

دوازدهم ریاضی

نام: 

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

محل امضاء:

دفتر چه شماره ۲

صبح جمعه

۱۴۰۱/۳/۲۰



آزمون جامع اول (۲۰ خرداد ۱۴۰۱)

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

تعداد سؤال: ۵۰

مدت پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۵۰	۱۰۱	۱۵۰	۸۰ دقیقه

تعداد سؤالها و زمان پاسخگویی به سؤالها مطابق بخشنامه سازمان سنجش برای کنکور ۱۴۰۱ است.

دفترچه سؤال



آزمون ۲۰ خرداد ماه ۱۴۰۱ دفترچه دوم اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلائی-امیر محمد باقری نصرآبادی-شاهین پروازی-عادل حسینی-حمید عزیزاده-میلاد منصوری
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-علی ایمانی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی-سوگند روشنی-بیتا سعیدی محمد صحت کار-احمد رضا فلاح-علی منصف شکری

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه و آمار و احتمال	ریاضیات گسسته
گزینشگر	کاظم اجلائی	امیر حسین ابومحبوب سوگند روشنی	امیر حسین ابومحبوب سوگند روشنی
گروه ویراستاری	علی مرشد علی سرآبادانی	عادل حسینی مجتبی تشیعی	عادل حسینی مجتبی تشیعی
	ویراستار استاد: مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



ریاضیات

۱۰۱- حاصل عبارت $\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2 - \sqrt{2}} - 1 + \sqrt{\sqrt{2}-1 - (\sqrt{2}-1)^2}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۴ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۲

۱۰۲- اگر در دنباله حسابی a_n ، روابط $a_8 + a_{18} = 12$ و $a_6^2 - a_1^2 = 24$ برقرار باشد، جمله اول این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۱۲ (۳) ۲ (۴) ۶

۱۰۳- چند عدد صحیح در مجموعه جواب‌های نامعادله $-4x \leq |x+5| < x^2 + 1$ قرار ندارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۰۴- α و β جواب‌های حقیقی معادله $x^2 + bx = 10$ هستند به طوری که $\alpha + \beta^2 = -1$ است. مقدار b کدام است؟

- (۱) -۵ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) ۵

۱۰۵- شیرهای A و B به ترتیب در ۸ و ۱۲ ساعت (به تنهایی) یک استخر را پر از آب می‌کنند و برای تخلیه کامل آن، کافی است که شیر C، به تنهایی ۱۰ ساعت کار کند. حال شیرهای A و B را به طور همزمان باز می‌کنیم تا استخر خالی را پر از آب کنیم. بعد از گذشت نیم‌ساعت متوجه می‌شویم که شیر C هم از ابتدا باز بوده است. باز بودن شیر C در این نیم‌ساعت، فرآیند پر کردن استخر را تقریباً چند دقیقه به تأخیر می‌اندازد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۱۵

۱۰۶- از تقاطع خط $y = x + 1$ با نمودار تابع $y = 5 - 2|x - 2|$ یک مثلث تشکیل می‌شود. مساحت این مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{8}{3}$ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) $\frac{16}{3}$

۱۰۷- اگر $x > 0$ و $f(x) = x - \frac{6}{x}$ و $g(x) = -\frac{1}{3}f^{-1}(-2x+6) + 4$ باشند، $g^{-1}(3)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{5}$

۱۰۸- ضابطه وارون تابع $f(x) = 2x + |x + 1|$ کدام است؟

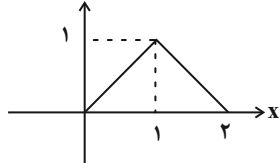
$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x-1; & x < -2 \\ \frac{x-1}{3}; & x \geq -2 \end{cases} \quad (1)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{2x - |x+2| + 1}{3} \quad (2)$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x+1; & x < -2 \\ \frac{x+1}{3}; & x \geq -2 \end{cases} \quad (4)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{2x - |x+2|}{3} \quad (3)$$

۱۰۹- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. اگر مجموعه جواب‌های نامعادله $f(2x) > f(1-x)$ بازه (a, b) باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۱۰- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\log_{(1-x)^2}(1+x^3)}$ بازه (a, b) است. حاصل $b - a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۱

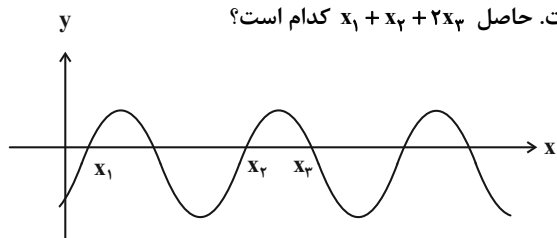
۱۱۱- اگر $\log_8 20 = a$ و $\log_8 9 = b$ باشد، مقدار $\log_8 75$ بر حسب a و b کدام است؟

(۱) $\frac{b+2a}{2b+a-1}$ (۲) $\frac{2b}{2b+a-1}$ (۳) $\frac{2b+4}{2b+a-1}$ (۴) $\frac{b}{b+a+1}$

۱۱۲- حاصل عبارت $\frac{4 \sin 114^\circ \tan 30^\circ + 1}{2 \cos \frac{7\pi}{4} \cot \frac{19\pi}{6} + 1}$ کدام است؟

(۱) $-1-\sqrt{6}$ (۲) $-1+\sqrt{6}$ (۳) $1-\sqrt{6}$ (۴) $1+\sqrt{6}$

۱۱۳- بخشی از نمودار تابع $y = 3 \sin 2x - 1$ در شکل زیر رسم شده است. حاصل $x_1 + x_2 + 2x_3$ کدام است؟



(۱) $\frac{3\pi}{2}$
(۲) 2π
(۳) 3π
(۴) 4π

۱۱۴- به ازای کدام مقدار a ، تابع $f(x) = \begin{cases} \cos^2 x & ; x < \frac{\pi}{2} \\ 1 - \sin x & ; x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$ در $x = \frac{\pi}{2}$ حد دارد؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) -1 (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 1

۱۱۵- فرض کنید $f(x) = \frac{ax+4}{2x^n+x-3}$ باشد. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ کدام نمی‌تواند باشد؟

(۱) -4 (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) صفر

۱۱۶- اگر $f(x) = x \left[x + \frac{1}{3} \right] - 1$ و $g(x) = x \left| x - \frac{1}{3} \right| + 1$ باشد، مشتق تابع fg در $x = -1$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) -1 (۳) 1 (۴) $\frac{1}{3}$

۱۱۷- اگر $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & ; x \geq 1 \\ a^2x - bx^2 & ; x < 1 \end{cases}$ در \mathbb{R} مشتق پذیر باشد و $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h)}{h} = -1$ ، مقدار a کدام است؟

(۱) 1 (۲) -1 (۳) 2 (۴) -2

۱۱۸- رأس‌های A و B از مستطیل $ABCD$ به ترتیب روی توابع $y = \sqrt{5-x}$ و $y = x$ و رأس‌های C و D نیز روی محور x قرار دارند. بیشترین مساحت این مستطیل کدام است؟

(۱) $\frac{25}{3}$ (۲) 3 (۳) $\frac{100}{27}$ (۴) 6

۱۱۹- عرض ماکزیمم نسبی نمودار تابع $f(x) = (1 - \sin x)^2 \sqrt{\sin^2 x}$ در بازه $(0, \pi)$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $\frac{1}{4\sqrt{2}}$ (۳) $\frac{9}{64}$ (۴) $\frac{9}{32\sqrt{2}}$

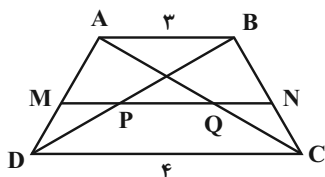
۱۲۰- کدام خط از تمام نقاط عطف نمودار تابع $f(x) = \frac{x^3}{x^2+3}$ می‌گذرد؟

(۱) $9x - 4y = 0$ (۲) $x - 4y = 0$ (۳) $x - 2y = 0$ (۴) $3x - 4y = 0$

۱۲۱- در مثلث ABC ، اگر $AB > AC$ و نقطه P وسط ضلع BC باشد، کدام رابطه همواره درست است؟

- (۱) $\widehat{BAP} < \widehat{PAC}$ (۲) $\widehat{BAP} > \widehat{PAC}$ (۳) $\widehat{BAP} = \widehat{PAC}$ (۴) هیچ کدام

۱۲۲- در شکل زیر $MN \parallel AB \parallel CD$ است. اگر $MP = PQ = QN$ باشد، طول پاره خط MN کدام است؟



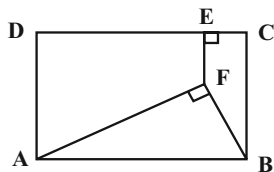
(۱) $3/5$

(۲) $3/6$

(۳) $3/8$

(۴) $3/9$

۱۲۳- در شکل زیر اگر $DE = 8$ و $EC = EF = 2$ باشد، مساحت مستطیل $ABCD$ کدام است؟



(۱) ۵۰

(۲) ۵۵

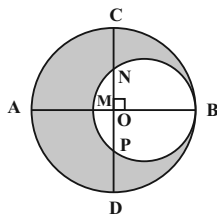
(۳) ۶۰

(۴) ۶۵

۱۲۴- دو خط d و d' در صفحه P و نقطه A خارج این صفحه مفروض اند. چند خط می توان رسم کرد که از نقطه A بگذرد و هر دو خط d و d' را قطع کند؟

- (۱) همواره یک خط (۲) حداقل یک خط (۳) حداکثر یک خط (۴) چنین خطی وجود ندارد

۱۲۵- در شکل زیر دو دایره در نقطه B بر هم مماس و دو قطر AB و CD از دایره بزرگ تر بر هم عمودند. اگر $AM = 8$ و $CN = 6$ باشد، مساحت ناحیه سایه زده کدام است؟



(۱) 54π

(۲) 56π

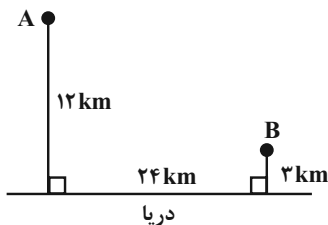
(۳) 64π

(۴) 66π

۱۲۶- در مثلث ABC به اضلاع $a = 7$ ، $b = 5$ و $c = 8$ ، دایره های محاطی داخلی و محاطی خارجی نظیر ضلع BC به ترتیب در نقاط H و K بر ضلع BC مماس اند. اگر خط المکزین این دو دایره، ضلع BC را در نقطه D قطع کرده باشد، اندازه پاره خط DH کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{13}$ (۲) $\frac{8}{11}$ (۳) $\frac{7}{11}$ (۴) $\frac{8}{13}$

۱۲۷- در شکل زیر می خواهیم جاده ای از شهر A به شهر B بسازیم به طوری که ۴ کیلومتر از آن در کنار ساحل دریا باشد. طول کوتاه ترین جاده ممکن چند کیلومتر است؟



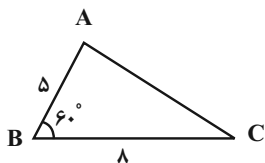
(۱) ۲۸

(۲) ۲۹

(۳) ۳۱

(۴) ۳۲

۱۲۸- در شکل مقابل طول ارتفاع وارد بر ضلع AC، چند برابر $\sqrt{3}$ است؟



(۱) $\frac{40}{7}$

(۲) $\frac{20}{7}$

(۳) $\frac{16}{5}$

(۴) $\frac{32}{5}$

۱۲۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشند، مجموع درایه‌های ماتریس $(B^{-1}AB)^2$ کدام است؟

(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) ۴

(۱) ۲

۱۳۰- اگر $2A = \begin{bmatrix} |A| & 2 \\ -2 & |A| \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $\frac{|A|}{|A|} + \frac{|A|}{|A|}$ کدام است؟

(۴) $\frac{17}{2}$

(۳) $\frac{15}{2}$

(۲) $\frac{13}{2}$

(۱) $\frac{11}{2}$

۱۳۱- دسته خطوط به معادلات $(m+1)x + (2-m)y = 6m$ قطرهای دایره C هستند. اگر این دایره از نقطه $A(1,2)$ عبور کند،

وضعیت این دایره نسبت به دایره $C': x^2 + y^2 = 4$ چگونه است؟

(۴) متخارج

(۳) متقاطع

(۲) مماس داخل

(۱) مماس خارج

۱۳۲- نقاط $F(1,5)$ و $F'(1,-3)$ کانون‌های یک بیضی هستند که بر دایره به معادله $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ مماس است. در نقطه F

خطی عمود بر قطر بزرگ بیضی رسم می‌کنیم تا بیضی را در نقاط M و N قطع کند. طول پاره‌خط MN کدام است؟

(۴) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

(۳) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

(۲) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

(۱) $\frac{3\sqrt{5}}{10}$

۱۳۳- پرتو نوری از کانون یک سهمی به معادله $x^2 - 4x + 4y = 0$ گذشته و بر بدنه آن می‌تابد. اگر این پرتو با جهت مثبت محور xها

زاویه 45° بسازد، معادله پرتو بازتابش کدام می‌تواند باشد؟

(۴) $x = 1 + \sqrt{2}$

(۳) $x = \sqrt{2}$

(۲) $x = 2$

(۱) $x = 2\sqrt{2}$

۱۳۴- دو بردار \vec{a} و \vec{b} به ترتیب به اندازه‌های ۵ و ۲ مفروض‌اند. اگر $|\vec{2a} - \vec{2b}| = 8$ باشد، حاصل $|\vec{a} \times \vec{b}|$ کدام است؟

(۴) $6\sqrt{2}$

(۳) ۸

(۲) ۶

(۱) $4\sqrt{2}$

۱۳۵- اگر نقاط $A = (-1, 2, 2)$ و $B = (1, 0, 4)$ دو رأس مجاور یک متوازی‌الاضلاع و نقطه $O = (1, 2, 3)$ محل برخورد قطرهای آن

باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع کدام است؟

(۴) $\sqrt{17}$

(۳) $2\sqrt{17}$

(۲) $2\sqrt{21}$

(۱) $\sqrt{21}$

۱۳۶- اگر ارزش گزاره $(\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \vee r)$ نادرست باشد، ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر نیز نادرست است؟

$$(1) \quad p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \quad (2) \quad (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow r$$

$$(3) \quad \sim (p \wedge \sim q) \wedge (q \vee p) \quad (4) \quad \sim q \wedge (q \vee p)$$

۱۳۷- اگر A, B و C سه مجموعه باشند به گونه‌ای که $((A' - B') \cap C)' = B$ ، آن‌گاه کدام گزینه همواره درست است؟

$$(1) \quad B = \emptyset \quad (2) \quad A \subseteq C$$

$$(3) \quad A \cap C = \emptyset \quad (4) \quad C \subseteq A$$

۱۳۸- در یک آزمایش تصادفی، فضای نمونه به صورت $S = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ است. اگر احتمال رخداد برآمد a_k ($1 \leq k \leq 5$) از

$$\text{رابطه } P(a_k) = \frac{3^k}{11a} \text{ به دست آید، احتمال رخداد پیشامد } A = \{a_2, a_4\} \text{ کدام است؟}$$

$$(1) \quad \frac{3^0}{121} \quad (2) \quad \frac{3^5}{123} \quad (3) \quad \frac{3^5}{121} \quad (4) \quad \frac{3^0}{123}$$

۱۳۹- در یک خانواده سه فرزندی، اگر بدانیم حداکثر دو فرزند خانواده پسر هستند، با کدام احتمال سومین فرزند، دومین دختر آن‌ها است؟

$$(1) \quad \frac{1}{7} \quad (2) \quad \frac{2}{7} \quad (3) \quad \frac{3}{7} \quad (4) \quad \frac{4}{7}$$

۱۴۰- کیسه‌ای شامل ۲ مهره سیاه و ۵ مهره سفید است. از این کیسه به تصادف ۳ مهره انتخاب می‌کنیم و سپس به تعداد مهره‌های

سفید خارج شده از کیسه، سکه پرتاب می‌کنیم. اگر تمام سکه‌های پرتاب شده رو آمده باشند، با کدام احتمال هر ۳ مهره خارج شده از کیسه، سفید بوده است؟

$$(1) \quad \frac{1}{7} \quad (2) \quad \frac{3}{14} \quad (3) \quad \frac{2}{7} \quad (4) \quad \frac{5}{14}$$

۱۴۱- اگر میانه داده‌های $a, 13, 7, 6, 14, 4, 12, 13/5, 4, 8, 4/5, 16/5$ برابر ۸ باشد و این داده‌ها را با یک نمودار جعبه‌ای نمایش

دهیم، واریانس داده‌های داخل جعبه کدام است؟

$$(1) \quad \frac{11}{2} \quad (2) \quad \frac{25}{6}$$

$$(3) \quad \frac{18}{7} \quad (4) \quad \frac{20}{3}$$

۱۴۲- اگر برآورد بازه‌ای میانگین یک جامعه با اطمینان ۹۵ درصد برای یک نمونه ۶۴ تایی از آن جامعه به صورت $[27, 30]$ باشد،

آن‌گاه بازه اطمینان ۹۵ درصد به ازای یک نمونه ۱۰۰ عضوی از این جامعه که برآورد نقطه‌ای میانگین آن $29/3$ باشد، کدام است؟

$$(1) \quad [27/3, 29/7] \quad (2) \quad [27/8, 30/8]$$

$$(3) \quad [28/7, 29/9] \quad (4) \quad [28/1, 30/5]$$

۱۴۳- در تقسیم عدد طبیعی a بر عدد طبیعی b ($b \neq 1$)، باقی‌مانده بیشترین مقدار ممکن را دارد. اگر $b | a + 3$ ، باقی‌مانده تقسیم

a^3 بر b کدام است؟

$$(1) \quad \text{صفر} \quad (2) \quad 1 \quad (3) \quad 2 \quad (4) \quad 3$$

۱۴۴- باقی مانده تقسیم عدد $447 - 847$ بر عدد ۶۳ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۴۷ (۴) ۵۵

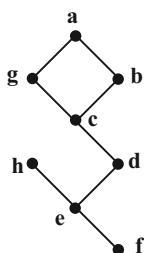
۱۴۵- به چند طریق می توان ۱۲۱۰۰۰ تومان را به اسکناس های ۲۰۰۰ و ۵۰۰۰ تومانی تبدیل کرد به طوری که مجموع تعداد اسکناس ها کمتر از ۵۰ قطعه باشد؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۱۴۶- یک گراف k -منتظم دارای ۱۸ یال است. مرتبه این گراف چند مقدار متمایز می تواند داشته باشد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۴۷- گراف شکل زیر چند مجموعه احاطه گر مینیمم دارد؟



(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

۱۴۸- می خواهیم از بین ۵ نوع گل رز، مریم، نرگس، اطلسی و میخک، دسته گلی شامل ۲۰ شاخه گل انتخاب کنیم. این کار به چند طریق

امکان پذیر است در صورتی که از هر نوع گل حداقل ۲ شاخه انتخاب شود و مجموع شاخه های گل های رز و مریم برابر ۸ باشد؟

- (۱) ۱۰۵ (۲) ۱۴۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۳۸۵

۱۴۹- یک آژانس مسافرتی ۳ اتومبیل مختلف و ۳ راننده دارد. این آژانس در ۳ روز اول هفته به هریک از شهرهای اراک، قزوین و

رشت، یک اتومبیل با یک راننده اعزام می کند، به طوری که هر راننده با هر اتومبیل دقیقاً یک بار و به هر شهر نیز فقط یک بار

مسافرت می کند. این آژانس به چند طریق می تواند برای سفرهایش برنامه ریزی کند؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۳۶ (۳) ۱۲ (۴) ۶

۱۵۰- از مجموعه اعداد اول کوچک تر از ۵۰، حداقل چند عدد انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل دو عدد در میان آنها وجود دارند

به گونه ای که مجموع این دو عدد، مضرب ۶ باشد؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

دوازدهم ریاضی

نام: 

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

محل امضاء:

دفتر چه شماره ۳

صبح جمعه

۱۴۰۱/۳/۲۰



آزمون جامع اول (۲۰ خرداد ۱۴۰۱)

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

تعداد سؤال: ۷۰

مدت پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	فیزیک	۴۰	۱۵۱	۱۹۰	۵۰ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۱۹۱	۲۲۰	۳۰ دقیقه

تعداد سؤالها و زمان پاسخگویی به سؤالها مطابق بخشنامه سازمان سنجش برای کنکور ۱۴۰۱ است.

دفترچه سؤال

آزمون ۲۰ خرداد ماه ۱۴۰۱ دفترچه سوم اختصاصی دوازدهم ریاضی (فیزیک و شیمی)



پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی نسب-زهرة آقامحمدی-امیرمهدی جعفری-بیبا خورشید-میثم دشتیان محمدعلی راست پیمان-سعید شرق-سعید طاهری بروجنی-پوریا علاقه مند-مسعود قره خانی-بهادر کامران-مصطفی کیانی علیرضا گونه-امیرحسین مجوزی-غلامرضا محبی-حسین مخدومی-سیدمحمدجواد موسوی-سیدعلی میرنوری-مصطفی وائقی شادمان ویسی
شیمی	حامد اسماعیلی-مسعود جعفری-ایمان حسین نژاد-حمیدرضا رضوی-رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره محمدحسن محمدزاده مقدم-امیرحسین مسلمی-لیلا نورانی-شهرام همایون فر

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	بهنام شاهنی حمید زرین کفش زهرة آقامحمدی	یاسر راش یلدا بشیری محبوبه بیک محمدی
	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	بازیبنی نهایی: مسعود خانی
مسئول درس	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	محمدرضا اصفهانی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروفنگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

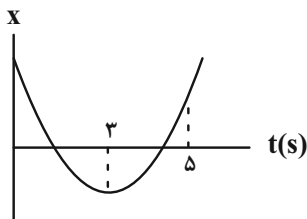


فیزیک

۱۵۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل زیر

می باشد. اگر تندی متوسط متحرک در ۵ ثانیه اول حرکتش برابر با $6/5 \frac{m}{s}$ باشد، شتاب متوسط آن در

این بازه زمانی چند متر بر مجذور ثانیه است؟



(۱) $2/5$

(۲) ۵

(۳) ۱۰

(۴) $7/5$

۱۵۲- متحرکی روی محور xها با شتاب ثابت در حال حرکت است. اگر جابه جایی آن در ثانیه سوم حرکتش برابر با صفر باشد، نوع

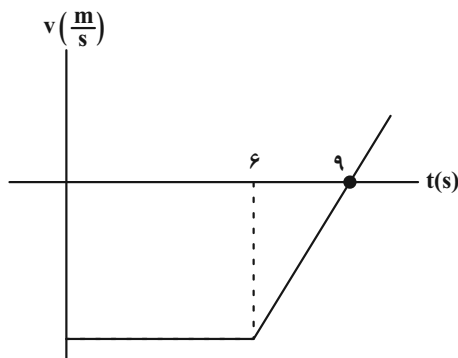
حرکت این متحرک در بازه زمانی $t=0$ تا $t=3s$ چگونه است؟

(۱) همواره تندشونده (۲) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

(۳) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده (۴) همواره کندشونده

۱۵۳- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور xها حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک در ۶ ثانیه اول حرکتش

۲۴m را طی کرده باشد، به ترتیب از راست به چپ، سرعت آن در لحظه $t=10s$ بر حسب متر بر ثانیه و جابه جایی آن از



تا $t_1=8s$ تا $t_2=12s$ بر حسب متر کدام است؟

(۱) 6 و $4/3$

(۲) $16/3$ و $4/3$

(۳) ۶ و ۴

(۴) $16/3$ و ۴

۱۵۴- در شرایط خلأ، سنگی را از ارتفاع h از سطح زمین رها می کنیم. اگر سنگ در ۳ ثانیه آخر حرکتش، سه برابر ۳ ثانیه اول حرکتش

جابه جا شده باشد، تندی سنگ هنگام برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g=10 \frac{m}{s^2}$)

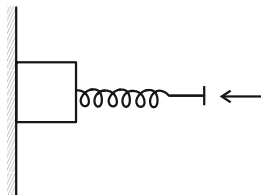
(۴) $10\sqrt{47}$

(۳) ۶۰

(۲) ۴۵

(۱) $20\sqrt{15}$

۱۵۵- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 3kg که ابتدا ساکن است، توسط فنری افقی با ثابت فنر $750 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ به دیواری قائم فشرده شده است. اگر فنر 12cm نسبت به حالت عادی فشرده شده باشد، اندازه نیرویی که از طرف دیوار به جسم وارد می‌شود چند نیوتون



است؟ $(\mu_s = 0.35, \mu_k = 0.25, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

(۱) $30\sqrt{5}$

(۲) ۹۰

(۳) $30\sqrt{10}$

(۴) ۹۵

۱۵۶- شخصی به جرم 60kg روی ترازویی داخل آسانسوری ساکن ایستاده است. آسانسور با شتاب ثابت 2m/s^2 رو به بالا شروع به حرکت می‌کند و سپس با همان اندازه شتاب حرکتش را کند می‌کند تا بایستد. اندازه اختلاف عددی که ترازو در این دو حالت نشان می‌دهد چند نیوتون است؟

(۴) ۲۴۰

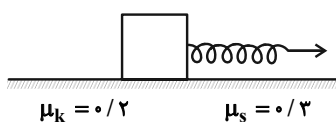
(۳) ۱۲۰

(۲) ۶۰

(۱) صفر

۱۵۷- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 20kg را با سرعت ثابت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ روی سطحی افقی می‌کشیم. اگر ثابت فنر $250 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ باشد، تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی آن x_1 است. اگر 20kg به جرم جسم ساکن اضافه کنیم و جسم را با نیروی F' بکشیم تا در

آستانه حرکت قرار بگیرد، تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی آن x_2 است. $|x_2 - x_1|$ چند سانتی‌متر است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



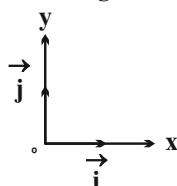
(۱) ۱۶

(۲) ۲۰

(۳) ۲۴

(۴) ۳۲

۱۵۸- تویی به جرم 400g با سرعت $\vec{v}_1 = 6\vec{i} - 8\vec{j} (\text{m/s})$ به زمین برخورد کرده و با سرعت $\vec{v}_2 = 6\vec{i} + 8\vec{j} (\text{m/s})$ از زمین جدا می‌شود. اگر مدت زمان برخورد توپ با زمین 0.1s باشد، بردار نیرویی که سطح زمین به توپ وارد می‌کند در SI کدام است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



(۲) $18\vec{j}$

(۱) $16\vec{j}$

(۴) $12\vec{j}$

(۳) $-8\vec{j}$

۱۵۹- ماهواره‌ای در فاصله R_e از سطح زمین در مدار دایره‌ای به دور زمین حرکت دایره‌ای یکنواخت دارد. اگر فاصله ماهواره از سطح

زمین ۵۰ درصد افزایش یابد، انرژی جنبشی آن چند درصد کاهش می‌یابد؟ (R_e شعاع کره زمین است.)

- ۳۳/۳ (۱) ۲۰ (۲) ۳۶ (۳) ۵۵/۵ (۴)

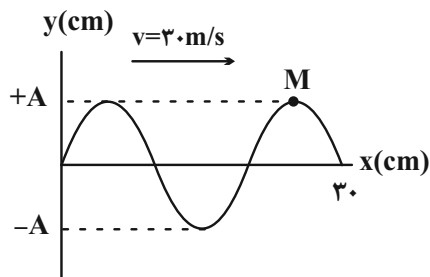
۱۶۰- نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم 50g در هر دقیقه ۱۲۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر در هر دوره این نوسانگر مسافت

100cm را طی کند، اندازه بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر چند نیوتون است؟ ($\pi^2 = 10$)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۱۲ (۳) ۵ (۴)

۱۶۱- شکل زیر، نمودار جابه‌جایی - مکان یک موج عرضی را در لحظه t نشان می‌دهد. چند ثانیه پس از لحظه t ، نقطه M برای دومین

بار از مرکز نوسان خود عبور می‌کند؟



- $\frac{1}{400}$ (۱)
 $\frac{3}{400}$ (۲)
 $\frac{1}{200}$ (۳)
 $\frac{1}{800}$ (۴)

۱۶۲- طنابی به جرم 250g و طول 40cm را با نیرویی به بزرگی 4N می‌کشیم. سر آزاد طناب را با چه بسامدی بر حسب هرتز تکان

دهیم تا طول موج عرضی ایجاد شده در طناب 20cm شود؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴)

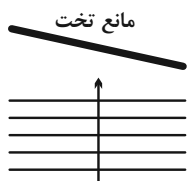
۱۶۳- تراز شدت یک صوت در فاصله d از منبع آن β است. اگر در فاصله $64d$ تا منبع صدا به زحمت توسط گوش انسان دریافت شود،

β در کدام گزینه بر حسب دسی‌بل به درستی بیان شده است؟ ($\log 2 = 0.3$, $I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$)

- ۱۲ (۱) ۱۸ (۲) ۳۶ (۳) ۵۴ (۴)

۱۶۴- در شکل زیر اگر موج با زاویه تابش 30° بر سطح مانع تخت بتابد، زاویه بین جبهه‌های موج تابیده با جبهه‌های موج بازتابیده

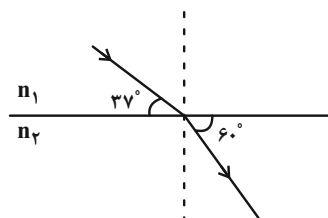
چند درجه می‌تواند باشد؟



- 30° (۱)
 60° (۲)
 90° (۳)
 45° (۴)

۱۶۵- در شکل زیر، پرتو نوری از محیط شفاف (۱) با ضریب شکست n_1 وارد محیط شفاف (۲) با ضریب شکست n_2 می‌شود. تندی نور

در محیط اول چند درصد بیشتر از تندی نور در محیط دوم است؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$)



۱۶ (۱)

۲۵ (۲)

۴۰ (۳)

۶۰ (۴)

۱۶۶- سیمی به طول ۲m و جرم ۲۰g با نیروی کششی به بزرگی ۴۰۰N بین دو نقطه بسته شده است. بسامد هماهنگ چهارم

نوسان‌های این سیم چند هرتز بیشتر از بسامد هماهنگ سوم نوسان‌های آن است؟

۱۲۵ (۴)

۵۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۲۵ (۱)

۱۶۷- بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها در یک آزمایش فوتوالکتریک برابر با ۶/۲eV است. اگر اختلاف طول موج فوتون فرودی و

طول موج آستانه برابر با طول موج فوتون فرودی باشد، طول موج فوتون فرودی چند نانومتر است؟ ($hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$)

۴۰۰ (۴)

۳۰۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

۱۶۸- بلندترین طول موج نور مرئی گسیلی از اتم هیدروژن چند برابر کوتاه‌ترین طول موج مرئی گسیلی از آن می‌باشد؟

$$(R = 0.1 \text{ nm}^{-1})$$

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{5}$ (۳)

$\frac{9}{5}$ (۲)

$\frac{9}{4}$ (۱)

۱۶۹- اگر نیمه عمر یک ماده پرتوزا برابر با ۲۰ دقیقه باشد، بعد از گذشت ۲ ساعت چه نسبتی از هسته‌های اولیه دچار واپاشی شده‌اند؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{15}{16}$ (۳)

$\frac{63}{64}$ (۲)

$\frac{31}{32}$ (۱)

۱۷۰- دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 4 \mu\text{C}$ و $q_2 = -9 \mu\text{C}$ در فاصله L از یکدیگر بر روی محور x ثابت شده‌اند و نیرویی به بزرگی

$\frac{3}{6} \text{ N}$ به یکدیگر وارد می‌کنند. میدان الکتریکی برآیند در چه فاصله‌ای بر حسب سانتی‌متر از بار الکتریکی q_2 صفر می‌شود؟

$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2})$$

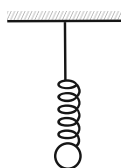
۳۰ (۴)

۱۲ (۳)

۶۰ (۲)

۹۰ (۱)

۱۷۱- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای باردار به جرم $۲g$ و بار $۴\mu C$ از فنری با جرم ناچیز آویزان شده و در حالت تعادل، افزایش طول فنر نسبت به طول عادی آن L است. اگر مجموعه فنر و گلوله را در یک میدان الکتریکی قائم یکنواخت قرار دهیم، افزایش طول آن نسبت به حالت عادی $۲L$ خواهد شد. جهت میدان الکتریکی و اندازه آن بر حسب نیوتون بر کولن کدام است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)



گلوله را به صورت نقطه در نظر بگیرید.

- (۱) پایین، $۱۰^۴$ (۲) بالا، $۱۰^۴$
 (۳) پایین، ۵×۱۰^۳ (۴) بالا، ۵×۱۰^۳

۱۷۲- به ذره‌ای خنثی ۲۰۰۰ الکترون داده و در راستای خط‌های میدان الکتریکی یکنواختی از نقطه A با پتانسیل الکتریکی $۱۵۰V$ به نقطه B منتقل می‌کنیم. اگر کار میدان الکتریکی در این جابه‌جایی $J = ۴ / ۸ \times ۱۰^{-۱۴}$ باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه B ، چند ولت است؟ ($e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} C$)

- (۱) ۱۵۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۲۵۰ (۴) ۳۰۰

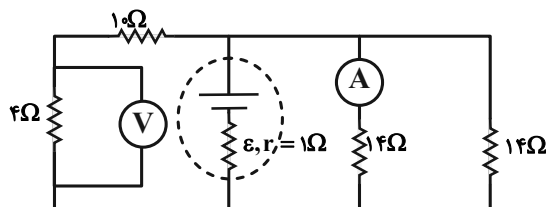
۱۷۳- خازن تختی را پس از باردار شدن از منبع جدا می‌کنیم. اگر فاصله بین صفحات خازن را افزایش دهیم، چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟

- (الف) احتمال ایجاد نقش‌های لیچنبرگ کاهش می‌یابد. (ب) میدان الکتریکی بین صفحات خازن ثابت می‌ماند.
 (ج) انرژی پتانسیل ذخیره شده در خازن افزایش می‌یابد. (د) شیب نمودار بار بر حسب ولتاژ دو سر خازن کاهش می‌یابد.
 (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۰

۱۷۴- در دمای ثابت، اگر یک سیم رسانای استوانه‌ای را که اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت است، به‌طور یکنواخت بکشیم تا شعاع مقطع آن نصف شود، تعداد الکترون‌های عبوری از هر مقطع آن در واحد زمان نسبت به حالت قبل چند برابر می‌شود؟

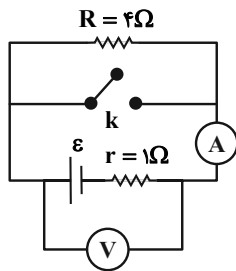
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{16}$

۱۷۵- در شکل زیر، اگر ولت‌سنج آرمانی عدد $۸V$ را نشان دهد، نیروی محرکه مولد چند ولت است؟



- (۱) ۳۰
 (۲) ۲۸
 (۳) ۳۴
 (۴) ۳۸

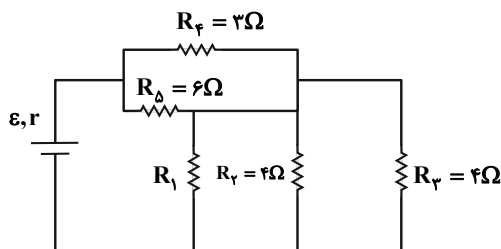
۱۷۶- در شکل زیر، اگر کلید k بسته باشد، آمپرسنج آرمانی عدد $10A$ را نشان می‌دهد. اگر کلید k باز باشد، توان خروجی مولد در این



حالت چند وات است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۲
- (۳) ۱۸
- (۴) ۱۶

۱۷۷- در مدار شکل زیر، توان مصرفی دو مقاومت R_1 و R_2 یکسان است. نسبت توان مصرفی مقاومت R_3 به توان مصرفی مقاومت



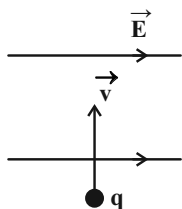
R_3 کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{4}{3}$
- (۴) $\frac{3}{4}$

۱۷۸- مطابق شکل بار الکتریکی نقطه‌ای $q < 0$ با تندی 10^4 m/s وارد فضایی می‌شود که در آن میدان‌های یکنواخت الکتریکی و

مغناطیسی عمود بر هم وجود دارند. اگر بزرگی میدان الکتریکی $2 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ باشد، جهت و بزرگی میدان مغناطیسی برحسب

گاوس چقدر باشد تا ذره بدون انحراف از این فضا خارج شود؟ (از جرم ذره صرف نظر شود).



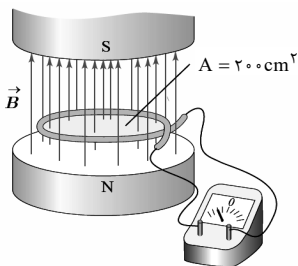
- (۱) $0/2, \otimes$
- (۲) $2 \times 10^3, \otimes$
- (۳) $0/2, \odot$
- (۴) $2 \times 10^3, \odot$

۱۷۹- پیچۀ مسطحی به شعاع مقطع 5 cm ، حامل جریان 2 A می‌باشد. اگر اندازه میدان مغناطیسی در مرکز پیچه 4 G باشد، طول

سیمی که پیچه از آن ساخته شده است، چند سانتی‌متر است؟ $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

- (۱) ۵۰
- (۲) ۱۰۰۰
- (۳) ۵۰۰
- (۴) ۱۰۰

۱۸۰- میدان مغناطیسی یکنواخت بین قطب‌های آهنربای شکل زیر که بر سطح حلقه عمود است، در مدت زمان مشخص از $0/22T$ ، در جهت بالا به $0/18T$ در جهت پایین می‌رسد. اگر مقاومت حلقه 10Ω باشد، در این مدت، به‌طور متوسط چند میکروکولن بار



الکتریکی از هر مقطع حلقه شارش پیدا می‌کند؟

(۱) 8×10^{-4}

(۲) 8×10^{-5}

(۳) ۸۰۰

(۴) ۸۰

۱۸۱- مخلوطی از دو مایع به چگالی‌های $\rho_1 = 0/9 \frac{g}{cm^3}$ و $\rho_2 = 1/5 \frac{g}{cm^3}$ به حجم ۴ لیتر داریم. اگر چگالی این مخلوط $1/05 \frac{g}{cm^3}$

باشد، نسبت جرم مایع با چگالی ρ_2 به جرم مایع با چگالی ρ_1 کدام است؟ (از تغییر حجم ناشی از مخلوط کردن چشم‌پوشی کنید.)

(۴) $\frac{9}{5}$

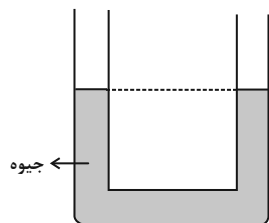
(۳) $\frac{5}{9}$

(۲) ۵

(۱) $\frac{1}{5}$

۱۸۲- در شکل زیر، جیوه درون لوله U شکل در حال تعادل است. چند گرم مایع با چگالی $\frac{3}{4} \frac{g}{cm^3}$ درون یکی از شاخه‌ها بریزیم تا

پس از ایجاد تعادل، سطح جیوه در شاخه دیگر نسبت به حالت اول $2/5cm$ بالا آید؟ ($\rho_{Hg} = 13/6 \frac{g}{cm^3}$ ، $g = 10 \frac{N}{kg}$ و سطح



مقطع لوله در طرفین یکسان و برابر با $5cm^2$ است.)

(۱) ۲۰

(۲) ۵۰

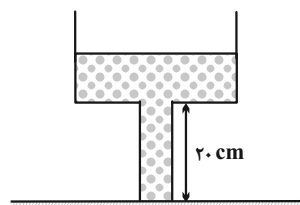
(۳) ۱۷۰

(۴) ۳۴۰

۱۸۳- در شکل زیر، مساحت مقطع کف ظرف $10cm^2$ و مساحت مقطع بخش بزرگتر آن $20cm^2$ است. اگر ظرف در ابتدا خالی باشد، چند

سانتی‌متر مکعب آب در این ظرف بریزیم تا فشار پیمانه‌ای ستون آب در کف ظرف به ۵ سانتی‌متر جیوه برسد؟

($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{g}{cm^3}$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$ ، $P_0 = 10^5 Pa$)



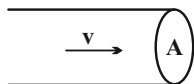
(۱) ۹۶۰

(۲) ۷۶۰

(۳) ۸۴۰

(۴) ۱۱۶۰

۱۸۴- مطابق شکل زیر، آب با جریان لایه‌ای و پایا و تندی ثابت v در لوله در حال حرکت است. چند درصد از سطح مقطع خروجی لوله

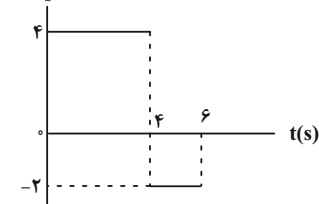


را ببندیم تا تندی خروج آب از لوله ۲۵ درصد افزایش یابد؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۷۵ (۴) ۸۰

۱۸۵- شکل زیر، نمودار شتاب - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که با تندی اولیه $2 \frac{m}{s}$ روی خط راستی در حال حرکت است، اندازه کار

کل نیروهای وارد بر جسم در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 4s$ ، چند برابر این مقدار در بازه زمانی $t_3 = 4s$ تا $t_4 = 6s$ است؟



- (۱) ۰/۴
(۲) ۲/۵
(۳) ۰/۵
(۴) ۲

۱۸۶- ضریب انبساط طولی صفحه‌ای فلزی $4 \times 10^{-5} K^{-1}$ است. اگر دمای این صفحه را $450^\circ F$ افزایش دهیم، مساحت سطح آن چند

درصد افزایش می‌یابد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۰/۱ (۴) ۰/۲

۱۸۷- چند گرم آب با دمای $30^\circ C$ را با $30g$ یخ با دمای $-20^\circ C$ مخلوط کنیم تا پس از برقراری تعادل گرمایی، ۷۵ درصد از جرم

مخلوط، یخ ذوب نشده باشد؟ $(L_F = 336 \frac{kJ}{kg}, c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{kJ}{kg \cdot ^\circ C})$

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۷۵ (۳) ۵۰ (۴) ۲۵

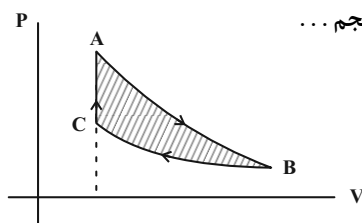
۱۸۸- در یک مخزن $10L$ گاز آرمانی با فشار $60atm$ و دمای $27^\circ C$ وجود دارد. با گاز موجود در این مخزن چند کیپسول ۳ لیتری را

می‌توان با فشار $5atm$ و دمای $57^\circ C$ پر کرد؟

- (۱) ۸۸ (۲) ۲۲ (۳) ۵۵ (۴) ۴۴

۱۸۹- در شکل زیر، نمودار یک چرخه ترمودینامیکی شامل یک فرایند بی‌دررو، یک فرایند هم‌دما، و یک فرایند هم‌حجم برای مقدار

معینی گاز آرمانی رسم شده است. در این صورت گرمای داده شده به گاز در فرایند هم‌حجم ...



(۱) با مساحت چرخه برابر است.

(۲) با کار انجام شده توسط گاز در فرایند بی‌دررو برابر است.

(۳) با گرمای مبادله شده در فرایند هم‌دما برابر است.

(۴) با کار انجام شده روی گاز در فرایند هم‌دما برابر است.

۱۹۰- بازده یک ماشین گرمایی $0/25$ است. اگر با ثابت نگهداشتن گرمای داده شده به ماشین، اندازه گرمای داده شده به محیط توسط

ماشین را ۲۰ درصد کاهش دهیم، بازده ماشین چقدر افزایش می‌یابد؟

- (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۱۵ (۳) ۰/۲۰ (۴) ۰/۴۰



شیمی

۱۹۱- اگر نسبت شمار ذره‌های زیراتمی باردار در ترکیبی با فرمول شیمیایی « HXO_3^- » به شمار پروتون‌ها در

« PF_6^- » برابر با « $\frac{99}{69}$ » باشد، عنصر X کدام یک از عناصر زیر می‌تواند باشد؟ (^1_1H , $^{16}_8\text{O}$, $^{31}_{15}\text{P}$, $^{19}_9\text{F}$)

(۱) $^{28}_{14}\text{Si}$ (۲) $^{32}_{16}\text{S}$ (۳) $^{35}_{17}\text{Cl}$ (۴) $^{27}_{13}\text{Al}$

۱۹۲- درستی یا نادرستی کدام گزینه با عبارت زیر متفاوت است؟

«با افزایش فاصله بین قله‌های متوالی در نمودار موج یک پرتوی الکترومغناطیس، میزان شکست آن هنگام عبور از منشور کاهش می‌یابد.»

(۱) نور زرد لامپ‌هایی که شب هنگام، آژادراه‌ها، بزرگراه‌ها و خیابان‌ها را روشن می‌سازد، به دلیل وجود بخار عنصری است که در آرایش الکترون - نقطه‌ای آن یک الکترون وجود دارد.

(۲) اگر طیف نشری خطی فلزی مطابق شکل زیر باشد، رنگ شعله این فلز احتمالاً قرمز رنگ خواهد بود.



(۳) الکترون در هر لایه‌ای که باشد در همه نقاط پیرامون هسته حضور می‌یابد اما در محدوده لایه خود احتمال حضور بیشتری دارد.

(۴) با تعیین دقیق طول موج نوارهای طیف نشری خطی اتم عنصرها، می‌توان به تصویر دقیقی از انرژی لایه‌های الکترونی و آرایش الکترونی اتم دست یافت.

۱۹۳- همه گزینه‌های زیر درباره اتم X که ۱۱ الکترون با $l=1$ دارد، درست است، به جز ...

(۱) به گروه ۱۷ و دوره سوم جدول دوره‌ای تعلق دارد.

(۲) شمار الکترون‌های ظرفیتی آن با شمار الکترون‌های ظرفیتی ^{25}Mn برابر است.

(۳) اتم X با گرفتن یک الکترون به آرایش پایدار گاز نجیب دوره قبل از خود می‌رسد.

(۴) مجموع $n+l$ الکترون‌های خارجی‌ترین زیرلایه آن برابر ۲۰ است.

۱۹۴- عبارت کدام گزینه نادرست است؟

(۱) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در ساختار مولکول‌های اکسیژن و اوزون یکسان و برابر با ۰/۵ است.

(۲) درصد حجمی گاز آرگون در مخلوط هوای پاک و خشک، از درصد حجمی سایر گازهای نجیب بیشتر است.

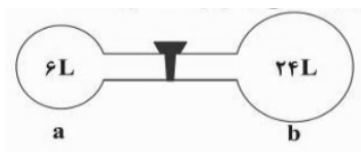
(۳) کربن مونوکسید، گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی است که چگالی آن کمتر از هوا بوده و قابلیت انتشار آن در محیط بسیار زیاد است.

(۴) آهن برخلاف طلا و پلاتین که به حالت آزاد در طبیعت یافت می‌شوند، به صورت دو اکسید « Fe_2O_3 » و « Fe_3O_4 » در طبیعت وجود دارد.

۱۹۵- هنگامی که شیر بین دو ظرف بسته است، مقداری گاز هلیوم در ظرف a می‌ریزیم و فشار گاز ظرف a در دمای 227°C به

$3/\text{atm}$ می‌رسد. اگر شیر را باز کنیم، فشار نهایی گاز موجود در دو ظرف در دمای 177°C به چند اتمسفر می‌رسد؟ (ظرف‌ها

در ابتدا خالی از هر گونه ماده‌ای هستند.)



(۱) ۱/۲

(۲) ۱

(۳) ۰/۸۱

(۴) ۰/۶۴۸

۱۹۶- درستی یا نادرستی عبارت کدام گزینه با عبارت زیر متفاوت است؟

«اگر اثر گلخانه‌ای وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین حدود ۳۲ کلوین کاهش می‌یافت.»

- (۱) بخش کوچکی از پرتوهای خورشیدی به وسیله هواکره و بخش عمده آن به وسیله زمین جذب می‌شود.
 (۲) هیدروژن فراوان‌ترین عنصر در جهان است که تولید، حمل و نقل و نگهداری آن صرفه اقتصادی دارد و در راستای شیمی سبز است.
 (۳) در صنعت از گاز اوزون برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود.
 (۴) گاز شهری به‌طور عمده از متان تشکیل شده و در محیطی که اکسیژن کم باشد، به‌صورت ناقص می‌سوزد و بخار آب و کربن مونوکسید تولید می‌کند.

۱۹۷- اگر به ۳۲۰ گرم محلول سدیم سولفات، ۱۷/۷۶ گرم کلسیم کلرید اضافه کنیم تا واکنش کامل شود، درصد جرمی سدیم سولفات در محلول اولیه آن چند درصد بوده و چند گرم رسوب در این واکنش تشکیل می‌شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

($O = ۱۶, Na = ۲۳, S = ۳۲, Cl = ۳۵/۵, Ca = ۴۰ : g.mol^{-1}$)

(معادله موازنه شود.) $Na_2SO_4(aq) + CaCl_2(aq) \rightarrow CaSO_4(s) + NaCl(aq)$

(۱) ۲۱/۷۶ - ۷/۱ (۲) ۲۴/۳۲ - ۷/۱ (۳) ۲۱/۷۶ - ۹/۵ (۴) ۲۴/۳۲ - ۹/۵

۱۹۸- چند مورد از موارد زیر برای تکمیل عبارت داده شده مناسب است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

«در دمای اتاق و فشار ۱ atm نیروهای بین مولکولی در قوی‌تر از نیروهای بین مولکولی در است.»

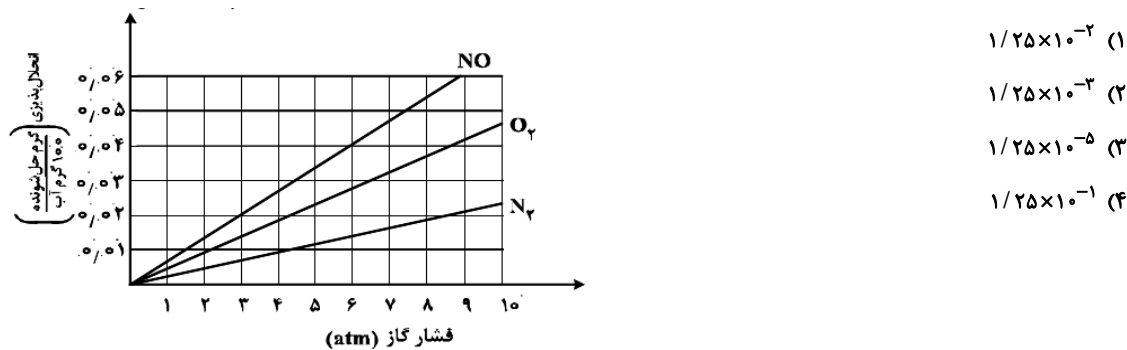
الف) استون - اتانول (ب) $HF - NH_3$

پ) اتیلن گلیکول - بنزین (ت) یخ - آب

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹۹- با توجه به نمودار زیر، در فشار ۸/۶ اتمسفر غلظت مولی گاز اکسیژن در محلول سیر شده آن در آب چند مولار است؟ (چگالی

آب را یک گرم بر میلی‌لیتر در نظر بگیرید.) (از تغییر حجم در اثر انحلال گاز صرف نظر شود.) ($O = ۱۶ g.mol^{-1}$)



(۱) $1/25 \times 10^{-2}$

(۲) $1/25 \times 10^{-3}$

(۳) $1/25 \times 10^{-5}$

(۴) $1/25 \times 10^{-1}$

۲۰۰- با افزایش خصلت فلزی در گروه اول جدول دوره‌ای، چه تعداد از موارد زیر، کاهش می‌یابد؟

* شعاع اتمی * جرم اتمی میانگین

* واکنش پذیری * نسبت شمار الکترون ظرفیتی به شمار پروتون‌های هسته اتم

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۰۱- از سوختن کامل مقداری از یک آلکان در مقدار کافی گاز اکسیژن، ۱۵۸/۴ گرم گاز کربن دی‌اکسید و ۷۵/۶ گرم بخار آب تولید

شده است. چند ساختار متفاوت برای این هیدروکربن می‌توان رسم کرد؟ ($O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1}$)

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۲۰۲- دانشجویی مقدار ۴۰ گرم آهن (III) اکسید (Fe_2O_3) را با مقدار کافی کربن در شرایط مناسب وارد واکنش نموده است و مقدار ۳۶ گرم آهن را جداسازی کرده است. کدام یک از اتفاقات زیر می‌تواند باعث بروز این خطا شده باشد؟



(۱) اشتباه در اندازه‌گیری با ترازو

(۲) انجام واکنش‌های جانبی

(۳) استفاده از واکنش دهنده ناخالص

(۴) عدم انجام واکنش به طور کامل

۲۰۳- کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند نام آیوپاک هیدروکربن « $(CH_3)_3CCH_2C_2H_5$ » باشد؟

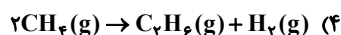
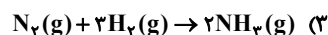
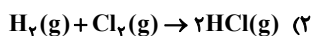
(۱) ۲، ۲-دی‌متیل هگزان

(۲) ۳، ۳، ۲-تری‌متیل هگزان

(۳) ۲، ۴، ۴-تری‌متیل پنتان

(۴) ۳-اتیل - ۲-متیل پنتان

۲۰۴- در کدام واکنش ΔH محاسبه شده با استفاده از میانگین آنتالپی پیوندها با داده‌های تجربی تفاوت آشکارتری را نشان می‌دهد؟



۲۰۵- در واکنش سوختن کامل کربوکسیلیک اسید یک عاملی A که دارای زنجیر هیدروکربنی سیر شده است، در یک بازه زمانی مشخص سرعت متوسط تولید بخار آب، ۵ برابر سرعت متوسط مصرف اسید A است. در این واکنش، سرعت متوسط تولید گاز کربن دی‌اکسید به تقریب، چند برابر سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن است؟

(۱) ۰/۷۷ (۲) ۰/۶۷ (۳) ۱/۴ (۴) ۱/۵

۲۰۶- مولکول A ترکیبی است که با جایگزین کردن یک اتم هیدروژن با یک گروه هیدروکسیل به حلقه آروماتیک بنزوئیک اسید به دست می‌آید. با توجه به این توضیح چند ساختار متفاوت می‌توان برای مولکول A در نظر گرفت؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۰۷- مقداری آب با دمای ۲۰ درجه سلسیوس را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده و در ظرف‌های A و B می‌ریزیم. بلافاصله به ظرف A، یک قطعه آهنی با دمای ۳۵۰ درجه سلسیوس و به ظرف B، ۸۰ گرم فلز آلومینیم با دمای ۳۵۰ درجه سلسیوس اضافه می‌کنیم. اگر دمای نهایی مخلوط ظرف A و B یکسان و به تقریب برابر با ۳۷/۸۴ درجه سلسیوس باشد، جرم قطعه آهنی به تقریب چند گرم است؟ (از تبادله گرما با خود ظرف و محیط صرف نظر کنید؛ $c_{H_2O} = 4/2, c_{Al} = 0/9, c_{Fe} = 0/45: J.g^{-1}.^{\circ}C^{-1}$)

(۱) ۴۰ (۲) ۸۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۶۰

۲۰۸- اگر در فرایند سوختن کامل نمونه‌ای از گاز اتانول با ارزش سوختی تقریبی $29/74 kJ.g^{-1}$ در دما و فشار اتاق، ۱۷۱ کیلوژول گرما آزاد شود، تفاوت جرم دو فراورده تولید شده به تقریب برابر چند گرم است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

(۱) ۲/۲۵ (۲) ۳/۲۵ (۳) ۴/۲۵ (۴) ۵/۲۵

۲۰۹- در رابطه با تشکیل پلیمر مورد استفاده در تهیه بشکه و نایلون پلاستیکی از مونومر آن، چند مورد از موارد زیر، عبارت داده شده را به درستی کامل می‌کند؟ ($C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

الف) برخلاف مونومر، فاقد پیوند دوگانه است.

ب) گشتاور دوقطبی مشابهی با مونومر دارد.

پ) جرمی همانند مونومر دارد.

ت) به تقریب دارای ۸۵/۷ درصد جرمی کربن است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱۰- در واکنش تهیه چند مورد از پلیمرهای زیر، در اثر واکنش مونومرها با یکدیگر، مولکول آب نیز تولید می‌شود؟

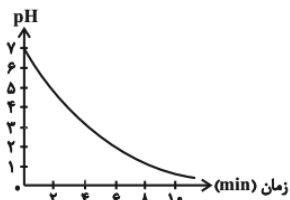
* پلی‌تترافلوئورواتن	* پلی‌استر	* پشم	* پلی‌استیرن
۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)

۲۱۱- همه گزیننه‌های زیر جاهای خالی عبارت زیر را به درستی تکمیل می‌کنند، به جز...

« مولکول در آب است، »

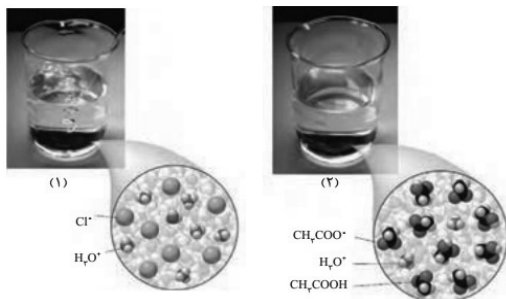
- (۱) اوره - محلول - زیرا یک ترکیب قطبی بوده و می‌تواند با آب پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.
 (۲) اتیلن گلیکول - محلول - و نقطه ذوب و جوش بیشتری نسبت به اتانول دارد.
 (۳) روغن زیتون - محلول - زیرا دارای ۳ گروه استری بوده و مولکولی قطبی محسوب می‌شود.
 (۴) وازلین - نامحلول - و از آن می‌توان برای حفاظت از فلزها استفاده کرد.

۲۱۲- گاز هیدروژن کلرید حاصل از واکنش گازهای هیدروژن و کلر را در آب حل کرده و نمودار تغییرات pH محلول بر حسب زمان به صورت زیر است. اگر حجم آب اولیه را ۳ لیتر در نظر بگیریم، پس از ۶ دقیقه از شروع واکنش، محلول حاصل با چند میلی‌لیتر محلول یک مولار سدیم هیدروکسید خنثی می‌شود؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر کنید.)



- (۱) ۱۵
 (۲) ۳۰
 (۳) ۱۵۰
 (۴) ۳۰۰

۲۱۳- با توجه به شکل‌های زیر که محلول آبی هیدروکلریک اسید و استیک اسید را نشان می‌دهند، نسبت غلظت یون هیدرونیوم موجود در ظرف (۱) به یون هیدروکسید موجود در ظرف (۲) کدام است؟ (هر ذره نمایش داده شده را معادل ۰/۰۱ مول ماده در نظر بگیرید و حجم دو محلول یکسان و برابر با ۲۰۰ میلی‌لیتر است.) (دما را ۲۵°C در نظر بگیرید.)

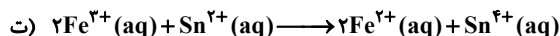
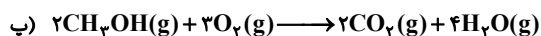
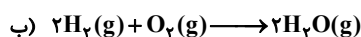
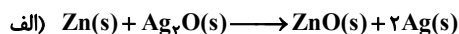


- (۱) $3/5 \times 10^{13}$
 (۲) $2/5 \times 10^{12}$
 (۳) $3/5 \times 10^{12}$
 (۴) $2/5 \times 10^{13}$

۲۱۴- تیغه‌ای از جنس روی به جرم ۲۰۰ گرم را درون ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۵ مولار CuSO_4 قرار می‌دهیم. اگر بعد از گذشت یک ساعت ۰/۲ مول الکترون مبادله شود، جرم تیغه به چند گرم می‌رسد و غلظت یون مس در محلول چند mol.L^{-1} است؟ (تمام مس تولید شده روی تیغه می‌نشیند.) ($\text{Cu} = 64$ و $\text{Zn} = 65$) (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

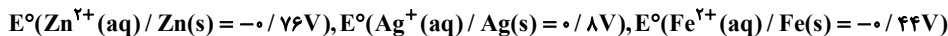
- (۱) ۱۹۹/۸، صفر (۲) ۱۹۹/۹، صفر (۳) ۱۹۹/۸، ۰/۲۵ (۴) ۱۹۹/۹، ۰/۲۵

۲۱۵- مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن در وینیل کلرید با تغییر عدد اکسایش گونه اکسندۀ در چه تعداد از واکنش‌های زیر برابر است؟



- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۱۶- با توجه به پتانسیل‌های کاهش‌ی استاندارد داده شده، عبارت کدام گزینه درست است؟



(۱) واکنش ... $\text{Ag}(\text{s}) + \text{Zn}^{2+}(\text{aq}) \rightarrow \dots$ از لحاظ انجام‌پذیری مشابه واکنش ... $\text{Zn}(\text{s}) + \text{Fe}^{2+}(\text{aq}) \rightarrow \dots$ است.

(۲) در سلول گالوانی متشکل از نیم‌سلول‌های روی و نقره، مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادله موازنه شده واکنش برابر ۶ است.

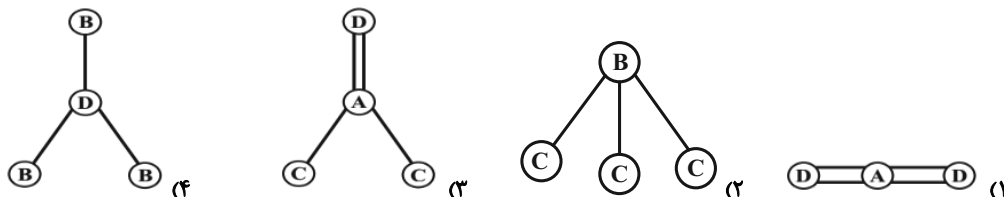
(۳) در سلول گالوانی متشکل از نیم‌سلول‌های روی و آهن، الکترون از تیغه آهن به سمت تیغه روی در جریان است.

(۴) پتانسیل ایجاد شده در سلول گالوانی «روی - نقره»، کمتر از یک واحد با پتانسیل ایجاد شده در سلول گالوانی «روی - آهن» تفاوت دارد.

۲۱۷- شمار الکترون‌های موجود در زیرلایه‌ای که نخستین بار در لایه دوم شروع به پرشدن از الکترون می‌کند، در هر یک از اتم‌های

A, B, C و D به ترتیب برابر با ۲، ۳، ۵ و ۱۰ است، تشکیل مولکولی با کدام یک از ساختارهای زیر امکان‌پذیر نیست؟ (از

اختلاف حجم اتم‌ها چشم‌پوشی کنید). (نماد عناصر فرضی است).



۲۱۸- اگر به جای اتم گوگرد در کربونیل سولفید، اتم اکسیژن قرار گیرد، چند مورد از موارد زیر رخ می‌دهد؟

(الف) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی تغییری نمی‌کند.

(ب) بار جزئی اتم کربن از حالت δ^+ به δ^- تبدیل می‌شود.

(پ) تغییری در میزان گشتاور دوقطبی مولکول ایجاد نمی‌شود.

(ت) قدرت نیروهای بین مولکولی در آن به دلیل شعاع اتمی کوچک‌تر O، کاهش می‌یابد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱۹- ۴ مول A، ۲ مول B و ۱ مول C وارد ظرفی به حجم V لیتر می‌شوند تا تعادل گازی: « $3A + B \rightleftharpoons 2C + 2D$ » برقرار شود. اگر در

هنگام تعادل، شمار مول‌های B و D با هم برابر باشند، آن گاه ثابت تعادل این واکنش کدام است؟

(۱) $\frac{49}{17}$ (۲) $\frac{16}{27}$ (۳) $\frac{49}{54}$ (۴) $\frac{16}{54}$

۲۲۰- با توجه به شکل مقابل، چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

(الف) محصولات نیتروژن‌دار حاصل از احتراق گازوئیل، پس از واکنش با آمونیاک،

فراوان‌ترین ترکیب گازی موجود در هوای پاک و خشک را تولید می‌کنند.

(ب) در اثر واکنش محصول فرایند هابر با محصولات نیتروژن‌دار حاصل از احتراق، N_2

و H_2O به عنوان فرآورده تولید می‌شود.

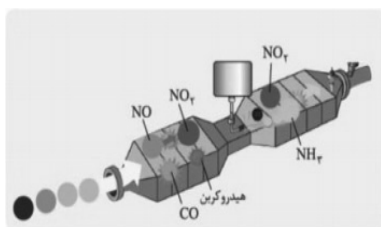
(پ) از میان فرآورده‌های واکنش تبدیل NO و NO_2 به N_2 تنها گازهای کربن

دی‌اکسید و بخار آب دارای اثر گلخانه‌ای هستند.

(ت) همه واکنش‌های انجام شده در این شکل، نوعی واکنش اکسایش - کاهش محسوب می‌شوند.

(ث) گاز آمونیاک در این فرایند کاتالیزگر بوده و سبب افزایش سرعت واکنش حذف آلاینده‌ها می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



دفترچه پاسخ

آزمون ۲۰ خرداد ماه ۱۴۰۱ اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)



پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلاالی-امیر محمد باقری نصرآبادی-شاهین پروازی-عادل حسینی-حمید عزیزاده-میلاد منصوری	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-سیدمحمدرضا حسینی فرد-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی-سوگند روشنی-بیبا سعیدی محمد صحت کار-احمدرضا فلاح-علی منصف شکری	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	
خسرو ارغوانی فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی نسب-زهره آقامحمدی-امیرمهدی جعفری-بیبا خورشید-میثم دشتیان محمدعلی راست پیمان-سعید شرق-سعید طاهری پروجنی-پوریا علاقه مند-مسعود قره خانی-بهادر کامران-مصطفی کیانی علیرضا گونه-امیرحسین مجوزی-غلامرضا محبی-حسین مخدومی-سیدمحمدجواد موسوی-سیدعلی میرنوری-مصطفی وائقی شادمان ویسی	فیزیک	
حامد اسماعیلی-مسعود جعفری-ایمان حسین نژاد-حمیدرضا رضوی-رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره محمدحسن محمدزاده مقدم-امیرحسین مسلمی-لیلا نورانی-شهرام همایون فر	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه و آمار و احتمال	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلاالی	امیرحسین ابومحبوب سوگند روشنی	امیرحسین ابومحبوب سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	علی مرشد علی سرآبادانی	عادل حسینی مجتبی تشیعی	عادل حسینی مجتبی تشیعی	بهنام شاهی حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	یاسر راش یلدا بشیری محبوبه بیک محمدی
	ویراستار استاد: مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	بازیابی نهایی: مسعود خانی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	سمیه اسکندری	محمدرضا اصفهانی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

ریاضیات

۱۰۱- گزینه «۲»

(عادل حسینی)

از اتحاد مکعب دوجمله‌ای استفاده می‌کنیم:

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(\sqrt{2} + 1)^3 = 2\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{2} + 1 = 7 + 5\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2} + 1)^3 - (\sqrt{2} + 1) = 6 + 4\sqrt{2}$$

به طور مشابه داریم:

$$\sqrt{2} - 1 - (\sqrt{2} - 1)^3 = \sqrt{2} - 1 - (5\sqrt{2} - 7) = 6 - 4\sqrt{2}$$

پس حاصل عبارت صورت سؤال با توجه به اتحاد مربع دوجمله‌ای برابر است با:

$$\sqrt{6 + 4\sqrt{2}} + \sqrt{6 - 4\sqrt{2}} = \sqrt{(2 + \sqrt{2})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{2})^2} \\ = 2 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 4$$

(ریاضی ۱ - توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی؛ ۶۳ تا ۶۷)

۱۰۲- گزینه «۳»

(امیرمهر باقری نصرآبازی)

$$a_{16}^2 - a_{10}^2 = (a_{16} - a_{10})(a_{16} + a_{10}) = 24 \quad (*)$$

در هر دنباله حسابی $a_m + a_n = a_p + a_q$ ، اگر فقط اگر $m + n = p + q$ باشد.

پس در این سؤال چون $8 + 18 = 16 + 10$ ، داریم:

$$a_{16} + a_{10} = a_8 + a_{18} = 12$$

$$\xrightarrow{(*)} a_{16} - a_{10} = \frac{24}{12} = 2 \Rightarrow 6d = 2 \Rightarrow d = \frac{1}{3}$$

قدرنسبت دنباله حسابی برابر $\frac{1}{3}$ است. حال داریم:

$$a_8 + a_{18} = a_1 + 7d + a_1 + 17d = 2a_1 + 24d$$

$$= 2a_1 + 8 = 12 \Rightarrow a_1 = 2$$

(ریاضی ۱ - مجموعه، الگو و دنباله؛ ۲۱ تا ۲۴)

۱۰۳- گزینه «۲»

(عادل حسینی)

بر اساس ریشه عبارت داخل قدرمطلق، x را بازه بندی می‌کنیم و در دو حالت نامعادله را حل می‌کنیم:

$$\text{حالت اول: } x < -5: x^2 + 1 > -x - 5 - 4x$$

$$\Rightarrow x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3) > 0$$

$$\Rightarrow x < -3 \text{ یا } x > -2 \xrightarrow{\cap x < -5} x < -5 \quad (1)$$

$$\text{حالت دوم: } x \geq -5: x^2 + 1 > x + 5 - 4x$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x - 4 = (x + 4)(x - 1) > 0 \Rightarrow x < -4 \text{ یا } x > 1$$

$$\xrightarrow{\cap x \geq -5} -5 \leq x < -4 \cup x > 1 \quad (2)$$

از اجتماع مجموعه‌های (۱) و (۲) مجموعه جواب‌های نامعادله حاصل می‌شود

$$(-\infty, -4) \cup (1, +\infty) = \mathbb{R} - [-4, 1] \quad \text{که برابر است با:}$$

در این مجموعه ۶ عدد صحیح $-4, -3, -2, -1, 0$ و ۱ قرار ندارند.

(ریاضی ۱ - معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۱۸۱ تا ۱۹۳)

۱۰۴- گزینه «۳»

(کامران ایلانی)

معادله استاندارد به صورت $x^2 + bx - 10 = 0$ است. در این معادله داریم:

$$S = \alpha + \beta = -b, P = \alpha\beta = -10$$

حال با توجه به دو رابطه $\alpha\beta = -10$ و $\alpha + \beta^2 = -1$ داریم:

$$\alpha = -1 - \beta^2 \Rightarrow (-1 - \beta^2)\beta = -10$$

$$\Rightarrow \beta^3 + \beta = 10 \Rightarrow \beta^3 + \beta - 10 = (\beta - 2)(\beta^2 + 2\beta + 5) = 0$$

$$\Rightarrow \beta = 2 \xrightarrow{\alpha\beta = -10} \alpha = -5$$

$$\Rightarrow b = -S = -(\alpha + \beta) = -(-3) = 3$$

دقت کنید که معادله $\beta^2 + 2\beta + 5 = 0$ جواب حقیقی ندارد؛ زیرا در آن $\Delta < 0$ است.

(ضایان ۱ - پیر و معادله؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

۱۰۵- گزینه «۴»

(عادل حسینی)

شیرهای A و B در هر ساعت به ترتیب $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{12}$ استخر را پر می‌کنند و

شیر C نیز در هر ساعت $\frac{1}{10}$ استخر را خالی می‌کند.

روش اول: در دو حالت مسئله را بررسی می‌کنیم:

(الف) شیر C از ابتدا بسته بوده است. در این حالت شیرهای A و B در هر

$$\text{ساعت } \frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \frac{5}{24}$$

$$\text{استخر به } \frac{24}{5} = 4 \frac{4}{5} \text{ ساعت نیاز داریم.}$$

مختصات نقاط A و B به ترتیب به صورت $A(2, 5)$ و $B(0, 1)$ است. پس کافی است مختصات نقطه C را به دست می آوریم:

$$x_C : x + 1 = 5 - 2(x - 2) = 9 - 2x \Rightarrow x_C = \frac{8}{3} \Rightarrow y_C = \frac{11}{3}$$

پس نقطه C هم به صورت $C\left(\frac{8}{3}, \frac{11}{3}\right)$ است.

روش اول: طول قاعده BC برابر است با:

$$BC = \sqrt{\left(\frac{8}{3} - 0\right)^2 + \left(\frac{11}{3} - 1\right)^2} = \frac{8}{3}\sqrt{2}$$

از طرفی معادله خط شامل ضلع BC نیز همان خط $y - x - 1 = 0$ است.

فاصله نقطه A از این خط برابر ارتفاع مثلث است:

$$AH = \frac{|5 - 2 - 1|}{\sqrt{(-1)^2 + (1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

پس مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \times AH = \frac{8}{3}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \\ \frac{8}{3} & \frac{11}{3} \end{vmatrix} \quad \text{روش دوم:}$$

$$= \frac{1}{2} \left| (2 \times 1 + 0 \times \frac{11}{3} + \frac{8}{3} \times 5) - (5 \times 0 + 1 \times \frac{8}{3} + \frac{11}{3} \times 2) \right|$$

$$= \frac{1}{2} \left| 2 + \frac{40}{3} - 10 \right| = \frac{8}{3}$$

(مسایان ۱ - پیر و معارله: صفحه‌های ۲۴ و ۲۹ تا ۳۵)

۱۰۷ - گزینه «۴» (عمیر علیزاده)

$$g^{-1}(3) = a \Rightarrow g(a) = 3 \Rightarrow -\frac{1}{2}f^{-1}(-2a + 6) + 4 = 3$$

$$\Rightarrow f^{-1}(-2a + 6) = 2$$

$$\Rightarrow f(2) = -2a + 6 \xrightarrow{f(x) = x - \frac{6}{x}} -1 = -2a + 6$$

$$\Rightarrow a = 3/5 \Rightarrow g^{-1}(3) = 3/5$$

(مسایان ۱ - تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲ و ۶۴ تا ۶۹)

ب) شیر C نیم ساعت اول باز بوده است. در این حالت در هر ساعت

$$\frac{13}{240} = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} - \frac{1}{10} = \frac{13}{120}$$

پر می شود. با بستن شیر C ، $1 - \frac{13}{240} = \frac{227}{240}$ استخر باقی می ماند که

شیرهای A و B باید آن را پر کنند. می دانیم که این دو در هر ساعت $\frac{5}{24}$

را پر می کنند. پس مدت زمان مورد نیاز برای پر کردن باقی مانده استخر برابر

$$\frac{227}{240}$$

$$\frac{240}{5} \times \frac{227}{240} = 4/54 \text{ ساعت است که با نیم ساعت اول، در این حالت کلاً}$$

$$\frac{5}{24}$$

$$4/54 + 0/5 = 5/04 \text{ ساعت زمان ظرف کرده ایم.}$$

پس اختلاف مدت زمان پرشدن استخر در این دو حالت برابر است با:

$$5/04 - 4/8 = 0/24 \text{ ساعت} = 14/4 \text{ دقیقه}$$

این مقدار با توجه به گزینه‌ها تقریباً ۱۵ دقیقه است.

روش دوم: در مدت نیم ساعت شیر C ، $\frac{1}{2} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{20}$ استخر را خالی می کند

که این حجم باید توسط شیرهای A و B جبران شود که این مدت زمان

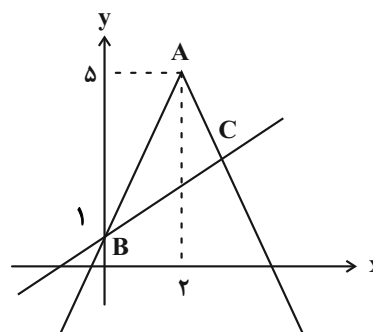
همان تاخیر فرآیند پر کردن استخر است:

$$\frac{1}{20} = \frac{24}{100} = 0/24 \text{ ساعت} = 15 \text{ دقیقه}$$

(مسایان ۱ - پیر و معارله: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۰۶ - گزینه «۱» (کاظم ایلالی)

نمودارهای دو تابع را در یک دستگاه رسم می کنیم:



۱۰۸- گزینه «۲»

(عادل حسینی)

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & ; x < -1 \Rightarrow y < -2 \\ 3x+1 & ; x \geq -1 \Rightarrow y \geq -2 \end{cases}$$

تابع f با دامنه و برد \mathbb{R} یک به یک است و داریم:

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x+1 & ; x < -2 \\ \frac{x-1}{3} & ; x \geq -2 \end{cases}$$

با توجه به نقطه تفکیک دامنه‌ها، اگر تابع بالا را به صورت یک ضابطه قدرمطلق بنویسیم، با توجه به گزینه‌ها داریم:

$$f^{-1}(x) = \frac{2x - |x+2| + 1}{3}$$

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

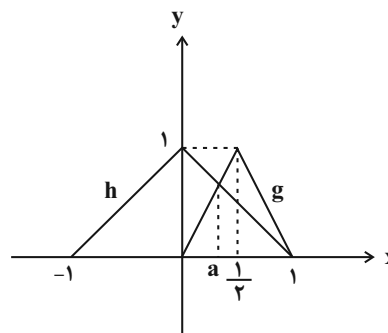
۱۰۹- گزینه «۳»

(عادل حسینی)

$$f(x) = \begin{cases} x & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & ; 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

توابع $g(x) = f(2x)$ و $h(x) = f(1-x)$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.

برای رسم g، طول نقاط نمودار تابع f را بر ۲ تقسیم می‌کنیم و برای رسم تابع h، نمودار f را ابتدا یک واحد به چپ می‌بریم و سپس نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم. نمودار این دو تابع در شکل زیر رسم شده است.



باید بازه‌ای را پیدا کنیم که روی آن نمودار g بالاتر از نمودار h باشد. مطابق شکل این بازه به صورت $(a, 1)$ است. یعنی $b = 1$. مقدار a نیز طول نقطه برخورد شاخه $y = 2x$ از تابع g با شاخه $y = 1-x$ از تابع h است.

$$\Rightarrow 2a = 1 - a \Rightarrow a = \frac{1}{3} \xrightarrow{b=1} a + b = \frac{4}{3}$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۱۰- گزینه «۴»

(عادل حسینی)

تابع زیر رادیکال را $g(x) = \log_{(1-x^2)}(1+x^3)$ در نظر می‌گیریم. ابتدا دامنه تابع g را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 1+x^3 > 0 \Rightarrow x > -1 \\ 1-x^2 > 0, 1-x^2 \neq 1 \Rightarrow x \in (-1, 1) - \{0\} \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_g = (-1, 1) - \{0\}$$

دامنه تابع f مقادیری از دامنه تابع g است که به ازای آن $g \geq 0$ باشد. برای

این کار تابع g را به صورت روبه‌رو می‌نویسیم:

$$g(x) = \frac{\log(1+x^3)}{\log(1-x^2)}$$

تابع $y = \log(1+x^3)$ در دامنه‌اش اکیداً صعودی است و تابع $y = \log(1-x^2)$ روی دامنه‌اش غیریکنوا و منفی است.

پس در D_g جدول تعیین علامت زیر را داریم:

x	-1	0	1
$\log(1+x^3)$		-	+
$\log(1-x^2)$		-	-
		+	-

جواب

$$\Rightarrow D_f = (-1, 0) = (a, b) \Rightarrow b - a = 1$$

دقت کنید که در دامنه تابع g، مبنای لگاریتم یعنی $1-x^2$ در بازه $(0, 1)$ قرار می‌گیرد. پس با توجه به آنکه تابع $y = 1+x^3$ اکیداً صعودی است، نتیجه می‌گیریم تابع g روی دامنه‌اش اکیداً نزولی است. پس داریم:

$$\log_{(1-x^2)}(1+x^3) \geq 0 \Rightarrow 1+x^3 \leq 1 \Rightarrow x \leq 0$$

$$\xrightarrow{\cap D_g} D_f = (-1, 0)$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۱۱۱- گزینه «۳»

(کامران ایلانی)

باید $\log 2$ و $\log 3$ را بر حسب a و b حساب کنیم، زیرا:

$$\log_6 75 = \frac{\log 75}{\log 6} = \frac{\log 3 + \log 25}{\log 2 + \log 3} = \frac{2 + \log 3 - 2 \log 2}{\log 2 + \log 3} (*)$$

پس داریم:

x_i ها محل‌های برخورد نمودار تابع با محور x ها یا جواب‌های معادله $y = 0$ هستند.

$$3 \sin 2x - 1 = 0 \Rightarrow 3 \sin 2x = 1 \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{3} = \sin \theta$$

θ را زاویه‌ای در ربع اول فرض می‌کنیم که سینوس آن برابر $\frac{1}{3}$ است.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \theta \Rightarrow x = k\pi + \frac{\theta}{2} \\ \text{یا} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \theta \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi - \theta}{2} \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$$

با توجه به دسته جواب‌های بالا و x_i ها روی شکل، مشخص می‌شود که:

$$x_1 = \frac{\theta}{2}, x_2 = \pi + \frac{\theta}{2}, x_3 = \pi + \frac{\pi - \theta}{2}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = \frac{\theta}{2} + \pi + \frac{\theta}{2} + \pi + \frac{\pi - \theta}{2} = 4\pi$$

(مسئله ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۱۲ - گزینه «۲» (کلام اجلائی)

حد چپ را حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \frac{1 - \sin^2 x}{1 - \sin x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} (1 + \sin x) = 2$$

حد راست را نیز حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \left(a \left[-\frac{2x}{\pi} \right] + 1 \right) = a \left[(-1)^- \right] + 1$$

$$= -2a + 1$$

از برابری حدود چپ و راست داریم:

$$\log_{\Delta} 20 = \frac{\log 20}{\log \Delta} = \frac{\log 2 \times 10}{\log \frac{10}{2}} = \frac{\log 2 + \log 10}{\log 10 - \log 2}$$

$$= \frac{\log 2 + 1}{1 - \log 2} = a \Rightarrow \log 2 = \frac{a-1}{a+1}$$

$$\log_{25} 9 = \frac{\log 9}{\log 25} = \frac{2 \log 3}{2 - 2 \log 2} = b \Rightarrow \log 3 = b(1 - \log 2)$$

$$\Rightarrow \log 3 = \frac{2b}{a+1}$$

$$\xrightarrow{(*)} \log_{\Delta} 75 = \frac{2 + \frac{2b}{a+1} - \frac{2a-2}{a+1}}{\frac{2b}{a+1} + \frac{a-1}{a+1}} = \frac{2b+4}{2b+a-1}$$

(مسئله ۱ - توابع نمایی و گاریتمی: صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۱۱۲ - گزینه «۳» (کلام اجلائی)

$$\sin 1140^\circ = \sin(1080^\circ + 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 300^\circ = \tan(360^\circ - 60^\circ) = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\cos \frac{7\pi}{4} = \cos \left(2\pi - \frac{\pi}{4} \right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cot \frac{19\pi}{6} = \cot \left(3\pi + \frac{\pi}{6} \right) = \cot \frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$$

پس حاصل عبارت برابر است با:

$$\frac{4 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) (-\sqrt{3}) + 1}{2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) (\sqrt{3}) + 1} = \frac{-5}{\sqrt{6} + 1} = \frac{-5(\sqrt{6} - 1)}{5} = 1 - \sqrt{6}$$

(مسئله ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱۱۳ - گزینه «۴» (عادل حسینی)

(شاهین پروازی)

۱۱۷- گزینه «۲»

چون f در \mathbb{R} مشتق پذیر است، در $x=1$ پیوسته است و مشتق چپ و راست برابر دارد:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Rightarrow a + b = a^2 - b$$

$$\Rightarrow a^2 - 2b = a \quad (*)$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2ax + b & ; x \geq 1 \\ a^2 - 2bx & ; x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_+(1) = 2a + b \\ f'_-(1) = a^2 - 2b \end{cases}$$

برای مشتق‌ها $\rightarrow 2a + b = a^2 - 2b$

$\rightarrow 2a + b = a \Rightarrow a + b = 0$ (*)

پس با توجه به ضابطه اول $f(1) = 0$ و با توجه به فرض

$$f'_-(1) = -1 \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - 0}{h} = -1$$

پس با توجه به مشتق پذیری تابع داریم:

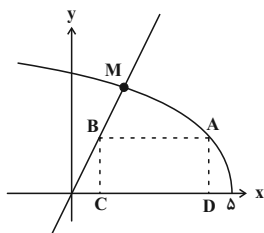
$$f'_+(1) = a + a + b = a = -1$$

(مسئله ۲ - مشتق، صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

(میلاد منصوری)

۱۱۸- گزینه «۲»

شکل مسئله را رسم می‌کنیم:



ابتدا طول نقطه M را حساب می‌کنیم:

$$\sqrt{5 - x_M} = x_M \Rightarrow x_M^2 + x_M - 5 = 0$$

$$\xrightarrow{x_M > 0} x_M = \frac{\sqrt{21} - 1}{2} \approx 1/75$$

حال مساحت مستطیل برابر است با:

$$\xrightarrow{y_B = x_B} S_{ABCD} = (x_A - x_B)x_B$$

$$2 = -2a + 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

(مسئله ۱ - هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

(میلاد منصوری)

۱۱۵- گزینه «۳»

چون وقتی $x \rightarrow 1$ ، $f(x)$ منفرجه می‌شود، پس باید حد صورت

$$\lim_{x \rightarrow 1} (ax + 4) = 0 \Rightarrow a + 4 = 0 \Rightarrow a = -4$$

نیز صفر باشد:

بنابراین $f(x) = \frac{-4x + 4}{2x^n + x - 3}$ است.

حال اگر $n > 1$ باشد، $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-4x}{2x^n} = 0$ است.

اگر $n = 1$ باشد، $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-4x}{3x} = -\frac{4}{3}$ است.

اگر $n < 1$ باشد، آن‌گاه $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-4x}{x} = -4$ است.

(مسئله ۲ - هرهای نامتناهی - هر در بی‌نهایت، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

(لاطم ایلالی)

۱۱۶- گزینه «۴»

$$(fg)'(-1) = f'(-1)g(-1) + f(-1)g'(-1) \quad (*)$$

$$f(-1) = (-1) \left[-\frac{2}{3} \right] - 1 = (-1)(-1) - 1 = 0$$

$$f'(-1) = (-x-1)' \Big|_{x=-1} = -1$$

$$g(-1) = (-1) \left[-\frac{4}{3} \right] + 1 = 1 - \frac{4}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{*} (fg)'(-1) = (-1) \left(-\frac{1}{3} \right) + 0 = \frac{1}{3}$$

(مسئله ۲ - مشتق، صفحه ۹۴)

x	۰	θ	$\frac{\pi}{2}$	$\pi - \theta$	π	
$\sin x - 1$	-	-	۰	-	-	
$\sqrt[3]{\sin x - 1}$	-	۰	+	+	-	
$\cos x$	+	+	۰	-	-	
f'	+	۰	-	+	-	
f	↗	max نسبی	↘	min نسبی	↗	max نسبی

پس $x = \theta$ و $x = \pi - \theta$ طول ماکزیم‌های نسبی نمودار تابع هستند که

در این نقاط $\sin x = \frac{1}{4}$ است.

$$\Rightarrow y_{\max} = f(\theta) = \left(\frac{1}{4} - 1\right)^2 \sqrt[3]{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{9}{32\sqrt[3]{2}}$$

(مسابان ۲ - کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

(لازم ابدالی)

۱۲۰- گزینه «۴»

$$f(x) = x - \frac{3x}{x^2 + 3}$$

$$f'(x) = 1 - \frac{3(x^2 + 3) - (3x)(2x)}{(x^2 + 3)^2} \quad \text{باید } f'' \text{ را حساب کنیم؛}$$

$$= 1 + \frac{3x^2 - 9}{(x^2 + 3)^2}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{6x(x^2 + 3)^2 - 4x(x^2 + 3)(3x^2 - 9)}{(x^2 + 3)^4}$$

$$= -\frac{6x(x^2 - 9)}{(x^2 + 3)^3}$$

جواب‌های $f''(x) = 0$ طول نقاط عطف نمودار هستند.

$$f''(x) = 0 \Rightarrow x = 0, \pm 3$$

پس نقاط $\left(3, \frac{9}{4}\right)$ و $(0, 0)$ ، $\left(-3, -\frac{9}{4}\right)$ عطف‌های نمودارهای f هستند.

این نقاط همگی روی خط $y = \frac{3}{4}x$ است.

(مسابان ۲ - کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۶)

عرض نقاط A و B برابراند:

$$x_B = \sqrt{\delta - x_A} \Rightarrow x_A = \delta - x_B^2$$

$$\Rightarrow S_{ABCD}(x_B) = (\delta - x_B^2 - x_B)x_B = -x_B^3 - x_B^2 + \delta x_B$$

در جایی که $S'(x_B) = 0$ است، مقدار مساحت ماکزیم می‌شود:

$$S'(x_B) = -3x_B^2 - 2x_B + \delta = 0 \Rightarrow x_B = 1 < 1/\sqrt{5}$$

پس بیشترین مقدار مساحت مستطیل برابر است با:

$$S_{\max} = S_{ABCD}(1) = -1 - 1 + \delta = 3$$

(مسابان ۲ - کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

(عادل عسینی)

۱۱۹- گزینه «۴»

اگر $g(x) = (x-1)^2 \sqrt[3]{x^2}$ و $h(x) = \sin x$ باشد، تابع f برابر

$g \circ h$ است. پس داریم:

$$f'(x) = h'(x) \cdot g'(h(x)) = \cos x \cdot g'(\sin x)$$

$$g'(x) = 2(x-1)\sqrt[3]{x^2} + (x-1)^2 \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} = \frac{2(x-1)(4x-1)}{3\sqrt[3]{x}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{2(\sin x - 1)(4\sin x - 1)\cos x}{3\sqrt[3]{\sin x}}$$

در بازه $(0, \pi)$ مخرج کسر فوق مثبت است و تأثیری در تعیین علامت f'

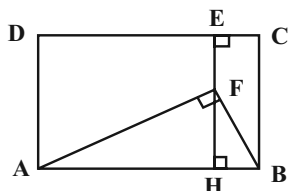
ندارد.

حال اگر فرض کنیم θ زاویه‌ای در ربع اول باشد به طوری که

$$1 - \sin \theta = 0, \quad \text{جدول تعیین علامت زیر را داریم؛}$$

(امروزه فلاح)

۱۲۳- گزینه «۳»



از نقطه F، عمود FH را بر AB رسم می‌کنیم. مطابق شکل $BH = 2$ و $AH = 8$ است و در نتیجه طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه AFB داریم:

$$FH^2 = AH \times HB = 8 \times 2 = 16 \Rightarrow FH = 4$$

$$\Rightarrow EH = EF + FH = 2 + 4 = 6 \Rightarrow AD = 6$$

$$S_{ABCD} = AD \times DC = 6 \times 10 = 60$$

(هنرسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

(مهم صحت کار)

۱۲۴- گزینه «۳»

دو خط که در یک صفحه قرار داشته باشند یا موازی هستند و یا متقاطع. اگر دو خط d و d' در نقطه B متقاطع باشند، آن‌گاه خط گذرنده از نقاط A و B، هر دو خط d و d' را قطع می‌کند ولی در صورتی که دو خط d و d' موازی باشند، خطی وجود ندارد که هر دو خط d و d' را قطع کند. زیرا هر خط متقاطع با دو خط d و d' ، لزوماً در صفحه P قرار می‌گیرد و در نتیجه از A عبور نمی‌کند. بنابراین حداکثر یک خط با مشخصات مورد نظر قابل رسم است.

(هنرسه ۱ - تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

(مهم صحت کار)

۱۲۵- گزینه «۲»

فرض کنید شعاع دایره بزرگ‌تر برابر R و شعاع دایره کوچک‌تر برابر r باشد.

$$OM = OA - AM = R - a$$

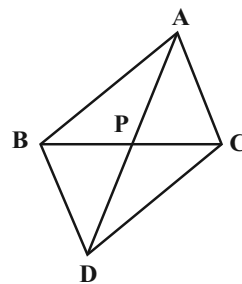
$$ON = OC - CN = R - 6$$

خط‌المركزين دو دایره مماس داخل از نقطه تماس دو دایره عبور می‌کند.

بنابراین BM قطر دایره کوچک‌تر است. می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن

(امروزه فلاح)

۱۲۱- گزینه «۱»



میانۀ AP در مثلث ABC را از سمت P به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا نقطه D حاصل شود. چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است چون در این چهارضلعی، قطرهای منصف یکدیگرند. بنابراین $AB = CD$ و $\widehat{BAP} = \widehat{PDC}$ و در نتیجه داریم:

$$AB > AC \Rightarrow DC > AC$$

$$\xrightarrow{\Delta ADC} \widehat{PAC} > \widehat{PDC} \Rightarrow \widehat{PAC} > \widehat{BAP}$$

(هنرسه ۱ - ترسیم‌های هنری و استرالال؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(سیرمهمه فضا سینی فرد)

۱۲۲- گزینه «۲»

فرض کنید $\frac{AM}{MD} = k$ باشد. در این صورت $\frac{AM}{AD} = \frac{k}{k+1}$ و

$$\frac{MD}{AD} = \frac{1}{k+1} \text{ است. با فرض } MP = PQ = QN = x \text{ داریم:}$$

$$\Delta ABD: MP \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MP}{AB} = \frac{MD}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{1}{k+1} \quad (1)$$

$$\Delta ACD: MQ \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MQ}{DC} = \frac{AM}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{4} = \frac{k}{k+1} \quad (2)$$

رابطه‌های (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم:

$$\frac{x}{3} + \frac{2x}{4} = \frac{1}{k+1} + \frac{k}{k+1} \Rightarrow \frac{5x}{6} = 1 \Rightarrow x = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow MN = 3 \times \frac{6}{5} = \frac{18}{5} = 3 \frac{3}{5}$$

(هنرسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

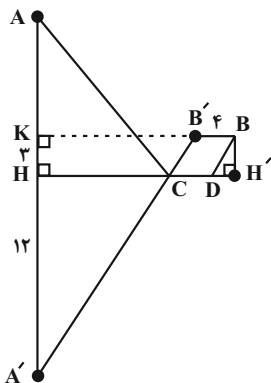
(مممر صحت کار)

۱۲۷- گزینه «۲»

با توجه به اینکه ۴ کیلومتر از جاده در کنار ساحل دریا ساخته می‌شود، ابتدا

نقطه B را مطابق شکل ۴ واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نقطه B'

حاصل شود.



همچنین بازتاب نقطه A نسبت به ساحل دریا را A' می‌نامیم. از B' عمود

B'K را بر امتداد AA' رسم می‌کنیم. داریم:

$$B'K = BK - BB' = 24 - 4 = 20$$

$$A'K = A'H + HK = 12 + 3 = 15$$

$$A'B'K : A'B'^2 = A'K^2 + B'K^2$$

$$= 225 + 400 = 625 \Rightarrow A'B' = 25$$

مسیر ACDB در شکل، کوتاه‌ترین مسیر ممکن تحت شرایط مسئله است.

طول این مسیر برابر است با:

$$AC + CD + DB = A'C + BB' + CB'$$

$$= (A'C + CB') + BB' = A'B' + BB' = 25 + 4 = 29$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه ۵۵)

(امیرفلسین ابومصوب)

۱۲۸- گزینه «۲»

طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin B = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$$

از طرفی طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \times BC \times \cos B$$

$$= 5^2 + 8^2 - 2 \times 5 \times 8 \times \frac{1}{2} = 25 + 64 - 40 = 49$$

$$\Rightarrow AC = 7$$

وتر را نصف می‌کند، بنابراین $OP = ON = R - 6$ است و در نتیجه

طبق روابط طولی در دایره کوچک‌تر داریم:

$$ON \times OP = OM \times OB \Rightarrow (R - 6)^2 = R(R - 8)$$

$$\Rightarrow R^2 - 12R + 36 = R^2 - 8R \Rightarrow 4R = 36 \Rightarrow R = 9$$

$$BM = AB - AM \Rightarrow 2r = 18 - 8 = 10 \Rightarrow r = 5$$

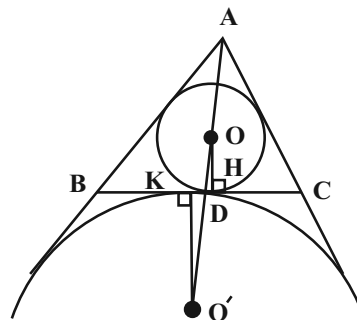
$$\text{مساحت ناحیه سایه زده} = \pi R^2 - \pi r^2 = 81\pi - 25\pi = 56\pi$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۸ و ۲۳)

(مممر صحت کار)

۱۲۶- گزینه «۱»

اگر P نصف محیط مثلث ABC باشد، آن‌گاه داریم:



$$CH = P - c = P - 8$$

$$CK = P - b = P - 5$$

$$KH = CK - CH = (P - 5) - (P - 8) = 3$$

دو مثلث قائم‌الزاویه O'DK و ODH به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند.

$$\frac{DH}{DK} = \frac{OH}{O'K} = \frac{r}{r_a} = \frac{\frac{S}{P}}{\frac{S}{P-a}} = \frac{P-a}{P}$$

از طرفی $P = \frac{5+7+8}{2} = 10$ است. اگر $DH = x$ باشد، آن‌گاه

داریم:

$$\frac{x}{3-x} = \frac{10-7}{10} = \frac{3}{10} \Rightarrow 10x = 9-3x$$

$$\Rightarrow 13x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{13}$$

(هنر سه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

$$= 4 \times 2 + \frac{1}{4} \times 2 = 8 + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}$$

(هنر سه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(سوکنر روشنی)

گزینه «۳» - ۱۳۱

تمام قطرهای دایره از مرکز آن عبور می‌کنند، بنابراین ابتدا با انتخاب دو مقدار متفاوت برای پارامتر m ، مختصات مرکز دایره را پیدا می‌کنیم.

$$m = -1 \Rightarrow 3y = -6 \Rightarrow y = -2$$

$$m = 2 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$$

بنابراین نقطه $O(4, -2)$ مرکز دایره C است. شعاع این دایره برابر است

$$R = OA = \sqrt{(1-4)^2 + (-2-2)^2} = 5 \quad \text{با:}$$

از طرفی $O'(0, 0)$ مرکز و $R' = 2$ شعاع دایره C' است، پس داریم:

$$d = OO' = \sqrt{(0-4)^2 + (0+2)^2} = 2\sqrt{5}$$

با توجه به مقادیر به دست آمده $R - R' < d < R + R'$ است، پس دو دایره متقاطع هستند.

(هنر سه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

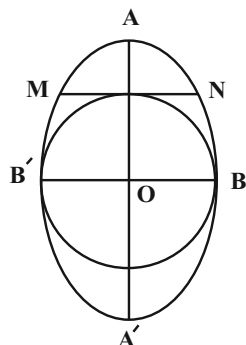
(سوکنر روشنی)

گزینه «۳» - ۱۳۲

فاصله دو نقطه F و F' برابر فاصله کانونی بیضی است و نقطه O (مرکز بیضی) وسط F و F' قرار دارد.

$$2c = FF' = |5 - (-3)| = 8 \Rightarrow c = 4$$

$$O = \frac{F + F'}{2} = (1, 1)$$



اگر BH ارتفاع وارد بر ضلع AC باشد، آن‌گاه داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BH \times AC \Rightarrow 10\sqrt{3} = \frac{1}{2} BH \times 7$$

$$\Rightarrow BH = \frac{20}{7}\sqrt{3}$$

(هنر سه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹ و ۷۴)

(فرزانه ناکپاش)

گزینه «۲» - ۱۲۹

ابتدا وارون ماتریس B و توان دوم ماتریس A را به دست می‌آوریم.

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

حال ماتریس $(B^{-1}AB)^2$ را محاسبه می‌کنیم:

$$(B^{-1}AB)^2 = B^{-1}AB \times B^{-1}AB$$

$$= B^{-1}A \underbrace{(BB^{-1})}_{I} AB = B^{-1}A^2B$$

$$= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ 2 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -4 & -12 \\ 24 & 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه‌ها} = -1 - 3 + 6 + 2 = 4$$

(هنر سه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(سوکنر روشنی)

گزینه «۴» - ۱۳۰

ابتدا از طرفین رابطه داده شده دترمینان می‌گیریم. داریم:

$$2A = \begin{bmatrix} |A| & 2 \\ -2 & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |2A| = |A|^2 + 4 \Rightarrow 2^2 |A| = |A|^2 + 4$$

$$\Rightarrow |A|^2 - 4|A| + 4 = 0 \Rightarrow (|A| - 2)^2 = 0 \Rightarrow |A| = 2$$

بنابراین حاصل عبارت صورت سؤال برابر است با:

$$\left| |A| + \frac{|A|}{|A|} \right| = |2A| + \left| \frac{A}{2} \right| = 2^2 |A| + \left(\frac{1}{2} \right)^2 |A|$$

چون پرتو نور از کانون سهمی بر آن تابیده است، پرتو بازتابش موازی با محور تقارن سهمی یعنی به طور عمودی خارج می‌شود و معادله آن به صورت

$$x = 2\sqrt{2} \text{ یا } x = -2\sqrt{2} \text{ خواهد بود.}$$

(هنر سه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۶)

(غریزه فاکپاشی)

۱۳۴ - گزینه «۳»

طبق ویژگی‌های ضرب داخلی دو بردار داریم:

$$|2\vec{a} - 3\vec{b}|^2 = 4|\vec{a}|^2 + 9|\vec{b}|^2 - 12\vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$\Rightarrow 8^2 = 4 \times 5^2 + 9 \times 2^2 - 12\vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$\Rightarrow 12\vec{a} \cdot \vec{b} = 100 + 36 - 64 = 72 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 6$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 \times |\vec{b}|^2$$

$$\Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}|^2 + 6^2 = 5^2 \times 2^2 \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}|^2 = 100 - 36 = 64$$

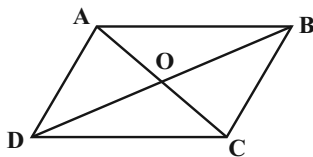
$$\Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = 8$$

(هنر سه ۳ - بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

(سوگند روشنی)

۱۳۵ - گزینه «۲»

ابتدا به کمک ضرب خارجی، مساحت مثلث OAB را به دست می‌آوریم.



$$\vec{OA} = A - O = (-2, 1, -1) \Rightarrow \vec{OA} \times \vec{OB} = (-1, 2, 4)$$

$$\vec{OB} = B - O = (0, -2, 1)$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} |\vec{OA} \times \vec{OB}| = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 + 16} = \frac{1}{2} \sqrt{21}$$

قطرهای یک متوازی‌الاضلاع، ۴ مثلث هم مساحت ایجاد می‌کنند، بنابراین داریم:

$$S_{ABCD} = 4S_{OAB} = 2\sqrt{21}$$

(هنر سه ۳ - بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

مرکز بیضی بر مرکز دایره منطبق است، پس مطابق شکل طول قطر کوچک بیضی برابر طول قطر دایره است.

$$R^2 = 4 \Rightarrow R = 2 \Rightarrow 2b = 2R = 4 \Rightarrow b = 2$$

پاره‌خط MN همان وتر کانونی بیضی است و طول آن از رابطه

$$MN = \frac{2b^2}{a} \text{ محاسبه می‌شود. داریم:}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 = 4 + 16 = 20 \Rightarrow a = 2\sqrt{5}$$

$$MN = \frac{2 \times 4}{2\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

(هنر سه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

(سوگند روشنی)

۱۳۳ - گزینه «۱»

ابتدا معادله سهمی را به حالت متعارف تبدیل می‌کنیم.

$$x^2 - 4x + 4y = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = -4y + 4$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = -4(y-1)$$

سهمی قائم بوده و دهانه آن به سمت پایین باز می‌شود. نقطه $A(2, 1)$ رأس

سهمی و $a = 1$ فاصله کانونی سهمی است و داریم:

$$\text{کانون سهمی } F(2, 1-1) = (2, 0)$$

پرتو نور با جهت مثبت محور xها زاویه 45° می‌سازد، پس شیب آن

$$m = \tan 45^\circ = 1 \text{ است و چون از کانون عبور می‌کند، معادله آن به}$$

صورت زیر است:

$$y - 0 = 1(x - 2) \Rightarrow y = x - 2$$

حال نقطه تلاقی این پرتو و سهمی را به دست می‌آوریم.

$$x^2 - 4x + 4y = 0 \xrightarrow{y=x-2} x^2 - 4x + 4x - 8 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$$

(علی منصف شکری)

گزینه ۱» ۱۳۸-

مجموع احتمال‌های همه برآمدهای فضای نمونه برابر یک است، پس داریم:

$$P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_5) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{3^1}{11a} + \frac{3^2}{11a} + \dots + \frac{3^5}{11a} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{3^1 + 3^2 + \dots + 3^5}{11a} = 1 \Rightarrow a = \frac{3(1-3^5)}{11} = \frac{3(-242)}{11} = \frac{-2}{11}$$

$$\Rightarrow a = 33$$

$$P(A) = P(a_2) + P(a_3) = \frac{3^2}{11 \times 33} + \frac{3^3}{11 \times 33} = \frac{90}{11 \times 33} = \frac{30}{121}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۱)

(علی منصف شکری)

گزینه ۲» ۱۳۹-

چون حداکثر دو فرزند پسر در این خانواده وجود دارد، پس فضای نمونه

کاهش یافته شامل ۷ عضو و به صورت زیر است:

$$S = \{(d, d, d), (d, d, p), (d, p, d), (d, p, p), (p, d, d), (p, d, p), (p, p, d)\}$$

پیشامد آنکه سومین فرزند، دومین دختر خانواده باشد به معنای آن است که

از دو فرزند اول تنها یکی دختر است، پس در صورتی که این پیشامد را A

$$A = \{(d, p, d), (p, d, d)\}$$

بنامیم، داریم:

$$P(A) = \frac{2}{7}$$

بنابراین احتمال این پیشامد برابر است با:

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

(امیرفرسین ابومصوب)

گزینه ۱» ۱۴۰-

ابتدا نمودار درختی را برای این مسئله رسم می‌کنیم.

(بیبا سعیری)

گزینه ۳» ۱۳۶-

گزاره $(q \vee r) \Rightarrow (\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \vee r)$ پس گزاره $(q \vee r)$

نادرست است و در نتیجه هر دو گزاره q و r نادرست هستند. از طرفی گزاره

$(\sim p \Rightarrow q)$ درست است که با توجه به نادرست بودن تالی آن، مقدم

یعنی $\sim p$ باید نادرست باشد و در نتیجه p درست است. حال به بررسی

گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه ۱» $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv T \Rightarrow (F \Rightarrow F) \equiv T \Rightarrow T \equiv T$

گزینه ۲» $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow r \equiv (T \Rightarrow F) \Leftrightarrow F \Leftrightarrow F \Leftrightarrow F \equiv T$

گزینه ۳» $\sim (p \wedge \sim q) \wedge (q \vee p) \equiv (q \vee \sim p) \wedge (q \vee p)$

$$\equiv q \vee \underbrace{(\sim p \wedge p)}_F \equiv q \equiv F$$

گزینه ۴» $\sim q \wedge (q \vee p) \equiv T \wedge (F \vee T) \equiv T \wedge T \equiv T$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

(امیرفرسین ابومصوب)

گزینه ۴» ۱۳۷-

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$((A' - B') \cap C)' = B \Rightarrow ((A' \cap B) \cap C)' = B$$

$$\Rightarrow (A' \cap B)' \cup C' = B \Rightarrow (A \cup B') \cup C' = B$$

$$\Rightarrow B' \cup (A \cup C') = B$$

با توجه به اینکه B' و B دو مجموعه جدا از هم هستند، رابطه فوق تنها در

صورتی درست است که $B' = \emptyset$ باشد. در این صورت $B = U$ است و

داریم:

$$\emptyset \cup (A \cup C') = U \Rightarrow A \cup C' = U$$

$$\Rightarrow (A \cup C')' = U' \Rightarrow A' \cap C = \emptyset \Rightarrow C - A = \emptyset$$

$$\Rightarrow C \subseteq A$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

بنابراین داده‌های ۱۳، ۱۲، ۸، ۸، ۷، ۶ درون جعبه قرار می‌گیرند. برای این داده‌ها داریم:

$$\bar{x} = \frac{6+7+8+8+12+13}{6} = 9$$

$$\sigma^2 = \frac{(-3)^2 + (-2)^2 + 2(-1)^2 + 3^2 + 4^2}{6} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۴ تا ۹۸)

۱۴۲- گزینه «۴» (سیرممد رضا حسینی فر)

با استفاده از نمونه ۶۴ تایی و بازه [۲۷، ۳۰] می‌توانیم انحراف معیار جامعه را به دست آوریم. بازه اطمینان ۹۵ درصد برحسب نمونه‌ای به اندازه n به

$$\text{صورت} \left[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right] \text{ است، پس داریم:}$$

$$\text{طول بازه اطمینان} = \frac{4\sigma}{\sqrt{n_1}} \Rightarrow 3 = \frac{4\sigma}{8} \Rightarrow \sigma = 6$$

حال برای نمونه ۱۰۰ تایی با میانگین $\bar{x} = 29/3$ داریم:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 29/3 - \frac{2 \times 6}{10} \leq \mu \leq 29/3 + \frac{2 \times 6}{10}$$

$$\Rightarrow 28/1 \leq \mu \leq 30/5 = \text{بازه اطمینان} [28/1, 30/5]$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۳۱ و ۱۳۲)

۱۴۳- گزینه «۲» (علی منصف شکری)

در تقسیم عدد طبیعی a بر عدد طبیعی b، باقی‌مانده حداکثر می‌تواند برابر b-1 باشد، بنابراین داریم:

$$a = bq + (b-1) \Rightarrow a+1 = b(q+1) \Rightarrow b | a+1$$

از طرفی طبق فرض $b | a+3$ ، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} b | a+3 &\xrightarrow{\text{تفاضل}} b | 2 \quad (b \neq 1) \rightarrow b = 2 \\ b | a+1 &\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \text{ یک سکه رو} &\rightarrow \frac{\binom{2}{2} \binom{5}{1}}{\binom{7}{3}} \\ \frac{1}{2} \text{ هر دو سکه رو} &\rightarrow \frac{\binom{2}{1} \binom{5}{2}}{\binom{7}{3}} \\ \frac{1}{2} \text{ هر سه سکه رو} &\rightarrow \frac{\binom{5}{3}}{\binom{7}{3}} \end{aligned}$$

بنابراین طبق قانون بیز، احتمال آنکه هر ۳ مهره خارج شده از کیسه سفید باشد، برابر است با:

$$\begin{aligned} P &= \frac{\frac{10}{35} \times \frac{1}{8}}{\frac{5}{35} \times \frac{1}{2} + \frac{20}{35} \times \frac{1}{4} + \frac{10}{35} \times \frac{1}{8}} = \frac{1}{28} \\ &= \frac{1}{28} = \frac{1}{7} \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۱۴۱- گزینه «۴» (سیرممد رضا حسینی فر)

ابتدا داده‌ها را بدون در نظر گرفتن داده a به صورت صعودی مرتب می‌کنیم:

$$4, 4, 4/5, 6, 7, 8, 12, 13, 13/5, 14, 16/5$$

با افزودن داده a، تعداد داده‌ها برابر ۱۲ (عددی زوج) است، پس میانه داده‌ها

برابر میانگین دو داده وسط (داده‌های ششم و هفتم) است. چون یکی از این

دو داده قطعاً ۸ و میانه داده‌ها نیز ۸ است، پس a نیز لزوماً برابر ۸ خواهد بود

و در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} 4, 4, 4/5, 6, 7, 8, 8, 12, 13, 13/5, 14, 16/5 \\ Q_1 = \frac{4/5+6}{2} = 5/25 \quad Q_3 = \frac{13+13/5}{2} = 13/25 \end{aligned}$$

(امیرمسین ابومویب)

گزینه «۱» - ۱۴۶

در هر گراف k -منتظم، رابطه $2q = pk$ بین مرتبه و اندازه گراف و درجه رأس‌ها برقرار است، بنابراین داریم:

$$2q = pk \xrightarrow{q=18} pk = 36 = 36 \times 1 = 18 \times 2 \\ = 12 \times 3 = 9 \times 4 = 6 \times 6$$

از طرفی در هر گراف k -منتظم، $k < p$ است، بنابراین تنها مقادیر قابل

قبول برای مرتبه این گراف عبارتند از: $p = 36, 18, 12, 9$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۵)

(امیرمسین ابومویب)

گزینه «۴» - ۱۴۷

رأس e قادر به احاطه رؤس e, f, h و d است، ولی چون هیچ رأسی از میان رؤس a, b, c و g نمی‌تواند تمام این ۴ رأس را احاطه کند، پس عدد احاطه‌گری گراف برابر ۳ است. در همه مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم این گراف، رأس e حضور دارد. این مجموعه‌ها به دو دسته زیر تقسیم می‌شوند:

الف) رأس e به همراه دو رأس دلخواه از بین چهار رأس a, b, c و g :

$$\{e, a, b\}, \{e, a, c\}, \{e, a, g\}, \{e, b, c\}, \{e, b, g\}, \{e, c, g\}$$

ب) مجموعه $\{e, a, d\}$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۴ تا ۵۱)

(امیرمسین ابومویب)

گزینه «۲» - ۱۴۸

فرض کنید تعداد شاخه‌های گل‌های رز، مریم، نرگس، اطلسی و میخک را به ترتیب با X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 نمایش دهیم. در این صورت داریم:

$$\left. \begin{aligned} X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 &= 20 \\ X_1 + X_2 &= 8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow X_3 + X_4 + X_5 = 12$$

$$b | a+1 \Rightarrow 2 | a+1 \Rightarrow a = 2k - 1$$

یعنی a عددی فرد است، پس a^3 نیز فرد است و باقی‌مانده تقسیم آن بر عدد ۲، برابر ۱ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۵)

(علی ایمانی)

گزینه «۴» - ۱۴۴

$$8^2 = 64 \equiv 1, 4^3 = 64 \equiv 1$$

$$8^{47} - 4^{63} \equiv (8^2)^{23} \times 8 - (4^3)^{15} \times 4^2 \equiv 1 \times 8 - 1 \times 16$$

$$\equiv -8 \equiv -8 + 63 \equiv 55$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(امیرمسین ابومویب)

گزینه «۲» - ۱۴۵

اگر تعداد اسکناس‌های ۲۰۰۰ و ۵۰۰۰ تومانی را به ترتیب با x و y نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$2000x + 5000y = 121000 \Rightarrow 2x + 5y = 121$$

$$\Rightarrow 5y \equiv 121 \Rightarrow y \equiv 1 \Rightarrow y = 2k + 1 (k \in \mathbb{Z})$$

$$2x + 5(2k + 1) = 121 \Rightarrow 2x = -10k + 116$$

$$\Rightarrow x = -5k + 58 \Rightarrow x + y = -3k + 59$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow -5k + 58 \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{58}{5} \\ y \geq 0 \Rightarrow 2k + 1 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{1}{2} \\ x + y < 50 \Rightarrow -3k + 59 < 50 \Rightarrow k > 3 \end{cases}$$

با توجه به اینکه k عددی صحیح است، پس اشتراک جواب‌های سه نامعادله فوق به صورت $4 \leq k \leq 11$ است، یعنی به ۸ طریق انجام این کار امکان‌پذیر است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

راننده‌ها با d_1 ، d_2 و d_3 ماشین‌ها با c_1 ، c_2 و c_3 مشخص شده‌اند..

رشت قزوین اراک			رشت قزوین اراک				
شنبه	d_1	d_2	d_3	شنبه	c_1	c_2	c_3
یکشنبه	d_2	d_1	d_3	یکشنبه	c_2	c_3	c_1
دوشنبه	d_3	d_3	d_1	دوشنبه	c_3	c_1	c_2

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۷۲)

(امیرمسین ابومبوب)

۱۵۰- گزینه «۴»

اعداد اول کوچک‌تر از ۵۰ عبارتند از:

$$\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47\}$$

این اعداد برحسب باقی‌مانده تقسیم آن‌ها بر ۶، به ۴ گروه تقسیم می‌شوند:

$$A = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\} = \{7, 13, 19, 25, 31, 37, 43\}$$

$$B = \{6k + 2 \mid k \in \mathbb{Z}\} = \{2\}$$

$$C = \{6k + 3 \mid k \in \mathbb{Z}\} = \{3\}$$

$$D = \{6k + 5 \mid k \in \mathbb{Z}\} = \{5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47\}$$

در بین اعداد داده شده تنها مجموع یک عدد از مجموعه A و یک عدد از

مجموعه D می‌تواند عددی مضرب ۶ باشد. چون تعداد اعضای مجموعه D

بیشتر از A است، در صورت انتخاب تمام اعضای سه مجموعه B، C و D،

هنوز هیچ دو عددی وجود ندارد که مجموع آن‌ها مضرب ۶ باشد و لزوماً باید

یک عدد نیز از مجموعه A انتخاب کنیم، پس حداقل تعداد اعداد انتخابی

برابر است با:

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ B & C & D & A \end{array} \quad \downarrow + \downarrow + \downarrow + \downarrow = 10$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

پس کافی است دو معادله $x_1 + x_2 = 8$ و $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 12$ را به طور جداگانه و همراه با شرط $x_i \geq 2 (1 \leq i \leq 5)$ حل کنیم.

$$x_1 + x_2 = 8 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 4$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 = 4$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{4+2-1}{2-1} = \binom{5}{1} = 5$$

$$x_3 + x_4 + x_5 = 12 \Rightarrow y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8 = 6$$

$$\Rightarrow y_3 + y_4 + y_5 = 6$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{6+3-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28$$

بنابراین طبق اصل ضرب، تعداد جواب‌های معادله برابر است با:

$$5 \times 28 = 140$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(کیوان دارابی)

۱۴۹- گزینه «۱»

برای برنامه‌ریزی سفرها به دو مربع لاتین متعامد نیاز داریم تا آن‌ها را با هم

ترکیب کنیم. در هر دو مربع می‌توانیم سطرها را متناظر با روزها و ستون‌ها را

متناظر با شهرها در نظر بگیریم. در یکی از مربع‌ها، راننده‌ها و در دیگری

اتومبیل‌ها را به عنوان درایه استفاده می‌کنیم. ابتدا مربع لاتین مربوط به

راننده‌ها به ۱۲ طریق ساخته می‌شود.

هریک از این مربع‌ها با ۶ مربع لاتین دیگر متعامد هستند، پس به ازای

هر کدام از این ۱۲ مربع (متناظر با راننده‌ها)، ۶ مربع متعامد (متناظر با

اتومبیل‌ها) وجود دارد و در نتیجه طبق اصل ضرب، برنامه‌ریزی این کار به

$$12 \times 6 = 72$$

شکل زیر رسم شده است.

فیزیک

۱۵۱- گزینه «۲»

(مصطفی واثقی)

در حرکت با شتاب ثابت روی مسیری مستقیم داریم:

$$v = at + v_0$$

$$\frac{t=3s}{v_3=0} \rightarrow 0 = 3a + v_0 \Rightarrow v_0 = -3a \quad (1)$$

$$\frac{t=5s}{v_5} \rightarrow v_5 = 5a + v_0 \xrightarrow{(1)} v_5 = 5a - 3a = 2a$$

از طرفی می توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_{0-3} = \frac{v_0 + v_3}{2} \times 3 = -\frac{4}{5} \Delta a \\ \Delta x_{3-5} = \frac{v_3 + v_5}{2} \times 2 = 2a \end{cases}$$

بنابراین مسافت طی شده در ۵ ثانیه اول حرکت برابر است:

$$l_{0-5} = |\Delta x_{0-3}| + \Delta x_{3-5} = \frac{4}{5} \Delta a + 2a = \frac{6}{5} \Delta a$$

حال با توجه به تعریف تندی متوسط داریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow \frac{6}{5} \Delta a = \frac{6 \Delta a}{5} \Rightarrow a = \Delta m / s^2$$

در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، شتاب متوسط در هر بازه زمانی دلخواه با شتاب لحظه‌ای برابر است. پس شتاب متوسط در بازه صفر تا ۵s برابر با $\Delta m / s^2$ است.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۲۱)

۱۵۲- گزینه «۲»

(پوریا کمران)

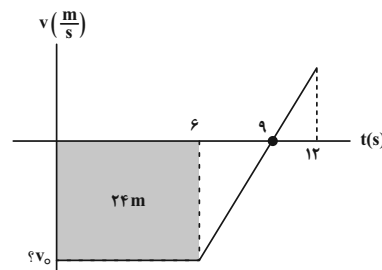
با توجه به این که متحرک روی محور xها با شتاب ثابت حرکت می کند، نمودار مکان - زمان آن یک سهمی خواهد بود و رأس سهمی در لحظه $t = 2/5s$ است. بنابراین از $t = 0$ تا $t = 2/5s$ حرکت کندشونده و از $t = 2/5s$ تا $t = 3s$ حرکت تندشونده خواهد بود.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۵۳- گزینه «۲»

(پوریا علاقه‌مند)

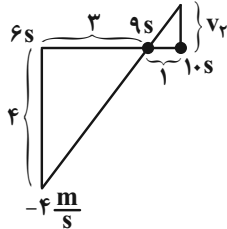
مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. از طرفی، متحرک در ۶ ثانیه اول حرکتش ۲۴ متر را طی کرده است. بنابراین:



$$|v_0| \times 6 = 24m \Rightarrow |v_0| = 4 \frac{m}{s} \Rightarrow v_0 = -4 \frac{m}{s}$$

سرعت در لحظه $t_1 = 10s$ را می توان از تشابه مثلثها به دست آورد:

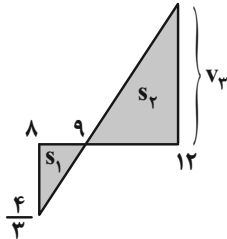
$$\frac{4}{3} = \frac{v_2}{1} \Rightarrow v_2 = \frac{4}{3} m/s$$



به دلیل تشابه، اندازه سرعت در لحظه‌های ۸s و ۱۰s برابر است.

$$v_8 = -\frac{4}{3} \frac{m}{s}, v_{10} = \frac{4}{3} \frac{m}{s}$$

برای محاسبه سرعت در لحظه ۱۲s داریم:



$$\frac{4}{3} = \frac{v_3}{1} \Rightarrow v_3 = \frac{4}{3} \frac{m}{s}$$

مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است. در بازه زمانی ۸s تا ۱۲s داریم:

$$\Delta x = -s_1 + s_2 = -\left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 1\right) + \frac{1}{2} \times 3 \times 4$$

$$\Rightarrow \Delta x = -\frac{4}{6} + 6 = \frac{16}{3} m$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۱۵۴- گزینه «۳»

(مسعود قره‌قانی)

محل رها شدن سنگ را مبدأ مکان و جهت مثبت را به سمت پایین در نظر می‌گیریم. اگر کل زمان سقوط سنگ تا رسیدن به زمین برابر با t ثانیه باشد، با استفاده از رابطه مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta y_{(t-3)-t} = 3 \Delta y_{0-3}$$

$$\Rightarrow \frac{v_{t-3} + v_t}{2} \times 3 = 3 \times \frac{v_0 + v_3}{2} \times 3 \xrightarrow{v=gt+v_0}$$

$$\Rightarrow g(t-3) + gt = 3 \times 3g \Rightarrow t = 6s$$

بنابراین تندی سنگ در لحظه رسیدن به زمین برابر است با:

$$v = gt + v_0 = 10 \times 6 + 0 = 60 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

$$\Rightarrow kx_2 = \mu_s m'g \Rightarrow 250x_2 = 0 / 3 \times 40 \times 10$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{120}{250} = 0 / 48 \text{ m} = 48 \text{ cm}$$

بنابراین:

$$|x_2 - x_1| = |48 - 16| = 32 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

۱۵۸ - گزینه «۴» (مهم‌علی راست‌پیمان)

ابتدا تغییر تکانه توپ را حساب می‌کنیم:

$$\Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v} = 0 / 4 (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = 0 / 4 \times (\rho \vec{i} + \lambda \vec{j} - (\rho \vec{i} - \lambda \vec{j}))$$

$$\Delta \vec{p} = 0 / 4 \times (16 \vec{j}) = 6 / 4 \vec{j} \left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \right)$$

$$\vec{F}_{\text{av}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{6 / 4 \vec{j}}{0 / 8} = \lambda \vec{j} \text{ (N)}$$

به توپ دو نیروی وزن و نیرو از طرف سطح زمین وارد می‌شود، بنابراین:

$$\vec{F} + \vec{W} = \lambda \vec{j} \Rightarrow \vec{F} + 0 / 4 \times 10 \cdot (-\vec{j}) = \lambda \vec{j} \Rightarrow \vec{F} = 12 \vec{j} \text{ (N)}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۱۵۹ - گزینه «۲» (زهره آقاممیری)

وقتی ماهواره در مداری دایره‌ای به شعاع r می‌چرخد، تندی آن به روش زیر محاسبه می‌شود.

$$m \frac{v^2}{r} = G \frac{mM}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}$$

در نتیجه برای مقایسه انرژی جنبشی داریم:

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$\frac{r_1 = R_e + R_e = 2R_e}{r_2 = R_e + 1/5 R_e = 6/5 R_e} \rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{2R_e}{6/5 R_e} = \frac{5}{3}$$

درصد تغییرات انرژی جنبشی برابر است با:

$$\left(\frac{K_2}{K_1} - 1 \right) \times 100 = \left(\frac{5}{3} - 1 \right) \times 100 = -20\%$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۶)

۱۶۰ - گزینه «۲» (پوریا علاقه‌مند)

$$m = 50 \text{ g} = 0 / 05 \text{ kg}$$

$$f = \frac{120}{60} = 2 \text{ Hz} \Rightarrow \omega = 2\pi f = 2\pi \times 2 = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

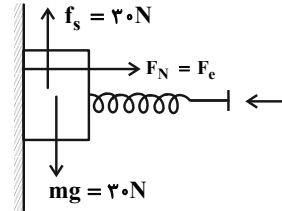
$$4A = 100 \text{ cm} \Rightarrow A = 25 \text{ cm} \Rightarrow A = 0 / 25 \text{ m}$$

$$F_{\text{max}} = mA\omega^2 = 0 / 05 \times 0 / 25 \times (4\pi)^2 = 2 \text{ N}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۱۵۵ - گزینه «۳» (بیتا فور شیر)

نیروی که از طرف دیوار به جسم وارد می‌شود برآیند دو نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک است.



$$F_e = k\Delta x = 750 \times \frac{12}{100} = 90 \text{ N}$$

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s f_N = 0 / 35 \times 90 = 31 / 5 \text{ N}$$

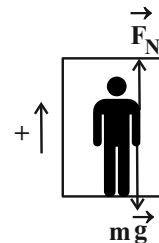
$$mg < f_{s,\text{max}} \Rightarrow \text{جسم ساکن است} \Rightarrow f_s = mg = 30 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{90^2 + 30^2} = 30\sqrt{10} \text{ N}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۴۴)

۱۵۶ - گزینه «۴» (زهره آقاممیری)

در حالت اول جهت شتاب رو به بالا ($a_1 > 0$) و در حالت دوم جهت شتاب رو به پایین ($a_2 < 0$) است. در هر دو حالت قانون دوم نیوتون را با انتخاب جهت مثبت رو به بالا می‌نویسیم.



$$\begin{cases} F_N = m(g + a_1) \\ F'_N = m(g - |a_2|) \end{cases}$$

$$\Rightarrow F_N - F'_N = ma_1 + m|a_2| = (60 \times 2) + (60 \times 2) = 240 \text{ N}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴ و ۳۷ تا ۳۹)

۱۵۷ - گزینه «۴» (پوریا علاقه‌مند)

در حالت اول جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e - f_k = 0 \Rightarrow kx_1 = \mu_k F_N$$

$$\Rightarrow kx_1 = \mu_k mg \Rightarrow 250x_1 = 0 / 2 \times 20 \times 10$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{40}{250} = 0 / 16 \text{ m} = 16 \text{ cm}$$

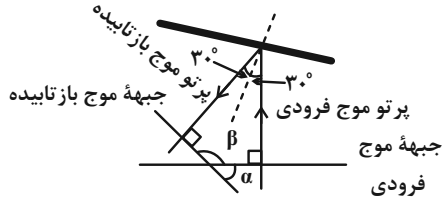
در حالت دوم جسم در آستانه حرکت است.

$$F'_{\text{net}} = m'a' \Rightarrow F'_e - f_{s,\text{max}} = 0 \Rightarrow kx_2 = \mu_s F'_N$$

(امیرمسین میوزی)

۱۶۴- گزینه «۲»

با توجه به قانون بازتاب عمومی (برابری زاویه تابش و بازتابش) و این که پرتو موج همواره بر جبهه‌های موج عمود است، طبق شکل زیر داریم:



$$\beta + 2 \times 30^\circ + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ$$

$$\beta = 120^\circ \Rightarrow \alpha = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

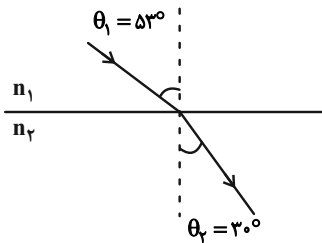
همان‌طور که مشخص است زاویه بین جبهه‌های موج تابیده و بازتابیده برابر 60° است.

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

(زهرا آقاممیری)

۱۶۵- گزینه «۴»

ابتدا زاویه تابش و شکست را تعیین می‌کنیم و سپس از قانون عمومی شکست استفاده می‌کنیم. داریم:



$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda}{\delta} = 1/6$$

$$\left(\frac{v_1}{v_2} - 1 \right) \times 100 = 60\%$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۹)

(پوریا علاقه‌مند)

۱۶۶- گزینه «۳»

با استفاده از رابطه بسامد نوسان‌های هماهنگ یک تار مرتعش، داریم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \xrightarrow{v = \sqrt{\frac{FL}{m}}} f_n = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{F}{mL}}$$

$$f_4 = \frac{4}{2} \sqrt{\frac{400}{20 \times 10^{-3} \times 2}} \Rightarrow f_4 = 200 \text{ Hz}$$

$$f_3 = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{400}{20 \times 10^{-3} \times 2}} \Rightarrow f_3 = 150 \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow f_4 - f_3 = 200 - 150 = 50 \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

(مصطفی کیانی)

۱۶۱- گزینه «۳»

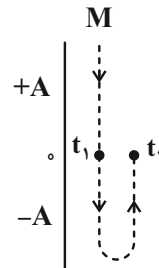
چون نقطه M در مکان $x = +A$ قرار دارد و پس از این لحظه به طرف

پایین حرکت می‌کند، بنابراین، برای اولین بار در لحظه $t_1 = \frac{T}{4}$ و برای

دومین بار در لحظه $t_2 = \frac{3T}{4}$ از مرکز نوسان خود عبور می‌کند. در این

صورت، برای محاسبه t_2 باید دوره تناوب (T) را بیابیم. با توجه به شکل

$$v = 30 \text{ m/s} \text{ و } \frac{2\lambda}{4} = 30 \text{ cm} \text{ لذا داریم:}$$



$$\frac{2\lambda}{4} = 30 \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

$$\lambda = vT \Rightarrow 0.2 = 30 \cdot T \Rightarrow T = \frac{1}{150} \text{ s}$$

$$t_2 = \frac{3T}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{150} \Rightarrow t_2 = \frac{1}{200} \text{ s}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

(مسعود قره‌قانی)

۱۶۲- گزینه «۳»

ابتدا تندی انتشار موج در این طناب را محاسبه می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\mu = \frac{m}{L}} v = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{0.4 \times 0.4}{0.25}} = 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال می‌توان نوشت:

$$f = \frac{v}{\lambda} \xrightarrow{\lambda = 0.2 \text{ m}} f = \frac{0.8}{0.2} = 4 \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

(مهمر علی راست‌پیمان)

۱۶۳- گزینه «۳»

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{I \propto \frac{1}{d^2}} \beta = 10 \log \left(\frac{d_0}{d} \right)^2 = 20 \log \frac{d_0}{d}$$

$$\beta = 20 \log \frac{64d}{d} = 20 \log 2^6 = 120 \log 2 = 120 \times 0.3$$

$$\Rightarrow \beta = 36 \text{ dB}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

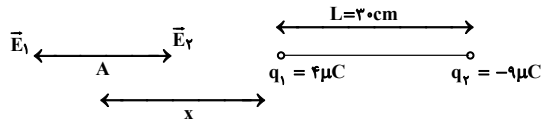
۱۷۰- گزینه «۱» (علیرضا کونه)

ابتدا با استفاده از قانون کولن، فاصله دو بار الکتریکی از یکدیگر (L) را به دست می آوریم:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{L^2} \Rightarrow 3/6 = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 9 \times 10^{-6}}{L^2}$$

$$\Rightarrow L = 0.3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$$

میدان الکتریکی خالص حاصل از دو بار الکتریکی q_1 و q_2 در نزدیکی بار با اندازه کوچک تر (نقطه A) صفر می شود، بنابراین داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(x+30)^2} \Rightarrow \frac{4}{x^2} = \frac{9}{(x+30)^2}$$

$$\Rightarrow 2x + 60 = 3x \Rightarrow x = 60 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow L + x = 30 + 60 = 90 \text{ cm}$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیستة ساکن، صفحه های ۵ تا ۱۰)

۱۷۱- گزینه «۳» (سعید شرق)

در حالت عادی و بدون میدان الکتریکی فقط نیروی وزن به فتر اثر می کند، پس:

$$F = k\Delta x \Rightarrow mg = kL$$

در داخل میدان علاوه بر نیروی وزن، نیروی الکتریکی نیز گلوله را پایین می کشد، پس:

$$mg + F_E = k(2L)$$

$$\frac{mg}{mg + F_E} = \frac{kL}{2kL} \Rightarrow F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{-6} E = 2 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow E = \frac{2 \times 10^{-2}}{4 \times 10^{-6}} = 5 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

و جهت میدان الکتریکی به سمت پایین خواهد بود.

(فیزیک ۲ - الکتروسیستة ساکن، صفحه های ۱۷ تا ۲۱)

۱۷۲- گزینه «۴» (پوریا علاقه مند)

$$q = -ne = -2 \times 10^3 \times 1.6 \times 10^{-19} = -3.2 \times 10^{-16} \text{ C}$$

$$W_E = +4/8 \times 10^{-14} \text{ J} \Rightarrow \Delta U = -W_E = -4/8 \times 10^{-14} \text{ J}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-4/8 \times 10^{-14}}{-3.2 \times 10^{-16}} = 150 \text{ V}$$

$$V_B - V_A = 150 \text{ V} \Rightarrow V_B - 150 = 150 \Rightarrow V_B = 300 \text{ V}$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیستة ساکن، صفحه های ۴ و ۲۱ تا ۲۷)

۱۶۷- گزینه «۱» (شارمان ویسی)

دقت کنید چون پدیده فوتوالکتریک رخ داده است، یعنی $\lambda_0 < \lambda$ است. طبق صورت سؤال داریم:

$$\lambda_0 - \lambda = \lambda \Rightarrow \lambda_0 = 2\lambda$$

طبق معادله فوتوالکتریک داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \xrightarrow{f = \frac{c}{\lambda}} K_{\max} = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

$$\Rightarrow 6/2 = 1240 \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{2\lambda} \right) \Rightarrow 6/2 = \frac{1240}{2\lambda} \Rightarrow \lambda = 100 \text{ nm}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه های ۱۱۶ تا ۱۲۱)

۱۶۸- گزینه «۳» (عبدالرضا امینی نسب)

می دانیم طول موج مرئی طیف اتم هیدروژن مربوط به رشته بالمر ($n' = 2$) می باشد و فقط چهارخط اول این رشته به ازای ($n = 3, 4, 5, 6$) مرئی هستند.

از طرفی بلندترین طول موج هر رشته، از گذار از نزدیکترین تراز ($n = n' + 1$) و کوتاه ترین طول موج هر رشته، از گذار از دورترین تراز هر رشته ($n = \infty$) به دست می آید که در این مورد خاص که مربوط به نور مرئی است ($n = 6$) خواهد بود.

$$\frac{n'=2}{n=3} \rightarrow \frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda_{\max} = 720 \text{ nm}$$

$$\frac{n'=2}{n=6} \rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda_{\min} = 450 \text{ nm}$$

بنابراین:

$$\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{720}{450} = \frac{8}{5}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه های ۱۲۱ تا ۱۲۴)

۱۶۹- گزینه «۲» (پوریا علاقه مند)

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2} \right)^n \xrightarrow{n = \frac{t}{T} = \frac{120}{20} = 6}$$

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2} \right)^6 = \frac{1}{64}$$

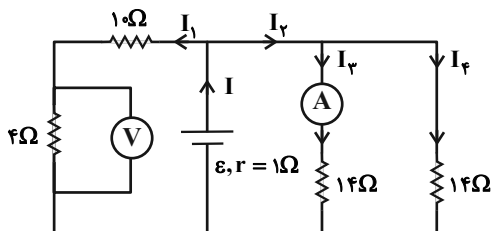
بنابراین نسبت هسته های واپاشیده شده به هسته های اولیه برابر است با:

$$\left(\frac{N_0 - N}{N_0} \right) = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته ای، صفحه های ۱۴۶ و ۱۴۷)

(فسرو ارغوانی فخر)

۱۷۵- گزینه «۳»



ابتدا جریان گذرنده از مقاومت 4Ω را به دست می آوریم:

$$I_1 = \frac{V}{R} = \frac{\Delta}{4} = 2A$$

در ضمن، دو مقاومت 14Ω اهمی موازی بوده و جریان گذرنده از آنها برابر است.

$$I_3 = I_4 = 2A$$

$$I_2 = I_3 + I_4 = 2 + 2 = 4A$$

$$I = I_1 + I_2 = 2 + 4 = 6A$$

از طرفی، ولتاژ دو سر مولد با ولتاژ دو سر هر یک از مقاومت های 14Ω اهمی برابر است.

$$V = IR = 2 \times 14 = 28V$$

$$\Rightarrow V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 28 = \varepsilon - 6 \times 1 \Rightarrow \varepsilon = 34V$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای پیرای مستقیم؛ صفحه های ۶۱ تا ۶۶ و ۷۰ تا ۷۷)

(مسین مفرومی)

۱۷۶- گزینه «۴»

اگر کلید k بسته باشد، جریانی از مقاومت R نمی گذرد و مدار اتصال کوتاه می گردد و ولت سنج عدد صفر را نشان می دهد. داریم:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 0 = \varepsilon - 10 \times 1 \Rightarrow \varepsilon = 10V$$

با باز کردن کلید k ، مقاومت R هم وارد مدار خواهد شد. پس:

$$I' = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{10}{4+1} = 2A$$

پس توان خروجی مولد برابر با توان مصرفی در مقاومت خارجی مدار است.

در نتیجه:

$$P = RI'^2 = 4 \times 2^2 = 16W$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای پیرای مستقیم؛ صفحه های ۶۱ تا ۷۰)

(سعید طاهری بروینی)

۱۷۳- گزینه «۱»

الف) میدان الکتریکی باعث کنده شدن تعدادی از الکترون های اتم ماده دی الکتریک می شود و این موجب ایجاد نقش های لیچنبرگ خواهد شد. با توجه به ثابت ماندن میدان الکتریکی (مورد ب) تأثیری در احتمال ایجاد نقش های لیچنبرگ مشاهده نخواهد شد.

ب) با توجه به افزایش فاصله بین صفحات خازن و جدا بودن خازن از منبع الکتریکی داریم (فرض می کنیم فاصله صفحات n برابر شده که n می تواند هر عدد حقیقی بزرگ تر از یک باشد).

$$d' = nd \Rightarrow C' = \kappa \varepsilon_0 \frac{A}{d'} = \frac{C}{n} \Rightarrow V' = \frac{Q}{C'} = \frac{nQ}{C} = nV$$

از رابطه میدان الکتریکی در خازن داریم:

$$\Rightarrow E' = \frac{V'}{d'} = \frac{nV}{nd} = \frac{V}{d} = E$$

بنابراین میدان الکتریکی ثابت می ماند.

ج) با توجه به این که بار ثابت و ظرفیت خازن کاهش یافته است، داریم:

$$U' = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C'} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C/n} = n \left(\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \right) = nU$$

پس انرژی ذخیره شده در خازن افزایش می یابد.

د) چون خازن از مولد جدا شده است، بار روی صفحات آن ثابت است و با تغییر ولتاژ دو سر آن تغییری نمی کند.

(فیزیک ۲ - الکتریسیته ساکن؛ صفحه های ۳۲ تا ۴۰)

(بابک اسلامی)

۱۷۴- گزینه «۴»

با توجه به این که حجم سیم ثابت است، داریم:

$$\text{حجم} : V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{A_2}{A_1} (*)$$

از طرفی با استفاده از رابطه مقاومت یک رسانا با ویژگی های فیزیکی آن، داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{L_1}{L_2} \times \frac{A_2}{A_1} \xrightarrow{(*)} \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2$$

$$\xrightarrow{\frac{R=\frac{V}{I}}{A=\pi r^2}} \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^4 \xrightarrow{I=\frac{q}{t}} \frac{q_2}{q_1} \times \frac{t_1}{t_2} = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^4$$

$$\xrightarrow{\frac{q=ne}{t:\text{ثابت}}} \frac{n_2}{n_1} = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^4 \xrightarrow{r_2=\frac{1}{2}r_1} \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{16}$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای پیرای مستقیم؛ صفحه های ۳۹ تا ۵۲)

$$F_E = F_B$$

$$\Rightarrow E | q | = | q | v B \Rightarrow B = \frac{E}{v} = \frac{2 \times 10^3}{10^4} = 0.2 T = 2 \times 10^{-1} G$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس: صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «۳» - ۱۷۹

ابتدا به کمک رابطه اندازه میدان مغناطیسی در مرکز پیچه تخت، تعداد دوره‌های پیچه را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$r = \Delta cm = 5 \times 10^{-2} m$$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2r} \quad B = 4G = 4 \times 10^{-4} T$$

$$4 \times 10^{-4} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times N \times 2}{2 \times 5 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{-4} = 8\pi \times 10^{-6} \times N \Rightarrow N = \frac{4 \times 10^{-4}}{8\pi \times 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow N = \frac{50}{\pi} \text{ تعداد دور پیچه}$$

اکنون به کمک رابطه $L = 2\pi r \cdot N$ طول سیم را محاسبه کرده، داریم:

$$L = 2\pi r N = 2\pi \times 5 \times \frac{50}{\pi} = 500 cm$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس: صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

(امیرمهری پعفری)

گزینه «۳» - ۱۸۰

جریان القایی که در حلقه القا می‌شود، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\bar{I} = \frac{|\bar{\epsilon}|}{R} = N \frac{|\Delta\Phi|}{R\Delta t} = NA \frac{|B_2 \cos\theta_2 - B_1 \cos\theta_1|}{R\Delta t} \quad (1)$$

$$\bar{I} = \frac{|\Delta q|}{\Delta t} \quad (2) \quad \text{هم‌چنین برای جریان الکتریکی داریم:}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} |\Delta q| = \frac{NA |B_2 \cos\theta_2 - B_1 \cos\theta_1|}{R}$$

$$\Rightarrow |\Delta q| = \frac{1 \times 200 \times 10^{-4} \times |0.18 \times 1 - 0.22 \times (-1)|}{10}$$

$$\Rightarrow |\Delta q| = 8 \times 10^{-4} C = 800 \mu C$$

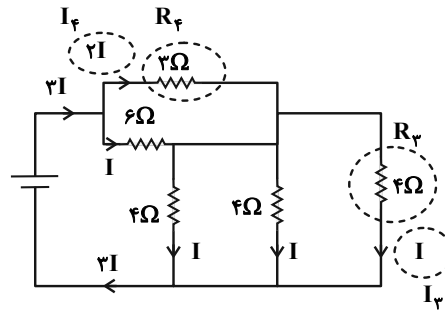
(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

(غلامرضا ممینی)

گزینه «۲» - ۱۷۷

با توجه به اینکه مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند و توان مصرفی یکسانی دارند، از نظر مقدار مقاومت یکسانند:

$$R_1 = R_2 = 4\Omega$$



توزیع جریان در مقاومت‌ها در شکل بالا نشان داده شده است، نسبت توان

مصرفی مقاومت R_3 به مقاومت R_4 برابر است با:

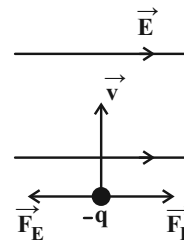
$$\frac{P_3}{P_4} = \left(\frac{I_3}{I_4}\right)^2 \times \frac{R_3}{R_4} = \left(\frac{I}{2I}\right)^2 \times \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

(زهرا آقاممیری)

گزینه «۲» - ۱۷۸

چون بر بار منفی نیروی الکتریکی در خلاف جهت میدان الکتریکی وارد می‌شود، پس \vec{F}_E به سمت چپ خواهد شد.



برای اینکه ذره بدون انحراف حرکت کند، باید نیروی خالص وارد بر آن

صفر شود، پس \vec{F}_B باید به سمت راست و $F_E = F_B$ باشد.

با استفاده از قاعده دست راست و توجه به اینکه بار ذره منفی است و

همچنین عمود بودن میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر هم، جهت میدان

مغناطیسی درون سو (\otimes) خواهد شد.

(عبدالرضا امینی نسب)

۱۸۳- گزینه «۴»

طبق رابطه فشار پیمانه‌ای در ستون سیالات داریم:

$$P_g = (\rho gh)_{\text{آب}} = \Delta \text{cmHg} \Rightarrow (\rho_1 h_1)_{\text{آب}} = (\rho_2 h_2)_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow 1 \times h_{\text{آب}} = 13 / 6 \times 5 \Rightarrow h_1 = 68 \text{cm}$$

اکنون حجم آب را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$V = ah + AH \Rightarrow V = 10 \times 20 + 20 \times (68 - 20)$$

$$\Rightarrow V = 200 + 960 = 1160 \text{cm}^3$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

(زهره آقاممیری)

۱۸۴- گزینه «۱»

طبق معادله پیوستگی داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\frac{v_2 = 1/25 v_1}{\rightarrow A_1 = 1/25 A_2} \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{1}{1/25} = 0/8$$

یعنی ۲۰ درصد از سطح مقطع خروجی آب باید بسته شود.

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

(میثم دشتیان)

۱۸۵- گزینه «۲»

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow \frac{W_{t_2}}{W_{t_1}} = \frac{\Delta K_2}{\Delta K_1} = \frac{\frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)}{\frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)} = \frac{|v_2^2 - v_1^2|}{|v_2^2 - v_1^2|}$$

برای یافتن تندی در لحظات $t = 6s$ و $t = 4s$ از مساحت زیر نمودار

شتاب - زمان استفاده می‌کنیم:

$$\Delta v_{[0,4]} = S_{[0,4]} = 4 \times 4 = 16 \text{m/s}$$

$$\Rightarrow v_4 = v_0 + \Delta v = 2 + 16 = 18 \text{m/s}$$

$$\Delta v_{[4,6]} = -S_{[4,6]} = -2 \times 2 = -4 \text{m/s}$$

$$\Rightarrow v_6 = v_4 + \Delta v = 18 - 4 = 14 \text{m/s}$$

$$\Rightarrow \frac{W_{t_2}}{W_{t_1}} = \frac{|18^2 - 2^2|}{|14^2 - 18^2|} = 2/5$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

(زهره آقاممیری)

۱۸۱- گزینه «۳»

چگالی مخلوط دو مایع برابر است با:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$\Rightarrow 1/05 = \frac{0/9 V_1 + 1/5 V_2}{4} \Rightarrow 4/2 = 0/9 V_1 + 1/5 V_2$$

$$\Rightarrow 14 = 3 V_1 + 5 V_2 \quad (1)$$

از طرفی مجموع حجم دو مایع برابر ۴ لیتر است.

$$V_1 + V_2 = 4 \quad (2)$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) می‌توان حجم‌های V_1 و V_2 را به دست آوریم:

$$(1), (2) \Rightarrow V_1 = 3L, V_2 = 1L$$

نسبت جرم مایع دوم به مایع اول برابر است با:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\rho_2 V_2}{\rho_1 V_1} = \frac{1/5 \times 1}{0/9 \times 3} = \frac{5}{9}$$

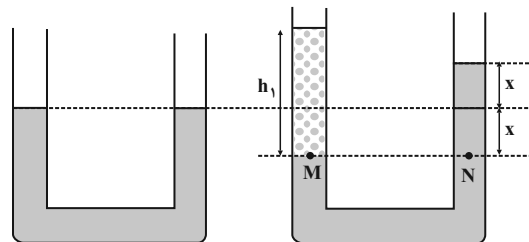
(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

(عبدالرضا امینی نسب)

۱۸۲- گزینه «۴»

با اضافه کردن مایع در شاخه سمت چپ، حجم جیوه جابه‌جا شده در دو

شاخه لوله U شکل برابر است. در این صورت داریم:



$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_1 h_1 = (\rho_2 h_2)_{\text{Hg}}$$

$$\Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 (2x) \Rightarrow 3/4 \times h_1 = 13/6 \times 2 \times 2/5$$

$$\Rightarrow h_1 = 20 \text{cm}$$

ارتفاع مایع ریخته شده ۲۰cm می‌باشد.

$$V_{\text{مایع}} = A \cdot h = 5 \times 20 = 100 \text{cm}^3$$

$$\Rightarrow m = \rho_{\text{مایع}} V_{\text{مایع}} = 3/4 \times 100 = 340 \text{g}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۱۸۶- گزینه «۲»

(مسعود قره‌قانی)

ابتدا درجه فارنهایت را به درجه سلسیوس یا کلوین تبدیل می‌کنیم:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \xrightarrow{\Delta F = 450^\circ F} 450 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 250^\circ C$$

حال برای درصد افزایش سطح داریم:

$$\Delta A = 2\alpha A_1 \Delta T \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} = 2\alpha \Delta T$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 2\alpha \Delta T \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 2 \times 4 \times 10^{-5} \times 250 \times 100 = 2\%$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۹۴)

۱۸۷- گزینه «۱»

(سیرممشیرپوار موسوی)

فرض می‌کنیم جرم آب $30^\circ C$ برابر با m گرم باشد. پس جرم مخلوط

نهایی پس از تعادل $(m + 300)$ گرم خواهد بود که ۷۵ درصد آن یخ

صفر درجه سلسیوس و ۲۵ درصد آن آب صفر درجه سلسیوس است.

$$\text{جرم یخ نهایی} = 0 / 75 \times (m + 300) = (0 / 75m + 225)$$

$$\text{جرم یخ ذوب شده} = 300 - (0 / 75m + 225) = 75 - 0 / 75m$$

$$Q_{\text{گرمای داده شده}} + Q_{\text{گرمای گرفته شده}} = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{آب}} c \Delta \theta + m_{\text{یخ ذوب شده}} L_F = m_{\text{یخ}} c \Delta \theta$$

$$\Rightarrow 300 \times 20 \times 2 / 1 + (75 - 0 / 75m) \times 336 = m \times 30 \times 4 / 2$$

$$\Rightarrow 300 \times 20 + (75 - 0 / 75m) \times 160 = m \times 30 \times 2$$

$$\Rightarrow 6000 - 120m + 12000 = 60m \Rightarrow 180m = 18000$$

$$\Rightarrow m = 100g$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)

۱۸۸- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

طبق معادله حالت گازهای آرمانی، چون جرم گاز ثابت است، می‌توان

به‌صورت زیر تعداد مخزن‌ها را به‌دست آورد. دقت کنید با استفاده از رابطه

$$T = \theta + 273 \text{ دما را به کلوین تبدیل می‌کنیم:}$$

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{PV}{T} = nR = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = N \left(\frac{P_2 V_2}{T_2} \right)$$

$$\frac{P_1 = 6 \text{ atm}, V_1 = 1 \text{ L}, T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}}{P_2 = 5 \text{ atm}, V_2 = 2 \text{ L}, T_2 = 57 + 273 = 330 \text{ K}} \rightarrow \frac{6 \times 1}{300} = N \times \left(\frac{5 \times 2}{330} \right)$$

$$\Rightarrow N = 44$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

۱۸۹- گزینه «۲»

(سیدعلی میرنوری)

با توجه به چرخه داریم: (AB بی‌دررو و BC هم‌دما هستند.)

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0$$

$$\Rightarrow -W_{AB} + 0 + Q_{CA} = 0 \Rightarrow Q_{CA} = W_{AB}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۰)

۱۹۰- گزینه «۲»

(مهمعلی راست‌پیمان)

با توجه به رابطه بازده یک ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H}$$

$$\Rightarrow 0 / 25 = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} \Rightarrow \frac{|Q_L|}{Q_H} = 0 / 75$$

در حالت دوم، با کاهش گرمای اتلافی، داریم:

$$|Q'_L| = |Q_L| - 0 / 2 |Q_L| \Rightarrow |Q'_L| = 0 / 8 |Q_L|$$

$$\eta' = 1 - \frac{|Q'_L|}{Q_H} \Rightarrow \eta' = 1 - \frac{0 / 8 |Q_L|}{Q_H}$$

$$\eta' = 1 - 0 / 8 \times 0 / 75 = 1 - 0 / 6 \Rightarrow \eta' = 0 / 4$$

$$\Rightarrow \Delta \eta = 0 / 4 - 0 / 25 = 0 / 15$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۶)

شیمی

۱۹۱- گزینه ۲»

(حامد اسماعیلی)

ذره‌های زیر اتمی باردار در یون HXO_4^- ، همان الکترون‌ها و پروتون‌ها هستند. اگر شمار پروتون‌های عنصر مجهول را X در نظر بگیریم، شمار ذره‌های زیراتمی باردار این یون به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$[(1 \times X) + (X \times 1) + (8 \times 4) + 1] + [(1 \times 1) + (X \times 1) + (8 \times 4)] = 67 + 2X$$

شمار پروتون‌ها در یون « PF_6^- » نیز برابر با مجموع شمار پروتون‌های یک اتم فسفر و شش اتم فلئور است؛ پس مجموع شمار پروتون‌های این یون برابر با $69 = [(1 \times 15) + (6 \times 9)]$ است؛ بنابراین نسبت خواسته شده برابر با

$$\frac{67 + 2X}{69} = \frac{99}{69} \text{ است. از آنجا که این نسبت در صورت سوال برابر } \frac{99}{69} \text{ است،}$$

می‌توان نوشت:

$$\frac{67 + 2X}{69} = \frac{99}{69} \Rightarrow X = 16$$

با توجه به اینکه شمار پروتون‌های این اتم برابر با ۱۶ است، پس عنصر مورد نظر همان گوگرد است.

(شیمی ۱- کیوان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۱۵)

۱۹۲- گزینه ۲»

(ایمان مسین نزار)

فاصله بین قله‌های متوالی در نمودار موج یک پرتوی الکترومغناطیس همان طول موج پرتو است. میزان شکست یک پرتو حین عبور از منشور با طول موج رابطه عکس و با انرژی آن رابطه مستقیم دارد. حال هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱: نور زرد لامپ‌هایی که شب هنگام، آزادراه‌ها، بزرگراه‌ها و خیابان‌ها را روشن می‌سازد، به دلیل وجود بخار عنصر سدیم است. سدیم عنصری از گروه اول جدول تناوبی است، پس در آرایش الکترون - نقطه‌ای آن تنها یک الکترون وجود دارد.

گزینه ۲: با توجه به طیف نشری خطی داده شده، پرتوی حاصل از این طیف در محدوده ۵۰۰ تا ۶۰۰ نانومتر قرار دارد. طول موج نور قرمز به

تقریب برابر با ۶۵۶ نانومتر است. این طیف مربوط به عنصر سدیم بوده و پرتو حاصل از شعلة این فلز زرد رنگ است.

گزینه ۳: الکترون در هر لایه‌ای که باشد در همه نقاط پیرامون هسته می‌تواند حضور پیدا کند و فقط خود هسته اتم محدوده ممنوعه برای این ذره است.

گزینه ۴: با تعیین دقیق طول موج نوارهای طیف نشری خطی اتم عنصرها می‌توان به تصویر دقیقی از انرژی لایه‌های الکترونی دست یافت و به کمک این انرژی می‌توان آرایش الکترونی اتم‌ها را بررسی نمود.

بنابراین گزینه ۲» برخلاف عبارت صورت سوال نادرست است.

(شیمی ۱- کیوان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۷)

۱۹۳- گزینه ۳»

(ممد عظیمیان زواره)

$l = 1$ مربوط به زیرلایه p است، پس آرایش الکترونی این عنصر به صورت « $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$ » است؛ بنابراین لایه ظرفیت آن « $3s^2 3p^5$ » است. آرایش الکترونی مربوط به عنصر کلر بوده که با گرفتن یک الکترون به آرایش گاز نجیب هم دوره خود می‌رسد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: اتم کلر در گروه ۱۷ و دوره سوم جدول تناوبی قرار دارد.

گزینه ۲: با توجه به آرایش الکترونی اتم منگنز « $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5 4s^2$ » $[\text{Ar}] 3d^5 4s^2$ تعداد الکترون‌های ظرفیتی آن با عنصر کلر یکسان و برابر ۷ است.

گزینه ۴: خارجی‌ترین زیرلایه $3p^5$ است که ۵ الکترون با $n = 3$ و $l = 1$ دارد؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$20 = (5 \times 3) + (5 \times 1) = \text{مجموع } (n + l) \text{ الکترون‌های زیرلایه آخر}$$

(شیمی ۱- کیوان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۱۹۴- گزینه ۴»

(مسعود بعفری)

طلا و پلاتین در طبیعت به حالت آزاد یافت می‌شوند. آهن برخلاف این دو فلز، به صورت دو اکسید « Fe_3O_4 » و « FeO » در طبیعت وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: با توجه به ساختار لوویس این دو مولکول که به صورت زیر است، نسبت بیان شده برابر با ۰/۵ است:

$$? \text{ g Na}_2\text{SO}_4 = 17 / 76 \text{ g CaCl}_2 \times \frac{1 \text{ mol CaCl}_2}{111 \text{ g CaCl}_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol CaCl}_2} \times \frac{142 \text{ g Na}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4} = 22 / 72 \text{ g Na}_2\text{SO}_4$$

$$\% \text{ Na}_2\text{SO}_4 = \frac{22 / 72}{320} \times 100 = 7 / 1$$

بنابراین درصد جرمی سدیم سولفات در محلول اولیه آن برابر با ۷/۱ درصد است. حال جرم رسوب تشکیل شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g CaSO}_4 = 17 / 76 \text{ g CaCl}_2 \times \frac{1 \text{ mol CaCl}_2}{111 \text{ g CaCl}_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CaSO}_4}{1 \text{ mol CaCl}_2} \times \frac{136 \text{ g CaSO}_4}{1 \text{ mol CaSO}_4} = 21 / 76 \text{ g CaSO}_4$$

(شیمی ۱ - آب، آهنگ زنگی: صفحه ۹۶)

۱۹۸ - گزینه «۲» (مهمرسن مهمرزاده مقدم)

مقایسه نیروی بین مولکولی در موارد داده شده به صورت زیر است:

الف) استون > اتانول

ب) HF > NH₃

پ) اتیلن گلیکول < بنزین

ت) یخ < آب

بنابراین موارد «پ» و «ت» جمله داده شده را به درستی تکمیل می‌کنند.

(شیمی ۱ - آب، آهنگ زنگی: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

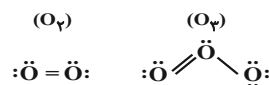
۱۹۹ - گزینه «۱» (لیلا نورانی)

با توجه به نمودار، در فشار ۸/۶ اتمسفر، مقدار انحلال‌پذیری گاز اکسیژن برابر با ۰/۰۴ گرم در صد گرم آب است؛ بنابراین برای محاسبه غلظت مولی اکسیژن می‌توان نوشت:

$$C_M = \frac{n}{V} = \frac{0.04 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2}}{100 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mL H}_2\text{O}}{1 \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}}}$$

$$= 1 / 25 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۱ - آب، آهنگ زنگی: صفحه‌های ۹۸، ۹۹، ۱۱۵)



گزینه «۲»: گاز آرگون سومین گاز فراوان در مخلوط هوای پاک و خشک و فراوان‌ترین گاز نجیب در این مخلوط است.

گزینه «۳»: کربن مونوکسید، گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی است که چگالی آن کمتر از هوا بوده که این ویژگی به این مولکول قابلیت انتشار بالایی در محیط می‌دهد.

(شیمی ۱ - ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۴۹، ۵۳، ۵۵، ۵۷)

۱۹۵ - گزینه «۴» (حامد اسماعیلی)

با توجه به قانون گازها می‌توان نوشت:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{3 / 6 \times 6}{(227 + 273)} = \frac{P_2 \times (6 + 24)}{(177 + 273)}$$

$$\Rightarrow P_2 = 0.648 \text{ atm}$$

(شیمی ۱ - ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

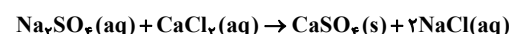
۱۹۶ - گزینه «۲» (ایمان مسین‌نژاد)

اگر اثر گلخانه‌ای وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین از حدود ۱۴°C به ۱۸°C- می‌رسید؛ بنابراین ۳۲ درجه سلسیوس (کلوین) کاهش می‌یافت. هیدروژن فراوان‌ترین عنصر در جهان هستی است، اما تولید، حمل و نقل و نگهداری از آن در حال حاضر صرفه اقتصادی ندارد، اما از آنجا که استفاده از آن به عنوان سوخت آلاینده کمتری تولید می‌کند، استفاده از آن در راستای شیمی سبز بوده و هزینه‌های آن توجیه زیست محیطی دارد.

(شیمی ۱ - ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۷، ۶۹، ۷۲، ۷۴)

۱۹۷ - گزینه «۱» (مهمرسن مهمرزاده مقدم)

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



با توجه به واکنش و داده‌های سوال می‌توان نوشت:

با توجه به این که جرم آهن تولید شده از مقداری که انتظار داشتیم بیشتر شده است، پس این خطا در اثر اشتباه در اندازه‌گیری با ترازو می‌تواند رخ دهد، زیرا سایر دلایل باعث کمتر شدن مقدار فراورده به دست آمده از واکنش (مقدار عملی) خواهد شد.

(شیمی ۲ - قدر هرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

(معمد عظیمیان زواره)

۲۰۳- گزینه «۱»

با توجه به فرمول فشرده داده شده، دو حالت می‌توان برای این هیدروکربن در نظر گرفت:



با توجه به این دو ساختار دو نام می‌توان برای آن در نظر گرفت: ۱- «۲،۲-»

دی‌متیل هگزان» (ترکیب سمت چپ) ۲- «۲، ۲، ۴- تری‌متیل پنتان» (ترکیب سمت راست)

(شیمی ۲ - قدر هرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(مسعود یعقوبی)

۲۰۴- گزینه «۴»

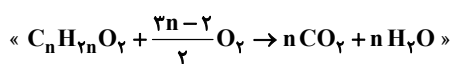
به کار بردن آنتالپی‌های پیوند برای تعیین ΔH واکنش‌هایی مناسب است که همه مواد شرکت کننده در آن‌ها به حالت گازی هستند. هر چه مولکول‌های مواد شرکت کننده ساده‌تر باشند، آنتالپی واکنش محاسبه شده با داده‌های تجربی همخوانی بیشتری دارد؛ در نتیجه ΔH محاسبه شده با استفاده از میانگین آنتالپی پیوندها در واکنش موجود در گزینه «۴» که مولکول‌های آن پیچیده‌تر هستند، با داده‌های تجربی تفاوت بیشتری دارد.

(شیمی ۲ - در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

(فامر اسماعیلی)

۲۰۵- گزینه «۱»

مطابق داده‌های سوال، فرمول مولکولی اسید A به صورت $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_p$ است؛ بنابراین معادله موازنه شده سوختن این ترکیب به صورت زیر است:



بنابراین سرعت متوسط تولید بخار آب n برابر سرعت متوسط مصرف اسید

A خواهد بود. با توجه به داده‌های سوال، این نسبت برابر با ۵ است، پس n

(رسول عابدینی زواره)

۲۰۰- گزینه «۱»

خصلت فلزی در یک گروه از بالا به پایین افزایش می‌یابد. بنابراین با افزایش خصلت فلزی در گروه اول جدول دوره‌ای، شعاع اتمی، جرم اتمی میانگین و واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد، اما نسبت شمار الکترون ظرفیتی به شمار پروتون‌ها کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲ - قدر هرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۴)

(ایمان مسین نزار)

۲۰۱- گزینه «۲»

با توجه به جرم گاز کربن دی‌اکسید و بخار آب تولید شده، ابتدا نسبت مولی کربن به هیدروژن را محاسبه کرده و سپس با توجه به اینکه ترکیب مورد نظر آلکان با فرمول عمومی $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$ است، می‌توان فرمول مولکولی این ترکیب را به دست آورد:

$$? \text{ mol C} = 158 / 4 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol C}}{1 \text{ mol CO}_2} = 3 / 6 \text{ mol C}$$

$$? \text{ mol H} = 75 / 6 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol H}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 8 / 4 \text{ mol H}$$

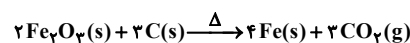
$$\text{C}_n\text{H}_{2n+2} : \frac{\text{C}}{\text{H}} = \frac{n}{2n+2} = \frac{3/6}{8/4} \Rightarrow n = 6$$

با توجه به این که فرمول مولکولی آلکان مورد نظر C_6H_{14} است، پس می‌توان ۵ ساختار «هگزان»، «۲- متیل پنتان»، «۳- متیل پنتان»، «۲،۲- دی‌متیل پنتان» و «۳، ۲- دی‌متیل پنتان» را به عنوان ایزومرهای آن در نظر گرفت.

(شیمی ۲ - قدر هرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

(لیلا نورانی)

۲۰۲- گزینه «۱»



$$? \text{ g Fe} = 40 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{4 \text{ mol Fe}}{2 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}$$

$$\times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = 28 \text{ g Fe}$$

(رسول عابدینی زواره)

۲۰۸- گزینه «۳»

معادله موازنه شده واکنش سوختن کامل گاز اتانول به صورت،

$$C_2H_5O + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$$
 است. به ازای سوختن هر مول اتانول، ۲ مول (۸۸ گرم) کربن دی‌اکسید و ۳ مول (۵۴ گرم) آب تولید می‌شود، پس به ازای سوختن هر مول از این ترکیب، ۳۴ گرم تفاوت جرم بین دو فرآورده تولید شده، وجود خواهد داشت؛ بنابراین با اطلاعات داده شده می‌توان نوشت:

$$\Delta H = 46 \times 29 / 74 \approx 1368 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$X \text{ g} \Delta m \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_5O}{34 \text{ g} \Delta m} \times \frac{1368 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_2H_5O}$$

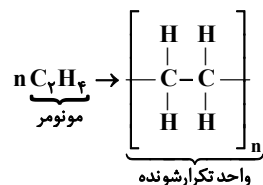
$$= 171 \text{ kJ} \Rightarrow X = 4 / 25 \text{ g}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

(امیرسین مسلمی)

۲۰۹- گزینه «۴»

پلیمر مورد نظر پلی‌اتن بوده که از مونومر اتن به صورت زیر حاصل می‌شود:



با توجه به ساختار مونومر و واحد تکرارشونده، هر چهار عبارت داده شده درست هستند. بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف»: در صورتی که واحدهای متصل‌شونده به کربن‌های دارای پیوند دوگانه در ساختار مونومر، فاقد پیوندهای چندگانه باشند، در ساختار واحد تکرارشونده پیوند دوگانه وجود نخواهد داشت، زیرا پیوند دوگانه بین دو اتم کربن در مونومر در هنگام تشکیل پلیمر می‌شکند.

عبارت «ب»: گشتاور دوقطبی هیدروکربن‌ها به طور کلی تقریباً برابر با صفر است. عبارت «پ»: واحد تکرارشونده و مونومر تنها در ساختار پیوند تفاوت داشته و فرمول مشابهی دارند، پس جرم مولی آن‌ها یکسان خواهد بود.

عبارت «ت»: با توجه به یکسان بودن فرمول واحد تکرارشونده و اتن، درصد جرمی کربن به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\%C = \frac{m(C)}{m(C_2H_4)} \times 100 = \frac{(2 \times 12)}{(2 \times 12) + 4} \times 100 \approx 85.7\%$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ و ۱۱۰)

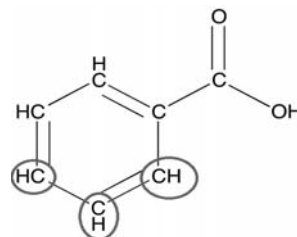
برابر با ۵ است. با توجه به معادله موازنه شده قبل، نسبت ضریب استوکیومتری گاز کربن‌دی‌اکسید به ضریب استوکیومتری اکسیژن با جایگذاری $n = 5$ برابر با $5/77$ است که برابر با نسبت $\frac{n}{3n-2} = \frac{5}{13}$ است که برابر با نسبت سرعت متوسط تولید گاز کربن‌دی‌اکسید به سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸، ۹۰ و ۹۱)

(لیلا نورانی)

۲۰۶- گزینه «۲»

ساختار بنزوتیک اسید به صورت زیر است.



در این ساختار، ۵ اتم هیدروژن وجود دارد که به اتم کربن متصل شده است. با توجه به جایگاه متقارن هیدروژن‌ها در این ساختار، تنها ۳ ساختار متفاوت می‌توان با جایگزینی گروه هیدروکسیل با اتم هیدروژن ایجاد کرد که با کشیدن دایره به دور اتم‌های کربن در ساختار بالا نمایش داده شده است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه ۸۲)

(ایمان مسین‌نژاد)

۲۰۷- گزینه «۴»

از آنجایی که آب موجود در ابتدای کار را به دو قسمت مساوی تقسیم کردیم، پس ظرفیت گرمایی آب موجود در هر دو ظرف A و B برابر است. با توجه به اینکه دمای اولیه مواد موجود در هر دو مخلوط A و B یکسان بوده و دمای نهایی آن‌ها نیز برابر است و از آنجایی که مقدار آب در دو ظرف برابر است، پس ظرفیت گرمایی فلزهای دو ظرف باید برابر باشد. ظرفیت گرمایی فلز آلومینیم موجود در ظرف B برابر با ۷۲ $(72 = 80 \times 0.9)$ ژول بر درجه سلسیوس است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$C = mc \Rightarrow 72 = m \times 0.45 \Rightarrow m = 160 \text{ g Fe}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

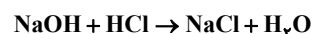
(رسول عابدینی زواره)

۲۱۲- گزینه «۲»

با توجه به نمودار داده شده، pH محلول در دقیقه ۶ برابر با ۲ است، پس می‌توان نوشت:

$$\text{pH} = 2 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow [\text{HCl}] = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$



$$? \text{ mL NaOH} = 3 \text{ L محلول} \times \frac{10^{-2} \text{ mol HCl}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol HCl}}$$

$$\times \frac{1 \text{ L NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 30$$

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۱)

(ایمان حسین نژاد)

۲۱۳- گزینه «۳»

با توجه به شکل داده شده، در ظرف (۱)، ۷ ذره یون هیدرونیوم نمایش داده شده است، پس غلظت یون هیدرونیوم در این ظرف برابر با $M = \frac{0.07}{0.02} = 0.035 \text{ mol.L}^{-1}$ است. از طرفی در ظرف (۲)، ۲ ذره یون هیدرونیوم نمایش داده شده است، پس غلظت یون هیدروکسید در این ظرف را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\begin{cases} [\text{H}^+] = \frac{0.02}{0.02} = 0.1 \text{ mol.L}^{-1} \\ [\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \text{ mol}^2 \cdot \text{L}^{-2} \end{cases} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-13} \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به موارد محاسبه شده، نسبت خواسته شده برابر با

$$\frac{0.35}{10^{-13}} = 3.5 \times 10^{12} \text{ است.}$$

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸)

(امیرعسین مسلمی)

۲۱۰- گزینه «۲»

به طور کلی در فرایند تهیه پلیمرهای تراکمی مانند پلی‌اتن مولکول آب تولید نخواهد شد و تنها در فرایند تشکیل پلیمرهای افزایشی مانند تولید پلی‌استر، پلی‌آمید و ... این اتفاق رخ می‌دهد؛ بنابراین از ۴ مورد بیان شده، در دو مورد (پشم و پلی‌استر) مولکول آب تولید می‌شود.

(شیمی ۲ - پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۰۴، ۰۸، ۱۱۳)

(یلدا نورانی)

۲۱۱- گزینه «۳»

در روغن زیتون به دلیل داشتن زنجیرهای هیدروکربنی بلند، بخش ناقطبی بر بخش قطبی مولکول غلبه کرده و به همین دلیل در آب نامحلول است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اوره با فرمول شیمیایی $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ یک ترکیب قطبی بوده و می‌تواند با آب تشکیل پیوند هیدروژنی بدهد، به همین علت در آب محلول است.

گزینه «۲»: اتیلن گلیکول با فرمول شیمیایی $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2$ یک ترکیب قطبی بوده و می‌تواند با آب تشکیل پیوند هیدروژنی بدهد، به همین علت در آب محلول است. این الکل دو عاملی دارای جرم و حجم بیشتری نسبت به اتانول است، پس نقطه ذوب و جوش بیشتری نسبت به اتانول دارد.

گزینه «۴»: وازلین با فرمول شیمیایی $\text{C}_{25}\text{H}_{52}$ یک ترکیب ناقطبی بوده و در آب نامحلول است، به همین علت می‌توان از آن برای محافظت فلزها از اکسایش استفاده کرد.

(شیمی ۳ - مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۴ و ۵)

۲۱۴- گزینه «۴»

(مهمرسن مهمرزاده مقدم)

با توجه به واکنش $\text{Zn} + \text{Cu}^{2+} \rightarrow \text{Zn}^{2+} + \text{Cu}$ به ازای مصرف هر مول Zn یا Cu^{2+} ، دو مول الکترون مبادله می‌شود؛ پس به ازای مبادله ۰/۲ مول الکترون، ۰/۱ مول Zn یا Cu^{2+} مصرف شده است.

$$\begin{aligned} ? \text{ mol Cu}^{2+} &= 0/4 \text{ L محلول} \times \frac{0/5 \text{ mol Cu}^{2+}}{1 \text{ L محلول}} = 0/2 \text{ mol Cu}^{2+} \\ \Rightarrow 0/2 \text{ mol Cu}^{2+} - 0/1 \text{ mol Cu}^{2+} &= 0/1 \text{ mol Cu}^{2+} \\ \Rightarrow [\text{Cu}^{2+}] &= \frac{0/1 \text{ mol Cu}^{2+}}{0/4 \text{ L}} = 0/25 \text{ mol.L}^{-1} \end{aligned}$$

به ازای مصرف هر مول Zn ، جرم تیغه یک (۶۴-۶۵) گرم کاهش می‌یابد. پس با مصرف ۰/۱ مول Zn جرم تیغه ۰/۱ گرم کم می‌شود.

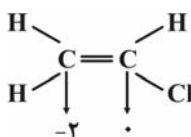
$$200 - 0/1 = 199/9 \text{ g}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

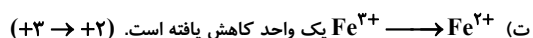
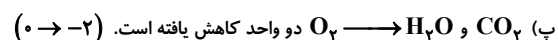
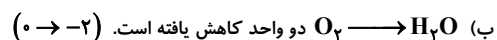
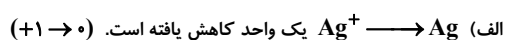
۲۱۵- گزینه «۳»

(مهمرسن مهمرزاده مقدم)

با توجه به ساختار وینیل کلرید، مجموع عددهای اکسایش اتم‌های کربن آن برابر ۲- است.



بررسی تغییر عدد اکسایش گونه اکسندۀ در واکنش‌های موجود:



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲، ۵۲ و ۵۳)

۲۱۶- گزینه «۲»

(عمیررضا رضوی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: با توجه به پتانسیل کاهشی استاندارد داده شده، مقایسه قدرت کاهندگی این سه فلز به صورت: $\text{Zn} > \text{Fe} > \text{Ag}$ است. پس واکنش فلز نقره با محلول روی برخلاف واکنش فلز روی با محلول آهن، به طور طبیعی انجام نمی‌شود.

گزینه «۲»: موازنه شده واکنش «اکسایش-کاهش» در سلول روی - نقره به صورت $2\text{Ag}^+ + \text{Zn} \rightarrow 2\text{Ag} + \text{Zn}^{2+}$ است؛ بنابراین مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در این معادله برابر با ۶ است.

گزینه «۳»: در سلول‌های گالوانی، الکترون در مدار بیرونی از سمت آند به سمت کاتد جریان پیدا می‌کند. در سلول حاصل از اتصال نیم‌سلول‌های روی و آهن، نیم‌سلول روی آند و نیم‌سلول آهن کاتد است. پس الکترون از سمت روی به سمت آهن جریان پیدا می‌کند.

گزینه «۴»: پتانسیل سلول‌های «روی - نقره» و «روی - آهن» به ترتیب برابر با ۱/۵۶ و ۰/۳۲ ولت و اختلاف آن‌ها برابر با ۱/۲۴ ولت است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹)

۲۱۷- گزینه «۴»

(شهرام همایون‌فر)

زیرلایه‌های s, p, d و f به ترتیب نخستین بار در لایه‌های ۱, ۲, ۳ و ۴ شروع به پرشدن از الکترون می‌کنند. با توجه به اینکه زیرلایه p, گنجایش حداکثر ۶ الکترون را دارد و با در نظر داشتن اصل آفبا، آرایش الکترونی آخرین زیرلایه الکترونی اشغال شده اتم‌های A, B, C و D به ترتیب به صورت $2p^2$, $2p^3$, $2p^5$ و $3p^4$ است که به ترتیب مربوط

ماده مورد نظر	A	B	C	D
مول اولیه	۴	۲	۱	۰
تغییرات مول	-۳x	-x	+۲x	+۲x
مول تعادلی	۴-۳x	۲-x	۱+۲x	۲x

از آنجا که در هنگام تعادل شمار مول‌های دو ترکیب B و D برابر است،

پس می‌توان نوشت:

$$2 - x = 2x \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$K = \frac{[C]^2 [D]^2}{[A]^3 [B]} \Rightarrow K = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2}{\left(\frac{4}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)} = \frac{49}{54}$$

(شیمی ۳ - شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۲۲- گزینه ۲ (نامر اسماعیلی)

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «الف»: در فرآورده حاصل از واکنش محصولات حاصل از احتراق در

خودروهای دیزلی و آمونیاک، گاز کربن دی‌اکسید که فراوان‌ترین ترکیب

گازی موجود در هوای پاک و خشک است، وجود ندارد.

عبارت «پ»: همه گازها می‌توانند در فرایند بازگشت پرتوهای الکترومغناطیسی

از زمین و اثر گلخانه‌ای نقش داشته باشند، اما برخی از گازها مانند کربن

دی‌اکسید، بخار آب و ... نقش بیشتری دارند، ضمن این‌که در این واکنش

CO₂ تولید نمی‌شود.

عبارت «ث»: در این فرایند گاز آمونیاک مصرف می‌شود و نوعی

واکنش‌دهنده است و کاتالیزگر محسوب نمی‌شود.

(شیمی ۳ - شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۰۰)

به اتم‌های کربن، نیتروژن، فلورور و گوگرد هستند؛ بنابراین فرمول شیمیایی

گزینه‌های «۱» تا «۳» به صورت CS₃، NF₃ و CSF₃ است که مدل

گلوله و میله آن‌ها به درستی رسم شده است. ترکیب مربوط به گزینه

«۴»، SN₃ است که چنین مولکولی وجود ندارد.

(شیمی ۳ - شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۲۱۸- گزینه ۱ (یلدا نورانی)

فقط عبارت «الف» درست است. بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف»: ساختار لوویس هر دو ترکیب مشابه هم است:



عبارت «ب»: بار جزئی اتم کربن در هر دو مولکول δ⁺ است. اما در

کربن‌دی‌اکسید مقداری مثبت‌تر خواهد بود.

عبارت «پ»: مولکول کربونیل سولفید برخلاف کربن دی‌اکسید یک مولکول

قطبی است؛ بنابراین گشتاور دوقطبی مولکول طی این تغییر کاهش می‌یابد.

عبارت «ت»: قدرت نیروی بین مولکولی در این تغییرات کاهش می‌یابد، اما

علت این کاهش به دلیل تغییر میزان قطبیت مولکول است.

(شیمی ۳ - شیمی پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۲۱۹- گزینه ۳ (مسعود پعفری)

با توجه به معادله موازنه شده واکنش، از آنجا که مجموع ضرایب

استوکیومتری مواد واکنش‌دهنده با مواد فرآورده برابر است، پس حجم ظرف

تأثیری در ثابت تعادل نداشته و می‌توان از آن صرف نظر کرده و با شمار مول

محاسبات را ادامه داد. با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سوال

می‌توان نوشت: