



آزمون ۱۳ از ۱۴

دفترچه شماره ۲



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

ویژه پایه ایام هفته دوازدهم

شماره داوطلبی:

نام خانوادگی:

نام:

صبح جمعه
۱۴۰۱/۰۲/۳۰

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم
جامع نوبت سوم

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

تعداد سؤال: ۱۳۵ مدت پاسخگویی: ۱۷۵ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۵۵	۱۰۱	۱۵۵	۸۵ دقیقه
۲	فیزیک	۴۵	۱۵۶	۲۰۰	۵۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۵	۲۰۱	۲۳۵	۳۵ دقیقه

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

۱۱۱- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{ax + b} = \frac{1}{4}$ باشد، آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{bx + 5}{ax - \sqrt{x^2 + 2x + 3}}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱/۵ (۴) -۱/۵

۱۱۲- تابع $f(x) = -2 \tan(m\pi x)$ در بازه (a, b) صعودی اکید است. اگر بیشترین مقدار $b - a$ برابر ۷ واحد باشد،

مقدار $f(\frac{35}{3})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۲) $-2\sqrt{3}$ (۳) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۱۱۳- یک دوزنقه متساوی الساقین با قاعده‌هایی به اندازه ۹ و ۱۶ واحد، بر دایره‌ای محیط شده است. فاصله دورترین

نقاط دایره، تا یک رأس قاعده بزرگ دوزنقه، کدام است؟

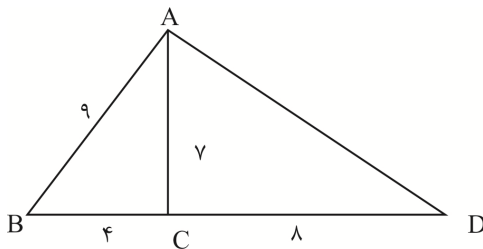
- (۱) ۱۶ (۲) ۱۴ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

۱۱۴- کوچک‌ترین دایره گذرا بر دو نقطه $A(2, 5)$ و $B(-4, 1)$ محور y ها را در دو نقطه M و N قطع می‌کند. اندازه

پاره خط MN کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) ۴ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) ۶

۱۱۵- در شکل زیر، اندازه مساحت مثلث BAD کدام است؟



(۱) $12\sqrt{5}$

(۲) $24\sqrt{5}$

(۳) $36\sqrt{5}$

(۴) $18\sqrt{5}$

۱۱۶- متمم مجموعه $(A - B) \cup [(B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B)]$ ، کدام است؟

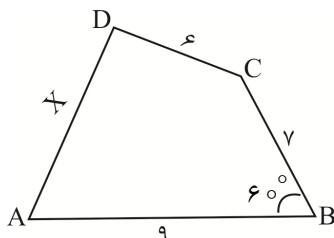
- (۱) B' (۲) A (۳) B (۴) A'

۱۱۷- حجم جسم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه ABC با ضلع‌های قائم AB و AC ، به ترتیب با اندازه‌های 10° و

$4\sqrt{6}$ حول خط گذرا از رأس C و موازی ضلع AB ، کدام است؟

- (۱) 600π (۲) 640π (۳) 480π (۴) 560π

۱۱۸- چهارضلعی مقابل، محاطی است. مقدار $X + 3$ کدام است؟



(۱) $2\sqrt{10}$

(۲) $10\sqrt{2}$

(۳) $3\sqrt{10}$

(۴) $10\sqrt{3}$

۱۱۹- در یک بیضی به قطرهای ۸ و $2\sqrt{7}$ واحد و کانون‌های F و F' ، دایره‌ای به قطر FF' بیضی را در نقطه M قطع

کرده است. فاصله نقطه M تا دورترین کانون، کدام است؟

- (۱) $4 - \sqrt{3}$ (۲) $4 - \sqrt{2}$ (۳) $4 + \sqrt{2}$ (۴) $4 + \sqrt{3}$

۱۲۰- اگر نقطه $F(-\frac{1}{4}, -2)$ کانون سهمی $y^2 + ay + bx + 1 = 0$ باشد، حاصل ضرب دو مقدار ممکن برای b ، کدام است؟

- ۱۲ (۱) -۱۲ (۲) -۱۸ (۳) ۱۸ (۴)

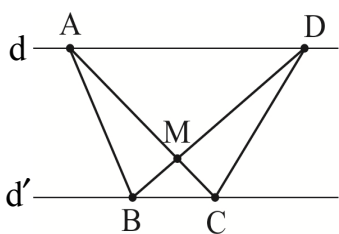
۱۲۱- اندازه خط‌المركزین دو دایره محاطی داخلی و محاطی خارجی در یک مثلث متساوی‌الاضلاع به مساحت $27\sqrt{3}$ کدام است؟

- ۲۱ (۱) ۱۸ (۲) ۱۵ (۳) ۱۲ (۴)

۱۲۲- کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد 60 برابر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن‌ها است. اگر مجموع این دو عدد 136 باشد، تفاضل آن دو عدد، کدام است؟

- ۵۶ (۱) ۴۸ (۲) ۳۸ (۳) ۶۰ (۴)

۱۲۳- در شکل زیر $d \parallel d'$ و $AM = 4MC$ و مساحت مثلث BCD برابر 35 است. مساحت مثلث BMC کدام است؟

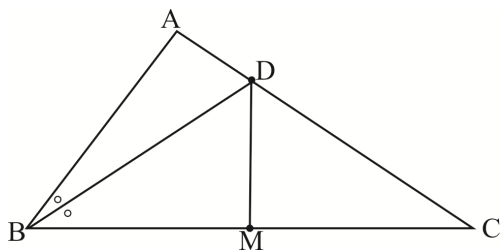


- ۵ (۱) ۴ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴)

۱۲۴- اگر $A = \sqrt[3]{9\sqrt{3}} (12)^{-\frac{3}{2}}$ و $B = \sqrt[5]{4\sqrt[3]{16}} (\frac{1}{2})^{-\frac{4}{3}}$ باشد، حاصل $(2B)^{-\frac{1}{3}} \times (1+A^{-1})^{\frac{1}{2}}$ کدام است؟

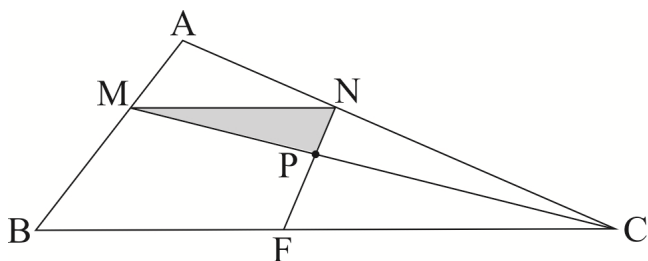
- ۲ (۱) ۱/۵ (۲) ۱ (۳) ۲/۵ (۴)

۱۲۵- در شکل زیر BD نیمساز زاویه \hat{B} و M وسط ضلع BC است. اگر $AB = 6$ و $AC = 7$ و $BC = 8$ باشد، طول پاره خط DM کدام است؟



- ۳ (۱) $\sqrt{10}$ (۲) ۴ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴)

۱۲۶- در شکل زیر $MB = \frac{1}{5}MA$. مساحت مثلث سایه‌زده چند درصد مساحت متوازی‌الاضلاع است؟



- ۲۰ (۱) ۲۴ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴)

۱۲۷- تعداد جملات در بسط عبارت $(x + y + z + t)^{14}$ کدام است؟

- ۵۶ (۱) ۳۳۵ (۲) ۶۸۰ (۳) ۱۳۴۰ (۴)

۱۲۸- به‌طور تصادفی یک عدد طبیعی سه رقمی انتخاب می‌شود. با کدام احتمال، عدد انتخابی مضرب 3 یا 5 نیست؟

- $\frac{2}{5}$ (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{7}{15}$ (۳) $\frac{8}{15}$ (۴)

۱۲۹- K عدد طبیعی مضرب ۹ وجود دارد که باقی‌مانده تقسیم آن‌ها بر 43^0 ، با مجذور خارج قسمت برابر است. مجموع تمام این K عدد طبیعی کدام است؟

- (۱) 2637^0 (۲) 2673^0 (۳) 2736^0 (۴) 2763^0

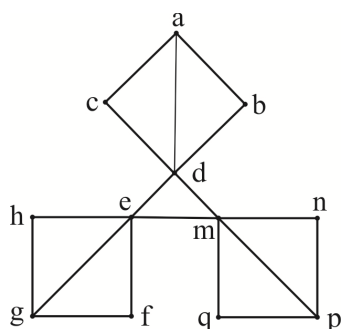
۱۳۰- چند عدد چهاررقمی n وجود دارد که به ازای آن‌ها عدد $2^n - 1$ بر ۲۱۷ بخش پذیر است؟

- (۱) ۶۵۹ (۲) ۶۵۸ (۳) ۶۰۱ (۴) ۶۰۰

۱۳۱- در یک روز هفته، برای ۳ مدرّس در ۳ کلاس متمایز در ۳ جلسه متوالی به چند طریق می‌توان برنامه تدریس تعیین کرد؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۸

۱۳۲- در گراف شکل زیر، تعداد مجموعه‌های متمایز احاطه‌گر مینیمال کدام است؟



- (۱) ۲۷ (۲) ۲۴ (۳) ۸ (۴) ۶

۱۳۳- قیمت دو نوع خودکار A و B به ترتیب ۲۲۰۰ و ۱۴۰۰ تومان است. با مبلغ ۱۹۰۰۰۰ تومان، اختلاف بیشترین و کمترین تعداد خودکار خریداری شده شامل هر دو نوع A و B چقدر است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۳۶ (۳) ۴۰ (۴) ۴۴

۱۳۴- درون یک مستطیل 27×48 ، حداقل چند نقطه اختیار شود تا مطمئن شویم حداقل فاصله ۲ نقطه از این نقاط انتخابی، کمتر از $3\sqrt{2}$ باشد؟

- (۱) ۱۴۴ (۲) ۱۴۵ (۳) ۲۸۸ (۴) ۲۹۱

۱۳۵- اگر $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = 4\vec{i} + \vec{k}$ باشد، حجم متوازی‌السطوح ایجاد شده بر روی سه بردار $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ و $\vec{a} \times \vec{b}$ کدام است؟

- (۱) ۳۷۸ (۲) ۴۵۵ (۳) ۱۹۸ (۴) ۲۳۴

۱۳۶- اگر $A = \begin{bmatrix} x & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 0 \\ y & 1 \end{bmatrix}$ و ماتریس $A \times B$ یک ماتریس قطری باشد، اختلاف مقادیر دترمینان ماتریس $A \times B$ و $(B \times A + 17I)$ کدام است؟ (I ماتریس واحد هم‌مرتبه با $B \times A$ است.)

- (۱) ۲۰۲۲ (۲) ۲۰۲۱ (۳) ۲۰۲۰ (۴) ۲۰۱۹

۱۳۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $AX = B$ باشد، مجموع تمام درایه‌های ماتریس $(16X)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۴

۱۳۸- دایره‌ای به مرکز $(1, 3)$ بر روی خط $5x + 12y = 15$ ، وترى به طول $2\sqrt{21}$ جدا می‌کند. این دایره محور xها را در نقاط A و B قطع می‌کند. طول وتر AB از دایره کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) $2\sqrt{6}$ (۳) ۶ (۴) $2\sqrt{15}$

۱۳۹- اگر \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} به ترتیب بردارهایی به طول‌های ۸ و ۱۵ و $3\sqrt{7}$ باشند و $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ، آنگاه مقدار $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ کدام است؟

- (۱) -۱۴۸ (۲) -۱۷۶ (۳) -۱۵۲ (۴) -۱۶۴

۱۴۰- اگر $f = \{(1,2), (2,5), (3,4), (4,6), (-1,7)\}$ و $g = \{(2,3), (4,2), (5,6), (3,1), (-1,8), (7,32)\}$ باشند، حاصل ضرب اعضای متمایز برد تابع $\frac{g}{g \circ f^{-1}}$ کدام است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۳۲ (۳) ۶ (۴) ۸

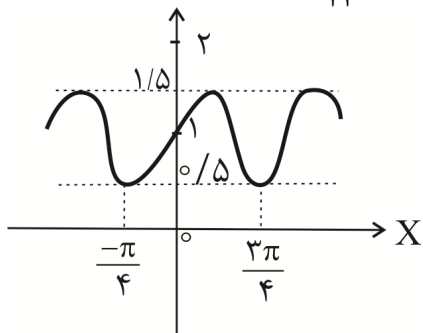
۱۴۱- خط به معادله $y = 5 + 3x$ در نقطه $x = -3$ بر نمودار تابع $y = g(x)$ مماس است. اگر $\lim_{x \rightarrow (-4)} \frac{f(x) - f(-4)}{3x + 12} = \frac{2}{5}$ باشد، $(f \circ g)'(-3)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{6}$ (۲) $\frac{2}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{2}{6}$

۱۴۲- تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $\tan(\Delta x) \cdot \tan(2x) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ برابر m و تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos 2x - 3 \sin x + 1 = 0$ در همین بازه برابر n است. $m^2 + n^2$ کدام است؟

- (۱) ۲۰۵ (۲) ۲۱۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۲۲۰

۱۴۳- با توجه به نمودار تابع $f(x) = 1 + a \sin(bx) \cdot \cos(bx)$ در شکل زیر، مقدار $f(\frac{\pi}{12})$ کدام است؟

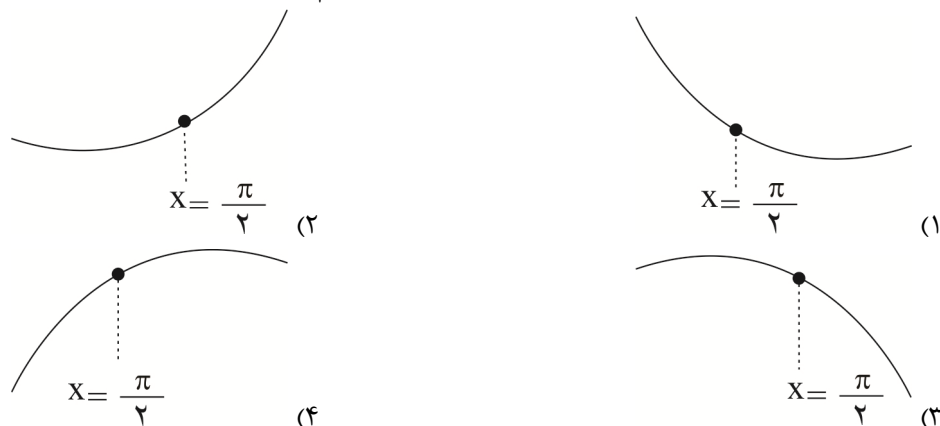


- (۱) ۰/۶ (۲) ۱/۲۵ (۳) ۰/۸۵ (۴) ۱/۲

۱۴۴- اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + bx}) = 3$ باشد، آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - bx + 9}$ کدام است؟

- (۱) $-\infty$ (۲) $+\infty$ (۳) -۲ (۴) ۲

۱۴۵- نمودار تابع $f(x) = x^2 - \cos 2x$ در همسایگی نقطه $x = \frac{\pi}{2}$ کدام است؟



۱۴۶- از یک جامعه آماری با واریانس $2/25$ ، نمونه‌ای شامل داده‌های $13, 10, 6, 15$ انتخاب کرده‌ایم. بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین این جامعه شامل چند عدد صحیح است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۱۴۷- اگر هم‌ارزی $\sim p \Leftrightarrow (p \vee q)$ دارای ارزش «درست» باشد، ارزش نهایی چند مورد از گزاره‌های زیر «درست» است؟

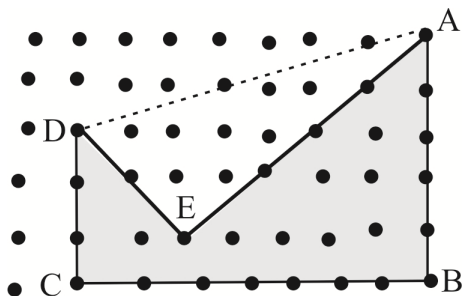
- الف) $p \Rightarrow q$ ب) $\sim (p \wedge q)$ ج) $p \vee \sim q$ د) $\sim p \Leftrightarrow q$
 هـ) $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$ و) $\sim p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴)

۱۴۸- در چند زیرمجموعه از $A = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$ ، بزرگ‌ترین عضو، مضرب ۳ است؟

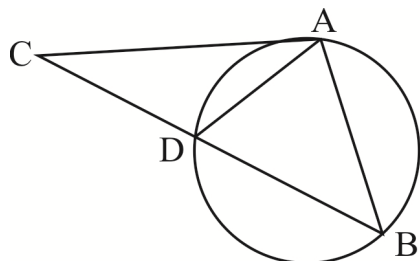
- ۲۴۳۰ (۱) ۲۳۴۰ (۲) ۲۳۳۰ (۳) ۲۳۰۴ (۴)

۱۴۹- در شکل زیر، اگر مساحت چندضلعی شبکه‌ای ABCDE بدون تغییر تعداد اضلاع و محیط، با استفاده از تبدیل هندسی مناسب افزایش یابد، مقدار افزایش مساحت چقدر خواهد بود؟



- ۲۱ (۱)
۲۲ (۲)
۲۴ (۳)
۲۳ (۴)

۱۵۰- در شکل زیر، اندازه مماس AC و وتر AB از دایره برابر ۱۰ و اندازه وتر AD برابر ۴ است. اندازه وتر BD

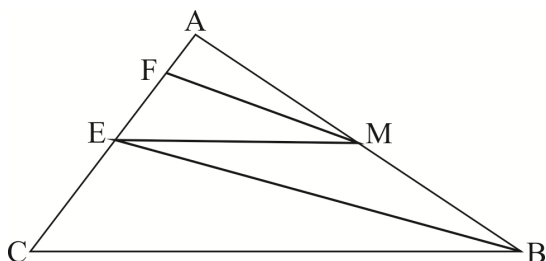


- کدام است؟
۲۲ (۱)
۲۱ (۲)
۲۰ (۳)
۱۹ (۴)

۱۵۱- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای با طول اضلاع قائم ۷ و ۲۴ واحد، فاصله نقطه تلاقی میانه‌ها از بزرگ‌ترین ضلع مثلث کدام است؟

- ۲/۴ (۱) ۳/۲ (۲) ۲/۲۴ (۳) ۳/۲۴ (۴)

۱۵۲- در شکل زیر $EB \parallel MF$ و $EM \parallel BC$ و $AF = 4$ و $EC = 15$ است. اندازه AC کدام است؟



- ۱۸ (۱)
۲۰ (۲)
۲۴ (۳)
۲۵ (۴)

۱۵۳- دنباله حسابی $6, 11, 16, 21, \dots$ چند جمله چهار رقمی دارد؟

- ۱۷۹۹ (۴) ۱۸۰۱ (۳) ۱۷۹۸ (۲) ۱۸۰۰ (۱)

۱۵۴- معادله قدر مطلق $|5 - 2x| + |1 + 3y| = 11$ به ازای چند عدد صحیح X برقرار است؟

- ۱۳ (۴) ۱۱ (۳) ۱۲ (۲) ۱۰ (۱)

۱۵۵- اگر تابع خطی گذرا بر نقاط $A(-2, 6)$ و $B(4, -3)$ و $g(x) = (3-a)x + k$ تابع ثابت باشد

به طوری که $f(8) = g(\sqrt{2})$ حاصل $\frac{f(14) \times g(-7)}{a^2}$ کدام است؟

۱۷ (۴)

۱۸ (۳)

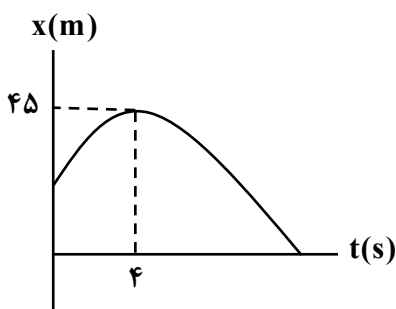
۱۳ (۲)

۱۴ (۱)

فیزیک

۱۵۶- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اگر مسافت طی شده توسط این متحرک در بازه زمانی $t_1 = 2$ s تا $t_2 = 6$ s برابر 10 m باشد، تندی آن در لحظه گذر از مبدأ مکان چند متر

بر ثانیه خواهد بود؟



۱۰ (۱)

۱۵ (۲)

۲۰ (۳)

۲۵ (۴)

۱۵۷- دو متحرک همزمان از نقاط A و B به فاصله اولیه d ، با سرعت های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می کنند و در نقطه C از کنار یکدیگر می گذرند. مدت زمان رسیدن متحرک دوم از C به A چند برابر مدت زمان رسیدن

متحرک اول از C به B است؟



۳ (۱)

۴ (۲)

۹ (۳)

۱۶ (۴)

۱۵۸- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت و در جهت محور X شروع به حرکت می کند. جابه جایی این متحرک در ثانیه دوم حرکت (از $t = 1$ s تا $t = 2$ s) چند برابر جابه جایی آن در ثانیه چهارم حرکت (از $t = 3$ s تا $t = 4$ s) است؟

 $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{5}{7}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۱)

۱۵۹- راننده اتومبیلی که با سرعت $90 \frac{km}{h}$ در حرکت است، ناگهان متوجه حضور دوچرخه سوار در فاصله 70 m

خود می شود که با سرعت $18 \frac{km}{h}$ در همان جهت حرکت اتومبیل در حال حرکت است. اگر راننده در همین لحظه

با شتاب ثابت $5 \frac{m}{s^2}$ ترمز کند، حداقل فاصله اتومبیل از دوچرخه سوار به چند متر خواهد رسید؟

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۱۷٫۵ (۲)

۷٫۵ (۱)

۱۶۰- جسمی از ارتفاع h بالای سطح زمین آزادانه رها می شود. اگر سرعت این جسم در ارتفاع $15 \frac{h}{16}$ برابر $12 \frac{m}{s}$

باشد، سرعت جسم در ارتفاع $\frac{h}{9}$ چند متر بر ثانیه خواهد بود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است).

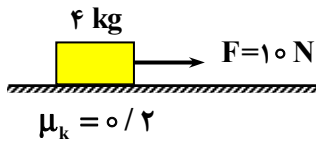
۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۹ (۲)

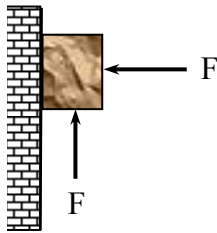
۷٫۵ (۱)

۱۶۱- در شکل زیر، اندازه نیروی F را چند درصد کاهش دهیم تا اندازه شتاب حرکت جسم ۲ برابر گردد؟



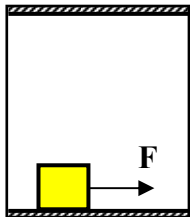
- ۶۰ (۱)
- ۵۰ (۲)
- ۴۰ (۳)
- ۲۰ (۴)

۱۶۲- در شکل زیر، دو نیروی هم‌اندازه F در دو جهت مختلف به جسم وارد شده است. اگر جرم جسم 4 kg بوده و ضریب اصطکاک ایستایی بین سطوح برابر 0.6 باشد، حداکثر اندازه نیروی F که به‌ازای آن جسم روی سطح ساکن بماند برابر چند نیوتن است؟



- ۲۵ (۱)
- ۵۰ (۲)
- ۱۰۰ (۳)
- ۲۰۰ (۴)

۱۶۳- در شکل زیر آسانسور با شتاب $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به‌صورت تندشونده بالا می‌رود. اگر ضریب اصطکاک جسم به جرم 2 kg با کف آسانسور $\mu_k = 0.2$ باشد، نیروی F چند نیوتن باشد تا جسم با شتاب $3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ نسبت به کف آسانسور شروع به حرکت کند؟



- ۹/۲ (۱)
- ۹/۸ (۲)
- ۱۰/۲ (۳)
- ۱۰/۸ (۴)

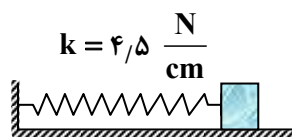
۱۶۴- چتربازی که با تندی حدى در حال سقوط است، چتر خود را باز می‌کند. در لحظات اولیه پس از باز کردن چتر، حرکت چتر باز چگونه است؟

- (۱) کندشونده بالا می‌رود.
- (۲) کندشونده پایین می‌آید.
- (۳) تندشونده بالا می‌رود.
- (۴) تندشونده پایین می‌آید.

۱۶۵- دو ماهواره A و B به دور زمین در حال دوران هستند. اگر تندی دوران ماهواره A ، ۲ برابر تندی ماهواره B باشد، در مدتی که ماهواره B یک دور کامل به دور زمین می‌گردد، ماهواره A چند دوران کامل خواهد داشت؟

- ۲ (۱)
- ۴ (۲)
- ۸ (۳)
- ۱۶ (۴)

۱۶۶- در شکل زیر، جرم جسم متصل به فنر 0.5 kg بوده و سطح افقی صیقلی است. جسم را 5 cm به‌طرف راست کشیده و رها می‌کنیم. از این لحظه تا زمانی که مسافت طی شده توسط جسم به 15 cm می‌رسد، شتاب متوسط جسم چند متر بر مربع ثانیه خواهد شد؟ ($\pi = 3$)

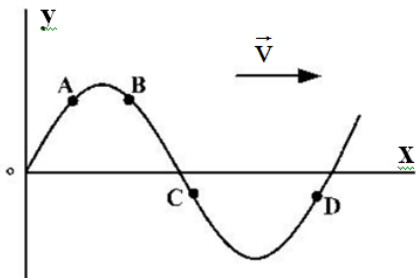


- ۱۰ (۱)
- ۱۵ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۳۰ (۴)

۱۶۷- رابطه انرژی پتانسیل بر حسب اندازه سرعت نوسانگری که بر روی پاره‌خطی به طول ۲۰ cm نوسان می‌کند، به صورت $u = 20 - 2v^2$ است. در لحظه‌ای که این نوسانگر در فاصله ۶ cm نقطه بازگشت خود قرار دارد، اندازه شتاب آن چند متر بر مربع ثانیه است؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴)

۱۶۸- شکل زیر، نقش یک موج سینوسی را در لحظه $t = 0$ نشان می‌دهد. کدام عبارت درست است؟



- (۱) تندی ذره D زودتر از بقیه بیشینه می‌شود.
 (۲) شتاب ذره C زودتر از بقیه بیشینه می‌شود.
 (۳) حرکت ذره B تندشونده است.
 (۴) حرکت ذره A تندشونده است.

۱۶۹- بسامد ارتعاشات یک موج صوتی را ۲۰٪ افزایش داده و فاصله خود از آن را ۳ برابر می‌کنیم. تراز شدت صوت نسبت به حالت قبل چگونه تغییر می‌کند؟ ($\log 2 \approx 0.3$)

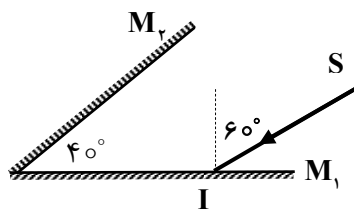
- (۱) ۸ دسیبل افزایش (۲) ۱۲ دسیبل افزایش
 (۳) ۸ دسیبل کاهش (۴) ۱۲ دسیبل کاهش

۱۷۰- در شکل زیر، چشمه صوت ساکن بوده و دو شنونده A و B در جهت‌های مشخص شده در حال دور شدن از منبع هستند. در کدام گزینه فرکانس و طول موج در یافتی توسط این دو شنونده به درستی مقایسه شده است؟



- (۱) $f_A > f_B$, $\lambda_A = \lambda_B$
 (۲) $f_A < f_B$, $\lambda_A = \lambda_B$
 (۳) $f_A > f_B$, $\lambda_A < \lambda_B$
 (۴) $f_A < f_B$, $\lambda_A > \lambda_B$

۱۷۱- در شکل زیر، پرتو بازتابش نهایی نسبت به پرتو تابش اولیه چند درجه منحرف می‌شود؟



- (۱) 180° (۲) 160°
 (۳) 150° (۴) 140°

۱۷۲- در کدام یک از حالت‌های زیر، پدیده پراش بیشتر خواهد بود؟

- (۱) بسامد نور تابشی بیشتر و پهناي شکاف بزرگ‌تر باشد.
 (۲) بسامد نور تابشی کمتر و پهناي شکاف بزرگ‌تر باشد.
 (۳) بسامد نور تابشی بیشتر و پهناي شکاف کوچک‌تر باشد.
 (۴) بسامد نور تابشی کمتر و پهناي شکاف کوچک‌تر باشد.

۱۷۳- کدام گزینه در مورد امواج ایستاده روی یک طناب، درست است؟

- (۱) نقاط بین دو شکم متوالی ممکن است هم‌جهت یا خلاف جهت هم ارتعاش کنند.
- (۲) نقاط بین دو شکم متوالی الزاماً خلاف جهت هم ارتعاش می‌کنند.
- (۳) نقاط بین دو شکم متوالی الزاماً هم‌جهت با هم ارتعاش می‌کنند.
- (۴) مکان گره‌ها بعد از یک چهارم دوره پیشنه می‌شود.

۱۷۴- جرم یک سیم پیانو به طول 40 cm برابر 8 g و نیروی کشش آن 128 N است. این سیم به گونه‌ای به نوسان درمی‌آید که بر روی آن امواج ایستاده تشکیل شده است. بسامد صوت ایجاد شده در سیم را حداقل چند هرتز افزایش دهیم تا بار دیگر امواج ایستاده در آن تشکیل شود؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۷۵ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۵۰

۱۷۵- در یک آزمایش اثر فوتوالکتریک، با ۳ برابر کردن بسامد نور تابشی، تندی فوتوالکترن‌های خروجی ۲ برابر می‌شود. بسامد نور تابشی در حالت نخست چند برابر بسامد آستانه فلز است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

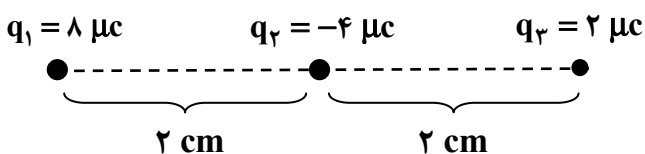
۱۷۶- در گسیل‌های اتم هیدروژن، کوتاه‌ترین طول موج رشته پاشن، چند برابر بلندترین طول موج رشته بالمر است؟

- (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{36}{7}$ (۳) $\frac{7}{36}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۱۷۷- در واپاشی یک هسته، کدام‌یک از موارد زیر درست است؟

- (۱) در واپاشی $^+\beta$ یک نوترون به یک الکترون و یک پروتون تبدیل می‌شود.
- (۲) در واپاشی $^-\beta$ یک نوترون به یک الکترون و یک پروتون تبدیل می‌شود.
- (۳) قدرت نفوذ ذرات α بیشتر از سایر ذرات است.
- (۴) واپاشی $^+\beta$ متداول‌ترین نوع واپاشی است.

۱۷۸- در شکل زیر، نیروی خالص وارد بر بار q_1 نسبت به نیروی خالص وارد بر بار q_3 چگونه است؟



- (۱) ۷ برابر و هم‌جهت با آن
- (۲) ۳ برابر و هم‌جهت با آن
- (۳) ۷ برابر و در خلاف جهت آن
- (۴) ۳ برابر و در خلاف جهت آن

۱۷۹- دو بار الکتریکی q_1 و q_2 در فاصله معینی از هم قرار دارند و شدت میدان الکتریکی در نقطه M وسط دو بار

برابر \vec{E} است. اگر بار q_1 را خنثی کنیم، اندازه شدت میدان در آن نقطه تغییر نمی‌کند. نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟

- (۱) $+\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $+2$ (۴) -2

۱۸۰- نقطه A به مختصات $((x_A = -3 \text{ m}, y_A = +2 \text{ m}))$ و نقطه B به مختصات $((x_B = +1 \text{ m}, y_B = -2 \text{ m}))$ ، در

معرض میدان الکتریکی یکنواختی به شدت $\frac{2}{5} \frac{\text{kN}}{\text{C}}$ که هم‌جهت با محور y ها است، قرار دارد. اختلاف پتانسیل

$V_A - V_B$ چند کیلوولت است؟

- (۱) $+10$ (۲) -10 (۳) $+100$ (۴) -100

۱۸۱- صفحات یک خازن خالی را توسط سیم‌های بدون مقاومت به دو سر یک باتری بدون مقاومت درونی وصل می‌کنیم.

انرژی ذخیره شده در خازن نسبت به انرژی الکتریکی تولیدی باتری (تا لحظه شارژ خازن) چگونه است؟
 (۱) الزاماً برابر است.

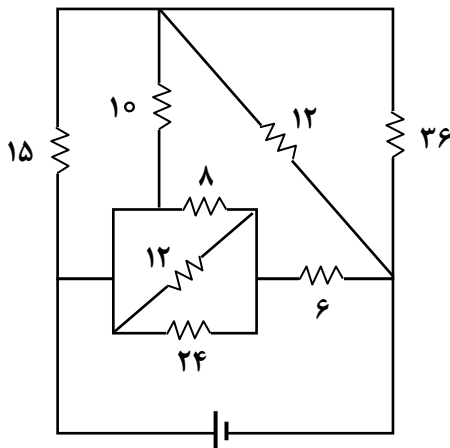
(۲) الزاماً کمتر است و بقیه انرژی باتری به صورت گرما تلف می‌شود.

(۳) الزاماً کمتر است و بقیه انرژی باتری به صورت امواج الکترومغناطیس گسیل می‌شود.

(۴) بستگی به ظرفیت خازن می‌تواند بیشتر، برابر یا کمتر باشد.

۱۸۲- در مدار زیر، مقدار مقاومت‌ها برحسب اهم بوده و مقاومت درونی باتری ناچیز است. جریان عبوری از مقاومت

10Ω چند آمپر است؟



(۱) ۰/۴

(۲) ۰/۶

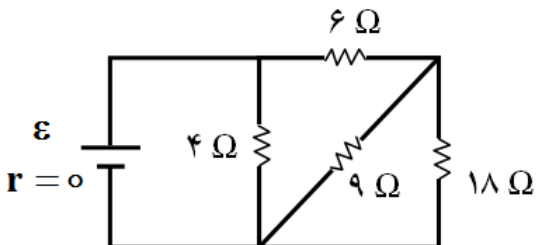
(۳) ۰/۸

(۴) ۱/۲

$\varepsilon = 30 \text{ v}$

۱۸۳- در مدار زیر، اگر مقاومت 9Ω را با مقاومت بزرگ‌تری جایگزین کنیم، جریان عبوری از مقاومت‌های 4Ω و

18Ω چگونه تغییر می‌کند؟



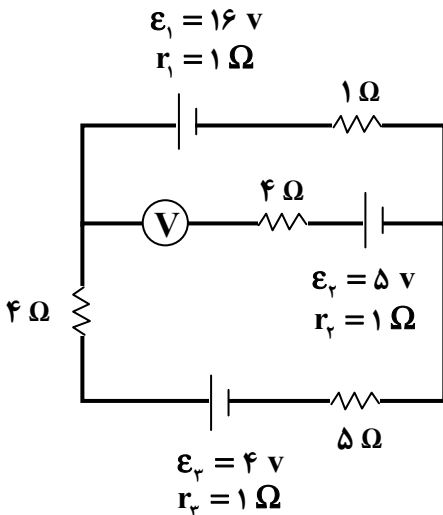
(۱) ثابت، کاهش

(۲) ثابت، افزایش

(۳) افزایش، افزایش

(۴) افزایش، کاهش

۱۸۴- در مدار زیر، ولت‌متر چه عددی را برحسب ولت نشان می‌دهد؟



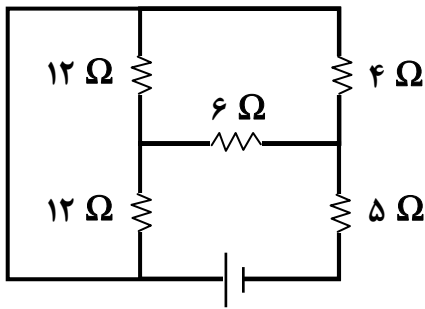
(۱) ۹

(۲) ۱۹

(۳) ۷

(۴) ۱۷

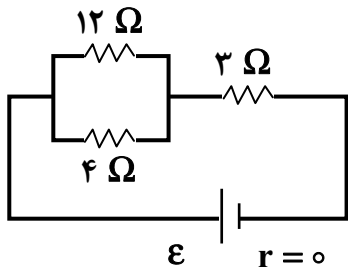
۱۸۵- در مدار زیر، توان مصرفی مقاومت 6Ω چند وات است؟



$\epsilon = 40 \text{ V}$
 $r = 2 \Omega$

- (۱) ۳۲
- (۲) ۱۸
- (۳) ۹
- (۴) ۶

۸۶- در مدار زیر، چند درصد توان مصرفی کل مدار در مقاومت 4Ω مصرف می‌شود؟



$r = 0$

- (۱) ۱۲/۵ %
- (۲) ۲۵ %
- (۳) ۳۷/۵ %
- (۴) ۴۰ %

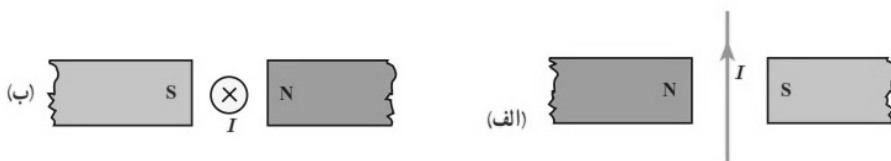
۱۸۷- پروتونی با تندی $5 \times 10^6 \frac{m}{s}$ درون میدان مغناطیسی یکنواختی به اندازه 2 mT در حرکت است و جهت

حرکت پروتون با جهت میدان زاویه 30° می‌سازد. اندازه نیروی وارد بر این پروتون چند نیوتن بوده و تندی

حرکت پروتون در اثر این نیرو چگونه تغییر می‌کند؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

- (۱) 8×10^{-16} ، افزایش می‌یابد.
- (۲) 8×10^{-16} ، ثابت می‌ماند.
- (۳) 8×10^{-15} ، افزایش می‌یابد.
- (۴) 8×10^{-15} ، ثابت می‌ماند.

۱۸۸- جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در شکل‌های (الف) و (ب) به ترتیب چگونه است؟



- (۱) برون سو، پایین
- (۲) برون سو، بالا
- (۳) درون سو، پایین
- (۴) درون سو، بالا

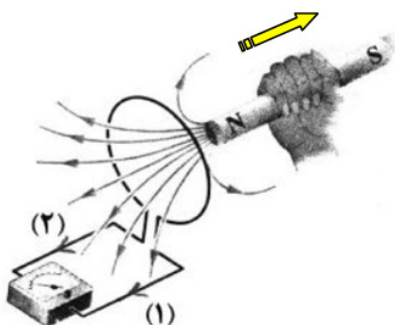
۱۸۹- خاصیت مغناطیسی مواد ارائه شده در کدام گزینه بیشترین تفاوت را با هم دارند؟

- (۱) پلاتین - نقره - آهن
- (۲) کبالت - مس - بیسموت
- (۳) آهن - کبالت - آلومینیم
- (۴) اورانیوم - پلاتین - سدیم

۱۹۰- با توجه به جهت حرکت آهن‌ربا، جریان القایی در کدام جهت بوده و نیروی مغناطیسی که حلقه به آهن‌ربا وارد

می‌کند، چگونه است؟

- (۱) جهت (۱)، جاذبه
- (۲) جهت (۱)، دافعه
- (۳) جهت (۲)، جاذبه
- (۴) جهت (۲)، دافعه



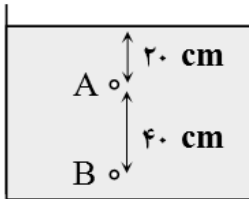
۱۹۱- شعاع ظاهری یک کره فلزی ۱۰ cm، جرم آن ۸/۱ kg و چگالی فلز $\frac{g}{cm^3}$ ۲/۷ است. درون این کره یک حفره

وجود دارد. حجم این حفره چند درصد حجم کل را تشکیل می‌دهد؟ ($\pi \approx 3$)

- (۱) ۱۰% (۲) ۲۰% (۳) ۲۲/۵% (۴) ۲۵%

۱۹۲- در شکل زیر، اگر فشار در عمق A از سطح مایع برابر $P_A = 10^5 \text{ pa}$ باشد، فشار در عمق B برابر چند

کیلوپاسکال است؟ ($P_0 = 9/8 \times 10^4 \text{ pa}$ و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)



(۱) ۱۰۲

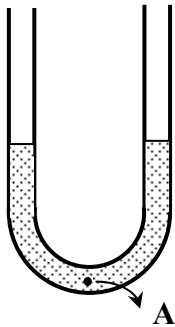
(۲) ۱۰۴

(۳) ۱۰۶

(۴) به چگالی مایع وابسته است.

۱۹۳- در شکل زیر، مقداری از یک مایع در حالت تعادل قرار دارد. در شاخه سمت راست تا ارتفاع ۱۰ cm روغن (با

چگالی کمتر از مایع فعلی) می‌ریزیم. بعد از ایجاد تعادل، فشار در نقطه A چند پاسکال افزایش می‌یابد؟



(سطح مقطع لوله در دو طرف یکسان است، $\rho = 0/8 \frac{g}{cm^3}$ روغن و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) ۴۰۰

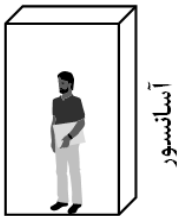
(۲) ۸۰۰

(۳) ۱۶۰۰

(۴) به مقدار چگالی مایع اولیه وابسته است.

۱۹۴- شخصی به جرم ۸۰ kg در داخل آسانسوری که با شتاب ثابت و رو به بالای $2 \frac{m}{s^2}$ حرکت می‌کند، ایستاده است.

کار انجام شده توسط آسانسور روی شخص در جابه‌جایی ۵ m چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



(۱) ۳۲۰۰

(۲) ۴۴۰۰

(۳) ۴۸۰۰

(۴) ۵۴۰۰

۱۹۵- در شرایط خلأ و در راستای قائم از سطح زمین، گلوله‌ای با سرعت اولیه v_0 به سمت بالا پرتاب می‌شود. در

لحظه‌ای که تندی گلوله ۸۰% کاهش یافته است، انرژی پتانسیل گلوله چند برابر انرژی جنبشی گلوله است؟

(۴) $\frac{36}{64}$

(۳) $\frac{64}{36}$

(۲) ۲۴

(۱) ۱۵

۱۹۶- چگالی یک کره فلزی در دمای 50°C برابر $5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است. چگالی این کره در چه دمایی به $5/3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ می‌رسد؟

(ضریب انبساط طولی فلز $2 \times 10^{-4} / \text{K}$ است.)

- (۱) 150°C (۲) 100°C (۳) 0°C (۴) -50°C

۱۹۷- اگر ۵ دقیقه طول بکشد تا مقدار معینی آب در فشار یک اتمسفر از 40°C به نقطه جوش برسد، چند دقیقه

دیگر لازم است همان آب تماماً به بخار تبدیل شود؟ ($C = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ آب و $L_V = 2268 \frac{\text{J}}{\text{g}}$ تبخیر آب)

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۵ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

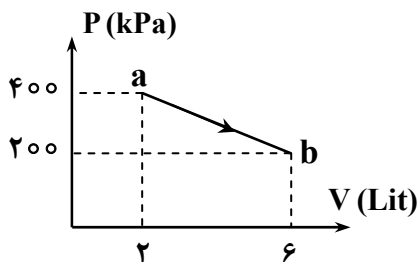
۱۹۸- مقدار معینی گاز کامل در دمای 27°C درون یک مخزن قرار دارد. اگر در اثر 60°C افزایش دما، ۲۵٪ از

مولکول‌های گاز به بیرون نشت کنند، فشار گاز چند درصد کاهش می‌یابد؟

- (۱) ۱۰٪ (۲) ۱۲٪ (۳) ۲۰٪ (۴) ۲۵٪

۱۹۹- در شکل زیر، نمودار $P-V$ یک دستگاه رسم شده که طی آن گازی کامل فرآیند ab را طی کرده است. اگر انرژی

درونی دستگاه در نقطه a برابر 500 J باشد، گرمای مبادله شده بین دستگاه و محیط چگونه است؟



(۱) دستگاه 1450 J گرما دریافت می‌کند.

(۲) دستگاه 1450 J گرما آزاد می‌کند.

(۳) دستگاه 950 J گرما دریافت می‌کند.

(۴) دستگاه 950 J گرما آزاد می‌کند.

۲۰۰- چه تعداد از موارد زیر در فرآیندهای آرمانی ترمودینامیکی، ممکن است رخ دهد؟

الف- ممکن است با وجود افزایش دمای گاز، حجم آن ثابت بماند.

ب- ممکن است با وجود افزایش دمای گاز، حجم آن کاهش یابد.

ج- ممکن است با وجود تبادل گرما با گاز، دمای آن ثابت بماند.

د- ممکن است بدون تبادل گرما با گاز، دمای آن تغییر کند.

- (۱) مورد ۱ (۲) مورد ۲ (۳) مورد ۳ (۴) هر ۴ مورد

شیمی

۲۰۱- در آرایش الکترونی چه تعداد از عنصرهای دسته‌های s و d دوره چهارم جدول دوره‌ای، همهٔ زیرلایه‌هایی که

مجموع $n+l$ آن‌ها برابر ۴ است، کاملاً از الکترون پر شده‌اند؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۲۰۲- حداکثر گنجایش الکترونی لایه‌ای با $n = 5$ ، در یک اتم چند برابر حداکثر ظرفیت پذیرش الکترون در زیرلایه

پنجم آن است؟

- (۱) $2/7$ (۲) $2/2$ (۳) $3/1$ (۴) $3/3$

۲۰۳- با برابر در نظر گرفتن جرم اتمی و عدد جرمی، می توان بیان کرد که جرم یک اتم فسفر در صورتی که جرم حدودی

یک اتم ^{12}C برابر $19/932 \times 10^{-24}$ باشد، گرم است. (^{31}P)

(۱) 51×10^{-23} (۲) $5/1 \times 10^{-23}$

(۳) 61×10^{-23} (۴) $6/1 \times 10^{-23}$

۲۰۴- چه تعداد از موارد زیر، درست است؟

- آرگون گازی بی رنگ، بی بو و غیرسمی است و واژه آرگون به معنای تنبل است.
- فشار هر گاز، ناشی از برخورد مولکول های آن با دیواره ظرف است.
- کمتر از پنجاه درصد از جرم هواکره، در نزدیک ترین لایه به زمین قرار دارد.
- یافته های تجربی نشان می دهد که حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می دهد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۰۵- در هر واحد فرمولی از کدام ترکیب، نسبت شمار اتمها به شمار عنصرها عدد کوچک تری است؟

(۱) آلومینیم فلئورید (۲) کلسیم کلرید (۳) سدیم فسفید (۴) پتاسیم نیتريد

۲۰۶- مجموع ضریب های استوکیومتری ترکیبات اکسیژن دار در معادله واکنش: $\text{HNO}_3 + \text{H}_2\text{S} \rightarrow \text{S} + \text{H}_2\text{O} + \text{NO}_2$

پس از موازنه کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۶ (۴) ۴

۲۰۷- جرم یک لیتر از کدام گاز در شرایط استاندارد، بیشتر است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Ne} = 20 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) نئون (۲) اوزون (۳) متان (۴) کربن مونوکسید

۲۰۸- شمار یون های نیترات در $5/5\text{g}$ از محلولی از منیزیم نیترات در دمای معین که غلظت یون منیزیم در آن برابر

1420 ppm است، به تقریب کدام است؟ ($\text{Mg} = 24 \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) $4/2 \times 10^{18}$ (۲) $8/9 \times 10^{18}$ (۳) $5/6 \times 10^{23}$ (۴) $3/5 \times 10^{19}$

۲۰۹- انحلال پذیری پتاسیم نیترات در دمای 42°C برابر $42 \text{gH}_2\text{O} / 100 \text{g}$ است. به تقریب چند مول از این نمک را باید

در 250 میلی لیتر آب (1g.mL^{-1}) حل کرد تا محلول سیرشده آن در این دما به دست آید؟

($\text{K} = 39, \text{O} = 16, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1}$)

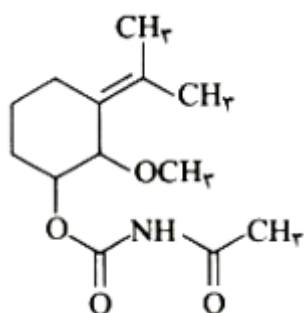
(۱) $1/8$ (۲) $1/3$ (۳) $2/2$ (۴) $2/6$

۲۱۰- چه تعداد از مطالب زیر درباره آمونیوم نیترات، درست است؟

- در ساختار لوویس کاتیون و آنیون آن در مجموع، ۱۶ الکترون ناپیوندی وجود دارد.
- از انحلال هر واحد فرمولی از آن در آب، سه یون تولید می شود.
- در ساختار لوویس آنیون آن، ۸ الکترون پیوندی وجود دارد.
- از جمله کاربردهای آن، استفاده به عنوان کود شیمیایی است.
- عدد اکسایش اتم نیتروژن در کاتیون آن، برابر +۵ است.

(۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۴

۲۱۱- چه تعداد از عبارات‌های زیر درباره ترکیبی با ساختار روبه‌رو، نادرست است؟



- هر مول از آن با دو مول برم مایع به‌طور کامل واکنش می‌دهد.
- ۹ جفت الکترون ناپیوندی در ساختار آن وجود دارد.
- یک ترکیب حلقوی آروماتیک و سیر نشده است.
- سه گروه CH_3 در ساختار آن وجود دارد.

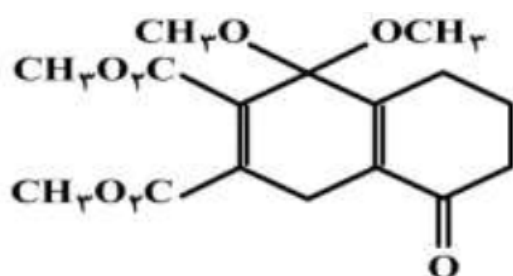
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۱۲- همه موارد زیر درباره ترکیبی با ساختار زیر درست هستند؛ به‌جز:



(۱) شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن برابر شمار اتم‌های هیدروژن در ساختار سیکلوهپتان است.

(۲) چهار پیوند یگانه $\text{C}-\text{O}$ در آن وجود دارد.

(۳) گروه عاملی موجود در عصاره میخک در آن نیز شرکت دارد.

(۴) در آن اتم‌های کربن با عدد اکسایش صفر نیز وجود دارد.

۲۱۳- برای تهیه هر کیلوگرم آمونیوم کربنات طبق معادله موازنه نشده $\text{NH}_3 + \text{H}_2\text{CO}_3 \rightarrow (\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ ، چند لیتر گاز هیدروژن در شرایط STP در فرآیند هابر باید مصرف شود؟

(معادله موازنه شود: $\text{H}_2 + \text{N}_2 \rightarrow \text{NH}_3$; $\text{N} = 14, \text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{O} = 16$: g.mol^{-1})

۷۰۰ (۴)

۸۵۰ (۳)

۱۴۰۰ (۲)

۵۰۰ (۱)

۲۱۴- اگر بازده درصدی تجزیه گرمایی گرمایی ۱۲۵ گرم جوش شیرین مطابق واکنش موازنه نشده

$\text{NaHCO}_3(\text{s}) \rightarrow \text{Na}_2\text{CO}_3(\text{s}) + \text{CO}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$ ، ۵۷٪ باشد، در این صورت مقدار فرآورده جامد

تولید شده در این واکنش برحسب گرم به کدام عدد نزدیک‌تر است؟

(معادله موازنه شود: $\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1$: g.mol^{-1})

۴۴/۹۵ (۴)

۱۷/۵۸ (۳)

۷۰/۲۹ (۲)

۲۴/۲۵ (۱)

۲۱۵- تفاوت اتم‌های هیدروژن در فرمول مولکولی ساده‌ترین هیدروکربن سیر شده‌ای که دارای یک اتم کربن متصل به چهار اتم کربن دیگر است با شمار اتم‌های هیدروژن در مولکول نفتالن، کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

۲۱۶- آنتالپی سوختن کامل سرگروه خانواده آلکن‌ها و الکل سازنده عامل طعم و بو در میوه انگور به ترتیب

$\text{C}_7\text{H}_8(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{g}) \rightarrow \text{C}_7\text{H}_7\text{OH}(\text{g})$ واکنش ΔH است. $-1368 \text{ kJ.mol}^{-1}$ و $-1410 \text{ kJ.mol}^{-1}$

برحسب کیلوژول بر مول، کدام است؟ (حالت فیزیکی همه مواد در واکنش‌ها به حالت گازی است.)

+۲۴ (۴)

-۲۴ (۳)

+۴۲ (۲)

-۴۲ (۱)

۲۱۷- ارزش غذایی یک نوع ماده غذایی به تقریب برابر 450 kJ به ازای 100 گرم از آن است. برای تأمین انرژی یک فرد به میزان 5000 کیلوکالری تنها از راه خوردن این ماده، به تقریب چند کیلوگرم از آن لازم است؟

(۱) $5/5$ (۲) $4/6$ (۳) $6/7$ (۴) $9/2$

۲۱۸- $0/4$ مول از یک ماده رنگی در یک و نیم لیتر آب مقطر حل شده است. اگر با افزودن ماده دیگری به این مخلوط همگن در مدت زمان نیم ساعت محلول بی‌رنگ شود، سرعت متوسط مصرف ماده رنگی چند مول بر لیتر بر ثانیه است؟ (از تغییر حجم بر اثر افزودن مواد به آب مقطر صرف نظر شود.)

(۱) $8/6 \times 10^{-3}$ (۲) $3/4 \times 10^{-3}$ (۳) $1/4 \times 10^{-4}$ (۴) $5/8 \times 10^{-4}$

۲۱۹- با توجه به واکنش (موازنه شود) $C_{57}H_{110}O_6 + H_2O \xrightarrow{H^+} C_3H_8O_3 + CH_3(CH_2)_{16}COOH$ از آبکافت تقریبی چند کیلوگرم از استر سه عاملی با بازده 94 درصد در شرایط ویژه در آزمایشگاه، نیم کیلوگرم

فرآورده الکلی به دست می‌آید؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) $15/5$ (۲) $21/1$ (۳) $8/1$ (۴) $5/1$

۲۲۰- چه تعداد از موارد زیر، درست هستند؟

- صابون‌های مایع، نمک‌های پتاسیم و آمونیوم اسیدهای چرب هستند.
- اسیدهای چرب، کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر بلند کربنی هستند.
- در ساختار پاک‌کننده‌های صابونی برخلاف پاک‌کننده‌های غیرصابونی، حلقه بنزن وجود ندارد.
- هنگام شست‌وشوی یک لکه چربی با آب و صابون، سر ناقطبی مولکول‌های صابون به سمت بیرون لکه چربی است.
- در هر یک از صابون‌های حاوی ترکیبات فسفات‌دار و کلردار به ترتیب خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و قدرت پاک‌کنندگی برجسته می‌شود.

(۱) 4 (۲) 5 (۳) 2 (۴) 3

۲۲۱- همه مطالب زیر با توجه به واکنش: $Al(s) + NaOH(s) + H_2O(l) \rightarrow NaAl(OH)_4(aq) + \dots(g)$ ، درست

هستند؛ به جز:

- (۱) گاز تولید شده در واکنش، هیدروژن است.
- (۲) با به‌کارگیری آن دمای محیط افزایش می‌یابد.
- (۳) مجموع ضرایب فرآورده‌ها در معادله موازنه شده برابر ۶ است.
- (۴) از این پاک‌کننده برای باز کردن مجاری مسدود شده، در برخی وسایل و دستگاه‌های صنعتی استفاده می‌شود.

۲۲۲- اگر pH محلول باز ضعیف BOH با غلظت $0/1$ مولار برابر 10 باشد، $\alpha\%$ این ماده کدام است؟

(۱) $0/1$ (۲) 1 (۳) $0/5$ (۴) 5

۲۲۳- در اثر انحلال چند مول از سدیم اکسید در یک لیتر آب خالص، pH محلول برابر با 14 می‌شود؟

(۱) $0/25$ (۲) $0/5$ (۳) 1 (۴) $1/5$

۲۲۴- چند میلی‌لیتر محلول پتاسیم هیدروکسید با $pH = 12$ ، با $0/34$ گرم $KHSO_4$ خالص به‌طور کامل واکنش

می‌دهد؟ ($K = 39, S = 32, O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}; KOH + KHSO_4 \rightarrow K_2SO_4 + H_2O$)

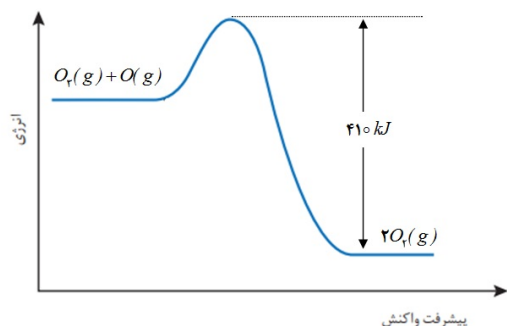
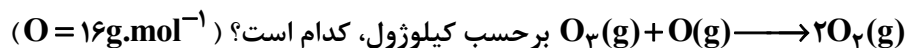
(۱) 1000 (۲) 750 (۳) 250 (۴) 500

۲۲۵- گستره عدد اکسایش در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای بین، و قرار دارد.

(۱) $-4, +4$ (۲) $0, +4$

(۳) $-4, 0$ (۴) $0, +2$

۲۳۴- با توجه به نمودار زیر، اگر به ازای تولید ۲۰ گرم گاز اکسیژن، ۱۲۲/۵kJ گرما آزاد شود، انرژی فعال‌سازی واکنش



۸ (۴)

۱۸ (۳)

۱۸۶ (۲)

۳۹۲ (۱)

۲۳۵- غلظت اولیه SO_2 در یک ظرف سر بسته یک لیتری در دمای معین برابر $4 mol.L^{-1}$ است. پس از وارد کردن X گرم گاز اکسیژن در این ظرف و گذشت زمان مشخص، تعادل (موازنه

شود) $SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons SO_3(g), K = 810 L.mol^{-1}$ ، برقرار می‌شود. اگر غلظت تعادلی SO_2 برابر

$0.4 mol.L^{-1}$ باشد، X برحسب گرم کدام است؟ ($O = 16g.mol^{-1}$)

۱۹/۹ (۴)

۶۰/۸ (۳)

۴۸/۲ (۲)

۵۳/۴ (۱)



آزمون ۱۳ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم - جامع نوبت سوم (۱۴۰۱/۰۲/۳۰)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



کانال تلگرام آزمون‌های آزمایشی سنجش @sanjesheducationgroup

ویژه پایه دوازدهم

ریاضیات

۱۰۱. گزینه ۱ درست است.

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} \rightarrow \alpha + \beta = 6$$

$$x = \alpha \xrightarrow{\text{جاگذاری}} \alpha^2 - 6\alpha - 2 = 0 \rightarrow \alpha^2 = 6\alpha + 2 \xrightarrow{\times \alpha} \boxed{\alpha^3 = 6\alpha^2 + 2\alpha} \quad (1)$$

$$\alpha^2 = 6\alpha + 2 \xrightarrow{\times 6} \boxed{6\alpha^2 = 36\alpha + 12} \quad (2)$$

$$(1) \text{ طبق } (2) = (6\alpha^2 + 2\alpha) + 38\beta = 36\alpha + 12 + 2\alpha + 38\beta = 38(\alpha + \beta) + 12$$

$$= 38(6) + 12 = 240$$

۱۰۲. گزینه ۲ درست است.

برای هر دو زاویه متمم α و β بنابراین با جمع هر دو جمله با فاصله مساوی از طرفین عبارت:

$$\frac{1}{1 + \tan(1)^\circ} + \frac{1}{1 + \tan(89)^\circ} = \frac{1}{1 + \tan(1)^\circ} + \frac{1}{1 + \cot(1)^\circ} = \frac{1}{1 + \tan(1)^\circ} + \frac{1}{1 + \frac{1}{\tan(1)^\circ}}$$

$$= \frac{1}{\tan(1)^\circ} + \frac{\tan(1)^\circ}{1 + \tan(1)^\circ} = \frac{1 + \tan(1)^\circ}{1 + \tan(1)^\circ} = 1$$

تعداد جملات به جز $\left(\frac{1}{1 + \tan(45)^\circ} = \frac{1}{2}\right)$ برابر ۸۸ جمله که نصف آن می شود ۴۴ یعنی:

$$44 \times 1 + \frac{1}{2} = 44.5$$

۱۰۳. گزینه ۴ درست است.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}, \sigma = 12CV \Rightarrow \boxed{\bar{x} = 12}$$

$$\bar{x} = \frac{11 + 12 + 15 + 8 + k + 13 + 14 + 16 + 5}{9} \Rightarrow 12 = \frac{94 + K}{9} \rightarrow \boxed{K = 23}$$

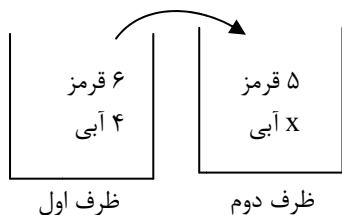
داده‌ها را به‌طور صعودی مرتب کرده و Q_3 را به‌دست می‌آوریم:

۵, ۸, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۲۳

$$Q_3 = \frac{15 + 16}{2} = 15.5$$

۱۰۴. گزینه ۳ درست است.

فرض می‌کنیم در ظرف دوم x مهره آبی در ابتدا باشد:



$$\frac{6}{10} \times \frac{6}{x+6} + \frac{4}{10} \times \frac{5}{x+6} = \frac{28}{65}$$

$$\frac{1}{x+6} \left(\frac{36}{10} + \frac{20}{10} \right) = \frac{28}{65}$$

$$\frac{1}{x+6} \left(\frac{56}{10} \right) = \frac{28}{65} \rightarrow \frac{1}{x+6} = \frac{1}{13}$$

$$x = 7 \quad \text{تعداد مهره‌های آبی در ابتدا}$$

$$7 + 5 = 12 \quad \text{تعداد مهره‌های طرف دوم در ابتدا}$$

↓ ↓
قرمز آبی

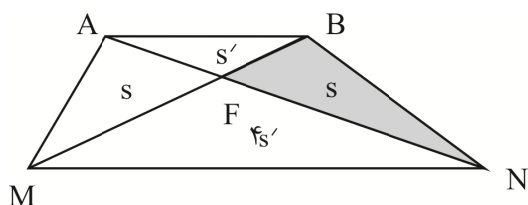
۱۰۵. گزینه ۲ درست است.

چون دایره در ناحیه اول مختصات بر محور x ها و y ها همزمان مماس است، پس مرکز آن $O(\alpha, \alpha)$ و شعاع هم $R = \alpha$ است. از طرف دیگر، فاصله مرکز دایره تا خط $3x + 4y - 12 = 0$ برابر شعاع دایره است:

$$\alpha = \frac{|3\alpha + 4\alpha - 12|}{\sqrt{9+16}} \Rightarrow \Delta\alpha = |7\alpha - 12| \quad \begin{cases} \alpha = 6 \rightarrow S_1 = 36\pi \\ \alpha = 1 \rightarrow S_2 = \pi \end{cases}$$

اختلاف مساحت دو دایره ممکن با فرض $\pi = 3$ برابر است با: $\Delta S = S_1 - S_2 = 105$

۱۰۶. گزینه ۱ درست است.



$$S_{\Delta MAN} = S_{\Delta MBN} \xrightarrow{-S_{\Delta MFN}} S_{\Delta MAN} - S_{\Delta MFN} = S_{\Delta MBN} - S_{\Delta MFN}$$

$$\boxed{S_{\Delta MAF} = S_{\Delta FBN} = S} \quad (1)$$

چون مثلث‌های MAB و MAN هم‌ارتفاع هستند بنابراین:

$$\frac{S_{\Delta MAN}}{S_{\Delta MAB}} = \frac{MN}{AB} = \frac{12}{6} = 2 \rightarrow \boxed{MN = 2AB} \quad (2) \Rightarrow S_{\Delta MFN} = 4S_{\Delta AFB} = 4S'$$

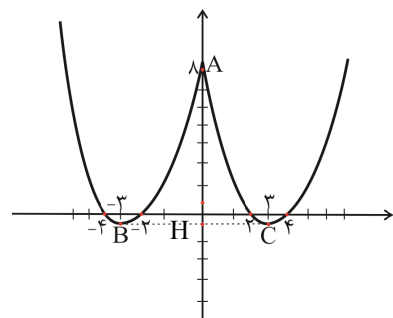
$$\begin{cases} S + S' = 6 \rightarrow S' = 2 \\ S + 4S' = 12 \rightarrow S = 4 \end{cases} \rightarrow S = 2S + 5S' = 18 \quad \text{کل دوزنقه}$$

$$\frac{S}{\text{کل دوزنقه}} \times 100 = \frac{4}{18} \times 100 = 22,22$$

۱۰۷. گزینه ۴ درست است.

$$x \geq 0 \rightarrow f(x) = x^2 - 6x + 8 \rightarrow f'(x) = 0 \rightarrow 2x - 6 = 0 \rightarrow x = 3, y = -1$$

$$x < 0 \rightarrow f(x) = x^2 + 6x + 8 \rightarrow f'(x) = 0 \rightarrow 2x + 6 = 0 \rightarrow x = -3, y = -1$$



نقاط بحرانی این تابع $A \Big|_8^0$ (مشتق وجود ندارد)

$B \Big|_{-1}^{-3}$ (مشتق برابر صفر است) و $C \Big|_{-1}^3$ (مشتق برابر صفر است) هستند، بنابراین:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}(BC)(AH) = \frac{1}{2}(6)(9) = 27$$

۱۰۸. گزینه ۳ درست است.

$$\text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{(gof)(\lambda) - (gof)(\delta)}{\lambda - \delta} = \frac{5 - 4}{3} = \frac{1}{3}$$

$$x = 5 \text{ در } \text{آهنگ تغییر لحظه‌ای} = g'(f(\delta)) \times f'(\delta) = \frac{1}{2\sqrt{16}} \times 3 = \frac{3}{8}$$

$$\text{اختلاف خواسته شده} = \frac{3}{8} - \frac{1}{3} = \frac{1}{24}$$

۱۰۹. گزینه ۲ درست است.

با فرض $\log_3^x = t$:

$$3 \log_3^x + \log_3^x - 4 = 0$$

$$3t + \frac{1}{t} - 4 = 0 \rightarrow 3t^2 - 4t + 1 = 0 \quad \begin{cases} t = 1 \rightarrow x = 3 \\ t = \frac{1}{3} \rightarrow x = \sqrt[3]{3} \end{cases}$$

$$p = 3\sqrt[3]{3} \text{ حاصل ضرب ریشه‌ها}$$

$$\log_p^{\lambda^1} = \log_{3\sqrt[3]{3}}^{\lambda^1} = \log_{\frac{3^{\frac{4}{3}}}{3^{\frac{1}{3}}}}^{\lambda^1} = \log_{\frac{3^3}{3}}^{\lambda^1} = \frac{1}{3} \log_3^{\lambda^1} = 3$$

۱۱۰. گزینه ۱ درست است.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lambda \sin^2 x}{1 - \cos 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lambda \sin^2 x}{2 \sin^2 x} = \frac{\lambda}{2} = 4$$

$$f(0) = m + \delta^0 = m + 1$$

$$\text{شرایط پیوستگی: } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \rightarrow m + 1 = 4 \quad \boxed{m = 3}$$

۱۱۱. گزینه ۴ درست است.

چون در $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{ax+b} = \frac{1}{4}$ ، حد صورت صفر است، بنابراین حد مخرج هم باید صفر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (ax+b) = 0 \rightarrow \boxed{2a+b=0} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{ax+b} \times \frac{x + \sqrt{x+2}}{x + \sqrt{x+2}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{4(ax+b)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{4a(x-2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{4a} = \frac{3}{4a} = \frac{1}{4} \rightarrow a = 3, b = -6$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x+5}{3x - \sqrt{x^2+2x+3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x+5}{3x - |x|} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x+5}{4x} = \frac{-6}{4} = -1.5$$

$$S = \sqrt{p(p-AB)(p-AD)(p-BD)}$$

طبق قاعده هرون:

$$S = \sqrt{15(6)(6)(3)} = 18\sqrt{5}$$

۱۱۶. گزینه ۳ درست است.

$$(A-B) \cup [(B' \cup C') \cap ((B' \cup A) \cap B')] = (A-B) \cup [(B' \cup C') \cap B'] = (A \cap B') \cup B'$$

قانون جذب = B'

قانون جذب = B'

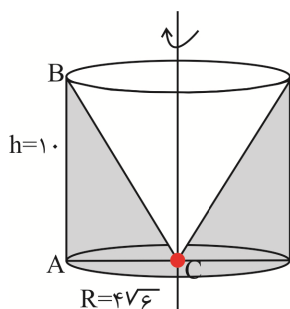
$$= B' \xrightarrow{\text{متمم}} B$$

۱۱۷. گزینه ۲ درست است.

جسم حاصل از دوران مورد نظر، یک استوانه است که مخروطی از آن بیرون آورده شده است:

مخروط $-V$ استوانه $= V$ حجم جسم حاصل از دوران

$$= \pi(4\sqrt{6})^2 \times 10 - \frac{1}{3}\pi(4\sqrt{6})^2 \times 10 = \frac{2}{3}\pi(4\sqrt{6})^2 \times 10 = 640\pi$$



۱۱۸. گزینه ۱ درست است.

در یک چهار ضلعی محاطی زوایای روبه‌رو مکمل یکدیگرند، بنابراین $\hat{D} = 120^\circ$ با رسم قطر AC و با استفاده از قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC:

$$AC^2 = BC^2 + BA^2 - 2BC \cdot BA \cdot \cos \hat{B}$$

$$AC^2 = 7^2 + 9^2 - 2 \times 7 \times 9 \times \frac{1}{2} = 67$$

با استفاده مجدد از قضیه کسینوس‌ها در $\triangle ADC$:

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2AD \cdot CD \cdot \cos \hat{D}$$

$$67 = x^2 + 36 - 2x \times 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \rightarrow x^2 + 6x - 31 = 0$$

$$(x+3)^2 - 9 - 31 = 0 \rightarrow (x+3)^2 = 40 \rightarrow x+3 = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

۱۱۹. گزینه ۳ درست است.

اندازه قطرهای بیضی: $AA' = 2a = 8 \rightarrow a = 4$

$$BB' = 2b = 2\sqrt{7} \rightarrow b = \sqrt{7}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow c = 3$$

مرکز بیضی همان مرکز دایره به شعاع ۳ واحد است. زاویه M

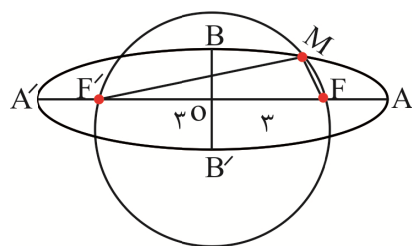
محاطی و روبه‌رو به قطر دایره است. بنابراین $\hat{M} = 90^\circ$. از طرفی

مطابق تعریف بیضی $MF + MF' = 2a$:

$$MF + MF' = 8 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} MF^2 + MF'^2 + 2MF \times MF' = 64$$

$$\begin{cases} 6^2 + 2MF \times MF' = 64 \\ MF \times MF' = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} MF \times MF' = 14 & \text{P ضرب ریشه‌ها} \\ MF + MF' = 8 & \text{S جمع ریشه‌ها} \end{cases}$$



$$\rightarrow x^2 - sx + P = 0 \rightarrow x^2 - 8x + 14 = 0 \begin{cases} x_1 = 4 - \sqrt{2} = MF & \text{نزدیکترین} \\ x_2 = 4 + \sqrt{2} = MF' & \text{دورترین} \end{cases}$$

۱۲۰. گزینه ۲ درست است.

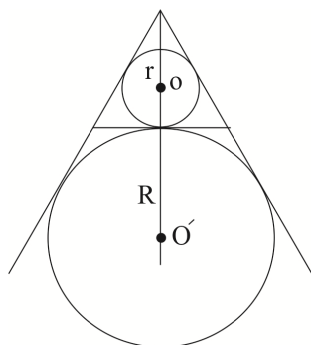
با استاندارد کردن معادله سهمی:

$$\left(y + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} = -bx - 1 \rightarrow \left(y + \frac{a}{2}\right)^2 = -b\left(x - \frac{a^2}{4b} + \frac{1}{b}\right) \rightarrow 4p = -b \rightarrow p = \frac{-b}{4}$$

$$s\left(\frac{a^2}{4b} - \frac{1}{b}, -\frac{a}{2}\right) \xrightarrow{\text{چون سهمی افقی است}} F \begin{cases} -\frac{1}{4} = \alpha + p \xrightarrow{\text{پارامتر سهمی}} \frac{a^2}{4b} - \frac{1}{b} - \frac{b}{4} = \frac{-1}{4} \xrightarrow{a=4} \\ -2 = \beta \rightarrow \frac{-a}{2} = -2 \rightarrow \boxed{a=4} \end{cases}$$

حاصل ضرب دو مقدار $b = -3 \rightarrow -12 = b$ یا $b = 4 \rightarrow b^2 - b - 12 = 0$

۱۲۱. گزینه ۴ درست است.



$$S_{\Delta} = 27\sqrt{3} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 27\sqrt{3} \rightarrow a = 6\sqrt{3} \text{ (ضلع مثلث متساوی الاضلاع)}$$

$$\text{محیط مثلث متساوی الاضلاع} = 2P = 3 \times 6\sqrt{3} \rightarrow \boxed{P = 9\sqrt{3}}$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{27\sqrt{3}}{9\sqrt{3}} = 3$$

$$R = \frac{S}{P - a} = \frac{27\sqrt{3}}{9\sqrt{3} - 6\sqrt{3}} = \frac{27\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = 9$$

$$OO' = r + R = 3 + 9 = 12$$

۱۲۲. گزینه ۱ درست است.

اگر ب.م.م دو عدد a و b برابر d باشد:

$$(a, b) = d \begin{cases} d | a \rightarrow a = a'd \\ d | b \rightarrow b = b'd \end{cases} \Rightarrow (a', b') = 1 \text{ چون } d \text{ بزرگترین مقسوم علیه مشترک است.}$$

از طرف دیگر:

$$[a, b] = a'b'd \rightarrow [a, b] = 60(a, b) \rightarrow a'b'd = 60d \Rightarrow a'b' = 60$$

حالت‌های مختلف این حاصل ضرب عبارت‌اند از:

a'	۶۰	۳۰	۱۰	۱۵	۱۲	۱۰
b'	۱	۲	۳	۴	۵	۶

$\Rightarrow a + b = 136 \rightarrow (a' + b')d = 136 = 2^3 \times 17$

(غ ق ق چون نسبت به هم اول نیستند.)

تنها حالت قابل قبول $a' + b' = 17$ است، یعنی: $a' = 12$ و $b' = 5$ و $d = 8$ است.

$$\rightarrow \begin{cases} a = 8 \times 12 = 96 \\ b = 8 \times 5 = 40 \end{cases} \rightarrow a - b = 56$$

۱۲۳. گزینه ۳ درست است.

قاعده BC مشترک برای هر دو مثلث ABC و BCD است، بنابراین با توجه به یکسان بودن ارتفاع‌های دو مثلث (فاصلهٔ

دو خط موازی d و d')، نتیجه می‌گیریم مساحت این دو مثلث یکسان است. یعنی $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta BCD} = ۳۵$.

از طرف دیگر در دو مثلث ABC و BMC قاعده‌ها را به ترتیب AC و MC در نظر می‌گیریم و ارتفاع‌های این دو مثلث وارد بر همین قاعده‌ها یکسان است:

$$\frac{S_{\Delta BMC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{MC}{AC} \rightarrow \frac{S_{\Delta BMC}}{۳۵} = \frac{MC}{AM+MC} \Rightarrow \frac{S_{\Delta BMC}}{۳۵} = \frac{MC}{۴MC+MC}$$

$$\frac{S_{\Delta BMC}}{۳۵} = \frac{MC}{۵MC} \Rightarrow S_{\Delta BMC} = \frac{1}{5} \times ۳۵ = ۷$$

۱۲۴. گزینه ۴ درست است.

$$A = (۳^۲ \times ۳^۲)^{\frac{1}{5}} \times (۲^۲ \times ۳)^{-\frac{۳}{۲}} = (۳^۲)^{\frac{1}{5}} \times ۲^{-۳} \times ۳^{-\frac{۳}{۲}} = ۳^{\frac{2}{5}} \times ۲^{-۳} \times ۳^{-\frac{۳}{۲}}$$

$$= ۳^{-1} \times ۲^{-۳} \Rightarrow \boxed{A = \frac{1}{۲۴}} \Rightarrow (1+A^{-1})^{\frac{1}{۲}} = (1+۲۴)^{\frac{1}{۲}} = ۲۵^{\frac{1}{۲}} = ۵ \quad (۱)$$

$$B = (۲^۲ \times (۲^۴)^{\frac{1}{۲}})^{\frac{1}{۵}} \times (۲^{-1})^{-\frac{۴}{۳}} = (۲^۳)^{\frac{1}{5}} \times (۲^۴)^{\frac{۱}{۱۰}} \times ۲^{\frac{۴}{۳}} = ۲^{\frac{۳}{۵}} \times ۲^{\frac{۲}{۵}} \times ۲^{\frac{۴}{۳}} = ۲^2 = ۴$$

$$\Rightarrow \boxed{B = ۴} \Rightarrow (۲B)^{-\frac{1}{۲}} = (۸)^{-\frac{1}{۲}} = (۲^3)^{-\frac{1}{۲}} = ۲^{-1} = \frac{1}{۲} \quad (۲)$$

$$(1+A^{-1})^{\frac{1}{۲}} \times (۲B)^{-\frac{1}{۲}} = ۵ \times \frac{1}{۲} = ۲,۵$$

۱۲۵. گزینه ۲ درست است.

با استفاده از قضیه‌های نیمساز و قضیه میانه:

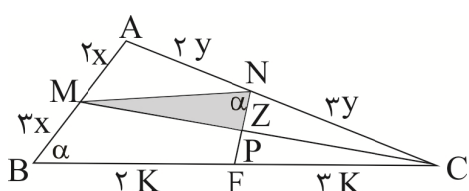
$$\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC} = \frac{۶}{۸} = \frac{۳}{۴} \rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{۳}{۴} \quad \left. \begin{array}{l} \text{چون } AC=۷ \\ \text{,} \end{array} \right\} \begin{array}{l} AD = ۳ \\ DC = ۴ \end{array}$$

$$BD^2 = AB \cdot BC - AD \cdot DC \rightarrow BD^2 = ۶ \times ۸ - ۳ \times ۴ = ۳۶ \rightarrow \boxed{BD = ۶}$$

$$\Delta BCD: \text{قضیه میانه‌ها: } BD^2 + DC^2 = ۲DM^2 + \frac{BC^2}{۲}$$

$$۶^2 + ۴^2 = ۲DM^2 + \frac{۸^2}{۲} \rightarrow \boxed{DM = \sqrt{۱۰}}$$

۱۲۶. گزینه ۱ درست است.



$$MB = ۱,۵MA \xrightarrow{\times ۲} \boxed{\frac{MA}{MB} = \frac{۲}{۳}}$$

$$\Delta MAC: NP \parallel MA \Rightarrow \frac{Z}{۲x} = \frac{۲y}{۵y} = \frac{۲}{۵} \rightarrow \boxed{\frac{Z}{x} = \frac{۶}{۵}} \quad (۱)$$

$$NF \parallel AB \Rightarrow \frac{FC}{FB} = \frac{NC}{NA} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{S_{\Delta MNP}}{S_{\square MNFB}} = \frac{\frac{1}{2} \times MN \times NP \times \sin \alpha}{MB \times BF \times \sin \alpha} = \frac{\frac{1}{2} \times 2k \times z}{3x \times 2k} = \frac{1}{6} \left(\frac{z}{x} \right) \xrightarrow{\text{طبق (1)}} = \frac{1}{6} \left(\frac{6}{5} \right) = \frac{1}{5} \Rightarrow 20\%$$

۱۲۷. گزینه ۳ درست است.

هر جمله از بسط $(x+y+z+t)^{14}$ به صورت $nx^{x_1} \cdot y^{x_2} \cdot z^{x_3} \cdot t^{x_4}$ است که در آن n ضریب عددی جمله و $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 14$ است. تعداد جواب‌های صحیح نامنفی ($x_i \geq 0$) این معادله برابر تعداد کل جملات حاصل از بسط است:

$$\text{تعداد جملات} = \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{14+4-1}{4-1} = \binom{17}{3} = \frac{17!}{(17-3)!3!} = 680$$

۱۲۸. گزینه ۴ درست است.

$A = 3$ مضرب $B = 5$ مضرب

$$P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{15} = \frac{8}{15}$$

تعداد اعداد ۳ رقمی: $n(s) = 999 - 100 + 1 = 900$

$$P(A) = \frac{\left[\frac{999}{3} \right] - \left[\frac{99}{3} \right]}{900} = \frac{300}{900} = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{\left[\frac{999}{5} \right] - \left[\frac{99}{5} \right]}{900} = \frac{180}{900} = \frac{1}{5}$$

$$P(A \cap B) = \frac{\left[\frac{999}{15} \right] - \left[\frac{99}{15} \right]}{900} = \frac{60}{900} = \frac{1}{15}$$

۱۲۹. گزینه ۲ درست است.

عدد طبیعی مورد نظر را a فرض می‌کنیم و داریم:

$$a = 43 \cdot q + q^2; 0 \leq q^2 < 43 \cdot q \xrightarrow{a \text{ عدد طبیعی}} 1 \leq q \leq 20 \quad (1)$$

از طرف دیگر عدد طبیعی مورد نظر مضرب ۹ است:

$$a \equiv 0 \pmod{9} \rightarrow 43 \cdot q + q^2 \equiv 0 \pmod{9} \xrightarrow{43 \equiv 7} 7q + q^2 \equiv 0 \pmod{9}$$

$$q(7+q) \equiv 0 \pmod{9} \begin{cases} q \equiv 0 \pmod{9} \rightarrow q = 9, 18 \\ 7+q \equiv 0 \pmod{9} \rightarrow q \equiv -7 \equiv 2 \pmod{9} \rightarrow q = 2, 11, 20 \end{cases}$$

$$\text{مجموع تمام } a \text{ ها} = 43 \cdot (2+9+11+18+20) + (2^2+9^2+11^2+18^2+20^2) = 25800 + 930 = 26730$$

۱۳۰. گزینه ۴ درست است.

$$2^{217} - 1 \equiv 0 \pmod{217} \rightarrow 2^{217} \equiv 1 \pmod{217}$$

می‌دانیم $217 = 7 \times 31$ بنابراین:

$$\begin{array}{ccc} \text{دو طرف} & & \text{دو طرف} \\ 2^3 \equiv 1 & \text{و} & 2^5 \equiv 1 \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{به توان ۳} & & \text{به توان ۳} \\ 2^{15} \equiv 1 & \text{و} & 2^{31} \equiv 1 \Rightarrow 2^{15} \equiv 1 \xrightarrow{\text{دو طرف به توان } k} 2^{15k} \equiv 1 \end{array}$$

پس n باید به صورت $15k$ باشد. مقادیر ۴ رقمی n عبارت‌اند از:

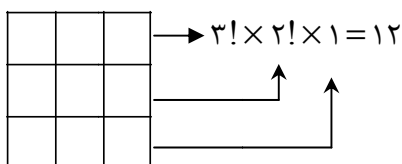
$$1000 \leq n \leq 9999 \rightarrow 1000 \leq 15k \leq 9999 \rightarrow 67 \leq k \leq 666$$

$$\text{تعداد } k \text{ برابر است با: } (666 - 67) + 1 = 600$$

بنابراین ۶۰۰ عدد چهار رقمی با شرایط سؤال وجود دارد.

۱۳۱. گزینه ۳ درست است.

تعداد برنامه‌های تدریس برابر تعداد مربع‌های لاتین 3×3 است. در سطر اول ۳! حالت وجود دارد اما در سطر دوم ۲! و سطر آخر هم که اجباراً یکتاست:



۱۳۲. گزینه ۱ درست است.

عدد احاطه‌گری در این گراف ۳ است و با انتخاب هر یک از رأس‌های درجه ۳ در هر چهارضلعی یعنی یکی از $\{a, d\}$ یکی از $\{m, p\}$ و یکی از $\{e, g\}$ تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر ۳ عضوی مینیمال که مینیمم‌اند یا γ - مجموعه‌ها برابر $8 = 2 \times 2 \times 2$ می‌شود اما اگر در هر کدام از مربع‌ها به جای برداشتن یکی از رأس‌های درجه ۳، هر دو رأس درجه ۲ را همزمان انتخاب کنیم مثلاً $\{h, f, q, n, b, c\}$ باز هم یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال است، چون همه رأس‌ها پوشش داده شده و هر کدام از رأس‌ها که حذف شود خود آن رأس پوشش داده نمی‌شود. بنابراین برای احاطه شدن تمام رئوس هر چهار ضلعی سه انتخاب داریم: یکی از دو رأس درجه ۳ یا هر دو رأس درجه ۲. پس تعداد کل مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال برابر است با:

$$\begin{array}{l} \text{از چهار ضلعی بالایی } a \text{ یا } d \text{ یا } (b, c) \\ 3 \times 3 \times 3 = 27 \leftarrow \text{از چهار ضلعی پایینی سمت چپ } e \text{ یا } g \text{ یا } (h, f) \\ \downarrow \\ \text{از چهارضلعی پایینی سمت راست } m \text{ یا } p \text{ یا } (n, q) \end{array}$$

۱۳۳. گزینه ۴ درست است.

اگر x تعداد خودکارهای نوع A و y تعداد خودکارهای نوع B باشد:

$$2200x + 1400y = 190000 \xrightarrow{\div 200} 11x + 7y = 950$$

$$11x \equiv 950 \equiv 40 \equiv 5 \equiv 33 \pmod{11} \Rightarrow 11x \equiv 33 \pmod{11} \xrightarrow{\div 11} x \equiv 3 \pmod{11} \rightarrow x = 7k + 3$$

$$11(7k + 3) + 7y = 950 \rightarrow y = 131 - 11k$$

$$\text{خرید شامل هر دو نوع} \begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7k + 3 \geq 1 \\ 131 - 11k \geq 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} k \geq \frac{-2}{7} \\ k \leq \frac{130}{11} \end{cases} \rightarrow 0 \leq k \leq 11$$

k	۰	۱	۲	-----	۱۰	۱۱
x	۳	۱۰	۱۷	-----	۷۳	۸۰
y	۱۳۱	۱۲۰	۱۰۹	-----	۲۱	۱۰

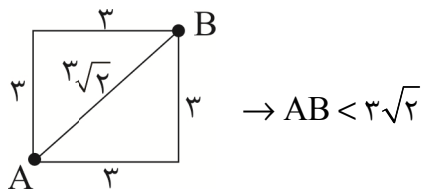
Max ↓
 $\max(x + y) = 134$
 اختلاف = $134 - 90 = 44$

Min ↓
 $\min(x + y) = 90$

۱۳۴. گزینه ۲ درست است.

چون $3\sqrt{2}$ قطر مربعی به ضلع ۳ واحد است بنابراین داخل مستطیل را مطابق تعمیم اصل لانه کبوتری، باید به مربع‌های به ضلع ۳ افزایش کنیم:

27×48
 ↓ ↓
 $9 \times 16 = 144 = n$ تعداد لانه‌ها =
 مربع مربع



$k + 1 = 2 \Rightarrow k = 1$ حدافل دو کبوتر در یک لانه
 $kn + 1 = (1 \times 144) + 1 = 145$ حدافل تعداد کبوترها (نقطه‌ها)

۱۳۵. گزینه ۱ درست است.

$\vec{u} = \vec{a} - \vec{b} = (-2, 3, -2)$

$\vec{v} = \vec{a} + \vec{b} = (6, 3, 0)$

$\vec{t} = \vec{a} \times \vec{b} = (3, -6, -12)$

حجم متوازی‌السطوح = $|\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{t})| = |(-2, 3, -2) \cdot (-36, 72, -45)| = |72 + 216 + 90| = 378$

۱۳۶. گزینه ۴ درست است.

$A \times B = \begin{bmatrix} x & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \times \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ y & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 2x + 4y - 1 & -2x + 4 \\ 7 + y & -3 \end{bmatrix} =$ ماتریس قطری

$-2x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$
 $7 + y = 0 \Rightarrow y = -7$
 $\rightarrow A \times B = \begin{bmatrix} -25 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow |A \times B| = 75$

$B \times A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 0 \\ -7 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -8 & 6 \\ 2 & -1 & 4 \\ -12 & 10 & -27 \end{bmatrix}$

$B \times A + 17I = \begin{bmatrix} 0 & -8 & 6 \\ 2 & -1 & 4 \\ -12 & 10 & -27 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 17 & 0 & 0 \\ 0 & 17 & 0 \\ 0 & 0 & 17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 & -8 & 6 \\ 2 & 16 & 4 \\ -12 & 10 & -10 \end{bmatrix}$

دستور ساروس صفحه ۲۹ کتاب هندسه (۳):

$\begin{vmatrix} 17 & -8 & 6 \\ 2 & 16 & 4 \\ -12 & 10 & -10 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 17 & -8 \\ 2 & 16 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 17 & 6 \\ -12 & -10 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -12 & 10 \end{vmatrix}$
 $\Rightarrow |B \times A + 17I| = (-2760 + 384 + 120) - (-1152 + 680 + 160) = -1944$

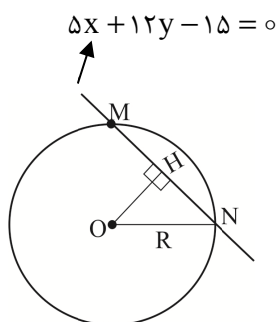
$$75 - (-1944) = 2019$$

۱۳۷. گزینه ۳ درست است.

$$AX = B \rightarrow X = A^{-1} \cdot B \rightarrow X = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-11}{8} & -2 \\ \frac{10}{8} & 2 \end{bmatrix}$$

$$(16X) = 16 \left(\frac{-1}{8} \right) = -2$$

۱۳۸. گزینه ۱ درست است.



$$MN = 2\sqrt{21} \rightarrow HN = \sqrt{21}$$

$$OH = \frac{|\Delta(1) + 12(3) - 15|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = 2$$

$$\Delta OHN: R^2 = OH^2 + HN^2 \rightarrow R^2 = 2^2 + (\sqrt{21})^2 \rightarrow \boxed{R = 5}$$

فیثاغورث

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25 \quad \text{معادله دایره:}$$

$$\text{محله برخورد با محور } x \text{ ها } (y=0): (x-1)^2 + 9 = 25 \rightarrow (x-1)^2 = 16 \begin{cases} x_2 = 5 \\ x_1 = -3 \end{cases}$$

$$AB \text{ وتر } = x_2 - x_1 = 8$$

۱۳۹. گزینه ۲ درست است.

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0} \begin{cases} \text{ضرب داخلی در } \vec{a} \rightarrow \vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow |\vec{a}|^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \quad (1) \\ \text{ضرب داخلی در } \vec{b} \rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 + \vec{b} \cdot \vec{c} = 0 \quad (2) \\ \text{ضرب داخلی در } \vec{c} \rightarrow \vec{c} \cdot \vec{a} + \vec{c} \cdot \vec{b} + \vec{c} \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow \vec{c} \cdot \vec{a} + \vec{c} \cdot \vec{b} + |\vec{c}|^2 = 0 \quad (3) \end{cases}$$

$$(1) + (2) + (3): 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{b} \cdot \vec{c} + 2\vec{c} \cdot \vec{a} = -(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2)$$

$$\boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} = -\frac{1}{2}(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2)}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} = -\frac{1}{2}((3\sqrt{7})^2 + 8^2 + 15^2) = -\frac{1}{2}(63 + 64 + 225) = -176$$

۱۴۰. گزینه ۴ درست است.

$$f^{-1} = \{(2, 1), (5, 2), (4, 3), (6, 4), (7, -1)\}$$

$$g \circ f^{-1} = \{(5, 3), (4, 1), (6, 2), (7, 8)\}$$

$$\frac{g}{g \circ f^{-1}} = \{(5, 2), (4, 2), (7, 4)\} \Rightarrow R = \{2, 4\}$$

$$\text{حاصل ضرب اعضای متمایز } R = 2 \times 4 = 8$$

۱۴۱. گزینه ۱ درست است.

$$x = -3 \text{ در } g(x) \text{ بر خط مماس } y = 3x + 5 \begin{cases} m = 3 = g'(-3) & (1) \\ g(-3) = -4 & (2) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{f(x) - f(-4)}{3(x+4)} = \frac{1}{3} f'(-4) = \frac{2}{5} \rightarrow \boxed{f'(-4) = \frac{6}{5}} \quad (3)$$

$$(f \circ g)'(-3) = f'(g(-3)) \times g'(-3) = f'(-4) \times 3 \xrightarrow{\text{طبق (3)}} \frac{6}{5} \times 3 = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$$

(۲) طبق \swarrow \searrow (۱) طبق

۱۴۲. گزینه ۳ درست است.

$$\tan(\Delta x) = \frac{1}{\tan(2x)} \rightarrow \tan \Delta x = \cot(2x)$$

معادله اول:

$$\rightarrow \tan \Delta x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \rightarrow \Delta x = k\pi + \frac{\pi}{2} - 2x \rightarrow \boxed{x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}}$$

$$0 \leq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \leq 2\pi \xrightarrow{\times \frac{14}{\pi}} 0 \leq 7k + 1 \leq 28 \rightarrow \frac{-1}{7} \leq k \leq \frac{27}{7} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 0 \leq k \leq 13 \rightarrow \boxed{m = 14}$$

تعداد جوابها

$$(1 - 2\sin^2 x) - 3\sin x + 1 = 0 \rightarrow -2\sin^2 x - 3\sin x + 2 = 0$$

معادله دوم:

$$\Delta = 25 \rightarrow \sin x = \frac{3 \pm 5}{-4} \begin{cases} \sin x = -2 \text{ غ ق ق } (-1 \leq \sin x \leq 1) \\ \sin x = \frac{1}{2} \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \rightarrow x_1 = \frac{\pi}{6} \\ x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow x_2 = \frac{5\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

این معادله در بازه $[0, 2\pi]$ فقط دو جواب دارد یعنی $n = 2$

$$m^2 + n^2 = 14^2 + 2^2 = 200$$

۱۴۳. گزینه ۲ درست است.

$$T = \frac{3\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \pi = \frac{2\pi}{2b} \Rightarrow \boxed{b = 1}$$

$$\max = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{3}{2} = 1 + \frac{a}{2} (1) \rightarrow \boxed{a = 1}$$

$$f(x) = 1 + \frac{1}{2} \sin 2x \rightarrow f\left(\frac{\pi}{12}\right) = 1 + \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6} = 1 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

۱۴۴. گزینه ۱ درست است.

داخل رادیکال را مربع کامل کرده و از عبارت $-\frac{b^2}{4}$ در مقابل ∞ صرف نظر می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x + \sqrt{x^2 + bx}) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x + \sqrt{\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4}}\right)$$

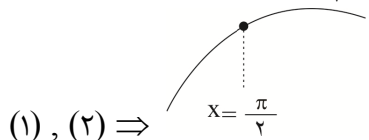
$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + |x + \frac{b}{2}|) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\cancel{x} - \cancel{x} - \frac{b}{2}) = 3 \Rightarrow \frac{-b}{2} = 3 \rightarrow \boxed{b = -6}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 6x + 9} = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{(x+1)(x+3)}{(x+3)^2} = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{x+1}{x+3} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

۱۴۵. گزینه ۴ درست است.

$$f'(x) = 2x + 2 \sin 2x \rightarrow f'(\frac{\pi}{2}) = 2(\frac{\pi}{2}) + 2 \sin \pi = \pi > 0 \quad (1) \quad \text{در همسایگی } x = \frac{\pi}{2} \text{ صعودی است.}$$

$$f''(x) = 2 + 4 \cos 2x \rightarrow f''(\frac{\pi}{2}) = 2 + 4 \cos(\pi) = 2 - 4 = -2 < 0 \quad (2) \quad \text{جهت تقعر در } x = \frac{\pi}{2} \text{ رو به پایین است.}$$



(۱), (۲) ⇒

۱۴۶. گزینه ۲ درست است.

$$\bar{x} = \frac{13 + 10 + 6 + 15}{4} = 11 \quad \sigma = \sqrt{2/25} = 1/5, \quad n = 4$$

بازه اطمینان ۹۵٪ برای μ (میانگین جامعه):

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$11 - \frac{2 \times 1/5}{\sqrt{4}} \leq \mu \leq 11 + \frac{2 \times 1/5}{\sqrt{4}} \Rightarrow 9.5 \leq \mu \leq 12.5$$

این بازه شامل سه عدد صحیح ۱۲، ۱۱، ۱۰ است.

۱۴۷. گزینه ۳ درست است.

ابتدا با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها، وضعیت ارزشی p و q را با شرایط سوال تعیین می‌کنیم:

p	q	$p \vee q$	$\sim p$	$(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p$
T	T	T	F	F
T	F	T	F	F
F	T	T	T	T *
F	F	F	T	F

مطابق ردیف سوم جدول، باید $p \equiv F$ و $q \equiv T$ باشد. بنابراین:

$$\sim(p \wedge q) \Rightarrow \sim F \equiv T \quad (\text{ب}) \quad p \Rightarrow q \equiv T \quad (\text{الف})$$

$$\sim p \Leftrightarrow q \equiv T \quad (\text{د}) \quad p \vee \sim q \equiv F \quad (\text{ج})$$

$$\sim p \Rightarrow (q \Rightarrow p) \equiv F \quad (\text{و}) \quad (p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv F \quad (\text{ه})$$

۱۴۸. گزینه ۲ درست است.

$$\text{تعداد حالات} = 2^2 + 2^5 + 2^8 + 2^{11} = 4 + 32 + 256 + 2048 = 2340$$

تعداد زیرمجموعه‌هایی که بزرگترین عضوشان ۳ باشد.

تعداد زیرمجموعه‌هایی که بزرگترین عضوشان ۶ باشد.

تعداد زیرمجموعه‌هایی که بزرگترین عضوشان ۹ باشد.

تعداد زیرمجموعه‌هایی که بزرگترین عضوشان ۱۲ باشد.

۱۴۹. گزینه ۴ درست است.

این مسئله را با استفاده از هم‌محیطی حل می‌کنیم. به این ترتیب که، بازتاب نقطه E نسبت به محور بازتاب AD را به دست می‌آوریم. مساحت افزایش یافته ۲ برابر مساحت مثلث ADE است. مساحت‌ها را با استفاده از قضیه پیک حساب می‌کنیم. در این قانون تعداد نقاط مرزی را با b و تعداد نقاط درونی را با i نمایش می‌دهیم:

$$S_{\Delta} = \frac{b}{2} + i - 1$$

$$S_{\Delta ADE} = \frac{9}{2} + 8 - 1 = \frac{23}{2}$$

$$\Delta S = 2S_{\Delta ADE} = 2 \times \frac{23}{2} = 23$$

۱۵۰. گزینه ۲ درست است.

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{B} = \frac{\widehat{AD}}{2} \text{ محاطی} \\ \widehat{DAC} = \frac{\widehat{AD}}{2} \text{ ظلی} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{DAC} \quad (1)$$

$$AB = AC \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{C} \rightarrow \Delta ADC \text{ متساوی‌الساقین است} \rightarrow AD = CD = 4$$

از طرف دیگر مطابق روابط طولی بین مماس و قاطع دایره:

$$AC^2 = CD \times CB \rightarrow 100 = 4(BD + 4) \rightarrow \boxed{BD = 21}$$

۱۵۱. گزینه ۳ درست است.

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

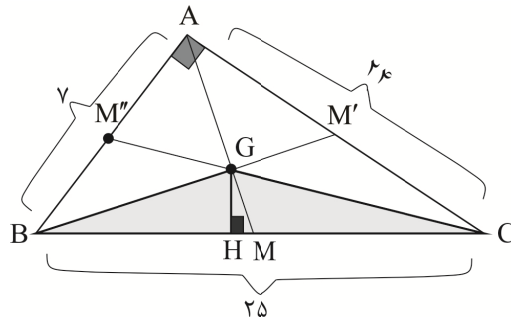
$$7^2 + 24^2 = BC^2 \rightarrow \boxed{BC = 25}$$

$$S_{\Delta BGC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC}$$

$$\frac{1}{3} \times BC \times GH = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} AB \times AC \right)$$

$$25 \times GH = \frac{1}{3} \times 24 \times 7$$

$$GH = \frac{56}{25} = 2,24$$



۱۵۲. گزینه ۴ درست است.

براساس نتیجه تمرین ۵ صفحه ۳۷ کتاب هندسه (۱)، AE واسطه هندسی بین AF و AC است. (اثبات با دو بار استفاده از قضیه تالس):

$$AE^2 = AC \times AF$$

$$(4 + EF)^2 = (19 + EF) \times 4$$

$$16 + 8EF + EF^2 = 76 + 4EF$$

$$EF^2 + 4EF - 60 = 0$$

$$(EF + 10)(EF - 6) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} EF = -10 \text{ غ ق ق} \\ EF = 6 \end{array} \right.$$

$$AC = 4 + 6 + 15 = 25$$

۱۵۳. گزینه ۱ درست است.

$$t_n = t_1 + (n-1)d ; a_1 = 6, d = 5$$

$$t_n = 6 + (n-1)5 \rightarrow t_n = 5n + 1 \rightarrow 1000 \leq t_n \leq 9999 \rightarrow 1000 \leq 5n + 1 \leq 9999$$

$$999 \leq 5n \leq 9998 \rightarrow \frac{999}{5} \leq n \leq \frac{9998}{5}$$

$$200 \leq n \leq 1999$$

$$\text{تعداد جملات ۴ رقمی} = (1999 - 200) + 1 = 1800$$

۱۵۴. گزینه ۲ درست است.

$$|5 - 2x| + |1 + 3y| = 11 \Rightarrow |1 + 3y| = 11 - |5 - 2x|$$

$$\text{چون } |1 + 3y| \geq 0 \Rightarrow 11 - |5 - 2x| \geq 0 \rightarrow |5 - 2x| \leq 11$$

$$-11 \leq 5 - 2x \leq 11 \xrightarrow{-5} -16 \leq -2x \leq 6 \xrightarrow{\div(-2)}$$

$$8 \geq x \geq -3 \xrightarrow{\text{صحیح } x} x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 8$$

معادله قدر مطلق به ازای ۱۲ عدد صحیح X برقرار است.

۱۵۵. گزینه ۳ درست است.

تابع خطی: $f(x) = mx + n$

$$\begin{cases} 6 = -2m + n \\ -3 = 4m + n \end{cases} \Rightarrow m = \frac{-3}{2}, n = 3 \Rightarrow \boxed{f(x) = -\frac{3}{2}x + 3}$$

از طرفی چون g تابع ثابت است، بنابراین $g(x) = k$ ، $3 - a = 0 \Rightarrow \boxed{a = 3}$

$$f(8) = g(\sqrt{2}) \Rightarrow -\frac{3}{2}(8) + 3 = k \rightarrow \boxed{k = -9}$$

\downarrow
 $\boxed{g(x) = -9}$ تابع ثابت

$$\frac{f(14) \times g(-7)}{a^2} = \frac{(-18)(-9)}{9} = 18$$

فیزیک

۱۵۶. گزینه ۲ درست است.

بازه زمانی $t = 2s$ تا $t = 6s$ نسبت به لحظه تغییر جهت یعنی $t = 4s$ تقارن داشته و این یعنی نصف مسافت 10 متر در

بازه $t = 2s$ تا $t = 4s$ طی شده و نیم دیگر پس از آن طی می شود. می توانیم نمودار سرعت - زمان رسم کنیم:

از تشابه مثلثها بهره می گیریم:

$$\frac{S}{5} = \left(\frac{4}{2}\right)^2 \Rightarrow S = 20 \text{ m}$$

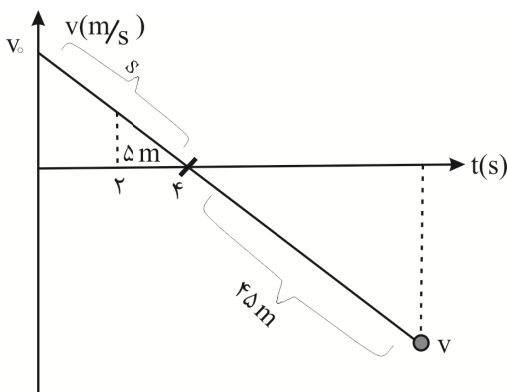
با مشخص شدن جابه جایی در 4 ثانیه نخست، سرعت اولیه تعیین

می شود:

$$S = 20 \text{ m} = \frac{V_0 \times 4}{2} \Rightarrow V_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

برای تعیین اندازه سرعت در لحظه گذر از مبدأ، بار دیگر از تشابه مثلثها

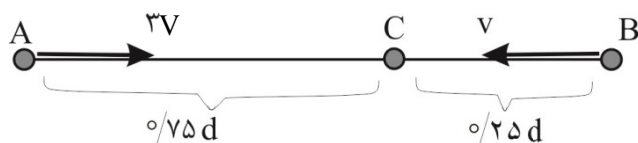
کمک می گیریم:



$$\frac{45}{20} = \left(\frac{V}{10}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{4} = \left(\frac{V}{10}\right)^2$$

$$\text{جذر از دو طرف} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{V}{10} \Rightarrow V = 15 \frac{m}{s}$$

۱۵۷. گزینه ۳ درست است.



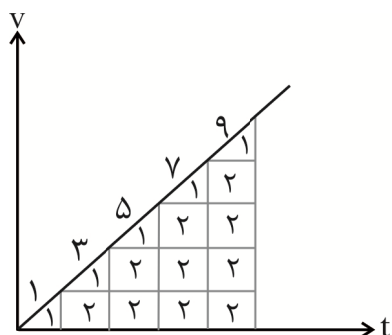
در ابتدای حرکت و در بازه زمانی یکسان، مسافت طی شده توسط متحرک اول ۳ برابر متحرک دوم است که نشان می‌دهد اندازه سرعت اولی ۳ برابر دومی است. در ادامه، متحرک دوم باید با سرعتی $\frac{1}{3}$ برابر، مسافتی ۳ برابر را طی کند.

$$\Delta x = V \cdot t$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 ۳ برابر $\frac{1}{3}$ برابر ۹ برابر

۱۵۸. گزینه ۱ درست است.

از روش تبدیل به مثلث‌های هم‌اندازه کمک می‌گیریم: در حرکت با شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه، می‌توان سطح زیر نمودار در هر ثانیه را به تعدادی مثلث هم‌اندازه با ثانیه نخست تقسیم کرد؛ در نمودار مقابل، هر مستطیل به ۲ مثلث هم‌اندازه با ثانیه اول تقسیم شده و کل مثلث‌ها در هر ثانیه در بالای آن قسمت نوشته شده است.



$$? = \frac{3}{7}$$

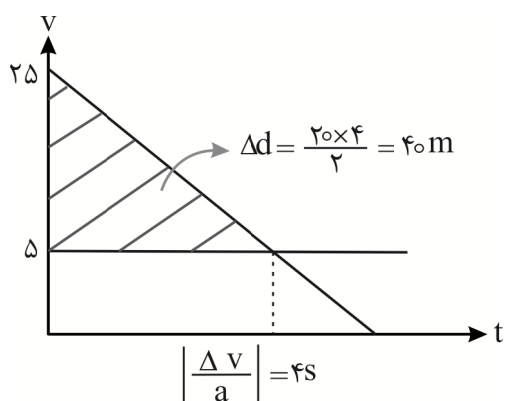
۱۵۹. گزینه ۳ درست است.

$$90 \frac{km}{h} = 25 \frac{m}{s} \text{ و } 18 \frac{km}{h} = 5 \frac{m}{s}$$

نمودار $V-t$ دو متحرک را رسم می‌کنیم. سطح بین نمودار دو متحرک بیانگر تغییر فاصله آن‌ها از یکدیگر است. پس تا زمانی که سرعت اتومبیل بیشتر از سرعت دوچرخه‌سوار باشد، در حال کاهش فاصله خود از او است.

فاصله اتومبیل از 70 m اولیه، 40 m کاهش یافته و به 30 m

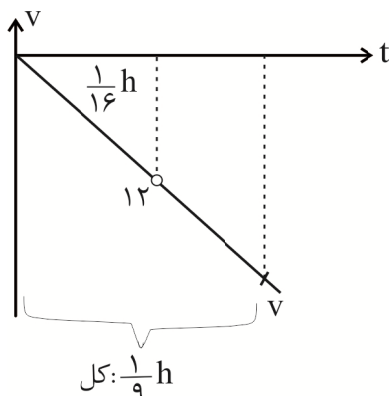
می‌رسد.



۱۶۰. گزینه ۴ درست است.

برای رسیدن به ارتفاع $\frac{15}{16}h$ جابه‌جایی $\frac{1}{16}h$ بوده و برای رسیدن به ارتفاع $\frac{8}{9}h$ جابه‌جایی $\frac{1}{9}h$ است.

بعد از رسم نمودار سرعت - زمان، از تشابه مثلث‌ها بهره می‌گیریم.



$$\frac{\frac{1}{9}h}{\frac{1}{16}h} = \frac{16}{9} = \left(\frac{V}{12}\right)^2$$

$$\text{جذر: } \frac{4}{3} = \frac{V}{12} \Rightarrow V = 16 \frac{m}{s}$$

جالب است بدانید: اطلاعات قابل استخراج از نمودار سرعت - زمان که در کتاب درسی اشاره شده است، حتی می‌تواند شما را از فرمول‌های خود کتاب درسی در حرکت یکنواخت و حرکت با شتاب ثابت بی‌نیاز کند!

۱۶۱. گزینه ۱ درست است.

$$f_k = \mu_k \cdot f_N = 0.2 \times 40 = 8N$$

تنها در صورتی با کاهش نیرو، اندازه شتاب ۲ برابر می‌شود که جهت نیروی برآیند و شتاب عوض شود. پس در حالت دوم، اندازه اصطکاک بیشتر از نیروی وارده از سوی شخص است و نیروی خالص ۲ برابر حالت نخست می‌شود.

خالص حالت اول $F = 2 \times F$ خالص حالت دوم

$$8 - F = 2(10 - 8) \Rightarrow F = 4N$$

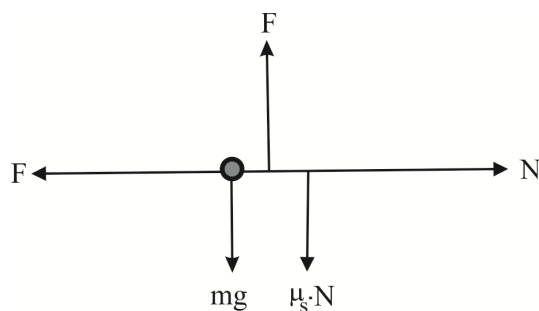
$$\text{درصد تغییرات} = \frac{6}{10} \times 100 = 60\%$$

۱۶۲. گزینه ۳ درست است.

حداکثر نیروی F برای سکون جسم زمانی محقق می‌شود که جسم در آستانه حرکت به‌طرف بالا بوده و نیروی اصطکاک سکونی \max به‌طرف پایین به جسم وارد شود.

$$\text{خالص } F_x = 0 \Rightarrow f_N = F$$

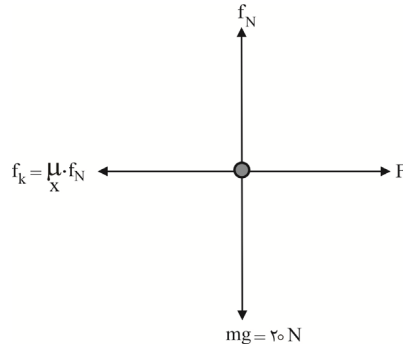
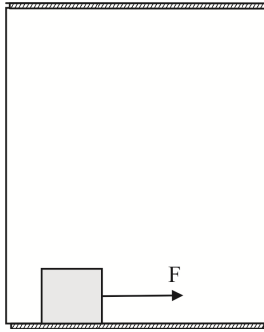
$$\text{خالص } F_y = 0 \Rightarrow F = 0.6f_N + mg$$



$$\begin{aligned} \text{ترکیب روابط} \Rightarrow F &= 0.6F + 40 \Rightarrow 0.4F = 40 \\ \Rightarrow F &= 100N \end{aligned}$$

به‌عنوان اطلاعات اضافی بدانید حداقل نیروی F برای سکون جسم زمانی محقق می‌شود که جسم در آستانه حرکت به‌طرف پایین بوده و نیروی اصطکاک سکونی \max به‌طرف بالا به جسم وارد شود. (در این شرایط F حداقل برای تحقق سکون جسم مقدار ۲۵ نیوتن خواهد بود.)

۱۶۳. گزینه ۴ درست است.



$$\text{خالص } F_y = ma \Rightarrow f_N - 20 = 2 \times 2 \Rightarrow f_N = 24 \text{ N}$$

$$\text{خالص } F_x = ma \Rightarrow F - 0,2 \times 24 = 2 \times 3 \\ \Rightarrow F = 10,8 \text{ N}$$

۱۶۴. گزینه ۲ درست است.

در لحظات اولیه بعد از باز کردن چتر، نیروی مقاومت هوا از نیروی وزن جسم بیشتر شده و شتاب جسم رو به بالا خواهد شد. با توجه به تداوم حرکت جسم رو به پایین، حرکت جسم، کندشونده رو به پایین خواهد بود.

۱۶۵. گزینه ۳ درست است.

لازمه آنکه تندی دوران ماهواره‌ها برابر نباشد، آن است که شعاع مدار گردش آن‌ها یکسان نباشد.

$$a_c = g' \Rightarrow \frac{V^2}{r} = G \frac{Me}{r^2} \Rightarrow V^2 \times \frac{1}{r} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ (v)^2 \quad \frac{1}{r} \\ \text{برابر} \quad \frac{1}{4}$$

$$a_c = g' \Rightarrow \frac{4\pi^2 r}{T^2} = G \frac{Me}{r^2} \Rightarrow T^2 \times r^3 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{برابر} \quad \frac{1}{8} \quad \left(\frac{1}{4}\right)^3$$

این یعنی مدت زمان هر دوران ماهواره **A**، ۸ برابر کوتاه‌تر بوده و در مدتی که ماهواره **B** یک دوران کامل انجام دهد، ماهواره **A** ۸ بار دوران می‌کند.

۱۶۶. گزینه ۱ درست است.

ابتدا دوره تناوب نوسانگر را تعیین می‌کنیم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} = 2 \times 3 \times \sqrt{\frac{1}{450}} = 6 \times \frac{1}{30} = \frac{1}{5} \text{ s}$$

در مدتی که نوسانگر مسافت ۱۵cm را طی می‌کند، به اندازه $\frac{3}{4}$ یک نوسان کامل را طی کرده و به نقطه تعادل می‌رسد.

$$V_1 = 0$$

$$V_2 = AW = A \times \frac{2\pi}{T} = \frac{5}{100} \times \frac{2 \times 3}{\left(\frac{1}{5}\right)} = \frac{3}{2} \text{ m/s}$$

$$a_{av} = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{\frac{3}{4} T} = \frac{\frac{3}{2} - 0}{\frac{3}{4} \times \frac{1}{5}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۱۶۷. گزینه ۲ درست است.

$$\text{دامنه } A = \frac{1}{2} \times 20 \text{ cm} = 10 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ m}$$

در فاصله ۶cm از نقطه بازگشت: $x = 4 \text{ cm}$
 رابطه داده شده، تفاضل انرژی کل و انرژی جنبشی است:

$$u = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 - \frac{1}{2} V^2 \Rightarrow A^2 \omega^2 = 10 \Rightarrow \frac{1}{100} \omega^2 = 10$$

$$\Rightarrow \omega^2 = 1000$$

با توجه به تمرین ۵ انتهای فصل ۳ کتاب درسی، می توان نشان داد:

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow |a| = 1000 \times \frac{4}{100} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۱۶۸. گزینه ۴ درست است.

هر ذره از محیط تلاش می کند رفتار خود را مانند نقاط قبل از خودش نماید.
 نقطه **A** به مبدأ نزدیک شده و لذا حرکت آن تندشونده است.
 نقطه **B** به نقطه بازگشت نزدیک شده و لذا حرکت آن کندشونده است.
 نقطه **C** به نقطه تعادل نزدیک شده و شتاب در آنجا صفر است.
 نقطه **D** به نقطه بازگشت نزدیک شده و تندی در آنجا صفر است.

۱۶۹. گزینه ۳ درست است.

$$I = \frac{E}{t \times A} \Rightarrow I \propto \frac{A^2 f^2}{d^2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{4}{25} = \frac{16}{100}$$

برابر $\frac{36}{25}$
 \uparrow
 برابر $\frac{4}{25}$
 $(3)^2$

$$B_2 - B_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log \frac{16}{100} = 10 (\log 2^4 - \log 10^2)$$

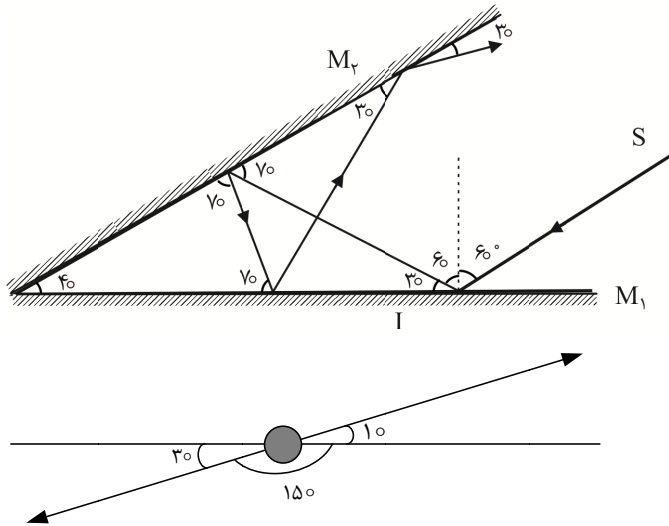
$$B_2 - B_1 = 10 (4 \times 0,3 - 2) = -8 \text{ dB}$$

↓
 به معنای کاهش

۱۷۰. گزینه ۲ درست است.

ابتدا توجه کنید که حرکت شنونده اثری روی طول موج دریافتی توسط آن‌ها نداشته و هر دو طول موج منبع را دریافت می کنند. ($\lambda_A = \lambda_B$)
 هر دو شنونده از منبع دور می شوند و لذا هر دو فرکانسی کمتر از فرکانس منبع را دریافت می کنند. ولی چون سرعت متحرک **A** بیشتر است، کاهش فرکانس برای آن بیشتر بوده و فرکانس احساس شده توسط او کمتر خواهد بود. ($f_A < f_B$)

۱۷۱. گزینه ۲ درست است.



$$\text{زاویه انحراف} = 150 + 10 = 160^\circ$$

۱۷۲. گزینه ۴ درست است.

هر اندازه پهنای شکاف به طول موج نور تابشی نزدیکتر باشد، پدیده پراش بهتر صورت می‌گیرد. برای تحقق این منظور، هر اندازه طول موج نور تابشی بیشتر (بسامد آن کمتر) و پهنای شکاف کوچکتر باشد، پراش بیشتری رخ می‌دهد.

۱۷۳. گزینه ۱ درست است.

نقاط بین دو گروه متوالی، همواره هم‌جهت با هم نوسان می‌کنند و همگی آن‌ها نسبت به نقاط بین دو گره متوالی مجاور، در جهت مخالف نوسان می‌کنند.

توجه کنید که نقاط بین دو شکم متوالی مشخص نیست که آیا بین دو گره متوالی قرار دارند یا خیر و بنابراین هم ممکن است هم‌جهت با یکدیگر نوسان کنند و هم ممکن است در خلاف جهت یکدیگر نوسان کنند. در توضیح گزینه ۴ توجه کنید که گره‌ها نوسان نکرده و مکان آن‌ها تغییری نمی‌کند.

۱۷۴. گزینه ۳ درست است.

بسامد صوت‌های متوالی حاصل در سیم به اندازه بسامد صوت اصلی با هم اختلاف دارند و لذا در واقع بسامد صوت اصلی مورد سؤال است.

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}} = \sqrt{\frac{128 \times 4 \times 10^{-1}}{8 \times 10^{-3}}} = 80 \text{ N}$$

$$f = n \frac{V}{2l} \xrightarrow{n=1} f = 1 \times \frac{80}{2 \times 4 \times 10^{-1}} \Rightarrow f = 100 \text{ Hz}$$

۱۷۵. گزینه ۲ درست است.

انرژی جنبشی با توان ۲ تندی فوتوالکترون‌ها متناسب بوده و با ۲ برابر شدن تندی، انرژی جنبشی ۴ برابر می‌شود.

$$K = \frac{1}{2} m V^2$$

\downarrow برابر ۴ \downarrow (۲)^۲

$$\left. \begin{array}{l} \text{حالت اولیه: } K_{\max} = hf - hf_0 \\ \text{حالت جدید: } 4K_{\max} = 3hf - hf_0 \end{array} \right\} \Rightarrow 3f - f_0 = 4(f - f_0)$$

$$\Rightarrow 3f - f_0 = 4f - 4f_0 \Rightarrow f = 3f_0$$

۱۷۶. گزینه ۴ درست است.

λ_{\min} رشته پاشن به ازای $n = \infty$ و $n' = 3$ رخ می‌دهد.

$$\frac{1}{\lambda_1} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_1 = 9 \times \frac{1}{R}$$

λ_{\max} رشته بالمر به ازای $n = 3$ و $n' = 2$ رخ می‌دهد.

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) \Rightarrow \lambda_2 = \frac{36}{5} \times \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{9}{1}}{\frac{36}{5}} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{5}{4}$$

۱۷۷. گزینه ۲ درست است.

وایشی β^- متداول‌ترین نوع وایشی است.

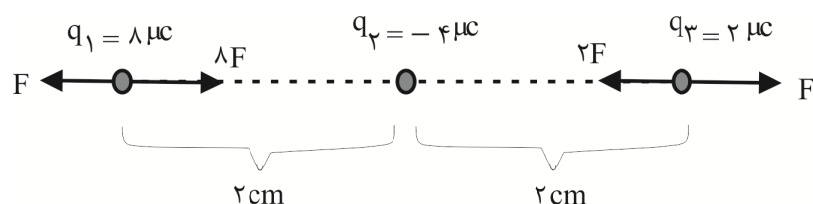
در وایشی β^- یک نوترون به یک الکترون و یک پروتون تبدیل شده و الکترون حاصل گسیل می‌شود.

در وایشی β^+ یک پروتون، بار خود را گسیل کرده و خودش به صورت یک نوترون بدون بار برقی می‌ماند.

قدرت نفوذ ذرات α از همه کمتر و قدرت نفوذ ذرات γ بیشترین است.

۱۷۸. گزینه ۳ درست است.

نیروی بین دو بار $2 \mu\text{C}$ فرضی در فاصله ۲ سانتی‌متری از هم) را برابر F فرض کرده و تمامی نیروها را برحسب آن می‌نویسیم. توجه کنید که نیروی بین دو بار با حاصل ضرب آن‌ها رابطه مستقیم و با مجذور فاصله آن‌ها رابطه عکس دارد:

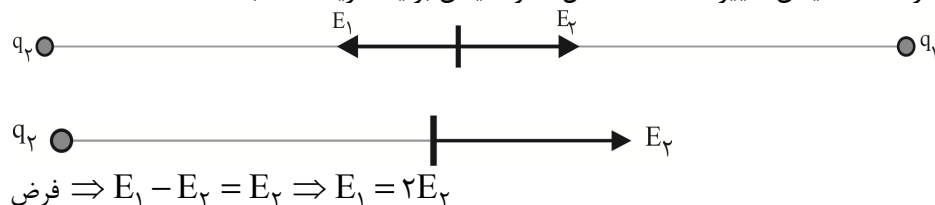


برآیند: $\rightarrow 7F$ برآیند: $F \leftarrow$

این یعنی نیرو 7 برابر، ولی در جهت مخالف است.

۱۷۹. گزینه ۳ درست است.

تنها در صورتی ممکن است اندازه شدت میدان تغییر نکند که حداقل اندازه میدان برآیند قرینه شده باشد.



برای تحقق شکل و روابط فوق باید $q_1 = +2q_2$ باشند.

۱۸۰. گزینه ۲ درست است.

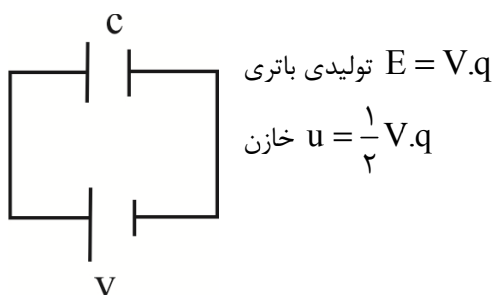
میدان الکتریکی در جهت محور y است و لذا تنها جابه‌جایی در راستای این محور موجب تغییر پتانسیل می‌شود.

$$|\Delta V| = E \cdot d = E \times |\Delta y| = 2.5 \times 10^3 \times 4 = 10 \times 10^3 \text{ V} \Rightarrow |V_A - V_B| = 10 \text{ kV}$$

حرکت از B به A در جهت میدان الکتریکی بوده و می‌دانیم در جهت میدان پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد.

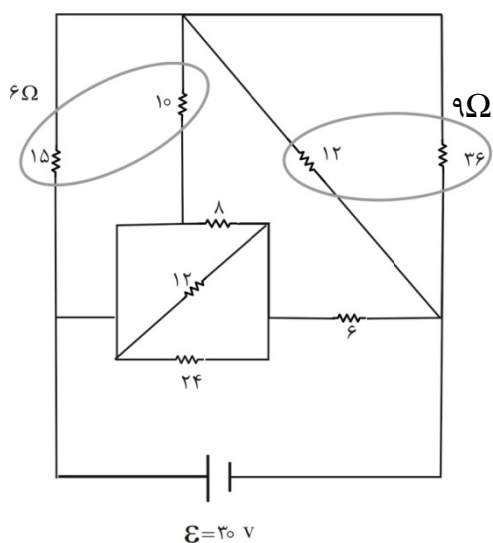
$$\Rightarrow V_A < V_B \Rightarrow V_A - V_B = -10 \text{ V}$$

۱۸۱. گزینه ۳ درست است.



انرژی ذخیره شده در خازن کمتر از انرژی تولیدی باتری بوده و به دلیل حرکت شتابدار بارهای الکتریکی در حرکت از باتری تا خازن، مطابق آنچه در صفحه ۱۲۶ کتاب درسی درباره منشأ تولید امواج الکترومغناطیس گفته شده است، بقیه انرژی به صورت امواج الکترومغناطیس گسیل می شود. توجه کنید که سیمها فاقد مقاومت بوده و نمی تواند گرمایی تولید شده باشد.

۱۸۲. گزینه ۴ درست است.



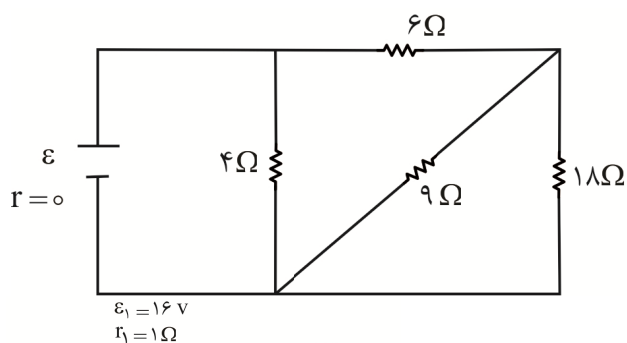
کل ولتاژ $30V$ 9Ω دو سر شاخه بالایی نیز قرار می گیرد:

$$I = \frac{30}{6+9} = 2A$$

این جریان به نسبت عکس مقاومتها بین 10Ω و 15Ω تقسیم می شود:

$$I_{10\Omega} = \frac{3}{5} \times 2 = 1.2A$$

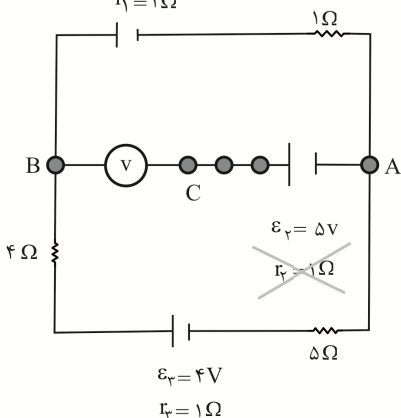
۱۸۳. گزینه ۲ درست است.



ابتدا توجه کنید که کل نیروی محرکه دو سر مقاومت 4Ω قرار گرفته و جریان عبوری از آن ثابت است. همین ولتاژ کل دو سر شاخه سمت راست نیز قرار می گیرد و بین مقاومت 6Ω و **Box** موازی تقسیم می شود.

با جایگزینی مقاومتی بزرگتر به جای مقاومت 9Ω ، مقاومت **Box** موازی افزایش یافته و لذا سهم ولتاژ آن نیز افزایش می یابد. همین ولتاژ افزایش یافته، دو سر مقاومت 18Ω قرار گرفته و جریان آن را افزایش می دهد.

۱۸۴. گزینه ۱ درست است.



از شاخه وسطی جریانی عبور نکرده و لذا در تحلیل مدار بیرونی می توانید آن را نادیده بگیرید.

ضمناً صفر بودن جریان شاخه وسطی باعث می شود مقاومت های آن شاخه همانند سیم رفتار کرده و روی آنها افت پتانسیلی صورت نگیرد.

$$I_{\text{کل}} = \frac{V_{\text{کل}}}{R_{\text{کل}}} = \frac{16-4}{12} = 1A \text{ (پاد ساعتگرد)}$$

ابتدا اختلاف پتانسیل بین A و B را تعیین می‌کنیم:

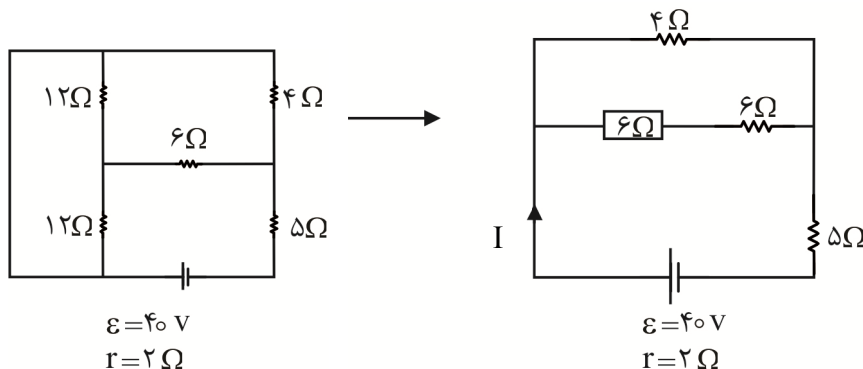
$$V_A - 2 \times 1 + 16 = V_B \Rightarrow V_B = V_A + 14$$

از طرفی در شاخه وسطی:

$$V_A = V_C - 5$$

$$\text{ترکیب روابط: } V_B = V_C - 5 + 14 \Rightarrow V_B - V_C = 9V$$

۱۸۵. گزینه ۴ درست است.



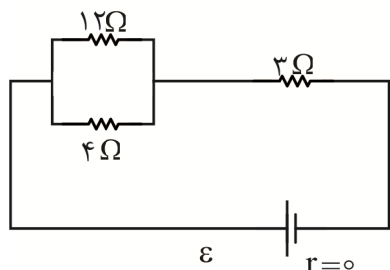
$$I = \frac{V_{\text{کل}}}{R_{\text{کل}}} = \frac{40}{8+2} = 4A$$

این جریان، به نسبت ۱ به ۳ بین دو مقاومت ۴Ω و ۱۲Ω تقسیم می‌شود:

$$\Rightarrow I(\text{شاخه وسطی}) = \frac{1}{4} \times 4 = 1A$$

$$P = RI^2 = 6 \times (1)^2 = 6W$$

۱۸۶. گزینه ۳ درست است.



مقاومت معادل اتصال موازی ۳Ω بوده و این یعنی ۵۰٪ توان به مقاومت ۳Ω و ۵۰٪ به اتصال موازی می‌رسد. در اتصال موازی ولتاژ یکسان بوده و این یعنی طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، توان با مقاومت، رابطه عکس داشته و بین دو مقاومت ۴Ω و ۱۲Ω به نسبت ۳ به ۱ تقسیم می‌شود:

$$4\Omega \text{ سهم توان} = \frac{3}{4} \times 50\% = 37.5\%$$

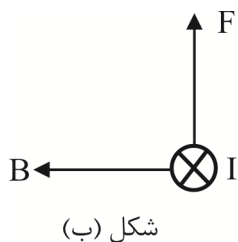
۱۸۷. گزینه ۲ درست است.

$$F = q \cdot V \cdot B \cdot \sin 30^\circ \Rightarrow F = 1.6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^6 \times 2 \times 10^{-3} \times \frac{1}{2} = 8 \times 10^{-16} N$$

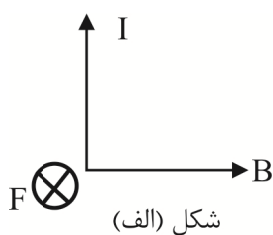
این نیرو عمود بر سرعت بوده و بدون تغییر در اندازه سرعت، حرکت دایره‌ای شکل را برای آن موجب می‌شود.

۱۸۸. گزینه ۴ درست است.

از قاعده دست راست کمک بگیرید. ضمناً توجه کنید که جهت میدان آهنربا در هر حالت از قطب N به S است.



شکل (ب)



شکل (الف)

۱۸۹. گزینه ۱ درست است.

مواد دیامغناطیس: مس، نقره، سرب، بیسموت
مواد پارامغناطیس: اورانیوم، پلاتین، آلومینیم، سدیم، اکسیژن و ...
مواد فرومغناطیس: آهن، نیکل، کبالت و بسیاری آلیاژهای آنها
مشاهده می‌کنید که مواد ارائه‌شده در گزینه ۱ هر کدام مربوط به دسته متفاوتی هستند.

۱۹۰. گزینه ۳ درست است.

با دور شدن آهنربا، شار به طرف چپ عبوری از حلقه کاهش یافته و بنابراین جریانی در جهت ۲ در حلقه القا می‌شود تا میدانی هم‌جهت با میدان آهنربا ایجاد کرده و با کاهش شار عبوری از حلقه مخالفت شود. قطبش مغناطیسی ناشی از این نیرو به‌گونه‌ای است که بین حلقه و آهنربا نیروی جاذبه برقرار شود تا با عامل تغییر شار که همان حرکت آهنربا است مخالفت گردد.
گزینه ۴ درست است.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times (10)^3 = 4000 \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{8100}{2.7} = 3000 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \text{حفره } V = 1000 \text{ cm}^3$$

$$\text{درصد حجم حفره} = \frac{1000}{4000} \times 100 = 25\%$$

۱۹۲. گزینه ۲ درست است.

فشار در نقطه A به اندازه ۲kPa از فشار هوا ($P_0 = 98 \text{ kPa}$) بیشتر است. حال اگر ۴۰cm یعنی ۲ برابر عمق نقطه A پایین‌تر برویم، به اندازه ۲ برابر ۲kPa یعنی ۴kPa به فشار اضافه می‌شود:

$$P_B = 100 \text{ kPa} + 4 \text{ kPa} = 104 \text{ kPa}$$

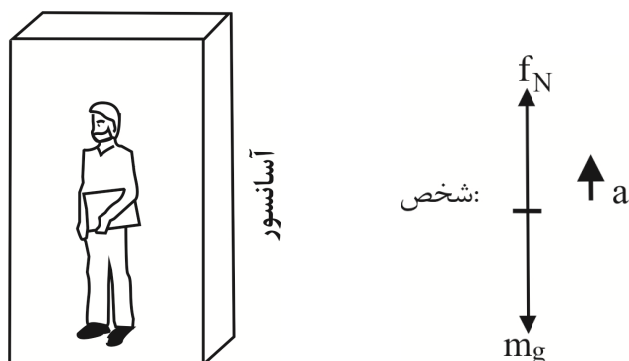
۱۹۳. گزینه ۱ درست است.

با جابه‌جایی مایع در سمت چپ لوله، نیمی از افزایش فشار ناشی از مایع اضافه‌شده در سمت راست، به طرف چپ انتقال می‌یابد و لذا افزایش فشار در نقطه A به اندازه نصف فشار مایع اضافه‌شده است.

$$\Delta P_A = \frac{1}{2}(\rho gh) = \frac{1}{2} \times 800 \times 10 \times \frac{1}{10} = 400 \text{ Pa}$$

جالب است که به چگالی مایع اولیه نیازی نداشتیم.

۱۹۴. گزینه ۳ درست است.



$$\text{خالص } F = ma \Rightarrow f_N - mg = ma$$

$$f_N - 800 = 80 \times 2 \Rightarrow f_N = 960 \text{ N}$$

$$W = f_N \cdot d \cdot \cos 0 = 960 \times 5 \times 1 = 4800 \text{ J}$$

۱۹۵. گزینه ۲ درست است.

تندی گلوله به ۲۰٪ مقدار اولیه، یعنی $\frac{1}{5}$ برابر آن رسیده است:

$$K = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow K = \frac{1}{25} E \Rightarrow u = \frac{24}{25} E$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 $\frac{1}{25}$ $(\frac{1}{5})^2$

این یعنی انرژی پتانسیل گلوله ۲۴ برابر انرژی جنبشی آن است.

۱۹۶. گزینه ۴ درست است.

قطعاً دمای فلز کاهش یافته است:

$$\Delta p = -\rho_1 \times \alpha \Delta \theta \Rightarrow 0,3 = -5 \times 3 \times 2 \times 10^{-4} \times \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \Delta \theta = -100^\circ \text{C} \Rightarrow \theta = \theta_1 + \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \theta = 50 + (-100) = -50^\circ \text{C}$$

۱۹۷. گزینه ۲ درست است.

از تناسب بهره می‌گیریم:

$$\left. \begin{array}{l} P \times \Delta \text{min} \longrightarrow m \times C \times 60 \\ P \times t \longrightarrow m \cdot L_V \end{array} \right\} \Rightarrow \text{تقسیم دو طرف}$$

$$\frac{5}{t} = \frac{m \times C \times 60}{m \times L_V} \Rightarrow \frac{5}{t} = \frac{60}{540} \Rightarrow t = 45 \text{ min}$$

۱۹۸. گزینه ۱ درست است.

طبق فرض مسئله، تعداد مول باقی‌مانده ۷۵٪ تعداد مول اولیه است.

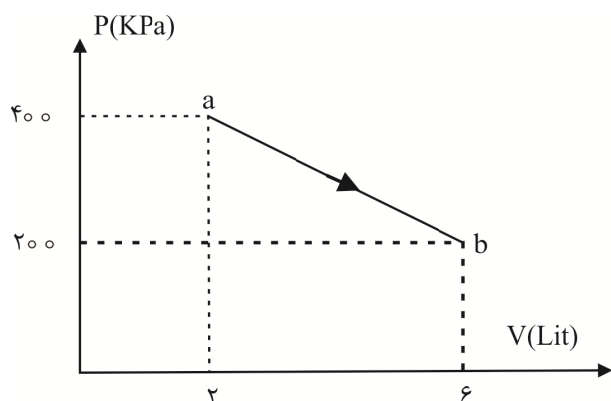
$$(T_1 = 300 \text{K}, T_2 = 360 \text{K}) \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{6}{5}$$

$$P V = n R T$$

$\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$
 برابر $\frac{9}{10}$ ثابت $\frac{3}{4}$ $\frac{6}{5}$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{9}{10} P_1 = 90\% P_1 \Rightarrow 10\% \text{ کاهش}$$

۱۹۹. گزینه ۱ درست است.



$$u \times T \times P \cdot V$$

حاصل ضرب PV در نقطه b ، $\frac{3}{2}$ برابر نقطه a بوده و این یعنی

دما و انرژی درونی آن نیز $\frac{3}{2}$ برابر است با:

$$u_b = \frac{3}{2} u_a = 750 \text{ J}$$

$$\Delta u = u_b - u_a = 250 \text{ J}$$

$$W = -S \text{ زیر نمودار} = -\frac{(400+200) \times 4}{2} \times 10^3 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow W = -1200 \text{ J}$$

$$\Delta u = Q + W \Rightarrow 250 = Q - 1200$$

$$\Rightarrow Q = 1450 \text{ J (گرما می‌گیرد)}$$

۲۰۰. گزینه ۴ درست است.

الف - در فرآیند هم‌حجم امکان پذیر است. ب - در فرآیند بی‌دررو امکان پذیر است.

ج - در فرآیند هم‌دما امکان پذیر است. د - در فرآیند بی‌دررو امکان پذیر است.

شیمی

۲۰۱. گزینه ۲ درست است.

زیرا، منظور زیرلایه‌های $3p$ و $4s$ است که در عنصرهای $Ca, Sc, Ti, V, Mn, Fe, Co, Ni, Zn$ دوره چهارم کاملاً از الکترون پر شده‌اند.

۲۰۲. گزینه ۱ درست است.

زیرا، حداکثر گنجایش الکترونی لایه‌ای با $n = 5$ برابر 5^2 و حداکثر ظرفیت پذیرش الکترون در زیرلایه پنجم یک اتم برابر ۱۸ است.

۲۰۳. گزینه ۲ درست است.

زیرا، داریم:

$$X \text{ amu} = A \times \frac{1}{12} \times \text{mass}_{C_{12}}$$

$$X \times \frac{1}{12} \times 19,932 \times 10^{-24} \Rightarrow 31 \text{ amu} = 31 \times \frac{1}{12} \times 19,932 \times 10^{-24} \approx 5,1 \times 10^{-23}$$

۲۰۴. گزینه ۳ درست است.

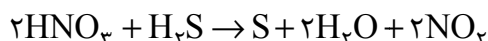
زیرا، حدود ۷۵ درصد از جرم هواکره، در نزدیک‌ترین لایه به زمین قرار دارد.

۲۰۵. گزینه ۲ درست است.

زیرا، این نسبت در $CaCl_2$ برابر $1/5 = \frac{2}{5}$ است.

۲۰۶. گزینه ۳ درست است.

زیرا، داریم:



۲۰۷. گزینه ۲ درست است.

زیرا، هرچه جرم مولی گاز بیشتر باشد، جرم یک لیتر از آن در شرایط مشابه، بیشتر خواهد بود.

۲۰۸. گزینه ۴ درست است.

زیرا، داریم:

$$1420 = \frac{xg}{0,5g} \times 10^6 \Rightarrow x = 7,1 \times 10^{-4} \text{ gMg}^{2+}$$

$$? \text{ ionNO}_3^- = 7,1 \times 10^{-4} \text{ gMg}^{2+} \times \frac{1 \text{ molMg}^{2+}}{24 \text{ gMg}^{2+}} \times \frac{2 \text{ molNO}_3^-}{1 \text{ molMg}^{2+}} \times \frac{6,02 \times 10^{23} \text{ ionNO}_3^-}{1 \text{ molNO}_3^-} \approx 3,5 \times 10^{19}$$

۲۰۹. گزینه ۱ درست است.

زیرا، داریم:

$$\frac{100gH_2O}{250gH_2O} = \frac{73gKNO_3}{xgKNO_3} \Rightarrow x = 182.5gKNO_3 \times \frac{1molKNO_3}{101gKNO_3} \approx 1.8molKNO_3$$

۲۱۰. گزینه ۲ درست است.

زیرا، از انحلال هر واحد فرمولی از آن در آب، دو یون تولید می شود و عدد اکسایش اتم نیتروژن در کاتیون آن، برابر +۵ نیست.

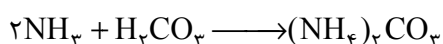
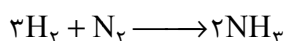
۲۱۱. گزینه ۴ درست است.

۲۱۲. گزینه ۲ درست است.

زیرا، ۸ پیوند یگانه C-O در آن وجود دارد.

۲۱۳. گزینه ۴ درست است.

زیرا، داریم:



$$?LH_3 = 1000g(NH_4)_2CO_3 \times \frac{3 \times 22.4LH_3}{96g(NH_4)_2CO_3} = 700LH_3$$

۲۱۴. گزینه ۴ درست است.

زیرا، داریم:



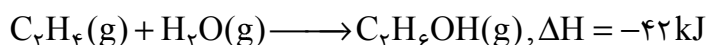
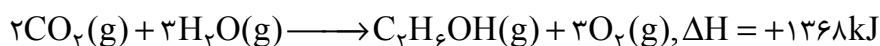
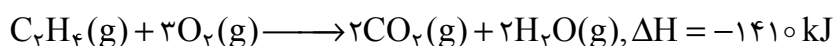
$$?gNa_2CO_3 = 125gNaHCO_3 \times \frac{1molNaHCO_3}{84gNaHCO_3} \times \frac{1molNa_2CO_3}{2molNaHCO_3} \times \frac{106gNa_2CO_3}{1molNa_2CO_3} \times \frac{57g}{100g} = 44.95gNa_2CO_3$$

۲۱۵. گزینه ۲ درست است.



۲۱۶. گزینه ۱ درست است.

زیرا، داریم:



۲۱۷. گزینه ۲ درست است.

زیرا، داریم:

$$5 \times 10^6 cal \times \frac{4.2J}{1cal} \times \frac{1kJ}{1000J} = 21000kJ$$

$$\frac{450kJ}{21000kJ} = \frac{0.1kg}{xkg} \Rightarrow x = 4.6kg$$

۲۱۸. گزینه ۳ درست است.

زیرا، داریم:

$$? \text{ mol} = 1 \text{ L} \times \frac{0.4 \text{ mol}}{1.5 \text{ L}} = 0.26 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\bar{R} = \frac{0.26 \text{ mol.L}^{-1}}{30 \times 60 \text{ s}} = 1.4 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

۲۱۹. گزینه ۴ درست است.

زیرا، داریم:



$$\frac{x \text{ kg} \times \frac{94}{100}}{1 \times 890} = \frac{0.5 \text{ kg}}{1 \times 92} \Rightarrow x = 5.1 \text{ g}$$

۲۲۰. گزینه ۴ درست است.

زیرا، هنگام شست‌وشوی یک لکه چربی با آب و صابون، سر ناقطبی مولکول‌های صابون به سمت درون لکه چربی است و در هر یک از صابون‌های حاوی ترکیبات فسفات‌دار و کلردار به ترتیب افزایش قدرت پاک‌کنندگی و ضدعفونی‌کنندگی به وجود می‌آید.

۲۲۱. گزینه ۳ درست است.

۲۲۲. گزینه ۱ درست است.

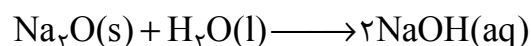
زیرا داریم:

$$\text{pH} = 10 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-4}$$

$$\% \alpha = \frac{10^{-4}}{0.1} \times 100 = \% 0.1$$

۲۲۳. گزینه ۲ درست است.

زیرا، داریم:



$$\text{pH} = 14 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{H}^+] \times [\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ mol} = 1 \text{ L} \times \frac{1 \text{ mol OH}^-}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{O}}{2 \text{ mol OH}^-} = 0.5 \text{ mol}$$

۲۲۴. گزینه ۳ درست است.

زیرا، داریم:

$$? \text{ mL KOH} = 0.34 \text{ g KHSO}_4 \times \frac{1 \text{ mol KHSO}_4}{136 \text{ g KHSO}_4} \times \frac{1 \text{ mol KOH}}{1 \text{ mol KHSO}_4} \times \frac{1 \text{ L KOH}}{10^{-2} \text{ mol KOH}} \times \frac{1000 \text{ mL KOH}}{1 \text{ L KOH}} = 250 \text{ mL}$$

۲۲۵. گزینه ۱ درست است.

به نمودار صفحه ۵۲ کتاب درسی مراجعه شود.

۲۲۶. گزینه ۲ درست است.

زیرا، emf این سلول، کوچک‌تر از ۱/۲۳ ولت است و قدرت کاهندگی فلز روی بیشتر از قلع است.

۲۲۷. گزینه ۳ درست است.

زیرا، داریم:

$$Xg \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64 \text{ g Cu}} \times \frac{2 \text{ mol Ag}}{1 \text{ mol Cu}} \times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 675 \Rightarrow X = 2$$

$$20 \text{ g} \times \frac{Y}{100 \text{ g}} = 2 \text{ g} \Rightarrow Y = 10$$

۲۲۸. گزینه ۴ درست است.

زیرا، فلز کاهش نمی‌یابد.

۲۲۹. گزینه ۳ درست است.

زیرا، داریم:

$$\text{Na}_2\text{O} \text{ درصد جرمی اکسیژن در} = \frac{16}{(2 \times 23) + 16} \times 100 = 25.8\%$$

۲۳۰. گزینه ۴ درست است.

۲۳۱. گزینه ۲ درست است.

زیرا، کربن نافلز است.

۲۳۲. گزینه ۱ درست است.

زیرا، توصیف به کار رفته مربوط به یک جامد کووالانسی است.

۲۳۳. گزینه ۳ درست است.

به صفحه ۷۹ کتاب درسی مراجعه شود.

۲۳۴. گزینه ۳ درست است.

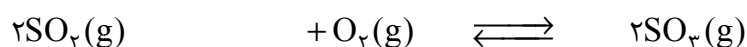
زیرا، داریم:

$$? \text{ kJ} = 2 \text{ mol O}_2 \times \frac{32 \text{ g O}_2}{1 \text{ mol O}_2} \times \frac{122.5 \text{ kJ}}{20 \text{ g O}_2} = 392 \text{ kJ}$$

$$E_a = 410 - 392 = 18 \text{ kJ}$$

۲۳۵. گزینه ۳ درست است.

زیرا، داریم:



$$4 \qquad \qquad \qquad X \qquad \qquad \qquad 0$$

$$4 - 2x \Rightarrow x = 1/8 \qquad -x \qquad +2x$$

$$0.4 \qquad \qquad \qquad X - x \qquad \qquad \qquad +2x$$

$$K = 110 \text{ L.mol}^{-1} = \frac{[\text{SO}_3]^2}{[\text{SO}_2]^2[\text{O}_2]} \Rightarrow \frac{(3/6)^2}{(0.4)^2[\text{O}_2]} = 110 \Rightarrow [\text{O}_2] = 0.1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{غلظت اولیه اکسیژن} = 0.1 + 1/8 = 1/9 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ g O}_2 = 1 \text{ L} \times \frac{1/9 \text{ mol}}{1 \text{ L}} \times \frac{32 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 60/9 \text{ g}$$