده، خواهیم داشت:

$$A = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$$

$$\frac{3\lambda}{4} = 3 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$$

مقدار T را با استفاده از رابطه $\lambda = vT$ و با توجه به مشخص بودن مقدار λ و v محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda = vT \Rightarrow \frac{0.04 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 10 \text{ s} \Rightarrow T = \frac{0.04}{10} = 0.004 \text{ s} \Rightarrow T = 4 \text{ ms}$$

تعداد نوسانات کامل انجام شده در مدت زمان 0.02 s را محاسبه می‌کنیم:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow n = \frac{t}{T} = \frac{0.02 \text{ s}}{0.004 \text{ s}} \Rightarrow n = 5$$

در مدت زمان 0.02 s هر یک از ذرات محیط، یک نوسان کامل انجام می‌دهد و در هر نوسان هر ذره از محیط مثل ذره a ، مسافت $4A$ را طی می‌کند، پس داریم:

$$l = 4A = 4 \times 0.02 \text{ m} = 0.08 \text{ m} = 8 \text{ cm}$$

۱۸۴ ۱ تراز شدت صوت به اندازه 14 dB دسی‌بل کاهش یافته است، بنابراین:

$$\Delta\beta = -14 \text{ dB}$$

بنابراین تغییرات شدت صوت برابر است با:

$$\Delta\beta = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Rightarrow -14 = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$$

$$\Rightarrow -1.4 = \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \xrightarrow{\text{طرفین را در (-1) ضرب می‌کنیم، کسر معکوس می‌شود}} \frac{1}{10} = \log\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$$

$$W_B - f_D = m_B a_B \xrightarrow{f_D = \frac{m_B g}{\Delta}} m_B g - \frac{m_B g}{\Delta} = m_B a_B$$

$$\Rightarrow \frac{f}{\Delta} m_B g = m_B a_B \Rightarrow a_B = \frac{f}{\Delta} g$$

محاسبه نسبت جابه‌جایی دو گلوله در زمان یکسان:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{a_A}{a_B} \times \left(\frac{t_A}{t_B}\right)^2$$

$$\xrightarrow{t_A = t_B} \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{a_A}{a_B} = \frac{1/5 g}{f/6} = \frac{6}{5}$$

۱۸۵ ۴ ابتدا به کمک رابطه $t = nT$ ، دوره را محاسبه می‌کنیم:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{60}{180} = \frac{1}{3}$$

تندی حرکت جسم برابر است با:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{10 \times 2 \times 3}{\frac{1}{3}} = 180 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

چرخش در $\frac{1}{3}$ دوره برابر 90° درجه می‌باشد، بنابراین تکانه اولیه و ثانویه عمودند، بنابراین:

$$\Delta p = \sqrt{2} p_1 = \sqrt{2} m v = \sqrt{2} \times 2 \times 180 = 360 \sqrt{2} \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

۱۸۱ ۱ دوره تناوب نوسانگر ساده را محاسبه می‌کنیم:

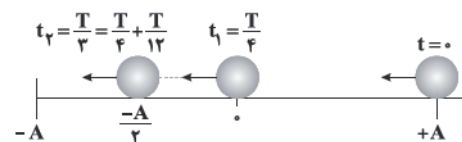
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{2\pi}{k} \sqrt{m} = \frac{2\pi}{200 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \sqrt{1 \text{ kg}} \Rightarrow T = 2\pi \times \frac{1}{\sqrt{200}} = \frac{2\pi}{10\sqrt{2}} = \frac{\pi}{5\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow T = 6 \times \frac{\pi}{10} = 1.8 \text{ s} \Rightarrow T = 1.8 \text{ s}$$

لحظات $t_1 = 0.3 \text{ s}$ و $t_2 = 0.4 \text{ s}$ را بر حسب دوره تناوب محاسبه می‌کنیم:

$$t_1 = 0.3 \text{ s} \Rightarrow \frac{t_1}{T} = \frac{0.3}{1.8} = \frac{1}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{6}$$

$$t_2 = 0.4 \text{ s} \Rightarrow \frac{t_2}{T} = \frac{0.4}{1.8} = \frac{2}{9} \Rightarrow t_2 = \frac{2T}{9} \Rightarrow t_2 = \frac{T}{4.5} + \frac{T}{9}$$



تندی متوسط در بازه زمانی $t_1 = 0.3 \text{ s}$ تا $t_2 = 0.4 \text{ s}$ برابر است با:

$$L = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ cm}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{5}{0.4 - 0.3} = \frac{5}{0.1} = 50 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow s_{av} = 50 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$



۱۸۷ ۲ با استفاده از رابطه ریدبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

با جایگذاری تعریف طول موج ($\lambda = \frac{c}{f}$) در رابطه فوق داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{\lambda = \frac{c}{f}} \frac{f}{c} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow f = Rc \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (*)$$

بنابر تعریف انرژی هر فوتون ($E = hf$) می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} E = hf \xrightarrow{(*)} E = Rhc \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2} \right) \\ E = A \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2} \right) \end{cases} \Rightarrow A = Rhc$$

۱۸۸ ۱ می‌دانیم برای تابش فوتون، الکترون باید به تراز پایین‌تر برود و هم‌چنین بدیهی است که پرنرژی‌ترین فوتون در دورترین گذار رخ می‌دهد، بنابراین الکترون باید از تراز $n=3$ به تراز $n=1$ گذار انجام دهد، بنابراین:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} n=1 \Rightarrow E_1 = -\frac{E_R}{1} \\ n=3 \Rightarrow E_3 = -\frac{E_R}{9} \end{cases}$$

$$\Delta E = E_1 - E_3 = -\frac{E_R}{1} + \frac{E_R}{9} = \frac{8}{9} E_R = \frac{8}{9} \Delta E \quad \text{ریدبرگ}$$

۱۸۹ ۳ ابتدا به کمک رابطه $f_n = \frac{nv}{\lambda}$ نسبت $\frac{v}{L}$ را به دست می‌آوریم:

$$f_n = \frac{nv}{\lambda} \Rightarrow f_6 = \frac{6v}{\lambda} = 1200 = \frac{v}{L} = 400$$

اگر اندازه نیروی کشش، ۴۴ درصد تغییر کند، تندی انتشار هم تغییر خواهد کرد، بنابراین:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{1.44} \Rightarrow \frac{v'}{v} = 1.2 \Rightarrow v' = 1.2v$$

در نهایت خواهیم داشت:

$$f'_{10} = \frac{10v'}{\lambda} = 5 \times \frac{1.2v}{L} = 5 \times 1.2 \times 400 = 2400 \text{ Hz}$$

۱۹۰ ۱ تعداد هسته‌های اولیه هر ماده را N_0 در نظر می‌گیریم، برای

ماده A داریم:

$$N_A = N_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{n_A} \Rightarrow \frac{1}{64} N_0 = N_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{n_A} \Rightarrow n_A = 6$$

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} \xrightarrow{n_A=6} \frac{t}{(T_{1/2})_A} = 6 \Rightarrow (T_{1/2})_A = \frac{t}{6} \quad (I)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{100} = \log \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \Rightarrow \log 100 - 2 \log 2 = \log \left(\frac{I_1}{I_2} \right)$$

$$\log 100 - 2 \log 2$$

$$\Rightarrow \log \left(\frac{100}{4} \right) = \log \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \Rightarrow 25 = \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 25 \quad (*)$$

نسبت شدت صوت‌ها با عکس مجذور فاصله از منبع رابطه دارد، بنابراین:

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2$$

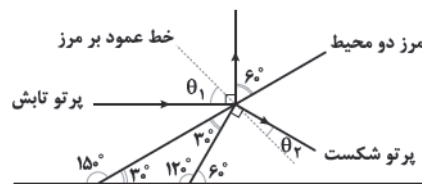
$$\frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} \xrightarrow{(*)} \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{25} = 5$$

$$\text{از طرفین جذر می‌گیریم} \rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 5 \Rightarrow r_1 = 5 \text{ m}$$

۱۸۵ ۳

زاویه بین جبهه موج تحت تابیده شده و سطح جداکننده دو محیط برابر است با زاویه شکست جبهه موج تحت شکست یافته و سطح جداکننده دو محیط

در این سؤال داریم:



$$\begin{cases} \theta_2 = 30^\circ \\ \theta_1 = 6^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\sin 6^\circ}{\sin 30^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{3} \quad (3) \text{ گزینه}$$

۱۸۶ ۱ عرض نوارهای تاریک و روشن (W) در آزمایش یانگ با طول

موج نور مورد استفاده، رابطه مستقیم دارد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{3000}{4000} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow W_2 = \frac{3}{4} W_1$$

برای محاسبه درصد تغییرات می‌نویسیم:

$$\frac{\Delta W}{W_1} \times 100 = \frac{W_2 - W_1}{W_1} \times 100 = \frac{\frac{3}{4} W_1 - W_1}{W_1} \times 100 = -\frac{1}{4} \times 100 = -25\%$$

بنابراین عرض هر یک از نوارهای تاریک و روشن، ۲۵٪ نسبت به حالت اول

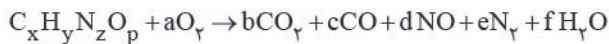
کاهش یافته است.



درصد مورد نظر برابر است:

$$\frac{(36-10)}{36} \times 100 = 72.22\%$$

۱۹۴ ۳ مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:



با توجه به مفهوم موازنه برای هر کدام از اتم‌های C، H و N می‌توان نوشت:

$$C \text{ موازنه اتم‌های } C: x = b + c, b = 3c$$

$$H \text{ موازنه اتم‌های } H: y = 2f$$

$$N \text{ موازنه اتم‌های } N: z = d + 2e, e = 4d$$

اکنون می‌توان ضرایب b، c، d، e، f را بر مبنای زیروندهای موجود در ترکیب

آلی مورد نظر به دست آورد:

$$b = \frac{3}{4}x, c = \frac{1}{4}x$$

$$f = \frac{y}{2}$$

$$d = \frac{z}{9}, e = \frac{4z}{9}$$

اکنون با شمار اتم‌های اکسیژن در تمامی گونه‌ها به جز O_2 می‌توان ضریبگاز O_2 یعنی a را پیدا کرد:

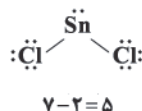
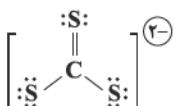
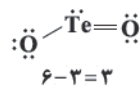
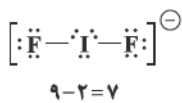
$$p + 2a = 2\left(\frac{3}{4}x\right) + \frac{1}{4}x + \frac{z}{9} + \frac{4z}{9} + \frac{y}{2}$$

$$\Rightarrow 2a = \frac{y}{2}x + \frac{z}{9} + \frac{y}{2} - p$$

$$\Rightarrow a = \frac{y}{4}x + \frac{z}{18} + \frac{y}{4} - \frac{p}{2} = \frac{63x + 4z + 18y - 36p}{72}$$

ساختار لوویس هر چهار گونه و مقدار خواسته‌شده در زیر آمده است:

۱ ۱۹۵



فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر که ایزومر ۱- بوتین است به

۲ ۱۹۶

صورت C_4H_6 می‌باشد.ابتدا جرم کربن موجود در سه هیدروکربن متان (CH_4)، اتان (C_2H_6) وپروپان (C_3H_8) را به دست می‌آوریم:

$$C[CH_4] = 100 \times \frac{64}{100} \times \frac{1(12)}{1(12)+4} = 48 \text{ g C}$$

۷۵٪ از هسته‌های اولیه ماده B دچار فروپاشی شده‌اند، بنابراین ۲۵٪ از هسته‌های اولیه آن باقی مانده‌اند، بنابراین برای ماده B داریم:

$$N_B = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_B} \Rightarrow \frac{25}{100} N_0 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_B} \Rightarrow n_B = 2$$

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow \frac{n_B}{2} = \frac{t}{(T_{1/2})_B} \Rightarrow (T_{1/2})_B = \frac{t}{2} \quad (II)$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{(T_{1/2})_A}{2} = \frac{t}{2} = \frac{2t}{4} = \frac{1}{2}$$

شیمی

۳ ۱۹۱ به‌جز عبارت آخر سایر عبارات درست هستند.

نور زرد لامپ‌هایی که شب هنگام، بزرگراه‌ها و خیابان‌ها را روشن می‌کند به دلیل وجود بخار سدیم در آن‌ها است.

۴ ۱۹۲ ابتدا حجم مولی بخار آب را در دما و فشار داده شده به دست

می‌آوریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22/4}{(273)} = \frac{\frac{2}{3} \times V_2}{(273 + 45/5)}$$

$$\Rightarrow \frac{22/4}{6 \times 45/5} = \frac{\frac{2}{3} V_2}{7 \times 45/5} \Rightarrow V_2 = 39/2 \text{ L.mol}^{-1}$$

$$\equiv 39/2 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{حجم حباب} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times \left(\frac{4}{3} \text{ cm}\right)^3 = 32 \text{ cm}^3 \equiv 32 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$? \text{ molecule} = 32 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O(g)}}{39/2 \times 10^{-3} \text{ m}^3}$$

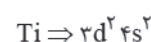
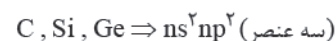
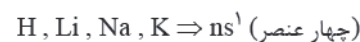
$$\times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ molecule}}{1 \text{ mol H}_2\text{O(g)}}$$

$$\equiv 4/9 \times 10^{20} \text{ molecule}$$

۲ ۱۹۳

• در مجموع چهار دوره نخست جدول دوره‌ای، ۳۶ عنصر وجود دارد.

• در لایه ظرفیت اتم تمامی عنصرها به‌جز عنصرهای زیر (۱۰ عنصر) فقط یک زیرلایه دوالکترونی وجود دارد:





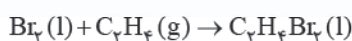
۴ ۱۹۹

$$? \text{ion SO}_4^{2-} = \Delta \text{g Al}_2(\text{SO}_4)_3(\text{aq}) \times \frac{162 \text{ g Al}^{3+}}{106 \text{ g Al}_2(\text{SO}_4)_3(\text{aq})}$$

$$\times \frac{\text{mol Al}^{3+}}{27 \text{ g Al}^{3+}} \times \frac{3 \text{ mol SO}_4^{2-}}{2 \text{ mol Al}^{3+}} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ ion SO}_4^{2-}}{\text{mol SO}_4^{2-}} = 2/7 \times 10^{20}$$

۳ ۲۰۰ کربن تتراکلرید (CCl_4) یک مولکول ناقطبی بوده و گشتاور دو قطبی آن برابر با صفر است.

۴ ۲۰۱ از واکنش برم (Br_2) با گاز اتن، ترکیب I، ۱-دیبرمو اتان به وجود می‌آید:



۱ ۲۰۲ فرض می‌کنیم m گرم فلز Mg در آزمایش I و m گرم آلایز در آزمایش II شرکت کند که a گرم آن مربوط به Mg و b گرم آن مربوط به Al باشد. واضح است که $m = a + b$ می‌باشد.

I آزمایش: $\text{Mg} \sim \text{H}_2$

$$\frac{m}{24} = \frac{x}{1} \Rightarrow x = \frac{m}{24} \text{ mol H}_2$$

II آزمایش: $\text{Mg} \sim \text{H}_2$

$2\text{Al} \sim 3\text{H}_2$

$$\frac{a}{24} = \frac{y}{1} \quad \frac{b}{2 \times 27} = \frac{z}{3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{a}{24} \text{ mol H}_2, z = \frac{b}{18} \text{ mol H}_2$$

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{a}{24} + \frac{b}{18} \right) = 1/25 \frac{m}{24} \\ a + b = m \end{array} \right.$$

از حل هم‌زمان این دو معادله مقادیر a و b برابر خواهند بود با:

$$b = \frac{3}{4}m, a = \frac{1}{4}m$$

$$\frac{3}{4} \times 100 = 75\% \quad \text{درصد جرمی آلومینیم برابر است با:}$$

۳ ۲۰۳ فرمول مولکولی ترکیب نخست همانند فرمول مولکولی سرگروه هیدروکربن‌های آروماتیک یعنی بنزن به صورت C_6H_6 است. فرمول مولکولی ترکیب آخر به صورت C_6H_4 است.

۱ ۲۰۴ بررسی عبارتهای نادرست:

پ) هر هیدروکربنی که در ساختار خود یک پیوند دوگانه $\text{C}=\text{C}$ داشته باشد، آلکن نامیده می‌شود.

ت) با عبور گازهای خروجی نیروگاه‌ها از روی آهک برای به دام انداختن گاز SO_2 ، ترکیب یونی کلسیم سولفیت (CaSO_3) تولید می‌شود.

$$C_{[\text{C}_7\text{H}_6]} = 100 \text{ g} \times \frac{15}{100} \times \frac{2(12)}{2(12)+6} = 12 \text{ g C}$$

$$C_{[\text{C}_7\text{H}_8]} = 100 \text{ g} \times \frac{12/2}{100} \times \frac{2(12)}{2(12)+8} = 10/8 \text{ g C}$$

$$C \text{ مجموع جرم‌های اتم} = 48 + 12 + 10/8 = 70/8 \text{ g C}$$

$$? \text{ g C}_6\text{H}_6 = 70/8 \text{ g C} \times \frac{1 \text{ mol C}}{12 \text{ g C}} \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_6}{4 \text{ mol C}} \times \frac{54 \text{ g C}_6\text{H}_6}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_6}$$

$$= 79/6 \text{ g C}_6\text{H}_6$$

۳ ۱۹۷ غلظت مولی CaBr_2 را در هر کدام از محلول‌های I و II به

دست می‌آوریم:

$$\text{چگالی محلول (درصد جرمی)} = \frac{\text{غلظت مولی}}{\text{جرم مولی حل‌شونده}}$$

$$M_I = \frac{100 \times 20 \times 1/25}{200} = 1/25 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$M_{II} = \frac{100 \times 40 \times 1/333}{200} = 2/666 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

فرض کنیم 100 g از هر کدام از دو محلول را با هم مخلوط کنیم:

$$\text{مولاریته نهایی} = \frac{(I \text{ حجم محلول} \times M_I) + (II \text{ حجم محلول} \times M_{II})}{\text{مجموع حجم دو محلول}}$$

$$= \frac{\left(\frac{100}{1/25} \times 1/25 \right) + \left(\frac{100}{1/333} \times 2/666 \right)}{\frac{100}{1/25} + \frac{100}{1/333}} = \frac{100 + 200}{80 + 75} = \frac{300}{155} = 1/93 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

۲ ۱۹۸ • با توجه به داده‌های سؤال 70% درصد از رسوب تولید

شده BaSO_4 و 30% درصد آن، BaS بوده است.

• از آن‌جا که بر مبنای رسوب 100% درصدی BaSO_4 ، درصد جرمی S در

نمونه برابر 20% به دست آمده است، درصد جرمی S بر مبنای رسوب 70% درصدی BaSO_4 برابر است با:

$$\frac{70}{100} \times 20 = 14$$

درصد جرمی S بر مبنای رسوب 30% درصدی BaS به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{BaSO}_4 \rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{درصد گوگرد} \\ \text{درصد نمونه اولیه} \\ \text{جرم S} \end{array} \right. \begin{array}{l} 20 \\ 22 \\ 233 \end{array} \Rightarrow x = 27/5$$

$$\text{BaS} \rightarrow \left[\begin{array}{l} 22 \\ 169 \end{array} \right. \begin{array}{l} x \\ x \end{array}$$

$$\frac{30}{100} \times 27/5 = 8 \quad 30\% \text{ درصد مقدار X را باید گزارش کرد:}$$

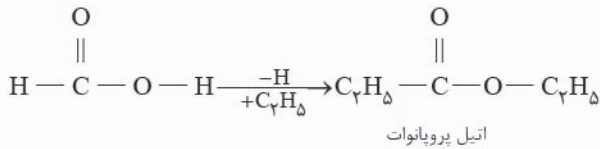
بنابراین در مجموع درصد واقعی گوگرد در نمونه به تقریب برابر است با:

$$14 + 8 = 22$$



۲۰۸ ۳

به جز عبارت نخست سایر عبارتها درست هستند.



بررسی عبارتهاک درست:

- جرم مولی اتیل پروپانوات ($\text{C}_8\text{H}_{16}\text{O}_2$) و پارازایلین (C_8H_{10}) به ترتیب برابر با ۱۰۲ و ۱۰۶ گرم بر مول بوده و تفاوت جرم مولی آنها برابر جرم دو مول H_2 (۴ گرم) است.
- از سوختن کامل هر مول اتیل پروپانوات، ۵ مول CO_2 و ۵ مول H_2O تولید می‌شود.
- با توجه به فرمول مولکولی اتیل پروپانوات ($\text{C}_8\text{H}_{16}\text{O}_2$) و ۱-پنتن (C_5H_{10}) که هر کدام ۵ اتم C و ۱۰ اتم H دارند، درستی این عبارت بدیهی است.

۲۰۹ ۴

$$? \text{ mol CO}_2 = 1000 \text{ m}^3 \text{ CO}_2 \times \frac{1000 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \times \frac{1 \text{ mol}}{22.4 \text{ L}} = 4500 \text{ mol CO}_2$$

$$\frac{0.5 \text{ mol}}{4500} = \frac{1 \text{ mol}}{x} \Rightarrow x = 9000 \text{ mol CO}_2$$

$$n = \frac{9000}{1500} = 6$$

فقط در گزینه (۴) واحد تکرارشونده شامل ۶ اتم کربن است:



۲۱۰ ۲ برای اسید خیلی ضعیف HA می‌توان نوشت:

$$K_a = \frac{[\text{H}^+]^2}{M}$$

که در آن، M غلظت اولیه اسید است. با توجه به این که مقدار K_a ثابت است، برای این که غلظت H^+ به یک سوم مقدار اولیه برسد باید غلظت محلول، $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ یعنی $\frac{1}{9}$ برابر شود. به عبارتی باید حجم محلول ۹ برابر شده و از ۱۰ mL به ۹۰ mL برسد. بنابراین ۸۰ mL آب خالص باید به آن اضافه کرد.

۲۱۱ ۲ عبارتهاک اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارتهاک نادرست:

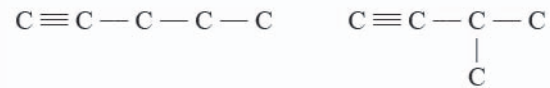
- جزء کاتیونی صابون، نقشی در پاک‌کنندگی ندارد.
- رنگ گل ادریسی به میزان اسیدی بودن خاک بستگی دارد. این گل در خاکی که نسبت غلظت مولی یون هیدروکسید به یون هیدرونیوم، بزرگتر از یک است (خاک با خاصیت بازی) به رنگ قرمز درمی‌آید.

۲۰۵ ۳ برای آلکینی با فرمول مولکولی $\text{C}_n\text{H}_{2n-2}$ ، یک

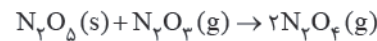
پیوند $\text{C} \equiv \text{C}$ ، $n-2$ پیوند $\text{C}-\text{C}$ و $2n-2$ پیوند $\text{C}-\text{H}$ می‌توان در نظر گرفت:

$$(840) + (n-2)(350) + (2n-2)(415) = 5210 \Rightarrow n = 5$$

آلکین C_5H_8 دارای ۲ ایزومر راست‌زنجیر و ۱ ایزومر شاخه‌دار است:



۲۰۶ ۱ معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به واکنش هدف باید موارد زیر را بر روی واکنش‌های کمکی اعمال کرد:

✓ واکنش e را به همان صورت نوشت.

✓ واکنش a را وارونه کرد.

✓ ضرایب واکنش c را در عدد ۲ ضرب کرد.

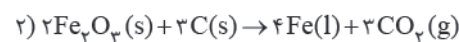
✓ واکنش b را وارونه کرد.

✓ واکنش d را به همان صورت نوشت.

سیس تمامی این واکنش‌ها را با هم جمع کنیم:

$$\begin{aligned} \Delta H(\text{هدف}) &= \Delta H_e - \Delta H_a + 2\Delta H_c - \Delta H_b + \Delta H_d \\ &= (+54/1) - (-39/8) + 2(-57/2) - (-112/5) + (-114/2) \\ &= -22/2 \text{ kJ} \end{aligned}$$

۲۰۷ ۲ معادله موازنه شده هر کدام از واکنش‌ها در زیر آمده است:



تغییر جرم مخلوط واکنش در هر کدام از واکنش‌های ۱ و ۲، مربوط به گاز CO_2 تولید شده است. مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{n_{\text{CO}_2}(\text{واکنش ۱})}{m_{\text{CO}_2}(\text{واکنش ۲})} = 2/5 \Rightarrow \frac{n_{\text{CO}_2}(\text{واکنش ۱})}{n_{\text{CO}_2}(\text{واکنش ۲})} = 2/5$$

با توجه به ضریب CO_2 در واکنش (۲)، می‌توان نتیجه گرفت که به ازای ۳ مول CO_2 در واکنش (۲)، ۷/۵ مول CO_2 ($3 \times 2/5 = 7/5$) در واکنش (۱) تولید می‌شود. بر این اساس، شمار مول‌های مصرف شده HCl و Fe_2O_3 به ترتیب برابر با $2 \times 7/5$ و ۲ مول است.

$$\frac{\bar{R}_{\text{HCl}}}{\bar{R}_{\text{Fe}_2\text{O}_3}} = \frac{2 \times 7/5}{2} = 7/5$$



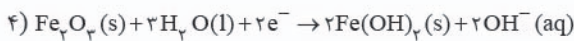
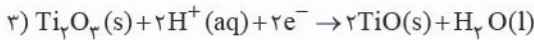
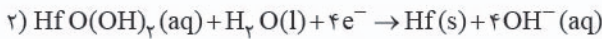
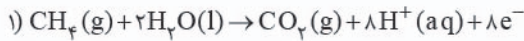
۳ ۲۱۶

به جز عبارت آخر سایر عبارتها درست هستند.

ترکیب‌های گوناگون سیلیسیم و اکسیژن بیش از ۹۰ درصد پوسته جامد زمین را تشکیل می‌دهند.

۱ ۲۱۷

معادله موازنه شده هر چهار نیم واکنش در زیر آمده است:



۲ ۲۱۸ به جز عبارت سوم سایر عبارتها درست هستند.

بررسی عبارتها:

• مقدار K در تعادل‌های (۱) و (۲) یکسان و برابر است با:

$$K = \frac{[\text{NH}_3]^2}{[\text{N}_2][\text{H}_2]^3} = \frac{(0/14)^2}{(0/07)(0/05)^3} = \frac{2 \times 0/14}{\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}} = 16 \times 0/14 = 2/24$$

• از آنجا که تغییرات شمار مول‌های H_2 برابر $0/3$ بوده و باید ۳ برابر تغییرات شمار مول‌های N_2 باشد، گاز نیتروژن باید $0/1$ مول تغییر کرده باشد و از $0/12$ به $0/11$ مول رسیده باشد، یعنی مقدار اضافه شده نیتروژن برابر است با:

$$0/12 - 0/07 = 0/05$$

• گاز HCl اضافه شده با گاز NH_3 واکنش داده و در نتیجه تعادل برای جبران کاهش غلظت NH_3 در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

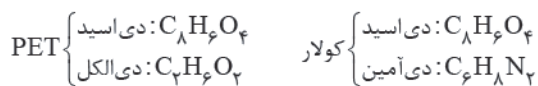
• گاز نجیب He موجب افزایش فشار سامانه شده اما چون تعادل را به هم نمی‌زند واکنش در جهت خاصی جابه‌جا نمی‌شود.

۱ ۲۱۹

از واکنش گاز اتن با هیدروژن کلرید، ترکیبی به نام کلرواتان به دست می‌آید که به عنوان بی‌حس‌کننده موضعی از آن استفاده می‌شود.

۱ ۲۲۰

مطابق داده‌های سؤال خواهیم داشت:



به این ترتیب فرمول واحد تکرارشونده این دو پلیمر به صورت زیر خواهد بود:



مطابق فرض سؤال می‌توان نوشت:

$$n(120 + 8 + 64) = n'(168 + 10 + 28 + 32)$$

$$192n = 238n' \Rightarrow \frac{n'}{n} = \frac{192}{238} = 0/8$$

۲ ۲۱۲

$$\text{Ba}(\text{OH})_2: [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-12/7}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-1/3} = 10^{-1} \times 10^{-2/3}$$

$$= 10^{-1} \times \frac{1}{10^{2/3}} = 10^{-1} \times \frac{1}{\sqrt[3]{10}} = 0/05 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ mol OH}^- = 0/05 \text{ L} \times 0/05 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 0/025 \text{ mol OH}^-$$

$$\text{KOH}: [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-13/3}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-2/3} = 10^{2/3-1} = 2 \times 10^{-1} = 0/2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ mol OH}^- = 0/2 \text{ L} \times 0/2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 0/15 \text{ mol OH}^-$$

غلظت OH^- در محلول نهایی برابر است با:

$$[\text{OH}^-] = \frac{\text{مجموع شمار مول‌های OH}^- \text{ دو محلول}}{\text{مجموع حجم دو محلول}}$$

$$= \frac{(0/025 + 0/15) \text{ mol}}{(0/05 + 0/2) \text{ L}} = \frac{0/175 \text{ mol}}{0/25 \text{ L}} = 0/7 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = \frac{1}{0/7} \times 10^{-14} \text{ mol.L}^{-1} = \frac{10^0}{7} \times 10^{-14} \text{ mol.L}^{-1}$$

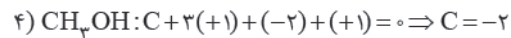
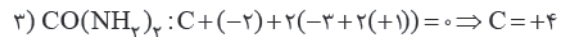
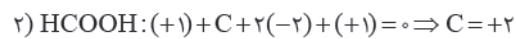
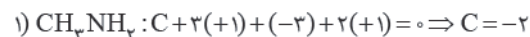
$$= \frac{1}{7} \times 10^{-14} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log\left(\frac{1}{7} \times 10^{-14}\right)$$

$$= -[\log 1 - \log 7 + \log 10^{-14}] = -[0 - (0/85 + 0/3) - 14] = 13/15$$

$$\log 7 + \log 2$$

۳ ۲۱۳ بررسی هر چهار گزینه:



۲ ۲۱۴ عبارت نخست نادرست است.

ترکیب یونی شامل کاتیونی از فلز کروم را می‌توان به عنوان الکترولیت سلول انتخاب کرد که محلول در آب باشد.

۲ ۲۱۵ جرم H_2O در نمونه اولیه برابر است با:

$$\frac{35}{100} \times 400 \text{ g} = 140 \text{ g}$$

جرم H_2O در نمونه نهایی و نیز جرم نمونه نهایی برابر است با:

$$? \text{ g H}_2\text{O} = 140 - 75 = 65 \text{ g H}_2\text{O}$$

$$? \text{ g خاک} = 400 - 75 = 325 \text{ g خاک}$$

$$\% \text{H}_2\text{O} = \frac{65 \text{ g}}{325 \text{ g}} \times 100 = 20$$