



آزمون ۱۲ از ۱۴

دفترچه شماره ۲



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود، مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

ویژه پایانه دوازدهم

شماره داوطلبی:

نام خانوادگی:

نام:

صبح جمعه
۱۴۰۱/۰۲/۱۶

آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم
جامع نوبت دوم

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

تعداد سؤال: ۱۳۵ مدت پاسخگویی: ۱۷۵ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

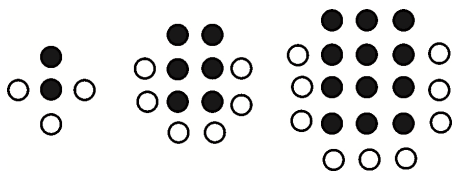
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۵۵	۱۰۱	۱۵۵	۸۵ دقیقه
۲	فیزیک	۴۵	۱۵۶	۲۰۰	۵۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۵	۲۰۱	۲۳۵	۳۵ دقیقه

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

۱۰۱- ۲۵ دانش‌آموز یک کلاس، عضو حداقل یکی از دو گروه فوتبال و والیبال هستند و ۲۱ دانش‌آموز عضو حداکثر یکی از این دو گروه هستند. چند نفر از کل ۳۸ دانش‌آموز کلاس فقط عضو یکی از دو گروه هستند؟

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴)

۱۰۲- در الگوی زیر، نسبت تعداد دایره‌های سیاه به تعداد دایره‌های سفید در شکل شماره ۲۹ چقدر است؟



۱۵ (۱)

۱۳ (۲)

۱۲ (۳)

۱۰ (۴)

۱۰۳- اگر نقطه $s(-1, 5)$ رأس سهمی با معادله $f(x) = ax^2 + bx + c$ و $f(1) = 13$ باشد، آنگاه حاصل $f(a+b-c)$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۱۰۴- پنج بازیکن تیم هندبال به همراه مربی و سرپرست تیم در یک ردیف به‌طور تصادفی ایستاده و عکس یادگاری می‌گیرند. در چند حالت بین مربی و سرپرست، دو بازیکن قرار می‌گیرند؟

- ۱۲۴۰ (۴) ۹۶۰ (۳) ۸۴۰ (۲) ۷۲۰ (۱)

۱۰۵- اگر $A = \sqrt[3]{\sqrt{5} - \sqrt{2}} \times \sqrt[6]{7 + 2\sqrt{10}}$ باشد، حاصل جمع $\sqrt[3]{9A}$ با مقدار $a^2 + b^2$ با شرط‌های $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 5$ و $ab = 9$ کدام است؟

- ۳۴۶ (۴) ۳۵۷ (۳) ۶۱۰ (۲) ۶۲۸ (۱)

۱۰۶- نمودار تابع $f(x) = 2\sin^2 x - 5\cos^2 x + 11$ ، چند خط افقی با عرض صحیح را قطع می‌کند؟

- ۶ (۴) ۷ (۳) ۸ (۲) ۹ (۱)

۱۰۷- دو دنباله حسابی $3, 4, 11, \dots$ و $2, 7, 12, \dots$ ، چند جمله مشترک کوچک‌تر از ۲۰۰۰ دارند؟

- ۵۶ (۴) ۵۷ (۳) ۵۸ (۲) ۵۹ (۱)

۱۰۸- در مثلثی به‌طول اضلاع ۷، ۲۴، ۲۵، فاصله محل هم‌رسی سه ارتفاع از محل هم‌رسی سه عدد منصف چقدر است؟

- ۱۰ (۴) ۱۰/۵ (۳) ۱۲/۵ (۲) ۱۲ (۱)

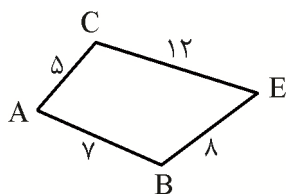
۱۰۹- چقدر احتمال دارد که در تمام جایگشت‌های ممکن از حروف کلمه «اردبیهشت» دقیقاً یکی از حروف «ب» و «ش» سر جای اصلی خود قرار داشته باشند؟

- $\frac{5}{8}$ (۱) $\frac{15}{14}$ (۲) $\frac{3}{14}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴)

۱۱۰- حاصل ضرب تعداد نقاط درونی و تعداد نقاط مرزی در یک چند ضلعی شبکه‌ای ۲۰ است. مجموع بیشترین و کمترین مقدار ممکن برای مساحت آن، کدام است؟

- ۱۶ (۱) ۱۵/۵ (۲) ۱۵ (۳) ۱۴/۵ (۴)

۱۱۱- در چهارضلعی محدب مطابق شکل زیر، اندازه قطر BC، چند مقدار صحیح دارد؟



۷ (۱)

۸ (۲)

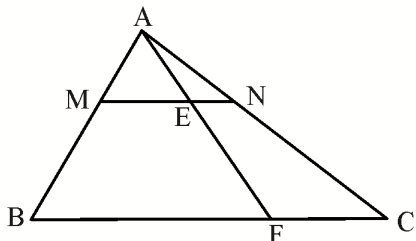
۹ (۳)

۱۰ (۴)

۱۱۲- در یک کایت با اندازه قطرهای ۲۱ و ۱۶، قطر بزرگ تر عمود منصف قطر کوچک تر است و توسط آن به نسبت ۵ به ۲ تقسیم می شود. تفاوت اندازه محیط و مساحت کایت، کدام است؟

- ۱۴۴ (۱) ۱۳۴ (۲) ۱۲۴ (۳) ۱۱۴ (۴)

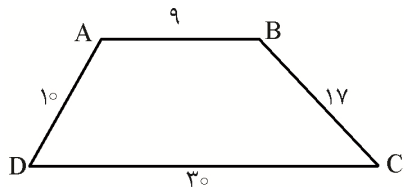
۱۱۳- در مثلث $ABC: MN \parallel BC$ و $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{2}$ و $\frac{FC}{FB} = \frac{1}{3}$ است. اگر مساحت مثلث AEN برابر ۲۶ باشد، مساحت ذوزنقه $EFBM$ کدام است؟



ذوزنقه $EFBM$ کدام است؟

- ۶۲۴ (۱)
۵۷۶ (۲)
۳۱۲ (۳)
۲۸۸ (۴)

۱۱۴- حجم حاصل از دوران ذوزنقه $ABCD$ به مساحت ۱۵۶ حول ضلع AB ، کدام است؟ (π را ۳ فرض کنید).

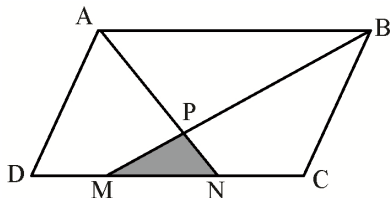


- ۴۱۴۶ (۱)
۴۱۶۴ (۲)
۴۴۱۶ (۳)
۴۶۱۴ (۴)

۱۱۵- با ۱۲ نقطه متمایز واقع بر محیط یک دایره، چند ضلعی محاطی می توان رسم کرد؟

- ۴۰۱۷ (۱) ۴۰۱۸ (۲) ۴۰۳۰ (۳) ۴۰۴۰ (۴)

۱۱۶- در شکل زیر $DM=MN=NC$ و مساحت مثلث MNP برابر ۱۵ است. مساحت متوازی الاضلاع $ABCD$ ، کدام است؟



- است؟
۳۳۰ (۱)
۳۶۰ (۲)
۲۷۰ (۳)
۳۰۰ (۴)

۱۱۷- رابطه $2x_1 - 3x_2 = 16$ بین ریشه های x_1 و x_2 از معادله $x^2 - 3x - 2m + 1 = 0$ برقرار است. مجموع مکعبات ریشه ها کدام است؟

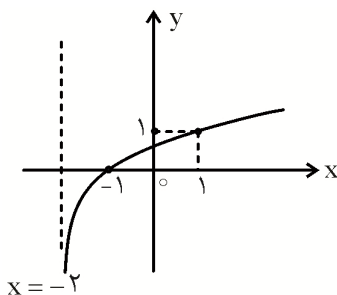
- ۱۳۵ (۱) ۱۳۳ (۲) ۱۱۷ (۳) ۱۱۵ (۴)

۱۱۸- مجموع حداقل چند جمله دنباله زیر، بزرگ تر از ۳۰۰۰ است؟

۲, ۶, ۱۸, ...

- ۷ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

۱۱۹- نمودار تابع $f(x) = \log_c(ax+b)$ به صورت زیر است. مقدار $f(241)$ ، کدام است؟



- ۷ (۱)
۶ (۲)
۵ (۳)
۴ (۴)

۱۲۰- اگر $\sin 2\theta = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\tan^3 \theta + \cot^3 \theta$ ، کدام است؟

- ۴۹۲ (۱) ۴۸۸ (۲) ۴۸۲ (۳) ۴۵۲ (۴)

۱۲۱- اگر حد چپ و راست تابع $f(x) = \frac{[x] \cdot |x-3|}{\sqrt{2x+3}-x}$ در $x=3$ را به ترتیب L و R بنامیم، حاصل $L - fR$ کدام

است؟ [] (نماد جزء صحیح است)

- ۱۵ (۱) ۱۸ (۲) ۲۱ (۳) ۲۳ (۴)

۱۲۲- وارون تابع $f(x) = \frac{3x^2 - 5x - 2}{x - 2}$ به صورت تابع $f^{-1}(x) = \frac{x^2 + ax + b}{3x + c}$ است. $f^{-1}(2b - a - c)$ ، کدام است؟

- ۱۳ (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴)

۱۲۳- در جامعه‌ای با واریانس $2/89$ اگر طول بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین کوچک‌تر از $0/17$ باشد، حداقل اندازه نمونه چقدر است؟

- ۱۶۰۱ (۱) ۱۶۰۰ (۲) ۱۵۹۹ (۳) ۱۵۹۸ (۴)

۱۲۴- میزان بارندگی یک شهر در ۱۰ سال گذشته به صورت زیر بر حسب سانتی‌متر است:

۵۹, ۳۹, ۵۶, ۴۶, ۵۰, ۵۴, ۳۷, ۴۲, ۵۷, ۳۲

در نمودار جعبه‌ای، ضریب تغییرات داده‌های داخل جعبه تقریباً کدام است؟

- ۰/۰۷ (۱) ۰/۱۲ (۲) ۰/۰۹ (۳) ۰/۱۵ (۴)

۱۲۵- در جعبه A، ۵ مهره قرمز و ۳ مهره آبی و در جعبه B، ۲ مهره قرمز و ۴ مهره آبی وجود دارد. به طور تصادفی مهره‌ای از جعبه A خارج و در جعبه B قرار می‌دهیم و پس از به هم زدن کامل یک مهره از جعبه B خارج می‌کنیم. چقدر احتمال دارد این مهره هم‌رنگ با مهره خروجی اولیه از جعبه A باشد؟

- $\frac{13}{28}$ (۱) $\frac{15}{28}$ (۲) $\frac{17}{28}$ (۳) $\frac{19}{28}$ (۴)

۱۲۶- تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال آمدن هر عدد غیراول سه برابر احتمال آمدن هر عدد اول است. در یک پرتاب، این تاس چقدر احتمال دارد عدد زوج بیاید؟

- $\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴)

۱۲۷- اگر هر ۳ گزاره $P \Rightarrow Q$ و $P \vee r$ و $\sim q$ درست باشند، کدام گزاره زیر درست است؟

- r (۱) p (۲) $p \wedge q$ (۳) $\sim p \Rightarrow q$ (۴)

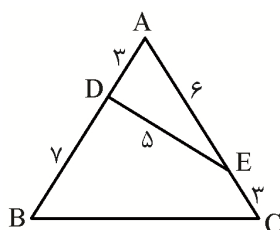
۱۲۸- مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ را به چند طریق می‌توان به دو مجموعه ۳ عضوی و یک مجموعه ۲ عضوی افراز کرد؟

- ۳۲۰ (۱) ۲۸۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۲۱۰ (۴)

۱۲۹- در مثلث ABC: $AB = 3$ و $AC = 6$ و $\hat{A} = 120^\circ$ است. طول میانه AM در این مثلث، چقدر است؟

- $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (۴)

۱۳۰- در شکل زیر، با توجه به اندازه‌های داده شده، محیط مثلث ABC کدام است؟



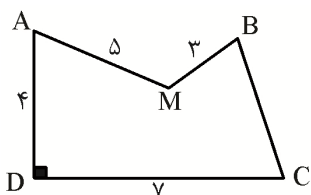
۲۸ (۱)

۲۹ (۲)

۳۰ (۳)

۳۱ (۴)

۱۳۱- مساحت چند ضلعی $AMBCD$ را با استفاده از تبدیل‌های هندسی و بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع می‌خواهیم افزایش دهیم. اگر مساحت دوزنقه $ABCD$ برابر ۲۶ باشد، میزان افزایش مساحت کدام است؟

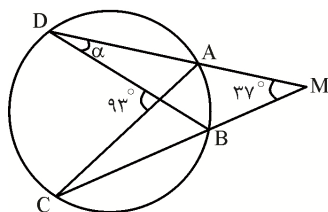


- (۱) $2\sqrt{14}$
- (۲) $2\sqrt{7}$
- (۳) $4\sqrt{14}$
- (۴) $4\sqrt{7}$

۱۳۲- نقطه A به فاصله $5\sqrt{2}$ از خط d مفروض است. بازتاب نقطه A نسبت به خط d را A' می‌نامیم. اگر نقطه A' را حول نقطه A در جهت حرکت عقربه‌های ساعت به اندازه 15° دوران دهیم تا نقطه A'' به دست‌آید، مساحت مثلث $AA'A''$ کدام است؟

- (۱) $100\sqrt{3}$
- (۲) $50\sqrt{3}$
- (۳) 100
- (۴) 50

۱۳۳- در شکل زیر، اندازه زاویه α چند درجه است؟



- (۱) ۲۷
- (۲) ۲۸
- (۳) ۲۹
- (۴) ۳۱

۱۳۴- نقاط $A(-3, 5)$ و $B(-9, 11)$ در صفحه مختصات مفروض‌اند. دو نقطه M و N به ترتیب روی محور y ها و محور x ها همواره در حرکت هستند. کمترین اندازه مسیر خط شکسته $AMNB$ کدام است؟

- (۱) ۱۸
- (۲) ۱۹
- (۳) ۲۰
- (۴) ۲۱

۱۳۵- دو ضلع مثلث ABC که زاویه بین آن‌ها 60° است، ریشه‌های معادله $x^2 - 4\sqrt{3}x + 5 = 0$ هستند. طول نیمساز وارد بر ضلع سوم مثلث کدام است؟

- (۱) $1/25$
- (۲) $1/15$
- (۳) $5/9$
- (۴) $5/7$

۱۳۶- در بازه $[1, 3]$ بیشترین مقدار تابع $f(x) = x^3 - 12x + K$ دو برابر کمترین مقدار آن است. فاصله نقطه عطف تابع تا مبدأ مختصات چقدر است؟

- (۱) ۲۱
- (۲) ۲۲
- (۳) ۲۳
- (۴) ۲۴

۱۳۷- اگر $8f(3) = 5f'(3) = 7$ و $h(x) = (3x^2 - 2x + 4).f(\sqrt{3x})$ باشد، مقدار $h'(1)$ کدام است؟

- (۱) ۱۳
- (۲) ۱۴
- (۳) ۱۵
- (۴) ۱۶

۱۳۸- محل تقاطع مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ نقطه $I(2, 1)$ است. اگر این تابع از نقطه $(-1, 0)$ بگذرد، حاصل $f(a - b - 2c - d + 3)$ کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۵
- (۴) ۶

۱۳۹- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{2x^2+ax+b} = +\infty$ ، آنگاه حاصل نهایی $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left((b-1)x + \sqrt{x^2+2a} \right)$ کدام است؟

- (۱) -۸
- (۲) $-\infty$
- (۳) صفر
- (۴) ۴

۱۴۰- مجموع تمام جواب‌های معادله $\cos x(2\cos x - 9) = 5$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

- (۱) 2π
- (۲) 3π
- (۳) 4π
- (۴) 5π

۱۴۱- نمودار تابع $f(x) = \log_3^x$ را ۲ واحد به سمت چپ برده و سپس آن را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. در ادامه نمودار حاصل را به موازات محور y ها ۳ واحد بالا برده و سپس نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم تا تابع $g(x)$ ساخته شود. با این شرایط $g^{-1}(-1) + g(-62)$ کدام است؟

- ۱۴ (۱) ۱۱ (۲) -۱۳ (۳) -۱۷ (۴)

۱۴۲- اگر $\vec{a} = (1, 2, -m)$ و $\vec{b} = (2m, -1, 1)$ و اندازه دو بردار $\vec{a} + \vec{b}$ ، $\vec{a} - \vec{b}$ ، باهم برابر باشد، حجم متوازی‌السطوحی که بر روی بردارهای \vec{a} و \vec{b} و $\vec{c}(m, m^2, m^3)$ تولید می‌شود، کدام است؟

- ۱۱۸ (۱) ۱۰۸ (۲) ۹۸ (۳) ۸۸ (۴)

۱۴۳- اگر $4x^2 + 9y^2 + z^2 = 64$ باشد، بیشترین مقدار $|4x + 6y - z|$ کدام است؟

- ۴۸ (۱) ۳۶ (۲) ۲۸ (۳) ۲۴ (۴)

۱۴۴- بردارهای \vec{a} و \vec{b} مفروض‌اند. اگر $|\vec{a}| = 3$ و $|\vec{b}| = 26$ و $\vec{a} \cdot \vec{b} = 30$ باشد، مساحت مثلثی که \vec{a} و \vec{b} دو ضلع آن هستند، کدام است؟

- ۷۲ (۱) ۴۸ (۲) ۳۶ (۳) ۱۸ (۴)

۱۴۵- نقطه M روی بیضی به اقطار ۳ و ۵ واحد به گونه‌ای قرار دارد که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر ۲ واحد است. حاصل ضرب فاصله‌های M از دو کانون در یکدیگر چقدر است؟

- ۴/۵ (۱) ۸/۵ (۲) ۹ (۳) ۱۷ (۴)

۱۴۶- دایره C شامل دو قطر به معادلات $x + y = 1$ و $x - y = 3$ بوده و بر خط $4x - 3y = 6$ مماس است. یک سهمی قائم که کانون آن مرکز دایره C و بر دایره مماس است، محور x ها را در دو نقطه قطع کرده است. فاصله این دو نقطه بر روی محور x ها کدام است؟

- ۶ (۱) $6\sqrt{2}$ (۲) ۴ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴)

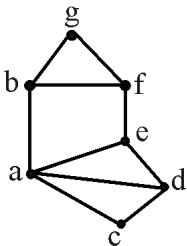
۱۴۷- اگر $A + B = \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 7 & 14 \end{bmatrix}$ و $|AB| = 2$ باشد، آنگاه حاصل دترمینان ماتریس $A^{-1} + B^{-1}$ کدام است؟

- ۶ (۱) ۷ (۲) -۶ (۳) -۷ (۴)

۱۴۸- حاصل ضرب ریشه‌های معادله دترمینانی $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ x & x+2 & 4 \\ x-1 & 0 & x \end{vmatrix}$ چقدر است؟

- ۶ (۱) ۴ (۲) -۶ (۳) ۶ (۴)

۱۴۹- گراف شکل زیر، چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم دارد؟



۹ (۱)

۸ (۲)

۷ (۳)

۶ (۴)

۱۵۰- معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 30$ چند جواب طبیعی دارد؟

- ۳۷۸ (۱) ۳۷۹ (۲) ۵۸۸ (۳) ۵۸۹ (۴)

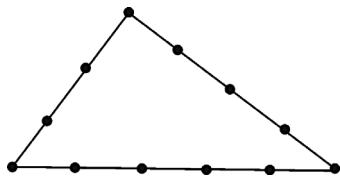
۱۵۱- اگر در یک سال، اول مهر شنبه باشد، در این صورت ۲۲ بهمن در همان سال چه روزی است؟

- ۱) شنبه ۲) یکشنبه ۳) دوشنبه ۴) سه‌شنبه

۱۵۲- مجموع باقی‌مانده و خارج قسمت تقسیم عدد طبیعی N بر ۱۳ برابر ۱۷ است. چقدر احتمال دارد که باقی‌مانده تقسیم $N - ۸$ بر ۳۶ برابر ۲۱ باشد؟

- (۱) $\frac{۶}{۱۳}$ (۲) $\frac{۵}{۱۳}$ (۳) $\frac{۴}{۱۳}$ (۴) $\frac{۳}{۱۳}$

۱۵۳- با انتخاب سه نقطه از نقاط روی شکل، چند مثلث مختلف می‌توان ساخت؟



- (۱) ۱۸۶
(۲) ۱۹۰
(۳) ۲۰۶
(۴) ۲۲۰

۱۵۴- در امتحان ورودی یک مؤسسه آموزشی، نمرهٔ آزمون هر فرد یک عدد صحیح از صفر تا ۲۰ است. حداقل چند دانش‌آموز در این امتحان باید شرکت کند تا مطمئن شویم حداقل ۱۰ نفر از آن‌ها ماه و روز هفتهٔ تولدشان و نمرهٔ آزمون یکسان داشته باشند؟

- (۱) ۱۷۶۴۰ (۲) ۱۷۶۴۱ (۳) ۱۵۸۷۶ (۴) ۱۵۸۷۷

۱۵۵- اگر $A =$ یک مربع لاتین باشد، آنگاه چند مربع لاتین به صورت $B =$ وجود دارد که با

$$B = \begin{bmatrix} & & \\ & & ۲ \\ & & \end{bmatrix}$$

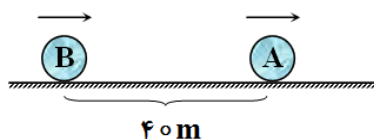
$$A = \begin{bmatrix} & & ۱ \\ & & \\ ۳ & & \end{bmatrix}$$

مربع لاتین A متعامد باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

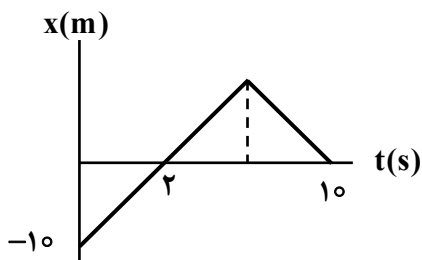
فیزیک

۱۵۶- دو متحرک A و B مطابق شکل زیر در فاصله m ۴۰ از یکدیگر قرار دارند. در لحظه $t = ۰$ متحرک A با سرعت m/s ۱۰ و ۲ ثانیه بعد متحرک B با سرعت m/s ۲۰ در همان جهت شروع به حرکت می‌کند. در چه لحظه‌ای فاصلهٔ دو متحرک به m ۸۰ می‌رسد؟



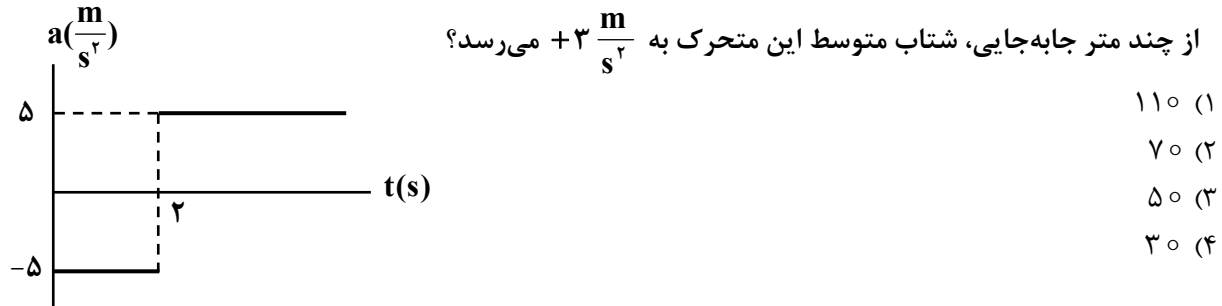
- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

۱۵۷- نمودار مکان - زمان متحرکی روی محور X به صورت زیر است. اگر مسافت طی شده در کل زمان حرکت m ۵۰ باشد، اندازه شتاب متوسط در این مدت چند متر بر مربع ثانیه است؟



- (۱) صفر
(۲) ۰/۲۵
(۳) ۰/۵
(۴) ۱

۱۵۸- نمودار شتاب - زمان متحرکی که از حال سکون روی محور x شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. پس



۱۵۹- اتومبیلی در یک حرکت با شتاب ثابت و بر مسیر مستقیم، در ۲ ثانیه اول حرکت خود، 40 m طی کرده و در ثانیه آخر حرکت 2 m را طی کرده و متوقف می‌شود. سرعت اولیه این اتومبیل در SI کدام بوده است؟

- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| ۲۸ (۴) | ۲۶ (۳) | ۲۴ (۲) | ۲۲ (۱) |
|--------|--------|--------|--------|

۱۶۰- گلوله‌ای از بالای برجی رها می‌شود. اگر سرعت آن در ارتفاع 55 m متری بالای زمین $30 \frac{m}{s}$ باشد، ارتفاع این برج

چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و از مقاومت هوا چشم‌پوشی می‌گردد.)

- | | | | |
|--------|---------|---------|---------|
| ۸۰ (۴) | ۱۰۰ (۳) | ۱۲۵ (۲) | ۱۸۰ (۱) |
|--------|---------|---------|---------|

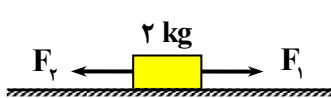
۱۶۱- علی به جرم 90 kg و ناصر به جرم 60 kg با کفش‌های اسکیت روبه‌روی هم بر روی سطح بدون اصطکاکی ایستاده‌اند. اگر علی، ناصر را با نیروی 180 N هل دهد، فاصله آن‌ها بعد از مدت ۲ ثانیه چند متر می‌شود؟



- | |
|--------|
| ۴۰ (۱) |
| ۲۰ (۲) |
| ۱۰ (۳) |
| ۵ (۴) |

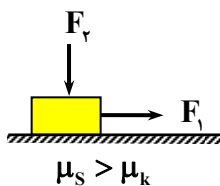
۱۶۲- در شکل زیر، جسم در آستانه حرکت به طرف راست است. اگر اندازه نیروی F_2 را حداکثر 16 نیوتن افزایش دهیم،

جسم همچنان ساکن می‌ماند. ضریب اصطکاک ایستایی جسم با سطح کدام است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



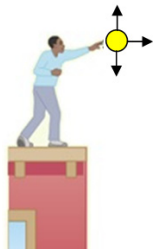
- | | |
|---------|---------|
| ۰/۲ (۲) | ۰/۱ (۱) |
| ۰/۸ (۴) | ۰/۴ (۳) |

۱۶۳- در شکل زیر، جسم در آستانه حرکت بوده و نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، زاویه θ با سطح افقی می‌سازد. اگر اندازه نیروی F_2 را به تدریج کاهش داده و به صفر برسانیم، زاویه θ چگونه تغییر می‌کند؟



- (۱) ناگهان افزایش یافته، ولی در ادامه ثابت می‌ماند.
- (۲) ناگهان کاهش یافته، ولی در ادامه ثابت می‌ماند.
- (۳) ناگهان افزایش یافته، ولی در ادامه کاهش می‌یابد.
- (۴) به تدریج کاهش می‌یابد.

۱۶۴- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای پلاستیکی را با سرعتی معین، یک بار رو به بالا، یک بار در راستای افقی و یک بار رو به پایین پرتاب می‌کنیم. در صورت قابل توجه بودن مقاومت هوا، کدام گزینه درباره مقایسه اندازه شتاب گلوله در



لحظات اولیه پس از این سه پرتاب درست است؟

(۱) در پرتاب رو به بالا بیشتر است.

(۲) در پرتاب رو به پایین بیشتر است.

(۳) در پرتاب افقی بیشتر است.

(۴) در هر سه حالت یکسان است.

۱۶۵- جسمی به جرم 2 kg با تندی ثابت $1/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ، مسیری دایره‌ای به شعاع 1 m در سطحی افقی طی می‌کند.

اندازه تغییر تکانه این جسم در مدت 2 s در SI کدام است؟ ($\pi \approx 3$)

- (۱) $1/5$ (۲) 3 (۳) $4/5$ (۴) 6

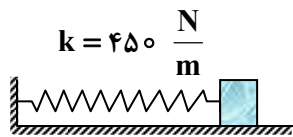
۱۶۶- در یک حرکت هماهنگ ساده در راستای محور x و حول مبدأ مختصات، فاصله بین دو انتهای مسیر 20 cm است و نوسانگر این فاصله را در هر دقیقه 240 بار طی می‌کند. اندازه سرعت متوسط نوسانگر وقتی با یک بار

تغییر جهت از مکان $x_1 = -2 \text{ cm}$ به مکان $x_2 = +2 \text{ cm}$ می‌رسد، چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

- (۱) 2 (۲) 4 (۳) 8 (۴) 16

۱۶۷- در شکل زیر جسمی به جرم 500 g به فنر متصل بوده و روی سطح افقی بدون اصطکاک با دامنه 10 cm نوسان

می‌کند. در بازه زمانی که سرعت جسم از $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد، انرژی پتانسیل آن چند درصد تغییر می‌کند؟



(۱) 30

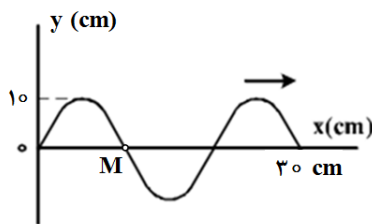
(۲) 40

(۳) 60

(۴) 70

۱۶۸- شکل زیر، یک موج سینوسی را در لحظه $t = 0$ نشان می‌دهد که در جهت محور x در طول ریسمان کشیده شده‌ای

حرکت می‌کند. اگر نیروی کشش ریسمان 200 N و چگالی خطی (جرم واحد طول) آن $500 \frac{\text{g}}{\text{m}}$ باشد، سرعت



متوسط نقطه M از این محیط تا لحظه $t = \frac{1}{240} \text{ s}$ در SI کدام است؟

(۱) 6

(۲) 12

(۳) 18

(۴) 24

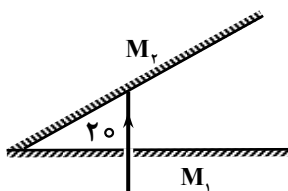
۱۶۹- تراز شدت صوتی 35 دسی‌بل است. شدت این صوت، چند برابر شدت صوت مبنا است؟ ($\text{Log } 2 \approx 0.3$)

- (۱) 3200 (۲) 2400 (۳) 1600 (۴) 160

۱۷۰- دو آینه تخت با طول زیاد، مطابق شکل روبه‌رو با هم زاویه 20 درجه می‌سازند. در آینه (۱) روزه‌ای ایجاد شده و

باریکه نور به طور عمود بر آینه (۱)، از آن می‌گذرد. این باریکه در مجموع چند بار در برخورد به آینه‌ها بازتاب

خواهد شد؟



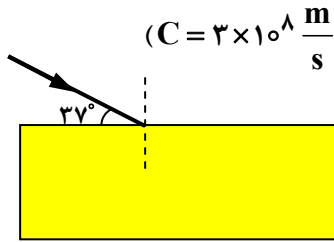
(۱) 2 بار

(۲) 3 بار

(۳) 4 بار

(۴) 5 بار

۱۷۱- در شکل زیر، پرتوی نور تک‌رنگی از هوا وارد تیغه شیشه‌ای متوازی السطوحی به ضخامت ۷۲ cm و ضریب شکست $\frac{4}{3}$ می‌تابد. چند نانو ثانیه طول می‌کشد تا این پرتو از تیغه خارج شود؟ ($C = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$)



- (۱) ۰/۲
- (۲) ۲
- (۳) ۰/۴
- (۴) ۴

۱۷۲- بسامد دو صوت متوالی یک تار مرتعش 250 Hz و 300 Hz است. بسامد ارتعاشی این تار چند هرتز باشد تا روی آن ۴ گره تشکیل شود؟

- (۱) ۱۵۰
- (۲) ۲۰۰
- (۳) ۴۰۰
- (۴) ۵۰۰

۱۷۳- در یک آزمایش فوتوالکتریک، بسامد نور تابیده شده را ۴ برابر می‌کنیم. در این شرایط، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها چند برابر می‌شود؟

- (۱) ۴ برابر
- (۲) بیشتر از ۴ برابر
- (۳) کمتر از ۴ برابر
- (۴) ۱ برابر

۱۷۴- در طیف اتم هیدروژن، طول موج پر انرژی‌ترین فوتون گسیلی در محدوده فرورسرخ چند نانومتر است؟ ($R = 0.01 \text{ nm}^{-1}$)

- (۱) ۸۰۰
- (۲) ۸۰۰۰
- (۳) ۹۰۰
- (۴) ۵۰۰۰

۱۷۵- اگر نیمه عمر یک ماده رادیواکتیو ۶ روز باشد، پس از گذشت چند روز تعداد هسته‌های واپاشیده شده آن ۳ برابر تعداد هسته‌های باقی‌مانده می‌شود؟

- (۱) ۶
- (۲) ۱۲
- (۳) ۱۸
- (۴) ۲۴

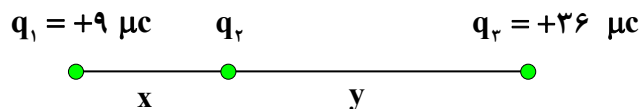
۱۷۶- دو بار نقطه‌ای هم اندازه ولی ناهمنام $+Q$ و $-Q$ که در فاصله معینی از هم واقع‌اند، نیروی F به هم وارد کنند. اگر ۲۰٪ یکی از بارها را به دیگری منتقل کنیم، فاصله دو بار را چند درصد تغییر دهیم تا اندازه نیروی الکتریکی بین دو بار تغییری نکند؟

- (۱) ۶۴
- (۲) ۳۶
- (۳) ۲۵
- (۴) ۲۰

۱۷۷- دو بار الکتریکی q_1 و q_2 در فاصله معینی از هم قرار دارند و شدت میدان الکتریکی در نقطه‌ی M وسط دو بار برابر \vec{E} است. اگر اندازه بار q_1 را ۲ برابر کنیم، شدت میدان در همان نقطه $\frac{-\vec{E}}{3}$ می‌شود. نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟

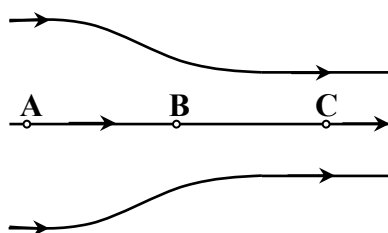
- (۱) $+0/3$
- (۲) $+0/6$
- (۳) $-0/3$
- (۴) $-0/6$

۱۷۸- در شکل زیر، برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر سه بار صفر است. بار q_2 چند میکرو کولن است؟



- (۱) -۴
- (۲) +۴
- (۳) -۱۲
- (۴) +۱۲

۱۷۹- در شکل زیر، میدان الکتریکی غیریکنواختی توصیف شده و فاصله نقاط متوالی A ، B و C یکسان است. اگر $V_A = 20 \text{ v}$ و $V_C = 10 \text{ v}$ باشد، کدام گزینه می‌تواند مقدار پتانسیل الکتریکی نقطه B بر حسب ولت باشد؟



- (۱) ۱۷
- (۲) ۱۵
- (۳) ۱۴
- (۴) ۱۳

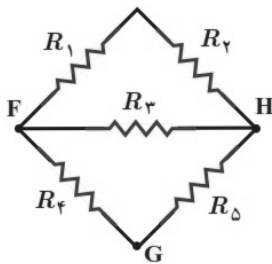
۱۸۰- اگر ولتاژ دو سر خازنی به ظرفیت $8 \mu F$ را به اندازه ۲ ولت افزایش دهیم، انرژی ذخیره شده در آن ۴۴٪ افزایش می‌یابد. انرژی اولیه خازن چند میکروژول بوده است؟

- (۱) ۴۰۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۱۰۰

۱۸۱- یک سیم رسانا به مقاومت الکتریکی 40Ω را ذوب کرده و با آن سیم دیگری به شعاع مقطع ۲ برابر می‌سازیم. مقاومت سیم جدید در همان دمای اولیه چند اهم خواهد بود؟

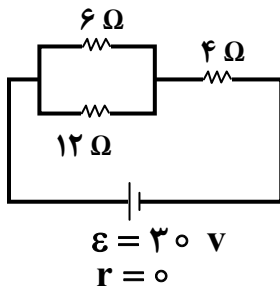
- (۱) ۲/۵ (۲) ۱۰ (۳) ۲۰ (۴) ۴۰

۱۸۲- در شکل زیر، همه مقاومت‌ها ۶ اهمی هستند. یک باتری به نیروی محرکه $24 V$ و بدون مقاومت درونی را یک بار بین دو نقطه F و H و بار دیگر بین دو نقطه F و G متصل می‌کنیم. جریان عبوری از مقاومت R_D در این دو حالت چند آمپر متفاوت است؟



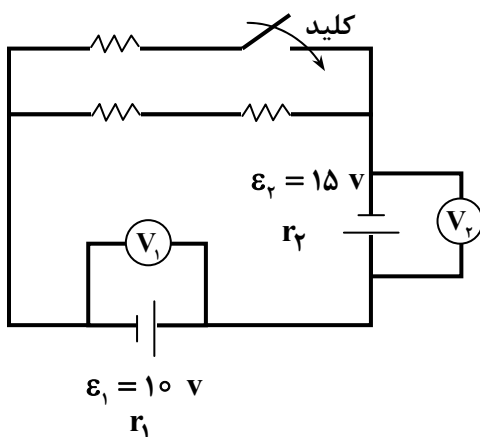
- (۱) ۱/۲ (۲) ۰/۸ (۳) ۰/۶ (۴) ۰/۴

۱۸۳- در مدار زیر، اگر جای باتری و مقاومت 6Ω را عوض کنیم، توان مصرفی مقاومت 12Ω چند برابر می‌شود؟



- (۱) ۲ برابر (۲) ۴ برابر (۳) ۸ برابر (۴) ۱۶ برابر

۱۸۴- در مدار شکل زیر، با بستن کلید، عدد ولت‌سنج‌های V_1 و V_2 به ترتیب چگونه تغییر می‌کنند؟

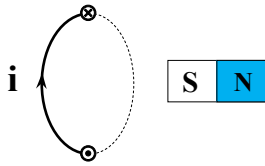


- (۱) کاهش - افزایش (۲) افزایش - افزایش (۳) افزایش - کاهش (۴) کاهش - کاهش

۱۸۵- روی یک بخاری اعداد $400 W$ و $200 V$ نوشته شده است و با همان ولتاژ روشن است. اگر ولتاژ متصل به بخاری در اثر نوسانات برق ۲۵٪ کاهش یابد، توان مصرفی آن چند وات کاهش خواهد یافت؟

- (۱) ۲۲۵ (۲) ۱۷۵ (۳) ۲۰۰ (۴) ۱۰۰

۱۸۶- مطابق شکل زیر، حلقه حامل جریان بر صفحه عمود بوده و آهنربایی در امتداد گذرنده از محور حلقه قرار دارد. نیرویی که بین آهنربا و حلقه برقرار می‌شود، از چه نوع و چگونه است؟



- (۱) الکتریکی، جاذبه
- (۲) الکتریکی، دافعه
- (۳) مغناطیسی، جاذبه
- (۴) مغناطیسی، دافعه

۱۸۷- یک سیملوله از سیم روکش‌داری به ضخامت (قطر) 2 mm در یک لایه در کنار هم (بدون فاصله) پیچیده شده است و جریانی به شدت 200 mA از آن عبور می‌کند. میدان مغناطیسی در داخل سیملوله و به دور از لبه‌های آن

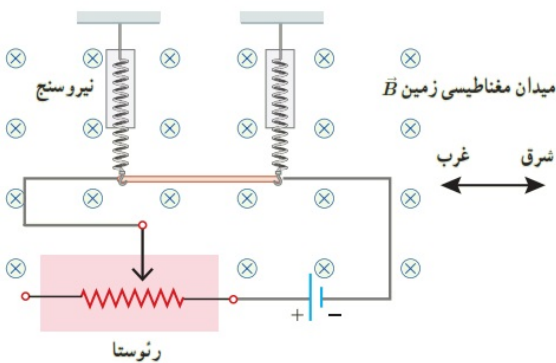


چند گaus است؟ $(\mu_0 \cong 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}})$

- (۱) ۱۲
- (۲) ۱/۲
- (۳) ۲۴
- (۴) ۲/۴

۱۸۸- یک سیم به طول 50 cm و به جرم 10 g مطابق شکل با دو نیروسنج فنری که به دو انتهای آن بسته شده‌اند، به طور افقی و در راستای غرب - شرق قرار دارد. میدان مغناطیسی زمین را یکنواخت، به طرف شمال و اندازه آن را

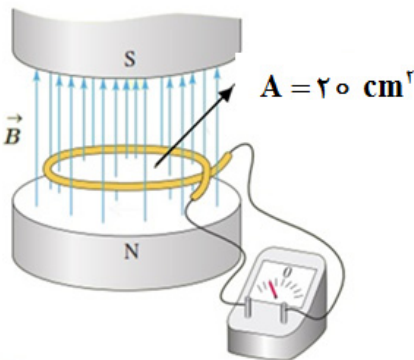
0.04 mT بگیرد. اگر بخواهیم نیروسنج‌ها عدد صفر را نشان دهند، چه جریانی باید از سیم بگذرد؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



- (۱) ۵۰۰۰
- (۲) ۲۵۰۰
- (۳) ۲۰۰۰
- (۴) ۲۰۰

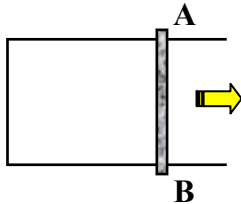
۱۸۹- میدان مغناطیسی بین قطب‌های آهنربای الکتریکی شکل زیر که بر سطح حلقه عمود است، با زمان تغییر می‌کند و در مدت 0.2 s از 0.4 T رو به بالا، به 0.1 T رو به پایین می‌رسد. اگر مقاومت حلقه $10\ \Omega$ باشد، جریان القایی

متوسط در حلقه چند میلی آمپر خواهد بود؟



- (۱) ۵/۰
- (۲) ۳/۰
- (۳) ۵
- (۴) ۳

۱۹۰- در شکل زیر، سیمی روی قاب فلزی بدون اصطکاک به صورت تندشونده به طرف راست حرکت می‌کند. قاب در یک میدان مغناطیسی که بر سطح قاب عمود است قرار دارد. در این صورت، نیروی وارده از طرف میدان مغناطیسی بر میله AB چگونه است؟

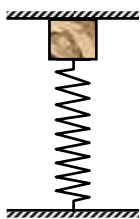


- (۱) الزاماً نیرویی ثابت به طرف چپ بر میله وارد می‌شود.
- (۲) الزاماً نیرویی ثابت به طرف راست بر میله وارد می‌شود.
- (۳) الزاماً نیرویی متغیر به طرف چپ بر میله وارد می‌شود.
- (۴) الزاماً نیرویی متغیر به طرف راست بر میله وارد می‌شود.

۱۹۱- اگر کمیت فرعی A در رابطه فرضی «جابه‌جایی × جرم × A = زمان × نیرو» صدق کند، یکای کمیت A در سیستم SI کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{m^2 \cdot s}$
- (۲) $\frac{1}{s}$
- (۳) $\frac{m}{s}$
- (۴) $\frac{m^2}{s}$

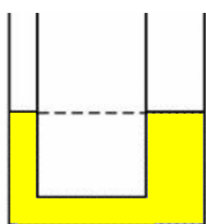
۱۹۲- مکعبی به ابعاد ۱۰ cm و به جرم ۵۰۰ g توسط فنری به سطح افقی بالایی فشرده شده است. اگر طول فنر ۲ cm کمتر از طول اولیه آن باشد، فشار وارده از طرف مکعب به سقف چند کیلو پاسکال است؟



(ثابت فنر: $K = 20 \frac{N}{cm}$ و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۳۵۰۰
- (۲) ۴۵۰۰
- (۳) ۳/۵
- (۴) ۴/۵

۱۹۳- در یک لوله U شکل که مساحت قاعده لوله سمت راست و چپ آن به ترتیب 5 cm^2 و 3 cm^2 است، مطابق شکل زیر، آب وجود دارد. در لوله سمت راست چند سانتی متر مکعب روغن بریزیم تا سطح آب در لوله سمت چپ



۱۰ cm بالا رود؟ ($\rho = 0.8 \frac{g}{cm^3}$ روغن و $\rho = 1 \frac{g}{cm^3}$ آب و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۲۰
- (۲) ۵۰
- (۳) ۱۰۰
- (۴) ۱۰۰۰

۱۹۴- جسمی به جرم ۲ kg مطابق شکل با نیروی افقی $F = 10 \text{ N}$ از حال سکون روی سطح افقی شروع به حرکت می‌کند. پس از طی مسافت ۶ متر، نیروی F قطع شده و جسم پس از مسافت ۴ m متوقف می‌شود. ضریب



اصطکاک جنبشی سطح چقدر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۰/۱
- (۲) ۰/۲
- (۳) ۰/۲۵
- (۴) ۰/۳

۱۹۵- موتوری با توان ۵۰ kw، بالابری با بازده ۴۸% را به کار می‌اندازد. این بالابر جسمی به جرم ۴ تن را با چه سرعت

ثابتی می‌تواند بالا ببرد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۰/۶
- (۲) ۶۰
- (۳) ۰/۵
- (۴) ۵۰

۱۹۶- امروزه کدام یک از دماسنج‌های زیر، جزو دماسنج‌های معیار محسوب نمی‌شود؟

- (۱) تفسنج (پیرومتر) (۲) ترموکوپل (۳) دماسنج گازی (۴) دماسنج مقاومت پلاتینی

۱۹۷- اگر دمای یک کره فلزی را از 10°C به 25°C برسانیم، قطر آن ۲٪ افزایش می‌یابد. اگر دمای این کره را از

10°C به 70°C برسانیم، حجم آن چند درصد افزایش می‌یابد؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۲۴

۱۹۸- ظرف عایقی حاوی ۸۰۰ گرم آب در دمای صفر درجه سلسیوس است. بر اثر تبخیر سطحی، مقداری از آب

تبخیر می‌شود. اگر گرمای نهان تبخیر آب در دمای 0°C ، ۷ برابر گرمای نهان ذوب یخ باشد، حداکثر جرم آب که

می‌تواند تبخیر شود، چند گرم است؟ (تبادل گرما با محیط و ظرف صورت نمی‌گیرد).

- (۱) ۷۰۰ (۲) ۴۵۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۵۰

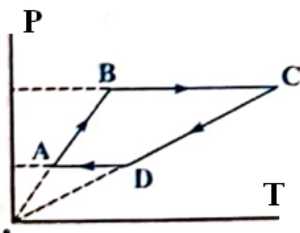
۱۹۹- در فرآیند تراکم بی‌دررو یک گاز کامل، دمای مطلق گاز ۲ برابر شده است. در مورد فشار گاز کدام اظهارنظر

درست است؟

(۱) بیش از ۲ برابر می‌شود. (۲) دقیقاً ۲ برابر می‌شود.

(۳) افزایش می‌یابد، ولی ۲ برابر نمی‌شود. (۴) ممکن است ثابت مانده باشد.

۲۰۰- نمودار $P - T$ در چرخه کامل یک گاز کامل تک اتمی مطابق شکل است. کدام گزینه زیر، الزاماً درست است؟



$$\Delta U_{AB} > |\Delta U_{CD}| \quad (1)$$

$$\Delta U_{BC} = |\Delta U_{DA}| \quad (2)$$

$$W_{CD} = W_{AB} \quad (3)$$

$$|W_{BC}| = W_{DA} \quad (4)$$

شیمی

۲۰۱- آرایش الکترونی گونه‌ای به $2p^6$ ختم می‌شود. چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- می‌تواند مربوط به آرایش الکترونی یون پایدار فلز واسطه گروه ۳ باشد.
- می‌تواند مربوط به کاتیون پایدار فلزی باشد که با هالوژن‌ها (X)، ترکیب MX_3 تشکیل می‌دهد.
- گاز نجیب مربوطه، در ساخت تابلوهای تبلیغاتی به کار می‌رود.
- می‌تواند مربوط به کاتیون پایدار فلزی باشد که رنگ شعله آن زردرنگ است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۰۲- چند مورد از مطالب زیر درباره طیف نشری خطی اتم هیدروژن، درست است؟

- در ناحیه مرئی، حاصل بازگشت الکترون به لایه اول و حالت پایه است.
- تنها عنصری است که در طیف نشری خطی در ناحیه مرئی، چهار خط دارد.
- در اتم برانگیخته هیدروژن، الکترون می‌تواند تا لایه‌های بالای اتم، جهش یابد.
- نیلز بور با بررسی این طیف، مدل اتمی موفقی را برای هیدروژن و سایر عناصر ارائه کند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۰۳- اتم عنصر Z در مجموع دارای ۹۵ ذره بنیادی است. اگر اختلاف شمار n و e در یون پایدار Z^{2+} آن، برابر ۷ باشد، کدام مطالب درباره آن درست است؟

(۱) فلزی فعال تر از آهن بوده و برای محافظت از آهن به کار می‌رود.

(۲) جزو فلزهای واسطه بوده و دارای تنوع ظرفیت در یون‌های پایدار آن است.

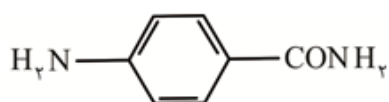
(۳) واکنش $Cu + Z \rightarrow$ به‌طور خود به خودی قابل انجام است.

(۴) با عنصر X_{۳۷}، هم‌دوره بوده و در اتم آن ۱۲ الکترون با $n + l = 5$ وجود دارد.

۲۰۴- نسبت شمار الکترون‌های مبادله شده برای تشکیل یک مول باریم نیتريد به شمار الکترون‌های مبادله شده برای تشکیل CrO_3 مول، کدام است؟

(۱) ۲/۵ (۲) ۴ (۳) ۴/۵ (۴) ۵

۲۰۵- با رعایت قاعده هشتایی نسبت شمار الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در ترکیب زیر، به تقریب کدام است؟



(۱) ۴/۵ (۲) ۲/۳ (۳) ۴/۵ (۴) ۶/۴

(۳) ۵/۵

۲۰۶- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

• در ارتفاعات بالای هواکره، تنها اتم‌های تک اتمی یونیده وجود دارد.

• برخلاف دمای هوا، فشار هوا با روند معینی با افزایش ارتفاع کاهش می‌یابد.

• تقطیر روش مناسبی برای جداسازی اجزای هوا و نفت خام در صنعت است.

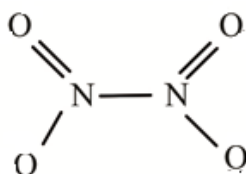
• فراوان‌ترین گاز در هوای پاک و خشک پس از O_2 و N_2 ، گاز نجیب Ar است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۰۷- نسبت استوکیومتری سوخت به اکسیژن در معادله موازنه شده سوختن کامل ۱- پنتانول به تقریب کدام است؟

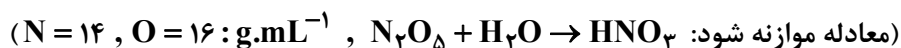
(۱) ۰/۱۱ (۲) ۰/۱۳ (۳) ۰/۱۶ (۴) ۰/۱۸

۲۰۸- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ساختار زیر با رعایت قاعده هشتایی، چند برابر شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در فسفر تری فلوئورید است؟



(۱) ۱/۰ (۲) ۰/۶ (۳) ۰/۵ (۴) ۰/۳

۲۰۹- ۲۷ گرم از N_2O_5 در ۵ لیتر آب به‌طور کامل در دمای محیط حل شده است، pH محلول به‌دست آمده به کدام مقدار نزدیک‌تر است؟



(۱) ۱ (۲) صفر (۳) ۱/۵ (۴) ۲

۲۱۰- غلظت NO_2 در هوای آلوده شهری به ۵۰ ppm رسیده است. اگر بازده درصدی واکنش $NO_2(g) + O_2(g) \rightarrow NO(g) + O_3(g)$ به ۶۰% برسد، در شرایط STP در هر لیتر هوای آلوده به تقریب

چند مولکول اوزون وجود دارد؟ (d هوا = 1.3 g.L^{-1} ; $N = 14$, $O = 16$; g.mol⁻¹)

(۱) 1.6×10^{17} (۲) 1.6×10^{15} (۳) 5.1×10^{17} (۴) 5.1×10^{15}

۲۱۱- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

- (الف) در سال ۱۹۱۸، فریتس هابر به دلیل کشف آمونیاک، جایزه نوبل گرفت.
 (ب) در دمای 45°C و فشار 200atm ، مخلوط هیدروژن و نیتروژن به طور کامل به آمونیاک تبدیل می شوند.
 (ج) برای جمع آوری آمونیاک، از سرد کردن مخلوط واکنش استفاده می شود.
 (د) نقطه جوش آمونیاک به دلیل وجود پیوندهای هیدروژنی از مولکول های هیدروژن و نیتروژن بیشتر است.
- (۱) الف، ب، ج (۲) ب، ج، د (۳) ج، د (۴) ج، د

۲۱۲- به 500mL محلول حاوی یون های کلسیم با غلظت $0/1$ مولار ($d = 1\text{g.mL}^{-1}$)، به مقدار لازم پتاسیم سولفات (با فرض عدم تغییر حجم) اضافه شده است. انحلال پذیری کلسیم سولفات در شرایط آزمایش $0/23\text{g}/100\text{gH}_2\text{O}$ است. بازده فرآیند زیر، به تقریب کدام است؟



- (۱) ۶۳ (۲) ۶۸ (۳) ۸۳ (۴) ۸۷

۲۱۳- انحلال پذیری پتاسیم کلرید در دمای 30°C و 80°C به ترتیب ۳۵ و ۵۲ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. معادله انحلال پذیری این ماده در آب کدام است؟

$$\begin{aligned} \text{(۱)} \quad S &= 24/8 + 0/34\theta \\ \text{(۲)} \quad S &= 24/8 + 0/18\theta \\ \text{(۳)} \quad S &= 15/6 + 0/34\theta \\ \text{(۴)} \quad S &= 15/6 + 0/18\theta \end{aligned}$$

۲۱۴- در مقایسه استون و اتانول، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- برخلاف استون، اتانول به خوبی در آب محلول است.
- شماره اتم های هیدروژن در مولکول استون از اتانول بیشتر است.
- نقطه جوش اتانول از استون، بیشتر است.
- نیروهای وان دروالسی در استون قوی تر از اتانول است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱۵- انحلال پذیری NO در دمای 40°C ، $2/5\text{g}/100\text{gH}_2\text{O}$ است. غلظت محلول سیر شده در این دما بر حسب ppm و مولار به تقریب کدام است؟ (از راست به چپ بخوانید)



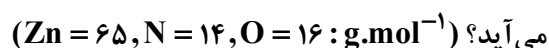
- (۱) $0/83, 2/5 \times 10^3$ (۲) $0/083, 2/5 \times 10^3$ (۳) $0/83, 2/5 \times 10^4$ (۴) $0/083, 2/5 \times 10^4$

۲۱۶- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- تفاوت شعاع اتمی عنصرها در دوره سوم در سمت چپ جدول بیشتر از سمت راست جدول است.
- عنصرهای دو گروه ۱ و ۲، همواره یون های پایدار با آرایش هشتایی ایجاد می کنند.
- در فلزهای قلیایی و قلیایی خاکی، با افزایش شعاع اتمی، فعالیت فلزها هم افزایش می یابد.
- در دوره چهارم، هشت عنصر با آرایش الکترونی شامل $3d^{10}$ وجود دارد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

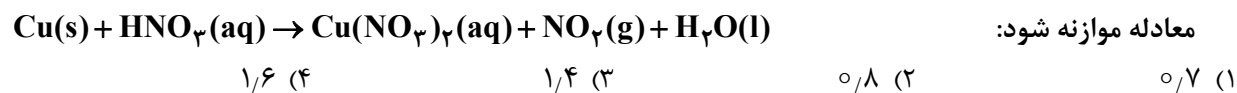
۲۱۷- از واکنش کامل ۲ گرم آلایژ طلا و روی با عیار ۸۰% طلا، با نیتریک اسید به تقریب چند گرم روی نیترات به دست



- (۱) ۰/۹۴ (۲) ۱/۱۶ (۳) ۱/۳۲ (۴) ۱/۶۸

۲۱۸- اگر بازده درصدی واکنش زیر، ۹۰٪ باشد، از واکنش ۵۰g از فلز مس با مقدار کافی از محلول نیتریک اسید، غلظت محلول مس (II) نیترات به دست آمده، چند مولار است؟

$$(\text{Cu} = 64, \text{N} = 14, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1})$$



۲۱۹- کدام مطلب، نادرست است؟

(۱) نفتالین در اثر واکنش کامل با هیدروژن به ترکیبی با فرمول مولکولی $\text{C}_{10}\text{H}_{18}$ تبدیل می‌شود.

(۲) فرمول مولکولی سیکوپنتان با ۲-پنتن، یکسان است.

(۳) تفاوت جرم مولی پروپین با اتن، برابر تفاوت جرم مولی هگزان و هپتان است. ($\text{C} = 12, \text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۴) نام آلکانی با فرمول $(\text{C}_7\text{H}_{14})_3\text{CH}$ ، ۲-اتیل پنتان است.

۲۲۰- از سوختن کامل ۰/۲ مول از ترکیبی با فرمول زیر، چند مول CO_2 تولید می‌شود و برای جذب CO_2 حاصل، به تقریب چند گرم کلسیم کربنات با توجه به معادله $\text{CaO} + \text{CO}_2 \rightarrow \text{CaCO}_3$ لازم است؟

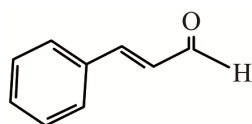
$$(\text{Ca} = 40, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1})$$

۵۶, ۱/۷ (۱)

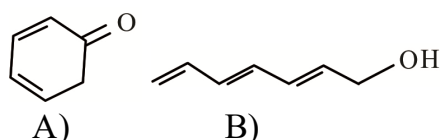
۱۰۰/۸, ۱/۷ (۲)

۵۶, ۱/۸ (۳)

۱۰۰/۸, ۱/۸ (۴)



۲۲۱- در مقایسه دو ترکیب زیر، کدام مطلب درست است؟ ($\text{Br} = 80, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}$)



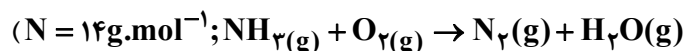
(۱) از سوختن کامل یک مول از ترکیب B نسبت به یک مول A، مولکول‌های آب و کربن مونوکسید بیشتری تولید می‌شود.

(۲) تفاوت جرم مولی دو ترکیب، برابر ۱۲ گرم است.

(۳) هر دو ترکیب، سیرنشده هستند و هم‌پار نیستند.

(۴) برای واکنش کامل ۲۵ گرم از ترکیب B، ۰/۲۳ مول برم مایع لازم است.

۲۲۲- به ازای تشکیل هر گرم نیتروژن در واکنش زیر، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ (معادله موازنه شود:



O-H	N≡N	O=O	N-H	نوع پیوند
۴۶۷	۹۴۱	۴۹۵	۳۹۱	میانگین آنتالپی
				پیوند (KJmol^{-1})

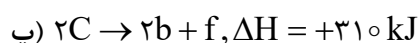
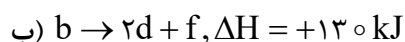
۲۳/۴۰ (۲)

۴۶/۷۵ (۱)

۳۸/۱۵ (۴)

۵۴/۲۵ (۳)

۲۲۳- با توجه به واکنش‌های زیر، با تولید هر مول ماده C از واکنش بین مواد a و b (به مقدار لازم) چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟



۴۷۰ (۴)

۳۱۵/۲ (۳)

۱۵۶/۷ (۲)

۱۲۰ (۱)

۲۲۴- در واکنش زیر، اگر در هر دقیقه ۱/۱۲ لیتر گاز متان در شرایط استاندارد مصرف شود، سرعت واکنش چند مول بر دقیقه است و مدت زمان لازم برای تولید ۵ مول HCN، چند ثانیه است؟



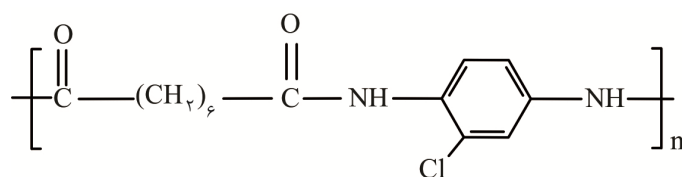
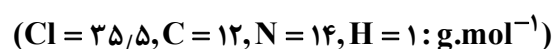
۳۰۰۰ ، ۰٫۰۵ (۴)

۶۰۰۰ ، ۰٫۰۵ (۳)

۳۰۰۰ ، ۰٫۰۲۵ (۲)

۶۰۰۰ ، ۰٫۰۲۵ (۱)

۲۲۵- جرم مولی مونومر آمین‌دار به کار رفته در پلیمر زیر، چند گرم است؟



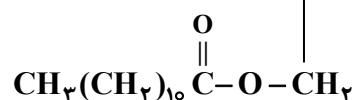
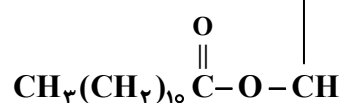
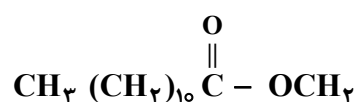
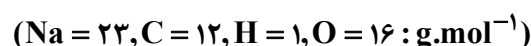
۱۳۵/۵ (۱)

۱۴۸/۵ (۲)

۱۴۲/۵ (۳)

۱۴۰/۵ (۴)

۲۲۶- ۲۰۰ گرم از چربی با فرمول مولکولی زیر با مقدار کافی از سدیم هیدروکسید واکنش داده است. جرم صابون تولید شده در صورتی که بازده فرآیند ۷۰٪ باشد، بر حسب گرم به کدام عدد نزدیک‌تر است؟



۱۷۸ (۴)

۱۶۴ (۳)

۱۴۶ (۲)

۱۲۲ (۱)

۲۲۷- به یک لیتر محلول HNO_3 ، ۰/۲ مولار، ۴ گرم NaOH جامد اضافه شده است. pH محلول به تقریب، چند واحد تغییر می‌کند؟ (از تغییر حجم محلول در اثر افزودن سود صرف‌نظر شود.)

۲ (۴)

۱ (۳)

۰/۷ (۲)

۰/۳ (۱)

۲۲۸- اگر درجه یونش آمونیاک در شرایط معین ۱٪ باشد و با اعمال فشار، ۸۹/۶ لیتر گاز آمونیاک در شرایط STP در ۲ لیتر آب مقطر حل شود، pH محلول به دست آمده به تقریب کدام است؟

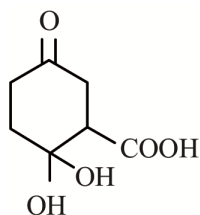
۱۲/۳ (۴)

۱۰/۷ (۳)

۱۱/۷ (۲)

۱۱/۳ (۱)

۲۲۹- مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن در ترکیب زیر، چند برابر مجموع عددهای اکسایش اتم‌های کربن در استون است؟



$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

۲۳۰- چه تعداد از مطالب زیر درباره سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن، نادرست است؟

- یون‌های H^+ تولید شده در کاتد، از طریق غشای مبادله‌کننده یون هیدرونیوم، به سمت الکترود آند حرکت می‌کنند.
- رایج‌ترین سلول سوختی است که جزو سلول‌های گالوانی دسته‌بندی می‌شود.
- در آن علاوه بر تولید انرژی الکتریکی، آب نیز تولید می‌شود.
- مقدار emf آن برابر با پتانسیل کاهش مربوط به کاتد است.
- الکترود کاتد برخلاف الکترود آند، دارای کاتالیزگر است.

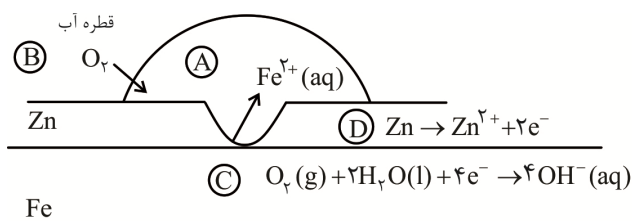
۳ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

۲۳۱- در شکل زیر، کدام قسمت نادرست است؟



A (۱)

B (۲)

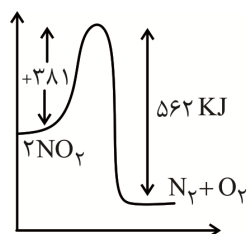
C (۳)

D (۴)

۲۳۲- کدام عبارت، نادرست است؟

- (۱) انرژی فروپاشی شبکه $FeCl_3$ بیشتر از Fe_2O_3 است.
- (۲) یون پایدار اکسیژن از یون پایدار فلونور، شعاع بیشتری دارد.
- (۳) کربونیل سولفید یک مولکول قطبی ولی کربن دی‌سولفید، ناقطبی است.
- (۴) فاصله اتم‌های کربن در یک لایه از گرافن، کمتر از فاصله اتم‌های کربن در الماس است.

۲۳۳- با توجه به نمودار زیر، در یک خودروی در حال حرکت که در هر ثانیه ۵ لیتر گاز خروجی ($d = 1.2 g.L^{-1}$) دارد و غلظت NO در آن $10 ppm$ است، در یک ساعت چند کیلوژول گرما در مبدل کاتالیستی آن در اثر خروج این مقدار گاز



NO تولید می‌شود؟ ($N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)

۲/۸ (۱)

۲۸ (۲)

۱/۳ (۳)

۱۳ (۴)



آزمون ۱۲ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم - جامع نوبت دوم (۱۴۰۱/۰۲/۱۶)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



کانال تلگرام آزمون‌های آزمایشی سنجش @sanjesheducationgroup

ویژه پایه دوازدهم

۹۴. گزینه ۳ درست است.
با سرعتی که یک کامپیوتر الکترونیکی کار می‌کند، بستگی به لوله‌های خلاء یا ترانزیستورهای آن دارد.
۹۵. گزینه ۲ درست است.
این متن می‌گوید که کامپیوتر نقش مهمی در اتوماسیون دارد.
۹۶. گزینه ۱ درست است.
کاربرد کامپیوترها برای اهداف ویژه به طراحی آن کامپیوتر بستگی دارد.
۹۷. گزینه ۴ درست است.
متن اساساً به چه جنبه پروتئین بحث می‌کند؟
- آنچه را آن انجام می‌دهد. (عملکرد آن)
۹۸. گزینه ۳ درست است.
از این متن می‌توان فهمید که آنزیم‌ها در فرآیند سلول‌سازی شرکت می‌کند.
۹۹. گزینه ۲ درست است.
کدام یک از موارد زیر درباره ریشه کلمه پروتئین درست است؟
در واقع آن نتیجه یک واژه قدیمی است که به معنی اهمیت پروتئین برای بدن انسان است.
۱۰۰. گزینه ۴ درست است.
واژه manufacture برابر با produce به معنی تولید کردن است.

ریاضیات

۱۰۱. گزینه ۱ درست است.

والیبال $B =$ فوتبال $A =$

$$n(A \cup B) = 25$$

$$n(A \cap B)' = 21 \Rightarrow n(A \cap B) = n(U) - n(A \cap B)' = 38 - 21 = 17$$

$n(A - B) \cup n(B - A)$ = تعداد اعضای که فقط در یکی از دو مجموعه A و B باشند

$$= n(A \cup B) - n(A \cap B) = 25 - 17 = 8$$

۱۰۲. گزینه ۴ درست است.

جمله عمومی دنباله دایره‌های سیاه $t_n = n(n+1)$

جمله عمومی دنباله دایره‌های سفید $C_n = 3n$

$$\frac{t_{29}}{C_{29}} = \frac{29(30)}{3(29)} = 10$$

۱۰۳. گزینه ۱ درست است.

با فرض $S(h, k)$ به‌عنوان رأس سهمی، معادله آن به‌صورت $f(x) = a(x-h)^2 + k$ است:

$$f(x) = a(x+1)^2 + 5 \xrightarrow{f(1)=13} 13 = a(2)^2 + 5 \rightarrow \boxed{a=2}$$

$$f(x) = 2(x+1)^2 + 5 = 2x^2 + 4x + 7 \rightarrow b=4, c=7$$

$$f(a+b-c) = f(2+4-7) = f(-1) = 5$$

۱۰۴. گزینه ۳ درست است.

$$\binom{5}{2} \times 2! \times 2! \times 4! = 10 \times 2 \times 2 \times 24 = 960$$

جایگشت ۴ شیء
 (۳ بازیکن به همراه یک بسته شامل مربی و سرپرست و جایگشت مربی و سرپرست
 جایگشت ۲ بازیکن انتخاب شده با هم
 انتخاب ۲ بازیکن از ۵ بازیکن تیم

۱۰۵. گزینه ۴ درست است.

ابتدا برای A هم فرجه سازی انجام می دهیم:

$$A = \sqrt[3]{(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2} \times \sqrt[3]{7 + 2\sqrt{10}} = \sqrt[3]{7 - 2\sqrt{10}} \times \sqrt[3]{7 + 2\sqrt{10}}$$

$$A = \sqrt[3]{49 - 40} = \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3} \Rightarrow \sqrt[3]{9}A = \sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{27} = 3 \quad (1)$$

از طرف دیگر $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 5$ دو طرف به توان ۲ $\rightarrow a + b + 2\sqrt{ab} = 25$ $\xrightarrow{\sqrt{ab}=3}$

$a + b = 19$ دو طرف به توان ۲ $\rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 361$ $\xrightarrow{ab=9}$ $a^2 + b^2 = 343$ (۲)

(۱), (۲) \Rightarrow حاصل جمع مورد نظر $= 3 + 343 = 346$

۱۰۶. گزینه ۲ درست است.

$$f(x) = 2 \sin^2 x - 5(1 - \sin^2 x) + 11$$

$$f(x) = 7 \sin^2 x + 6$$

چون $0 \leq \sin^2 x \leq 1$ $\xrightarrow{\times 7}$ $0 \leq 7 \sin^2 x \leq 7$ $\xrightarrow{+6}$

$$6 \leq 7 \sin^2 x + 6 \leq 13 \Rightarrow 6 \leq f(x) \leq 13$$

نمودار تابع ۸ خط افقی با عرض صحیح $y = 6$ و $y = 7$ و $y = 13$ را قطع می کند.

۱۰۷. گزینه ۳ درست است.

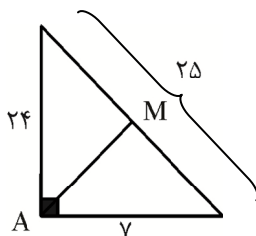
اولین جمله مشترک دو دنباله ۳۲ و قدر نسبت مشترک دو دنباله حسابی $d = 35$ است (ک.م.م دو قدر نسبت دنباله های اولیه):

$$32, 67, 102, \dots$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \rightarrow t_n = 32 + (n-1)35 < 2000$$

$$n \leq 57$$

۱۰۸. گزینه ۲ درست است.



اعداد ۷، ۲۴، ۲۵ فیثاغورثی اند و در نتیجه در این مثلث، رأس قائمه محل همرسی ارتفاع ها و وسط وتر محل همرسی عمود منصف ها است:

$$AM = \frac{1}{2} \text{ وتر} = \frac{1}{2} \times 25 = 12.5$$

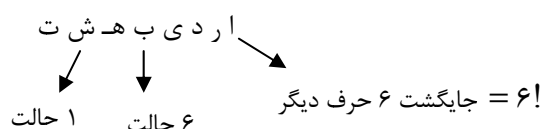
۱۰۹. گزینه ۳ درست است.

(۱) $6 \times 6! \Rightarrow$ «ب» سر جای خودش نباشد و «ش» سر جای خودش باشد: حالت (۱)

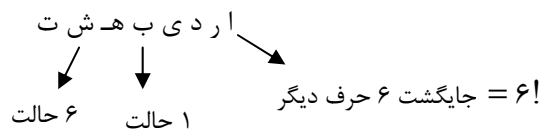
$n(A) = 12 \times 6!$

(۲) $6 \times 6! \Rightarrow$ «ش» سر جای خودش نباشد و «ب» سر جای خودش باشد: حالت (۲)

حالت (۱):



حالت (۲):



$$n(s) = 8!$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12 \times 6!}{8!} = \frac{12}{8 \times 7} = \frac{3}{14}$$

۱۱۰. گزینه ۲ درست است.

اگر تعداد نقاط درونی i و تعداد نقاط مرزی b باشد:

$$i \times b = 20 = 1 \times 20 = 2 \times 10 = 4 \times 5 = 5 \times 4 = 10 \times 2 = 20 \times 1$$

چون $b \geq 3$ بنابراین حالات 10×2 و 20×1 قابل قبول نیست. در سایر حالات مطابق قضیه پیک:

$$i = 1, b = 20 \rightarrow s = \frac{b}{2} + i - 1 = 10 + 1 - 1 = 10$$

$$i = 2, b = 10 \rightarrow s = 5 + 2 - 1 = 6$$

$$i = 4, b = 5 \rightarrow s = \frac{5}{2} + 4 - 1 = 5.5$$

$$i = 5, b = 4 \rightarrow s = 2 + 5 - 1 = 6$$

$$S_{\min}, S_{\max} \text{ مجموع} = 10 + 5.5 = 15.5$$

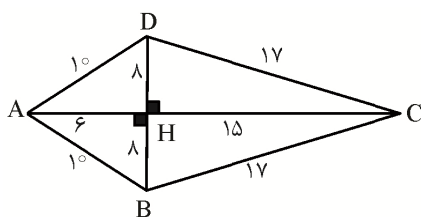
۱۱۱. گزینه ۱ درست است.

مطابق نتیجه صفحه ۲۷ کتاب درسی هندسه (۱)، در هر مثلث اندازه یک ضلع از مجموع دو ضلع دیگر کوچکتر ولی از تفاضل دو ضلع دیگر بزرگتر است (قضیه نامساوی (حمار) در مثلث):

$$\left. \begin{array}{l} \Delta ABC : 7 - 5 < BC < 7 + 5 \rightarrow 2 < BC < 12 \\ \Delta BCE : 12 - 8 < BC < 12 + 8 \rightarrow 4 < BC < 20 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 < BC < 12$$

BC می تواند ۷ مقدار صحیح ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱ را اختیار کند.

۱۱۲. گزینه ۴ درست است.



مطابق تمرین ۲ صفحه ۷۲ کتاب هندسه (۱)، در کایت یک قطر عمود منصف قطر دیگر است و هر نقطه روی عمود منصف از دو سر پاره خط به یک فاصله است. بنابراین با استفاده از قضیه فیثاغورث اعداد روی شکل حاصل می شوند و محیط کایت برابر ۵۴ است.

$$AC \text{ قطر} : 5x + 2x = 21 \rightarrow \boxed{x = 3} \rightarrow HC = 15 \text{ و } HA = 6$$

از طرفی مساحت کایت نصف حاصل ضرب قطرهای آن است:

$$S = \frac{16 \times 21}{2} = 168$$

$$168 - 54 = 114 = \text{تفاوت محیط و مساحت}$$

۱۱۳. گزینه ۱ درست است.

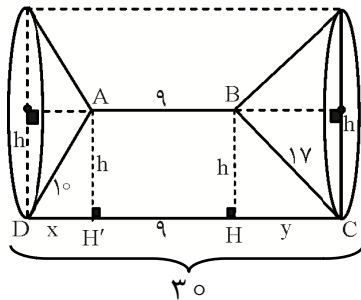
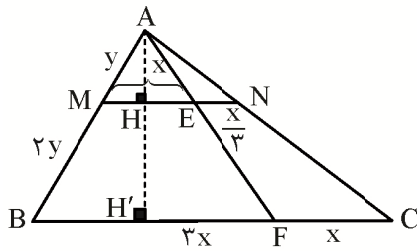
با استفاده از نتایج قضیه تعمیم تالس:

با فرض $AH = h \rightarrow AH' = 3h, HH' = 2h$

$$S_{\triangle AEN} = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{3} \right) \times h = \frac{1}{6} xh = 26 \Rightarrow xh = 156$$

$$S_{\triangle EFBM} = \frac{1}{2} (3x + x) \times 2h = 4xh = 4(156) = 624$$

۱۱۴. گزینه ۳ درست است.



$$S_{ABCD} = \frac{(9 + 30) \times h}{2} = 156 \rightarrow \boxed{h = 8}$$

$$\triangle HBC : 8^2 + y^2 = 17^2 \rightarrow y = 15$$

$$\triangle H'AD : 8^2 + x^2 = 10^2 \rightarrow x = 6$$

$$V = V_{\text{استوانه}} - V_{\text{مخروط راست}} - V_{\text{مخروط چپ}} = \pi(8)^2 \times 30 - \frac{1}{3} \pi(8)^2 \times 15 - \frac{1}{3} \pi(8)^2 \times 6$$

با فرض $\pi=3 \rightarrow V = 5760 - 960 - 384 = 4416$

۱۱۵. گزینه ۱ درست است.

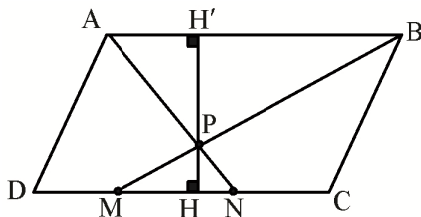
با توجه به تعریف زیرمجموعه و شمارش تعداد کل زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی:

$$\begin{aligned} \text{تعداد } n \text{ ضلعی‌های محاطی } (n \geq 3) &= \binom{12}{3} + \binom{12}{4} + \dots + \binom{12}{12} = 2^{12} - \binom{12}{0} - \binom{12}{1} - \binom{12}{2} \\ &= 4096 - 1 - 12 - 66 = 4017 \end{aligned}$$

۱۱۶. گزینه ۲ درست است.

$$\triangle PAB \sim \triangle MPN \text{ (به حالت دو زاویه مشابه‌اند)} \Rightarrow \frac{PH}{PH'} = \frac{MN}{AB} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{با ترکیب صورت در مخرج}} \frac{PH}{PH + PH'} = \frac{1}{3 + 1}$$

$$\rightarrow \frac{PH}{HH'} = \frac{1}{4} \rightarrow \boxed{HH' = 4PH}$$



$$S_{ABCD} = \frac{CD \times HH'}{2} = \frac{3MN \times 4PH}{2} = 24$$

$$S_{MNP} = \frac{1}{2} MN \times PH = \frac{1}{2} MN \times PH$$

$$S_{ABCD} = 24 \times S_{MNP} = 24 \times 15 = 360$$

۱۱۷. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 16 \\ x_1 + x_2 = 3 \end{cases} \rightarrow x_1 = 5, x_2 = -2$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 5^2 + (-2)^2 = 29$$

۱۱۸. گزینه ۲ درست است.

$$2, 6, 18, \dots \begin{cases} a_1 = 2 \\ q = 3 \end{cases}$$

$$S_n > 3000 \rightarrow \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} > 3000 \rightarrow \frac{2(3^n - 1)}{3 - 1} > 3000$$

$$3^n - 1 > 3000 \rightarrow 3^n > 3001 \rightarrow n \geq 8$$

۱۱۹. گزینه ۳ درست است.

$$(1) (1, 1) \rightarrow 1 = \log_c^{(a+b)} \quad c > 0, c \neq 1$$

$$(2) (-1, 0) \rightarrow 0 = \log_c^{(-a+b)}$$

$$(3) ax + b > 0 \xrightarrow{Df=(-2, +\infty)} x > -\frac{b}{a}, a > 0 \rightarrow \frac{-b}{a} = -2 \Rightarrow \boxed{b = 2a}$$

$$(1), (3) \Rightarrow a + b = c \rightarrow \boxed{3a = c}$$

$$(2), (3) \Rightarrow -a + b = c \rightarrow -a + 2a = 1 \rightarrow \boxed{a = 1} \quad \boxed{c = 3} \quad \boxed{b = 2}$$

$$f(x) = \log_r^{(x+2)}$$

$$f(2^4) = \log_r^{2^4} = 5$$

۱۲۰. گزینه ۲ درست است.

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{1}{4} \rightarrow \sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{1}{8}$$

$$\tan \theta + \cot \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cdot \cos \theta} = \frac{1}{\frac{1}{8}} = 8$$

$$\tan^2 \theta + \cot^2 \theta = (\tan \theta + \cot \theta)(\tan^2 \theta - \underbrace{\tan \theta \cdot \cot \theta}_1 + \cot^2 \theta)$$

$$= 8(\tan^2 \theta + \cot^2 \theta - 1) = 8((\tan \theta + \cot \theta)^2 - 2 \underbrace{\tan \theta \cdot \cot \theta}_1 - 1)$$

$$= 8(8^2 - 2 - 1) = 8(61) = 488$$

۱۲۱. گزینه ۳ درست است.

$$\lim_{h \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{h \rightarrow 3^-} \frac{-2(x-3)}{\sqrt{2x+3}-x} \times \frac{\sqrt{2x+3}+x}{\sqrt{2x+3}+x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-2(\cancel{x-3})(\sqrt{2x+3}+x)}{-(\cancel{x-3})(x+1)} = \frac{-2(6)}{-4} = 3 = L$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2(x-3)}{\sqrt{2x+3}-x} \times \frac{\sqrt{2x+3}+x}{\sqrt{2x+3}+x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2(\cancel{x-3})(\sqrt{2x+3}+x)}{-(\cancel{x-3})(x+1)} = \frac{2(6)}{-4} = -3 = R$$

$$L - 4R = 3 - 4(-3) = 15$$

۱۲۲. گزینه ۲ درست است.

$$f(x) = \frac{(3x+1)(x-2)}{x-2} \Rightarrow f(x) = 3x+1, D_f = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$\xrightarrow{x=2} y=7 \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{7\} \Rightarrow D_{f^{-1}} = R_f = \mathbb{R} - \{7\}$$

$$\mathbb{R} - \{7\} \text{ پیدا کردن وارون } f \text{ با دامنه } y = 3x+1 \rightarrow x = \frac{y-1}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-1}{3} \times \frac{x-7}{x-7}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x^2 - 8x + 7}{3x - 21} \quad \left. \begin{array}{l} \text{با مقایسه در صورت سؤال} \\ a = -8 \\ b = 7 \\ c = -21 \end{array} \right\}$$

$$f^{-1}(2b - a - c) = f^{-1}(14 + 8 + 21) = f^{-1}(43) = 14$$

۱۲۳. گزینه ۱ درست است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{طول بازه اطمینان } 95\% = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} < 0,17 \\ \sigma^2 = 2,89 \rightarrow \sigma = 1,7 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{4 \times 1,7}{\sqrt{n}} < 0,17$$

$$\rightarrow \sqrt{n} > 40 \rightarrow n > 1600 \rightarrow \boxed{n \geq 1601}$$

۱۲۴. گزینه ۳ درست است.

$$\underbrace{32, 37, 39, 42, 46}_{\text{نیمه اول داده‌ها}}, \underbrace{50, 54, 56, 57, 59}_{\text{نیمه دوم داده‌ها}}$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$Q_1 = 39 \qquad Q_3 = 56$$

بنابراین داده‌های درون جعبه عبارت‌اند از: ۴۲, ۴۶, ۵۰, ۵۴

$$\bar{x} = 48, \sigma = \sqrt{\frac{(42-48)^2 + (46-48)^2 + (50-48)^2 + (54-48)^2}{4}} = \sqrt{20}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2\sqrt{5}}{48} = \frac{\sqrt{5}}{24} \approx \frac{2,24}{24} \approx 0,093$$

۱۲۵. گزینه ۲ درست است.

(مهره A قرمز | مهره B قرمز) \times p (مهره A قرمز) = p (مهره خروجی از جعبه A و B هم‌رنگ باشند)

$$+ p \text{ (مهره A آبی | مهره B آبی)} \times p \text{ (مهره A آبی)} = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$$

۱۲۶. گزینه ۴ درست است.

$$p \text{ (اول)} = 3p \text{ (غیر اول)}$$

$$p \text{ (اول)} = x \Rightarrow p \text{ (غیر اول)} = 3x$$

$$p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) = 1$$

$$3x + x + x + 3x + x + 3x = 1 \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{12}}$$

$$p \text{ (زوج)} = p(2) + p(4) + p(6) = x + 3x + 3x = 7x = \frac{7}{12}$$

۱۲۷. گزینه ۱ درست است.

$$\sim q \equiv T \rightarrow \boxed{q \equiv F} \quad P \Rightarrow q \equiv T \xrightarrow{\text{طبق (۱)}} \boxed{p \equiv F} \quad (۲)$$

$$P \vee r \equiv T \xrightarrow{\text{طبق (۲)}} \boxed{r \equiv T}$$

۱۲۸. گزینه ۲ درست است.

$$\text{تعداد حالات} = \frac{\binom{۸}{۳} \times \binom{۵}{۳} \times \binom{۲}{۲}}{۲!} = ۲۸۰$$

چون دو مجموعه ۳ عضوی شبیه هم هستند

$$\text{افراز مورد نظر: } A = \{-, -, -\}, \{-, -, -\}, \{-, -, -\}$$

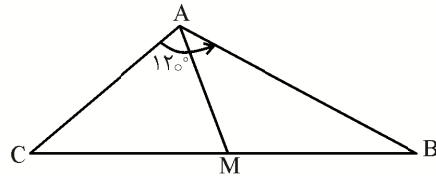
۱۲۹. گزینه ۴ درست است.

$$\Delta ABC \text{ قضیه کسینوس ها در } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \cdot \cos \hat{A}$$

$$\rightarrow BC^2 = 3^2 + 6^2 - 2 \times 3 \times 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 63$$

$$\text{مطابق قضیه میانه ها: } AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2}$$

$$3^2 + 6^2 = 2AM^2 + \frac{63}{2} \rightarrow AM^2 = \frac{27}{4} \rightarrow \boxed{AM = \frac{3\sqrt{3}}{2}}$$



۱۳۰. گزینه ۱ درست است.

مطابق قضیه کسینوس ها در مثلث ADE:

$$DE^2 = AD^2 + AE^2 - 2AD \times AE \times \cos \hat{A}$$

$$5^2 = 3^2 + 6^2 - 2 \times 3 \times 6 \times \cos \hat{A} \rightarrow \boxed{\cos \hat{A} = \frac{5}{9}}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$BC^2 = 10^2 + 9^2 - 2 \times 10 \times 9 \times \frac{5}{9} = 81 \rightarrow \boxed{BC = 9}$$

$$\text{محیط مثلث } ABC = 10 + 9 + 9 = 28$$

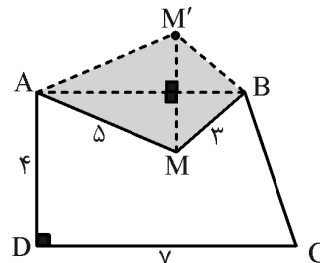
حال اگر قضیه کسینوس ها را در مثلث ABC بنویسیم:

۱۳۱. گزینه ۳ درست است.

$$\text{دوزنقه } S_{ABCD} = \frac{1}{2} AD(AB + CD)$$

$$26 = \frac{1}{2} \times 4(AB + 7) \rightarrow \boxed{AB = 6}$$

$$\Delta AMB \text{ محیط} = 3 + 5 + 6 = 14 \rightarrow 2P = 14 \rightarrow \boxed{P = 7}$$



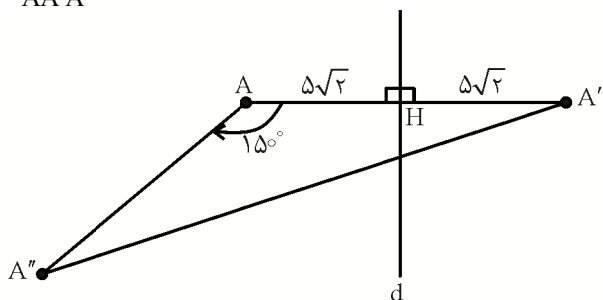
$$\text{قاعده هرون: } S_{\Delta AMB} = \sqrt{P(P-AB)(P-AM)(P-BM)} = \sqrt{7 \times 1 \times 2 \times 4} = 2\sqrt{14}$$

بنابراین در صورت بازتاب نقطه M نسبت به محور بازتاب AB، میزان افزایش مساحت شکل دو برابر $S_{\Delta AMB}$ یعنی $4\sqrt{14}$ است.

۱۳۲. گزینه ۴ درست است.

مطابق شکل $AA' = 10\sqrt{2}$ و چون دوران طولپایا است: $AA'' = 10\sqrt{2}$. بنابراین مساحت مثلث $AA'A''$ برابر است با:

$$S_{\Delta AA'A''} = \frac{1}{2} AA' \times AA'' \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 10\sqrt{2} \times 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 50$$



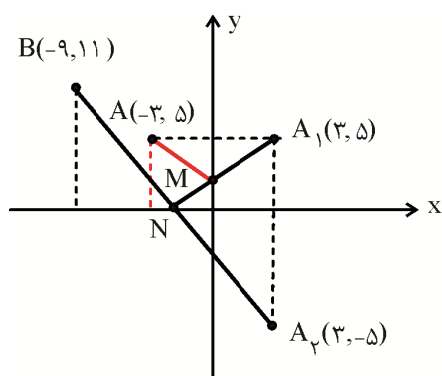
۱۳۳. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} 93 = \frac{AB+CD}{2} \\ 37 = \frac{CD-AB}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} CD+AB = 186 \\ CD-AB = 74 \end{cases}$$

$2CD = 260 \rightarrow CD = 130, AB = 56$

$$\alpha = \frac{AB}{2} = \frac{56}{2} = 28^\circ$$

۱۳۴. گزینه ۳ درست است.

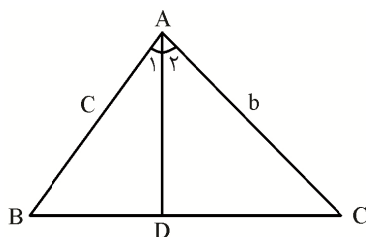


مطابق مسئله پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر هرون، در شکل زیر پس از بازتاب A نسبت به محور y ها و سپس بازتاب تصویر آن (A_1) نسبت به محور x ها به نقطه A_2 می‌رسیم و طول مسیر $AMNB$ همان A_2B است که کوتاه‌ترین مسیر ممکن است.

$$A_2B = \sqrt{(3 - (-9))^2 + (-5 - 11)^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$$

۱۳۵. گزینه ۱ درست است.

مطابق تمرین ۵ صفحه ۷۵ و صفحه ۷۶ کتاب هندسه ۲:



$$AD = \frac{2bc \cos \frac{A}{2}}{b+c} \text{ و } \hat{A} = 60^\circ$$

در معادله $x^2 - 4\sqrt{3}x + 5 = 0$ بدون حل می‌دانیم که اگر c, b ریشه‌های معادله باشند:

$$b+c = 4\sqrt{3}, bc = 5$$

$$AD = \frac{2(5) \times \cos 30^\circ}{4\sqrt{3}} = \frac{2(5) \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{4\sqrt{3}} = 1/25$$

۱۳۶. گزینه ۳ درست است.

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \begin{cases} x = 2 & \checkmark \\ x = -2 & \times \text{ در بازه نیست} \end{cases}$$

$$x = 1 \rightarrow y = k - 11$$

$$\left. \begin{aligned} x = 2 \rightarrow y = k - 16 \text{ min} \\ x = 3 \rightarrow y = k - 9 \text{ max} \end{aligned} \right\} \Rightarrow k - 9 = 2(k - 16) \Rightarrow \boxed{k = 23}$$

$$f(x) = x^3 - 12x + 23 \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 12 \rightarrow f'' = 6x = 0 \rightarrow x = 0, y = 23$$

$$\Rightarrow \text{فاصله تا مبدأ مختصات} \rightarrow OI = 23 \text{ نقطه عطف } I(0, 23)$$

۱۳۷. گزینه ۲ درست است.

$$h'(x) = (6x - 2)f(3\sqrt{x}) + (3x^2 - 2x + 4) \times f'(3\sqrt{x}) \times \frac{3}{2\sqrt{x}}$$

$$h'(1) = 4f(3) + 5f'(3) \times \frac{3}{2} \quad h'(1) = 4\left(\frac{1}{1}\right) + 5\left(\frac{1}{5}\right) \times \frac{3}{2} = 3/5 + 10/5 = 14$$

۱۳۸. گزینه ۲ درست است.

$$\text{مخرج کسر} = 0 \rightarrow x = \frac{-d}{c} = 2 \rightarrow \boxed{d = -2c} \quad (1)$$

$$\text{مجانب افقی } y = 1 = \frac{a}{c} \Rightarrow \boxed{a = c} \quad (2)$$

$$(-1, 0) \xrightarrow{\text{جاگذاری}} 0 = \frac{a(-1) + b}{c(-1) + d} \rightarrow -a + b = 0 \rightarrow \boxed{a = b} \rightarrow (2) \text{ طبق } \rightarrow b = c \quad (4)$$

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} = \frac{cx + c}{cx - 2c} = \frac{\cancel{c}(x+1)}{\cancel{c}(x-2)} \Rightarrow f(x) = \frac{x+1}{x-2} \rightarrow a = b = c = 1, d = -2$$

$$f(a - b - 2c - d + 3) = f(3) = \frac{3+1}{3-2} = 4$$

۱۳۹. گزینه ۴ درست است.

در عبارت فرض سؤال، چون $\lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 3$ و حاصل نهایی حد $+\infty$ شده است. پس مخرج کسر $2(x-1)^2$ بوده است تا مخرج کسر به 0^+ میل کند.

$$2(x-1)^2 = 2x^2 - 4x + 2 = 2x^2 + ax + b \begin{cases} a = -4 \\ b = 2 \end{cases}$$

با جاگذاری مقادیر a, b به محاسبه حد دوم می پردازیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} x(x + \sqrt{x^2 - 8}) \times \frac{x - \sqrt{x^2 - 8}}{x - \sqrt{x^2 - 8}} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(x^2 - x^2 + 8)}{x - \sqrt{x^2 - 8}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x}{x - |x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x}{x - (-x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x}{2x} = 4 \end{aligned}$$

۱۴۰. گزینه ۱ درست است.

$$2 \cos^2 x - 9 \cos x - 5 = 0 \rightarrow \Delta = 121$$

$$\cos x = \frac{9 \pm 11}{4} \begin{cases} \cos x = 5 & \text{غ ق ق} \quad (-1 \leq \cos x \leq 1) \\ \cos x = \frac{-1}{2} \Rightarrow \cos x = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \end{cases}$$

$$\rightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow \boxed{x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}} \begin{cases} \xrightarrow{k=0} x_1 = \frac{2\pi}{3} \\ \xrightarrow{k=1} x_2 = \frac{4\pi}{3} \end{cases}$$

مجموع جوابها $= x_1 + x_2 = 2\pi$

۱۴۱. گزینه ۴ درست است.

$$f(x) = \log_3^x \xrightarrow{\text{واحد به چپ } 2} \log_3^{(x+2)} \xrightarrow{\text{قرینه به محور } x} -\log_3^{(x+2)} \xrightarrow{\text{واحد به بالا } 3} 3 - \log_3^{(x+2)}$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y} \boxed{g(x) = 3 - \log_3^{(2-x)}}$$

$$g(-62) = 3 - \log_3^{(2-(-62))} = 3 - \log_3^{64} = 3 - 6 = -3$$

$$g^{-1}(-1) = k \rightarrow g(k) = -1 \rightarrow -1 = 3 - \log_3^{(2-k)}$$

$$\log_3^{(2-k)} = 4 \rightarrow 2 - k = 2^4 \rightarrow 2 - k = 16 \rightarrow \boxed{k = -14} \rightarrow g^{-1}(-1) = -14$$

$$g(-62) + g^{-1}(-1) = -3 + (-14) = -17$$

۱۴۲. گزینه ۲ درست است.

بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ قطره‌های متوازی‌الاضلاع هستند که بر روی دو بردار \vec{a}, \vec{b} ساخته می‌شود. چون $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ بنابراین این متوازی‌الاضلاع یک مستطیل است یعنی بردارهای \vec{a} و \vec{b} برهم عمودند:

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \rightarrow 2m - 2 - m = 0 \rightarrow \boxed{m = 2} \begin{cases} \vec{a} = (1, 2, -2) \\ \vec{b} = (4, -1, 1) \\ \vec{c} = (2, 4, 8) \end{cases}$$

$$\vec{b} \times \vec{c} = (-12, -30, 18)$$

$$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = |(1, 2, -2) \cdot (-12, -30, 18)| = |-12 - 60 - 36| = 108$$

۱۴۳. گزینه ۴ درست است.

با توجه به نامساوی کوشی - شوارتز صفحه ۷۹ کتاب هندسه (۳):

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

$$\left. \begin{matrix} \vec{a}(2x, 3y, z) \\ \vec{b}(2, 2, -1) \end{matrix} \right\} \Rightarrow |4x + 6y - z| \leq \sqrt{4x^2 + 9y^2 + z^2} \times \sqrt{4 + 4 + 1}$$

$$|4x + 6y - z| \leq \sqrt{64} \times \sqrt{9}$$

$$|4x + 6y - z| \leq 24$$

۱۴۴. گزینه ۳ درست است.

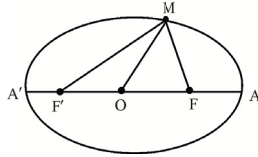
بر مبنای نتیجه تمرین ۷ صفحه ۸۴ و تعریف ضرب خارجی صفحه ۸۱ در کتاب هندسه (۳):

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + |\vec{a} \cdot \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + 900 = 9 \times 676$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 = 5184 \rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = 72$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{2} \times 72 = 36$$



۱۴۵. گزینه ۱ درست است.

با توجه به فرض های سؤال $2b = 3, 2a = 5$

$$\left. \begin{matrix} a = \frac{5}{2} \\ b = \frac{3}{2} \end{matrix} \right\} \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 \rightarrow c^2 = \frac{25}{4} - \frac{9}{4} \rightarrow \boxed{c=2} \rightarrow FF' = 2c = 4$$

چون $OM = \frac{1}{2} FF'$ (میانۀ OM نصف ضلع FF' (وتر مثلث) است)

بنابراین مثلث MFF' قائم الزاویه است.

$MF + MF' = 2a = 5$: با توجه به تعریف مکان هندسی بیضی

$$\Delta MFF': MF^2 + MF'^2 = FF'^2 = 4^2$$

$$(MF + MF')^2 - 2MF \times MF' = 16$$

$$5^2 - 2MF \times MF' = 16$$

$$\boxed{MF \times MF' = 4/5}$$

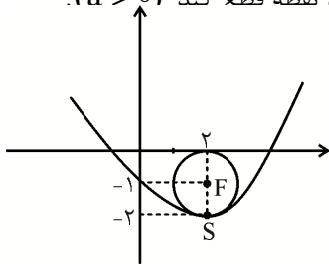
۱۴۶. گزینه ۴ درست است.

مرکز دایره محل برخورد قطرهاست و فاصله مرکز دایره تا خط مماس همان شعاع دایره است بنابراین:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases} \rightarrow x = 2, y = -1 \Rightarrow O(2, -1)$$

$$R = \frac{|4(2) - 3(-1) - 6|}{\sqrt{16+9}} = 1 \rightarrow \boxed{(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1}$$
 معادله دایره

توجه: با در نظر گرفتن موقعیت دایره سهمی حتماً رو به بالا باید باشد تا محور xها را در دو نقطه قطع کند ($a > 0$):



$$O = F \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix}, S \begin{vmatrix} 2 \\ -2 \end{vmatrix} \Rightarrow FS = 1 = a$$
 پارامتر سهمی

$$(x-2)^2 = 4(1)(y+2)$$

$$(x-2)^2 = 4y + 8$$
 معادله سهمی

$$\text{محل برخورد با محور } x \text{ها} \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 8 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 - 2\sqrt{2} \\ x_2 = 2 + 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\Delta x = 4\sqrt{2}}$$

۱۴۷. گزینه ۴ درست است.

فرض کنید حاصل دترمینان $A^{-1} + B^{-1}$ برابر K باشد:

$$|A^{-1} + B^{-1}| = K \xrightarrow{\text{ضرب } |A| \text{ از چپ}} |I + A \cdot B^{-1}| = K |A|$$

$$\frac{\text{ضرب } |B| \text{ از راست}}{\rightarrow |B+A|=K|A||B| \Rightarrow K = \frac{|B+A|}{|A||B|}}$$

$$\rightarrow K = \frac{|A+B|}{|AB|} = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 12 \\ 7 & 14 \end{vmatrix}}{2} = \frac{14 \times 5 - 7 \times 12}{2} = -7$$

۱۴۸. گزینه ۱ درست است.

درمیان 3×3 را برحسب ستون دوم آن بسط می‌دهیم و داریم:

$$(x+2) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ x-1 & x \end{vmatrix} = 0 \rightarrow (x+2)(-x+2) = 0$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ x=-2 & x=2 \end{matrix}$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = 2(-2) = -4$$

۱۴۹. گزینه ۳ درست است.

عدد احاطه‌گری این گراف ۲ است و مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم آن عبارت‌اند از:

$$\{a, b\}, \{a, f\}, \{a, g\}, \{d, b\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{c, f\}$$

بنابراین این گراف ۷ مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد.

۱۵۰. گزینه ۴ درست است.

با توجه به مقادیر ممکن برای X_4 تعداد جواب‌های طبیعی را پیدا می‌کنیم:

$$X_4 = 1 \rightarrow X_1 + X_2 + X_3 = 29 \rightarrow \binom{29-1}{3-1} = \binom{28}{2} = 378$$

$$X_4 = 2 \rightarrow X_1 + X_2 + X_3 = 22 \rightarrow \binom{22-1}{3-1} = \binom{21}{2} = 210$$

$$X_4 = 3 \rightarrow X_1 + X_2 + X_3 = 3 \rightarrow \binom{3-1}{3-1} = \binom{2}{2} = 1$$

بنابراین تعداد جواب‌های طبیعی معادله برابر $378 + 210 + 1 = 589$ است.

۱۵۱. گزینه ۲ درست است.

شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶

$$29 + 3 \times 30 + 22 = 141$$

۲۹ روز در مهرماه و سه ماه آبان و آذر و دی و ۲۲ روز در بهمن:

$$\begin{matrix} \downarrow \\ 141 \equiv 1 \end{matrix} \Rightarrow$$

در جدول متناظر با عدد ۱ یکشنبه است. بنابراین ۲۲ بهمن در آن سال یکشنبه است.

۱۵۲. گزینه ۳ درست است.

خارج قسمت را با q و باقی‌مانده را با r نمایش می‌دهیم:

$$N = 13q + r; 0 \leq r < 13$$

$$q + r = 17 \Rightarrow q = 17 - r$$

$$N = 13(17 - r) + r = 221 - 12r \Rightarrow N - 8 = 213 - 12r$$

$$\rightarrow N - 8 = 192 - 12r + 21 \Rightarrow \boxed{N - 8 = 12(16 - r) + 21}$$

با توجه به فرض $0 \leq r \leq 12$ است یعنی فضای نمونه‌ای ۱۳ عضو دارد. برای آن که باقی‌مانده تقسیم $N - 8$ بر عدد ۳۶ برابر

۲۱ باشد لازم است $16 - 2$ مضرب ۳ باشد که در این صورت $1, 4, 7, 10$ خواهد شد یعنی پیشامد تصادفی ۴ عضو دارد پس احتمال مورد نظر $\frac{4}{13}$ می شود.

۱۵۳. گزینه ۱ درست است.

با انتخاب هر ۳ نقطه از ۱۲ نقطه موجود با توجه به شرایط شکل می توان مثلث ساخت مگر آن که سه نقطه انتخابی در یک راستا (روی یک ضلع) باشند. بنابراین تعداد کل مثلث ها برابر است با:

$$\binom{12}{3} - \binom{6}{3} - \binom{5}{3} - \binom{4}{3} = 220 - 20 - 10 - 4 = 186$$

۱۵۴. گزینه ۴ درست است.

بر اساس تعمیم اصل لانه کبوتری، حداقل تعداد کبوترهایی که باید در n لانه قرار بگیرند تا مطمئن باشیم که حداقل k کبوتر در یک لانه قرار دارند، برابر $(k-1)n + 1$ است:

$$= (10-1)(\underbrace{21 \times 12 \times 7}_{\text{تعداد لانهها}}) + 1 = 15877$$

روز هفته ماه نمره

۱۵۵. گزینه ۲ درست است.

ابتدا مربع لاتین A را کامل می کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

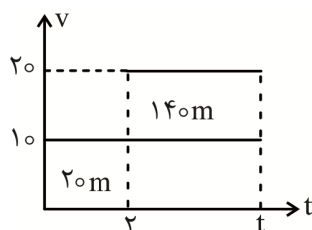
یک مربع لاتین 3×3 مانند A که درایه های واقع بر قطر اصلی آن همگی یکسان هستند، با مربع لاتین هم مرتبه خود که درایه های واقع بر قطر فرعی آن یکسان باشند، متعامد است. چون درایه های واقع در سطر دوم و ستون سوم مربع B برابر ۲ است، پس درایه های روی قطر فرعی این مربع نمی توانند برابر ۲ باشند و در نتیجه فقط ۲ حالت زیر برای مربع B امکان پذیر است:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

فیزیک

۱۵۶. گزینه ۴ درست است.

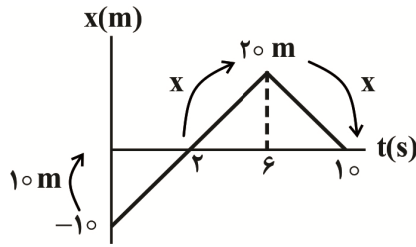
سطح زیر نمودار $v-t$ بیانگر جابه جایی متحرک بوده و می توان نشان داد سطح بین نمودار $v-t$ دو متحرک بیانگر تغییر فاصله آن ها از یکدیگر است.



در ۲ ثانیه اول نمودار متحرک A بالاتر از B بوده و فاصله دو متحرک به اندازه 20 m افزایش یافته و به 60 m نیز می رسد. از این لحظه به بعد نمودار B بالاتر از A بوده و می بایست سطح بین نمودار $v-t$ دو متحرک 140 m شود تا ضمن جبران 60 m عقب ماندگی، 80 m جلوتر نیز برود:

$$10(t-2) = 140 \Rightarrow t-2 = 14 \Rightarrow t = 16 \text{ s}$$

۱۵۷. گزینه ۴ درست است.



$$50 \text{ m} = 10 \text{ m} + x + x$$

$$2x = 40 \text{ m} \Rightarrow x = 20 \text{ m}$$

مدت زمان رسیدن از صفر به ۲۰ قطعاً ۲ برابر زمان رسیدن از ۱۰- به صفر است و در لحظه ۲+۴=۶s در مکان $x = 20 \text{ m}$ قرار دارد. ادامه توجه کنید سرعت شیبدار نمودار $x-t$ است.

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= +\frac{10}{2} = +5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_2 &= -\frac{20}{4} = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_{\text{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-5 - (+5)}{10}$$

$$a_{\text{av}} = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

که در صورت سؤال اندازه آن مورد توجه است.

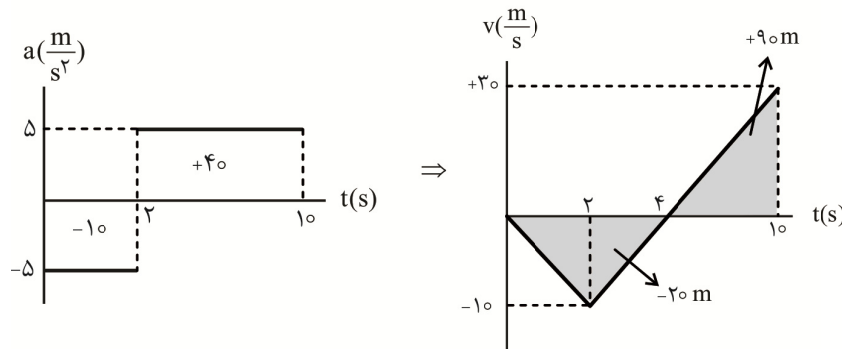
۱۵۸. گزینه ۲ درست است.

به سادگی می توان نشان داد سطح زیر نمودار $a-t$ بیانگر Δv است:

$$a_{\text{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow +3 = \frac{(-5 \times 2) + 5(t-2)}{t}$$

$$\Rightarrow 3t = -10 + 5t - 10 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

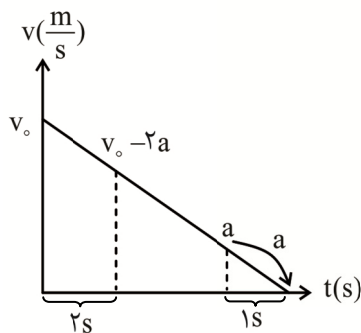
برای تعیین جابه جایی کافی است نمودار $v-t$ متحرک را با معلوم بودن Δv در هر بازه زمانی رسم کنیم.



$$\Delta x = v-t \text{ سطح زیر نمودار} = (-20) + 90 = +70 \text{ m}$$

۱۵۹. گزینه ۲ درست است.

حرکت اتومبیل کندشونده بوده و به توقف منتهی شده است. توجه کنید اندازه سرعت در هر ثانیه به اندازه a تغییر می کند. در تحلیل نمودار $v-t$ توجه کنید سطح زیر نمودار آن بیانگر جابه جایی است:



$$\text{ثانیه آخر} : 2 \text{ m} = \frac{a \times 1}{2} \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$2 \text{ ثانیه اول} : 40 \text{ m} = \text{مساحت دوزنقه} = \frac{(v_0 + v_0 - 2a) \times 2}{2}$$

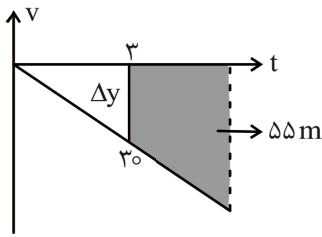
$$a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow 40 \text{ m} = 2v_0 - 2 \times 4 \Rightarrow v_0 = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(اطلاعات قابل استخراج از نمودار سرعت - زمان می تواند شما را از فرمول های حرکت یکنواخت و شتابدار بی نیاز کند.)

۱۶۰. گزینه ۳ درست است.

شتاب سقوط $10 \frac{m}{s^2}$ بوده و این یعنی سرعت متحرک در هر ثانیه

$10 \frac{m}{s}$ افزایش و بعد از ۳s به $30 \frac{m}{s}$ می‌رسد:



$$\Delta y = \frac{30 \times 3}{2} = 45m$$

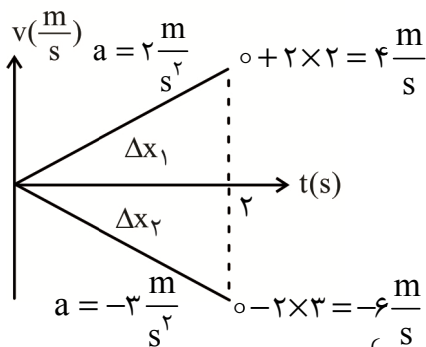
کل $h = 45 + 55 = 100m$

۱۶۱. گزینه ۳ درست است.

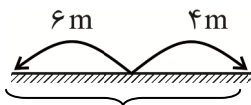
طبق قانون سوم نیوتن، اندازه نیرویی که این دو شخص به هم وارد می‌کنند یکسان و همان $180N$ است.

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} \Rightarrow \begin{cases} \text{علی } a = \frac{180}{90} = 2 \frac{m}{s^2} \\ \text{ناصر } a = \frac{180}{60} = 3 \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

حال نمودار $v-t$ دو متحرک را رسم می‌کنیم.



$$\Delta x_1 = v-t \text{ نمودار زیر} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_1 = \frac{4 \times 2}{2} = 4m \\ \Delta x_2 = -\frac{6 \times 2}{2} = -6m \end{cases}$$



? = فاصله دو شخص = $6 + 4 = 10m$

۱۶۲. گزینه ۳ درست است.

در حالت اول نیروی $F_{s_{max}}$ به طرف چپ است:

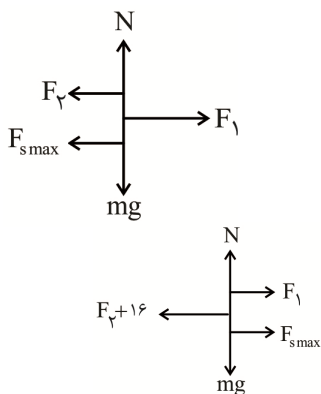
$$F_x = 0 \Rightarrow F_1 = F_2 + F_{s_{max}}$$

در حالت دوم جسم در آستانه حرکت به طرف چپ بوده و نیروی $F_{s_{max}}$ به طرف راست مقاومت می‌کند:

$$F_x = 0 \Rightarrow F_2 + 16 = F_1 + F_{s_{max}}$$

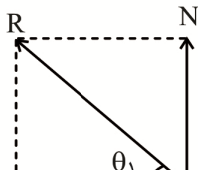
$$16 = 2F_{s_{max}} \Rightarrow F_{s_{max}} = 8N$$

$$F_{s_{max}} = \mu_s \cdot N \quad N = mg = 20N \quad 8 = \mu_s \times 20 \Rightarrow \mu_s = 0.4$$



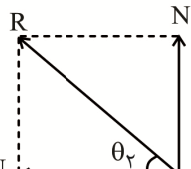
۱۶۳. گزینه ۱ درست است.

از طرف سطح دو نیروی عمودی سطح و اصطکاک به جسم وارد می‌شود. در حالت اول اصطکاک $F_{s_{max}} = \mu_s \cdot N$ بوده، ولی در حالت دوم با کاهش نیروی F_p و در نتیجه کاهش نیروی N و $F_{s_{max}}$ ، جسم شروع به حرکت کرده و اصطکاک وارد بر جسم $F_k = \mu_k \cdot N$ خواهد شد. برای مقایسه θ در دو حالت می‌توانیم $\tan \theta$ را مقایسه کنیم. جالب است که مقدار θ تنها به ضریب اصطکاک وابسته بوده و از نیروی عمودی سطح مستقل است:



$$\tan \theta_1 = \frac{N}{\mu_s \cdot N} = \frac{1}{\mu_s}$$

حالت اول : $\mu_s N$



$$\tan \theta_2 = \frac{N}{\mu_k \cdot N} = \frac{1}{\mu_k}$$

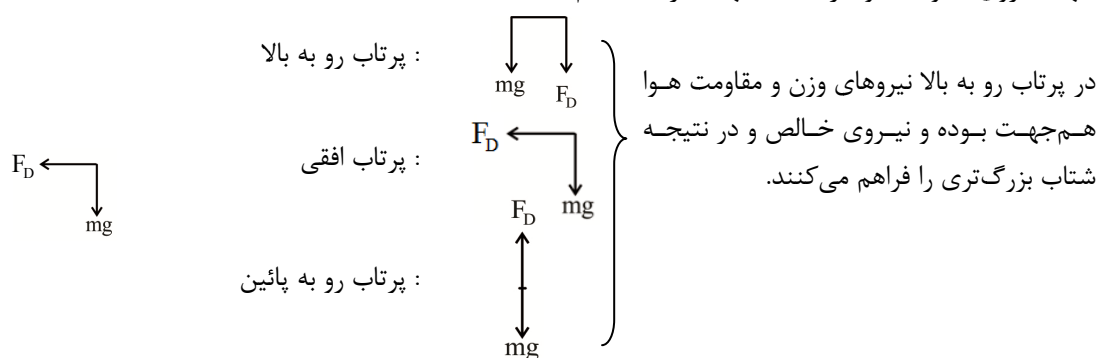
حالت دوم : $\mu_k N$

$$\mu_s > \mu_k \Rightarrow \frac{1}{\mu_s} < \frac{1}{\mu_k} \Rightarrow \tan \theta_1 < \tan \theta_2$$

که این یعنی $\theta_1 < \theta_2$ است. توجه کنید با حرکت جسم، نیروی اصطکاک ناگهان از $F_{s_{max}} = \mu_s N$ به $F_k = \mu_k N$ تبدیل شده و روی این مقدار ثابت می‌ماند.

۱۶۴. گزینه ۱ درست است.

جهت نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت جسم است.

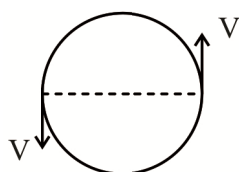


۱۶۵. گزینه ۴ درست است.

ابتدا دوره تناوب این جسم را تعیین می‌کنیم:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \times 3 \times 1}{1/5} = 4s$$

در مدت $2s$ نصف دور کامل طی شده و سرعت جسم قرینه می‌شود:



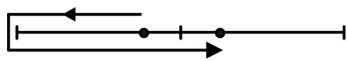
$$|\Delta v| = 2v$$

$$|\Delta P| = m |\Delta v| = 2 \times 2 \times 1/5$$

$$|\Delta P| = 6 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

۱۶۶. گزینه ۴ درست است.

در هر نوسان کامل ۲ بار طول پاره خط طی شده و این یعنی در هر دقیقه ۱۲۰ نوسان کامل داریم و هر نوسان کامل $T = \frac{1}{2}$ s طول می کشد.



می توان نشان داد در چنین حرکتی که متحرک با یک بار تغییر جهت به همان فاصله قبلی از نقطه تعادل باز می گردد، نصف یک نوسان کامل را طی می کند:

$$\Delta t = \frac{1}{2} T = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} s = \frac{1}{4} s$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = +2 - (-2) = +4 \text{ cm}$$

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4}{\frac{1}{4}} = 16 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

۱۶۷. گزینه ۳ درست است.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{450}{\frac{1}{2}}} = \sqrt{900} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_{\max} = A \cdot \omega = \frac{1}{10} \times 30 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{2}{3} V_{\max} \Rightarrow k_1 = \frac{4}{9} E \Rightarrow u_1 = \frac{5}{9} E$$

$$V_2 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{1}{3} V_{\max} \Rightarrow k_2 = \frac{1}{9} E \Rightarrow u_2 = \frac{8}{9} E$$

$$u_2 = \frac{8}{5} u_1 \xrightarrow[\times 100]{\text{تبدیل به درصد}} u_2 = 160\% u_1$$

که این معادل ۶۰٪ افزایش انرژی پتانسیل است.

در محاسبات فوق از این واقعیت بهره گرفتیم که طبق رابطه $k = \frac{1}{2} mv^2$ ، به ازای جرم ثابت، انرژی جنبشی با توان ۲

سرعت متناسب است.

۱۶۸. گزینه ۲ درست است.

$$\mu = 500 \frac{\text{g}}{\text{m}} = \frac{1}{2} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{200}{\left(\frac{1}{2}\right)}} = \sqrt{400} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{شکل} \Rightarrow 3 \frac{\lambda}{2} = 30 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{20}{0.2} = 100 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 200\pi \Rightarrow \Delta\theta = \omega t = 200\pi \times \frac{1}{240} = \frac{5\pi}{6}$$

نقطه M ابتدا در نقطه تعادل بوده و به طرف مثبت در حال حرکت است. با طی کمان $\frac{\Delta\pi}{6}$ ، این نقطه در $\frac{1}{2}X_{\max}$ یعنی در مکان $x = +5\text{cm}$ قرار می‌گیرد:

$$V_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5\text{m}}{\frac{1}{240}\text{s}} = 1200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۶۹. گزینه ۱ درست است.

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \rightarrow ? = x$$

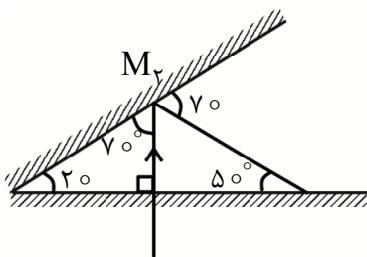
$$\Rightarrow 35 = 10 \log x \Rightarrow \log x = 3.5$$

می‌بایست 3.5 را به کمک لگاریتم اعداد شناخته شده بیان کنیم:

$$\log x = 2 + 1.5 = \log 10^2 + 0.5 \log 2 = \log 10^2 + \log 2^{0.5}$$

$$\log x = \log 32 \times 10^2 \Rightarrow x = \frac{I}{I_0} = 3200$$

۱۷۰. گزینه ۳ درست است.



تا زمانی که زاویه بین پرتو بازتاب و سطح آینه از زاویه بین دو آینه بیشتر باشد، این پرتو به آینه دیگری مجدداً برخورد می‌کند از طرفی می‌توان نشان داد زاویه پرتو بازتاب در هر برخورد به اندازه زاویه دو آینه یعنی 20° تغییر می‌کند:

$$90^\circ \rightarrow 70^\circ \rightarrow 50^\circ \rightarrow 30^\circ \rightarrow 10^\circ$$

این مقدار از زاویه بین دو آینه کوچک‌تر بوده و دیگر به آینه دیگری برخورد نخواهد کرد. توجه کنید که با تشخیص این قواعد، از رسم کامل مسیر پرتو بی‌نیاز شدیم.

۱۷۱. گزینه ۴ درست است.

زاویه پرتو تابش با خط عمود 53° است:

$$1 \times \sin 53^\circ = \frac{4}{3} \times \sin r \Rightarrow r = 37^\circ$$

$$\cos 37^\circ = \frac{72}{d} = \frac{4}{10} \Rightarrow d = 90 \text{ cm} = \frac{9}{10} \text{ m}$$

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{3 \times 10^8}{\frac{4}{3}} = \frac{9}{4} \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta x = v.t \Rightarrow t = \frac{d}{v} = \frac{9 \times 10^{-1}}{\frac{9}{4} \times 10^8} = 4 \times 10^{-9} \text{ s} = 4 \text{ ns}$$

۱۷۲. گزینه ۱ درست است.

می‌توان نشان داد تفاضل بسامد دو صوت متوالی در تار مرتعش همان فرکانس صوت اصلی است.

$$f = \Delta f = 50 \text{ Hz}$$

از طرفی با توجه به رابطه $f = n \frac{v}{2L}$ ، فرکانس هر صوت، n برابر فرکانس صوت اصلی است:

$$4 = n \Rightarrow n = 3 \Rightarrow f = 3 \times 50 = 150 \text{ Hz}$$

۱۷۳. گزینه ۲ درست است.

اگر تابع کار نیز ۴ برابر می‌شد، K_{\max} نیز ۴ برابر می‌گردید. ولی W_0 ثابت بوده و این یعنی K_{\max} عددی بزرگ‌تر از ۴ برابر حالت قبل خواهد شد.

$$K_{\max} = hf - W_0$$

\downarrow \downarrow
 ثابت ۴ ثابت ۴

۱۷۴. گزینه ۳ درست است.

فوتون‌های گسیلی رشته‌های پاشن، براکت و پفوند در محدوده فرسوخ بوده و کوتاه‌ترین طول موج پاشن ($n = \infty, n' = 3$) از همگی آن‌ها پر انرژی‌تر است.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) \Rightarrow \lambda = 900 \text{ nm}$$

۱۷۵. گزینه ۲ درست است.

می‌توانیم تعداد هسته‌های اولیه را به نسبت ۱ به ۳ بین هسته‌های باقی‌مانده و واپاشیده شده تقسیم کنیم:

$$\frac{1}{4} N_0 = \frac{1}{2^n} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{2^n} \Rightarrow n = 2$$

این یعنی ۲ نیمه عمر معادل $2 \times 6 = 12$ روز سپری شده است.

۱۷۶. گزینه ۴ درست است.

۲۰٪ معادل $\frac{1}{5}$ هر بار بوده و اندازه هر دو بار به $\frac{4}{5}$ اندازه قبلی می‌رسد. از روش نسبت بهره می‌گیریم:

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow ?^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow ? = \frac{4}{5} = 80\%$$

$\frac{4}{5}$ $\frac{4}{5}$
 \swarrow \swarrow
 $\frac{q_1 q_2}{r^2}$ $(?)^2$

این یعنی باید فاصله دو بار را ۲۰٪ کاهش دهیم!

۱۷۷. گزینه ۲ درست است.

از فرض مسئله می‌توان تشخیص داد که در هر دو حالت میدان حاصل از دو بار خلاف جهت هم بوده، ولی در حالت اول $E_r > E_l$ و در حالت دوم میدان $2q_1$ بزرگ‌تر است.

از طرفی واضح است که با ۲ برابر شدن بار q_1 میدان آن نیز ۲ برابر حالت اولیه می‌شود:

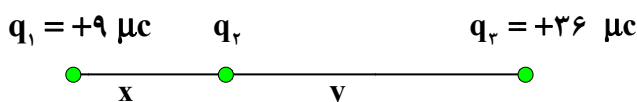
$$(2E_l - E_r) = \frac{1}{r} (E_r - E_l) \Rightarrow 4E_l - 2E_r = E_r - E_l \Rightarrow 5E_l = 3E_r$$

$$\Rightarrow E_l = 0.6E_r$$

در فاصله یکسان، نسبت میدان با نسبت بار معادل است. از طرفی با توجه به خلاف جهت بودن میدان ۲ بار در نقطه‌ای بین

آن‌ها، بارها الزاماً همنام‌اند: $q_1 = +0.6 q_2$

۱۷۸. گزینه ۱ درست است.

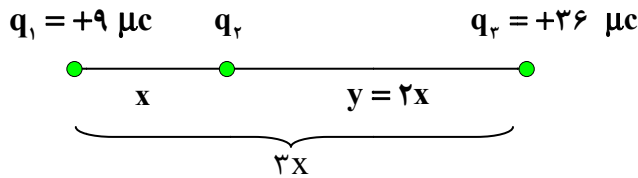


لازمه صفر بودن F خالص وارد بر q_2 آن است که میدان حاصل از q_1 و q_2 در محل آن هم‌اندازه و خلاف جهت باشد:

$$E = K \frac{q}{r^2} \Rightarrow ?^2 = 4 \Rightarrow ? = 2 \Rightarrow y = 2x$$

برابر ۴
برابر ۱
(?)^۲

برای تعیین مقدار q_2 کافی است صفر شدن میدان برآیند در محل یکی از دو بار دیگر مثلاً q_1 را بررسی کنیم:



$$E = K \frac{q}{r^2} \Rightarrow ? = 9 \Rightarrow q_2 = 9 |q_1| = 36 \Rightarrow |q_2| = 36 \mu C$$

? (۳)^۲

برای آنکه میدان q_1 و q_2 در محل q_1 خلاف جهت باشند، باید q_2 منفی باشد.

۱۷۹. گزینه ۱ درست است.

در جهت میدان الکتریکی یکنواخت، پتانسیل الکتریکی با آهنگ یکنواخت کاهش می‌یابد، ولی در اینجا در فاصله A تا B میدان دارای تراکم کمتر و ضعیف‌تر بوده و می‌بایست کاهش پتانسیل در این ناحیه کمتر از کاهش پتانسیل در فاصله B تا C باشد. پس از کل $10 V$ اختلاف پتانسیل بین A و C، کمتر از نصف آن یعنی کمتر از $5 V$ در فاصله A تا B کاهش یافته و مقدار پتانسیل نقطه B باید عددی بین $15 V$ تا $20 V$ باشد که در گزینه‌ها تنها عدد $17 V$ این‌گونه است.

۱۸۰. گزینه ۱ درست است.

$$u = \frac{1}{2} c v^2 \Rightarrow \left(\frac{12}{10}\right)^2 \Rightarrow 144 \left(\frac{1}{100}\right) \left(\frac{1}{2}\right) c v^2$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{12}{10} v_1 = v_1 + 2 \Rightarrow \frac{2}{10} v_1 = 2 \Rightarrow v_1 = 10 V$$

$$u_1 = \frac{1}{2} c v_1^2 = \frac{1}{2} \times 8 \times (10)^2 = 400 \mu J$$

۱۸۱. گزینه ۱ درست است.

جرم و در نتیجه حجم سیم یکسان می‌ماند:

$$A = \pi r^2 \Rightarrow (2)^2$$

$$v = A \times l \Rightarrow \frac{1}{4}$$

برابر ۴ ثابت برابر ۴ برابر ۱/۴

حال نسبت مقاومت جدید به قبلی را تعیین می‌کنیم:

$$R = \rho \frac{l}{A} \Rightarrow \text{جدید } R = \frac{1}{16} \times 40 = 2.5 \Omega$$

برابر ۱/۱۶ ۱/۴ ۴

۱۸۲. گزینه ۴ درست است.

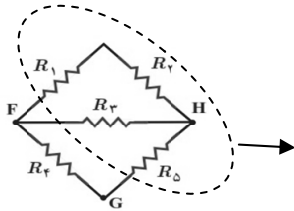
در حالت اولیه کل ولتاژ دو سر شاخه پایینی نیز قرار می‌گیرد.

$$I = \frac{V}{R} = \frac{24}{6+6} = 2^A$$

در حالت دوم، کل ولتاژ هم دو سر مقاومت R_4 و هم دو سر

کل شاخه سمت راست قرار می‌گیرد:

$$R = R_5 + [R_3 \parallel (R_1 + R_2)]$$



$$R = 6 + \underbrace{[6 \parallel 12]}_{4\Omega} = 10\Omega$$

$$\Rightarrow I_{R_5} = \frac{V}{R} = \frac{24}{10} = 2,4A$$

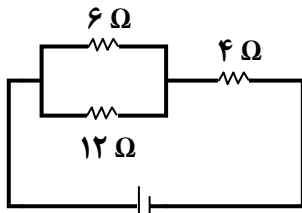
این یعنی جریان R_5 در این دو حالت $0,4A$ متفاوت است.

۱۸۳. گزینه ۲ درست است.

در حالت فعلی، جریان کل به نسبت عکس مقاومت‌ها یعنی به

نسبت ۱ به ۲ بین مقاومت‌های 12Ω و 6Ω تقسیم می‌شود:

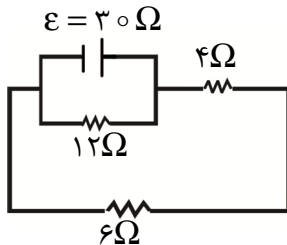
$$I_{12\Omega} = \frac{1}{3} I_{\text{کل}} = \frac{1}{3} \left(\frac{V}{R_{\text{کل}}} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{30}{4+4} \right) = \frac{5}{4} A$$



$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= 30 \text{ v} \\ r &= 0 \end{aligned}$$

در حالت دوم کل ولتاژ دو سر مقاومت 12Ω قرار می‌گیرد:

$$I_{12\Omega} = \frac{V}{R} = \frac{30}{12} = \frac{10}{4} A$$



این یعنی جریان حالت دوم ۲ برابر حالت اول است:

$$P = R \cdot I^2 \Rightarrow (2)^2 \Rightarrow \text{توان آن ۴ برابر می‌شود.}$$

برابر ۴

(همچنین با کمی دقت می‌توانستید تشخیص دهید ولتاژ دوسر آن در حالت دوم ۲ برابر حالت اول بوده و ...)

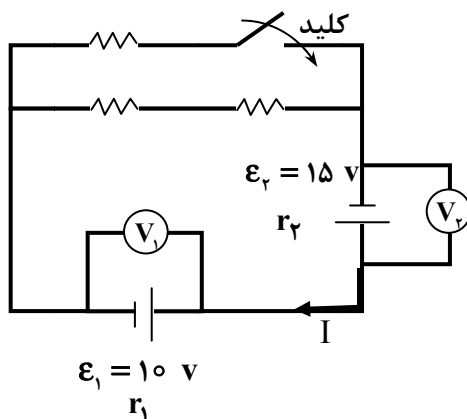
۱۸۴. گزینه ۳ درست است.

ابتدا توجه کنید که دو باتری که در خلاف جهت هم بسته شده و

باتری ۱ در نقش مصرف‌کننده ظاهر می‌شود. با بستن کلید،

مقاومت متصل به مدار کاهش و طبعاً جریان مدار افزایش

می‌یابد:



$$V_1 = \mathcal{E}_1 + r_1 I$$

↓ ↓ ↓
زیاد ثابت زیاد

$$V_2 = \mathcal{E}_2 - r_2 I$$

↓ ↓ ↓
کاهش ثابت زیاد

۱۸۵. گزینه ۲ درست است.

با تغییرات ولتاژ، مقاومت بخاری تغییری نمی‌کند. با ۲۵٪ کاهش ولتاژ، ولتاژ باقی‌مانده ۷۵٪ یعنی $\frac{3}{4}$ برابر ولتاژ اولیه است:

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

برابر $\frac{9}{16} \leftarrow P = \frac{V^2}{R}$

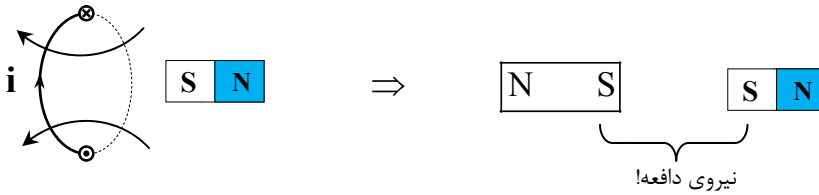
$$\Rightarrow P_2 = \frac{9}{16} P_1 = \frac{9}{16} \times 400 = 225W$$

ثابت

که به معنای ۱۷۵W کاهش توان است.

۱۸۶. گزینه ۴ درست است.

میدان حاصل از حلقه در درون آن به طرف چپ بوده و می‌توان آن را با آهنربایی جایگزین کرد که میدان درون آن آهنربا در درون آن به طرف چپ باشد:



۱۸۷. گزینه ۲ درست است.

هر ۱ دور سیم معادل قطر سیم از طول سیملوله را به خود اختصاص می‌دهد:

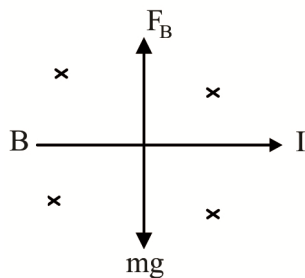
$$n = \frac{N}{l} = \frac{1}{2 \times 10^{-3}} = 500 \frac{\text{دور}}{\text{متر}}$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I = 12 \times 10^{-7} \times 5 \times 10^2 \times 200 \times 10^{-3}$$

$$B = 12 \times 10^{-5} \text{ T} = 1/2G$$

۱۸۸. گزینه ۱ درست است.

می‌بایست نیروی مغناطیسی در خلاف جهت نیروی وزن و البته با آن هم‌اندازه باشد:



$$F = 0 \Rightarrow F_B = mg$$

$$BIL \sin 90 = mg$$

$$I = \frac{mg}{BL} = \frac{10 \times 10^{-3} \times 10}{4 \times 10^{-2} \times 10^{-2} \times \frac{1}{2}} = \frac{10^{-1}}{2 \times 10^{-5}} = \frac{10^4}{2} \Rightarrow I = 5000 \text{ A}$$

۱۸۹. گزینه ۱ درست است.

میدان مغناطیسی از $0/4T$ رو به بالا به $0/1T$ رو به پایین رسیده و این یعنی $0/\Delta T$ تغییر کرده است.

$$|\bar{I}| = \frac{N \Delta \phi}{R \Delta t} = \frac{N}{R} \cdot A \cdot \cos \theta \times \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$|\bar{I}| = \frac{1}{10} \times 20 \times 10^{-4} \times 1 \times \frac{0/5}{0/2}$$

$$|\bar{I}| = 5 \times 10^{-4} \text{ A} = 0/5mA$$

۱۹۰. گزینه ۳ درست است.

عامل تغییر شار مغناطیسی عبوری از قاب، حرکت میله به طرف راست بوده و لذا جریانی در میله القا می‌شود که نتیجه آن اعمال نیرویی به طرف چپ به میله باشد تا براساس قانون لنز با عامل تغییر شار مخالفت شود. چون اندازه سرعت میله ثابت

نیست، جریان القایی و نیروی مغناطیسی حاصل نیز متغیر خواهد بود.

۱۹۱. گزینه ۲ درست است.

دو طرف رابطه می‌بایست هم‌واحد باشند: ابتدا واحد نیرو را معین می‌کنیم:

$$F = m \cdot a$$

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{kg} \quad \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

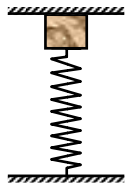
«جابه‌جایی × جرم × A = زمان × نیرو»

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{s} \quad ? \quad \text{kg} \quad \text{m}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{\text{s}}$$

۱۹۲. گزینه ۳ درست است.

نیروهای وارد بر جسم باید متوازن باشند:



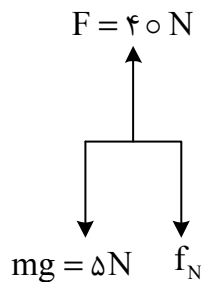
$$F = kx = 20 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \times 2 \text{cm} = 40 \text{N}$$

$$mg = 0.5 \times 10 = 5 \text{N}$$

$$F_{\text{خالص}} = 0 \Rightarrow 40 = 5 + f_N$$

$$f_N = 35 \text{N}$$

جسم:

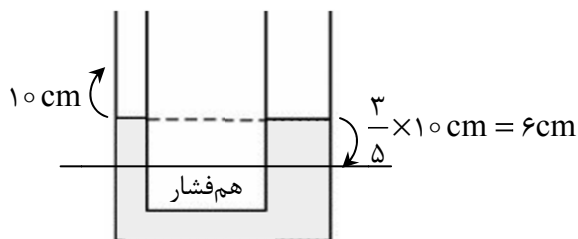


$$P = \frac{f_N}{A} = \frac{35}{10^{-2}} = 3500 \text{Pa} = 3.5 \text{kPa}$$

۱۹۳. گزینه ۳ درست است.

حجم مایع جابه‌جا شده در دو طرف باید یکسان باشد:

$$3 \text{cm}^2 \times 10 \text{cm} = 5 \text{cm}^2 \times ? \Rightarrow ? = 6 \text{cm}$$



به این ترتیب در دو طرف لوله ۱۶cm اختلاف سطح بین ایجاد می‌شود که فشار روغن می‌بایست آن را تأمین کند:

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow 1 \times 16 = 0.8 \times h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 20 \text{cm} \Rightarrow \text{حجم روغن } V = A \times h = 5 \times 20 \quad V = 100 \text{cm}^3$$

۱۹۴. گزینه ۴ درست است.

در کل مسیر ۱۰ متری، نیروی اصطکاک کار انجام می‌دهد:

$$W_t = \left\{ \begin{matrix} W_F + W_{FK} \\ \cancel{K}^\circ - \cancel{K}^\circ \end{matrix} \right\} \Rightarrow W_F + W_{FK} = 0$$

$$F \times d_1 \times \cos 0 + F_K \times d_2 \times \cos 180 = 0$$

$$10 \times 6 \times 1 + F_K \times 10 \times (-1) = 0 \Rightarrow F_K = 6N$$

$$F_K = \mu_K \cdot mg \Rightarrow 6 = \mu_K \times 20 \Rightarrow \mu_K = 0.3$$

در اینجا نیروی عمودی سطح با وزن جسم برابر است:

۱۹۵. گزینه ۱ درست است.

در مسائل راندمان، وقتی دستگاه به برق متصل می‌شود، $W = P \cdot t$ کل بوده و انرژی مفید در این مسأله به دلیل افزایش ارتفاع $mg\Delta h$ است:

$$\frac{Ra}{100} = \frac{\text{مفید}}{\text{کل}} \Rightarrow \frac{Ra}{100} = \frac{mg\Delta h}{Pt}$$

سرعت v

$$\Rightarrow \frac{48}{2100} = \frac{4 \times 10 \times 10 \times v}{50 \times 10^3} \Rightarrow 24 = 40v \Rightarrow v = 0.6 \frac{m}{s}$$

۱۹۶. گزینه ۲ درست است.

دماسنج ترموکوپل به دلیل دقت کمتر نسبت به سه دماسنج دیگر، از مجموعه دماسنج‌های معیار کنار گذاشته شده است.

۱۹۷. گزینه ۴ درست است.

توجه کنید که ضریب انبساط حجمی ۳ برابر ضریب انبساط طولی بوده و از طرفی تغییر دما در حالت دوم ۴ برابر حالت اول است.

$$\alpha \cdot \Delta\theta \times 100 = 2 \Rightarrow 2 = \alpha \times 15 \times 100$$

$$3\alpha \cdot \Delta\theta \times 100 = ? \Rightarrow ? = 3\alpha \times 60 \times 100$$

$$\Rightarrow ? = 12 \times 2 = 24\%$$

۱۹۸. گزینه ۳ درست است.

تمامی گرمای لازم برای تبخیر سطحی آب، از بقیه آب موجود گرفته شده و چون آب در دمای انجماد خود قرار دارد، آب باقی‌مانده یخ می‌بندد. گرمایی که به قسمتی از آب داده می‌شود تا تبخیر شود با اندازه گرمایی که از بقیه آب گرفته می‌شود تا یخ ببندد برابر است:

$$m \frac{L}{V} = (800 - m) \frac{L}{F} \Rightarrow 7m = 800 - m \Rightarrow m = 100g$$

۱۹۹. گزینه ۱ درست است.

در فرآیند بی‌دررو $Q = 0$ بوده و لذا $\Delta u = w$ است. بنابراین با توجه به تراکمی بودن فرآیند، $w > 0$ است که در نتیجه $\Delta u > 0$ خواهد بود و نشانه افزایش دمای گاز است.

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

\swarrow خیلی زیاد \downarrow کاهش \downarrow زیاد

پس نسبت افزایش فشار بیشتر از افزایش دمای مطلق است.

۲۰۰. گزینه ۳ درست است.

نمودار P-T فرآیند هم‌حجم، خطی است گذرنده از مبدأ است که شیب آن با حجم گاز رابطه عکس دارد.

$$PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nR}{V} \times T$$

↓
شیب

پس فرآیندهای BC و QA هم‌فشار بوده و فرآیندهای AB و CD هم‌حجم هستند که: $V_{CD} > V_{AB}$ است.
بررسی گزینه ۱:

تغییر دما در فرآیند AB کمتر و لذا تغییر انرژی درونی گاز نیز در آن کمتر است.

بررسی گزینه ۲:

تغییر انرژی درونی با تغییر دما متناسب است که چون تغییر دما در فرآیند BC بزرگ‌تر است، تغییر انرژی درونی آن نیز بزرگ‌تر است.

بررسی گزینه ۳:

هر دو فرآیند AB و CD هم‌حجم بوده و کار انجام شده در هر دوی آنها صفر است!

بررسی گزینه ۴:

هر دو فرآیند هم‌فشار هستند:

$$|W| = P \cdot \Delta V$$

↓ ↓ ↘
برای BC بزرگ‌تر برابر

شیمی

۲۰۱. گزینه ۳ درست است.

زیرا در دوره ۳، فلز واسطه وجود ندارد.

۲۰۲. گزینه ۱ درست است.

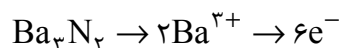
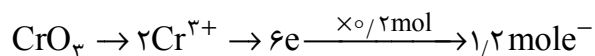
زیرا الکترون‌های برانگیخته در لایه‌های بالاتر قرار دارند.

۲۰۳. گزینه ۱ درست است.

زیرا عدد اتمی این عنصر 30 و عنصر مورد نظر، Zn است.

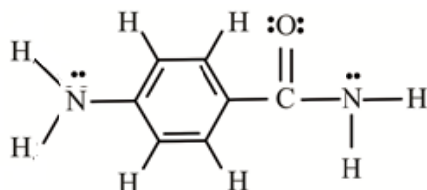
۲۰۴. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:



۲۰۵. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:



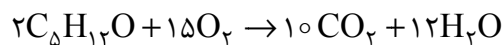
که شامل ۲۲ جفت الکترون پیوندی و ۴ جفت الکترون ناپیوندی است.

۲۰۶. گزینه ۳ درست است.

زیرا در ارتفاعات بالا، مولکول‌های یونیده نیز وجود دارند.

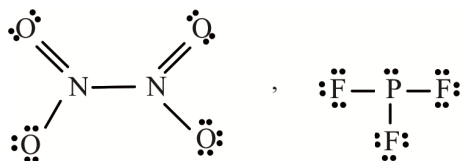
۲۰۷. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:



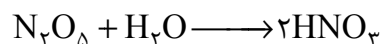
۲۰۸. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:



۲۰۹. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:



$$? \text{ mol } H^+ = 1L \times \frac{27g}{5L} \times \frac{1 \text{ mol}}{108g} \times \frac{2 \text{ mol } HNO_3}{1 \text{ mol}} \times \frac{1 \text{ mol } H^+}{1 \text{ mol } HNO_3} = 0.1$$

۲۱۰. گزینه ۳ درست است.

$$\Delta \text{ ppm} = \frac{x}{1.3g} \times 10^6 \Rightarrow x = 6.5 \times 10^{-5} \text{ g } NO_2 \times \frac{1 \text{ mol}}{46g} \approx 1.4 \times 10^{-6}$$

زیرا داریم:

و چون ضرایب استوکیومتری برابر است، داریم:

$$\text{mol } O_3 = 1.4 \times 10^{-6} \times 0.6 = 8.4 \times 10^{-7} \text{ mol } O_3$$

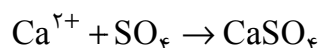
$$O_3 \text{ شمار مولکول های } = 8.4 \times 10^{-7} \times 6.02 \times 10^{23} \approx 5.1 \times 10^{17}$$

۲۱۱. گزینه ۴ درست است.

۲۱۲. گزینه ۳ درست است.

$$\text{مقدار محلول} = \frac{0.23g}{100g H_2O} \times 500g H_2O = 1.15g CaSO_4$$

زیرا داریم:



و چون داریم:

$$\text{نظری } CaSO_4 = \frac{0.1 \text{ mol}}{1L} \times 0.5L \times 136g = 6.8g$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{6.8 - 1.15}{6.8} \times 100 = 83\%$$

۲۱۳. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:

$$\text{شیب نمودار} = \frac{(52 - 35)g}{(80 - 30)^\circ C} = 0.34 \frac{g}{^\circ C}$$

$$^\circ C \text{ انحلال پذیری در } = 35g(30^\circ C) - 0.34 \times 30 = 24.8g$$

$$\text{معادله انحلال پذیری} = 24.8 + 0.34\theta$$

۲۱۴. گزینه ۲ درست است.

زیرا استون و اتانول هر دو در آب محلول هستند و شمار هیدروژن های مولکول آن ها، برابر است.

۲۱۵. گزینه ۳ درست است.

$$\text{ppm} = \frac{۲/۵\text{g}}{۱۰۰\text{g}} \times ۱۰^۶ = ۲/۵ \times ۱۰^۴ \text{ ppm}$$

زیرا داریم:

در یک لیتر ۲۵g حل می‌شود؛ پس داریم:

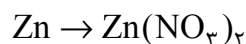
$$\text{غلظت مولار} = \frac{۲۵\text{g}/۳۰\text{g}}{۱\text{L}} = ۰/۸۳ \text{ mol.L}^{-۱}$$

۲۱۶. گزینه ۳ درست است.

زیرا به‌عنوان نمونه، هیدروژن به آرایش هشتایی نمی‌رسد.

۲۱۷. گزینه ۲ درست است.

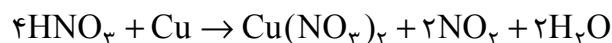
زیرا داریم: (به‌طور خلاصه)



۶۵gZn	$۱۸۹\text{gZn}(\text{NO}_3)_2$	$x = ۱/۱۶\text{g}$
$۲\text{g} \times \frac{۲۰}{۱۰۰}$	x	

۲۱۸. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:



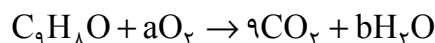
۶۴gCu	$۱\text{molCu}(\text{NO}_3)_2$	$x = ۰/۷\text{mol}$
$۵۰\text{g} \times \frac{۹۰}{۱۰۰}$	x	

۲۱۹. گزینه ۴ درست است.

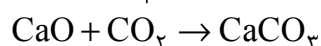
زیرا نام این ترکیب ۳-اتیل پنتان است.

۲۲۰. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:



۱	۹CO_2	$x = ۱/۸\text{molCO}_2$
$۰/۲\text{مول}$	x	



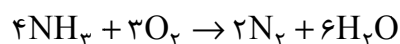
و داریم:

۵۶gCaO	۱molCO_2	$\Rightarrow y = ۱۰۰/۸\text{gCaO}$
y	$۱/۸\text{molCO}_2$	

۲۲۱. گزینه ۳ درست است.

۲۲۲. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:



$$\Delta H = (۱۲ \times ۳۹۱ + ۳ \times ۴۹۵)\text{kJ} - (۲ \times ۹۴۱ + ۱۲ \times ۴۶۷) = -۱۳۰۹\text{kJ}$$

۲۸gN_2	۱۳۰۹	$x = ۴۶/۷۵$
۱gN_2	x	

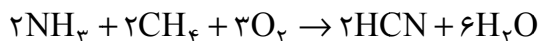
۲۲۳. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:



$\frac{3 \text{ mol C}}{1 \text{ mol C}}$	$\frac{470 \text{ kJ}}{x}$	$x = 156,7 \text{ kJ}$
---	----------------------------	------------------------

۲۲۴. گزینه ۱ درست است.



زیرا داریم:

$$\text{mol CH}_4 = \frac{1,12 \text{ L}}{22,4 \text{ L}} = 0,05 \text{ mol}$$

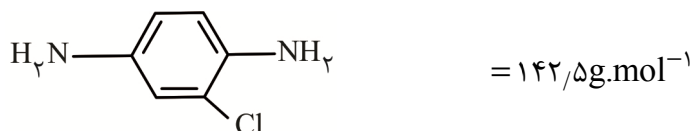
$$R = \frac{0,05 \text{ mol}}{2} = 0,025 \text{ mol}$$

و سرعت تولید HCN دو برابر سرعت واکنش است؛ پس داریم:

$\frac{1 \text{ min}}{x}$	$\frac{0,05 \text{ mol HCN}}{0,1 \text{ mol HCN}}$	$x = 100 \text{ min} = 6000 \text{ s}$
---------------------------	--	--

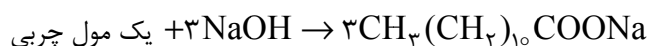
۲۲۵. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:



۲۲۶. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم (خلاصه)



$$\text{جرم مولی چربی} = 638$$

$$\text{جرم مولی صابون} =$$

$\frac{638 \text{ g چربی}}{200 \text{ g چربی}}$	$\frac{3 \times 222 \text{ g} \times \frac{70}{100}}{x \approx 146}$	صابون
---	--	-------

۲۲۷. گزینه ۱ درست است.

$$\text{pH اولیه} = -\text{Log } 0,2 = 0,7$$

$$\text{mol HNO}_3 = 0,2 \text{ mol}$$

$$\text{mol NaOH} = \frac{4 \text{ g}}{40 \text{ g}} = 0,1 \text{ mol}$$

پس ۰/۱ مول در یک لیتر محلول از اسید باقی می ماند و $\text{pH} = 1$ است. پس ۰/۳ واحد تغییر pH داریم.

۲۲۸. گزینه ۴ درست است.

$$\text{mol NH}_3 = \frac{89,6 \text{ L}}{22,4 \text{ L}} = 4 \text{ mol}$$

زیرا داریم:

$$\text{غلظت مولار} = \frac{4 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-]: 2 \times \frac{1}{100} = 0,02 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$$

$$[\text{H}^+] = \frac{10^{-14}}{0,02} = 5 \times 10^{-13}$$

$$\text{pH} = -\text{Log}(5 \times 10^{-13}) = 12,3$$

۲۲۹. گزینه ۳ درست است.

زیرا مجموع اعداد اکسایش کربن در این ترکیب ۲- و در استون ۴- است.

۲۳۰. گزینه ۳ درست است.

زیرا در آن علاوه بر تولید انرژی الکتریکی، آب نیز تولید می‌شود و مقدار **emf** آن برابر با پتانسیل کاهش‌ی مربوط به کاتد است.

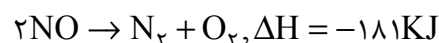
۲۳۱. گزینه ۱ درست است.

زیرا در این فرآیند، یون Zn^{2+} تولید می‌شود.

۲۳۲. گزینه ۱ درست است.

۲۳۳. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:



$$\text{کل گاز خروجی} = \frac{\Delta L}{1\text{s}} \times 3600\text{s} \times \frac{1/2\text{g}}{1\text{L}} = 21600\text{g}$$

$$10 \text{ ppm} = \frac{x\text{gNO}}{21600} \times 10^6 \quad x = 0,216\text{gNO}$$

$$\frac{30\text{gNO}}{0,216\text{gNO}} \mid \frac{181\text{kJ}}{x} \quad x = 1,3\text{kJ}$$

۲۳۴. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:



و چون واکنش ۵۰٪ پیشرفت داشته است، از NO و NO_2 یک مول و ۲ مول NH_3 باقی مانده است و ۲ مول N_2 و ۳ مول H_2O تولید شده است؛ بنابراین داریم:

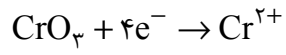
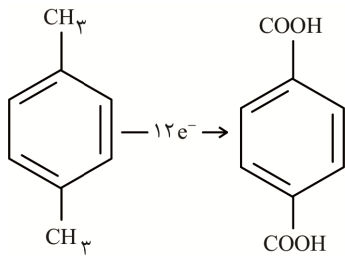
$$[\text{NO}_2] = [\text{NO}] = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ mol.L}^{-1} \quad [\text{NH}_3] = \frac{2}{5} = 0,4 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{N}_2] = \frac{2}{5} = 0,4 \text{ mol.L}^{-1} \quad [\text{H}_2\text{O}] = \frac{3}{5} = 0,6 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K = \frac{[\text{N}_2]^2 [\text{H}_2\text{O}]^3}{[\text{NO}] [\text{NO}_2] [\text{NH}_3]^2} = \frac{(0,4)^2 (0,6)^3}{0,2 \times 0,2 \times (0,4)^2} = 5,4$$

۲۳۵. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم: (به طور خلاصه)



$x = 141\text{g}$	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 0 5px;">۱۰۶g</td> <td style="padding: 0 5px;">پارازایلن</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;">۵۰g</td> <td style="padding: 0 5px;">پارازایلن</td> </tr> </table>	۱۰۶g	پارازایلن	۵۰g	پارازایلن	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 0 5px;">$3 \times 100\text{g}$</td> <td style="padding: 0 5px;">CrO_3</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 5px;">x</td> <td></td> </tr> </table>	$3 \times 100\text{g}$	CrO_3	x	
۱۰۶g	پارازایلن									
۵۰g	پارازایلن									
$3 \times 100\text{g}$	CrO_3									
x										