

دوازدهم ریاضی

نام: 

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

محل امضاء:

دفتر چه شماره ۲

صبح جمعه

۱۴۰۱/۳/۲۷



آزمون جامع دوم (۲۷ خرداد ۱۴۰۱)

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

تعداد سؤال: ۵۰

مدت پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۵۰	۱۰۱	۱۵۰	۸۰ دقیقه

تعداد سؤالها و زمان پاسخگویی به سؤالها مطابق بخشنامه سازمان سنجش برای کنکور ۱۴۰۱ است.

آزمون ۲۷ خرداد ماه ۱۴۰۱ دفترچه دوم اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلائی-امیرمحمد باقری نصرآبادی-شاهین پروازی-عادل حسینی-حمید عزیزاده-کامیار علییون-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحبوب-سیدمحمدرضا حسینی فرد-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-سوگند روشنی-محمد صحت کار-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی-علی منصف شکری	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه و آمار و احتمال	ریاضیات گسسته
گزینشگر	کاظم اجلائی	امیرحسین ابومحبوب سوگند روشنی	امیرحسین ابومحبوب سوگند روشنی
گروه ویراستاری	علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی
	ویراستار استاد: مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



ریاضیات

۱۰۱- باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x-1$ برابر ۱ و خارج قسمت آن نیز $q(x)$ است. اگر باقی مانده

تقسیم $p(x)$ بر x^2-1 برابر -1 باشد، باقی مانده تقسیم $q(x)$ بر $x+1$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -1 (۳) ۲ (۴) -2

۱۰۲- مجموع ۱۷ جمله اول یک دنباله حسابی با جمله اول -1 ، برابر ۸۵ است. جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) $\frac{23}{4}$ (۳) $\frac{13}{2}$ (۴) $\frac{29}{4}$

۱۰۳- خط l با جهت مثبت محور x زاویه 45° می‌سازد و در نقطه A بر نمودار تابع $f(x) = x\sqrt{x+1}$ مماس است. عرض نقطه A کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -1 (۳) $-\frac{3}{8}$ (۴) $-\frac{8}{27}$

۱۰۴- اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $f(x) = \frac{3x-4}{x^2+1}$ روی آن اکیداً صعودی است، $[a, b]$ باشد، حاصل $3a+b$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) $\frac{13}{3}$ (۳) $-\frac{26}{3}$ (۴) ۲

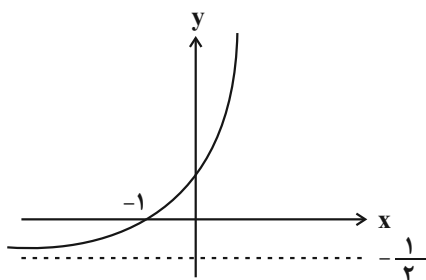
۱۰۵- مقدار مشتق تابع $f(x) = \sqrt{2\cos^2(\pi x) + 3}$ در $x = \frac{3}{4}$ چند برابر π می‌باشد؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۱۰۶- فاصله محل برخورد مجانب‌های نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2+|x|-2}{x^2+3x+2}$ از نیمساز ربع‌های دوم و چهارم کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۰۷- شکل زیر مربوط به نمودار تابع $f(x) = a + 2^{bx+1}$ است. خط $y = \frac{1}{2}$ نمودار این تابع را با چه طولی قطع می‌کند؟



- (۱) $-\frac{1}{4}$

- (۲) $-\frac{1}{2}$

- (۳) صفر

- (۴) $\frac{1}{4}$

١٠٨- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{\frac{ba^x}{1-ba^x}}$ نمودار تابع وارونش را در نقطه $(2, 1)$ قطع می‌کند. مقدار b کدام است؟

- (١) $\frac{8}{5}$ (٢) $\frac{5}{8}$ (٣) $\frac{25}{32}$ (٤) $\frac{32}{25}$

١٠٩- معادله $\frac{\log_y 2}{\log_x 2} + \frac{\log_y y}{\log_y x} = -\frac{5}{2}$ مفروض است. کدام رابطه بین x و y درست است؟

- (١) $x = y^2$ (٢) $xy = 1$ (٣) $x^2 y = 1$ (٤) $x = 2y$

١١٠- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan 2x}{\sqrt{2x+1}-1} & ; x < 0 \\ [2x^2 - \frac{1}{4}] + a & ; x \geq 0 \end{cases}$ در $x = 0$ پیوسته است. مقدار a کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (١) ٢ (٢) ٣ (٣) -١ (٤) صفر

١١١- برد تابع $f(x) = x + \frac{2x^2}{-x}$ با دامنه $(0, 2]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (١) $[-2, \frac{1}{8}]$ (٢) $[-1, \frac{1}{4}]$ (٣) $[-2, 0]$ (٤) $[-1, 0]$

١١٢- اگر $A = \frac{10}{-a^2 + 2a + 1}$ ، حاصل $(A-2)^2$ به ازای $a = \sqrt[3]{2}$ کدام است؟

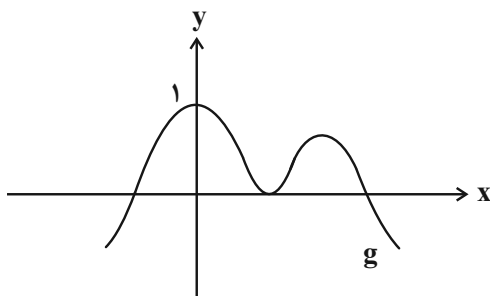
- (١) ٤ (٢) ١٦ (٣) ٣٢ (٤) ٦٤

١١٣- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 + 12x + 4 = 0$ باشند معادله درجه دومی که ریشه‌هایش $\frac{1}{(\sqrt{|x_1|} + 1)^2}$ و $\frac{1}{(\sqrt{|x_2|} + 1)^2}$ باشد،

کدام است؟

- (١) $49x^2 - 22x + 1 = 0$ (٢) $49x^2 + 22x + 1 = 0$
 (٣) $49x^2 - 24x + 1 = 0$ (٤) $49x^2 + 24x + 1 = 0$

١١٤- نمودار تابع g در شکل زیر رسم شده است. اگر $f(x) = \sqrt{(x^2 + 2x - 3)(3x^2 - 2x^3 - x^4)}$ ، دامنه تابع $f \circ g$ چند عضو دارد؟

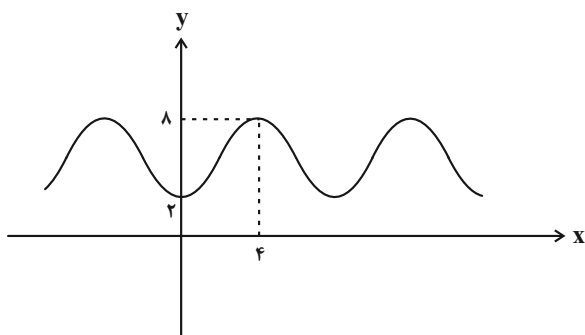


- (١) ٥
 (٢) ٦
 (٣) ٧
 (٤) بی‌شمار

۱۱۵- در یک مغازه ماهی تزئینی، ماهی‌های آب شور در غلظتی مشخص نگهداری می‌شوند. یک کارگر مبتدی ۲۰۰ لیتر محلول آب نمک با دو برابر غلظت مورد نیاز ساخته است. او در هر مرحله پیمانه‌ای به گنجایش ۴ لیتر از آب نمک موجود را تخلیه کرده و به جای آن آب خالص می‌ریزد. چند مرحله باید طی شود تا محلول مورد نظر به غلظت مورد نیاز برسد؟ ($\log 2 = 0.3, \log 7 = 0.84$)

- ۱۴ (۱) ۱۵ (۲) ۲۵ (۳) ۲۶ (۴)

۱۱۶- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin^2\left(\frac{\pi}{2}(1+bx)\right) + c$ به صورت زیر می‌باشد. کمترین مقدار $a+b+c$ کدام است؟



- ۹/۴ (۱)
۱۱/۴ (۲)
۵/۴ (۳)
۷/۴ (۴)

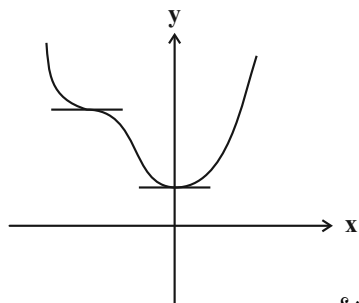
۱۱۷- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\left| \frac{2}{x^2} - ax \right| - 1}{2x^2 - 3x + 1} = +\infty$ ، مقدار a کدام می‌تواند باشد؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- ۱۲ (۴) ۱۳ (۳) ۱۴ (۲) ۱۵ (۱)

۱۱۸- فرض کنید d ، فاصله نقاط اکسترمم نسبی نمودار تابع $f(x) = \frac{ax}{x^2+1}$ بر حسب پارامتر a باشد. آهنگ لحظه‌ای تغییر d وقتی که $a = 1/5$ باشد، کدام است؟

- ۵/۲ (۴) ۵/۷ (۳) ۱ (۲) ۳/۵ (۱)

۱۱۹- شکل زیر مربوط به نمودار تابع $f(x) = x^4 + 8x^3 + 2ax^2 + 1$ است. شیب خطی که نقاط عطف نمودار این تابع را به هم وصل می‌کند، کدام است؟



- ۴ (۱)
-۵ (۲)
-۸ (۳)
-۹ (۴)

۱۲۰- مجموع جواب‌های معادله $\tan 2x - 4 \sin 2x = 9 \tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ در بازه $\left(\frac{\pi}{2}, 2\pi\right)$ کدام است؟

- ۱۱π/۳ (۴) ۱۰π/۳ (۳) ۴π (۲) ۲π (۱)

۱۲۱- یک دوزنقه متساوی الساقین به ارتفاع ۵ و طول ساق ۸ مفروض است. مساحت مثلثی که نیمسازهای داخلی زوایای مجاور یک ساق روی آن ساق به وجود می آورند، کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴

۱۲۲- از نقطه M وسط ساق AD در دوزنقه ABCD خطی به موازات قاعده‌ها رسم می کنیم تا قطرهای E و F و ساق دیگر را در N قطع کند. اگر MN = ۶ و EF = ۳ باشد، نسبت مساحت‌های دو مثلث OAB و OCD کدام است؟ (O محل تلاقی قطرهای دوزنقه است).

- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{18}$

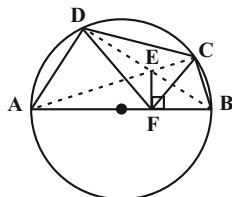
۱۲۳- در یک چندضلعی شبکه‌ای، مجموع تعداد نقاط مرزی و تعداد نقاط درونی برابر ۹ است. حداکثر مساحت این چندضلعی کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) $\frac{7}{5}$ (۳) ۷ (۴) $\frac{6}{5}$

۱۲۴- نقطه O پاره خط AB به طول ۸ را به نسبت ۱ به ۳ تقسیم کرده است. اگر AB را حول خطی که از O گذشته و با آن زاویه 30° می‌سازد دوران دهیم، حجم حاصل چه مضربی از $\pi\sqrt{3}$ است؟

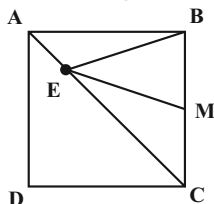
- (۱) ۹ (۲) $\frac{28}{3}$ (۳) ۱۰ (۴) $\frac{20}{3}$

۱۲۵- چهارضلعی ABCD در دایره‌ای به قطر AB محاط است. از نقطه تقاطع قطرهای AC و BD (نقطه E)، عمود EF را بر AB رسم می‌کنیم. اگر $\hat{A} = 50^\circ$ و $\hat{B} = 75^\circ$ ، زاویه \hat{DFC} چند درجه است؟



- (۱) ۶۰ (۲) ۷۰ (۳) ۸۰ (۴) ۹۰

۱۲۶- مربع ABCD به طول ضلع ۲ مفروض است. نقطه M وسط ضلع BC و نقطه E روی قطر AC متحرک است. کمترین مقدار محیط مثلث BEM کدام است؟



- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{5} + 1$ (۴) $2 + \sqrt{2}$

۱۲۷- در مثلث ABC به طول اضلاع $AB = 5$ ، $AC = 7$ و $BC = 8$ ، میانه AM، نیمساز زاویه B را در نقطه O قطع کرده است. طول پاره خط BO چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

- (۱) $\frac{10}{3}$ (۲) $\frac{20}{9}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{10}{9}$

۱۲۸- اگر دستگاه $\begin{cases} 2mx + 2y = n + 1 \\ 2x + 2my = n + 1 \end{cases}$ جواب نداشته باشد، دستگاه $\begin{cases} 3x + my = 0 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$ چند جواب دارد؟

- (۱) فاقد جواب (۲) بی شمار (۳) یک جواب (۴) وابسته به n است.

۱۲۹- اگر ماتریس وارون پذیر A به صورت $\begin{cases} |A| \neq 0 \\ a_{ij} \end{cases}$ باشد، حاصل $\left| \frac{A}{|A|} \right|$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۸ (۴) $\frac{1}{8}$

۱۳۰- پاره خط AB به طول ۱۲ سانتی متر در یک صفحه مفروض است. چند خط در این صفحه موجود است که از نقطه A به فاصله ۳ سانتی متر و از نقطه B به فاصله ۵ سانتی متر باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۱- دایره‌ای به شعاع $3\sqrt{2}$ که بر نیمسازهای ناحیه اول و دوم مماس است از خط $y = 8$ و تری به کدام طول جدا می‌کند؟

- (۱) ۱۲ (۲) $2\sqrt{14}$ (۳) ۱۰ (۴) $2\sqrt{6}$

۱۳۲- در یک بیضی پرتوی نوری را از کانون آن (نقطه F) می‌تابانیم. این پرتو در نقطه N به بیضی برخورد کرده و پرتوی بازتابش در نقطه M قطر بزرگ را قطع می‌کند. اگر بدانیم پرتوهای تابش و بازتابش برهم عمودند. مساحت مثلث FNM کدام است؟ (۲a، ۲b و ۲c به ترتیب طول قطرهای بزرگ و کوچک و فاصله کانونی بیضی هستند.)

- (۱) ab (۲) b^2 (۳) c^2 (۴) a^2

۱۳۳- خطی که از کانون سهمی $y^2 = -2x$ با شیب ۴ می‌گذرد، خط هادی آن را در نقطه‌ای مانند A قطع می‌کند. فاصله A از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{\sqrt{63}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{65}}{2}$

۱۳۴- بردارهای $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ مفروض‌اند. در مثلثی که روی این دو بردار ساخته می‌شود، کسینوس زاویه رأس مقابل به بردار \vec{a} کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۱۳۵- فرض کنید حجم متوازی‌السطوحی که روی بردارهای \vec{a} ، \vec{b} و $\vec{a} \times \vec{b}$ ساخته می‌شود، برابر ۶ واحد مکعب باشد. اگر بردارهای \vec{u} و \vec{v} قطرهای متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی دو بردار \vec{a} و \vec{b} باشند، حجم متوازی‌السطوح بنا شده روی بردارهای \vec{u} و \vec{v} و $\vec{u} \times \vec{v}$ چند واحد مکعب است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴) ۴۸

۱۳۶- گزاره $[\sim (p \Rightarrow q) \vee q] \vee [(q \Rightarrow p) \wedge \sim p]$ هم ارز منطقی با کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

- (۱) T (۲) p (۳) q (۴) $p \vee q$

۱۳۷- مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ را به چند طریق می‌توان افزایش کرد به طوری که هیچ دو عدد فردی در یک زیرمجموعه قرار نگیرند؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

۱۳۸- دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگرند. اگر $P(A \cap B) = 0/1$ و $P(A \cup B') = 0/9$ باشد، $P(A - B)$ کدام است؟

- (۱) 0/1 (۲) 0/2 (۳) 0/3 (۴) 0/4

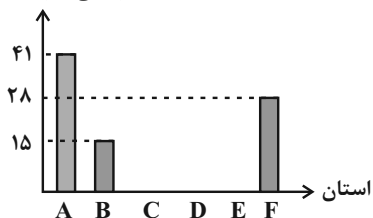
۱۳۹- یک تاس را دو بار پرتاب می‌کنیم، اگر بار اول عدد رو شده عددی غیراول باشد، با کدام احتمال جمع دو عدد رو شده مضرب ۴ است؟

- (۱) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{2}{9}$

۱۴۰- در یک شهرک ۱۰۰ خانواده زندگی می‌کنند به طوری که ۲۰ خانواده بدون فرزند، ۳۰ خانواده دارای یک فرزند، ۴۰ خانواده دارای ۲ فرزند و ۱۰ خانواده دارای ۳ فرزند هستند. خانواده‌ای از ساکنین این شهرک را به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر این خانواده حداقل یک دختر داشته باشند، با کدام احتمال ۳ فرزند دارند؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{7}{80}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{7}{43}$

۱۴۱- نمودار میله‌ای سطح زیر کشت گندم در ۶ استان با مجموع ۱۸۰ هزار هکتار به صورت زیر است که متأسفانه اطلاعات مربوط به استان‌های C، D و E قابل مشاهده نیست. اگر بدانیم سطح زیر کشت گندم در استان C به اندازه ۶ هزار هکتار بیشتر از استان D و به اندازه ۱۲ هزار هکتار کمتر از استان E است، زاویه مرکزی مربوط به استان E در نمودار دایره‌ای متناظر چند درجه است؟
 فراوانی (هزار هکتار)



- ۶۰ (۱)
- ۷۵ (۲)
- ۸۴ (۳)
- ۹۰ (۴)

۱۴۲- در تقسیم عدد ۷۵ بر عدد طبیعی n، خارج قسمت مربع باقی مانده است. مجموع همه مقادیر ممکن برای n کدام است؟
 ۸۲ (۱) ۷۴ (۲) ۲۵ (۳) ۱۵ (۴)

۱۴۳- اگر a بزرگ‌ترین عدد دو رقمی باشد به گونه‌ای که $a + 4^{401}$ بر ۱۳ بخش پذیر شود، آن‌گاه رقم یکان عدد a^a کدام است؟
 ۲ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴)

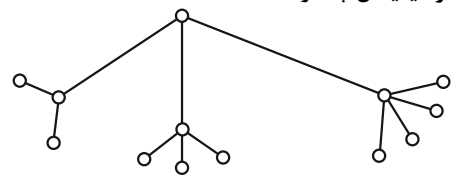
۱۴۴- باقی مانده تقسیم بزرگ‌ترین عدد شش‌رقمی مضرب ۱۱ به فرم $abab\bar{5}b$ بر عدد ۹ کدام است؟
 ۱ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

۱۴۵- بزرگ‌ترین عدد دورقمی n که به ازای آن معادله $5 - 17n = 91x + 104y$ در مجموعه اعداد صحیح جواب داشته باشد، بر چند عدد طبیعی بخش پذیر است؟
 ۱۲ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

۱۴۶- در گراف K_p تعداد دورهای شامل همه رأس‌ها برابر با ۱۲ است. این گراف چند دور به طول حداکثر ۴ دارد؟
 ۱۵ (۱) ۲۵ (۲) ۲۲ (۳) ۱۲ (۴)

۱۴۷- ۷ عدد تخم‌مرغ را به چند طریق می‌توان در ۳ سبد متمایز گذاشت به طوری که تعداد تخم‌مرغ‌های هیچ سبیدی برابر با ۱ نباشد؟
 ۲۱ (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۱۵ (۴)

۱۴۸- در گراف مقابل اختلاف بین بیش‌ترین و کم‌ترین تعداد اعضای مجموعه اطراف هر مینیمال چقدر است؟
 ۱ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)



۱۴۹- از بین جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 8$ یک جواب انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه در این جواب x_1 و x_2 بزرگ‌تر از یک باشند، برابر کدام است؟
 $\frac{28}{45}$ (۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{7}{15}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴)

۱۵۰- قرار است ۴ راننده با نام‌های a, b, c, d با چهار ماشین x, y, z, t در چهار مسیر مختلف در یک روز رانندگی کنند. چند برنامه‌ریزی مختلف برای آن‌ها می‌توان انجام داد به طوری که هر راننده با هر ماشین و در هر مسیر دقیقاً یک بار رانندگی کند و قسمتی از برنامه‌ریزی قبلاً مشخص شده باشد؟

مسیر ۱		c		a
مسیر ۲	d		b	
مسیر ۳			c	
مسیر ۴				

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۴ (۳)
- ۶ (۴)

دوازدهم ریاضی

نام: 

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

محل امضاء:

دفتر چه شماره ۳

صبح جمعه

۱۴۰۱/۳/۲۷



آزمون جامع دوم (۲۷ خرداد ۱۴۰۱)

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

تعداد سؤال: ۷۰

مدت پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	فیزیک	۴۰	۱۵۱	۱۹۰	۵۰ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۱۹۱	۲۲۰	۳۰ دقیقه

تعداد سؤالها و زمان پاسخگویی به سؤالها مطابق بخشنامه سازمان سنجش برای کنکور ۱۴۰۱ است.

دفترچه سؤال

آزمون ۲۷ خرداد ماه ۱۴۰۱ دفترچه سوم اختصاصی دوازدهم ریاضی (فیزیک و شیمی)



پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
فیزیک	بابک اسلامی-عبدالرضا امینی نسب-زهره آقامحمدی-بیتا خورشید-محمدعلی راست پیمان-مرتضی رحمان زاده-بهنام رستمی رامین شادلویی-سعید طاهری بروجنی-مسعود قره خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-حسین مخدومی سیدعلی میرنوری-مصطفی واتقی-شادمان ویسی
شیمی	محمدرضا پورجاوید-یاسر راش-روزبه رضوانی-حمید ذبحی-امیرحسین طیبی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	بهنام شاهنی حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش یلدا بشیری علی موسوی محبوبه بیک محمدی
	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	ویراستار استاد: محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	محمدرضا اصفهانی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

محمد اکبری	مدیر گروه
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم	گروه مستندسازی
مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی	حروف نگار
میلاد سیاوشی	ناظر چاپ
سوران نعیمی	

گروه آزمون

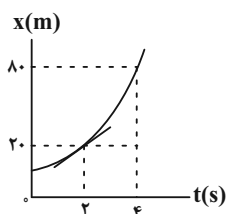
بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



فیزیک

۱۵۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت سهمی شکل زیر است. اگر شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 2s$ برابر با ۳ واحد SI باشد، شتاب متحرک چند متر بر مجذور

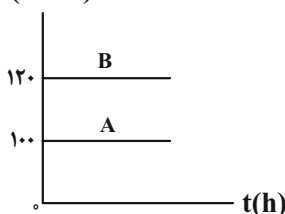


ثانیه است؟

- ۵۷ (۱)
- ۴۶ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۲۷ (۴)

۱۵۲- نمودار تندی - زمان دو متحرک که بر روی مسیری مستقیم به سمت یکدیگر در حال حرکت هستند، مطابق شکل زیر است. اگر بعد از نیم ساعت برای دومین بار فاصله دو متحرک ۳۰km شود، کل مدت زمان حرکت متحرک B تا رسیدن به مکان اولیه

متحرک A چند ساعت است؟



متحرک A چند ساعت است؟

- $\frac{2}{3}$ (۱)
- $\frac{7}{3}$ (۲)
- $\frac{4}{5}$ (۳)
- $\frac{7}{5}$ (۴)

۱۵۳- متحرکی که با شتاب ثابت در امتداد محور x حرکت می‌کند، در لحظه $t = 2s$ با تندی $10 \frac{m}{s}$ در جهت محور از نقطه A گذشته

و پس از توقف در نقطه B، با تندی $4 \frac{m}{s}$ در لحظه $t = 10s$ در خلاف جهت محور از نقطه C می‌گذرد. فاصله AC چند متر

است؟

- ۵۶ (۱)
- ۱۲۸ (۲)
- ۲۴ (۳)
- ۴۸ (۴)

۱۵۴- در شرایط خلأ، سنگی را از بالای برجی رها می‌کنیم. اگر سنگ در دو ثانیه آخر حرکت خود ۸۰ متر را طی کند، ارتفاع برج چند

متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- ۱۱۰ (۱)
- ۱۲۰ (۲)
- ۱۲۵ (۳)
- ۱۸۰ (۴)

۱۵۵- سه نیروی افقی ۶، ۹ و ۱۲ نیوتونی به جسم ساکنی به جرم m روی سطحی افقی وارد می‌شوند و جسم همچنان ساکن است. با

حذف یکی از نیروها، جسم با شتابی به بزرگی $2 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. اگر با حذف نیرویی دیگر، بزرگی شتاب جسم

به $1 \frac{m}{s^2}$ برسد، m چند کیلوگرم است؟ (از اصطکاک صرف نظر کنید.)

- ۶ (۱)
- ۴/۵ (۲)
- ۳ (۳)
- ۹ (۴)

۱۵۶- در شکل زیر، جسم روی سطح افقی در حال تعادل قرار دارد. اگر وقتی نیروی کشش نخ افقی از صفر به 30N می‌رسد، اندازه نیرویی که تکیه‌گاه به جسم وارد می‌کند از 40N به مقدار بیشینه‌اش برسد، ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح افقی



کدام است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و جرم نخ ناچیز است).

- (۱) $0/3$ (۲) $0/4$
 (۳) $0/6$ (۴) $0/75$

۱۵۷- جسمی روی باسکول در کف آسانسور ساکنی قرار دارد و باسکول وزن جسم را W نشان می‌دهد. در چه تعداد از موارد زیر

الزاماً باسکول وزن جسم را کم‌تر از W نشان می‌دهد؟

الف) آسانسور به سمت پایین شروع به حرکت کند.

ب) در حالی که آسانسور به طرف بالا در حال حرکت است، متوقف شود.

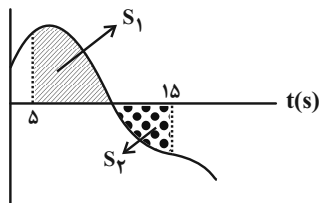
پ) بردار شتاب حرکت آسانسور به سمت بالا باشد.

ت) آسانسور به صورت کندشونده حرکت کند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۵۸- نمودار نیروی خالص وارد بر متحرکی به جرم 400g بر حسب زمان مطابق شکل زیر است. اگر مساحت‌های S_1 و S_2 به ترتیب

برابر با 30 و 16 واحد SI باشند، اندازه شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $5\text{s} \leq t \leq 15\text{s}$ ، چند متر بر ثانیه است؟ $F(\text{N})$



- (۱) $2/5$
 (۲) 6
 (۳) $11/5$
 (۴) 12

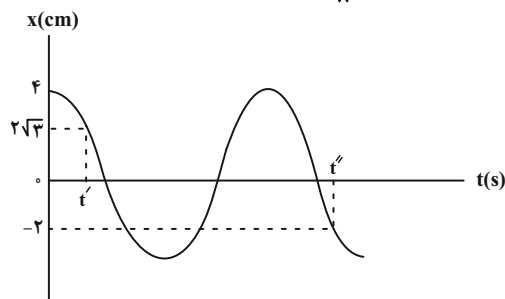
۱۵۹- فنری افقی با جرم ناچیز، طول عادی 20cm و ثابت $200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ را به وزنه‌ای به جرم 400g بسته و مجموعه را حول انتهای دیگر

فنر روی سطحی افقی و بدون اصطکاک، به حرکت دایره‌ای یکنواخت وا می‌داریم. اگر طول فنر به 25cm برسد، تندی حرکت

آن چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۲ (۲) $2/5$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۴

۱۶۰- نمودار مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم 90g مطابق شکل زیر است. اگر $t'' - t' = \frac{3}{8}\text{s}$ باشد، انرژی مکانیکی



نوسانگر چند میلی‌ژول است؟ ($\pi^2 = 10$)

- (۱) ۴
 (۲) ۸
 (۳) ۱۶
 (۴) ۳۲

۱۶۱- آونگ ساده کم‌دامنه‌ای به طول ۴۰cm و جرم ۲۰g در حال نوسان است. اگر طول آونگ را ۳۰cm کاهش دهیم، آونگ در هر

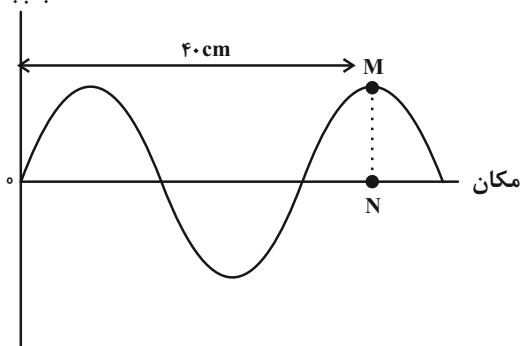
۲۴s چند نوسان بیشتر انجام می‌دهد؟ ($\pi = 3, g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۲۰ (۴) ۴۰

۱۶۲- شکل زیر، موجی عرضی را در یک ریسمان که با نیروی ۶۴N کشیده شده است، در یک لحظه نشان می‌دهد. اگر کمینه زمان

لازم برای آن که نقطه M از ریسمان به نقطه N برسد، برابر با ۰/۱s باشد، جرم هر سانتی‌متر از ریسمان چند گرم است؟

جابجایی



(۱) 10^{-2}

(۲) 10^{-1}

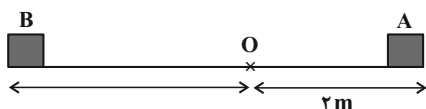
(۳) ۱۰۰

(۴) ۱۰

۱۶۳- بر روی محور x، دو فرستنده صوتی A، B و یک گیرنده صوتی O، قرار گرفته‌اند و فرستنده‌ها در حال ارسال موج‌های صوتی

با بسامد و دامنه یکسان می‌باشند. در صورتی که تراز شدت صوت دریافتی O از فرستنده A، ۱۴ دسی‌بل بیشتر از تراز شدت

صوت دریافتی از فرستنده B باشد، فاصله A تا B چند متر است؟ ($\log 2 = 0/3$ و اتلاف انرژی نداریم.)



(۲) ۸

(۱) ۱۲

(۴) ۶

(۳) ۱۰

۱۶۴- شکل زیر، یکی از جبهه‌های موجی را نشان می‌دهد که در حال عبور از محیط (۱) به محیط (۲) با ضریب شکست $n_2 = 2/4$

است. اگر فاصله دو جبهه موج متوالی در محیط (۱)، $150nm$ نسبت به فاصله دو جبهه موج متوالی در محیط (۲) تفاوت داشته

باشد، به ترتیب فاصله دو جبهه موج متوالی در محیط (۲) چند نانومتر و ضریب شکست محیط (۱) کدام است؟

($\sin 37^\circ = 0/6$)

محیط (۱)

(۱) ۱/۸ ، ۶۰۰

محیط (۲)

(۲) ۱/۸ ، ۴۵۰

(۳) ۳/۲ ، ۶۰۰

(۴) ۳/۲ ، ۴۵۰

۱۶۵- اگر آزمایش یانگ را به جای نور تک‌فام قرمز با طول موج $700nm$ با نور تک‌فام سبز با طول موج $525nm$ انجام دهیم، پهنای

نوارهای تاریک و روشن چند برابر می‌شود؟

(۴) $\frac{5}{7}$

(۳) $\frac{7}{5}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{4}{3}$

۱۶۶- در یک تار مرتعش با دو انتهای ثابت که در آن امواج ایستاده تشکیل شده است، طول موج هماهنگ چهارم چند برابر طول موج هماهنگ هفتم است؟

(۱) $\frac{4}{7}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{7}{13}$ (۴) $\frac{13}{7}$

۱۶۷- نور تک رنگی با طول موج $2\mu\text{m}$ بر سطح فلزی می تابد. اگر طول موج آستانه قطع فلز $3\mu\text{m}$ باشد، بیشینه تندی فوتوالکترون های خارج شده از سطح فلز چند متر بر ثانیه است؟

($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}, m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{kg}, h = 6.6 \times 10^{-34} \text{J.s}$)

(۱) 2×10^5 (۲) 8×10^{10}
(۳) 8×10^5 (۴) 2×10^{10}

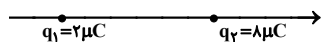
۱۶۸- در اتم هیدروژن، کوتاه ترین طول موج گسیلی در ناحیه فرورسرخ چند نانومتر است؟ ($R = 0.01(\text{nm})^{-1}$)

(۱) ۲۵۰۰ (۲) $\frac{90000}{11}$ (۳) $\frac{14400}{7}$ (۴) ۹۰۰

۱۶۹- سرب ${}_{82}^{207}\text{Pb}$ هسته دختر پایداری است که می تواند به ترتیب از واپاشی یک ذره α و یا یک ذره β^- حاصل شود. اختلاف تعداد نوترون های هسته های مادر در واپاشی α و واپاشی β^- چقدر است؟

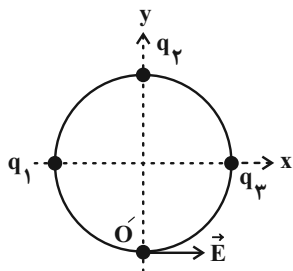
(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۷ (۴) ۱

۱۷۰- مطابق شکل زیر دو بار الکتریکی نقطه ای q_1 و q_2 روی محور x در جای خود ثابت شده اند. اگر در فاصله 10 سانتی متری از بار q_1 ، بار $q_3 = -5\mu\text{C}$ در حالت تعادل قرار داشته باشد، بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 در SI کدام است؟



(۱) $10/6 \vec{i}$ (۲) $-10/6 \vec{i}$
(۳) $7/4 \vec{i}$ (۴) $-7/4 \vec{i}$

۱۷۱- مطابق شکل سه بار الکتریکی نقطه ای روی محیط دایره ای ثابت شده اند و $q_3 < 0$ است. اگر میدان الکتریکی خالص در نقطه O' در جهت محور x باشد، کدام گزینه در مورد بارهای q_1 و q_3 می تواند صحیح باشد؟



(۱) $|q_1| = |q_3|$ و $q_3 < 0, q_1 < 0$
(۲) $|q_3| > |q_1|$ و $q_3 > 0, q_1 > 0$
(۳) $|q_1| = |q_3|$ و $q_3 < 0, q_1 > 0$
(۴) $|q_1| > |q_3|$ و $q_3 < 0, q_1 > 0$

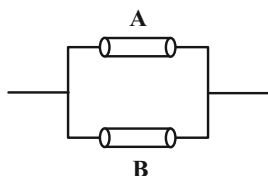
۱۷۲- ذره ای به جرم 4mg و اندازه بار الکتریکی $5\mu\text{C}$ را با تندی v_0 در راستای خط‌های میدان الکتریکی یکنواختی از نقطه‌ای با پتانسیل الکتریکی V ولت پرتاب می‌کنیم. اگر پتانسیل الکتریکی نقطه‌ای که ذره می‌ایستد، برابر با $(V - 90)$ ولت باشد، v_0 چند متر بر ثانیه است؟ (از نیروی وزن و اصطکاک صرف نظر شود).

- (۱) ۹
(۲) ۱۵
(۳) ۱۲
(۴) ۲۴

۱۷۳- بار الکتریکی ذخیره شده در خازنی به ظرفیت $4\mu\text{F}$ برابر با Q است. اگر $+2\text{mC}$ بار الکتریکی را از صفحه مثبت خازن جدا کرده و به صفحه منفی آن منتقل کنیم، انرژی ذخیره شده در آن 1J تغییر می‌کند. بار اولیه ذخیره شده در خازن چند میلی‌کولن است؟

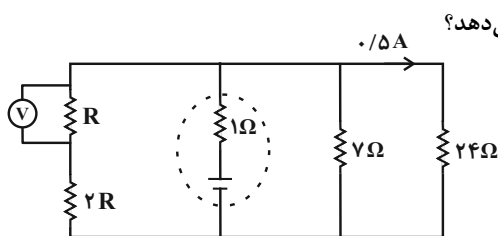
- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) 0.5
(۴) ۱

۱۷۴- در شکل زیر، اگر مقاومت ویژه، طول و قطر سیم A به ترتیب ۲، 0.5 و 0.5 برابر مقاومت ویژه، طول و قطر سیم B باشد، با اتصال دو سر مجموعه به اختلاف پتانسیل ثابت، جریان عبوری از سیم A چند برابر جریان عبوری از سیم B است؟ (دما



ثابت است.)

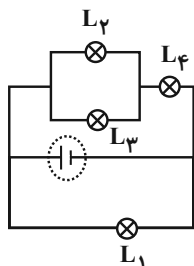
- (۱) $\frac{1}{8}$
(۲) ۴
(۳) $\frac{1}{4}$
(۴) ۸



۱۷۵- در مدار شکل مقابل، ولت‌سنج آرمانی چه عددی را برحسب ولت نشان می‌دهد؟

- (۱) ۴
(۲) ۸
(۳) ۱۲
(۴) ۱۶

۱۷۶- چهار لامپ مشابه را مطابق شکل زیر در یک مدار به هم می‌بندیم اگر توان مصرفی کل لامپ‌ها برابر با 270W باشد، بیشترین

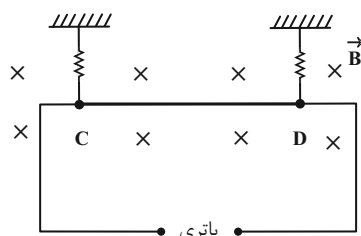


توان مصرفی مربوط به کدام لامپ و چند وات است؟

- (۱) $162, L_1$
(۲) $162, L_4$
(۳) $81, L_1$
(۴) $81, L_4$

محل انجام محاسبات

۱۷۷- مطابق شکل زیر، میله CD به جرم 80g و طول 16cm به دو فنر مشابه آویخته شده و در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی 4000G به صورت افقی قرار دارد. با فرض این که مقاومت مدار 4Ω باشد، کدام باتری و با چه ولتاژی بر حسب ولت را



در مدار قرار دهیم، تا از طرف میله بر فنرها نیرویی وارد نشود؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

(۱) A، 0.5

(۲) A، 5

(۳) B، 0.5

(۴) B، 5

۱۷۸- سطح دو حلقه رسانا با شعاعهای 4cm و 5cm که به صورت هم مرکز قرار دارند، بر هم عمود است. اگر جریان عبوری از حلقه کوچکتر 5A و اندازه میدان مغناطیسی خالص در مرکز مشترک حلقه ها $1/95\text{G}$ باشد، جریان عبوری از حلقه بزرگ تر چند

آمپر است؟ $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

(۲) 20

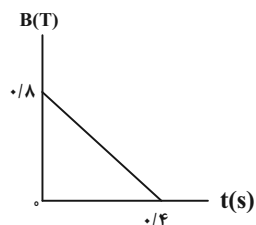
(۱) 13

(۴) 15

(۳) 12

۱۷۹- نمودار تغییرات میدان مغناطیسی عبوری از یک حلقه رسانا با مساحت 20cm^2 و مقاومت الکتریکی 10Ω بر حسب زمان مطابق شکل زیر است. اگر سطح حلقه عمود بر خطهای میدان مغناطیسی باشد، در بازه زمانی 0.1s تا 0.3s چند

میکروکولن بار الکتریکی در حلقه القا می شود؟



(۱) 40

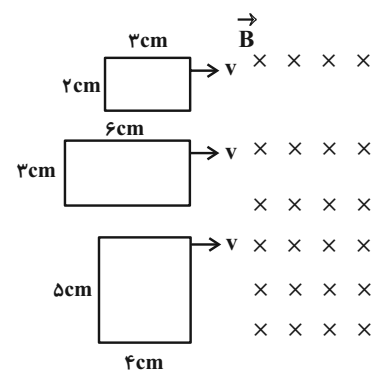
(۲) 80

(۳) 4

(۴) 8

۱۸۰- مطابق شکل زیر، قابهایی رسانا و مستطیل شکل را با تندی ثابت v عمود بر خطوط یک میدان مغناطیسی یکنواختی عبور

می دهیم. نسبت بیشترین نیروی محرکه القا شده در این حلقهها به کمترین نیروی محرکه القا شده کدام است؟



(۱) $2/5$

(۲) 2

(۳) $5/3$

(۴) $3/2$

محل انجام محاسبات

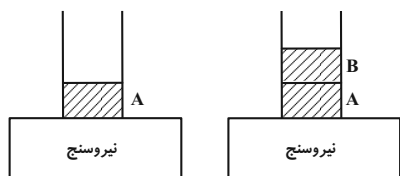
۱۸۱- گلوله‌ای آهنی و توپر به جرم m و چگالی $\frac{7800 \text{ kg}}{\text{m}^3}$ را به آرامی درون ظرف پر از آبی فرو می‌بریم. اگر 40 g آب از ظرف خارج

شود، m چند گرم است؟ $(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$

- (۱) ۰/۳۱۲ (۲) ۳۱۲ (۳) ۱۵۶ (۴) ۰/۱۵۶

۱۸۲- در شکل (الف) مایع A به جرم 2 kg داخل ظرف قرار دارد و نیروسنج عدد 30 N را نشان می‌دهد. در شکل (ب) مایع B با چگالی $2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را روی مایع A می‌ریزیم، طوری که ارتفاع مایع B به 10 cm برسد. اگر مساحت قاعده ظرف 20 cm^2 بوده و دو

مایع با هم مخلوط نشوند، عددی که نیروسنج نشان می‌دهد، چند نیوتون است؟

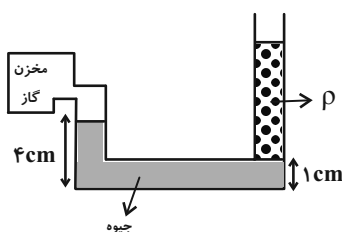


شکل (الف)

شکل (ب)

- (۱) ۳۴ (۲) ۴ (۳) ۷۰ (۴) ۵۰

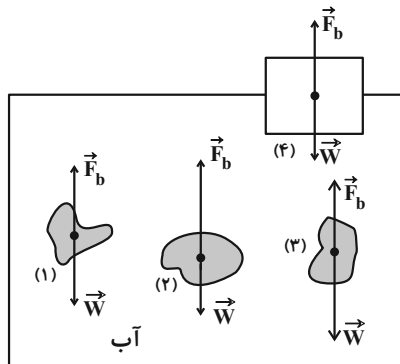
۱۸۳- در شکل زیر، دو مایع داخل لوله U شکلی با سطح مقطع $2 / 5 \text{ cm}^2$ در حال تعادل قرار دارند. اگر فشار پیمانه‌ای گاز داخل



مخزن 5 cmHg باشد، جرم مایع به چگالی ρ چند گرم است؟ $(\rho_{\text{Hg}} = 13 / 5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$

- (۱) ۱۶۲ (۲) ۲۷۰ (۳) ۲۵۰ (۴) ۳۰۳/۷۵

۱۸۴- در شکل زیر، چهار جسم مختلف و توپر در آب قرار دارد. در کدام یک از شکل‌ها، چگالی جسم برابر با چگالی آب است؟



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸۵- بالابری جسمی به جرم 500 kg را با تندی ثابت در مدت 25 s تا ارتفاع 10 متری از سطح زمین بالا می‌برد. اگر بازده بالابر 80

درصد باشد، توان متوسط مصرفی آن چند کیلووات است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$ و از مقاومت هوا صرف نظر شود.

- (۱) ۱/۶ (۲) ۲ (۳) ۲/۵ (۴) ۳

۱۸۶- ارلنی شیشه ای با ضریب انبساط طولی $10^{-5} K^{-1}$ و حجم $200 cm^3$ به طور کامل از گلیسیرین به ضریب انبساط حجمی $5 \times 10^{-4} K^{-1}$ پر شده است. دمای مجموعه را چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا $4/7 cm^3$ گلیسیرین از ظرف خارج شود؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۵۰ (۳) ۸۰ (۴) ۷۰

۱۸۷- به ۱۰۰ گرم آب در دمای ۲۷۵ کلوین ۱۶۸۰ ژول گرما می‌دهیم. حجم آن چگونه تغییر می‌کند؟ $(c_{پ} = 4/2 \frac{J}{g \cdot C})$

- (۱) ابتدا کاهش، سپس افزایش (۲) ابتدا افزایش، سپس کاهش
(۳) کاهش (۴) افزایش

۱۸۸- چند گرم یخ $0^{\circ}C$ را درون ۲ کیلوگرم آب $56^{\circ}C$ بریزیم تا در نهایت آب با دمای $41^{\circ}F$ داشته باشیم؟ $(c_{پ} = 4200 \frac{J}{kg \cdot K})$

$$L_F = 336 \frac{kJ}{kg} \text{ و از اتلاف انرژی صرف نظر شود.}$$

- (۱) ۲۱۰۰ (۲) ۱۷۲۸ (۳) ۱۲۰۰ (۴) ۲۴۸

۱۸۹- حجم مقداری گاز کامل طی یک فرایند بی‌دررو ابتدا از ۵ لیتر به ۷ لیتر و سپس از ۷ لیتر به ۹ لیتر می‌رسد. اگر اندازه کار انجام شده روی گاز و اندازه تغییرات انرژی درونی آن را در مرحله اول $|W_1|$ و $|\Delta U_1|$ و در مرحله دوم $|W_2|$ و $|\Delta U_2|$ بنامیم، کدام گزینه در مورد آن صحیح است؟

- (۱) $|\Delta U_1| = |\Delta U_2|$ و $|W_1| = |W_2|$ (۲) $|\Delta U_2| > |\Delta U_1|$ و $|W_2| > |W_1|$
(۳) $|\Delta U_1| > |\Delta U_2|$ و $|W_1| > |W_2|$ (۴) $|\Delta U_1| < |\Delta U_2|$ و $|W_1| = |W_2|$

۱۹۰- چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح هستند؟

(الف) قانون اول ترمودینامیک همان قانون پایستگی انرژی است.

(ب) نمودار $P-V$ چرخه یک یخچال، پادساعتگرد است.

(پ) $Q_L \neq 0$ در چرخه یک ماشین گرمایی نتیجه‌ای معادل با $W \neq 0$ در چرخه یک یخچال دارد.

(ت) در چرخه یک یخچال، با انجام کار W روی دستگاه، گرمای Q_L از منبع دمایی پایین گرفته شده و گرمای Q_H به منبع دمایی بالا داده می‌شود.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



شیمی

۱۹۱- عنصر فرضی A دارای ۳ ایزوتوپ ^{46}A ، ^{48}A و ^{49}A می باشد که مجموع درصد فراوانی سبک ترین و سنگین ترین ایزوتوپ آن به اندازه ۲۰٪ از فراوانی ایزوتوپ با جرم متوسط آن بیشتر است. اگر در یک نمونه $523/5$ گرمی از ترکیب مولکولی AF_3 ، $1/204 \times 10^{25}$ اتم وجود داشته باشد، نسبت درصد فراوانی ایزوتوپ ^{49}A به درصد فراوانی ایزوتوپ ^{46}A کدام است؟ (جرم اتمی با عدد جرمی یکسان فرض شود. $F = 19 \text{ g.mol}^{-1}$)

۱) ۵/۰ (۲) ۳۳/۰ (۳) ۶۶/۰ (۴)

۱۹۲- در کدام گزینه تعداد موارد صحیح کمتری یافت می شود؟

الف) نماد الکترون، پروتون و نوترون به ترتیب ${}^0_0e^-$ ، ${}^1_1p^+$ ، ${}^1_0n^0$ است.

ب) توده ماده همانند انرژی، در نگاه ماکروسکوپی پیوسته است.

پ) از نظر میزان انحراف در هنگام عبور از منشور می توان پرتوها را به صورت زیر مقایسه کرد.

«پرتوی حاصل از انتقال الکترون از $n=5$ به $n=2$ در طیف نشری خطی هیدروژن > پرتوی رنگ شعله CuSO_4 »

ت) اگر در یون پایدار ${}^{32}A^{2-}$ ، اختلاف تعداد نوترون و الکترون برابر با ۲ باشد، تعداد ذرات زیر اتمی باردار این یون می تواند برابر ۳۴ باشد.

ث) عدد جرمی ایزوتوپی از اورانیوم که به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می رود، از ۹ برابر عدد جرمی ایزوتوپ طبیعی منیزیم با درصد فراوانی متوسط، یک واحد بیشتر است.

۱) الف)، ت) و (ث) ۲) الف)، ب) و (پ) ۳) ب)، ت) و (ث) ۴) ب)، پ) و (ت)

۱۹۳- تفاوت تعداد نوترون ها و الکترون ها در گونه ${}^{31}X^{3-}$ برابر تعداد ایزوتوپ های طبیعی کلر است. کدام موارد از مطالب زیر، درباره عنصر X نادرست است؟

الف) مجموع $(n+1)$ الکترون های ظرفیتی آن برابر ۱۰ است.

ب) شمار الکترون های آخرین لایه اشغال شده آن، نصف مجموع شمار الکترون های لایه های درونی تر است.

پ) در واکنش با گاز اکسیژن، اکسیدی جامد، متراکم و چسبنده در سطح آن تشکیل می شود.

ت) با عنصر فراوان ترین گاز موجود در هواکره، در یک گروه از جدول تناوبی قرار دارد.

۱) الف) و (پ) ۲) ب) و (ت) ۳) الف) و (ب) ۴) پ) و (ت)

۱۹۴- کدام گزینه درست است؟

۱) در ساختار کربن مونوکسید برخلاف دی نیتروژن مونوکسید، پیوند اشتراکی سه گانه یافت می شود.

۲) اگر در یون $[S = C = X]^-$ همه اتم ها به آرایش هشت تایی رسیده باشند، عنصر X متعلق به گروه ۱۷ جدول دوره ای می باشد.

۳) شمار جفت الکترون های ناپیوندی در ساختار لوویس مولکول های NO_2Cl و نیتروژن تری فلوئورید با هم برابر است.

۴) در ساختار همه یون های «کربنات، نیترات، فسفات، سیلیکات و آمونیوم» اتم مرکزی جفت الکترون ناپیوندی ندارد.

۱۹۵- چه تعداد از عبارات های زیر درباره دگر شکل های اکسیژن درست است؟ ($O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)

* در شرایط STP، حجم ۱۰ گرم از هریک از آن ها با هم برابر است.

* بر اساس قانون آووگادرو، حجم مولی هر دو در دما و فشار یکسان برابر ۲۲/۴ لیتر است.

* در شرایط یکسان، چگالی دگرشکل واکنش پذیرتر، بیشتر است.

* بر اثر سرد کردن مخلوط گازی از آن دو، دگرشکلی که مولکول های ناقطبی دارد، زودتر مایع می شود.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۹۶- کدام عبارت (ها) در مورد پیوند هیدروژنی میان مولکول های آب نادرست است؟

الف) در مولکول های آب در حالت مایع، پیوندهای هیدروژنی قوی مانع لغزش و جابه جایی آن ها می شود.

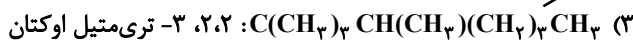
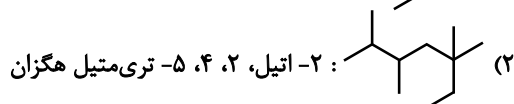
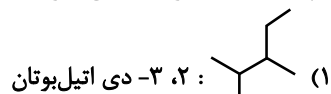
ب) بیشترین تعداد پیوند هیدروژنی میان مولکول های آب مربوط به حالت فیزیکی جامد است.

پ) منشأ حرکت آزادانه و منظم مولکول های آب در حالت بخار، نبود پیوند هیدروژنی میان مولکول های آب است.

ت) در ساختار یخ، آرایش مولکول های آب به شکل حلقه های شش ضلعی مسطح است.

۱) الف)، ب)، ت) ۲) الف)، ب) ۳) فقط پ) ۴) فقط ت)

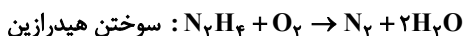
۲۰۳- نام کدامیک از ترکیب‌های زیر با ساختار داده شده مطابقت دارد؟



۲۰۴- مقدار گرمای حاصل از کدام واکنش زیر از بقیه کمتر است؟



۲۰۵- طبق معادله واکنش زیر با سوختن چند گرم هیدرازین گرمای لازم برای ذوب ۵۰۰ گرم یخ با دمای $0^\circ C$ فراهم می‌شود؟ (برای ذوب هر گرم یخ با دمای $0^\circ C$ مقدار ۳۳۶ ژول انرژی لازم است، $N = 14, H = 1 : g.mol^{-1}$)



(۴) ۸

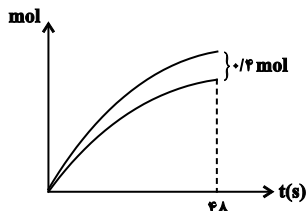
(۳) ۱۶

(۲) ۴

(۱) ۶

۲۰۶- اگر نمودار «مول - زمان» برای فرآورده‌های واکنش سوختن کامل اتیلن گلیکول ($C_2H_6O_2$) به صورت زیر باشد، در ۴۸ ثانیه

اول واکنش، سرعت متوسط واکنش بر حسب مول بر دقیقه و سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن بر حسب مترمکعب بر ساعت در شرایط استاندارد کدام است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



(۱) $1/12 - 0/25$

(۲) $1/68 - 0/25$

(۳) $1/12 - 0/2$

(۴) $1/68 - 0/2$

۲۰۷- در یک ظرف به حجم ۳ لیتر، ۸ مول ماده A را گرما می‌دهیم تا مطابق واکنش گازی: $2A \rightarrow 2B + C$ تجزیه شود. اگر سرعت

متوسط واکنش ثابت و برابر $1/6 \frac{mol}{L.min}$ باشد، پس از گذشت ۱۵ ثانیه، چند مول گاز در ظرف واکنش وجود دارد؟

(۴) $12/8$

(۳) $9/6$

(۲) $9/2$

(۱) $8/4$

۲۰۸- چند مورد از مطالب زیر درست است؟ ($F = 19, O = 16, C = 12 : g.mol^{-1}$)

* مونومر سازنده پلیمرهای نشاسته و سلولز یکسان بوده و ۴۰٪ جرم آن را اتم کربن تشکیل می‌دهد.

* در پلی اتن سنگین برخلاف پلی اتن سبک، هر اتم کربن حداکثر با دو اتم کربن دیگر پیوند اشتراکی برقرار می‌کند.

* در نمونه‌ای حاوی ۶۰ گرم از پلیمری که در تهیه نخ دندان کاربرد دارد، $7/224 \times 10^{23}$ پیوند C-C یافت می‌شود.

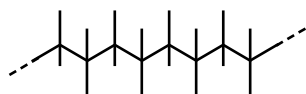
* اگر در پلی پروپن، اتم‌های هیدروژن را با گروه‌های متیل جایگزین کنیم، پلیمری با ساختار زیر حاصل خواهد شد.

(۱) ۱

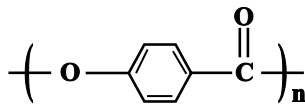
(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴



۲۰۹- پلی (۴- هیدروکسی بنزوات) یک نوع رزین است که در صنایع شیمیایی کاربردهای گسترده‌ای دارد؛ با توجه به ساختار آن کدام مطلب زیر نادرست است؟



(۱) فرمول مولکولی مونومر سازنده آن $C_7H_6O_3$ است.

(۲) به ازای تشکیل ۱۰۰ واحد تکرار شونده، ۱۰۰ مولکول آب آزاد می‌کند.

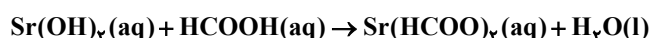
(۳) می‌توان آن را در دسته پلی‌استرها قرار داد.

(۴) در هر واحد مونومر سازنده آن، ۱۹ پیوند اشتراکی وجود دارد.

۲۱۰- در دمای اتاق ۵۰ گرم محلول غلیظ فورمیک اسید ($K_a = 1/6 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$) را با افزودن آب مقطر تا حجم ۲ لیتر رقیق می‌کنیم.

اگر در محلول حاصل، شمار مولکول‌های اسید یونیده نشده ۱۲ برابر مجموع شمار یون‌های حاصل از یونش باشد، درصد جرمی محلول غلیظ اولیه فورمیک اسید چقدر بوده است و هر لیتر از محلول رقیق شده با چند لیتر محلول استرانسیم هیدروکسید با $pH = 12/3$

مطابق معادله موازنه نشده زیر واکنش کامل می‌دهد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید؛ $O = 16, C = 12, H = 1 : \text{g.mol}^{-1}$)



(۴) ۱۸/۴، ۲/۵

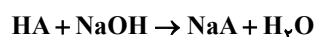
(۳) ۹/۲، ۲/۵

(۲) ۱۸/۴، ۵

(۱) ۹/۲، ۵

۲۱۱- در دمای اتاق غلظت یون هیدروکسید در محلولی با $pH = 12/3$ ، 2×10^6 برابر غلظت یون هیدروکسید در محلول اسیدی

$\text{HA}(\text{aq})$ با درجه یونش ۰/۲ است. اگر بخواهیم ۶۰۰ میلی‌لیتر از این محلول اسیدی را با سدیم هیدروکسید خنثی کنیم، به



چند میلی‌گرم NaOH خالص نیاز است؟ ($H = 1, O = 16, Na = 23 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۴) ۲/۴

(۳) ۱/۲

(۲) ۰/۲۴

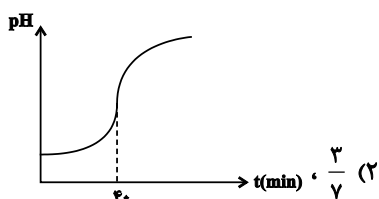
(۱) ۰/۱۲

۲۱۲- ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید ۰/۰۱ مولار در اختیار داریم. در صورتی که بخواهیم با یک قطره چکان با سرعت

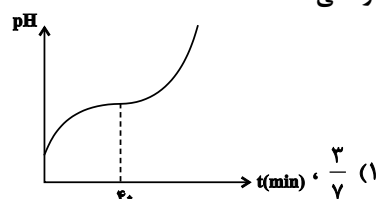
5 mL.min^{-1} حاوی محلول ۰/۰۰۵ مولار سدیم هیدروکسید آن را خنثی کنیم، نسبت زمانی که طول می‌کشد تا pH محلول به

۲/۳ برسد، به زمانی که طول می‌کشد، pH محلول به ۲/۷ برسد کدام است و نمودار تغییرات pH محلول در کدام گزینه به

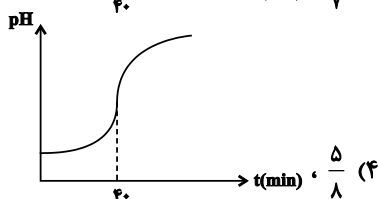
درستی آمده است؟



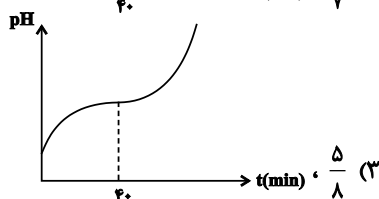
(۲) $\frac{3}{7}$



(۱) $\frac{3}{7}$

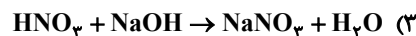
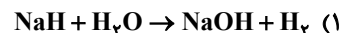


(۴) $\frac{5}{8}$



(۳) $\frac{5}{8}$

۲۱۳- در کدام واکنش (موازنه نشده) زیر، هیدروژن فقط کاهش پیدا می‌کند؟



۲۱۴- اگر گاز آزاد شده در سلول گالوانی «روی - SHE» در سلول سوختی «اکسیژن - هیدروژن» به مصرف برسد، پس از اینکه

جرم تیغه آندی در سلول گالوانی «روی - SHE» به اندازه ۵۲ گرم کاهش یافت، چند لیتر بخار آب در شرایطی که حجم مولی

گازها ۲۲/۴ لیتر است، از کاتد سلول سوختی خارج می‌شود و نسبت شمار الکترون‌های مبادله شده در سلول سوختی به شمار

الکترون‌های مبادله شده در سلول گالوانی کدام است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید؛

$Zn = 65, O = 16, H = 1 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۴) ۳۵/۸۴، ۱

(۳) ۳۵/۸۴، ۰/۵

(۲) ۱۷/۹۲، ۱

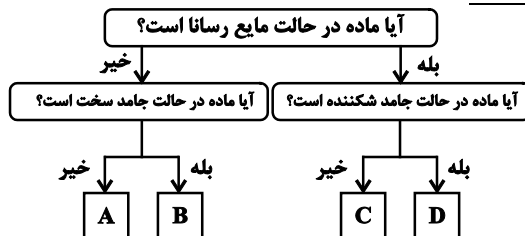
(۱) ۱۷/۹۲، ۰/۵

۲۱۵- کدام عبارت نادرست است؟

- (۱) در سلول گالوانی، یون‌های محلول در آب به سمت قطب‌های هم نام حرکت می‌کنند.
 (۲) در یک قطعه آهن گالوانیزه خراشیده شده، Zn و O_2 به ترتیب گونه‌های کاهنده و اکسند هستند.
 (۳) در برقکافت آب، در آند گاز اکسیژن تولید می‌شود و pH محلول رفته رفته کاهش می‌یابد.
 (۴) در آبرکاری یک قاشق آهنی با نقره، می‌توان از محلول نقره کلرید به عنوان الکترولیت استفاده کرد.
 ۲۱۶- با توجه به جدول زیر که بخشی از جدول تناوبی عناصر را نشان می‌دهد، کدام گزینه درست است؟ (نماد عنصر فرضی هستند).

گروه \ دوره	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
دوم						D	E
سوم	A	B	C				F
چهارم	H						G

- (۱) نسبت چگالی بار کاتیون A^+ به چگالی بار کاتیون B^{2+} ، بزرگ‌تر از ۱ است.
 (۲) شعاع یون پایدار C، بزرگ‌تر از شعاع یون پایدار D است.
 (۳) اختلاف آنتالپی فروپاشی شبکه یونی ترکیبات AF و HF، به تقریب با این اختلاف در ترکیبات یونی AG و HG برابر است.
 (۴) انرژی شبکه بلور ترکیب یونی حاصل از H با F، بیشتر از انرژی شبکه بلور ترکیب یونی حاصل از A با G است.
 ۲۱۷- با توجه به نمودار زیر، کدام مطلب نادرست است؟



- (۱) مقایسه تنوع و شمار مواد به صورت: $B < D < A$ می‌باشد.
 (۲) مولکول‌هایی از دسته B را می‌توان فراوان‌ترین اکسید موجود در پوسته جامد زمین دانست.
 (۳) ماده C در حالت جامد و مایع، رسانای جریان برق است.
 (۴) نقطه ذوب مواد دسته B از A، بیشتر است.
 ۲۱۸- $\frac{3}{9}$ مول گاز SO_2 را با $\frac{2}{2}$ مول گاز O_2 در ظرف دو لیتری سرپیسته مخلوط و گرم می‌کنیم تا تعادل گازی:
 $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ برقرار شود. اگر در حالت تعادل، درصد جرمی SO_3 در مخلوط گازی برابر ۶۰٪ باشد، مقدار ثابت تعادل واکنش چند $L \cdot mol^{-1}$ است؟ ($S = 32, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)
- (۱) ۱/۶ (۲) ۲/۵۶ (۳) ۳/۸۴ (۴) ۵/۱۲

۲۱۹- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

- (۱) کاهش حجم در سامانه تعادلی: $2A(g) + B(g) \rightleftharpoons 2C(g)$ ، موجب افزایش غلظت مواد شرکت‌کننده در تعادل می‌شود.
 (۲) حضور $CaCO_3$ در تعادل: $CaCO_3(s) \rightleftharpoons CaO(s) + CO_2(g)$ بی‌تأثیر است.
 (۳) اثر دما بر سرعت و ثابت تعادل واکنش‌های گرماگیر و گرماده متفاوت است.
 (۴) افزودن کاتالیزگر، تعادل را جابه‌جا می‌کند ولی تأثیری بر مقدار عددی ثابت تعادل ندارد.
 ۲۲۰- کدام مطلب درست است؟

- (۱) بر اساس اصول شیمی سبز و از دیدگاه اتمی، تولید مستقیم متانول از متان، صرفه اقتصادی دارد.
 (۲) ترفتالیک اسید همانند بنزن، به طور مستقیم از نفت خام استخراج می‌شود.
 (۳) PET برخلاف سایر پلیمرهای سنتزی، ماندگاری زیادی دارد.
 (۴) هنگام تبدیل اتن به اتیلن گلیکول، عدد اکسایش اتم‌های کربن کاهش می‌یابد.



آزمون ۲۷ خرداد ماه ۱۴۰۱

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

دفترچه پاسخ

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلائی-امیر محمد باقری نصرآبادی-شاهین پروازی-عادل حسینی-حمید عزیزاده-کامیار علییون-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحبوب-سیدمحمدرضا حسینی فرد-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-سوگند روشنی-محمد صحت کار	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	
بابک اسلامی-عبدالرضا امینی نسب-زهره آقامحمدی-بیبا خورشید-محمدعلی راست پیمان-مرتضی رحمان زاده-بهنام رستمی رامین شادلوئی-سعید طاهری بروجنی-مسعود قره خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-حسین مخدومی-سیدعلی میرنوری-مصطفی واتقی-شادمان ویسی	فیزیک	
محمدرضا پورجاوید-یاسر راش-روزبه رضوانی-حمید ذبچی-امیرحسین طیبی	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه و آمار و احتمال	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلائی	امیرحسین ابومحبوب سوگند روشنی	امیرحسین ابومحبوب سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	علی سرآبادانی	عادل حسینی	عادل حسینی	بهنام شاهی حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش یلدا بشیری علی موسوی محبوبه بیگ محمدی
	ویراستار استاد: مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	ویراستار استاد: محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سمیه اسکندری	محمدرضا اصفهانی

گروه فنی و تولید

محمد اکبری	مدیر گروه
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم	گروه مستندسازی
میلاذ سیاوشی	حروف نگار
سوران نعیمی	ناظر چاپ

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کنون فرهنگي آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

ریاضیات

گزینه ۱-۱

(عارل حسینی)

با توجه به مقدار باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x-1$ ، $p(1) = 1$ است.

$$\Rightarrow p(x) = (x-1)q(x) + 1 \quad (*)$$

قضیه تقسیم را برای تقسیم $p(x)$ بر $x^2 - 1$ نیز می‌نویسیم:

$$p(x) = (x-1)(x+1)q_1(x) - 1$$

با جای گذاری $x = -1$ در عبارت بالا داریم:

$$p(-1) = 0 - 1 \Rightarrow p(-1) = -1$$

حال باید باقی‌مانده تقسیم $q(x)$ بر $x+1$ یعنی مقدار $q(-1)$ را حساب

کنیم. در عبارت (*), $x = -1$ را جای گذاری می‌کنیم:

$$p(-1) = -2q(-1) + 1 = -1 \Rightarrow q(-1) = 1$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

گزینه ۱-۲

(عارل حسینی)

مجموع ۱۷ جمله اول دنباله برابر است با:

$$S_{17} = \frac{17}{2}(a_1 + a_{17}) = 17 \left(\frac{a_1 + a_{17}}{2} \right) = 17a_9 = 85$$

$$\Rightarrow a_9 = 5$$

پس در این دنباله $a_1 = -1$ و $a_9 = 5$ است.

$$\Rightarrow a_9 - a_1 = 8d = 6 \Rightarrow d = \frac{3}{4}$$

پس جمله عمومی این دنباله $a_n = a_1 + (n-1)d = \frac{3n-7}{4}$ است.

$$\Rightarrow a_{11} = \frac{33-7}{4} = \frac{26}{4} = \frac{13}{2}$$

(مسابان ۱- مبر و معارله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

گزینه ۱-۳

(عمیر علیزاده)

شیب خط l برابر $\tan 45^\circ = 1$ است و این مقدار برابر شیب خط مماس بر

نمودار f در نقطه A است، یعنی $f'(x_A) = 1$.

$$f'(x) = \sqrt{x+1} + \frac{x}{2\sqrt{x+1}} = \frac{3x+2}{2\sqrt{x+1}}$$

$$f'(x_A) = \frac{3x_A+2}{2\sqrt{x_A+1}} = 1$$

$$\Rightarrow 3x_A+2 = 2\sqrt{x_A+1} \xrightarrow{x_A > -\frac{2}{3}} 9x_A^2+12x_A+4 = 4x_A+4$$

$$\Rightarrow 9x_A^2+8x_A = x_A(9x_A+8) = 0 \xrightarrow{x_A > -\frac{2}{3}} x_A = 0$$

$$\Rightarrow y_A = f(0) = 0$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

گزینه ۱-۴

(کامیار علییون)

تابع داده شده f روی بازه‌ای که $f' \geq 0$ باشد، اکیداً صعودی است.

$$f'(x) = \frac{3(x^2+1) - (3x-4)(2x)}{(x^2+1)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = -\frac{3x^2-8x-3}{(x^2+1)^2} = -\frac{(3x+1)(x-3)}{(x^2+1)^2}$$

$$\xrightarrow{f \text{ اکیداً صعودی باشد}} f'(x) \geq 0 \Rightarrow (3x+1)(x-3) \leq 0$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3} \leq x \leq 3$$

پس $a = -\frac{1}{3}$ و $b = 3$ و در نتیجه $3a+b = 2$ است.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

$$d = \frac{|-2+1|}{\sqrt{(1)^2 + (1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(مسایان ۲- مرهای نامتناهی - هر در بی نهایت؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۶۵ تا ۶۷)

(عادل عسینی)

گزینه «۲» - ۱۰۷

برد تابع f بازه $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ است و از آنجا که برد تابع $y = 2^{bx+1}$ ،

است $(0, +\infty)$ ، است $a = -\frac{1}{2}$.

$$\Rightarrow f(x) = 2^{bx+1} - \frac{1}{2}$$

نقطه $(-1, 0)$ روی این نمودار قرار دارد.

$$f(-1) = 2^{-b+1} - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow 2^{-b+1} = \frac{1}{2} = 2^{-1}$$

$$\Rightarrow -b+1 = -1 \Rightarrow b = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = 2^{2x+1} - \frac{1}{2}$$

معادله $f(x) = \frac{1}{2}$ را باید حل کنیم:

$$2^{2x+1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2^{2x+1} = 1 = 2^0 \Rightarrow 2x+1 = 0$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

(مسایان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۹)

(لاطم اهلای)

گزینه «۴» - ۱۰۸

نقطه $(2, 1)$ روی هر دو نمودار f و f^{-1} قرار دارد. پس نقاط $(2, 1)$ و

$(1, 2)$ روی هر نمودار f و f^{-1} قرار دارند. داریم:

(کامیار علیون)

گزینه «۲» - ۱۰۵

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\cos^2(\pi x) + 3}} \cdot 2(2\cos(\pi x))(-\sin(\pi x)) \cdot \pi$$

$$= -\frac{\pi \sin 2\pi x}{\sqrt{2\cos^2 \pi x + 3}}$$

حال با جایگذاری $x = \frac{3}{4}$ داریم:

$$f'\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{\pi \sin \frac{3\pi}{2}}{\sqrt{2\cos^2 \frac{3\pi}{4} + 3}} = \frac{\pi}{\sqrt{2\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 3}} = \frac{\pi}{2}$$

(مسایان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

(ممیر علیزاده)

گزینه «۴» - ۱۰۶

ضابطه‌های تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 2 & ; x < 0 \\ x^2 + 3x + 2 & \\ x^2 + x - 2 & ; x \geq 0 \\ x^2 + 3x + 2 & \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x - 2 & ; x < 0 \\ x + 2 & \\ x - 1 & ; x \geq 0 \\ x + 1 & \end{cases}$$

با توجه به ضابطه‌ها، $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1$ ، پس $y = 1$ مجانب افقی نمودار f

است. ریشه‌های مخرج نیز مجانب‌های قائم هستند، پس $x = -2$ تنها

مجانب قائم نمودار f است. دقت کنید که $x = -1$ در دامنه ضابطه دوم

قرار ندارد.

پس نقطه $(-2, 1)$ محل برخورد خطوط مجانب است. فاصله این نقطه از خط

$x + y = 0$ برابر است با:

۱۱۰- گزینه «۲»

(عادل عسینی)

برای پیوستگی حدود چپ و راست و مقدار تابع باید با هم برابر باشند:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\tan 2x}{\sqrt{2x+1}-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 2x}{\cos 2x} \times \frac{\sqrt{2x+1}+1}{\sqrt{2x+1}+1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \sin 2x}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4x}{2x} = 2 \end{aligned}$$

$$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(|2x^2 - \frac{1}{2}| + a \right) = a - 1$$

پیوستگی $\rightarrow a - 1 = 2 \Rightarrow a = 3$

(حسابان ۱- هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۱۱- گزینه «۱»

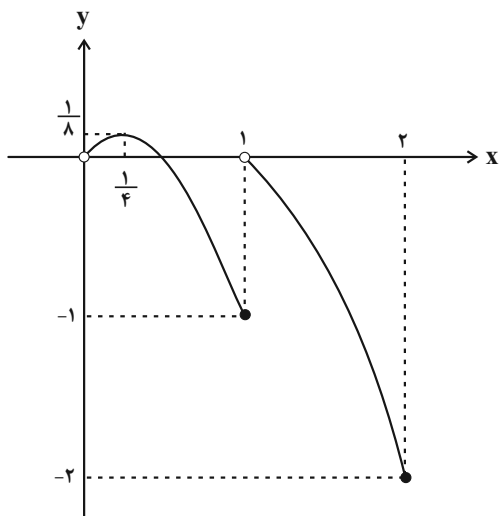
(عادل عسینی)

ضابطه تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} x - 2x^2 & ; 0 < x \leq 1 \\ x - x^2 & ; 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

سهیمی‌های $y = -x^2 + x$ و $y = -2x^2 + x$ را در دامنه‌هایشان رسم

می‌کنیم تا نمودار تابع f حاصل شود.



$$\begin{aligned} f(2) = 1 &\Rightarrow \sqrt{\frac{b \times a^2}{1 - b \times a^2}} = 1 \Rightarrow ba^2 = 1 - ba^2 \\ &\Rightarrow ba^2 = \frac{1}{2} \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(1) = 2 &\Rightarrow \sqrt{\frac{ba}{1 - ba}} = 2 \Rightarrow ab = 4 - 4ab \\ &\Rightarrow ab = \frac{4}{5} \quad (2) \end{aligned}$$

با تقسیم (۱) بر (۲) داریم:

$$\frac{ba^2}{ab} = a = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{5}} = \frac{5}{8} \Rightarrow b = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{5}{8}} = \frac{32}{25}$$

(حسابان ۱- تابع، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۰)

۱۰۹- گزینه «۳»

(امیرممنن باقری نصرآبادی)

با توجه به ویژگی $\log_b^a = \frac{1}{\log_a^b}$ معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{\log_2 x}{\log_2 y} + \frac{\log_2 y}{\log_2 x} = -\frac{5}{2} \Rightarrow \log_y x + \log_x y = -\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \log_y x + \frac{1}{\log_y x} = -\frac{5}{2}$$

با تغییر متغیر $\log_y x = t$ داریم:

$$t + \frac{1}{t} = \frac{t^2 + 1}{t} = -\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow 2t^2 + 5t + 2 = (2t+1)(t+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \log_y x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{y}} \text{ یا } x^2 y = 1 \\ t = \log_y x = -2 \Rightarrow x = \frac{1}{y^2} \text{ یا } xy^2 = 1 \end{cases}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

$$S' = \frac{1}{(\sqrt{-x_1+1})^2} + \frac{1}{(\sqrt{-x_2+1})^2}$$

$$= \frac{(\sqrt{-x_2+1})^2 + (\sqrt{-x_1+1})^2}{(\sqrt{-x_1+1})^2(\sqrt{-x_2+1})^2} = \frac{(\sqrt{-x_2+1})^2 + (\sqrt{-x_1+1})^2}{\gamma^2}$$

$$= \frac{-x_2 - x_1 + 2(\sqrt{-x_2+1} + \sqrt{-x_1+1}) + 2}{\gamma^2} = \frac{12 + 8 + 2}{\gamma^2} = \frac{22}{49}$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \rightarrow x^2 - \frac{22}{49}x + \frac{1}{49} = 0 \Rightarrow 49x^2 - 22x + 1 = 0$$

(مسایان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

(میانبش نیکنام)

گزینه «۲» - ۱۱۴

ابتدا دامنه تابع f را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \sqrt{(x+3)(x-1)(-x^2)(x+3)(x-1)}$$

$$= \sqrt{-x^2(x-1)^2(x+3)^2} \Rightarrow D_f = \{-3, 0, 1\}$$

حال برای دامنه تابع $f \circ g$ داریم:

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid g(x) = \{-3, 0, 1\}\}$$

معادله‌های $g(x) = 1$ ، $g(x) = 0$ و $g(x) = -3$ به ترتیب ۱، ۳ و ۲

جواب حقیقی دارند، پس دامنه تابع $f \circ g$ شامل ۶ عدد حقیقی است.

(مسایان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

(کامیار علیون)

گزینه «۲» - ۱۱۵

در هر مرحله غلظت موجود $\frac{200-4}{200} = \frac{98}{100}$ مرحله قبل می‌شود. بنابراین

اگر غلظت اولیه C_0 باشد، غلظت در هر مرحله از رابطه

با توجه به نمودار، برد تابع بازه $\left[-\frac{7}{8}, \frac{1}{8}\right]$ است.

(مسایان ۱- تابع: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

(میانبش نیکنام)

گزینه «۳» - ۱۱۲

$a = \sqrt[3]{2}$ را جای گذاری می‌کنیم و داریم:

$$\Rightarrow A = \frac{10}{-\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{2} + 1} = \frac{10}{\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{4} + 1} \times \frac{\sqrt[3]{4} + 1}{\sqrt[3]{4} + 1}$$

$$\Rightarrow A = \frac{10(\sqrt[3]{4} + 1)}{4 + 1} \Rightarrow A = 2\sqrt[3]{4} + 2$$

$$\Rightarrow (A - 2)^3 = (2\sqrt[3]{4})^3 = 32$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی: صفحه‌های ۵۰ تا ۶۰)

(شاهین پروازی)

گزینه «۱» - ۱۱۳

با توجه به معادله $x^2 + 12x + 4 = 0$ ، $x_1 + x_2 = -12$ و $S = x_1 + x_2 = -12$

$P = x_1 x_2 = 4$ پس $0 < x_2 < x_1$ ، پس به دنبال معادله‌ای با ریشه‌های

$$\frac{1}{(\sqrt{-x_2+1})^2} \text{ و } \frac{1}{(\sqrt{-x_1+1})^2} \text{ هستیم}$$

$$P' = \frac{1}{(\sqrt{-x_1+1})^2} \times \frac{1}{(\sqrt{-x_2+1})^2}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{x_1 x_2} + \sqrt{-x_1} + \sqrt{-x_2} + 1)^2}$$

با فرض $A = \sqrt{-x_1} + \sqrt{-x_2}$ ، داریم:

$$A^2 = -x_1 - x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} = -(S) + 2\sqrt{P} = 16 \xrightarrow{A > 0} A = 4$$

$$\Rightarrow P' = \frac{1}{(\gamma)^2} = \frac{1}{49}$$

(شاهین پروازی)

گزینه «۳» - ۱۱۷

در یک همسایگی چپ $x = \frac{1}{2}$ ، $\left[\frac{2}{x^2}\right] = 8$ ، و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} \frac{\left[\frac{2}{x^2}\right] - ax - 1}{2x^2 - 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} \frac{\left|8 - \frac{a}{2}\right| - 1}{(2x-1)(x-1)}$$

در این همسایگی، عبارت مخرج مثبت و حد آن برابر صفر است، پس برای

اینکه حاصل حد $+\infty$ شود، لازم است حد صورت نیز مثبت باشد:

$$\Rightarrow \left|8 - \frac{a}{2}\right| > 1 \Rightarrow \begin{cases} 8 - \frac{a}{2} > 1 \Rightarrow a < 14 \\ 8 - \frac{a}{2} < -1 \Rightarrow a > 18 \end{cases} \quad (1)$$

در یک همسایگی راست $x = \frac{1}{2}$ ، $\left[\frac{2}{x^2}\right] = 7$ ، $x = \frac{1}{2}$ و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} \frac{\left[\frac{2}{x^2}\right] - ax - 1}{2x^2 - 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} \frac{\left|7 - \frac{a}{2}\right| - 1}{(2x-1)(x-1)}$$

در این همسایگی، عبارت مخرج منفی و حد آن صفر است، پس برای اینکه

حاصل حد $+\infty$ شود، لازم است حد صورت نیز منفی باشد:

$$\Rightarrow \left|7 - \frac{a}{2}\right| < 1 \Rightarrow -1 < 7 - \frac{a}{2} < 1 \\ \Rightarrow 12 < a < 16 \quad (2)$$

از اشتراک (۱) و (۲) حدود a بازه $(12, 14)$ به دست می‌آید. پس با توجه به

گزینه‌ها، a می‌تواند برابر ۱۳ باشد.

(مسئله ۲- مرهای نامتناهی - مر و بی‌نهایت، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۴)

(میانفش نیکام)

گزینه «۱» - ۱۱۸

طول نقاط اکسترمم، جواب‌های معادله $f'(x) = 0$ هستند:

$C(n) = C_0 \left(\frac{98}{100}\right)^n$ بدست می‌آید. حال کافی است غلظت اولیه نصف

گردد، بنابراین:

$$\frac{C_0}{2} = C_0 \times \left(\frac{98}{100}\right)^n \Rightarrow \left(\frac{98}{100}\right)^n = \frac{1}{2} \\ \Rightarrow n = \log_{\frac{98}{100}} \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log \frac{1}{2}}{\log \frac{98}{100}} = \frac{\log 1 - \log 2}{\log 98 - \log 100} = \frac{0 - \log 2}{\log 2 + \log 49 - 2}$$

$$\Rightarrow n = \frac{-0.30}{0.30 + 2(0.84) - 2} = \frac{-0.30}{-0.02} = 15$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

(میانفش نیکام)

گزینه «۴» - ۱۱۶

ابتدا تابع را به فرم ساده‌تر می‌نویسیم:

$$f(x) = a \cos^2 \frac{b\pi x}{2} + c = a \left(\frac{1 + \cos b\pi x}{2}\right) + c$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{a}{2} \cos b\pi x + \frac{a}{2} + c \Rightarrow \left|\frac{a}{2}\right| = \frac{\lambda - 2}{2} = 2 \Rightarrow |a| = 6$$

با توجه به این که در همسایگی راست صفر تابع صعودی است، پس

$$.a = -6$$

$$f(0) = a + c = -6 + c = 2 \Rightarrow c = 8$$

$$\frac{T}{2} = 4 \Rightarrow T = 8 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 8 \Rightarrow |b| = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \min(a + b + c) = -6 - \frac{1}{4} + 8 = \frac{7}{4}$$

(مسئله ۲- مثلثات، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

$$f''(x) = 12x^2 + 48x + 36 = 12(x^2 + 4x + 3) \\ = 12(x+1)(x+3)$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow x = -1, -3$$

جواب‌های معادله $f''(x) = 0$ طول نقاط عطف نمودار هستند، بنابراین نقاط

$(-1, 12)$ و $(-3, 28)$ عطف‌ها هستند که شیب خط گذرا از آن‌ها برابر

$$-\frac{12-28}{-1+3} = -8 \text{ است.}$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۵)

(عادل حسینی)

۱۲- گزینه «۴»

با استفاده از اتحادهای $\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$ و $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$

$$\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \text{ داریم:}$$

$$\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} - \frac{8 \tan x}{1 + \tan^2 x} = 9 \tan \left(x + \frac{\pi}{2} \right) = -9 \cot x = \frac{-9}{\tan x}$$

$$\Rightarrow \frac{10 \tan^2 x - 6 \tan x}{1 - \tan^2 x} = -\frac{9}{\tan x}$$

$$\Rightarrow 10 \tan^2 x - 6 \tan x = -9 \tan^2 x - 9$$

$$\Rightarrow \tan^2 x - 6 \tan x + 9 = (\tan x - 3)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \tan^2 x = 3 \Rightarrow \tan x = \pm \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$$

جواب‌های بازه $\left(\frac{\pi}{2}, 2\pi \right)$ عبارتند از: $\frac{2\pi}{3}$ ، $\frac{4\pi}{3}$ و $\frac{5\pi}{3}$ که مجموع

$$\text{آن‌ها برابر } \frac{11\pi}{3} \text{ است.}$$

(مسئله ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

$$f'(x) = a \left(\frac{x^2 + 1 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2} \right) = a \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$$

$$\frac{f'(x)=0}{\rightarrow} 1 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

پس نقاط $\left(1, \frac{a}{2} \right)$ و $\left(-1, -\frac{a}{2} \right)$ اکسترم‌های نسبی نمودار f هستند،

فاصله این نقاط برابر است با:

$$d(a) = \sqrt{(1 - (-1))^2 + \left(\frac{a}{2} - \left(-\frac{a}{2} \right) \right)^2}$$

$$\Rightarrow d(a) = \sqrt{a^2 + 4}$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر همان مشتق است:

$$d'(a) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + 4}} \xrightarrow{a=1/5} d' = \frac{1/5}{\sqrt{6/25}} = \frac{1/5}{2/5} = \frac{3}{5}$$

(مسئله ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۶)

(ممید علیزاده)

۱۱۹- گزینه «۳»

شیب خطوط مماس بر نمودار f در دو نقطه برابر صفر است، پس معادله

$$f'(x) = 0 \text{ دو جواب حقیقی دارد.}$$

$$f'(x) = 4x^3 + 24x^2 + 4ax = 4x(x^2 + 6x + a) = 0$$

یک جواب این معادله $x = 0$ است، برای آنکه فقط یک جواب دیگر داشته

باشم، لازم است معادله $x^2 + 6x + a = 0$ نیز فقط یک جواب داشته باشد،

پس باید Δ عبارت درجه دوم برابر صفر باشد:

$$\Delta = 36 - 4a = 0 \Rightarrow a = 9$$

$$\Rightarrow f(x) = x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 9x$$

$$f'(x) = 4x^3 + 24x^2 + 36x = 4x(x+3)^2$$

$$\left. \begin{aligned} MN &= \frac{AB+CD}{2} = 6 \\ EF &= \frac{CD-AB}{2} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} CD = 9 \\ AB = 3 \end{cases}$$

از طرفی مثلث‌های OAB و OCD متشابه بوده و نسبت تشابه آن‌ها

همان نسبت دو ضلع متناظر یعنی $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{9}$ می‌باشد. پس:

$$\frac{S_{\Delta OAB}}{S_{\Delta OCD}} = \left(\frac{AB}{CD}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ و ۴۵)

۱۲۳- گزینه «۴» (مهرردار ملونری)

طبق فرض، مجموع تعداد نقاط مرزی و تعداد نقاط درونی در این چندضلعی شبکه‌ای برابر ۹ است، یعنی:

$$b + i = 9$$

همچنین هر چندضلعی شبکه‌ای، حداقل ۳ نقطه مرزی دارد، یعنی $b \geq 3$ و در نتیجه $i \leq 6$.

مساحت این چندضلعی هم طبق رابطه پیک برابر $S = \frac{b}{2} - 1 + i$ می‌شود.

در این رابطه، b با ضریب $\frac{1}{2}$ و i با ضریب ۱ است، پس مساحت موقعی

حداکثر مقدار ممکن را می‌گیرد که b کمترین مقدار خود یعنی $b = 3$ و

نیز بیشترین مقدار خود یعنی $i = 6$ باشد، در نتیجه:

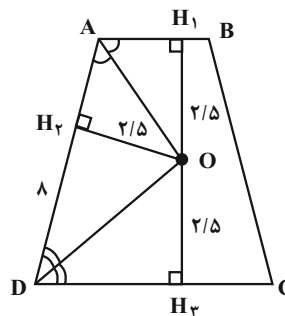
$$\max(S) = \frac{3}{2} - 1 + 6 = 6 \frac{1}{2}$$

(هنرسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۱۲۴- گزینه «۲» (امد رضا فلاح)

$$AB = 8 \text{ و } \frac{OA}{OB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} OA = 2 \\ OB = 6 \end{cases}$$

۱۲۱- گزینه «۱» (مهرردار ملونری)



مطابق شکل، نیمسازهای داخلی زوایای A و D (مجاور ساق AD) در نقطه O متقاطع‌اند و داریم:

$$\begin{cases} \widehat{A} \text{ روی نیمساز } O : OH_1 = OH_2 \\ \widehat{D} \text{ روی نیمساز } O : OH_2 = OH_3 \end{cases} \Rightarrow OH_1 = OH_2 = OH_3 = \frac{4}{5}$$

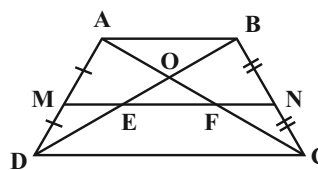
مساحت مثلث OAD برابر است با:

$$S_{OAD} = \frac{1}{2} OH_2 \times AD = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \times 8 = 16$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلا: صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۱۲۲- گزینه «۱» (امد رضا فلاح)

با توجه به آنکه M و N وسط دوساق است، مطابق شکل داریم:



$$\left. \begin{aligned} MF \parallel CD \text{ — تالس —} &\rightarrow \frac{MF}{CD} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow MF = \frac{CD}{2} \\ FN \parallel AB \text{ — تالس —} &\rightarrow \frac{FN}{AB} = \frac{CN}{CB} = \frac{1}{2} \Rightarrow FN = \frac{AB}{2} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{AB+CD}{2}$$

به روش مشابه می‌توان ثابت کرد:

$$EF = \frac{CD-AB}{2}$$

طبق فرض:

$$\begin{cases} ADEF : \hat{A}_1 = \hat{F}_1 \\ BCEF : \hat{B}_1 = \hat{F}_2 \end{cases} \xrightarrow{\hat{B}_1 = \hat{A}_1 = \frac{DC}{2}} \hat{F}_1 = \hat{F}_2 = \frac{DC}{2}$$

پس $D\hat{F}C = 2\hat{F}_1 = DC$ و باید اندازه کمان CD را بدست آوریم. حال

از فرض دیگر سؤال استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} \hat{A} = \frac{DC+BC}{2} = 50^\circ \\ \hat{B} = \frac{AD+DC}{2} = 75^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = \frac{AD+DC+BC}{2} + \frac{DC}{2}$$

$$\Rightarrow 50^\circ + 75^\circ = \frac{180^\circ}{2} + \frac{DC}{2} \Rightarrow DC = 70^\circ$$

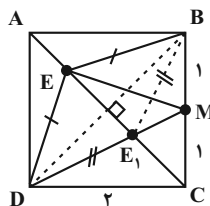
در نتیجه:

$$D\hat{F}C = 70^\circ$$

(هنر سه ۲- دایره، صفحه‌های ۱۳ و ۲۷)

(مهرراز مولنری)

گزینه «۳» - ۱۲۶



می‌دانیم در هر مربع، قطرها هم‌اندازه و عمود منصف یکدیگرند. پس مطابق

شکل، قرینه B نسبت به قطر AC رأس D است و داریم:

$$BE = DE$$

پس مینیمم طول خط شکسته BEM به ازای نقطه برخورد DM با قطر

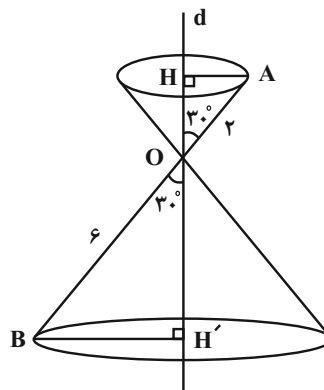
AC (نقطه E_1) به دست می‌آید، یعنی:

$$\begin{cases} \min(BE + EM) = BE_1 + E_1M = DE_1 + E_1M = DM \\ \triangle DCM : DM = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} \end{cases}$$

در نتیجه کمترین مقدار محیط مثلث BEM برابر می‌شود با:

$$DM + BM = \sqrt{5} + 1$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها، صفحه ۵۴)



شکل حاصل دو مخروط می‌شود که رأس آن‌ها می‌باشد:

$$\triangle OAH \xrightarrow{\substack{O=30^\circ \\ H=90^\circ}} \begin{cases} AH = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \\ OH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\triangle OBH' \xrightarrow{\substack{O=30^\circ \\ H'=90^\circ}} \begin{cases} BH' = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \\ OH' = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3} \end{cases}$$

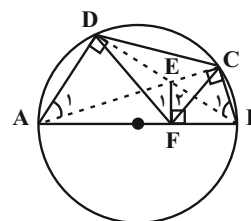
حجم شکل حاصل برابر است با:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \pi (AH)^2 \times OH + \frac{1}{3} \pi (BH')^2 \times OH' \\ &= \frac{1}{3} \pi (1)^2 \times \sqrt{3} + \frac{1}{3} \pi (3)^2 \times 3\sqrt{3} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} \pi + 9\pi\sqrt{3} = \frac{28\pi\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

(هنر سه ۱- توابع فضاوی، صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

(مهرراز مولنری)

گزینه «۲» - ۱۲۵



مطابق شکل، چون AB قطر دایره است، پس: $\hat{A}DB = \hat{A}CB = 90^\circ$

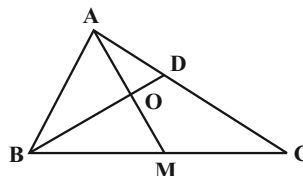
در نتیجه هر کدام از چهارضلعی‌های $ADEF$ و $BCEF$ محاطی‌اند و برای

زوایای \hat{F}_1 و \hat{F}_2 داریم:

۱۲۲- گزینه «۲»

(فخرزانه ناکپاش)

طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC داریم:



$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2} \Rightarrow 5^2 + 7^2 = 2AM^2 + \frac{8^2}{2}$$

$$\Rightarrow 2AM^2 = 42 \Rightarrow AM^2 = 21 \Rightarrow AM = \sqrt{21}$$

طبق قضیه نیمسازها در مثلث ABM داریم:

$$\frac{AO}{OM} = \frac{AB}{BM} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در منفرجه}} \frac{AO}{AM} = \frac{AB}{AB+BM}$$

$$\Rightarrow \frac{AO}{\sqrt{21}} = \frac{5}{9} \Rightarrow AO = \frac{5\sqrt{21}}{9} \text{ و } OM = \frac{4\sqrt{21}}{9}$$

طبق رابطه طول نیمساز داخلی در مثلث ABM داریم:

$$BO^2 = BA \times BM - AO \times OM = 5 \times 4 - \frac{5\sqrt{21}}{9} \times \frac{4\sqrt{21}}{9}$$

$$= 20 - \frac{20 \times 21}{81} = \frac{20 \times 81 - 20 \times 21}{81} = \frac{20 \times 60}{81} = \frac{400 \times 3}{81}$$

$$\Rightarrow BO = \frac{20}{9} \sqrt{3}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۱۲۸- گزینه «۳»

(سوکندر روشنی)

$$\begin{cases} 2mx + 2y = n+1 \\ 2x + 2my = n+1 \end{cases} \xrightarrow{\text{فاند جواب}} \frac{2m}{2} = \frac{2}{2m} \neq \frac{n+1}{n+1}$$

از دو رابطه اول نتیجه می‌گیریم: $m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$ که $m = 1$ غیرقابل قبول است زیرا در شرط آخر صدق نمی‌کند ولی $m = -1$ را می‌توانیم بپذیریم.

$$\begin{cases} 3x + my = 0 \\ 3x + y = 3 \end{cases} \xrightarrow{m=-1} \begin{cases} 3x - y = 0 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$$

همانطور که مشخص است $\frac{3}{3} \neq \frac{-1}{1}$ است و دستگاه یک جواب منحصر به

فرد دارد.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه ۲۶)

۱۲۹- گزینه «۳»

(سوکندر روشنی)

ابتدا ماتریس A را به صورت $A = \begin{bmatrix} 2|A| & 0 & 0 \\ 0 & 2|A| & 0 \\ 0 & 0 & 2|A| \end{bmatrix}$ تعریف می‌کنیم و سپس از طرفین رابطه دترمینان می‌گیریم:

$$|A| = 8|A|^3 \Rightarrow 8|A|^3 - |A| = 0 \Rightarrow |A|(|A|^2 - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |A| = 0 \\ 8|A|^2 - 1 = 0 \Rightarrow |A|^2 = \frac{1}{8} \end{cases}$$

بنابراین عبارت خواسته شده در صورت سؤال برابر است با:

$$\frac{|A|}{||A||} = \frac{1}{|A|^3} |A| = \frac{1}{|A|^2} = \frac{1}{\frac{1}{8}} = 8$$

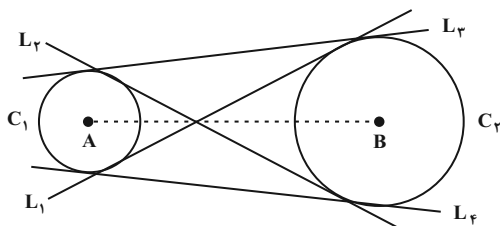
تذکر: $|A| = 0$ غیرقابل قبول است چون در این صورت ماتریس A وارون‌پذیر خواهد بود.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۳۰- گزینه «۴»

(سوکندر روشنی)

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه A به فاصله ۳ سانتی‌متر باشند، دایره‌ای است به مرکز A و شعاع ۳ سانتی‌متر و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه B به فاصله ۵ سانتی‌متر باشند، دایره‌ای است به مرکز B و شعاع ۵ سانتی‌متر و از آنجایی که طول خط‌المركزین دو دایره یا همان AB برابر ۱۲ است در نتیجه $d > R + R'$ و دو دایره متخارج هستند. مماس مشترک‌های داخلی و خارجی دو دایره خطوط مطلوب سؤال هستند و می‌دانیم ۲ دایره متخارج، ۴ مماس مشترک داخلی و خارجی دارد.

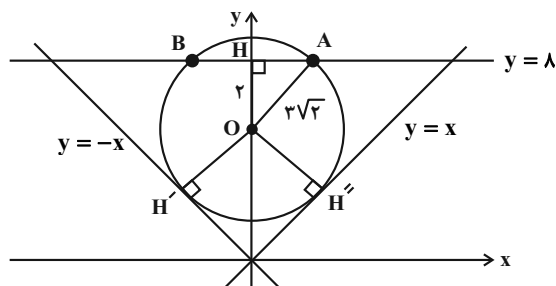


(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۳۱- گزینه ۲»

(سوکنر روشنی)

دایره‌ای که بر نیمسازهای ناحیه اول و دوم مماس است شکلی به صورت زیر دارد که مرکز آن روی محور y ها قرار می‌گیرد.



بنابراین مرکز را به صورت $O(0, \beta)$ در نظر می‌گیریم و چون خطوط $y = -x$ و $y = x$ بر دایره مماس هستند، فاصله مرکز از هریک از این

دو خط، برابر شعاع یا همان $3\sqrt{2}$ است. $(OH' = OH'')$

$$OH = \frac{|\beta - 0|}{\sqrt{1+1}} = \frac{|\beta|}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow |\beta| = 6 \Rightarrow \beta = \pm 6$$

که با توجه به شکل $\beta = 6$ قابل قبول است و مرکز $O(0, 6)$ است.

بنابراین معادله دایره مفروض $x^2 + (y - 6)^2 = 18$ است که فاصله مرکز آن از خط $y = 8$ برابر ۲ است، بنابراین:

$$AH^2 + 4 = 18 \Rightarrow AH = \sqrt{14}$$

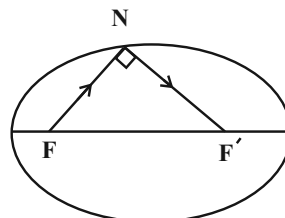
$$\Rightarrow AB = 2AH = 2\sqrt{14} = \text{طول وتر}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۴۶)

۱۳۲- گزینه ۲»

(سوکنر روشنی)

اگر پرتوی نوری را از کانون یکی بیضی به آن بتابانیم، بازتاب آن از کانون دیگر عبور می‌کند، بنابراین نقطه M همان F' است.



می‌دانیم در هر بیضی $NF + NF' = 2a$ است و همچنین با توجه به زاویه $\hat{N} = 90^\circ$ می‌توانیم از قضیه فیثاغورس استفاده کنیم:

$$NF + NF' = 2a \xrightarrow{\text{طرفین بتوانیم ۲}} NF^2 + NF'^2 + 2NF \cdot NF' = 4a^2$$

$$\xrightarrow{\text{مثلث } \triangle FNF' \text{ قائم‌الزاویه است}} FF'^2 + 2NF \times NF' = 4a^2$$

$$\xrightarrow{NF^2 + NF'^2 = FF'^2}$$

می‌دانیم FF' همان فاصله کانونی یا $2c$ است، بنابراین به جای FF'^2 می‌توانیم $4c^2$ قرار بدهیم.

$$4c^2 + 2NF \times NF' = 4a^2 \xrightarrow{+2}$$

$$NF \times NF' = 2a^2 - 2c^2 = 2(a^2 - c^2) = 2b^2$$

از طرفی مساحت مثلث قائم‌الزاویه برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} NF \times NF' = \frac{1}{2} \times 2b^2 = b^2$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۵۰)

۱۳۳- گزینه ۴»

(سوکنر روشنی)

سهمی $y^2 = -2x$ افقی است با رأس $S(0, 0)$ که دهانه آن رو به سمت

چپ باز می‌شود و فاصله کانونی آن برابر $a = \frac{1}{4}$ است. پس کانون

$$F\left(-\frac{1}{4}, 0\right) \text{ و خط هادی } x = \frac{1}{4} \text{ است.}$$

معادله خط گذرنده از کانون و با شیب ۴ برابر است با:

$$y - 0 = 4\left(x + \frac{1}{4}\right) \Rightarrow y = 4x + 1$$

حال این خط را با خط هادی تقاطع می‌دهیم:

$$\begin{cases} y = 4x + 1 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow y = 4\left(\frac{1}{4}\right) + 1 = 2 \Rightarrow A\left(\frac{1}{4}, 2\right)$$

$$OA = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 2^2} = \frac{\sqrt{65}}{4}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۵)

۱۳۴- گزینه ۱»

(امیرمسین ابومصوب)

ضلع سوم مثلثی که روی دو بردار \vec{a} و \vec{b} ساخته می‌شود، تفاضل این دو

بردار یعنی بردار $\vec{a} - \vec{b}$ یا $\vec{b} - \vec{a}$ است. داریم:

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = (3, -1, 2) - (1, 1, -2) = (2, -2, 4)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{14}$$

$$V_p = |-2\vec{a} \times \vec{b}|^2 = 4 |\vec{a} \times \vec{b}|^2 = 4 \times 6 = 24$$

(هنر سه ۳ - بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

(امیرمسین ابومحبوب)

گزینه «۱» - ۱۳۶

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$\begin{aligned} & [\sim (p \Rightarrow q) \vee q] \vee [(q \Rightarrow p) \wedge \sim p] \\ \equiv & [\sim (q \vee \sim p) \vee q] \vee [(p \vee \sim q) \wedge \sim p] \\ \equiv & [(\sim q \wedge p) \vee q] \vee \underbrace{[(p \wedge \sim p) \vee (\sim q \wedge \sim p)]}_F \\ \equiv & \underbrace{[(\sim q \vee q) \wedge (p \vee q)]}_T \vee (\sim q \wedge \sim p) \\ \equiv & (p \vee q) \vee \sim (p \vee q) \equiv T \end{aligned}$$

(آمار و احتمال، آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

(سولندر روشنی)

گزینه «۳» - ۱۳۷

می‌خواهیم ۳ عدد، ۱، ۳ و ۵ در ۳ زیرمجموعه مختلف قرار داشته باشند. بنابراین حالت‌های زیر امکان‌پذیر است:

الف) افزایش شامل ۳ زیرمجموعه باشد. در این صورت اعداد ۲ و ۴ می‌توانند در هر کدام از ۳ زیرمجموعه $\{1\}$ ، $\{3\}$ یا $\{5\}$ قرار گیرند، پس برای هر کدام ۳ حالت وجود دارد و تعداد افزایشها در این حالت برابر $3 \times 3 = 9$ است.

ب) افزایش شامل ۴ زیرمجموعه باشد. در این صورت ممکن است اعداد ۱، ۳ و ۵ در ۳ زیرمجموعه تک عضوی قرار گرفته و زیرمجموعه دیگر به صورت $\{2, 4\}$ باشد و یا اینکه یکی از اعداد ۲ یا ۴ در یک زیرمجموعه تک عضوی قرار گرفته و دیگری در یکی از ۳ زیرمجموعه $\{1\}$ ، $\{3\}$ یا $\{5\}$ باشند که تعداد این حالت برابر $6 = 2 \times 3$ است و در نتیجه در مجموع ۷ افزایش مختلف با شرایط (ب) وجود دارد.

پ) افزایش شامل ۵ زیرمجموعه تک عضوی باشد که فقط یک حالت برای آن وجود دارد.

$$9 + 7 + 1 = 17$$

تعداد کل افزایشها برابر است با:

(آمار و احتمال، آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه ۲۱)

$$|\vec{b}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2} = \sqrt{6}$$

$$|\vec{c}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 4^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

اگر زاویه مقابل به بردار \vec{a} در این مثلث را با α نمایش دهیم، آن‌گاه طبق قضیه کسینوس‌ها در این مثلث داریم:

$$\begin{aligned} |\vec{a}|^2 &= |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2 - 2|\vec{b}||\vec{c}|\cos\alpha \\ \Rightarrow 14 &= 6 + 24 - 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{6}\cos\alpha \Rightarrow 24\cos\alpha = 16 \\ \Rightarrow \cos\alpha &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

تذکر: می‌توان کسینوس زاویه α را به کمک ضرب داخلی دو بردار \vec{b} و \vec{c} محاسبه کرد. در این صورت داریم:

$$|\cos\alpha| = \left| \frac{\vec{b} \cdot \vec{c}}{|\vec{b}||\vec{c}|} \right|$$

چون اندازه بردار \vec{c} بزرگ‌تر از اندازه بردار \vec{a} است، پس زاویه روبه‌رو به بردار \vec{a} (زاویه α) قطعاً حاده بوده و کسینوس آن مثبت است.

(هنر سه ۳ - بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۸)

(امیرمسین ابومحبوب)

گزینه «۳» - ۱۳۵

حجم متوازی‌السطوح ساخته شده روی سه بردار \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} برابر $|V| = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$ است. از طرفی $|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = |\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})|$. پس برای متوازی‌السطوح ساخته شده روی بردارهای \vec{a} ، \vec{b} و $\vec{a} \times \vec{b}$ داریم:

$$V_p = |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{b})| = |\vec{a} \times \vec{b}|^2 = 6$$

بردارهای $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{v} = \vec{a} - \vec{b}$ قطره‌های متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی بردارهای \vec{a} و \vec{b} هستند، بنابراین حجم متوازی‌السطوح بنا شده روی بردارهای \vec{u} ، \vec{v} و $\vec{u} \times \vec{v}$ برابر است با:

$$V_p = |(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot (\vec{u} \times \vec{v})| = |\vec{u} \times \vec{v}|^2$$

با ساده کردن حاصل $\vec{u} \times \vec{v}$ داریم:

$$\begin{aligned} \vec{u} \times \vec{v} &= (\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b}) = \underbrace{\vec{a} \times \vec{a}}_0 - \vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{a} - \underbrace{\vec{b} \times \vec{b}}_0 \\ &= -\vec{a} \times \vec{b} - \vec{a} \times \vec{b} = -2\vec{a} \times \vec{b} \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حداقل یک دختر} \rightarrow \frac{2}{10} \text{ بدون فرزند} \\ \text{حداقل یک دختر} \rightarrow \frac{3}{10} \text{ یک فرزند} \\ \text{حداقل یک دختر} \rightarrow 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \text{ دو فرزند} \\ \text{حداقل یک دختر} \rightarrow 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{7}{8} \text{ سه فرزند} \end{array} \right.$$

حال طبق قانون بیز، احتمال آنکه خانواده‌ای که حداقل یک دختر دارد، دارای ۳ فرزند باشد، برابر است با:

$$P = \frac{\frac{1}{10} \times \frac{7}{8}}{\frac{3}{10} \times \frac{1}{2} + \frac{4}{10} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{10} \times \frac{7}{8}} = \frac{\frac{7}{80}}{\frac{12 + 24 + 7}{80}} = \frac{7}{43}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

گزینه «۳» - ۱۴۱ (سیرمهر رضا حسینی فرد)

فرض کنید سطح زیر کشت گندم در استان C را برحسب هزار هکتار با x نمایش دهیم.

در این صورت سطح زیر کشت گندم در دو استان D و E به ترتیب برابر $x - 6$ و $x + 12$ است و با توجه به مجموع فراوانی‌ها داریم:

$$41 + 15 + x + x - 6 + x + 12 + 28 = 180$$

$$\Rightarrow 3x = 90 \Rightarrow x = 30$$

$$E \text{ زاویه مرکزی} = \frac{30 + 12}{180} \times 360^\circ = 84^\circ$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

گزینه «۱» - ۱۴۲ (سوگند روشنی)

با توجه به قضیه تقسیم داریم:

$$75 = nq + r \xrightarrow{q=r^2} 75 = nr^2 + r \quad (r < n)$$

$$\Rightarrow 75 = r(nr + 1) = 1 \times 75 = 3 \times 25 = 5 \times 15$$

حالت اول:

گزینه «۴» - ۱۳۸ (امیر حسین ابومصوب)

اگر A و B دو پيشامد مستقل از يكديگر باشند، آن گاه A و B' نیز مستقل از يكديگرند و در نتیجه داریم:

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A)P(B')$$

$$\Rightarrow 0/9 = \frac{P(A)(1 - P(B')) + P(B')}{P(B)}$$

$$\Rightarrow 0/9 = \frac{P(A \cap B) + P(B')}{0/1} \Rightarrow P(B') = 0/8$$

$$\Rightarrow P(B) = 0/2$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \Rightarrow 0/1 = P(A) \times 0/2$$

$$\Rightarrow P(A) = 0/5$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0/5 - 0/1 = 0/4$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

گزینه «۴» - ۱۳۹ (علی منصف شکری)

تاس اول می‌تواند یکی از اعداد {۱, ۴, ۶} و تاس دوم می‌تواند یکی از اعداد {۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶} بیاید پس $n(S) = 3 \times 6 = 18$ است. از طرفی حالات مطلوب عبارتند از:

$$A = \{(1, 3), (4, 4), (6, 2), (6, 6)\}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

(آمار و احتمال، آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

گزینه «۴» - ۱۴۰ (امیر حسین ابومصوب)

پیشامد داشتن حداقل یک دختر، متمم پیشامد آن است که خانواده فاقد دختر باشد. ابتدا نمودار درختی را برحسب تعداد فرزندان خانواده‌ها رسم می‌کنیم.

$$2b - 18 \equiv 5 \Rightarrow 2b \equiv 23 \equiv 12 \xrightarrow{(3,1)=1} b \equiv 4$$

بنابراین تنها مقدار قابل قبول برای b ، برابر ۴ بوده و عدد مورد نظر به صورت

۹۴۹۴۵۴ خواهد بود که باقی مانده تقسیم آن بر ۹، برابر است با:

$$949454 \equiv 9 + 4 + 9 + 4 + 5 + 4 \equiv 27 + 8 \equiv 8$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۴۵ - گزینه «۲» (ممر صحت کار)

شرط وجود جواب صحیح برای معادله سیاله $ax + by = c$ آن است که

$c | (a, b)$ بنابراین:

$$(91, 104) = (7 \times 13, 8 \times 13) = 13$$

$$\Rightarrow 13 | 17n - 5 \Rightarrow 17n - 5 \equiv 0 \Rightarrow 17n \equiv 5$$

$$\Rightarrow 4n \equiv -8 \xrightarrow{(4,13)=1} n \equiv -2 \Rightarrow n = 13k - 2$$

بزرگ‌ترین عدد دو رقمی ممکن به ازای $k = 7$ برابر ۸۹ است. ۸۹ عددی

اول است و فقط بر اعداد طبیعی ۱ و ۸۹ بخشپذیر است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۱۴۶ - گزینه «۲» (ممر صحت کار)

تعداد دوره‌های به طول p (شامل همه رأس‌ها) در گراف K_p برابر با

$$\frac{(p-1)!}{2} \text{ است، بنابراین:}$$

$$\frac{(p-1)!}{2} = 12 \Rightarrow (p-1)! = 24 \Rightarrow p-1 = 4 \Rightarrow p = 5$$

$$K_5 \text{ تعداد دوره‌های به طول ۳ در گراف } = \binom{5}{3} \times 1 = 10$$

$$K_5 \text{ تعداد دوره‌های به طول ۴ در گراف } = \binom{5}{4} \times 2 = 5 \times 3 = 15$$

پس تعداد دوره‌های با طول حداکثر ۴ برابر است با:

$$10 + 15 = 25$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۸)

$$\begin{cases} r = 1 \\ nr + 1 = 75 \end{cases} \xrightarrow{r=1} n + 1 = 75 \Rightarrow n = 74$$

حالت دوم:

$$\begin{cases} r = 3 \\ nr + 1 = 25 \end{cases} \xrightarrow{r=3} 3n + 1 = 25 \Rightarrow n = 8$$

حالت سوم:

$$\begin{cases} r = 5 \\ nr + 1 = 15 \end{cases} \xrightarrow{r=5} 5n + 1 = 15 \Rightarrow n = \frac{14}{5}$$

بنابراین مجموع مقادیر ممکن برای n ، برابر $74 + 8 = 82$ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱۴۳ - گزینه «۳» (سیرممبرضا حسینی فرز)

$$4^3 = 64 = 5 \times 13 - 1 \Rightarrow 4^3 \equiv -1 \xrightarrow{\text{بتوان ۴۶۷}} 4^{1401} \equiv -1$$

$$\Rightarrow 4^{1401} + a \equiv a - 1 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 1 \Rightarrow a = 13k + 1 (k \in \mathbb{Z})$$

بزرگ‌ترین مقدار دو رقمی برای a ، به ازای $k = 7$ به دست می‌آید که

برابر $a = 92$ است.

برای محاسبه رقم یکان عدد a^a داریم:

$$92^{92} \equiv 2^{92} \equiv (2^4)^{23} \equiv 16^{23} \equiv 6^{23} \equiv 6^2 \equiv 36$$

تذکر: رقم یکان عدد $(n \in \mathbb{N}) 6^n$ همواره برابر ۶ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱۴۴ - گزینه «۴» (سیرممبرضا حسینی فرز)

عدد مورد نظر مضرب ۱۱ است، بنابراین داریم:

$$ababab \equiv 0 \Rightarrow b - 5 + b - a + b - a \equiv 0 \Rightarrow 3b - 2a \equiv 5$$

چون به دنبال بزرگ‌ترین عدد شش‌رقمی با رقم داده شده هستیم، پس a را

برابر ۹ در نظر می‌گیریم. در این صورت داریم:

(افشین قاصدقار)

گزینه «۴» - ۱۴۹

تعداد کل جواب‌های صحیح و نامنفی معادله برابر است با:

$$n(S) = \binom{8+3-1}{3-1} = \binom{10}{2} = 45$$

با در نظر گرفتن شروط $x_1 \geq 2$ و $x_2 \geq 2$ داریم:

$$x_1 \geq 2 \Rightarrow x_1 = y_1 + 2$$

$$x_2 \geq 2 \Rightarrow x_2 = y_2 + 2$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 8 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 = 4$$

$$n(A) = \binom{4+3-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(علی منصف‌شکری)

گزینه «۲» - ۱۵۰

با توجه به اطلاعات داده شده، سایر خانه‌های مربع لاتین باید به صورت زیر پر شود، (به جز ۴ مربع باقی‌مانده که ۲ راه متفاوت برای پر کردن آن‌ها وجود دارد).

b	c	d	a
d	a	b	c
a		c	
c		a	

 \Rightarrow

b	c	d	a
d	a	b	c
a	b	c	d
c	d	a	b

b	c	d	a
d	a	b	c
a	d	c	b
c	b	a	d

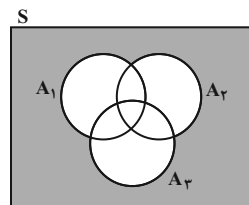
(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

(مهمر صمدکار)

گزینه «۲» - ۱۴۷

به دنبال تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 7$

هستیم، به گونه‌ای که هیچ‌یک از مقادیر x_1 ، x_2 و x_3 برابر ۱ نباشد.



$$A_i = \{(x_1, x_2, x_3) : x_1 + x_2 + x_3 = 7, x_i = 1\}$$

تعداد جواب‌های مطلوب $|S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3|$

$$|S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3| = \binom{9}{2} - \left[\binom{7}{1} + \binom{7}{1} + \binom{7}{1} - 1 - 1 - 1 + 0 \right]$$

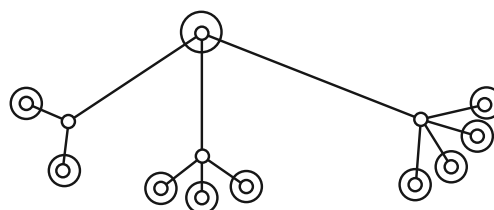
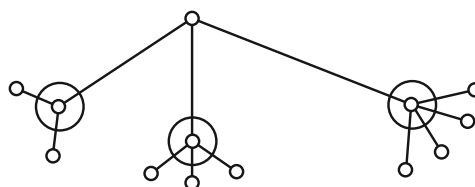
$$= 36 - 18 = 18$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

(مهمر صمدکار)

گزینه «۴» - ۱۴۸

مطابق شکل کمترین تعداد اعضای مجموعه احاطه‌گر مینیمال (عدد احاطه‌گری) برابر ۳ و بیشترین تعداد اعضای مجموعه احاطه‌گر مینیمال برابر ۱۰ است.



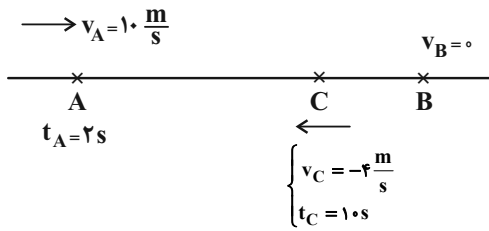
$$\Rightarrow 10 - 3 = 7$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۳ تا ۵۴)

فیزیک

گزینه ۳» ۱۵۳

(سیر علی میرنوری)



با استفاده از معادله مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x = \left(\frac{v_2 + v_1}{2}\right)\Delta t \Rightarrow AC = \left(\frac{v_C + v_A}{2}\right)\Delta t$$

$$\Rightarrow AC = \left(\frac{-4 + 10}{2}\right) \times 8 \Rightarrow AC = 24 \text{ m}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

گزینه ۳» ۱۵۴

(مسعود قره‌فانی)

با در نظر گرفتن محل رها کردن سنگ به عنوان مبدأ حرکت و جهت مثبت به سمت پایین، اگر کل زمان سقوط سنگ t ثانیه فرض شود، داریم:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} H = \frac{1}{2}gt^2 \\ H - 80 = \frac{1}{2}g(t-2)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 80 = \frac{1}{2}g(4t - 4) \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

بنابراین ارتفاع برج برابر است با:

$$H = \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{t=5} H = \frac{1}{2} \times 10 \times 5^2 = 125 \text{ m}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

گزینه ۱» ۱۵۵

(مسعود قره‌فانی)

با توجه به این که شتاب جسم در حالت اول، دو برابر شتاب در حالت دوم است، با توجه به ثابت بودن جرم جسم، می‌توان گفت نیروی خالص وارد بر جسم در حالت اول، دو برابر نیروی خالص وارد بر جسم در حالت دوم است. پس می‌توان گفت ابتدا نیروی ۱۲ نیوتونی حذف شده و سپس نیروی ۹ نیوتونی. وقتی نیروی ۱۲ نیوتونی حذف می‌شود، اندازه برایند نیروهای وارد بر جسم برابر با همان ۱۲ نیوتون می‌شود، زیرا برایند دو نیروی ۹ و ۶ نیوتونی معادل ۱۲ نیوتون بوده که توانسته‌اند آن را خنثی کنند. با حذف نیروی ۹ نیوتونی نیز تنها نیروی ۶ نیوتونی بر جسم اثر می‌کند و داریم:

$$a_1 = \frac{F_{\text{net}}}{m} \Rightarrow m = \frac{F_{\text{net}}}{a_1} = \frac{12}{2} = 6 \text{ kg}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

گزینه ۴» ۱۵۱

(علیرضا کونه)

چون نمودار مکان - زمان حرکت بر روی خط راست به صورت یک سهمی است، بنابراین شتاب حرکت ثابت است. از طرفی شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر با سرعت متحرک است. بنابراین با استفاده از

$$\text{رابطه } \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \text{ می‌توان نوشت:}$$

$$x_2 - x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 80 - 20 = \frac{1}{2}a \times (2)^2 + 3 \times (2)$$

$$\Rightarrow a = 27 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۲۱)

گزینه ۱» ۱۵۲

(سعید طاهری بروهنی)

روش اول: مکان اولیه متحرک A را به عنوان مبدأ مکان در نظر گرفته و معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x_A = v_A t + x_{0,A} \Rightarrow x_A = 10t$$

$$x_B = v_B t + x_{0,B} \Rightarrow x_B = -12t + x_{0,B}$$

طبق صورت سؤال، فاصله دو متحرک دو بار برابر با ۳۰ km می‌شود. یک بار قبل از رسیدن دو متحرک به یکدیگر و بار دیگر بعد از عبور دو متحرک از یکدیگر. بنابراین در مرتبه دوم داریم:

$$x_A - x_B = 30 \Rightarrow 10t - (-12t + x_{0,B}) = 30$$

$$\Rightarrow 22t = 30 + x_{0,B} \xrightarrow{t=\Delta h} x_{0,B} = 80 \text{ km}$$

حال لحظه‌ای را که متحرک B به مکان اولیه متحرک A می‌رسد، محاسبه می‌کنیم:

$$x_B = -12t + 80 \xrightarrow{x_B=0} t = \frac{2}{3} \text{ h}$$

روش دوم: از آنجا که دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند،

$$\text{بنابراین سرعت نسبی شان برابر با } \frac{\text{km}}{\text{h}} = 120 + 100 = 220 \text{ است. از طرفی}$$

بعد از نیم ساعت برای دومین بار فاصله دو متحرک به ۳۰ km رسیده است، پس دو متحرک در مدت نیم ساعت ۳۰ کیلومتر بیشتر از فاصله اولیه شان (d) پیموده‌اند:

$$\Delta x = 30 + d = v_{\text{نسبی}} \times \Delta t \Rightarrow 30 + d = 220 \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow d = 80 \text{ km}$$

حال فقط لازم است مدت زمانی را پیدا کنیم که متحرک B این ۸۰ کیلومتر

$$\Delta t = \frac{d}{v_B} = \frac{80}{120} = \frac{2}{3} \text{ h}$$

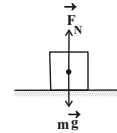
را طی کرده:

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۱۵)

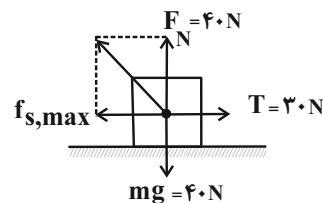
۱۵۶- گزینه «۴»

(معمردلی راست پیمان)

وقتی کشش نخ صفر است، نیرویی که سطح تماس به جسم وارد می‌کند (نیروی عمودی سطح)، با اندازه نیروی وزن برابر است: $F_N = mg = 40\text{ N}$



وقتی کشش نخ به 30 N می‌رسد، نیرویی که تکیه‌گاه وارد می‌کند بیشینه است و در این حالت جسم در آستانه حرکت قرار دارد. بنابراین اندازه نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه ($f_{s,max}$) برابر با 30 N است.



$$f_{s,max} = \mu_s F_N$$

$$\Rightarrow 30 = \mu_s \times 40 \Rightarrow \mu_s = 0.75$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۱۵۷- گزینه «۲»

(مصطفی واثقی)

اگر بردار شتاب حرکت جسم رو به پایین باشد، باسکول عددی کمتر از نشان می‌دهد.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) آسانسور از حال سکون شروع به حرکت کرده است، پس حرکت آن تندشونده و جهت حرکت به سمت پایین است، بنابراین بردار شتاب به سمت پایین است. (در حرکت تندشونده بردار شتاب در جهت حرکت است.)

(ب) آسانسور در حال حرکت، متوقف شده است، پس حرکت آن کندشونده است و جهت حرکت به سمت بالا است، پس بردار شتاب به سمت پایین است. (در حرکت کندشونده بردار شتاب در خلاف جهت حرکت است.)

(پ) در متن این عبارت ذکر شده است که بردار شتاب رو به بالا است. (ت) کندشونده بودن حرکت ارتباطی به جهت شتاب ندارد و در این نوع حرکت جهت شتاب می‌تواند رو به بالا یا رو به پایین باشد.

پس در دو مورد (الف) و (ب) الزاماً باسکول عددی کمتر از W نشان می‌دهد.

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

۱۵۸- گزینه «۱»

(ممسن قنبرپلر)

مساحت زیر نمودار $F-t$ ، برابر با تغییرات تکانه متحرک است.

$$\Delta p = S_1 - S_2 = 30 - 16 = 14 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین تغییرات سرعت متحرک برابر است با:

$$\Delta p = m\Delta v \Rightarrow 14 = 0.4\Delta v \Rightarrow \Delta v = 35 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

طبق تعریف شتاب متوسط داریم:

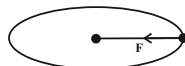
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{35}{15-5} \Rightarrow a_{av} = 3.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۱۵۹- گزینه «۲»

(معمردلی راست پیمان)

در این مسئله، نیروی مرکزگرا برای حرکت دایره‌ای یکنواخت وزنه توسط نیروی کشسانی فنر تأمین می‌شود.



$$F = \frac{mv^2}{r}$$

$$\Rightarrow kx = \frac{mv^2}{\ell} \Rightarrow 200 \times \frac{5}{100} = \frac{0.4v^2}{0.25} \Rightarrow v = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۳، ۴۴ و ۴۸ تا ۵۳)

۱۶۰- گزینه «۴»

(مسعود قره‌طانی)

ابتدا با توجه به این که $t'' - t' = \frac{3}{8}\text{ s}$ است، دوره حرکت نوسانگر را

به دست می‌آوریم:

$$t'' - t' = \frac{T}{6} + T + \frac{T}{12} \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{\Delta T}{4} \Rightarrow T = 0.3\text{ s}$$

از آن جا که $f = \frac{1}{T}$ است، بنابراین:

$$f = \frac{1}{0.3}\text{ Hz}$$

بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E = 2\pi^2 mA^2 f^2 = 2 \times 10 \times 0.09 \times (4 \times 10^{-2})^2 \times \left(\frac{1}{0.3}\right)^2$$

$$\Rightarrow E = 32 \times 10^{-3}\text{ J} = 32\text{ mJ}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

(مفسر قنبرپلر)

۱۶۳- گزینه «۱»

چون دامنه و بسامد برای هر دو فرستنده برابر است، در نتیجه:

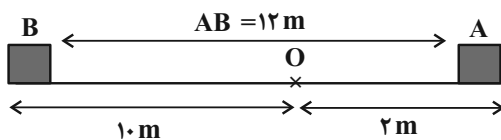
$$\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow \beta_A - \beta_B = 10 \cdot \log\left(\frac{I_A}{I_B}\right)$$

$$\frac{10 \cdot \frac{1}{d^2}}{\beta_A - \beta_B} \rightarrow \beta_A - \beta_B = 20 \cdot \log\left(\frac{d_B}{d_A}\right)$$

$$\beta_A - \beta_B = 14 \text{ dB} \rightarrow 14 = 20 \cdot \log\left(\frac{d_B}{d_A}\right) \Rightarrow 0.7 = \log\left(\frac{d_B}{d_A}\right)$$

$$\Rightarrow \log \Delta = \log\left(\frac{d_B}{d_A}\right) \Rightarrow \frac{d_B}{d_A} = \Delta \xrightarrow{d_A = 2 \text{ m}} d_B = 10 \text{ m}$$

بنابراین فاصله A تا B برابر با ۱۲ m است.



(فیزیک ۳ - نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

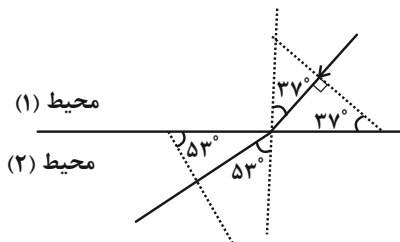
(عبدالرضا امینی نسب)

۱۶۴- گزینه «۳»

چون زاویه شکست بزرگ‌تر از زاویه تابش است، بنابراین پرتوی موج از محیط غلیظ وارد محیط رقیق شده است و تندی آن و در نتیجه طول‌موج آن افزایش یافته است. بنابراین $\lambda_2 > \lambda_1$ است. از طرفی پرتو موج بر جبهه عمود است. با رسم پرتو در دو محیط و به کارگیری قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \Delta^\circ}{\sin 37^\circ} \quad v = \lambda f \rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{0.8}{0.6} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{4}{3}$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = 150 \text{ nm} \rightarrow \lambda_2 = 600 \text{ nm}$$



حال به کمک قانون اسنل داریم:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{n_1}{2/4} = \frac{0.8}{0.6} \Rightarrow n_1 = 3/2$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۹)

(زهرا آقاممیری)

۱۶۱- گزینه «۳»

با توجه به رابطه دوره نوسان‌های کم‌دامنه یک آونگ ساده ($T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$) داریم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = \sqrt{\frac{10}{40}} = \frac{1}{2} \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} f_2 = 2f_1$$

یعنی بسامد نوسان‌ها دو برابر می‌شود.

$$f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{2\pi\sqrt{l_1}} = \frac{1}{6} \times \sqrt{\frac{10}{0.4}} = \frac{1}{1/2} \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow f_2 = 2f_1 = \frac{1}{0.6} \text{ Hz}$$

اختلاف نوسان‌های آونگ در دو حالت در ۱۸ برابر است با:

$$f_2 - f_1 = \frac{1}{0.6} - \frac{1}{1/2} = \frac{1}{1/2} \text{ Hz}$$

بنابراین اختلاف نوسان‌های آونگ در دو حالت در ۲۴ برابر است با:

$$\frac{1}{1/2} \times 24 = 20 \text{ نوسان}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

(عبدالرضا امینی نسب)

۱۶۲- گزینه «۴»

مدت زمانی که طول می‌کشد تا نقطه M از ریسمان به نقطه N برسد، برابر با $\frac{T}{4}$ است.

$$\frac{T}{4} = 0.01 \Rightarrow T = 0.04 \text{ s}$$

$$\frac{\Delta \lambda}{4} = 40 \Rightarrow \lambda = 32 \text{ cm} = 0.32 \text{ m}$$

بنابراین تندی انتشار موج در ریسمان برابر است با:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.32}{0.04} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

از طرفی تندی انتشار موج در ریسمان از رابطه $v = \sqrt{\frac{F.L}{m}}$ به دست می‌آید. بنابراین داریم:

$$v = \sqrt{\frac{F.L}{m}} \quad L = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m} \rightarrow \lambda = \sqrt{\frac{64 \times 10^{-2}}{m}}$$

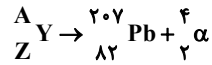
$$\Rightarrow m = 10^{-2} \text{ kg} = 10 \text{ g}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

(زهره آقاممیری)

۱۶۶- گزینه «۴»

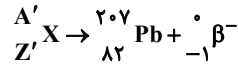
در واپاشی اول که مربوط به واپاشی α است، داریم:



با توجه به واپاشی داریم: $A = 211, Z = 84$

بنابراین تعداد نوترون‌های هسته مادر برابر است با: $A - Z = 127$

در واپاشی دوم که مربوط به واپاشی β^- است، داریم:



در نتیجه داریم: $A' = 207, Z' = 81$

بنابراین تعداد نوترون‌های هسته مادر برابر است با: $A' - Z' = 126$

پس اختلاف تعداد نوترون‌های هسته مادر در این دو فرایند برابر با یک است.

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۵)

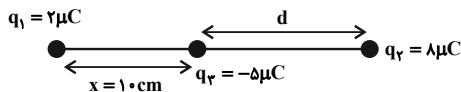
(زهره آقاممیری)

۱۷۰- گزینه «۴»

چون بارهای q_1 و q_2 هم‌نامند، پس نقطه‌ای که بار q_3 در آن به حال

تبادل قرار دارد، بین دو بار و نزدیک به بار با اندازه کوچکتر (q_1)

است. داریم:



$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{x^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{d^2} \Rightarrow \frac{2}{100} = \frac{8}{d^2}$$

$$\Rightarrow d^2 = 400 \Rightarrow d = 20 \text{ cm}$$

اکنون نیروی خالص وارد بر بار q_3 را محاسبه می‌کنیم. چون یکای q ها

برحسب میکروکولن و فاصله‌ها برحسب سانتی‌متر است، رابطه قانون کولن را

به صورت زیر می‌نویسیم:

$$F = k \frac{|q_1||q_3|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F_{13} = 90 \times \frac{2 \times 8}{900} = 1/6 \text{ N} \Rightarrow \vec{F}_{13} = 1/6 \vec{i} \\ F_{23} = 90 \times \frac{5 \times 8}{400} = 9 \text{ N} \Rightarrow \vec{F}_{23} = -9 \vec{i} \end{cases}$$

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 1/6 \vec{i} + (-9 \vec{i}) \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = -7/6 \vec{i}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن، صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

(بابک اسلامی)

۱۶۵- گزینه «۲»

پهنای نوارهای تاریک و روشن در آزمایش ینگ متناسب با طول‌موج نور به کار رفته در آزمایش است. بنابراین داریم:

$$W \propto \lambda \Rightarrow \frac{W_G}{W_R} = \frac{\lambda_G}{\lambda_R} = \frac{525}{700} \Rightarrow \frac{W_G}{W_R} = \frac{3}{4}$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج، صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

(بابک اسلامی)

۱۶۶- گزینه «۲»

در یک تار مرتعش با دو انتهای ثابت که در آن امواج ایستاده تشکیل شده

است، طول‌موج‌های تشدید از رابطه $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ به دست می‌آید. بنابراین

$$\frac{\lambda_4}{\lambda_7} = \frac{7}{4}$$

داریم:

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

(عبدالرضا امینی نسب)

۱۶۷- گزینه «۳»

با استفاده از رابطه اثر فوتوالکتریک، ابتدا انرژی جنبشی بیشینه فوتوالکترون‌ها را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$K_{\text{max}} = hf - W_0 = h \frac{c}{\lambda} - h \frac{c}{\lambda_0} = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

$$\Rightarrow K_{\text{max}} = 4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8 \times \left(\frac{1}{2 \times 10^{-7}} - \frac{1}{3 \times 10^{-7}} \right)$$

$$\Rightarrow K_{\text{max}} = 12 \times \frac{1}{6} = 2 \text{ eV}$$

اکنون K_{max} را برحسب ژول به دست می‌آوریم و در

$$\text{رابطه } K_{\text{max}} = \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 \text{ جای گذاری می‌کنیم:}$$

$$K_{\text{max}} = 2 \text{ eV} = 2 \times 10^{-19} \text{ J} = 3/2 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$K_{\text{max}} = \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 \Rightarrow 3/2 \times 10^{-19} = \frac{1}{2} \times 10^{-30} \times v_{\text{max}}^2$$

$$\Rightarrow v_{\text{max}}^2 = 64 \times 10^{10} \Rightarrow v_{\text{max}} = 8 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

(مرتضی رحمان‌زاده)

۱۶۸- گزینه «۴»

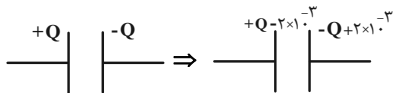
سه رشته پاشن ($n' = 3$)، براکت ($n' = 4$) و فوند ($n' = 5$) در ناحیه فرسوخ قرار دارند. کوتاه‌ترین طول‌موج مربوط به گذار از تراز $n = \infty$ به تراز $n' = 3$ است.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\text{min}} = 900 \text{ nm}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۴)

خازن $2mC$ کاهش می‌یابد و بنابراین انرژی ذخیره شده در خازن کاهش خواهد یافت.



با استفاده از رابطه انرژی ذخیره شده در خازن می‌توان نوشت:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2C} (Q_2^2 - Q_1^2)$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2C} (Q_2 - Q_1)(Q_2 + Q_1) \xrightarrow{U_2 - U_1 = -1J} \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2 + Q_1} = -1$$

$$\Rightarrow -1 = \frac{1}{2 \times 4 \times 10^{-6}} \times (-2 \times 10^{-3})(Q_1 - 2 \times 10^{-3} + Q_1)$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{-3} = 2Q_1 - 2 \times 10^{-3} \Rightarrow Q_1 = 2 \times 10^{-3} C = 2mC$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۷۴ - گزینه «۳» (هسین مشرومی)

ابتدا نسبت سطح مقطع دو سیم را به دست می‌آوریم:

$$A = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{A_B}{A_A} = \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2 = \left(\frac{1}{2} D_B\right)^2 = \frac{1}{4} D_B^2$$

حال با توجه به رابطه مقاومت یک رسانا با ویژگی‌های فیزیکی آن می‌توان نوشت:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B}$$

$$\Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{1} \times \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{1}{4}$$

در نهایت با استفاده از قانون اهم می‌توان نوشت:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{R_B}{R_A} \xrightarrow{V_A = V_B} \frac{I_A}{I_B} = 1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

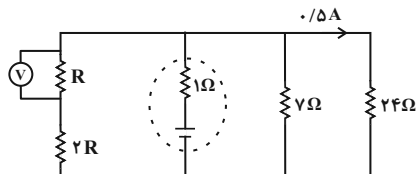
(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۱۷۵ - گزینه «۱» (بینا فورشیر)

در مدار داده شده ۴ شاخه موازی داریم که ولتاژ دو سر آن‌ها با هم یکسان و

$$V = RI \Rightarrow V = 24 \times 0.5 = 12V$$

برابر است با:



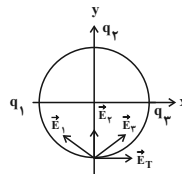
بنابراین عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، برابر است با:

$$V = \frac{12}{2R + R} \times R = \frac{12}{3} = 4V$$

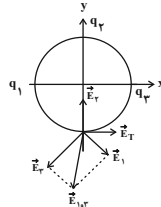
(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

(بینا فورشیر)

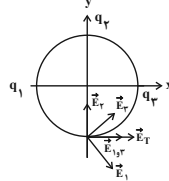
۱۷۱ - گزینه «۴»



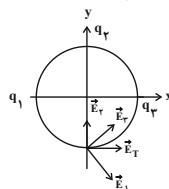
(۱) امکان پذیر نیست.



(۲) امکان پذیر نیست.



(۳) امکان پذیر نیست.



(۴) گزینه صحیح

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۱۰ تا ۲۱)

(مهم‌علی راست‌پیمان)

۱۷۲ - گزینه «۲»

چون پتانسیل الکتریکی نقاط میدان کاهش یافته است، بنابراین در جهت خط‌های میدان الکتریکی حرکت کرده‌ایم. از طرفی چون حرکت ذره کندشونده است، نیروی الکتریکی در خلاف جهت حرکت ذره به آن وارد شده است و در نتیجه بار ذره منفی خواهد بود. چون اتلاف انرژی نداریم، با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، داریم:

$$\Delta U = -\Delta K \Rightarrow q\Delta V = K_1 - K_2$$

$$\Rightarrow q\Delta V = \frac{1}{2} m (v_1^2 - v_2^2)$$

$$\Rightarrow -5 \times 10^{-6} \times ((V - 90) - V) = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-6} (v_2^2 - 0)$$

$$\Rightarrow v_2 = 15 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

(علیرضا کونه)

۱۷۳ - گزینه «۲»

هنگامی که $2mC$ بار الکتریکی را از صفحه مثبت یک خازن باردار جدا کرده و به صفحه منفی آن منتقل می‌کنیم، اندازه بار الکتریکی ذخیره شده در

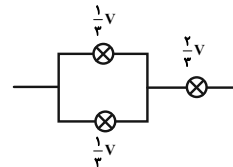
۱۷۶- گزینه «۱»

(شارمان ویسی)

چون لامپ L_1 مستقیم به مولد متصل شده است، ولتاژ دو سر آن V و توان مصرفی آن $P_1 = \frac{V^2}{R}$ است.

اما لامپ‌های L_2 و L_3 موازی به هم وصل هستند. پس مقاومت معادل آن‌ها نصف می‌شود ($\frac{R}{2}$) و چون با لامپ L_4 با مقاومت R متوالی هستند، پس

ولتاژ مولد به صورت $\frac{2V}{3}$ و $\frac{V}{3}$ بین آن‌ها تقسیم می‌شود.



$$P_2 = \frac{V_2^2}{R} = \frac{V^2}{9R}$$

$$P_3 = P_2$$

$$P_4 = \frac{V_4^2}{R} = \frac{4V^2}{9R}$$

بنابراین:

$$P_{\text{کل}} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$$

$$P_{\text{کل}} = \frac{V^2}{R} + \frac{V^2}{9R} + \frac{V^2}{9R} + \frac{4V^2}{9R} = \frac{15V^2}{9R} = 270W$$

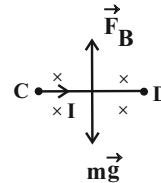
$$\Rightarrow \frac{V^2}{R} = 162W \Rightarrow P = 162W$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۷۷)

۱۷۷- گزینه «۳»

(عبدالرشا امینی نسب)

برای آن که بر فنرها نیرویی وارد نشود باید نیروی مغناطیسی و نیروی وزن با هم برابر شوند. می‌دانیم نیروی وزن به سمت پایین است، بنابراین نیروی مغناطیسی باید به سمت بالا باشد و طبق قاعده دست راست، جریان سیم باید از C به D باشد و در نتیجه باتری B باید در مدار قرار گیرد.



$$F_B = mg \Rightarrow I \ell B \sin \theta = mg \Rightarrow I = \frac{mg}{\ell B \sin \theta}$$

$$\Rightarrow I = \frac{80 \times 10^{-3} \times 10}{1/6 \times 0/4 \times 1} = 1/25 A$$

برای محاسبه ولتاژ باتری داریم:

$$\Delta V = RI = 0/4 \times 1/25 = 0/5 V$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

۱۷۸- گزینه «۴»

(سعیر طاهری پروپتی)

چون سطح حلقه‌ها بر هم عمود است، میدان مغناطیسی خالص در مرکز آن‌ها از برابند دو میدان مغناطیسی عمود بر هم به دست می‌آید. ابتدا اندازه میدان مغناطیسی حلقه کوچکتر را حساب می‌کنیم:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2R_1} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 5}{2 \times 4 \times 10^{-2}} = 7/5 \times 10^{-5} T = 0/75 G$$

حال با استفاده از رابطه فیثاغورث، اندازه میدان حلقه بزرگتر را می‌یابیم:

$$B_T = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \Rightarrow 1/95 = \sqrt{(0/75)^2 + B_2^2}$$

$$\Rightarrow B_2 = 1/8 G = 18 \times 10^{-5} T$$

بنابراین برای جریان عبوری از حلقه بزرگتر می‌توان نوشت:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2R_2} \Rightarrow 18 \times 10^{-5} = \frac{12 \times 10^{-7} \times I_2}{2 \times 5 \times 10^{-2}} \Rightarrow I_2 = 15 A$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

۱۷۹- گزینه «۲»

(مصطفی واثقی)

معادله $B-t$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$B - 0 = \frac{0/8 - 0}{0 - 0/4} \times (t - 0/4) \Rightarrow B = -2t + 0/8$$

اندازه میدان را در لحظه‌های $t_1 = 0/1s$ و $t_2 = 0/3s$ به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{t_1=0/1s} B_1 = -2 \times (0/1) + 0/8 = 0/6 T$$

$$\xrightarrow{t_2=0/3s} B_2 = -2 \times (0/3) + 0/8 = 0/2 T$$

رابطه بار القایی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta q = \frac{N |\Delta \Phi|}{R} = \frac{NA \cos \theta |\Delta B|}{R}$$

$$\Rightarrow \Delta q = \frac{1 \times 20 \times 10^{-4} \times 1 \times |(0/2 - 0/6)|}{10} = 8 \times 10^{-5} C = 80 \mu C$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۱۸۰- گزینه «۱»

(بهنا رستمی)

با استفاده از قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$\varepsilon = B \ell v \Rightarrow \varepsilon \propto L \Rightarrow \frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_{\min}} = \frac{L_{\max}}{L_{\min}} = \frac{5}{2} = 2/5$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۱۸۱- گزینه ۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

هرگاه جسمی را درون مایعی فرو بریم، حجم مایع سرریز شده با حجم جسم موردنظر برابر است. حجم آب سرریز شده برابر است با:

$$\text{گلوله } V = \frac{m}{\rho} = \frac{40}{1} = 40 \text{ cm}^3 = V$$

اکنون جرم گلوله را پیدا می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} m &= \rho \cdot V \\ \rho &= 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 78 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow m = 78 \times 40 = 3120 \text{ g}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۱۸۲- گزینه ۱»

(رامین شادلوئی)

جرم ظرف را m در نظر می‌گیریم و با توجه به شکل (الف)، آنرا به‌دست می‌آوریم.

$$F_1 = (M_A + m)g \Rightarrow 30 = (2 + m) \cdot 10 \Rightarrow m = 1 \text{ kg}$$

$$M_B = \rho_B Ah = 2000 \times (20 \times 10^{-4}) (10^{-1}) = 0.4 \text{ kg}$$

در شکل (ب) عدد نیروسنج شامل وزن ظرف و وزن دو مایع A و B است.

$$F_2 = (M_A + M_B + m)g \Rightarrow F_2 = (2 + 0.4 + 1) \cdot 10 = 34 \text{ N}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۱۸۳- گزینه ۲»

(زهرا آقاممیری)

با توجه به برابری فشار در نقاط هم تراز یک مایع ساکن داریم:

$$P_{\text{از ک}} + P_{\text{Hg}} = P_{\text{مایع}} + P_0 \Rightarrow P_{\text{از ک}} - P_0 = P_{\text{مایع}} - P_{\text{Hg}}$$

$$\Rightarrow 5 \text{ cmHg} = P_{\text{مایع}} - 3 \text{ cmHg} \Rightarrow P_{\text{مایع}} = 8 \text{ cmHg}$$

$$\Rightarrow P_{\text{مایع}} = \frac{(\rho h)_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}} \Rightarrow (\rho h)_{\text{مایع}} = 8 \times 13 / 5 = 108 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$$

$$m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} V_{\text{مایع}} = (\rho h)_{\text{مایع}} A = 108 \times 2 / 5 = 270 \text{ g}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۸۴- گزینه ۱»

(مصطفی کیانی)

می‌دانیم وقتی چگالی جسمی بیشتر از چگالی آب باشد، در آب فرو می‌رود و

نه‌نشین می‌شود، در حالی که اگر چگالی جسم کمتر از چگالی آب باشد،

روی آب شناور می‌ماند. هم‌چنین در حالتی که چگالی جسم و آب یکسان باشد، جسم در آب به‌صورت غوطه‌ور درمی‌آید. بنابراین، اگر به شکل سؤال دقت کنیم برای هر یک از شکل‌ها می‌توان گفت:

جسم (۱): چون $F_b = W$ است (طول بردارهای آن‌ها برابرند)، این جسم در آب غوطه‌ور است، لذا چگالی جسم برابر چگالی آب است.

جسم (۲): چون $F_b > W$ است (طول بردار F_b بزرگ‌تر از طول بردار W است)، جسم به‌طرف بالا و به‌طرف سطح آب حرکت می‌کند. بنابراین، چگالی جسم کوچک‌تر از چگالی آب است.

جسم (۳): چون $F_b < W$ است (طول بردار F_b کوچک‌تر از طول بردار W است)، جسم در آب به‌طرف پایین حرکت می‌کند و ته‌نشین می‌شود. بنابراین چگالی جسم بزرگ‌تر از چگالی آب است.

جسم (۴): چون جسم در سطح آب شناور است، چگالی جسم کوچک‌تر از چگالی آب است.

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۱۸۵- گزینه ۳»

(مصطفی کیانی)

بر جسم دو نیروی پالایر \vec{F} و نیروی وزن $m\vec{g}$ وارد می‌شود. طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، چون تندی ثابت است، $(v_1 = v_2)$ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$W_t = W_F + W_{mg} \xrightarrow{W_t=0} 0 = W_F - mg\Delta h$$

$$\Rightarrow W_F = mg\Delta h$$

$$P_{\text{av(خروجی)}} = \frac{W_{\text{خروجی}}}{t} \text{ با توجه به این که توان خروجی متوسط برابر } \frac{W}{t}$$

است، می‌توان نوشت:

$$P_{\text{av(خروجی)}} = \frac{W_{\text{خروجی}}}{t} = \frac{mg\Delta h}{t} \xrightarrow{m=500 \text{ kg}, t=25 \text{ s}, \Delta h=10 \text{ m}}$$

$$P_{\text{av(خروجی)}} = \frac{500 \times 10 \times 10}{25} = 2000 \text{ W}$$

با داشتن توان متوسط خروجی و بازده، توان مصرفی را به‌صورت زیر می‌یابیم:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{مصرفی}}} \xrightarrow{Ra=80} \frac{80}{100} = \frac{2000}{P_{\text{مصرفی}}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{مصرفی}} = 2500 \text{ W} = 2.5 \text{ kW}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴ و ۷۳ تا ۷۶)

۱۸۶ - گزینه ۲»

(مهمر علی راست پیمان)

اختلاف انبساط حجمی ظرف و گلیسرین باید برابر با $4 / \gamma \text{cm}^3$ باشد.

$$\begin{aligned} \Delta V_{\text{ظرف}} - \Delta V_{\text{گلیسرین}} &= 4 / \gamma \\ \Rightarrow \beta V_1 \Delta \theta - \alpha V_2 \Delta \theta &= 4 / \gamma \Rightarrow (\beta - \alpha) V_1 \Delta \theta = 4 / \gamma \\ \Rightarrow (5 \times 10^{-4} - 3 \times 10^{-5}) \times 200 \Delta \theta &= 4 / \gamma \\ \Rightarrow 4 / \gamma \times 10^{-4} \times 200 \Delta \theta &= 4 / \gamma \Rightarrow \Delta \theta = 5^\circ \text{C} \end{aligned}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۴)

۱۸۷ - گزینه ۱»

(شارمان ویسی)

دمای اولیه آب بر حسب درجه سلسیوس برابر است با:

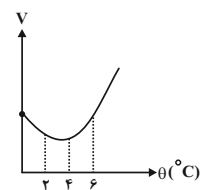
$$T_1 = \theta_1 + 273 \Rightarrow 275 = \theta_1 + 273 \Rightarrow \theta_1 = 2^\circ \text{C}$$

افزایش دمای آب بعد از گرفتن گرما برابر است با:

$$\begin{aligned} Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 1680 = 0 / 1 \times 4200 \times \Delta\theta \\ \Rightarrow \Delta\theta = 4^\circ \text{C} \xrightarrow{\theta_1 = 2^\circ \text{C}} \theta_2 = 6^\circ \text{C} \end{aligned}$$

با توجه به نمودار انبساط غیرعادی آب، از 2°C تا 4°C ، حجم کاهش

می‌یابد و از 4°C تا 6°C حجم افزایش می‌یابد.



(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۸۳ و ۹۵ تا ۹۹)

۱۸۸ - گزینه ۳»

(مسعود قره‌قانی)

ابتدا باید 41°F را به درجه سلسیوس تبدیل کنیم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 41 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \frac{9}{5}\theta = 41 - 32 \Rightarrow \theta = 5^\circ \text{C}$$

حال طرح‌واره گرماهای رد و بدل شده را می‌کشیم:

$$\boxed{5^\circ \text{C آب}} \leftarrow \boxed{56^\circ \text{C آب}} \rightarrow \boxed{5^\circ \text{C آب}} \rightarrow \boxed{0^\circ \text{C یخ}}$$

$$Q_3 = m_3 L_F \quad Q_2 = m_2 c \Delta \theta_2 \quad Q_1 = m_1 c \Delta \theta_1$$

$$\begin{aligned} |Q_1| = |Q_2| + |Q_3| \Rightarrow m_1 c |\Delta \theta_1| &= m_2 c |\Delta \theta_2| + m_3 L_F \\ \Rightarrow m_2 &= \frac{m_1 c |\Delta \theta_1|}{c |\Delta \theta_2| + L_F} = \frac{2 \times 4200 \times 51}{(4200 \times 5) + (80 \times 4200)} \end{aligned}$$

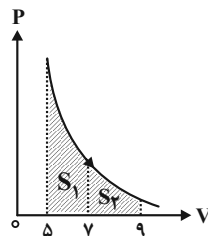
$$\Rightarrow m_2 = 1 / 2 \text{kg} = 1200 \text{g}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۸۵ و ۹۶ تا ۱۰۶)

۱۸۹ - گزینه ۳»

(مسعود قره‌قانی)

با توجه به شکل نمودار P-V فرایند انبساطی بی‌دررو، می‌توان نوشت:



$$S_1 > S_2 \Rightarrow |W_1| > |W_2|$$

همچنین در فرایند بی‌دررو $Q = 0$ است، پس:

$$\Delta U = Q + W$$

$$\xrightarrow{Q=0} \Delta U = W \Rightarrow |\Delta U| = |W|$$

$$\xrightarrow{|W_1| > |W_2|} |\Delta U_1| > |\Delta U_2|$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۱۹ و ۱۳۷ تا ۱۳۹)

۱۹۰ - گزینه ۴»

(بابک اسلامی)

طبق متن کتاب درسی، هر چهار عبارت داده شده صحیح هستند.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۰، ۱۴۶ و ۱۴۷)

شیمی

۱۹۱- گزینه «۱»

(امیرمسین طبی)

ابتدا به کمک اطلاعاتی که در مورد تعداد اتم‌ها داده شده است، جرم اتمی میانگین عنصر A را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ atom} = \frac{\Delta \text{g AF}_p}{\Delta \text{g AF}_p} \times \frac{\text{f mol atom}}{\text{mol AF}_p}$$

$$\times \frac{6/0.2 \times 10^{23} \text{ atom}}{\text{mol atom}} = 1/20.4 \times 10^{25} \text{ atom}$$

$$\Rightarrow M = 10.4 / \text{yg. mol}^{-1} = \bar{M}_A + 3\bar{M}_F = \bar{M}_A + 3(19)$$

$$\Rightarrow \bar{M}_A = 47 / \text{yg. mol}^{-1}$$

سپس به محاسبه درصد فراوانی می‌پردازیم:

$${}^{46}\text{A} \quad {}^{48}\text{A} \quad {}^{49}\text{A} \Rightarrow \begin{cases} F_1 + F_2 + F_3 = 100 \\ F_1 + F_2 = F_3 + 20 \end{cases} \Rightarrow F_2 = 40$$

فراوانی‌های ایزوتوپ‌ها را به صورت $F_1 = 40$ ، $F_2 = 60 - x$ و $F_3 = x$ در نظر می‌گیریم.

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2 + M_3 F_3}{F_1 + F_2 + F_3}$$

$$\Rightarrow 47 / \text{yg} = \frac{46x + (48 \times 60) + 49(60 - x)}{100}$$

$$\Rightarrow x = 30 \Rightarrow F_1 = 30\%, F_2 = 40\%, F_3 = 30\%$$

$$\frac{{}^{49}\text{A فراوانی}}{{}^{46}\text{A فراوانی}} = \frac{30}{40} = 1$$

(شیمی ۱- کیوان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های ۶، ۱۳ تا ۱۹)

۱۹۲- گزینه «۲»

(امیرمسین طبی)

موارد «الف» و «ب» نادرست هستند.

بررسی همه موارد:

الف) نادرست، در نماد ذرات زیر اتمی، بار نسبی در پایین و جرم نسبی در بالا نوشته می‌شود.

ب) درست، مطابق متن کتاب درسی

پ) نادرست، رنگ پرتوی حاصل از انتقال الکترون از $n = 5$ به $n = 2$ در CuSO_4 طیف نشری خطی اتم هیدروژن، نیلی و رنگ پرتوی شعله CuSO_4 سبزرنگ است. انحراف نور پس از عبور از منشور برای رنگ نیلی بیشتر از سبزی می‌باشد.

ت) درست،

$${}^{32}\text{A}^{2-} \begin{cases} n+p=32 \Rightarrow n+e-2=32 \Rightarrow n+e=34 \\ e=p+2 \xrightarrow{\text{(I)}} n=18, e=16, p=14 \\ n-e=2 \text{ (I)} \\ e-n=2 \text{ (II)} \xrightarrow{\text{(II)}} n=16, e=18, p=16 \end{cases}$$

$$\Rightarrow {}^{32}\text{S}^{2-} \Rightarrow e+p=34 \text{ قق}$$

ت) درست، ایزوتوبی از اورانیوم که به عنوان سوخت در راکتور اتمی استفاده می‌شود، ${}^{235}_{92}\text{U}$ است.

درصد فراوانی ایزوتوپ‌های طبیعی منیزیم به صورت ${}^{25}\text{Mg} > {}^{26}\text{Mg} > {}^{24}\text{Mg}$ است.

$$\Rightarrow 235 = (9 \times 26) + 1$$

(شیمی ۱، کیوان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های ۸، ۱۱، ۱۳ تا ۱۵، ۲۰، ۲۲، ۲۵ و ۲۷)

۱۹۳- گزینه «۱»

(عمید زنی)

کلر دارای دو ایزوتوپ طبیعی ${}^{35}\text{Cl}$ و ${}^{37}\text{Cl}$ می‌باشد.

باید توجه داشت که در آنیون‌ها، وقتی اختلاف تعداد n و e بیان می‌شود، دو حالت وجود دارد:

حالت اول:

$$n+p=31 \quad \text{(I)}$$

$$n-e=2 \Rightarrow e=n-2$$

$$p=e-3 \quad p=n-2-3 \Rightarrow n-p=5 \quad \text{(II)}$$

$$\text{(I), (II)} \begin{cases} n+p=31 \\ n-p=5 \end{cases}$$

$$2n=36 \Rightarrow n=18 \Rightarrow 18-p=5 \Rightarrow p=13$$

عدد اتمی ۱۳ مربوط به فلز ${}^{13}\text{Al}$ است که نمی‌تواند الکترون بگیرد و آنیون تشکیل بدهد، پس این حالت قابل قبول نیست.

حالت دوم:

$$n+p=31 \quad \text{(I)}$$

$$p=e-3$$

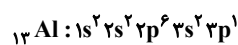
$$e-n=2 \Rightarrow e=n+2 \Rightarrow p=n+2-3 \Rightarrow n-p=1 \quad \text{(II)}$$

$$\text{(I), (II)} \begin{cases} n+p=31 \\ n-p=1 \end{cases}$$

$$2n=32 \Rightarrow n=16 \Rightarrow 16-p=1 \Rightarrow p=15$$

پس عنصر مورد نظر ${}^{15}\text{P}$ است که با گرفتن ۳ الکترون یون پایدار P^{3-} تشکیل می‌دهد.

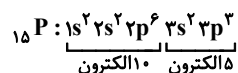
بررسی عبارت‌ها: عبارت‌های (الف) و (ب) در صورتی درست هستند که جواب ${}^{13}\text{Al}$ باشد:



$$10 = [(3+0) \times 2] + [(3+1) \times 1] = \text{مجموع } (n+1) \text{ الکترون‌های ظرفیتی}$$

همچنین Al_2O_3 اکسید چسبنده و متراکم است.

عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند:



فسفر و نیتروژن در گروه ۱۵ جدول تناوبی قرار دارند.

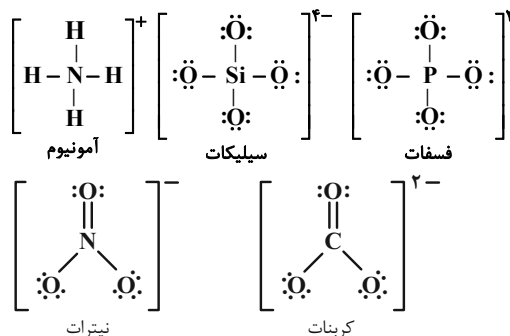
(شیمی ۱- کیوان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های ۱۵، ۲۷ تا ۲۹، ۳۴، ۴۹)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه ۶۱)

۱۹۴- گزینه «۴»

(امیرمسین طبی)

ساختار لوویس ترکیبات موجود در گزینه «۴»:



بررسی گزینه‌های نادرست:

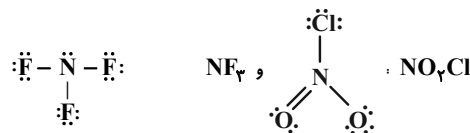
گزینه «۱»: کربن مونوکسید: $\text{C} \equiv \text{O}$: و دی‌نیتروژن مونوکسید: $\text{O}=\text{N} \equiv \text{N}$:

گزینه «۲»: در $[\text{X}=\text{C}=\text{X}]^-$,

$$\text{SCX}^- \Rightarrow 6 + 4 + X + 1 = 11 + X = 16 \Rightarrow X = 5$$

پس عنصر X متعلق به گروه ۱۵ جدول دوره‌ای می‌باشد.

گزینه «۳»:



(شیمی ۱ - ترکیبی: صفحه‌های ۵۵، ۵۶، ۹۱ و ۹۲)

۱۹۵- گزینه «۴»

(ممد زینی)

اکسیژن دارای دو دگر شکل O_p و O_p است.

بررسی موارد:

جمله اول نادرست است. چون جرم مولی O_p از O_p کوچک‌تر است، پس در شرایط یکسان و در جرم‌های برابر، مول O_p بیشتر بوده و حجم بیشتری اشغال می‌کند.

جمله دوم نادرست است. در دمای 0°C و فشار 1 atm (شرایط استاندارد)، حجم مولی گازها برابر 22.4 لیتر است نه هر دما و فشار یکسانی!!!

جمله سوم درست است. چون جرم مولی O_p (دگرشکل واکنش‌پذیرتر) بیشتر است، پس در شرایط یکسان، O_p چگالی بیشتری نسبت به O_p خواهد داشت.

$$\rho_{\text{گاز}} = \frac{M_{\text{مولی}}}{V_{\text{مولی}}} \Rightarrow \rho_{\text{O}_p} = \frac{48}{V_{\text{مولی}}}, \rho_{\text{O}_p} = \frac{32}{V_{\text{مولی}}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{O}_p} > \rho_{\text{O}_p}$$

جمله چهارم نادرست است. دگرشکل ناقطبی (O_p)، نقطه جوش پایین‌تری نسبت به O_p دارد و دیرتر مایع می‌شود.

(شیمی ۱ - ردهای گازها در زنگنه: صفحه‌های ۷۴ تا ۷۹)

۱۹۶- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

الف) نادرست، در حالت مایع در مولکول‌های آب، لغزش و جابه‌جایی وجود دارد.

ب) درست

پ) نادرست، حرکت مولکول‌های آب، در حالت بخار به شکل نامنظم است (نه منظم!)

ت) نادرست، ساختار یخ، مسطح نیست بلکه سه بعدی است.

(شیمی ۱ - آب، آهنگ زنگنه: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۱۹۷- گزینه «۴»

(ممد رضا پوریاوید)

مطابق شکل صفحه ۱۰۹ کتاب درسی چگالی هگزان از آب کمتر و بی‌رنگ است.

(شیمی ۱ - آب، آهنگ زنگنه: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

۱۹۸- گزینه «۳»

(ممد رضا پوریاوید)

مقدار مول پتاسیم برمید حاصل در طی این واکنش برابر است با:

$$? \text{ mol KBr} = 150 \text{ g محلول} \times \frac{92 \text{ g Mg Br}_2}{100 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol Mg Br}_2}{184 \text{ g Mg Br}_2}$$

$$\times \frac{6 \text{ mol KBr}}{3 \text{ mol Mg Br}_2} = 1 / \Delta \text{ mol KBr}$$

حجم محلول نهایی (با فرض عدم تغییر حجم محلول اولیه) نیز برابر است با:

$$150 \text{ g محلول} \times \frac{1 \text{ mL محلول}}{1.25 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}} = 0.12 \text{ L}$$

بنابراین غلظت محلول KBr به صورت زیر به دست می‌آید:

$$M = \frac{1 / \Delta \text{ mol KBr}}{0.12 \text{ L محلول}} = 12 / \Delta \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۱ - آب، آهنگ زنگنه: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۰)

۱۹۹- گزینه «۳»

(ممد زینی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: 360 گرم محلول سیرشده NaNO_3 ، حاوی 160 گرم حل شونده است:

حل‌شونده	محلول
۱۸۰g	۸۰g
۳۶۰g	۱۶۰g

در حالی که با توجه به اطلاعات سؤال جرم حل شونده برابر 180 گرم است ($180 = 360 - 180$)، پس این محلول فراسیرشده است.

گزینه‌های «۲» و «۳»: تأثیر دما بر انحلال‌پذیری Li_2SO_4 از بقیه کمتر است (انحلال آن گرماده است و هنگام حل شدن در آب، باعث افزایش دمای محلول می‌شود).

$$? \text{g CO}_2 = 168 \text{g MgCO}_3 \times \frac{1 \text{mol MgCO}_3}{84 \text{g MgCO}_3} \times \frac{R}{100}$$

$$\times \frac{1 \text{mol CO}_2}{1 \text{mol MgCO}_3} \times \frac{44 \text{g CO}_2}{1 \text{mol CO}_2} = 68 \text{g CO}_2$$

$$\Rightarrow R = 77.3$$

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۲۰۲- گزینه «۴» (یاسر راش)

اگر جرم کربن مصرفی در واکنش‌های (I) و (II) را به ترتیب x_1 و x_2 و شمار مول‌های FeO و Fe_2O_3 را به ترتیب y_1 و y_2 در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} \text{I) } \frac{y_1}{2} = \frac{x_1}{12} \\ \text{II) } \frac{y_2}{2} = \frac{x_2}{3 \times 12} \end{cases} \xrightarrow{y_1=2y_2} \begin{cases} y_2 = \frac{x_1}{24} \times \frac{0.75}{0.75} \\ y_2 = \frac{x_2}{18} \end{cases}$$

$$+ \rightarrow 2y_2 = \frac{0.75x_1 + x_2}{18} (*)$$

از طرفی با توجه به جرم قطعه سنگ معدن داریم:

$$72y_1 + 160y_2 = 224 \xrightarrow{y_1=2y_2} (288 + 160)y_2 = 224$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_2 = 0.5 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3 \\ y_1 = 1 \text{ mol FeO} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} 2(0.5) \times 18 = 0.75(x_1 + x_2) + 0.75x_2 \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 9 \text{gC} \\ x_1 = 12 \text{gC} \end{cases}$$

اکنون می‌توان رابطه بین بازده درصدی دو واکنش را بدست آورد:

$$\text{I) } \frac{12R_1}{1 \times 12} = \frac{? \text{gFe(I)}}{2 \times 56} \Rightarrow ? \text{gFe(I)} = 2 \times 56R_1$$

$$\text{II) } \frac{9R_2}{3 \times 12} = \frac{? \text{gFe(II)}}{4 \times 56} \Rightarrow ? \text{gFe(II)} = 56R_2$$

$$? \text{gFe(I)} + ? \text{gFe(II)} = 140 \rightarrow 56(2R_1 + R_2) = 140$$

$$\Rightarrow 2R_1 + R_2 = 2.5$$

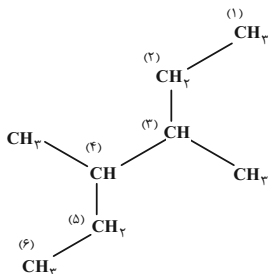
رابطه بدست آمده، تنها در گزینه «۴» برقرار است:

$$R_1 = 80\%, R_2 = 90\% \Rightarrow 2(0.8) + 0.9 = 2.5$$

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۲۰۳- گزینه «۴» (مهمدرضا پورجوهر)

ساختار گسترده و نام ترکیب‌های داده شده عبارتند از:

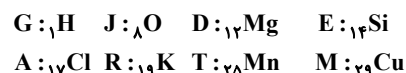


۴-۳- دی‌متیل‌هگزان

گزینه «۴»: ۱۴۲ گرم محلول سیرشده KNO_3 در دمای 30°C حاوی ۴۲ گرم حل شونده است در حالی که در دمای 10°C ، ۱۸ گرم حل شونده در آن باقی خواهد ماند، پس ۲۴ گرم از حل شونده رسوب خواهد کرد: $(42 - 18 = 24)$

(شیمی ۱- آب، آهنک زنگی، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۲۰۰- گزینه «۳» (امیرمسین طیبی)



بررسی همه موارد:

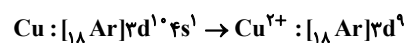
مورد اول: نادرست، گاز کلر در دمای اتاق به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد و ترکیب مولکولی HCl تولید می‌شود.

مورد دوم: درست، سنگین‌ترین عنصر شکننده گروه ۱۴، Ge و اولین نافلز در دوره سوم، P می‌باشد که مجموع عدد اتمی آن‌ها برابر با $47 = 32 + 15$ می‌باشد.

مورد سوم: درست، مطابق نمودار کتاب درسی، اختلاف شعاع اتمی عناصر P و Si از اختلاف شعاع اتمی عناصر Al و Si کمتر است.

مورد چهارم: نادرست، به طور کلی خصلت فلزی فلزات اصلی از فلزات واسطه بیشتر است؛ در نتیجه محلولی از منیزیم را می‌توان در ظرفی از جنس فلز Mn نگهداری کرده زیرا واکنش: $\text{Mn(s)} + \text{Mg}^{2+}(\text{aq}) \rightarrow$ انجام ناپذیر خواهد بود.

مورد پنجم: درست، تعداد الکترون‌های آخرین زیرلایه در کاتیون Cu^{2+} یکان عدد اتمی عنصر پتاسیم هر دو برابر با ۹ می‌باشد.



(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۷ تا ۹، ۱۲ تا ۱۴، ۲۰ و ۲۱)

۲۰۱- گزینه «۳» (امیرمسین طیبی)

ابتدا جرم منیزیم موجود در MgCO_3 را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{gMg} = 168 \text{g MgCO}_3 \times \frac{1 \text{mol MgCO}_3}{84 \text{g MgCO}_3} \times \frac{1 \text{mol Mg}}{1 \text{mol MgCO}_3}$$

$$\times \frac{24 \text{g Mg}}{1 \text{mol Mg}} = 48 \text{g Mg}$$

می‌دانیم در طی این واکنش قرار نیست هیچ اتم منیزیمی از ظرف خارج شود و فقط گاز است که خارج می‌شود.

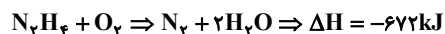
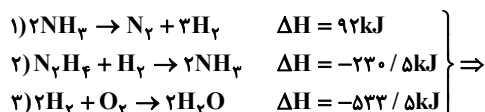
$$\text{جرم منیزیم} \times 100 = \frac{\text{جرم جامد باقی‌مانده}}{\text{جرم منیزیم}} \times 100$$

$$\Rightarrow 48 = \frac{48}{\text{جرم جامد باقی‌مانده}} \times 100 \Rightarrow \text{جرم جامد باقی‌مانده} = 100 \text{g}$$

جرم گاز خارج شده = جرم اولیه = جرم جامد باقی‌مانده

$$\Rightarrow 100 = 168 - \text{جرم گاز} \Rightarrow \text{جرم گاز} = 68 \text{g}$$

محاسبه ΔH واکنش سوختن هیدرازین با استفاده از قانون هس:

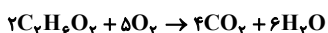


$$? \text{g N}_2\text{H}_4 = 168\text{kJ} \times \frac{32\text{g N}_2\text{H}_4}{672\text{kJ}} = 8\text{g N}_2\text{H}_4$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۲۰۶- گزینه «۲» (امیرمسین طیبی)

معادله موازنه شده واکنش سوختن اتیلن گلیکول:



مول اولیه: a b . .

تغییرات مول: -2x -5x +4x +6x

مول نهایی: a-2x b-5x 4x 6x

همانطور که از نمودار می‌توان نتیجه گرفت، پس از ۴۸ ثانیه اختلاف شمار مولهای CO_2 و H_2O تولیدی به ما داده شده است که طبق جدول تغییراتی که در بالا کشیده‌ایم؛ برابر با $6x - 4x = 2x$ خواهد بود. یعنی:

$$2x = 0 / 4\text{mol} \Rightarrow x = 0 / 2\text{mol}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{مول CO}_2 \text{ تولیدی} = 0 / \text{mol} \\ \text{مول H}_2\text{O} \text{ تولیدی} = 1 / 2\text{mol} \\ \text{مول O}_2 \text{ مصرفی} = 1\text{mol} \\ \text{مول C}_2\text{H}_6\text{O}_2 \text{ مصرفی} = 0 / 4\text{mol} \end{cases}$$

$$\overline{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\overline{R}_{\text{CO}_2}}{4} = \frac{\Delta n_{\text{CO}_2}}{4 \times \Delta t} = \frac{0 / \text{mol}}{4 \times 48\text{s} \times \frac{1\text{min}}{60\text{s}}}$$

$$= 0 / 25\text{mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

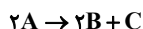
$$\overline{R}_{\text{O}_2} = \frac{\text{تغییرات حجم O}_2}{\Delta t} = \frac{1\text{mol} \times \frac{22.4\text{L}}{1\text{mol}} \times \frac{1\text{m}^3}{10^3\text{L}}}{48\text{s} \times \frac{1\text{min}}{60\text{s}} \times \frac{1\text{h}}{60\text{min}}}$$

$$= 1 / 68\text{m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)

۲۰۷- گزینه «۲» (روزبه رضوانی)

می‌دانیم که سرعت متوسط واکنش برابر سرعت متوسط تولید ماده C (ماده‌ای با ضریب ۱) است.

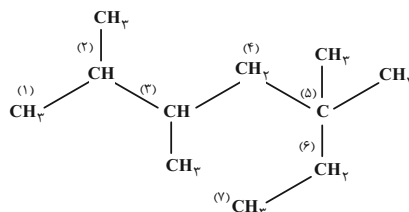


مول اولیه ۸ ۰ ۰

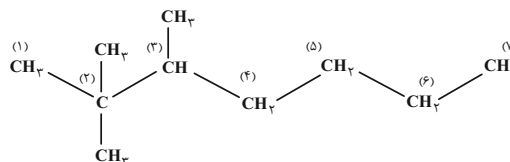
تغییر مول -2x +2x +x

مول نهایی ۸-2x 2x x

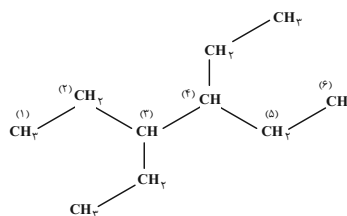
پس می‌توانیم تعداد مول تولیدی C (یعنی x) را حساب کنیم.



۲، ۳، ۵- تترا متیل هپتان



۲، ۳- تری متیل هپتان

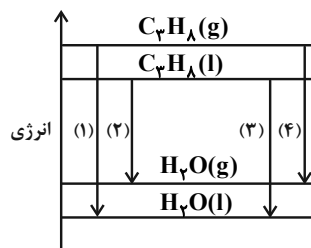


۳- دی اتیل هگزان

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۲۰۴- گزینه «۲» (منمدرضا پورجاوید)

واکنش‌های سوختن، گرماده هستند و با توجه به اختلاف سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها می‌توان میزان گرمای حاصل از واکنش در حالت‌های مختلف را بررسی کرد:

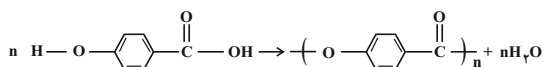


(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲)

۲۰۵- گزینه «۴» (روزبه رضوانی)

$$\text{بخ} \times 500\text{g} = 500\text{g} \times \frac{336\text{J}}{1\text{g}}$$

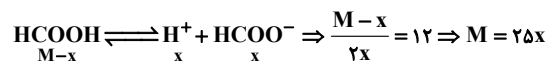
$$= 168000\text{J} = 168\text{kJ}$$



با توجه به واکنش نوشته شده، مشاهده می‌کنیم که مونومر سازنده این پلی‌استر دارای فرمول مولکولی $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_3$ است و به ازای تشکیل هر گروه عاملی استری، ۱ مولکول آب آزاد می‌کند و در هر واحد مونومر سازنده آن ۲۰ پیوند اشتراکی وجود دارد (نه ۱۹ تا !!!)

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

۲۱۰- گزینه «۲» (امیرمسین طیبی)



$$\rightarrow \% \alpha = \frac{x}{M} \times 100 = \frac{x}{25x} \times 100 = \% 4$$

$$K_a = M\alpha^2 \Rightarrow 1/6 \times 10^{-4} = M \times (4 \times 10^{-2})^2$$

$$\Rightarrow M = 0.1 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

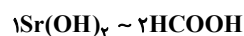
جرم فورمیک اسید موجود در محلول رقیق شده:

$$? \text{ g HCOOH} = 0.1 \frac{\text{mol HCOOH}}{\text{L محلول}} \times 2 \text{ L محلول}$$

$$\times \frac{46 \text{ g HCOOH}}{1 \text{ mol HCOOH}} = 9.2 \text{ g HCOOH}$$

$$\text{درصد جرمی فورمیک اسید} = \frac{9.2}{50} \times 100 = \% 18.4$$

واکنش موازنه شده:



$$[\text{H}^+] \times [\text{OH}^-] = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-1/2} = 10^{-2} \times 10^{3/2} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{Sr(OH)}_2 \text{ غلظت} = \frac{2 \times 10^{-2}}{2} = 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$? \text{ L Sr(OH)}_2 = 1 \text{ L HCOOH} \times \frac{0.1 \text{ mol HCOOH}}{1 \text{ L HCOOH}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Sr(OH)}_2}{2 \text{ mol HCOOH}} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1 \times 10^{-2} \text{ mol Sr(OH)}_2} = 5 \text{ L}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

۲۱۱- گزینه «۱» (مهمرضا پورهاویر)

ابتدا باید غلظت یون هیدروکسید در محلول اسیدی HA را به دست آوریم:

$$\text{pH} = 12/3 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}}$$

$$= 10^{-12/3} = 10^{-4} = 10^{-13+9} = 10^{-13} \times 10^{9} = 5 \times 10^{-13} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\bar{R} = \frac{\Delta n(c)}{V \cdot \Delta t}, \Delta n_C = x, V = 2 \text{ L}, \Delta t = 15 \text{ s} = \frac{1}{4} \text{ min}$$

$$1/6 = \frac{x}{3 \times \frac{1}{4}} \Rightarrow x = \frac{1/6 \times 3}{4} = 1/2 \text{ mol}$$

بنابراین مجموع مول گازها در ظرف $(8 - 2x + 2x + x = 8 + x)$ برابر ۹/۲ خواهد بود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)

۲۰۸- گزینه «۳» (امیرمسین طیبی)

بررسی همه موارد:

مورد اول: درست، مونومر سازنده نشاسته و سلولز، گلوکز $(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6)$ است.

$$\text{C درصد جرمی} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم کل}} \times 100 = \frac{6 \times 12}{180} \times 100 = \% 40$$

مورد دوم: درست، پلی‌اتن سبک برخلاف سنگین شاخه‌دار است.

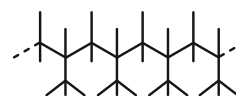
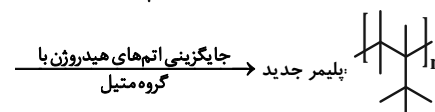
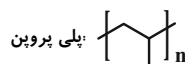
مورد سوم: درست، پلیمری که در تهیه نخ دندان کاربرد دارد، تفلون است.

$(\text{C}-\text{C})_n \sim 2n$ پیوند $(\text{C}_7\text{F}_7)_n$

$$? \text{ C-C پیوند} = 60 \text{ g} (\text{C}_7\text{F}_7)_n \times \frac{1 \text{ mol} (\text{C}_7\text{F}_7)_n}{100 \text{ g} (\text{C}_7\text{F}_7)_n}$$

$$\times \frac{2n \text{ mol C-C پیوند}}{1 \text{ mol} (\text{C}_7\text{F}_7)_n} = 7/224 \times 10^{23} \text{ C-C پیوند}$$

مورد چهارم: نادرست

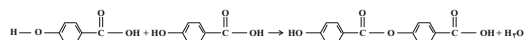


(شیمی ۲- پوشاک نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۷)

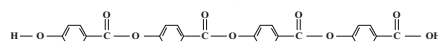
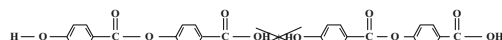
۲۰۹- گزینه «۴» (ممد زبلی)

مراحل تشکیل این رزین به صورت زیر است:

مرحله اول:



مرحله دوم:



و این زنجیر باز هم از دو طرف با مونومرهای جدید واکنش می‌دهد و زنجیرهای پلی‌استری با ساختار زیر تهیه می‌شود:

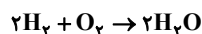
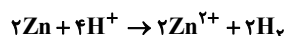
گزینه «۳»: این واکنش اصلاً اکسایش-کاهش نیست.



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

۲۱۴- گزینه «۲» (امیرمسین طیبی)

ابتدا واکنش‌ها را موازنه کرده و ضریب گاز هیدروژن که در سلول گالوانی تولید شده و در سلول سوختی مصرف می‌شود را در هر دو واکنش یکسان می‌کنیم.



$$? g H_2O = 52g Zn \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{65g Zn} \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{2 \text{ mol Zn}}$$

$$\times \frac{22.4 \text{ L } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 17.92 \text{ L } H_2O$$

چون جرم H_2 در هر دو واکنش یکسان است و به ازای هر دو مول H_2

در هر دو واکنش 4 mole^- مبادله می‌شود، در نتیجه شمار الکترون مبادله شده در هر دو واکنش یکسان است و نسبت آن‌ها برابر با یک است.

زیروند ضرب تغییر عدد اکسایش؛ شمار e^- مبادله شده

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶، ۵۰ تا ۵۲)

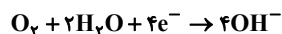
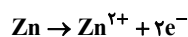
۲۱۵- گزینه «۴» (عمیر زینی)

۲۱۵- گزینه «۴»

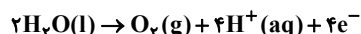
بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در سلول گالوانی، کاتیون‌ها به سمت کاتد (قطب مثبت) و آنیون‌ها به سمت آند (قطب منفی) حرکت می‌کنند.

گزینه «۲»: در گالوانیزه خراشیده شده، نیم‌واکنش‌های زیر رخ می‌دهد:



گزینه «۳»: در برقکافت آب نیم واکنش زیر در آند انجام می‌شود:



گزینه «۴»: در آبرکاری از نمک‌های نامحلول در آب مانند $AgCl$ نمی‌توان استفاده کرد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶، ۵۴، ۵۵، ۵۸، ۵۹ و ۶۰)

۲۱۶- گزینه «۳» (عمیر زینی)

با توجه به نمودار صفحه ۸۰ کتاب درسی، اختلاف پتانسیل فروپاشی شبکه یونی $NaCl$ و KCl به تقریب با این اختلاف در $NaBr$ و KBr برابر است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

$$\Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{5 \times 10^{-13}} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{[OH^-] \text{ محلول بازی}}{[OH^-] \text{ محلول اسیدی}} = 2 \times 10^6 \Rightarrow$$

$$[OH^-] \text{ محلول اسیدی} = \frac{2 \times 10^{-2}}{2 \times 10^6} = 10^{-8} \text{ mol.L}^{-1}$$

حال می‌توان گفت:

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \text{ : در محلول اسیدی HA}$$

$$\Rightarrow [H^+] = \frac{10^{-14}}{10^{-8}} = 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+] = M\alpha \Rightarrow 10^{-6} = M \times 0.2 \Rightarrow M = 5 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به غلظت محلول HA و حجم آن، در واکنش خنثی‌سازی خواهیم داشت:

$$60.0 \text{ mL HA} \times \frac{1 \text{ L HA}}{1000 \text{ mL HA}} \times \frac{5 \times 10^{-6} \text{ mol HA}}{1 \text{ L HA}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol HA}} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}}$$

$$\times \frac{1000 \text{ mg NaOH}}{1 \text{ g NaOH}} = 0.12 \text{ mg NaOH}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

۲۱۲- گزینه «۴» (یاسر راش)

pH اولیه محلول HCl(aq) برابر است با:

$$pH_1 = -\log[H^+] \xrightarrow{[H^+] = 10^{-2} M} pH_1 = 2$$

با در نظر گرفتن جدول زیر می‌توان گفت، از آنجایی که HCl با سرعت ثابتی در حال خنثی شدن است، پس تغییرات غلظت آن با زمان رابطه مستقیم دارد و در بازه‌های زمانی یکسان تغییرات غلظت HCl یکسان است.

pH	۲	۲/۳	۲/۷
$[H^+] \text{ mol.L}^{-1}$	۰/۰۱۰۰	۰/۰۰۵	۰/۰۰۲

در نتیجه نسبت زمان خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\Delta[H^+]_{pH=2/3}}{\Delta[H^+]_{pH=2/7}} = \frac{0.0100 - 0.005}{0.0100 - 0.002} = \frac{5}{8}$$

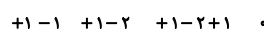
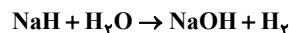
همان‌طور که مشاهده شد، با افزایش pH، اختلاف غلظت HCl کمتر می‌شود و pH با آهنگ تندتری از تغییرات غلظت، تغییر می‌کند. در نتیجه گزینه «۴» صحیح است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۱)

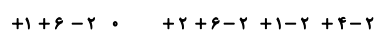
۲۱۳- گزینه «۴» (روزبه رضوانی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:



گزینه «۲»:



$$\text{غلظت تعادلی: } \frac{3/9 - 2(1/2)}{0.75\text{SO}_4} \quad \frac{2/2 - 1/2}{0.5\text{O}_2} \quad \frac{2(1/2)}{1/2\text{SO}_3}$$

$$\Rightarrow K = \frac{[\text{SO}_3]^2}{[\text{SO}_2]^2 [\text{O}_2]}$$

$$\Rightarrow K = \frac{(1/2)^2}{(0.75)^2 (0.5)} = 5/12 \text{ L.mol}^{-1}$$

(شیمی ۳- راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۲۱۹- گزینه «۱» (عمید زینی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: کاهش حجم در سامانه تعادلی باعث افزایش غلظت همه مواد می‌شود، ولی میزان این افزایش برای فرآورده‌ها بیشتر است (چون تعادل در

$$\text{این واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.} \quad \uparrow M_z; \uparrow n \quad \downarrow V$$

گزینه «۲»: اگر CaCO_3 نباشد، واکنش اصلاً انجام نمی‌شود.

گزینه «۳»: افزایش دما سرعت همه واکنش‌ها را افزایش می‌دهد.

گزینه «۴»: افزودن کاتالیزگر باعث افزایش سرعت واکنش می‌شود، ولی تعادل را جابه‌جا نمی‌کند.

(شیمی ۳- راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۲۲۰- گزینه «۱» (عمید زینی)

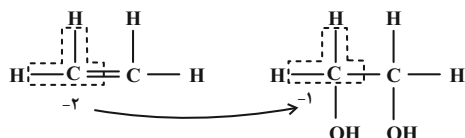
بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: از دیدگاه اتمی، هر واکنشی که همه فرآورده‌های آن قابل استفاده باشد، صرفه اقتصادی بیشتری دارد.

گزینه «۲»: ترفتالیک اسید در نفت خام وجود ندارد و از واکنش پارازایلن با محلول پتاسیم پرمگنات غلیظ تهیه می‌شود.

گزینه «۳»: PET همانند سایر پلیمرهای سنتزی ماندگاری زیادی دارد.

گزینه «۴»: در تبدیل اتن به اتیلن گلیکول، عدد اکسایش اتم‌های کربن افزایش می‌یابد.



(شیمی ۳- راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۹)

گزینه «۱»: با توجه به جدول صفحه ۷۹ کتاب درسی، چگالی بار $(\text{Na}^+)A^+$ از چگالی بار $(\text{Mg}^{2+})B^{2+}$ کوچک‌تر است.

$$\frac{\text{چگالی بار } \text{Na}^+}{\text{چگالی بار } \text{Mg}^{2+}} = \frac{0.98 \times 10^{-2}}{2.77 \times 10^{-2}} < 1$$

گزینه «۲»: یون‌های پایدار عناصر C (Al^{3+}) و D (O^{2-}) هم الکترون بوده و در میان گونه‌های هم الکترون، گونه دارای بار منفی‌تر، شعاع بیشتری از گونه دارای بار مثبت‌تر دارد. ($r_{\text{O}^{2-}} > r_{\text{Al}^{3+}}$)

گزینه «۴»: با توجه به نمودار صفحه ۸۰ کتاب درسی، انرژی شبکه بلور KCl (H یا F) کمتر از انرژی شبکه بلور NaBr (A یا G) است.

(شیمی ۳- شیمی بلوهای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۲۱۷- گزینه «۲» (عمید زینی)

با توجه به نمودار، A: جامد مولکولی، B: جامد کووالانسی، C: جامد فلزی و D: جامد یونی است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: مقایسه تنوع و شمار مواد به صورت مولکولی < یونی < کووالانسی است.

گزینه «۲»: B می‌تواند همان SiO_2 باشد ولی بایستی دقت کرد که برای جامدهای کووالانسی، واژه مولکول به کار برده نمی‌شود.

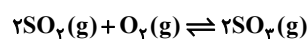
گزینه «۳»: فلزات در حالت جامد و مایع رسانای جریان برق هستند.

گزینه «۴»: نقطه ذوب جامدهای کووالانسی از جامدهای مولکولی بیشتر است.

(شیمی ۳- شیمی بلوهای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه ۸۸)

۲۱۸- گزینه «۴» (یاسر راش)

بر اساس واکنش تعادلی زیر می‌توان نوشت: (جرم مخلوط واکنش در مجموع ثابت است و تغییری نمی‌کند.)



$$\text{مول تعادلی} \quad 3/9 - 2x \quad 2/2 - x \quad 2x$$

$$\Rightarrow \text{SO}_3 : 60 = \frac{(2x) \times 80}{\frac{3}{9}(64) + \frac{2}{2}(32)} \times 100 \Rightarrow x = 1/2$$

اکنون می‌توان با استفاده از حجم ظرف واکنش، غلظت‌های تعادلی و در نتیجه مقدار ثابت تعادل را محاسبه کرد.

