

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۰

سال تحصیلی ۹۹-۰۰

آزمون آزمایشی ۴ تیر ۱۴۰۰

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۵۵	۱۰۱	۱۵۵	۸۵ دقیقه
فیزیک	۴۵	۱۵۶	۲۰۰	۵۵ دقیقه
شیمی	۳۵	۲۰۱	۲۳۵	۳۵ دقیقه
تعداد کل پرسشها: ۱۳۵		مدت پاسخگویی: ۱۷۵ دقیقه		

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۰ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مرحله ۱۹

دفترچه شماره ۲



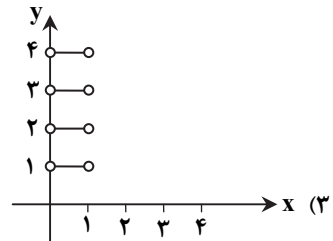
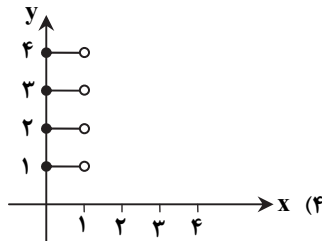
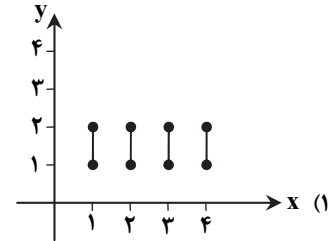
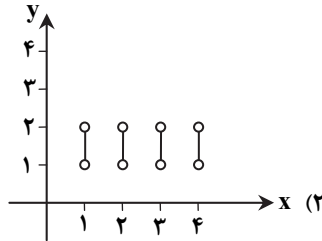
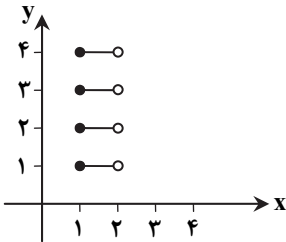
همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی درس های عمومی و اختصاصی را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات تلایبی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، پیش آزمون های آنلاین، بانک سؤال گزیده دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزیده دو و... با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزیده دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

۱۰۱- اگر $A_n = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+n| \leq 2^n\}$ ، تعداد زیرمجموعه‌های سره و غیر تهی $A_1 \cap A_2$ کدام است؟

- ۶۳ (۱) ۳۱ (۲) ۶۲ (۳) ۳۰ (۴)

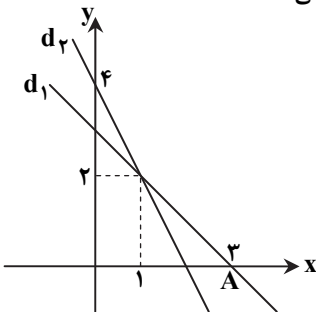
۱۰۲- اگر نمودار $A \times B$ به شکل روبه‌رو باشد، آنگاه نمودار $B \times (A - B)$ کدام است؟



۱۰۳- اختلاف ریشه‌های معادله $\sqrt{x^2 + 3x + 7} + \sqrt{x^2 + 3x - 1} = 4$ کدام است؟

- $\sqrt{11}$ (۱) $\sqrt{13}$ (۲) $\sqrt{15}$ (۳) $\sqrt{17}$ (۴)

۱۰۴- در شکل روبه‌رو خطی که در نقطه A بر خط d_1 عمود می‌شود خط d_2 را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟



- $\frac{5}{3}$ (۱)
 $\frac{4}{3}$ (۲)
 $\frac{8}{3}$ (۳)
 $\frac{7}{3}$ (۴)

۱۰۵- دامنه تابع $f(x) = x^2 + 2x - 1$ را به بازه $[-3, 2]$ محدود کرده‌ایم. اگر برد این تابع بازه $[a, b]$ باشد، مقدار $b - a$ کدام است؟

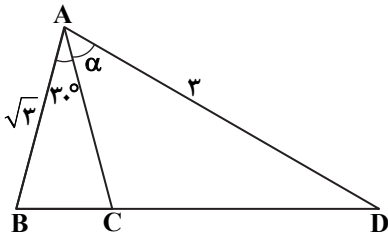
- ۹ (۱) ۷ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۰۶- اگر $f = \{(2, 3), (-1, 2), (3, 4)\}$ و $g = \{(2, 1), (3, -1), (4, 3)\}$ برد تابع $\frac{f-g}{g \circ f^{-1}}$ شامل کدام عضو است؟

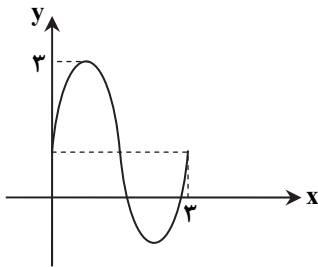
- ۱ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۱۰۷- در شکل روبه‌رو اگر مساحت مثلث ABC، $\frac{1}{3}$ مساحت مثلث ABD باشد، مقدار $\cos \alpha$ کدام است؟



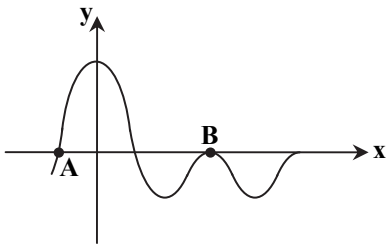
- (۱) $\frac{\sqrt{6}}{9}$
 (۲) $\frac{1}{3}$
 (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۴) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

۱۰۸- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + 2\sin(b\pi x)$ به صورت روبه‌رو است. حاصل $f(\frac{5}{4})$ کدام است؟



- (۱) $1 + \sqrt{3}$
 (۲) ۲
 (۳) $\sqrt{3} - 1$
 (۴) $\frac{3}{2}$

۱۰۹- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \cos 2x + \cos x$ به صورت زیر است. اختلاف طول نقاط A و B چقدر است؟



- (۱) $\frac{7\pi}{6}$
 (۲) $\frac{4\pi}{3}$
 (۳) $\frac{5\pi}{3}$
 (۴) $\frac{11\pi}{6}$

۱۱۰- اگر اعداد a، $3a$ و $4b$ جملات متوالی دنباله‌ای حسابی و اعداد a، mb و $4a$ جملات متوالی دنباله‌ای هندسی باشند، |m| کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۱- اگر $2 = 2 \log_x 2 + \log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 x$ ، مقدار $\log_2(2x-4)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۱۲- حد تابع $f(x) = \frac{m - [2x]}{x^2 - 2x}$ در $x = 2$ برابر $-\infty$ است. کدام مقدار می تواند باشد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $\sqrt{8}$ (۲) $\sqrt{17}$ (۳) $\sqrt{28}$ (۴) $\sqrt{37}$

۱۱۳- حد چپ تابع $f(x) = \frac{\sqrt{1 + \cos 4x}}{1 - \tan x}$ در نقطه $x = \frac{\pi}{4}$ چقدر است؟

- (۱) $-\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $-2\sqrt{2}$

۱۱۴- تابع $y = \left[\frac{a}{x} \right]$ در بازه $(\frac{a}{4}, 3)$ پیوسته است. حداقل مقدار a کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۹ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۵- فاصله های مجانب های تابع $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۶- اگر $f(x) = \frac{2x - [x]}{\sqrt{x}}$ ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(\lambda - h) - f}{h}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $-\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $-\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{5}{6}$

۱۱۷- اگر $g'(x) = x + \frac{1}{x}$ و $f(x) = g(x^2)$ ، مقدار $f''(\sqrt{2})$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۱۱۸- تابع $f(x) = \sin^2 x - 2\sin x + 3$ با دامنه $(0, 2\pi)$ مفروض است. در کدام بازه تابع صعودی اکید و با تقعر روبه پایین است؟

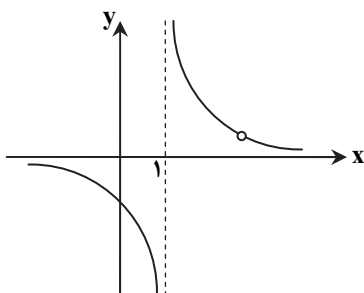
- (۱) $(\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6})$ (۲) $(\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2})$ (۳) $(\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6})$ (۴) $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$

۱۱۹- اگر یک مقدار مینیمم نسبی تابع $f(x) = x^3(x - 4a)$ برابر ۲۷- باشد، طول نقطه عطف آن در ناحیه چهارم کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

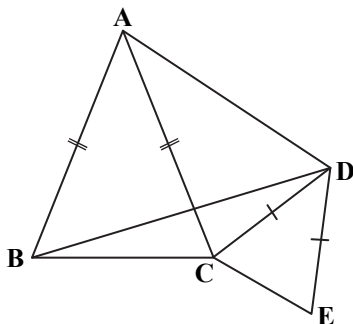
۱۲۰- نمودار تابع $f(x) = \frac{x - 3}{x^2 + ax + b}$ به صورت روبه رو است. مقدار $f(-2)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$
(۲) $-\frac{1}{3}$
(۳) $-\frac{1}{4}$
(۴) $-\frac{1}{5}$



محل انجام محاسبات

۱۲۱- در شکل روبه‌رو مثلث‌های ABC و CDE متساوی‌الساقین‌اند. کدام نامساوی همواره درست است؟



(۱) $AD > CE$

(۲) $AB < BD$

(۳) $BD > DE$

(۴) $AC > CD$

۱۲۲- بر روی ضلع BC از مثلث متساوی‌الاضلاع ABC، مربع BCDE را خارج مثلث رسم می‌کنیم. AD و AE ضلع BC را در نقاط M و N قطع می‌کنند. اگر طول ضلع مثلث $\sqrt{3}$ باشد، طول MN کدام است؟

(۴) $6 - 3\sqrt{3}$

(۳) $3 - \sqrt{3}$

(۲) $4 - \sqrt{3}$

(۱) $2 - \sqrt{3}$

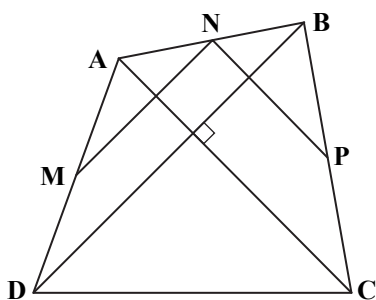
۱۲۳- در شکل روبه‌رو M، N و P وسط‌های اضلاع چهارضلعی می‌باشند. اگر Q وسط ضلع چهارم باشد، کدام گزینه در مورد MP و NQ همواره برقرار است؟

(۱) برابرند.

(۲) منصف یکدیگرند.

(۳) عمودند.

(۴) برابر و منصف یکدیگرند.



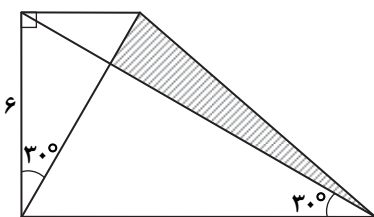
۱۲۴- در دوزنقه قائم‌الزاویه شکل زیر، با توجه به اندازه‌ها، مساحت قسمت هاشورزده کدام است؟

(۱) $3\sqrt{3}$

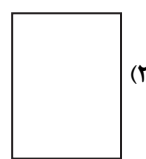
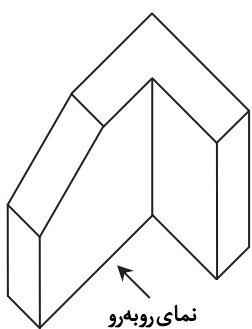
(۲) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

(۳) $6\sqrt{3}$

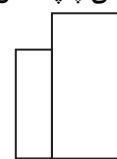
(۴) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$



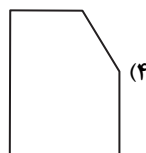
۱۲۵- نمای چپ شکل روبه‌رو کدام است؟



(۲)



(۱)



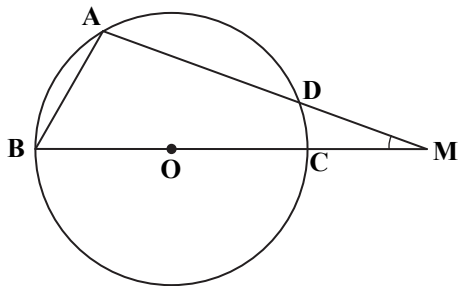
(۴)



(۳)

محل انجام محاسبات

۱۲۶- در شکل روبه‌رو $\widehat{M} = \widehat{CD} = 20^\circ$ است. طول AB بر حسب شعاع دایره کدام است؟



R (۱)

$\sqrt{2}R$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{2}R$ (۳)

$\frac{\sqrt{2}}{2}R$ (۴)

۱۲۷- در یک مثلث متساوی‌الاضلاع طول خط‌المركزین دو دایره محاطی داخلی و محاطی خارجی برابر ۲ است. طول ضلع مثلث کدام است؟

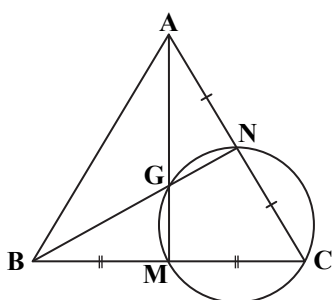
$2\sqrt{3}$ (۴)

۲ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

۱ (۱)

۱۲۸- در مثلث ABC ، میانه‌های AM و BN در نقطه G متقاطع‌اند. اگر چهارضلعی $GNCM$ محاطی باشد، حاصل $a^2 + b^2$ در این مثلث کدام است؟



c^2 (۱)

$2c^2$ (۲)

$3c^2$ (۳)

$4c^2$ (۴)

۱۲۹- در مثلث ABC ، میانه‌های AA' ، BB' و CC' در نقطه G هم‌رس‌اند و A'' ، B'' و C'' وسط‌های AG ، BG و CG می‌باشند. اگر

مثلث‌های $A'B'C'$ و $A''B''C''$ مجانس یکدیگر باشند، نسبت تجانس این دو مثلث کدام است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

$-\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۱۳۰- نقاط $A(1, 2)$ و $B(11, 4)$ در صفحه و M و N به فاصله ۲ از یکدیگر روی محور x ها طوری قرار گرفته‌اند که طول نقاط M و N در بازه

$[1, 11]$ است. کمترین اندازه خط شکسته $AMNB$ کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

۱۳۱- در مثلث ABC ، $AB = 1$ ، $AC = 4$ و $\hat{A} = 60^\circ$ است. اگر نیمساز AD را در این مثلث رسم کنیم، طول BD کدام است؟

$\frac{\sqrt{11}}{5}$ (۴)

$\frac{2}{5}$ (۳)

$\frac{\sqrt{13}}{5}$ (۲)

$\frac{3}{5}$ (۱)

۱۳۲- اگر دستگاه $\begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ 3x + 5y = 14 \end{cases}$ را به روش ماتریس وارون حل کنیم، $x + y$ کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۳۳- اگر $A^2 = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$ ، $B^2 = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$ و $A - B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ باشند، حاصل $AB + BA$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -6 & -6 \\ -7 & -3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -3 & 3 \\ -6 & 7 \end{bmatrix}$

۱۳۴- به ازای کدام مقدار m ، معادله $\begin{vmatrix} x+2 & -1 & 2 \\ 0 & x+1 & 0 \\ m & 3 & x \end{vmatrix} = 0$ فقط یک ریشه دارد؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) صفر

۱۳۵- سهمی به کانون $F(6, 4)$ و خط هادی $x = 2$ ، محور x ها را به کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۶

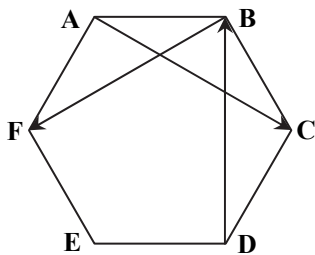
۱۳۶- مکان هندسی مرکز دایری که در نقطه $(1, 3)$ بر دایره $x^2 + y^2 = 10$ مماس می‌شوند، کدام است؟

- (۱) خط $y = 2x$ (۲) خط $x = 3y$ (۳) خط $2y = x$ (۴) خط $y = 3x$

۱۳۷- در یک بیضی به کانون‌های F و F' ، دایره‌ای به قطر FF' ، بیضی را در نقطه M قطع کرده است. اگر زاویه $\widehat{MFF'} = 60^\circ$ باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\sqrt{3} - 1$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

۱۳۸- در شش‌ضلعی منتظم شکل روبه‌رو، حاصل $\overline{AC} + \overline{DB} + 2\overline{BF}$ با کدام برابر است؟



- (۱) \overline{CE}
(۲) \overline{FB}
(۳) \overline{DA}
(۴) \overline{BE}

۱۳۹- اگر $|a| = 6$ ، $|b| = 5$ و اندازه تصویر بردار b بر امتداد بردار a برابر ۳ باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع بناشده بر دو بردار $2a - b$ و $2a + b$ کدام است؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۴۰

۱۴۰- در کیسه‌ای ۳ مهره سفید و ۱ مهره آبی و ۲ مهره قرمز موجود است. دو مهره به تصادف و پی‌درپی و با جای‌گذاری خارج می‌کنیم، احتمال آنکه هر دو مهره هم‌رنگ باشند چقدر است؟

- (۱) $\frac{7}{18}$ (۲) $\frac{13}{36}$ (۳) $\frac{5}{16}$ (۴) $\frac{10}{36}$

۱۴۱- تاسی را پرتاب می‌کنیم. اگر عدد مضرب ۳ ظاهر شود، ۲ سکه پرتاب می‌کنیم در غیر این صورت، ۳ سکه پرتاب می‌کنیم. احتمال ظاهر شدن دقیقاً ۲ رو کدام است؟

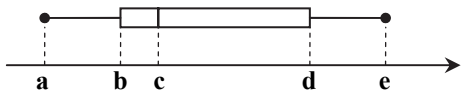
- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{3}$

محل انجام محاسبات

۱۴۲- ظرف A شامل ۴ سیب قرمز و ۳ سیب زرد و ظرف B شامل ۲ سیب قرمز و ۳ سیب زرد می‌باشد. از ظرف اول ۲ سیب و از ظرف دوم ۱ سیب داخل ظرف خالی C می‌ریزیم. حال یک سیب به تصادف از ظرف C خارج می‌کنیم. اگر این سیب قرمز باشد احتمال آنکه از ظرف A به ظرف C جابه‌جا شده باشد، کدام است؟

$\frac{17}{27}$ (۱) $\frac{20}{27}$ (۲) $\frac{22}{27}$ (۳) $\frac{23}{27}$ (۴)

۱۴۳- تعداد کالایی که یک خانواده در طول یک هفته از فروشگاه تهیه می‌کنند به صورت ۱, ۲, ۳, ۵, ۱, ۳ می‌باشد. اگر نمودار جعبه‌ای داده‌ها به صورت زیر باشد، حاصل $(a + e) - (b + c + d)$ کدام است؟



- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳

۱۴۴- اگر باقی‌مانده عدد A بر عدد ۲۹ مساوی دو برابر خارج‌قسمت آن باشد و باقی‌مانده A بر ۱۹ مساوی ۵ باشد، مجموع ارقام کوچک‌ترین مقدار طبیعی A کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۱۱ (۴) ۱۵

۱۴۵- اگر عدد ۵ رقمی $abb24$ بر ۴۴ بخش‌پذیر باشد، رقم یکان $(a-2)^{103}$ چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

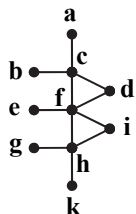
۱۴۶- اگر a_1, a_2, a_3 سه عدد صحیح و b_1, b_2, b_3 همان اعداد، ولی با ترتیب متفاوت باشند، در این صورت چه تعداد از گزینه‌های زیر ممکن است درست نباشد؟

- (۱) حاصل $a_1 a_2 a_3 + b_1 b_2 b_3$ همواره عددی زوج است.
 (۲) حاصل $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ همواره عددی فرد است.
 (۳) $(a_1 + b_1)(a_2 + b_2)(a_3 + b_3)$ همواره عددی زوج است.
 (۴) $(a_1 + b_1) + (a_2 + b_2) + (a_3 + b_3)$ همواره عددی زوج است.

۱۴۷- گراف همبند G از مرتبه ۹ دارای ۷- مجموعه ۲ عضوی است، حداکثر اندازه این گراف کدام است؟

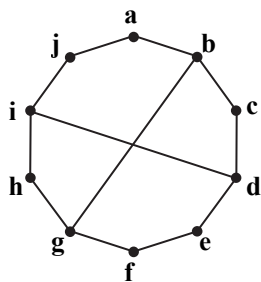
- (۱) ۴۵ (۲) ۳۶ (۳) ۳۵ (۴) ۳۱

۱۴۸- اختلاف حداکثر و حداقل تعداد رأس‌های مجموعه احاطه‌گر مینیمال در گراف روبه‌رو چقدر است؟



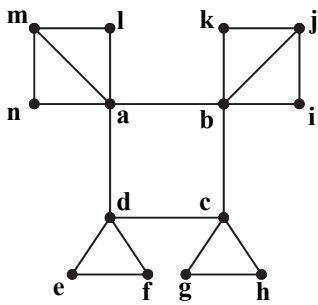
- (۱) ۳
 (۲) ۴
 (۳) ۵
 (۴) صفر

۱۴۹- شکل روبه‌رو، فاقد کدام دور به طول‌های داده‌شده است؟



- (۱) ۶
 (۲) ۷
 (۳) ۸
 (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات



۱۵۰- گراف روبه‌رو چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال دارد؟

- ۹ (۱)
- ۲۷ (۲)
- ۳۶ (۳)
- ۸۱ (۴)

۱۵۱- به چند طریق می‌توان از یک مربع لاتین 4×4 دو خانه انتخاب کرد به طوری که مجموع عددهای این دو خانه برابر ۶ شود؟

- ۱۶ (۱)
- ۲۰ (۲)
- ۲۲ (۳)
- ۲۴ (۴)

۱۵۲- به چند طریق می‌توان ۵ کتاب مختلف را بین سه نفر توزیع کرد به طوری که به نفر اول فقط یک کتاب و به بقیهٔ افراد حداقل یک کتاب برسد؟

- ۱۴ (۱)
- ۳۵ (۲)
- ۷۰ (۳)
- ۷۲ (۴)

۱۵۳- حداقل چند نقطه با مختصات صحیح در یک صفحهٔ مربعی شکل با رئوس $A(0,0)$ ، $B(10,0)$ ، $C(0,10)$ و $D(10,10)$ داشته باشیم تا به‌طور یقین مختصات وسط پاره‌خطی که دو نقطه را به هم وصل می‌کند عددی صحیح باشد؟

- ۲ (۱)
- ۴ (۲)
- ۵ (۳)
- ۹ (۴)

۱۵۴- به‌ازای چند عضو از مجموعه اعداد سه‌رقمی مانند a ، تساوی $[a, 150] = 2100$ برقرار است؟

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

۱۵۵- در یک بیمارستان ۱۰۰ بیمار مبتلا به کرونا بستری هستند، جهت یکسری آزمایش جدید نمونه‌ای به‌اندازهٔ ۲۰ نفر از آن‌ها انتخاب می‌کنیم، برای این منظور ۱۰۰ نفر را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و از هر قسمت یک نمونهٔ تصادفی دوتایی انتخاب می‌کنیم. در این روش از نمونه‌گیری استفاده می‌شود و احتمال انتخاب هر عضو در نمونهٔ مساوی است.

- (۱) طبقه‌ای - $\frac{1}{5}$
- (۲) طبقه‌ای - $\frac{1}{10}$
- (۳) سامانمند - $\frac{1}{5}$
- (۴) سامانمند - $\frac{1}{10}$

۵۵' فیزیک

زمان پیشنهادی

جامع مطابق محدودهٔ آزمون سراسری سال ۱۴۰۰ (یادبر نظر گرفتن حذفیات سازمان سنجش)

۱۵۶- یک تلمبه (پمپ) الکتریکی با توان الکتریکی متوسط ۲۰ کیلووات، در هر ثانیه ۸۰ لیتر مایع با چگالی ۱۲۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب را از

سطح زمین تا ارتفاع ۱۵ متری بالا می‌برد. بازده این تلمبه چند درصد است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

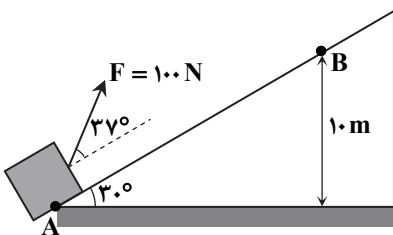
- ۸۵ (۱)
- ۸۰ (۲)
- ۷۵ (۳)
- ۶۰ (۴)

۱۵۷- وزنه‌ای به جرم ۱۰ کیلوگرم توسط نیروی ثابت \vec{F} ، مطابق شکل از حال سکون از نقطهٔ A حرکت می‌کند و از روی سطح شیب‌دار بالا می‌رود. اگر تندی وزنه هنگام عبور از نقطهٔ B

برابر $8 \frac{m}{s}$ باشد، اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر وزنه در این مسیر چند نیوتون بوده

است؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$ ، $g = 10 \frac{m}{s^2}$ و بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر وزنه ثابت است.)

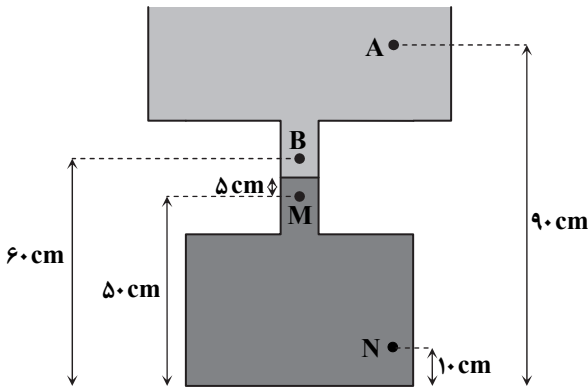
- ۱۸ (۱)
- ۱۶ (۲)
- ۱۴ (۳)
- ۱۲ (۴)



محل انجام محاسبات

۱۵۸- در شکل زیر، مساحت مقطع سه قسمت ظرف از بالا به پایین به ترتیب ۱۲۰ cm^2 ، ۲۰ cm^2 و ۱۰۰ cm^2 است. اگر چگالی مایعها

$\frac{۱}{۵}\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $\frac{۰}{۶}\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ باشد، اختلاف فشار بین نقاط M و N چند برابر اختلاف فشار میان نقاط A و B است؟



(۱) $\frac{۱۰}{۳}$

(۲) $\frac{۱۵}{۸}$

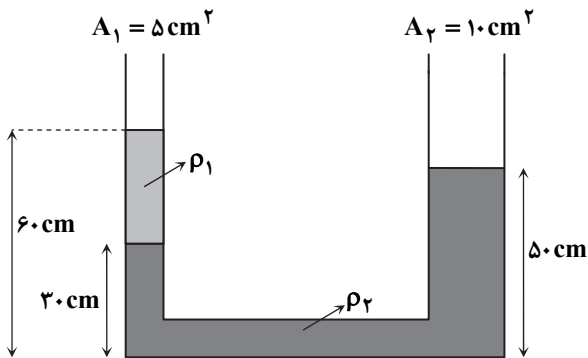
(۳) $\frac{۱۴}{۳}$

(۴) $\frac{۲۱}{۸}$

۱۵۹- مطابق شکل، سطح مقطع دو شاخه لوله U شکل $A_1 = ۵\text{ cm}^2$ و $A_2 = ۱۰\text{ cm}^2$ است. دو مایع مخلوطنشده در حال تعادل هستند و

اگر $\rho_2 = \frac{۱}{۲}\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است. اگر ۱۳۵ cm^3 از مایع با چگالی ρ_1 به شاخه سمت چپ اضافه کنیم، سطح مایع در شاخه سمت راست در چه

ارتفاعی نسبت به کف ظرف قرار می‌گیرد؟



(۱) ۵۴ cm

(۲) ۵۶ cm

(۳) ۵۹ cm

(۴) ۶۲ cm

۱۶۰- در یک ظرف ۴۰۰ گرم یخ صفر درجه سلسیوس داریم. مقداری آب ۶۰°C به ظرف اضافه می‌کنیم و پس از برقراری تعادل، ۲۸۰ گرم آب در

ظرف باقی می‌ماند. جرم کل آب و یخ موجود در ظرف چند گرم خواهد بود؟ $(L_F = ۳۳۶\frac{\text{J}}{\text{g}}$ ، $c_{\text{آب}} = ۴/۲\frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}}$)

(۴) ۵۲۰

(۳) ۵۶۰

(۲) ۵۸۰

(۱) ۶۴۰

۱۶۱- وقتی دمای یک کره فلزی را از ۲۰°C به ۱۴۰°C می‌رسانیم، حجم آن از ۵۰۰۰ cm^3 به ۵۰۹۰ cm^3 می‌رسد. ضریب انبساط سطحی این

فلز تقریباً چند $\frac{۱}{\text{K}}$ است؟

(۴) $۱۰^{-۴}$

(۳) $۷/۵ \times ۱۰^{-۵}$

(۲) ۵×۱۰^{-۵}

(۱) $۱/۵ \times ۱۰^{-۴}$

محل انجام محاسبات

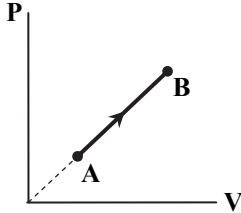
۱۶۲- در یک مخزن مقداری گاز آرمانی (کامل) با فشار ۳۰۰ کیلوپاسکال و دمای 327°C وجود دارد. با خروج $0/4$ مول گاز از مخزن، فشار گاز 50 کیلوپاسکال و دمای آن 60 درجه سلسیوس کم می شود. مقدار گاز باقی مانده در مخزن چند مول است؟

- ۴/۸ (۱) ۵ (۲) ۵/۲ (۳) ۵/۸ (۴)

۱۶۳- اگر فشار یک گاز آرمانی ۲۰ درصد کم و حجم آن ۲۰ درصد زیاد شود، دمای گاز 20°C تغییر می کند. دمای نهایی گاز چند درجه سلسیوس است؟

- ۲۴۷ (۱) ۲۲۷ (۲) ۲۰۷ (۳) ۱۸۷ (۴)

۱۶۴- اگر مقداری گاز آرمانی (کامل) فرایند AB شکل روبه رو را انجام دهد، کدام یک از گزینه های زیر در مورد آن درست است؟



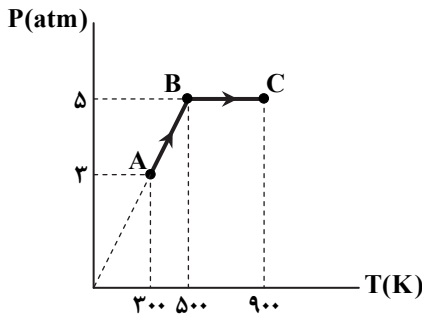
(۱) اندازه گرمای مبادله شده از اندازه کار انجام شده توسط گاز، بیشتر است.

(۲) دمای گاز در ابتدا و انتهای فرایند یکسان است.

(۳) اندازه گرمای مبادله شده در این فرایند از اندازه کار انجام شده توسط گاز، کمتر است.

(۴) دمای گاز در انتهای فرایند کمتر از دمای اولیه آن است.

۱۶۵- در شکل روبه رو، ۱۰ مول گاز آرمانی (کامل) تک اتمی فرایند ABC را طی می کند. در این فرایند، چند کیلوژول گرما به گاز داده شده است؟



$$(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}, C_V = \frac{3}{2} R, 1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa})$$

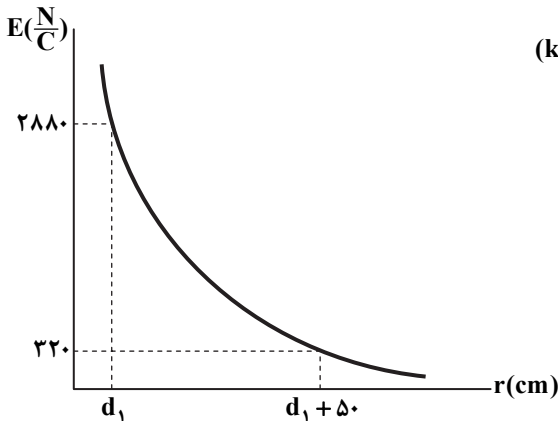
- ۱۰۴ (۱)
۷۲ (۲)
۴۰ (۳)
۳۲ (۴)

۱۶۶- یک یخچال برای آنکه دمای 2 kg آب را به اندازه 35°C پایین بیاورد، 350 کیلوژول گرما به هوای اتاق می دهد. ضریب عملکرد یخچال

کدام است؟ $(C_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}})$

- ۶/۲۵ (۴) ۵/۷۵ (۳) ۵/۲۵ (۲) ۴/۷۵ (۱)

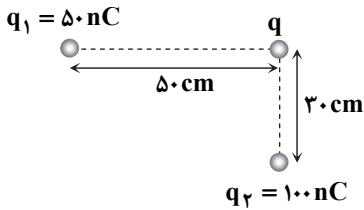
۱۶۷- بزرگی میدان الکتریکی یک بار نقطه ای بر حسب فاصله از آن مطابق نمودار



روبه رو، تغییر می کند. مقدار این بار چند نانوکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2})$

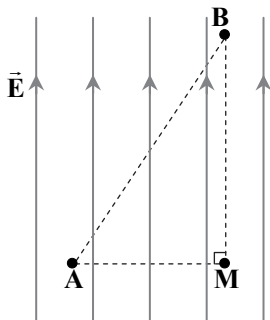
- ۱۰ (۱)
۲۰ (۲)
۲۵ (۳)
۱۵ (۴)

محل انجام محاسبات



۱۶۸- سه بار نقطه‌ای مطابق شکل در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. اگر بزرگی نیرویی که بار q وارد می‌کند، با بزرگی نیرویی که بار q بر q_2 وارد می‌کند، به اندازه $8/2 \times 10^{-3}$ نیوتون اختلاف داشته باشد، اندازه q چند نانوکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$

- ۱۰۰ (۱)
- ۲۰۰ (۲)
- ۱۰۰۰ (۳)
- ۲۰۰۰ (۴)



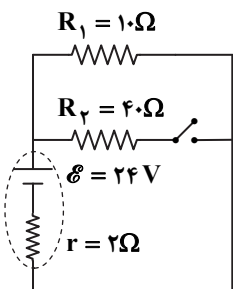
۱۶۹- یک ذره با بار $q = +100 \text{ nC}$ مطابق شکل درون یک میدان الکتریکی یکنواخت، از نقطه A تا نقطه B حرکت می‌کند و در این مسیر تنها نیروی مؤثر بر آن، نیروی الکتریکی است. اگر $AM = 40 \text{ cm}$ و $BM = 60 \text{ cm}$ باشد و در این جابه‌جایی، انرژی جنبشی ذره ۳۰۰ میکروژول زیاد شده باشد، بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت چند نیوتون بر کولن است؟

- ۵۰۰۰ (۱)
- ۶۰۰۰ (۲)
- ۷۵۰۰ (۳)
- ۹۰۰۰ (۴)

۱۷۰- فضای بین دو صفحه یک خازن تخت با ظرفیت $C = 10 \mu\text{F}$ خالی است. فاصله بین دو صفحه آن را نصف کرده و فضای بین دو صفحه را توسط ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک $\kappa = 4$ پر می‌کنیم. اگر اکنون اختلاف پتانسیل میان دو صفحه را نیز به اندازه 30 V کاهش دهیم، بار ذخیره‌شده روی صفحات خازن دو برابر حالت اولیه آن می‌شود. اندازه بار روی هر صفحه خازن پس از همه این تغییرات، چند میکروکولن است؟

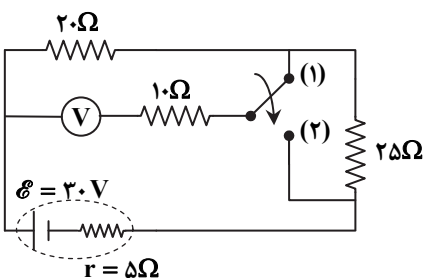
- ۶۰۰ (۱)
- ۸۰۰ (۲)
- ۱۲۰۰ (۳)
- ۱۶۰۰ (۴)

۱۷۱- با بستن کلید در مدار روبه‌رو، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 10 اهمی چند ولت تغییر می‌کند؟



- ۳/۶ (۱)
- ۲/۴ (۲)
- ۰/۸ (۳)
- ۰/۴ (۴)

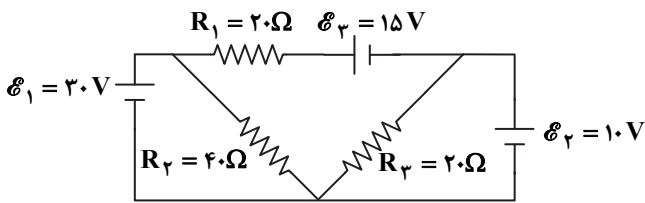
۱۷۲- در شکل روبه‌رو، اگر کلید از وضعیت (۱) به وضعیت (۲) تغییر حالت دهد، عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، چند ولت تغییر می‌کند؟



- ۱۰ (۱)
- ۱۲ (۲)
- ۱۵ (۳)
- ۱۸ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۷۳- در مدار شکل زیر، همه باتری‌ها آرمانی هستند. اگر جریان گذرنده از باتری آرمانی $\mathcal{E}_1 = 30V$ را I_1 و جریان گذرنده از باتری آرمانی $\mathcal{E}_2 = 10V$ را I_2 بنامیم، I_1 و I_2 چند آمپر هستند؟



(1) $I_2 = \frac{1}{2} A, I_1 = \frac{3}{4} A$

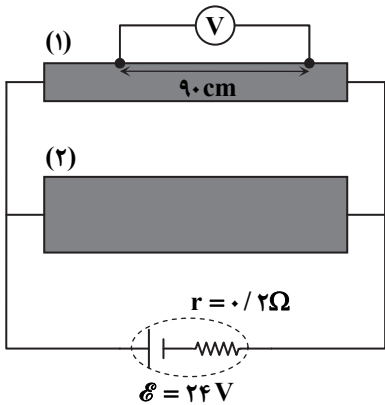
(2) $I_2 = \frac{3}{4} A, I_1 = 1 A$

(3) $I_2 = \frac{3}{4} A, I_1 = \frac{1}{2} A$

(4) $I_2 = \frac{1}{2} A, I_1 = 1 A$

۱۷۴- در شکل روبه‌رو، مقاومت الکتریکی سیم‌ها ناچیز و مقاومت درونی باتری $r = 0.2 \Omega$ است. طول هریک از میله‌های رسانای یکنواخت استوانه‌ای شکل

۱۵۰ cm و مقاومت ویژه آن‌ها $5 \times 10^{-6} \Omega \cdot m$ و قطر مقطع میله (۲)، دو برابر قطر مقطع میله (۱) است. اگر ولت‌سنج آرمانی عدد ۱۲ ولت را نشان دهد، مساحت سطح مقطع میله (۱) چند میلی‌متر مربع است؟



(1)

۱/۵ (۲)

۲ (۳)

۲/۵ (۴)

۱۷۵- از سیم‌لوله‌ای آرمانی به طول ۲۰ cm با ۴۰۰ دور حلقه و قطر مقطع ۲ cm، جریان $0.9/9$ آمپر و از سیم‌پیچ تختی با ۱۵۰ دور سیم و شعاع ۵ cm، جریان $0.6/6$ آمپر عبور می‌کند. بزرگی میدان مغناطیسی در داخل سیم‌لوله و به دور از لبه‌ها چند برابر بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز سیم‌پیچ تخت است؟

$\frac{5}{2}$ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

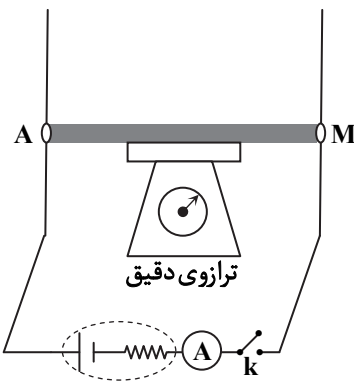
۱۷۶- مطابق شکل، میله فلزی AM به طول $L = 80 \text{ cm}$ به وسیله دو اتصال لغزنده با اصطکاک ناچیز روی سیم‌های فلزی که در راستای قائم قرار دارند، می‌لغزد و در محل میله، میدان مغناطیسی یکنواختی به صورت عمود بر صفحه کاغذ وجود دارد. اگر کلید مدار قطع باشد، ترازو عدد ۱ N را نشان می‌دهد و اگر کلید بسته شود، آمپرسنج آرمانی عدد ۵ آمپر و ترازو عدد $0.9/9$ N را نشان می‌دهد. بزرگی و جهت میدان مغناطیسی یکنواختی که در این محل برقرار است، کدام است؟

(1) $2/5 \times 10^{-2} T$ ، درون سو

(2) $5 \times 10^{-2} T$ ، درون سو

(3) $2/5 \times 10^{-2} T$ ، برون سو

(4) $5 \times 10^{-2} T$ ، برون سو



محل انجام محاسبات

۱۷۷- یک ذره با جرم $m = 0.2 \text{ g}$ و بار $q = -1 \mu\text{C}$ به صورت افقی با تندی $v = 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طرف شمال پرتاب می‌شود. در این محل یک

میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $E = 3000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ در راستای قائم به طرف بالا و یک میدان مغناطیسی یکنواخت برقرار است. اگر تحت تأثیر

سه نیروی الکتریکی، مغناطیسی و وزن، ذره بر مسیر مستقیم حرکت کند، جهت میدان مغناطیسی و کمترین مقدار ممکن برای بزرگی میدان

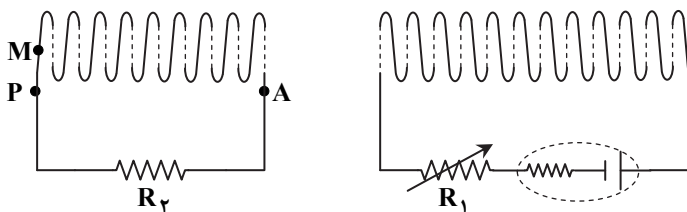
مغناطیسی در SI کدام است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

- (۱) غرب - ۰/۵ (۲) شرق - ۰/۵ (۳) غرب - ۰/۳ (۴) شرق - ۰/۳

۱۷۸- یک سیم‌لوله آرمانی بدون هسته دارای ۱۰۰۰ دور سیم است و ضریب القاوری آن ۱۲ میلی‌هائری است. اگر از این سیم‌لوله جریان ۳ آمپر عبور کند، به ترتیب از راست به چپ، شار مغناطیسی گذرنده از آن چند میلی‌وبر و انرژی ذخیره شده در آن چند میلی‌ژول می‌شود؟

- (۱) $10.8, 1/8 \times 10^{-2}$ (۲) $54, 1/8 \times 10^{-2}$ (۳) $10.8, 3/6 \times 10^{-2}$ (۴) $54, 3/6 \times 10^{-2}$

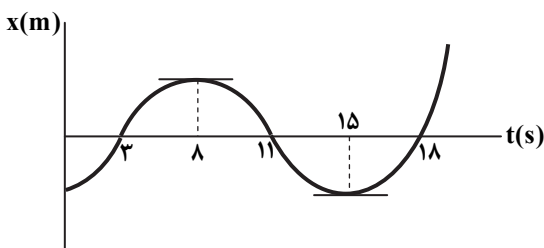
۱۷۹- دو سیم‌لوله آرمانی مطابق شکل در دو مدار جداگانه مقابل هم قرار گرفته‌اند. اگر در مدار سمت راست مقدار مقاومت R_1 زیاد شود، جهت جریان القایی که از مقاومت R_2 عبور می‌کند، از و در آهنربای الکتریکی ایجاد شده در سیم‌لوله سمت چپ، M قطب است.



- (۱) A به P - S
(۲) A به P - N
(۳) P به A - S
(۴) P به A - N

۱۸۰- نمودار مکان- زمان متحرکی در یک حرکت بر خط راست، به شکل روبه‌رو است. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد این حرکت درست است؟

- (۱) در لحظه‌های $t = 3\text{s}$ ، $t = 11\text{s}$ و $t = 18\text{s}$ جهت حرکت عوض می‌شود.
(۲) در مدت $t_1 = 3\text{s}$ تا $t_2 = 20\text{s}$ سرعت متوسط متحرک منفی است.
(۳) در مدت $t_1 = 3\text{s}$ تا $t_2 = 15\text{s}$ شتاب متوسط متحرک منفی است.
(۴) در مدت $t_1 = 11\text{s}$ تا $t_2 = 18\text{s}$ مسافت طی شده با اندازه جابه‌جایی برابر است.



۱۸۱- متحرکی با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند و جدول داده شده، مکان آن را در چند لحظه مختلف نشان می‌دهد. متحرک در لحظه $t = 12\text{s}$ از چه مکانی عبور می‌کند؟

$t(\text{s})$	۰	۳	۶	۹	۱۲	...
$x(\text{m})$	x_0	۳۷	۲۸	۷۳	x	...

- (۱) $x = 19.8 \text{ m}$
(۲) $x = 17.2 \text{ m}$
(۳) $x = 11.8 \text{ m}$
(۴) $x = 10.6 \text{ m}$

محل انجام محاسبات

۱۸۲- متحرکی در مسیر مستقیم با شتاب ثابت حرکت می‌کند. مسافت طی شده توسط متحرک در مدت $t_1 = 0$ تا $t_2 = 6s$ برابر ۱۰۰ متر و جابه‌جایی آن در این مدت برابر $\Delta x = +60m$ است. معادله سرعت- زمان این متحرک در SI کدام گزینه می‌تواند باشد؟

(۱) $v = -5t + 20$ (۲) $v = -10t + 40$ (۳) $v = -10t + 30$ (۴) $v = -5t + 15$

۱۸۳- یک اتومبیل از حال سکون با شتاب ثابت a_1 به حرکت درمی‌آید و مدتی با همین شتاب حرکت می‌کند. سپس با شتابی ثابت به بزرگی $8a_1$ ترمز می‌کند و متوقف می‌شود. اگر در کل این مدت، مسافت ۷۲۰ متر را طی کرده باشد، در قسمت کندشونده حرکت، اتومبیل چند متر مسافت طی می‌کند؟ (از زمان واکنش راننده صرف نظر کنید.)

(۱) ۱۰۰ (۲) ۹۰ (۳) ۸۰ (۴) ۶۰

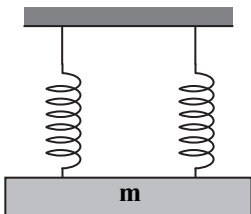
۱۸۴- یک جعبه چوبی به جرم m ، توسط نیروی افقی و ثابت $F = 20N$ با شتاب $a_1 = 6 \frac{m}{s^2}$ روی یک سطح افقی دارای اصطکاک به طرف راست کشیده می‌شود. اگر یک وزنه به جرم m داخل جعبه قرار دهیم و سپس مجموعه را با همان نیروی افقی $F = 20N$ روی همان سطح افقی

به طرف راست بکشیم، بزرگی شتاب آن $a_2 = 1 \frac{m}{s^2}$ می‌شود. مجموع جرم وزنه و جعبه چند کیلوگرم است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

(۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۱۸۵- به وسیله دو فنر کاملاً مشابه که طول هر کدام در حالت عادی ۵۰ cm است، مطابق شکل (الف)، وزنه‌ای به جرم m را از سقف اتاق آویخته‌ایم و در حال تعادل، طول هر فنر ۵۴ cm شده است. اگر مطابق شکل (ب)، توسط یکی از همان فنرها وزنه‌ای به جرم $3m$ را روی

سطح بدون اصطکاک با شتاب ثابت $2/5 \frac{m}{s^2}$ به طرف جلو بکشیم، طول فنر چند سانتی‌متر می‌شود؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

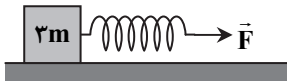


(الف)

۶۶ (۱)

۶۲ (۲)

۵۸ (۳)

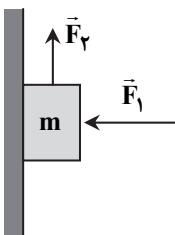


(ب)

۵۶ (۴)

۱۸۶- مطابق شکل دو نیروی عمود بر هم $F_1 = 200N$ و $F_2 = 160N$ بر وزنه‌ای به جرم $m = 10kg$ وارد می‌شوند و وزنه در آستانه حرکت به طرف بالا است. اگر جهت دو نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 ثابت بماند و اندازه نیروی \vec{F}_1 همان $200N$ باشد، مقدار نیروی \vec{F}_2 چند نیوتون باشد تا وزنه

در آستانه حرکت به طرف پایین قرار بگیرد؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$



۸۰ (۱)

۶۰ (۲)

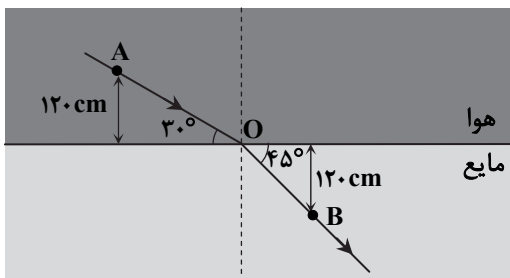
۳۰ (۳)

۴۰ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۹۲- یک پرتوی نور، مطابق شکل از هوا وارد یک مایع می‌شود. اگر تندی انتشار نور در هوا $3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ باشد، این پرتو از نقطه A تا B را تقریباً

در چند نانوثانیه طی می‌کند؟ $(\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{1}, \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{1})$



۱۷ (۱)

۱۶ (۲)

۱۵ (۳)

۱۴ (۴)

۱۹۳- مطابق شکل، شخصی بین دو دیوار موازی و بسیار بلند ایستاده است و گلوله‌ای را در لحظه $t = 0$ شلیک می‌کند. اگر این شخص اولین پژواک صدای گلوله را در لحظه $t = 0/4s$ و دومین پژواک آن را در لحظه $t = 0/7s$ بشنود، در کدام یک از زمان‌های زیر، پژواکی را دریافت خواهد کرد؟ (تندی انتشار صوت در هوا $340 \frac{m}{s}$ است.)



خواهد کرد؟ (تندی انتشار صوت در هوا $340 \frac{m}{s}$ است.)

$t = 1/8s - t = 1/5s - t = 1/1s$ (۱)

$t = 2/5s - t = 1/8s - t = 1/1s$ (۲)

$t = 2/6s - t = 1/8s - t = 1/4s$ (۳)

$t = 2/5s - t = 2/1s - t = 1/4s$ (۴)

۱۹۴- بسامد یک پرتوی فرسرخ $3 \times 10^{12} \text{ Hz}$ است. وقتی دسته‌ای از این پرتوهای فرسرخ در هوا بر یک سطح می‌تابند، اگر ابعاد

ناهمواری‌های سطح در حدود باشد، بازتاب اتفاق می‌افتد. $(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$

- (۱) ۵ نانومتر - پخشنده (۲) ۱ میکرومتر - منظم (۳) ۱۰۰ نانومتر - پخشنده (۴) ۵ میلی‌متر - منظم

۱۹۵- کدام گزینه در مورد آزمایش ینگ درست است؟

(۱) به‌طور تجربی ثابت می‌کند که نور یک موج الکترومغناطیسی است.

(۲) هرچه بسامد پرتوی نور مورد استفاده بیشتر باشد، پهنای نوارهای روشن و تاریک کمتر می‌شود.

(۳) نوارهای تاریک در محل‌هایی به‌وجود می‌آیند که برهم‌نهی سازنده انجام می‌شود.

(۴) در این آزمایش، پدیده تداخل امواج نقش دارد و پدیده‌های شکست و پراش نقشی ندارند.

۱۹۶- جرم یک تار دو سر بسته ۲۰ گرم و طول آن ۹۰ سانتی‌متر است و از دو طرف توسط نیرویی به‌بزرگی ۸۰ نیوتون کشیده شده است. وقتی این تار به ارتعاش درمی‌آید، ۶ گره در طول آن تشکیل می‌شود. طول موج صوت منتشرشده توسط تار در هوا چند سانتی‌متر است؟ (تندی

انتشار صوت در هوا $330 \frac{m}{s}$ است.)

۱۹۸ (۴)

۱۷۸ (۳)

۱۶۵ (۲)

۱۵۴ (۱)

محل انجام محاسبات

- ۱۹۷- در آزمایش فوتوالکتریک، اگر پرتویی با طول موج ۱۵۰ نانومتر بر سطح یک فلز بتابد، انرژی جنبشی سریع ترین الکترون‌ها هنگام خروج از فلز برابر ۳ الکترون‌ولت می‌شود. اگر پرتویی با طول موج بر این فلز بتابد، (hc = ۱۲۰۰ eV · nm)
- (۱) ۲۰۰nm، انرژی جنبشی سریع ترین الکترون‌ها هنگام خروج از فلز برابر ۴ الکترون‌ولت می‌شود.
- (۲) ۱۰۰nm، انرژی جنبشی سریع ترین الکترون‌ها هنگام خروج از فلز برابر ۷ الکترون‌ولت می‌شود.
- (۳) ۲۰۰nm، الکترون‌ها از فلز خارج نمی‌شوند.
- (۴) ۱۰۰nm، الکترون‌ها از فلز خارج نمی‌شوند.

۱۹۸- اگر الکترون اتم هیدروژن از مدار $n_1 = 6$ به مدار $n_2 = 3$ برود، فوتونی با طول موج λ_1 گسیل می‌شود. اگر الکترون یک اتم هیدروژن با جذب فوتونی با طول موج λ_2 از مدار $n_1 = 1$ به مدار $n_2 = 3$ برود، λ_1 چند برابر λ_2 است؟

- (۱) $\frac{16}{3}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{32}{3}$ (۴) ۴

۱۹۹- از دو ماده پرتوزای A و B نمونه‌هایی در اختیار داریم که تعداد اولیه هسته‌های آن‌ها یکسان و برابر N_0 است. اگر بعد از گذشتن ۳۰۰ سال، $\frac{7}{8}N_0$ از ماده A و $\frac{3}{4}N_0$ از ماده B واپاشیده باشد، چند سال دیگر باید بگذرد تا نسبت تعداد هسته‌های باقی‌مانده از ماده B به تعداد هسته‌های باقی‌مانده از ماده A برابر ۸ شود؟

- (۱) ۱۲۰۰ (۲) ۱۵۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴) ۷۵۰

۲۰۰- در مورد هسته پایدار 9_4X ، چه تعداد از جمله‌های زیر درست است؟

(الف) بر هر پروتون توسط ۳۹ پروتون دیگر، نیروی دافعه الکتریکی وارد می‌شود و ۸۹ نوکلئون بر آن نیروی جاذبه هسته‌ای وارد می‌کنند.

(ب) بر هر پروتون توسط ۵۰ نوترون، نیروی جاذبه هسته‌ای وارد می‌شود و ۳۹ پروتون آن را دفع می‌کنند.

(ج) بر هر نوترون توسط ۸۹ نوکلئون، نیروی جاذبه هسته‌ای وارد می‌شود.

(د) بر هر پروتون توسط ۳۹ پروتون دیگر، نیروی دافعه الکتریکی وارد می‌شود و توسط تعدادی پروتون و نوترون که تعداد آن‌ها کمتر از ۸۹ است، نیروی جاذبه هسته‌ای وارد می‌شود.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۳۵

شیمی

زمان پیشنهادی

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۰ (یادبر نظر گرفتن حذقیات سازمان سنجش)

۲۰۱- با در نظر گرفتن ایزوتوپ‌های طبیعی عنصر هیدروژن و با توجه به ایزوتوپ‌های عنصر اکسیژن (${}^{16}_8O$ ، ${}^{17}_8O$ و ${}^{18}_8O$) و عنصر کربن (${}^{12}_6C$ ، ${}^{13}_6C$ و ${}^{14}_6C$)، حداکثر تفاوت شمار نوترون‌ها با شمار الکترون‌ها در یون HCO_3^- کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۱۰

۲۰۲- نقره دو ایزوتوپ طبیعی با جرم‌های اتمی $106/9 amu$ و $108/9 amu$ دارد. اگر $70/58$ گرم نقره فسفید دارای $0/6$ مول یون نقره باشد،

فراوانی ایزوتوپ سنگین نقره در این نمونه چند درصد است؟ ($P = 31 g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴) ۶۰

محل انجام محاسبات

۲۰۳- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) بررسی‌ها نشان می‌دهد که در یک نمونه طبیعی از عنصرهای مختلف، ایزوتوپ سبک‌تر فراوانی بیشتری دارد.
ب) ایزوتوپ‌های یک عنصر در خواص شیمیایی مانند واکنش‌پذیری با یکدیگر تفاوت دارند.

پ) تکنسیم (${}^{99}_{43}\text{Tc}$) رادیوایزوتوپ است و نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها در آن بیشتر از ۱/۵ است.

ت) در واکنش‌های هسته‌ای انجام‌شده در ستاره‌ها، عنصرهای سبک‌تر به عنصرهای سنگین‌تر تبدیل می‌شوند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

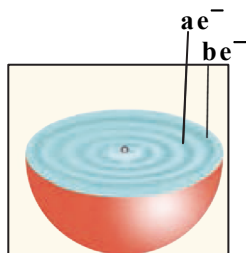
۲۰۴- شکل روبه‌رو برشی از اتم یک عنصر را نشان می‌دهد. اگر a ، ۸ برابر b باشد، این ساختار را به چند اتم می‌توان نسبت داد و شمار الکترون‌ها با $I=1$ در این اتم(ها) کدام است؟

۸، ۱ (۱)

۱۲، ۱ (۲)

۱۲، ۲ (۳)

۱۲ یا ۸، ۲ (۴)



۲۰۵- در ساختار لوویس یون XO_3^{2-} که دارای ۳ جفت الکترون پیوندی است، همه اتم‌ها از قاعده هشت‌تایی پیروی می‌کنند. بر این اساس، عنصر X در گروه جدول دوره‌ای قرار دارد و فرمول شیمیایی ترکیب این عنصر با فلز مس می‌تواند به صورت باشد.

۱۶ (۱) Cu_2X ۱۵ (۲) Cu_3X ۱۵ (۳) Cu_3X_2 ۱۶ (۴) CuX_2

۲۰۶- اگر مطابق واکنش $a\text{PCl}_5(\text{s}) + 4\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow b\text{H}_3\text{PO}_4(\text{s}) + c\text{X}(\text{g})$ ، حجم گاز X تولیدشده در شرایط STP به‌ازای مصرف ۱ مول آب، ۲۸ لیتر باشد، مجموع ضرایب فراورده‌ها در معادله موازنه‌شده واکنش و فرمول شیمیایی گاز X کدام است؟

۷ (۱) Cl_2 ۷ (۲) HCl ۶ (۳) Cl_2 ۶ (۴) HCl

۲۰۷- در ظرفی به حجم ۵/۶ لیتر، یک نمونه گاز هلیوم در دمای صفر درجه سلسیوس و فشار یک اتمسفر قرار دارد. اگر بدون تغییر دما، حجم ظرف را به ۲۲/۴ لیتر افزایش دهیم، چند گرم گاز نیتروژن باید به ظرف وارد شود تا فشار مخلوط گازی درون ظرف، یک اتمسفر باقی بماند؟

($N = 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۷ (۱) ۱۴ (۲) ۲۱ (۳) ۲۸ (۴)

۲۰۸- مطابق معادله شیمیایی زیر، گاز کلر را می‌توان از واکنش منگنز دی‌اکسید با محلول هیدروکلریک اسید تهیه کرد. اگر ۸/۶۹ گرم منگنز دی‌اکسید به ۵۰۰ گرم محلول هیدروکلریک اسید موجود در یک ظرف در باز اضافه شود و به‌طور کامل با آن واکنش دهد؛ پس از پایان واکنش جرم مخلوط مواد موجود در ظرف چند گرم است؟ ($\text{Cl}_2 = 71$, $\text{MnO}_2 = 86 / 9 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(معادله موازنه شود.) $\text{MnO}_2(\text{s}) + \text{HCl}(\text{aq}) \rightarrow \text{MnCl}_2(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) + \text{Cl}_2(\text{g})$

۴۹۲/۹ (۱) ۵۰۲/۹ (۲) ۵۰۸/۶۹ (۳) ۵۰۱/۵۹ (۴)

۲۰۹- در چه تعداد از موارد زیر، نام و فرمول نوشته‌شده، با هم تطابق ندارند؟

الف) K_3N : پتاسیم نیتريد
ب) CrSO_4 : کروم سولفات
پ) $\text{Fe}(\text{NO}_3)_2$: آهن (II) نترات
ت) P_2O_5 : دی‌فسفر پنتااکسید
ث) $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$: آمونیوم کربنات
ج) Li_2SO_3 : لیتیم سولفات

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

محل انجام محاسبات

داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۰

۲۱۰- درصد جرمی آلومینیم نیترات در محلولی از آن در آب (محلول A) ۱۰/۶۵ است. برای تهیه محلولی با غلظت ۰/۱۵ مولار از یون نیترات، چند میلی‌لیتر آب خالص را باید به ۵۰ میلی‌لیتر محلول A اضافه کنیم؟ (چگالی محلول A را ۱ گرم بر میلی‌لیتر در نظر بگیرید.) (جرم مولی آلومینیم نیترات، ۲۱۳ گرم بر مول است.)

۲۵۰ (۱) ۳۵۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۴۵۰ (۴)

۲۱۱- با افزودن ۵/۱ گرم از ترکیب X به ۲۰۰ گرم آب در دمای اتاق و هم زدن مخلوط، ۱/۷ گرم از ماده X به صورت جامد در ته ظرف باقی می‌ماند. اگر با افزایش دمای مخلوط تا ۷۰ درجه سلسیوس، مقدار باقی‌مانده نیز به‌طور کامل حل شود، انحلال‌پذیری ماده X در دمای اتاق کدام است و روند نمودار انحلال‌پذیری آن بر حسب دما، چگونه است؟

۳/۴ (۱) صعودی ۳/۴ (۲) نزولی ۱/۷ (۳) نزولی ۱/۷ (۴) صعودی

۲۱۲- در جدول زیر، تعدادی عنصر و شعاع اتمی (بر حسب پیکومتر) برخی از آن‌ها نمایش داده شده است. چه تعداد از عبارات‌های زیر با توجه به جدول و داده‌های آن درست است؟

	گروه ۱	گروه ۲	گروه ۱۴	گروه ۱۵
دوره ۲	A ۱۳۴	D ?	G ۷۷	K ?
دوره ۳	B ?	E ۱۳۰	H ?	X ۱۰۲

(الف) در بین عناصر این جدول، بیشترین تفاوت شعاع اتمی بین دو عنصر، مربوط به B و K است.

(ب) واکنش‌پذیری عنصر B از E بیشتر است.

(پ) تفاوت شعاع اتمی X و K، بیشتر از ۲۵ پیکومتر است.

(ت) در حالت جامد، عناصر X، H و G در اثر ضربه خرد شده و سطحی تیره و کدر دارند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۱۳- با توجه به شکل نشان‌داده‌شده، پس از مدتی، لایه‌ای از جنس فلز X، سطح قسمتی از تیغه فلزی A را که در محلول قرار دارد می‌پوشاند. بر این اساس و با توجه به اینکه ظرف از جنس فلز Y است، کدام نتیجه‌گیری درست است؟

(۱) مقایسه واکنش‌پذیری این سه فلز به صورت $X > A > Y$ است.

(۲) واکنش $X(s) + Y^{n+}(aq) \rightarrow X^{n+}(aq) + Y(s)$ به صورت طبیعی انجام‌پذیر است.

(۳) محلول ترکیب‌های فلز A را نمی‌توان در ظرفی از جنس فلز Y نگهداری کرد.

(۴) در صنعت، برای استخراج فلز A می‌توان از فلز X استفاده کرد.

۲۱۴- ۵/۵ گرم $LiBH_4$ خالص با مقدار زیادی NH_4Cl مطابق معادله شیمیایی زیر، وارد واکنش شده و در نتیجه انجام واکنش، ۴/۸۶ گرم $B_3N_3H_6$ تولید می‌شود. بازده واکنش چند درصد است و چند لیتر گاز هیدروژن با چگالی ۰/۰۶ گرم بر لیتر تولید شده است؟

($H = 1, Li = 7, B = 11, N = 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(معادله موازنه شود) $LiBH_4(s) + NH_4Cl(s) \rightarrow B_3N_3H_6(l) + H_2(g) + LiCl(s)$

۱۸، ۶۸ (۱) ۱۸، ۷۲ (۲) ۱۲/۹۶، ۷۲ (۳) ۱۲/۹۶، ۶۸ (۴)

۲۱۵- اگر از واکنش کامل ۵ گرم نمونه ناخالص آهن (III) سولفید با مقدار کافی از محلول هیدروکلریک اسید، ۱/۰۲ گرم گاز هیدروژن سولفید حاصل شود، درصد خلوص نمونه آهن (III) سولفید کدام است؟ (ناخالصی‌ها در واکنش شرکت نمی‌کنند.)

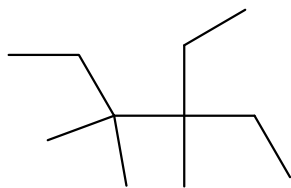
($H = 1, S = 32, Fe = 56 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(معادله موازنه شود) $Fe_2S_3(s) + HCl(aq) \rightarrow FeCl_3(aq) + H_2S(g)$

۳۴/۸ (۴) ۴۱/۶ (۳) ۵۴/۴ (۲) ۶۸/۲ (۱)

محل انجام محاسبات

۲۱۶- در کدام گزینه، به ترتیب از راست به چپ، نام ترکیب‌های A و B به درستی آورده شده است؟



A



B

(۱) ۴- اتیل - ۳، ۳ - ۴ - تری‌متیل هگزان ؛ ۲، ۲ - ۴ - تری‌متیل پنتان

(۲) ۴- اتیل - ۳، ۳ - ۴ - تری‌متیل هگزان ؛ ۲، ۴ - ۴ - تری‌متیل پنتان

(۳) ۳- اتیل - ۳، ۳ - ۴ - تری‌متیل هگزان ؛ ۲، ۲ - ۴ - تری‌متیل پنتان

(۴) ۳- اتیل - ۳، ۳ - ۴ - تری‌متیل هگزان ؛ ۲، ۴ - ۴ - تری‌متیل پنتان

۲۱۷- کدام عبارت‌ها درست هستند؟

(الف) اگر گرمای یکسانی به دو نمونه ماده داده شود، ماده‌ای با گرمای ویژه کمتر، تغییر دمای بیشتری خواهد داشت.

(ب) گرمای یک ماده هم‌ارز با مجموع انرژی‌های جنبشی ذرات سازنده آن ماده است.

(پ) اگر فرایند هم‌دما شدن سامانه با محیط، گرماده باشد، طی این فرایند میانگین انرژی جنبشی ذرات سامانه کاهش می‌یابد.

(ت) گرمای یک واکنش در فشار ثابت، هم‌ارز با تفاوت محتوی انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها و کمیتی وابسته به مقدار واکنش‌دهنده‌ها است.

(۱) الف، ت (۲) ب، ت (۳) الف، پ (۴) پ، ت

۲۱۸- با توجه به واقعیت «مخلوط گازی شامل گازهای نیتروژن دی‌اکسید و دی‌نیتروژن تترااکسید، مخلوطی رنگی است که بر اثر گرما دادن

پررنگ‌تر و در نتیجه سرد کردن، کم‌رنگ‌تر می‌شود»، کدام عبارت‌ها درست هستند؟

(الف) واکنش تبدیل NO_2 به N_2O_4 ، فرایندی برگشت‌پذیر است.

(ب) یکی از این دو گاز، رنگی است و با گرم کردن مخلوط به گاز دیگر تبدیل می‌شود.

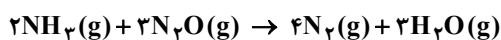
(پ) در معادله فرایند $2NO_2(g) \rightarrow N_2O_4(g)$ ، گرمای واکنش (Q) سمت چپ معادله نوشته می‌شود.

(ت) با گرما دادن به مخلوط گازی علاوه بر پررنگ‌تر شدن، شمار مول‌های گازهای موجود در ظرف نیز افزایش می‌یابد.

(۱) الف، ت (۲) الف، ب (۳) ب، پ، ت (۴) الف، پ، ت

۲۱۹- اگر ضمن تولید ۲۸ گرم گاز نیتروژن مطابق معادله شیمیایی زیر، ۱۹۵/۵ کیلوژول گرما آزاد شود، با توجه به آنتالپی پیوندهای داده‌شده،

آنتالپی پیوند N-O چند کیلوژول بر مول است؟ ($N = 14 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ؛ فرمول ساختاری $N \equiv N - O$ به صورت N است).



(۱) ۲۰۱

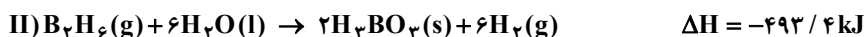
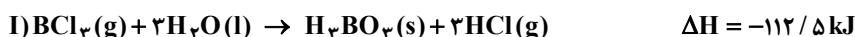
(۲) ۲۴۶

(۳) ۱۸۹/۵

(۴) ۲۱۹

N ≡ N	N - H	O - H	پیوند
۹۴۱	۳۸۹	۴۶۳	آنتالپی پیوند ($\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۲۲۰- با توجه به واکنش‌های ترموشیمیایی داده‌شده، آنتالپی واکنش $2BCl_3(g) + 6HCl(g) \rightarrow B_2H_6(g) + 6Cl_2(g)$ چند کیلوژول است؟



-۱۰۴۸ (۴)

-۱۳۷۶ (۳)

-۱۲۸۴ (۲)

-۸۸۸ (۱)

محل انجام محاسبات

داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۰

۲۲۱- واکنش $2\text{ClF}_3(\text{g}) + 2\text{NH}_3(\text{g}) \rightarrow \text{N}_2(\text{g}) + 6\text{HF}(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g})$ ، در ظرفی ۲ لیتری انجام می‌شود. اگر شمار مول‌های گازهای موجود در ظرف در زمان‌های ۲۰ و ۴۰ ثانیه پس از آغاز واکنش به ترتیب $2/8$ و $3/6$ مول باشد؛ سرعت واکنش در این بازه زمانی ۲۰ ثانیه‌ای، چند مول بر لیتر بر دقیقه است؟

- (۱) $0/3$ (۲) $0/6$ (۳) $1/2$ (۴) $2/4$

۲۲۲- با توجه به ساختار $-\text{CH}_2-\text{CH}(\text{CH}_3)-\text{CH}_2-\text{CH}(\text{CH}_3)-$ که بخشی از یک پلیمر را نشان می‌دهد، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- (الف) در ساختار مولکول مونومر سازنده آن، ۲ اتم هیدروژن بیشتر از مولکول مونومر سازنده پلی‌اتن وجود دارد.
 (ب) از واکنش مونومر آن با آب در محیط اسیدی، می‌توان الکی با فرمول مولکولی $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}$ تهیه کرد.
 (پ) تفاوت جرم مولی واحد تکرارشونده این پلیمر با جرم مولی تکپار آن، به اندازه جرم مولی گاز هیدروژن است.
 (ت) از این پلیمر در تهیه پلاستیک سرنگ‌های پزشکی استفاده می‌شود.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

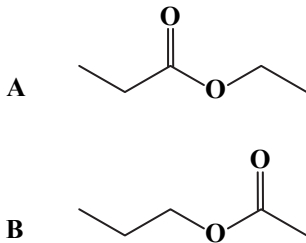
۲۲۳- با توجه به ساختار ترکیب‌های آلی A و B، کدام دو عبارت درست هستند؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(الف) ترکیب‌های A و B از خانواده استرهای یک‌عاملی و ایزومر (همپار) هستند.

(ب) تفاوت جرم مولی الکل سازنده A و اسید سازنده B، ۲ گرم است.

(پ) الکل سازنده A همانند الکل سازنده B، به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

(ت) مجموع عددهای اکسایش اتم‌های کربن در مولکول اسید سازنده ترکیب A، بیشتر از مولکول اسید سازنده ترکیب B است.



(۱) الف، ب

(۲) الف، پ

(۳) ب، پ

(۴) پ، ت

۲۲۴- با توجه به ساختار ترکیب $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{14}\text{COOH}$ ، کدام عبارت نادرست است؟

(۱) ترکیبی آلی از خانواده کربوکسیلیک اسیدها بوده و اسید چرب محسوب می‌شود.

(۲) با جایگزین کردن اتم هیدروژن گروه عاملی این مولکول با سدیم، پاک‌کننده‌ای حاصل می‌شود که در مخلوط آن با آب، کاغذ pH آبی‌رنگ می‌شود.

(۳) فرمول شیمیایی صابون جامد حاصل از این ترکیب $\text{C}_{16}\text{H}_{33}\text{O}_2\text{Na}$ است.

(۴) پاک‌کننده صابونی حاصل از این ترکیب در مقایسه با خود ترکیب، انحلال‌پذیری بیشتری در آب دارد.

۲۲۵- در دمای اتاق، بیشترین تفاوت pH محلول‌های زیر کدام است؟ ($\log 2 = 0/3$, $\log 5 = 0/7$)

(الف) محلول $0/02$ مولار سدیم اکسید

(ب) محلول $0/2$ مولار آمونیاک ($\alpha = 0/04$)

(پ) محلول $0/004$ مولار هیدروبرمیک اسید

(ت) محلول $0/004$ مولار دی‌نیتروژن پنتااکسید

(۴) $10/5$

(۳) $11/2$

(۲) $10/2$

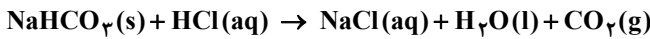
(۱) $11/5$

محل انجام محاسبات

۲۲۶- pH محلول ۰/۱ مولار اسید HX برابر با ۴ است. اگر با افزودن آب خالص به ۵۰ میلی لیتر از این محلول، حجم آن به ۲۰۰ میلی لیتر رسانده شود، محلولی با pH برابر با ۴/۳ حاصل می شود. درصد یونش HX در محلول رقیق، چند برابر درصد یونش HX در محلول اولیه است؟

(۱) ۰/۵ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۲۷- مقداری جوش شیرین خالص به ۲ لیتر محلول ۰/۱ مولار هیدروکلریک اسید افزوده شده و با آن به طور کامل واکنش می دهد. اگر حجم گاز تولید شده در شرایط استاندارد ۴۴۸ میلی لیتر باشد، pH محلول نهایی (پس از کامل شدن واکنش) کدام است؟ (از تغییر حجم محلول هیدروکلریک اسید طی این فرایند چشم پوشی کنید). $(\log 3 \approx 0.48)$

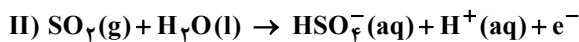
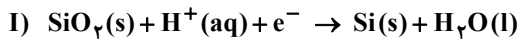


(۱) ۱/۰۴ (۲) ۱/۴ (۳) ۱/۹۶ (۴) ۱/۴۸

۲۲۸- تیغه ای از جنس فلز روی را در محلول مس (II) نیترات قرار می دهیم. اگر در این فرایند، همه فلز تولید شده بر تیغه رسوب کند و مقدار بار الکتریکی مبادله شده برابر با ۲۴۰۸۰ کولن باشد، تغییر جرم تیغه بر حسب گرم کدام است؟ (بار الکتریکی الکترون را 1.6×10^{-19} کولن در نظر بگیرید). $(\text{Cu} = 64, \text{Zn} = 65 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1})$

(۱) $6 / 25 \times 10^{-2}$ (۲) ۰/۱۲۵ (۳) ۰/۲۵ (۴) ۰/۵

۲۲۹- با توجه به نیم واکنش های داده شده، کدام عبارت نادرست است؟



(۱) معادله های I و II به ترتیب، نیم واکنش های کاهش و اکسایش هستند.

(۲) در نیم واکنش I، SiO_2 اکسند و در نیم واکنش II، SO_2 کاهنده است.

(۳) در آند سلول الکتروشیمیایی حاصل از نیم سلول های I و II، گاز تولید می شود.

(۴) پس از موازنه، ضریب الکترون در معادله I، ۲ برابر ضریب الکترون در معادله II است.

۲۳۰- نیم سلول SHE در سلول گالوانی استاندارد که با نیم سلول استاندارد فلز M تشکیل می دهد، قطب منفی و در سلولی که با نیم سلول استاندارد فلز X می سازد، قطب مثبت است. بر این اساس، کدام عبارت درست است؟

(۱) در سری الکتروشیمیایی، موقعیت نیم سلول M پایین تر از نیم سلول X است.

(۲) مقایسه قدرت اکسندگی کاتیون ها در این سه نیم سلول به صورت $M^{n+} > H^+ > X^{m+}$ است.

(۳) در سلول گالوانی حاصل از نیم سلول های M و X، نیم سلول M آند و نیم سلول X کاتد است.

(۴) پتانسیل استاندارد سلول گالوانی SHE و M، بیشتر از پتانسیل استاندارد سلول گالوانی M و X است.

۲۳۱- چه تعداد از عبارت های زیر درست است؟

(الف) فرمول مولکولی ترکیب های سیلیس، سیلیسیم کربید و آهن (III) اکسید به ترتیب، SiO_2 ، SiC و Fe_2O_3 است.

(ب) فرمول شیمیایی ترکیب های سدیم سیلیکات و پتاسیم فسفات به ترتیب، Na_2SiO_3 و K_3PO_4 است.

(پ) توزیع الکترون ها در مولکول های کلروفرم، کربونیل سولفید و گوگرد دی اکسید، نامتقارن بوده و گشتاور دوقطبی این مولکول ها، بزرگ تر از صفر است.

(ت) در مولکول های آمونیاک، کربن دی اکسید و کربن تتراکلرید، تراکم الکترون ها روی اتم مرکزی بیشتر بوده و برای اتم مرکزی آن ها، می توان بار جزئی منفی در نظر گرفت.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۲۳۲- چه تعداد از مقایسه‌های زیر درست است؟

الف) گستره دمایی مایع بودن: $\text{LiCl} > \text{HF} > \text{O}_2$

ب) نسبت اندازه بار به شعاع: $\text{Li}^+ > \text{Ca}^{2+} > \text{Cl}^-$

پ) نقطه ذوب: $\text{MgO} > \text{CaO} > \text{CaCl}_2$

ت) آنتالپی فروپاشی شبکه: $\text{Al}_2\text{O}_3 > \text{MgF}_2 > \text{Na}_2\text{O}$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۳۳- در شرایطی معین، ۱۶ گرم گاز گوگرد تری‌اکسید به ظرفی ۲/۵ لیتری وارد می‌شود تا به گازهای گوگرد دی‌اکسید و اکسیژن تجزیه شود. پس از گذشت ۲۰ ثانیه و برقراری تعادل، مجموع شمار مول گازهای موجود در ظرف ۰/۲۲۵ مول است. به ترتیب، از راست به چپ سرعت متوسط واکنش تا برقراری تعادل برحسب مول بر لیتر بر دقیقه و ثابت تعادل برقرار شده در ظرف به تقریب کدام است؟

($\text{O} = 16, \text{S} = 32 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۲) $1/11 \times 10^{-3}$ ، $1/25 \times 10^{-2}$

(۱) $2/78 \times 10^{-2}$ ، 3×10^{-2}

(۴) $2/78 \times 10^{-2}$ ، $1/25 \times 10^{-2}$

(۳) $1/11 \times 10^{-3}$ ، 3×10^{-2}

۲۳۴- تعادل $\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NH}_3(\text{g})$ در دمایی معین، در ظرفی به حجم ۵ لیتر برقرار است (تعادل a). اگر در دمای ثابت، X مول

گاز هیدروژن به مخلوط تعادلی افزوده و پس از مدتی، تعادلی جدید (تعادل b) در ظرف برقرار شود؛ کدام گزینه درست است؟

(۱) غلظت هریک از مواد در تعادل b، بیشتر از غلظت آن‌ها در تعادل a است.

(۲) سرعت مصرف آمونیاک در تعادل b، کمتر از سرعت مصرف آن در تعادل a است.

(۳) مجموع شمار مول‌های مواد موجود در تعادل b، X مول بیشتر از تعادل a است.

(۴) مقدار تفاوت شمار مول‌های گاز نیتروژن در تعادل a و تعادل b، نصف تفاوت شمار مول‌های گاز آمونیاک در این دو تعادل است.

۲۳۵- در فرایند تولید PET، از اکسایش با محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات، می‌توان یکی از مونومرهای لازم را تهیه کرد که طی این

فرایند به‌ازای تولید هر مول از مونومر موردنظر، مول الکترون مبادله می‌شود.

(۴) پارازایلن، ۱۲

(۳) گاز اتن، ۴

(۲) پارازایلن، ۶

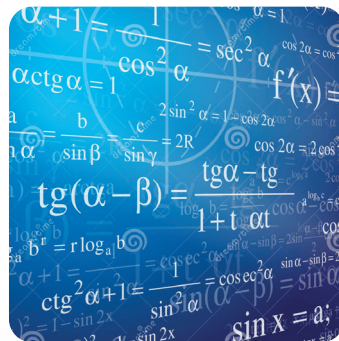
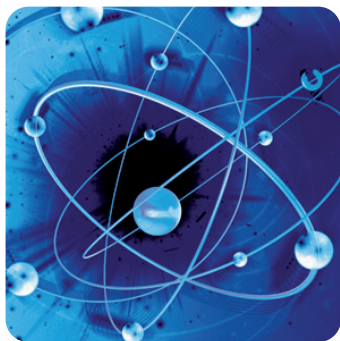
(۱) گاز اتن، ۲

دفترچه پاسخ‌های تشریحی

آزمون آزمایشی ۴ تیر ۱۴۰۰ (مرحله ۱۹)

ویژه داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۰

گروه آزمایشی علوم ریاضی



ریاضیات

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه ۲۰ آمار و احتمال

نکته: تعداد زیرمجموعه‌های سره یا خاص یک مجموعه n عضوی برابر $2^n - 1$ و تعداد زیرمجموعه‌های سره و غیرتهی این مجموعه برابر $2^n - 2$ می‌باشد.

ابتدا مجموعه‌های A_1 و A_2 را تشکیل می‌دهیم:

$$A_1 = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1| \leq 2\} \Rightarrow -2 \leq x+1 \leq 2 \Rightarrow -3 \leq x \leq 1 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} A_1 = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$

$$A_2 = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+2| \leq 4\} \Rightarrow -4 \leq x+2 \leq 4 \Rightarrow -6 \leq x \leq 2 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} A_2 = \{-6, -5, \dots, 2\}$$

حال مجموعه $A_1 \cap A_2$ را به دست می‌آوریم:

$$A_1 \cap A_2 = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$

بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های سره و غیرتهی این مجموعه برابر $2^5 - 2 = 30$ است.

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸ آمار و احتمال

نکته: $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$

با توجه به نمودار داده شده می‌توان مجموعه‌های A و B را به شکل زیر نوشت:

$$\begin{cases} A = \{x \mid 1 \leq x < 2\} \\ B = \{1, 2, 3, 4\} \end{cases}$$

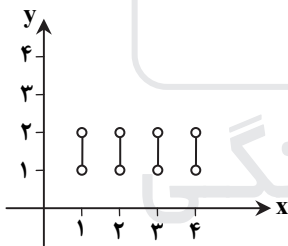
از روی A و B می‌توان $A - B$ را به فرم روبه‌رو نوشت:

$$A - B = \{x \mid 1 < x < 2\}$$

حال داریم:

$$B \times (A - B) = \{(x, y) \mid x \in B, y \in (A - B)\}$$

بنابراین نمودار $B \times (A - B)$ به صورت زیر است:



▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه ۲۱ حسابان ۱

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۴

نکته: برای حل معادلات شامل عبارت‌های رادیکالی، با به توان رساندن طرفین تساوی (در صورت لزوم تکرار این عمل) و ساده کردن، به معادله‌ای بدون رادیکال می‌رسیم که آن را حل می‌کنیم. در نهایت جواب‌ها باید در معادله اصلی آزمایش شوند.

$$\text{نکته: اگر } \alpha \text{ و } \beta \text{ ریشه‌های معادله درجه دوم } ax^2 + bx + c = 0 \text{ باشند، آنگاه: } |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

به کمک تغییر متغیر داریم:

$$x^2 + 3x - 1 = t \quad (*)$$

$$\sqrt{t+8} + \sqrt{t} = 4 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} t+8+t+2\sqrt{t^2+8t} = 16 \Rightarrow \sqrt{t^2+8t} = 4-t \xrightarrow{\text{به توان ۲}} t^2+8t = (4-t)^2 = 16-8t+t^2$$

$$\Rightarrow 16t = 16 \Rightarrow t = 1 \xrightarrow{(*)} x^2 + 3x - 1 = 1 \Rightarrow x^2 + 3x - 2 = 0$$

اکنون مطابق نکته ۲ داریم:

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \sqrt{9+8} = \sqrt{17}$$

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه ۳۱ حسابان ۱

نکته: اگر دو خط با شیبهای m_1 و m_2 برهم عمود باشند، آنگاه: $m_1 m_2 = -1$
 با توجه به نمودارها، خط d_1 از نقاط $(1, 2)$ و $(3, 0)$ و خط d_2 از نقاط $(1, 2)$ و $(0, 4)$ می‌گذرد. ابتدا معادله هر کدام از خطوط را نوشته و معادله خط عمود بر d_1 را در نقطه A می‌نویسیم:

$$d_1 \text{ معادله: } y = x - 3 \Rightarrow \text{خط عمود بر } d_1 \text{ در نقطه A}$$

$$d_2 \text{ معادله: } y = -2x + 4$$

حال به کمک دستگاه، نقطه تقاطع دو خط مورد نظر را به دست می‌آوریم:

$$\text{نقطه برخورد: } \begin{cases} y = x - 3 \\ y = -2x + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۱۱۷ ریاضی ۱

راه حل اول:

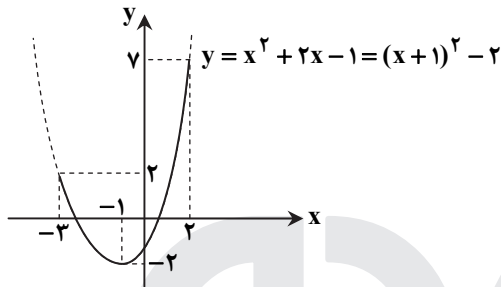
کافی است نمودار تابع را در دامنه داده شده رسم کنیم و برد را از روی نمودار به دست آوریم.

مطابق نمودار، برد این تابع در دامنه $[-3, 2]$ بازه $[-2, 7]$ است، بنابراین:

$$7 - (-2) = 9$$

راه حل دوم:

ابتدا تابع را به صورت مربع کامل نوشته و سپس از دامنه به برد تابع می‌رسیم:



$$y = x^2 + 2x - 1 = (x+1)^2 - 2$$

$$-3 \leq x \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x+1 \leq 3 \Rightarrow 0 \leq (x+1)^2 \leq 9 \Rightarrow -2 \leq (x+1)^2 - 2 \leq 7 \Rightarrow -2 \leq y \leq 7$$

بنابراین برد تابع بازه $[-2, 7]$ است.

$$b - a = 7 - (-2) = 9$$

۱۰۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۵۷، ۵۸، ۶۴ و ۶۷ حسابان ۱

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

نکته: اگر یک تابع وارون پذیر به کمک زوج مرتب نمایش داده شده باشد، برای به دست آوردن وارون آن کافی است جای مؤلفه‌های اول و دوم را در زوج مرتبها عوض کنیم.

ابتدا توابع $f - g$ ، f^{-1} و $g \circ f^{-1}$ را به دست آوریم:

$$f - g = \{(2, 3-1), (3, 4-(-1))\} = \{(2, 2), (3, 5)\}$$

$$f^{-1} = \{(3, 2), (2, -1), (4, 3)\}$$

$$g \circ f^{-1} = \{(3, 1), (4, -1)\}$$

$$\frac{f - g}{g \circ f^{-1}} = \{(3, 5)\}$$

حال تابع خواسته شده را به دست می‌آوریم:

بنابراین عدد ۵ عضو برد این تابع است.

۱۰۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۳۳ ریاضی ۱

نکته ۱: در هر مثلث با معلوم بودن طول دو ضلع و اندازه زاویه بین آنها داریم: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \hat{A}$

$$\text{نکته ۲: } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABD} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} S_{\Delta ACD}$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

پس مطابق نکته ۱ می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times AC \times 2 \times \sin \alpha \Rightarrow \frac{1}{4} AB \cdot AC = \frac{1}{4} AC \cdot \sin \alpha \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{4} \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

اکنون به کمک نکته ۲، مقدار $\cos \alpha$ را به دست می‌آوریم:

نکته: توابع $y = a \cos bx + c$ و $y = a \sin bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $T = \frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

مطابق نمودار، بیشترین مقدار تابع ۳ است، پس مطابق نکته:

$$a + 2 = 3 \Rightarrow a = 1$$

از طرفی دوره تناوب تابع برابر ۳ است، پس:

$$T = 3 = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{2}{3} \xrightarrow{b > 0} b = \frac{2}{3}$$

بنابراین:

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 + 2 \sin\left(\frac{2}{3}\pi \times \frac{\pi}{6}\right) = 1 + 2 \sin \frac{\pi}{6} = 1 + 1 = 2$$

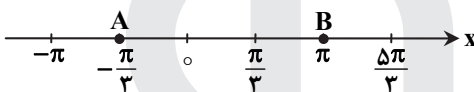
نکته: جواب کلی معادله $\cos x = \cos \alpha$ به صورت $x = 2k\pi \pm \alpha$ است. ($k \in \mathbb{Z}$)

نکته: $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

نقاط A و B، محل برخورد نمودار با محور xها است ($y = 0$)، پس داریم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow \cos 2x + \cos x = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 + \cos x = 0 \Rightarrow (2\cos x - 1)(\cos x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \dots \\ \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -1 \Rightarrow x = -\pi, \pi, 3\pi, \dots \end{cases}$$



ریشه‌ها به ترتیب روی محور به صورت روبه‌رو می‌باشند:

$$\begin{cases} x_B = \pi \\ x_A = -\frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow x_B - x_A = \frac{4\pi}{3}$$

بنابراین:

نکته ۱: اگر a, b و c جملات متوالی دنباله حسابی باشند، داریم:

$$b = \frac{a+c}{2}$$

نکته ۲: اگر a, b و c جملات متوالی دنباله هندسی باشند، داریم:

$$b^2 = ac$$

با توجه به اینکه a, b و $3a$ سه جمله متوالی دنباله حسابی هستند، مطابق نکته ۱ داریم:

$$\frac{a+3a}{2} = 2b \Rightarrow 2b = 2a \Rightarrow a = 2b \quad (I)$$

از طرفی a, mb و $4a$ نیز سه جمله متوالی دنباله هندسی هستند، پس مطابق نکته ۲ داریم:

$$(mb)^2 = 4a \times a \Rightarrow m^2 b^2 = 4a^2 \Rightarrow m^2 = \frac{4a^2}{b^2} \xrightarrow{(I)} m^2 = \frac{4 \times 4b^2}{b^2} = 16 \Rightarrow |m| = 4$$

نکته: اگر $a > 0$ و $a \neq 1$ ، آنگاه از تساوی $\log_a x = \log_a y$ می‌توان نتیجه گرفت $x = y$ و بالعکس. اگر $x, y > 0$ ، آنگاه:

$$\log_a x = \log_a y$$

نکته: $\log_b a = c \Leftrightarrow a = b^c$

نکته: $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

ابتدا معادله را ساده می‌کنیم:

$$\frac{1}{2} \log_2 x + 2 \log_x 2 = 2 \Rightarrow \log_2 x + 4 \log_x 2 = 4$$

با فرض $\log_2 x = A$ ، داریم:

$$A + \frac{4}{A} = 4 \Rightarrow A^2 - 4A + 4 = 0 \Rightarrow (A-2)^2 = 0 \Rightarrow A = 2 \Rightarrow \log_2 x = 2 \Rightarrow x = 4$$

بنابراین:

$$\log_2 (2x - 4) = \log_2 4 = 2$$

۱۱۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۵۱ و ۵۲ حسابان ۲

نکته: اگر $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$ ، آنگاه $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ و برعکس.
نکته: اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l \neq 0$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ، آنگاه:

(الف) اگر $l < 0$ و مقادیر $g(x)$ در همسایگی محذوف a ، مثبت باشد، آنگاه: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$

(ب) اگر $l > 0$ و مقادیر $g(x)$ در همسایگی محذوف a ، منفی باشد، آنگاه: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$

مطابق نکات و فرض سؤال داریم: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{m-6}{x(x-2)} = -\infty \Rightarrow \frac{m-6}{\cdot+} = -\infty \Rightarrow m-6 < 0 \Rightarrow m < 6 & \text{(I)} \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{m-5}{x(x-2)} = -\infty \Rightarrow \frac{m-5}{\cdot-} = -\infty \Rightarrow m-5 > 0 \Rightarrow m > 5 & \text{(II)} \end{cases}$$

$5 < m < 6$

از اشتراک دو محدوده به دست آمده، داریم:

با توجه به گزینه‌ها، تنها مقدار $\sqrt{28}$ در این محدوده قرار دارد.

۱۱۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۴۴ حسابان ۱

نکته:

$$\begin{cases} 1 + \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha \\ \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \end{cases}$$

حد به صورت $\frac{0}{0}$ است و باید رفع ابهام شود. برای این منظور به کمک نکته داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{1 + \cos 2x}}{1 - \tan x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2\cos^2 x}}{1 - \frac{\sin x}{\cos x}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2}|\cos x|}{\frac{\cos x - \sin x}{\cos x}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2}\cos x \cdot \cos x}{\cos x - \sin x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x)(\sqrt{2}\cos x)}{\cos x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)(\sqrt{2}\cos x)}{\cos x - \sin x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\cos x + \sin x) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۱۴۶ حسابان ۱

نکته: گوییم تابع f در نقطه $x = a$ پیوسته است، هرگاه: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

با توجه به اینکه تابع در بازه $(\frac{a}{3}, 3)$ پیوسته است، اگر a عددی منفی باشد، صفر در بازه قرار می‌گیرد که می‌دانیم تابع در صفر ناپیوسته است.

$$\frac{a}{3} < x < 3 \Rightarrow \frac{a}{3} < \frac{a}{x} < 3$$

می‌دانیم تابع جزء صحیح به ازای نقاطی صحیح ناپیوسته است، پس می‌توان نوشت:

پس حداقل مقدار $\frac{a}{3}$ برابر ۱ است (زیرا اگر کمتر از $\frac{a}{3} = 1$ باشد، تابع به ازای ۱ ناپیوسته می‌شود). بنابراین حداقل مقدار a برابر ۳ است.

۱۱۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۵۵ و ۶۷ حسابان ۲

نکته: $x = a$ مجانب قائم تابع $f(x)$ است اگر حداقل یکی از شرایط زیر را داشته باشد:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$

نکته: برای مجانب قائم در توابع کسری، ریشه‌های مخرج را بررسی می‌کنیم.

نکته: خط $y = l$ مجانب افقی تابع $f(x)$ است، اگر حداقل یکی از شرایط زیر را داشته باشد: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = l$

اولاً این تابع مجانب قائم ندارد، زیرا مخرج آن ریشه ندارد، پس منظور از فاصله مجانب‌های تابع، فاصله بین مجانب‌های افقی آن است.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x - 1}{2^x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x(1 - \frac{1}{2^x})}{2^x(1 + \frac{1}{2^x})} = \frac{1-0}{1+0} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x - 1}{2^x + 1} = \frac{0-1}{0+1} = -1$$

پس فاصله بین $y = 1$ و $y = -1$ برابر ۲ است.

نکته: شیب خط مماس بر منحنی f در نقطه $x = a$ به صورت زیر است:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-h) - f(a)}{h} = -f'(a) \quad \text{نکته:}$$

در حد خواسته شده با توجه به اینکه $h \rightarrow 0^-$ داریم $f(a-h) = f(a^+)$ که یعنی مطابق نکات، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a-h) - f(a)}{h}$ معادل فریفته مشتق راست تابع در $x = a$ است.

در همسایگی راست عدد ۸ به جای $[x]$ عدد ۸ را جایگزین می‌کنیم و داریم:

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{x} - 8}{\sqrt{x}} = \sqrt[3]{x} - 8x^{-\frac{1}{2}}$$

حال تابع مشتق را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} + \frac{4}{3}x^{-\frac{3}{2}}$$

مشتق را در $x = 8$ محاسبه می‌کنیم:

$$f'(8) = \frac{1}{3}(2^{-1}) + \frac{4}{3}(2^{-4}) = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

بنابراین:

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(8-h) - f(8)}{h} = -f'_+(8) = -\frac{5}{6}$$

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۹۶، ۹۸ و ۹۹ حسابان ۲

۱۱۷- پاسخ: گزینه ۳

نکته: $y = f(u) \Rightarrow y' = u'f'(u)$

نکته: $(f \cdot g)' = f'g + fg'$

از طرفین رابطه $f(x) = g(x^2)$ دو بار مشتق می‌گیریم و مطابق نکته داریم:

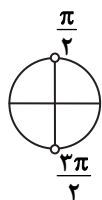
$$f'(x) = 2xg'(x^2) = 2x(x^2 + \frac{1}{x^2}) = 2x^3 + \frac{2}{x}$$

$$f''(x) = 6x^2 - \frac{2}{x^2} \Rightarrow f''(\sqrt{2}) = 12 - \frac{2}{2} = 11$$

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۹ حسابان ۲

۱۱۸- پاسخ: گزینه ۲

نکته: در یک بازه از دامنه f اگر $f' > 0$ ، آنگاه f صعودی اکید و اگر $f' < 0$ ، آنگاه f نزولی اکید و اگر $f' = 0$ ، آنگاه f ثابت است.
نکته: در یک بازه از دامنه f اگر $f'' > 0$ ، آنگاه تقعر نمودار f رو به بالا و اگر $f'' < 0$ ، آنگاه تقعر نمودار f رو به پایین است.
برای آنکه f تابعی صعودی اکید باشد، باید شرط $f' > 0$ برقرار باشد.



$$f'(x) = 2\sin x \cos x - 2\cos x = 2\cos x (\sin x - 1) > 0 \Rightarrow \cos x < 0$$

همواره غیرمثبت

$$\Rightarrow \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x \text{ در ناحیه دوم و سوم می‌باشد.}$$

با توجه به آنکه $f'(x) = \sin 2x - 2\cos x$ با به دست آوردن مشتق دوم و اینکه جهت تقعر تابع رو به پایین است، پس:

$$f''(x) = 2\cos 2x + 2\sin x = 2(1 - 2\sin^2 x + \sin x) = -2(2\sin^2 x - \sin x - 1) = -2(\sin x - 1)(2\sin x + 1)$$

$$f''(x) < 0 \Rightarrow -2(\sin x - 1)(2\sin x + 1) < 0 \Rightarrow 2\sin x + 1 < 0 \Rightarrow \sin x < -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{7\pi}{6} < x < \frac{11\pi}{6}$$

غیرمثبت

با اشتراک بازه‌های به دست آمده، جواب نهایی $(\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2})$ است.

ابتدا نقطه مینیمم نسبی را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = 4x^3 - 12ax^2 = 4x^2(x - 3a)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3a \end{cases}$$

نقطه اکسترمم نسبی

با توجه به اینکه به ازای $x = 0$ مقدار تابع صفر است، پس $x = 3a$ طول نقطه مینیمم نسبی است و داریم:

$$f(3a) = -27 \Rightarrow 27a^3(3a - 3a) = -27 \Rightarrow a^6 = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \quad (*)$$

برای به دست آوردن نقطه عطف، مشتق دوم را به دست می‌آوریم:

$$f''(x) = 12x^2 - 24ax = 12x(x - 2a)$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{غقیق} \\ x = 2a & \text{(*)} \end{cases} \rightarrow x = \pm 2$$

با توجه به فرض سؤال، نقطه عطف در ناحیه چهارم است، پس $x = 2$ قابل قبول است.

با توجه به شکل، $x = 1$ مجانب قائم است و مخرج دو ریشه دارد که یکی از آن‌ها با ریشه صورت مشترک است، یعنی $x = 3$ نیز ریشه مخرج است.

$$x^2 + ax + b = (x-1)(x-3) = x^2 - 4x + 3 \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 3 \end{cases}$$

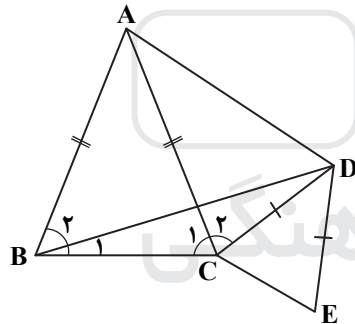
حال تابع را با مقادیر به دست آمده می‌نویسیم و داریم:

$$f(x) = \frac{x-3}{x^2 + ax + b} = \frac{x-3}{(x-1)(x-3)} = \frac{1}{x-1}$$

$$f(-2) = -\frac{1}{3}$$

نکته: اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر.

ابتدا با توجه به شکل داده شده داریم:



$$AB = AC \Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = \hat{C}_1$$

$$\hat{B}_1 < \hat{B}_1 + \hat{B}_2 \Rightarrow \hat{B}_1 < \hat{C}_1$$

$$\hat{B}_1 < \hat{C}_1 + \hat{C}_2$$

در مثلث BDC، به کمک نکته داریم:

$$\hat{C}_1 + \hat{C}_2 > \hat{B}_1 \Rightarrow BD > CD, \quad CD = DE \Rightarrow BD > DE$$

با توجه به اطلاعات مسئله، شکل زیر را می‌توان در نظر گرفت:

با توجه به اینکه $BC \parallel ED$ ، داریم:

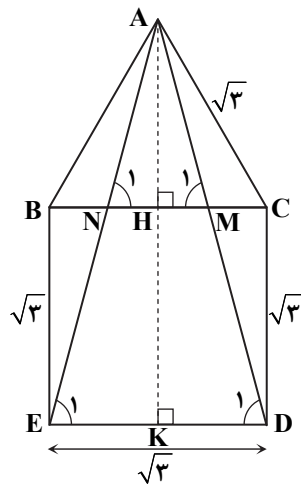
$$BC \parallel ED \Rightarrow \begin{cases} \hat{N}_1 = \hat{E}_1 \\ \hat{M}_1 = \hat{D}_1 \end{cases}$$

دو مثلث AMN و AED به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند. نسبت‌های ارتفاع‌های متناظر

این دو مثلث با نسبت تشابه آن‌ها برابر است:

$$\frac{AH}{AK} = \frac{MN}{ED} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a}{\frac{\sqrt{3}}{2}a + a} = \frac{MN}{a} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + 1} = \frac{MN}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 2} = \frac{MN}{\sqrt{3}}$$

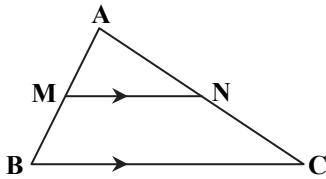
$$\Rightarrow MN = \frac{3}{\sqrt{3} + 2} = 3(2 - \sqrt{3}) = 6 - 3\sqrt{3}$$



نکته ۱: اگر وسط‌های اضلاع یک چهارضلعی را به‌طور متوالی به یکدیگر وصل کنیم، یک متوازی‌الاضلاع حاصل می‌شود.

نکته ۲: در مثلث ABC اگر $MN \parallel BC$ باشد، داریم:

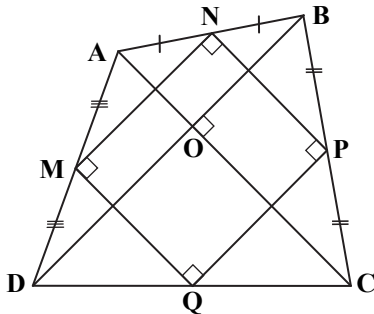
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



مطابق نکته ۱، چهارضلعی MNPQ متوازی‌الاضلاع است و بر طبق قضیه تالس در مثلث‌های ADC و BDC داریم:

$$\begin{cases} \frac{MD}{AD} = \frac{DQ}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow MQ \parallel AC \\ \frac{PC}{BC} = \frac{QC}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow PQ \parallel BD \end{cases}$$

از طرفی چون AC و BD برهم عمودند، پس MQ و PQ نیز برهم عمودند؛ در نتیجه متوازی‌الاضلاع MNPQ مستطیل بوده و اقطار آن یعنی MP و NQ برابر و منصف یکدیگرند.



با توجه به شکل داده‌شده داریم:

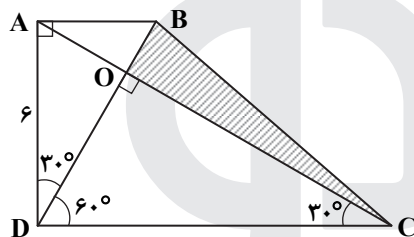
$$\hat{A}DO = 30^\circ \Rightarrow \hat{O}DC = 60^\circ$$

$$\hat{D}OC = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ$$

$$\Delta AOD: \sin 30^\circ = \frac{AO}{AD} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AO}{6} \Rightarrow AO = 3$$

$$\Delta AOD: \cos 30^\circ = \frac{DO}{AD} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DO}{6} \Rightarrow DO = 3\sqrt{3}$$

$$S_{\Delta AOD} = \frac{1}{2} AO \times OD = \frac{3 \times 3\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$



دو مثلث ADC و BDC مساحت‌های برابر دارند، چون قاعده و ارتفاع مشترک دارند، بنابراین اگر از این دو مثلث، مثلث DOC را جدا کنیم، دو مثلث AOD و BOC هم‌مساحت‌اند:

$$S_{\Delta BOC} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

با توجه به نمای روبه‌روی شکل داده‌شده، نمای چپ شکل به‌صورت زیر است.



بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

نکته: اگر امتداد دو وتر در خارج دایره یکدیگر را قطع کنند، داریم:

$$\hat{M} = \frac{\widehat{CD} - \widehat{AB}}{2}$$

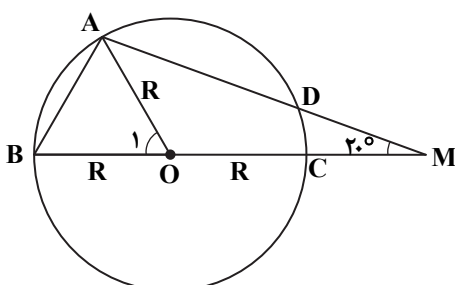
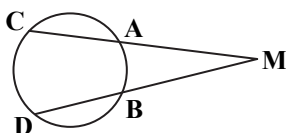
ابتدا با توجه به اینکه زاویه M برابر ۲۰° است، داریم:

$$\hat{M} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2} \Rightarrow 20^\circ = \frac{\widehat{AB} - 20^\circ}{2} \Rightarrow \widehat{AB} = 2 \times 20^\circ + 20^\circ = 60^\circ$$

زاویه O_۱ مرکزی است، پس:

$$\hat{O}_1 = \widehat{AB} = 60^\circ$$

بنابراین مثلث OAB متساوی‌الاضلاع است و AB = R.



▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۲۶ هندسه ۲

۱۲۷- پاسخ: گزینه ۲

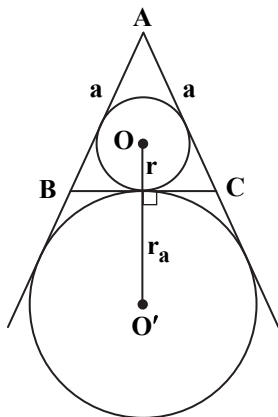
نکته: اگر در یک n ضلعی محیطی با مساحت S و محیط $2P$ شعاع دایره محاطی برابر r باشد، داریم:

$$r = \frac{S}{P}$$

از طرفی برای شعاع دواير محاطی خارجی داریم:

$$r_a = \frac{S}{P-a}, \quad r_b = \frac{S}{P-b}, \quad r_c = \frac{S}{P-c}$$

با توجه به نکات داریم:



$$\left\{ \begin{aligned} r &= \frac{S}{P} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{3}{2}a} = \frac{\sqrt{3}}{6}a \\ r_a &= \frac{S}{P-a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{3}{2}a-a} = \frac{\sqrt{3}}{2}a \end{aligned} \right.$$

$$OO' = r + r_a = \frac{\sqrt{3}}{6}a + \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$$

طول خط‌المركزين برابر ۲ است، بنابراین:

$$OO' = 2 \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{3}a = 2 \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۱۸ و ۶۹ هندسه ۲

۱۲۸- پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱: هرگاه خط‌های شامل دو وتر دلخواه AB و CD در نقطه‌ای مانند M (درون یا بیرون دایره) یکدیگر را قطع کنند، آنگاه:

$$MA \cdot MB = MC \cdot MD$$

نکته ۲: در مثلث ABC با میانه AM اگر $AB = c$ و $AC = b$ و $BC = a$ ، داریم:

$$b^2 + c^2 = 2AM^2 + \frac{a^2}{2}$$

مطابق نکته ۱، داریم:

$$AN \times AC = AG \times AM \quad (*)$$

از طرفی مطابق شکل داریم:

$$AN = \frac{b}{2}, \quad AG = \frac{2}{3}m_a \xrightarrow{(*)} \left(\frac{b}{2}\right)b = \frac{2}{3}m_a \cdot m_a \Rightarrow 2b^2 = 4m_a^2$$

مطابق نکته ۲ داریم:

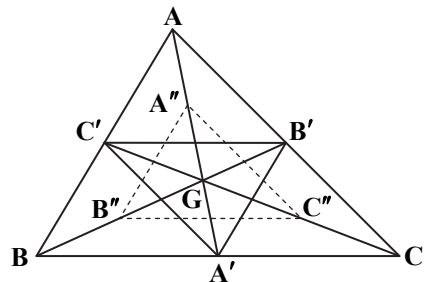
$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 2b^2 + 2c^2 = 4m_a^2 + a^2 = 2b^2 + a^2 \Rightarrow 2c^2 = b^2 + a^2$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۴۵ هندسه ۲

۱۲۹- پاسخ: گزینه ۳

نکته: هر دو مثلث، با اضلاع دوه‌دو موازی، مجانس یکدیگرند و نسبت تجانس، نسبت طول اضلاع متناظر آنهاست.

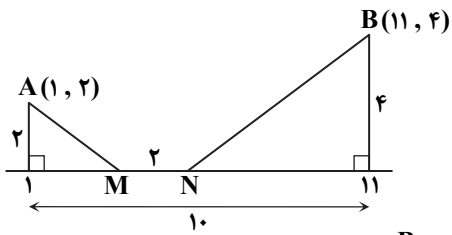
با توجه به صورت سؤال شکل روبه‌رو را می‌توان در نظر گرفت و داریم:



$$\left. \begin{aligned} \Delta GBC: & \begin{cases} GB'' = BB'' \\ GC'' = C''C \end{cases} \Rightarrow B''C'' \parallel BC, B''C'' = \frac{1}{2}BC \\ \Delta ABC: & \begin{cases} B'A = B'C \\ C'A = C'B \end{cases} \Rightarrow B'C' \parallel BC, B'C' = \frac{1}{2}BC \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} B''C'' \parallel B'C' \\ B''C'' = B'C' \end{cases}$$

پس دو مثلث $A'B'C'$ و $A''B''C''$ مجانس یکدیگر در تجانس به مرکز G و نسبت

$K = -1$ هستند.

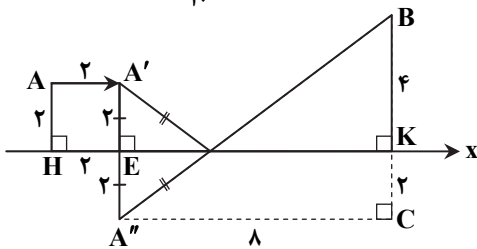


در شکل روبه‌رو می‌خواهیم AMNB کمترین باشد، برای اینکار نقطه A را با برداری به طول ۲ موازی x ها انتقال می‌دهیم و سپس از مسئله هرون استفاده می‌کنیم:

$$HK = 10, HE = 2 \Rightarrow EK = 8$$

$$A''B = \sqrt{A''C^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

بنابراین کمترین مقدار برابر $10 + 2 = 12$ است.



نکته ۱: در هر مثلث ABC داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \hat{C}$$

نکته ۲: در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های ضلع‌های آن زاویه تقسیم می‌کند.

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

ابتدا با توجه به نکته ۱ داریم:

$$BC^2 = 16 + 1 - 2 \times 4 \cos 60^\circ = 13 \Rightarrow BC = \sqrt{13}$$

به کمک نکته ۲ می‌توان نوشت:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{ترکیب درمخرج}} \frac{BD}{BD + DC} = \frac{1}{1 + 4}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{\sqrt{13}} = \frac{1}{5} \Rightarrow BD = \frac{\sqrt{13}}{5}$$

نکته ۱: در حالت کلی اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب و $B = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$ ماتریس مقادیر معلوم و $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ ماتریس مجهولات دستگاه دو معادله دو مجهول $\begin{cases} ax + by = e_1 \\ cx + dy = e_2 \end{cases}$ باشند در این صورت می‌توان دستگاه مذکور را به شکل معادله ماتریسی $AX = B$ نوشت و داریم:

$$X = A^{-1}B$$

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

نکته ۲: وارون ماتریس وارون پذیر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ به صورت روبه‌رو است:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ 3x + 5y = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 14 \end{bmatrix} : AX = B$$

با توجه به نکته ۱ داریم:

$$X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 9 \\ 14 \end{bmatrix} = \frac{1}{10 - 9} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 \\ 14 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow x + y = 4$$

ابتدا می‌توان نوشت:

$$(A - B)^T = (A - B)(A - B) = A^T - AB - BA + B^T$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 8 & 7 \end{bmatrix} - (AB + BA) + \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 13 & 12 \\ 12 & 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 5 & 10 \end{bmatrix} - (AB + BA)$$

$$\Rightarrow AB + BA = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 5 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 13 & 12 \\ 12 & 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -6 \\ -7 & -3 \end{bmatrix}$$

نکته: دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ بر حسب سطر دوم به صورت زیر است:

$$|A| = -a_{21} \times \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{22} \times \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{23} \times \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

مطابق نکته، دترمینان را بر حسب سطر دوم به دست می آوریم:

$$\begin{vmatrix} x+2 & -1 & 2 \\ \cdot & x+1 & \cdot \\ m & 2 & x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (x+1) \begin{vmatrix} x+2 & 2 \\ m & x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (x+1)(x(x+2) - 2m) = 0 \Rightarrow (x+1)(x^2 + 2x - 2m) = 0$$

برای اینکه این معادله فقط دارای یک ریشه باشد، یا باید معادله درجه دوم ریشه نداشته باشد و یا باید ریشه مضاعف $x = -1$ را داشته باشد.

حالت اول: $x^2 + 2x - 2m = 0: \Delta < 0 \Rightarrow 4 + 8m < 0 \Rightarrow m < -\frac{1}{2}$

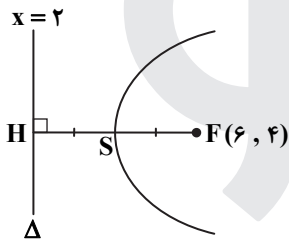
حالت دوم: $x^2 + 2x - 2m = 0: \Delta = 0 \Rightarrow m = -\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 + 2x - 2m = (x+1)^2$

بنابراین طبق گزینه ها، گزینه ۲ پاسخ است.

نکته:

معادله سهمی	کانون	خط هادی	محور سهمی	دهانه سهمی
$(y-k)^2 = 4a(x-h)$	$(a+h, k)$	$x = -a+h$	$y = k$	روبه راست

مطابق نکته و شکل داریم:



$$FH = 2a = 4 - 2 = 2 \Rightarrow a = 2$$

پس مختصات رأس سهمی به صورت $S(4, 4)$ و معادله سهمی به صورت

$$(y-4)^2 = 8(x-4) \text{ است، پس:}$$

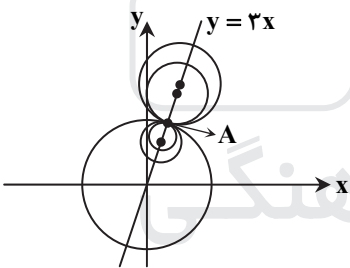
$$y=0 \Rightarrow 16 = 8(x-4) \Rightarrow x-4 = 2 \Rightarrow x=6$$

نقطه $A(1, 2)$ مطابق شکل روی دایره $x^2 + y^2 = 10$ قرار دارد.

مطابق شکل مرکز دایره های مماس بر این دایره در نقطه A ، بر روی خط گذرا از نقطه A و

مرکز دایره قرار دارند. با توجه به اینکه $A(1, 2)$ و $O(0, 0)$ پس مراکز این دایره روی

خط $y = 2x$ قرار دارند.

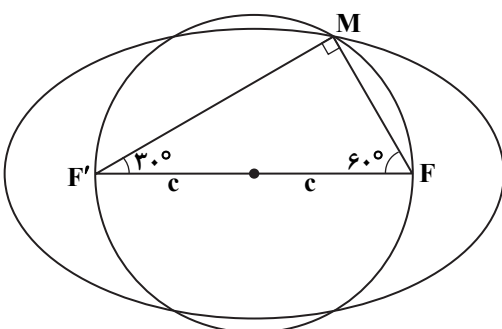


بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

نکته: بیضی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که مجموع فواصلشان از دو کانون یک مقدار ثابت است.

نکته: خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{c}{a}$ است.

وقتی دایره ای به قطر FF' ، بیضی را در نقطه M قطع کند، مشخص است که $\angle F'MF = 90^\circ$ است. از طرفی مطابق شکل، در مثلث $F'MF$ داریم:



$$\begin{cases} \sin 60^\circ = \frac{MF'}{FF'} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{MF'}{2c} \Rightarrow MF' = \sqrt{3}c \\ \sin 30^\circ = \frac{MF}{FF'} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{MF}{2c} \Rightarrow MF = c \end{cases}$$

بر طبق تعریف بیضی می توان نوشت:

$$MF + MF' = 2a = c + \sqrt{3}c \Rightarrow a = \frac{1}{2}c(\sqrt{3} + 1)$$

بنابراین خروج از مرکز بیضی برابر است با:

$$\frac{c}{a} = \frac{c}{\frac{1}{2}c(\sqrt{3} + 1)} = \frac{2}{\sqrt{3} + 1} = \frac{2(\sqrt{3} - 1)}{2} = \sqrt{3} - 1$$

۱۴۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴ آمار و احتمال

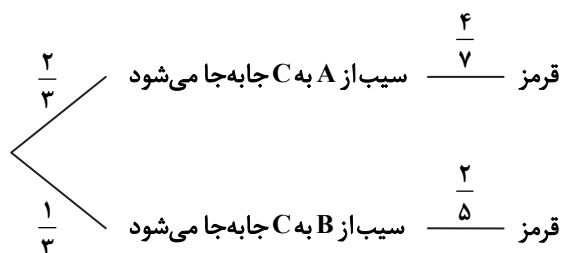
نکته: فرض کنید B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهای با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت برای هر پیشامد دلخواه A و هر $i \leq n$ داریم:

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A | B_i)}{P(A)}$$

که در آن $P(A)$ از رابطه قانون احتمال کل برابر است با:

$$P(A) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A | B_k)$$

به کمک نمودار درختی داریم:



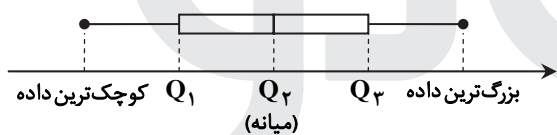
سیب از ظرف A به C منتقل شود

$$P(A | B) = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{4}{7}}{\frac{2}{3} \times \frac{4}{7} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{5}} = \frac{\frac{8}{21}}{\frac{8}{21} + \frac{2}{15}} = \frac{\frac{8}{21}}{\frac{40+14}{105}} = \frac{8 \times 105}{54 \times 21} = \frac{20}{27}$$

سیب قرمز از ظرف C خارج شده

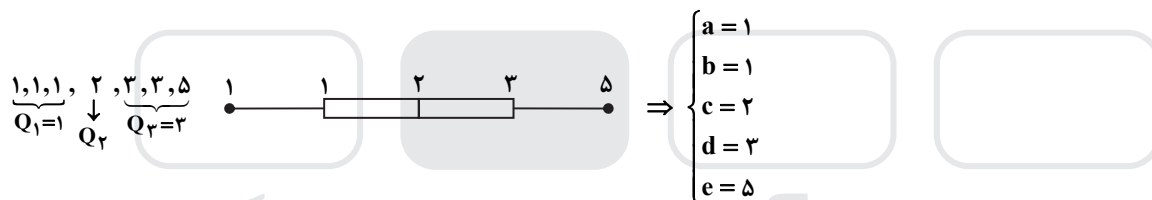
۱۴۳- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۹۷ و ۹۸ آمار و احتمال

نکته: نمودار جعبه‌ای n داده با چارک اول، دوم و سوم به ترتیب Q_1, Q_2, Q_3 و Q_4 به صورت زیر است:



ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم: ۱, ۱, ۲, ۳, ۳, ۵

چارک‌ها را مشخص می‌کنیم و مطابق نکته نمودار جعبه‌ای را رسم می‌کنیم:



بنابراین $(a+e) - (b+c+d) = (1+5) - (1+2+3) = 0$

۱۴۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸ ریاضیات گسسته

نکته (قضیه تقسیم): $a = bq + r$ ($0 < r < b$)

مطابق نکته داریم:

$$A = 29q + 2q \xrightarrow{0 \leq r < b} 2q < 29 \Rightarrow q \leq 14 \Rightarrow A = 31q \Rightarrow A \equiv 0 \pmod{31}$$

از طرفی می‌توان نوشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} A \equiv 0 \pmod{31} \Rightarrow A \equiv 62 \pmod{589} \\ A \equiv 5 \pmod{57} \Rightarrow A = 589q' + 62 \end{array} \right. \xrightarrow{q'=0} A = 62$$

$$q \leq 14 \xrightarrow{\times 31} \underbrace{31q}_A \leq 14 \times 31 \Rightarrow A \leq 434$$

بنابراین مجموع ارقام کوچک‌ترین مقدار طبیعی A برابر ۸ است.

نکته: برای محاسبه رقم یکان عدد را به پیمانه ۱۰ می‌بریم.

نکته: عددی بر ۴۴ بخش پذیر است که بر ۴ و ۱۱ بخش پذیر باشد.

نکته: عددی بر ۴ بخش پذیر است که دو رقم سمت راست آن بر ۴ بخش پذیر باشد.

نکته: عددی بر ۱۱ بخش پذیر است که اگر رقم‌هایش را از سمت راست به چپ یکی در میان با علامت مثبت و منفی بنویسیم، حاصل به پیمانه

۱۱ برابر صفر باشد.

مطابق نکات داریم:

$$\overline{abb24} \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow 24 \equiv 0 \pmod{4}$$

$$\overline{abb24} \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow 4 - 2 + b - b + a \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow a \equiv -2 \equiv 9 \pmod{11} \Rightarrow a = 11k + 9 \xrightarrow{1 \leq k \leq 9} k = 0 \Rightarrow a = 9$$

حال برای به دست آوردن یکان، عدد را به پیمانه ۱۰ می‌بریم:

$$(9-2)10^3 \equiv 710^3 \equiv (7^2)51 \times 7 \equiv (-1)51 \times 7 \equiv -1 \times 7 \equiv -7 \equiv 3 \pmod{10}$$

ابتدا هر مورد را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱: اگر a_1, a_2, a_3 هر سه فرد باشند، آنگاه $a_1 a_2 a_3$ و $b_1 b_2 b_3$ هر دو فرد می‌شوند و مجموع دو عدد فرد همواره زوج می‌شود و

اگر حداقل یکی از موارد a_1 یا a_2 یا a_3 زوج باشد، آنگاه $a_1 a_2 a_3$ و از آنجا $b_1 b_2 b_3$ نیز زوج می‌شود و مجموع دو عدد زوج همواره زوج

می‌شود یعنی مورد الف همواره درست است: $a_1 a_2 a_3 + b_1 b_2 b_3 = 2a_1 a_2 a_3 = 2k$

گزینه ۲: می‌توان مثال نقض $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3, b_1 = 3, b_2 = 2, b_3 = 1$ را در نظر گرفت و داریم:

$$(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3) = (-2) \times (0) \times (2) = 0$$

که صفر عدد فرد نیست.

اگر $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ فرد باشد، باید هر سه عامل $(a_1 - b_1), (a_2 - b_2), (a_3 - b_3)$ نیز فرد باشند و می‌دانیم مجموع

سه عدد فرد، عددی فرد است.

گزینه ۳: فرض می‌کنیم $(a_1 + b_1)(a_2 + b_2)(a_3 + b_3)$ عددی فرد باشد (فرض خلف)، پس باید هر سه عامل $(a_1 + b_1), (a_2 + b_2)$ و

$(a_3 + b_3)$ نیز فرد باشند و در نتیجه مجموع سه عدد فرد نیز عددی فرد باشد:

$$a_1 + b_1 + a_2 + b_2 + a_3 + b_3 = 2a_1 + 2a_2 + 2a_3 = 2(a_1 + a_2 + a_3)$$

که این با فرض ما در تناقض است، زیرا عددی زوج می‌شود، بنابراین گزینه ۳ نیز درست است.

گزینه ۴: همواره درست است، زیرا:

چون a_1, a_2, a_3 همان b_1, b_2, b_3 هستند، ولی با ترتیب دیگر، بنابراین از هر عدد دو تا داریم و یعنی داریم:

$$a_1 + b_1 + a_2 + b_2 + a_3 + b_3 = 2(a_1 + a_2 + a_3) = 2k$$

نکته: در هر گراف با اندازه q و تعداد رئوس p داریم: $\sum_{i=1}^p \deg(v_i) = 2q$

اگر $\Delta = p - 1$ در نظر گرفته شود، لزوماً $\gamma = 1$ می‌شود، پس رأس درجه ۸ نداریم. برای آنکه q حداکثر باشد بهتر است درجه رأس‌ها بیشتر

باشد، بنابراین سعی می‌کنیم همه رأس‌ها با درجه $p - 2$ باشند که وجود ۹ رأس درجه ۷ امکان پذیر نیست، پس یک رأس از درجه ۶ باشد و

بقیه رأس‌ها درجه ۷ باشند.

$$7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 6$$

بنابراین مطابق نکته داریم:

$$\sum \deg(v_i) = 2q \Rightarrow 8 \times 7 + 1 \times 6 = 2q \Rightarrow 62 = 2q \Rightarrow q = 31$$

نکته: یک مجموعه احاطه‌گر که با حذف هریک از رأس‌هایش دیگر احاطه‌گر نباشد احاطه‌گر مینیمال است.

با انتخاب رأس‌های $\{c, f, h\}$ که احاطه‌گر مینیمم است، کل شکل احاطه می‌شود و $\gamma = 3$ می‌باشد، پس کمترین تعداد عضو ۳ است.

با انتخاب رأس‌های $\{k, a, b, e, g, d, i\}$ بزرگ‌ترین مجموعه احاطه‌گر مینیمال را انتخاب کرده‌ایم که تعداد اعضای آن ۷ است و مطابق

نکته هر رأس از آن حذف شود دیگر احاطه‌گر نخواهد بود، بنابراین:

$$7 - 3 = 4 = \text{اختلاف تعداد اعضا}$$

۱۴۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۳۸ ریاضیات گسسته

نکته: دنباله $v_1 v_2 v_3 \dots v_n v_1$ ($n \geq 3$) از رئوس دو به دو متمایز که در آن هر رأس با رأس بعدی مجاور است را یک دور به طول n می‌نامیم. این گراف دورهای به طول ۶، ۸، ۱۰ را داراست. به‌طور مثال:

دور به طول ۶: $abcdija$

دور به طول ۱۰: $abcdefghija$

دور به طول ۸: $abgfedia$

ولی دور به طول ۷ را ندارد، بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۱۵۰- پاسخ: گزینه ۴

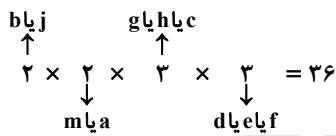
▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۴۴ و ۵۳ ریاضیات گسسته

نکته: یک مجموعه احاطه‌گر را که با حذف هر یک از رأس‌هایش دیگر احاطه‌گر نباشد، مجموعه احاطه‌گر مینیمال می‌نامیم. نکته: هر مجموعه احاطه‌گر مینیمم همواره مینیمال نیز می‌باشد.

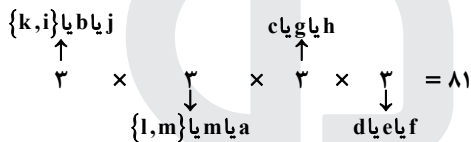
اگر از بین رأس‌های $\{b, i, j, k\}$ هر یک از رأس‌های z یا b انتخاب شوند، هر ۴ رأس احاطه می‌شوند.

همچنین از بین ۴ رأس $\{m, l, a, n\}$ نیز چنانچه هر یک از رأس‌های m یا a انتخاب شوند کافی است.

اگر از بین هر کدام از مجموعه رأس‌های $\{c, h, g\}$ و $\{d, e, f\}$ ، یک رأس انتخاب شوند، هر مثلث جداگانه احاطه می‌شود، پس به تعداد ۳۶ حالت احاطه‌گر مینیمم داریم:



حال اگر از بین رأس‌های $\{b, i, j, k\}$ دو رأس $\{k, i\}$ و از بین رأس‌های $\{m, l, a, n\}$ دو رأس $\{l, n\}$ انتخاب شوند، احاطه‌گر مینیمال محسوب می‌شوند، بنابراین تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال برابر است با:



▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۶۰ تا ۶۶ ریاضیات گسسته

۱۵۱- پاسخ: گزینه ۳

در صورتی مجموع دو عدد مساوی ۶ می‌شود که یکی از دو حالت زیر اتفاق افتد: (۱) اعداد ۲ و ۴ انتخاب شوند:

$$\binom{4}{1} \times \binom{4}{1} = 16$$

(۲) هر دو عدد ۳ انتخاب شوند:

$$\binom{4}{2} = 6$$

بنابراین $16 + 6 = 22$ حالت داریم.

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۷۴ تا ۸۰ ریاضیات گسسته

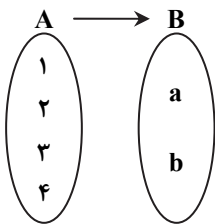
۱۵۲- پاسخ: گزینه ۳

نکته: $|(A \cup B)'| = |\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B|$

نکته: $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

ابتدا به تعداد $\binom{5}{1} = 5$ حالت یکی از کتاب‌ها را انتخاب کرده و به نفر اول می‌دهیم سپس ۴ کتاب متفاوت دیگر را می‌خواهیم بین دو نفر

بخش کنیم به طوری که به هر نفر حداقل یک کتاب برسد، تعداد جواب این مسئله با تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۲ عضوی یکسان است.



$$\Rightarrow |(A \cup B)'| = |S| - |A \cup B| \Rightarrow |(A \cup B)'| = 2^4 - (1^2 + 1^2 - 0) = 14$$

$$14 \times \binom{5}{1} = 70$$

بنابراین تعداد حالت‌های توزیع ۵ کتاب بین ۳ نفر با شرط داده‌شده برابر است با:

نکته (اصل لانه کبوتری): اگر m کبوتر و n لانه داشته باشیم و $m > n$ و همه کبوترها درون لانه‌ها قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل دو کبوتر در آن قرار گرفته است.

می‌دانیم مختصات هر نقطه در صفحه دو بعدی به یکی از ۴ صورت روبه‌رو نوشته می‌شود:

- (زوج، زوج)
- (فرد، فرد)
- (فرد، زوج)
- (زوج، فرد)

مطمئن‌ترین حالت انتخاب آن است که از هر کدام از آن‌ها یک نقطه انتخاب شود، می‌دانیم:

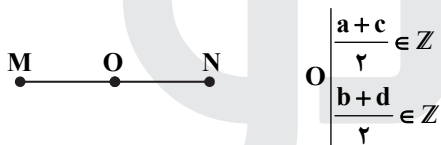
$$\begin{cases} \text{زوج} = \text{زوج} + \text{زوج} \\ \text{زوج} = \text{فرد} + \text{فرد} \end{cases}$$

پس با انتخاب پنجمین زوج مرتب به دلیل اصل لانه کبوتری «۴ لانه و ۵ کبوتر» می‌توان ادعا کرد انتخاب نقطه پنجم با هر مختصات صحیحی با یکی از نقاط قبل به فرم زیر درمی‌آید.

یعنی مجموع دو مؤلفه اول و مجموع دو مؤلفه دوم آن زوج می‌شود و در این سؤال مختصات رئوس مربع داده‌شده تأثیری در حل مسئله ندارد.

$$\begin{cases} M(a, b) \\ N(c, d) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+c = \text{زوج} \Rightarrow \frac{a+c}{2} \in \mathbb{Z} \\ b+d = \text{زوج} \Rightarrow \frac{b+d}{2} \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

پس اگر مطابق شکل روبه‌رو، نقطه O وسط پاره خط MN باشد، داریم:



$$O \left(\begin{array}{l} \frac{a+c}{2} \in \mathbb{Z} \\ \frac{b+d}{2} \in \mathbb{Z} \end{array} \right)$$

ابتدا اعداد ۱۵۰ و ۲۱۰۰ را تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{cases} 150 = 2 \times 3 \times 5^2 \\ 2100 = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \end{cases} \Rightarrow [a, 2 \times 3 \times 5^2] = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$$

چنانچه ۱۵۰ و ۲۱۰۰ را تجزیه کنیم طبق مفهوم کوچک‌ترین مضرب مشترک، عدد a باید عوامل 2^2 و 7 را لزوماً داشته باشد، ولی عوامل ۳ و ۵ را به صورت‌های زیر می‌تواند داشته باشد.

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2^2 \times 7 = 28 \text{ (دورقمی)} \\ a = 2^2 \times 7 \times 3 = 84 \text{ (دورقمی)} \\ a = 2^2 \times 7 \times 5 = 140 \\ a = 2^2 \times 7 \times 3 \times 5 = 420 \\ a = 2^2 \times 7 \times 3 \times 5^2 = 2100 \text{ (چهاررقمی)} \\ a = 2^2 \times 7 \times 5^2 = 700 \end{cases}$$

بنابراین به‌ازای ۳ عدد سه‌رقمی تساوی داده‌شده برقرار است.

نکته: در نمونه‌گیری طبقه‌ای جامعه را به زیرمجموعه‌هایی تقسیم می‌کنیم و از هر زیرمجموعه تعدادی را جهت نمونه‌گیری انتخاب می‌کنیم. در صورت سؤال اشاره شده از هر ۱۰ قسمت یک نمونه دوتایی برداشتیم، بنابراین این نمونه‌گیری طبقه‌ای نام دارد.

احتمال انتخاب هر عضو در نمونه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

در کل ۱۰۰ نفر داریم و ۲۰ نفر به تصادف از میان اعضای طبقه‌ها انتخاب می‌کنیم، بنابراین:

$$P(A) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

فیزیک

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۴۹ و ۵۱ فیزیک ۱

۱۵۶- پاسخ: گزینه ۳

$$W_{\text{موتور تلمبه}} = Ra \times \bar{P}_{\text{ورودی}} \times \Delta t = mg\Delta h = \rho V g \Delta h \Rightarrow Ra \times 20 \times 10^3 \times 1 = (80 \times 1 / 25) \times 10 \times 15$$

$$\Rightarrow Ra = \frac{80 \times 1 / 25 \times 10 \times 15}{2 \times 10^4} = \frac{15}{20} = 0.75$$

بازده این تلمبه ۷۵ درصد است.

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۳۵ فیزیک ۱

۱۵۷- پاسخ: گزینه ۳

$$\Delta K = W_t = W_F + W_{mg} + W_{f_k}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) = Fd \cos \theta + (-mg\Delta h) + (-f_k \cdot d) \Rightarrow \frac{1}{2} \times 10 \times (64 - 0) = 100 \times 20 \times \cos 37^\circ - 10 \times 10 \times 10 - 20 f_k$$

$$\Rightarrow 320 = 1600 - 1000 - 20 f_k \Rightarrow 20 f_k = 280 \Rightarrow f_k = 14 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۷۲ فیزیک ۱

۱۵۸- پاسخ: گزینه ۲

اختلاف فشار میان دو نقطه درون یک مایع از رابطه $\Delta P = \rho g \Delta h$ حساب می‌شود و ارتباطی به شکل ظرف ندارد.

$$\frac{\Delta P_1 = \rho_1 g \Delta h_1}{\Delta P_2 = \rho_2 g \Delta h_2} = \frac{1/5 \times (50 - 10)}{0.6 \times (90 - 60)} = \frac{15 \times 4}{6 \times 3} = \frac{10}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۷۳ فیزیک ۱

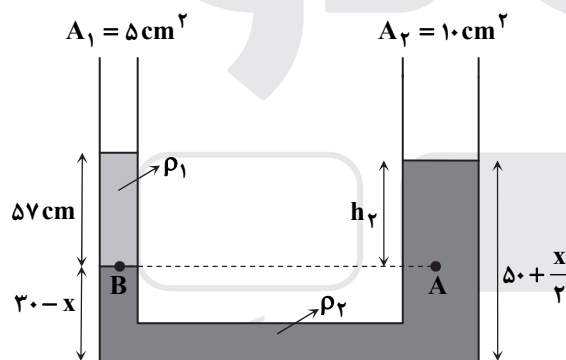
۱۵۹- پاسخ: گزینه ۲

در شکل صورت مسئله، با توجه به تعادل مایع‌ها می‌توان گفت فشار حاصل از ۳۰ سانتی‌متر مایع (۱) با فشار حاصل از ۲۰ cm مایع (۲) برابر است.

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow 30 \rho_1 = 20 \times 1 / 2 \Rightarrow \rho_1 = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$27 \text{ cm} = 135 \div 5 = \text{افزایش ارتفاع ستون مایع با چگالی } \rho_1$$

اگر سطح مایع ρ_2 در شاخه سمت چپ به اندازه x پایین برود، در شاخه سمت راست به اندازه $\frac{x}{2}$ بالا می‌آید.



$$P_B = P_A \Rightarrow 57 \times 0.8 = 1 / 2 h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{2}{3} \times 57 = 38 \text{ cm}$$

$$38 = (50 + \frac{x}{2}) - (20 - x) = 20 + \frac{3}{2} x$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} x = 18 \Rightarrow x = 12 \text{ cm} \Rightarrow 50 + \frac{x}{2} = 56 \text{ cm}$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۰۶، ۱۰۹ و ۱۱۴ فیزیک ۱

۱۶۰- پاسخ: گزینه ۳

وقتی مقداری یخ 0°C را با آب مخلوط می‌کنیم، قطعاً آب منجمد نمی‌شود، یعنی جرم یخ زیاد نمی‌شود (چون اگر یخ از آب گرما بگیرد تا آن را منجمد کند، همان قدر یخ صفر درجه ذوب می‌شود)، پس در اینجا اتفاقی که افتاده است، این بوده که آب 60°C گرما از دست داده و به دمای 0°C رسیده و در مقابل، مقداری یخ ذوب شده است. اگر جرم آب گرم را m_1 بنامیم، جرم یخ ذوب شده به ترتیب زیر حساب می‌شود:

$$m_1 c \Delta \theta + m_2 L_F = 0 \Rightarrow m_1 \times 4 / 2 \times (-60) + 336 m_2 = 0 \Rightarrow 80 m_2 - 60 m_1 = 0 \Rightarrow m_2 = \frac{3}{4} m_1$$

۲۸۰ گرم آبی که در پایان در ظرف باقی مانده است، حاصل جمع m_2 و m_1 است:

$$m_1 + \frac{3}{4} m_1 = 280 \Rightarrow \frac{7}{4} m_1 = 280 \Rightarrow m_1 = 160 \text{ g}$$

$$m_{\text{کل}} = 400 + 160 = 560 \text{ g}$$

▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۱ فیزیک ۱

۱۶۱- پاسخ: گزینه ۴

$$\Delta V = V_1 \times \alpha \times \Delta T \Rightarrow 90 = 5000 \times \alpha \times 120 \Rightarrow \alpha = \frac{90}{5 \times 3 \times 12 \times 10^4} = \frac{1}{2 \times 10^4} = 5 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$$

$$\text{ضریب انبساط سطحی} = 2\alpha = 2 \times 5 \times 10^{-5} = 10^{-4} \frac{1}{\text{K}}$$

$$T_1 = 273 + 327 = 600 \text{ K}$$

$$T_2 = 600 - 60 = 540 \text{ K}$$

در حالت دوم گاز باقی مانده در مخزن، همانند حالت اول تمام حجم مخزن را پر می کند:

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \Rightarrow \frac{300 V}{600 n_1} = \frac{250 V}{540 (n_1 - 0.4)} \Rightarrow \frac{1}{2 n_1} = \frac{25}{54 (n_1 - 0.4)} \Rightarrow 25 n_1 = 27 (n_1 - 0.4)$$

$$\Rightarrow 2 n_1 = 27 \times 0.4 \Rightarrow n_1 = 5.4 \text{ mol} \Rightarrow n_2 = 5.4 - 0.4 = 5 \text{ mol}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{(\frac{4}{5} P_1)(\frac{6}{5} V_1)}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{24}{25} T_1$$

T_2 از T_1 کمتر است؛ پس معلوم می شود 20°C تغییر دما به صورت کاهش دما بوده است.

$$T_1 - 20 = \frac{24}{25} T_1 \Rightarrow T_1 = 500 \text{ K} \Rightarrow T_2 = 480 \text{ K}$$

$$T_2 = \theta_2 + 273 \Rightarrow 480 = \theta_2 + 273 \Rightarrow \theta_2 = 207^\circ\text{C}$$

$$\left. \begin{array}{l} PV = nRT \\ P_B > P_A \\ V_B > V_A \\ \Delta U > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow T_B > T_A$$

در این فرایند، دمای گاز زیاد شده و در نتیجه انرژی درونی آن هم زیاد شده است:

این فرایند، فرایند انبساطی است یعنی گاز کار انجام می دهد ($W < 0$)؛ بنابراین داریم:

$$\Delta U = W + Q \xrightarrow[\Delta U > 0]{W < 0} Q > 0 \text{ و } |Q| > |W|$$

فرایند AB هم حجم و فرایند BC هم فشار است:

$$W = W_{AB} + W_{BC} = 0 + (-nR\Delta T) = -10 \times 8 \times 400 = -32 \times 10^3 \text{ J} = -32 \text{ kJ}$$

$$\Delta U = nC_V \Delta T = \frac{3}{2} nR\Delta T = \frac{3}{2} \times 10 \times 8 \times 400 = 72000 \text{ J} = 72 \text{ kJ}$$

$$\Delta U = W + Q \Rightarrow 72 = -32 + Q \Rightarrow Q = 104 \text{ kJ}$$

$$Q = mc\Delta\theta = 2 \times 4 / 2 \times (-35) = -70 \times 4 / 2 \text{ kJ}$$

یعنی یخچال از آب $(70 \times 4 / 2)$ کیلوژول گرما دریافت می کند و به هوای بیرون (منبع دما بالا) به مقدار 350 کیلوژول گرما می دهد:

$$|Q_H| = W + Q_L = \frac{K+1}{K} \times Q_L \Rightarrow 350 = \frac{K+1}{K} \times 4 / 2 \times 70 \Rightarrow \Delta = \frac{K+1}{K} \times 4 / 2 \Rightarrow \Delta K = 4 / 2 K + 4 / 2$$

$$\Rightarrow 0.8 K = 4 / 2 \Rightarrow K = \frac{42}{8} = 5.25$$

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{320}{2880} = \left(\frac{d_1}{d_1 + 50}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{9} = \left(\frac{d_1}{d_1 + 50}\right)^2 \Rightarrow \frac{d_1}{d_1 + 50} = \frac{1}{3} \Rightarrow d_1 = 25 \text{ cm}$$

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow 2880 = \frac{9 \times 10^9 \times |q|}{(0.25)^2} \Rightarrow |q| = \frac{1}{16} \times \frac{2880}{9} \times 10^{-9} \text{ C} \Rightarrow |q| = 20 \text{ nC}$$

$$F = \frac{k|q||q'|}{r^2} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{50 \times (30)^2}{100 \times (50)^2} = \frac{9}{50} = 0.18$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{F_1}{F_2} = 0.18 \\ F_2 - 0.18 F_2 = 8 / 2 \times 10^{-3} \Rightarrow 0.82 F_2 = 8 / 2 \times 10^{-3} \Rightarrow F_2 = 10^{-2} \text{ N} \\ F_2 - F_1 = 8 / 2 \times 10^{-3} \text{ N} \end{array} \right.$$

$$F_2 = \frac{9 \times 10^9 \times |q| \times 100 \times 10^{-9}}{(0.3)^2} = \frac{900 |q|}{9 \times 10^{-2}} = 10^4 |q| \Rightarrow 10^4 |q| = 10^{-2} \Rightarrow |q| = 10^{-6} \text{ C} = 1000 \text{ nC}$$

جنبشی $\Delta K = W_f = W_E = |q|Ed\cos\theta$: قضیه کار و انرژی جنبشی

$$\Rightarrow \Delta K = |q| \times E \times \text{اندازه جابه جایی در امتداد میدان} \Rightarrow 300 \times 10^{-6} = 100 \times 10^{-9} \times E \times 60 \times 10^{-2} \Rightarrow E = \frac{300 \times 10^5}{100 \times 60} = 5000 \frac{N}{C}$$

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} \xrightarrow{\substack{d_2 = \frac{1}{2} d_1 \\ \kappa_2 = 4 \kappa_1}} C_2 = 8 C_1 = 8 \times 10 = 80 \mu F$$

$$\left. \begin{aligned} Q &= CV \\ Q_2 &= 2Q_1 \Rightarrow V_2 = \frac{1}{4} V_1 \Rightarrow V_1 - 30 = \frac{1}{4} V_1 \Rightarrow V_1 = 40 V \\ C_2 &= 8C_1 \end{aligned} \right\}$$

$$Q_1 = C_1 V_1 = 10 \times 40 = 400 \mu C \Rightarrow Q_2 = 2Q_1 = 800 \mu C$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 برابر با اختلاف پتانسیل دو سر باتری است:

$$V = R_{eq} I = \frac{R_{eq} \mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{24 R_{eq}}{R_{eq} + 2}$$

حالت اول: $R_{eq} = R_1 = 10 \Omega \Rightarrow V_1 = \frac{24 \times 10}{12} = 20 V$

با بستن کلید، دو مقاومت R_1 و R_2 موازی می شوند:

حالت دوم: $R_{eq} = R_1 \parallel R_2 = \frac{10 \times 40}{40 + 10} = \frac{400}{50} = 8 \Omega \Rightarrow V_2 = \frac{24 \times 8}{10} = 19.2 V$

$$|\Delta V| = |V_2 - V_1| = |19.2 - 20| = 0.8 V$$

از ولت سنج آرمانی جریانی نمی گذرد، پس در هر دو حالت مسیر عبور جریان فرقی نمی کند:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{30}{20 + 25 + 5} = 0.6 A$$

چون از مقاومت ۱۰ اهمی جریانی نمی گذرد، اختلاف پتانسیل دو سر آن صفر است ($V = IR$)، یعنی دو سر آن مثل یک تکه سیم، هم پتانسیل هستند.

در حالت اول، ولت سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۲۰ اهمی را نشان می دهد:

$$V_1 = 20 I = 20 \times 0.6 = 12 V$$

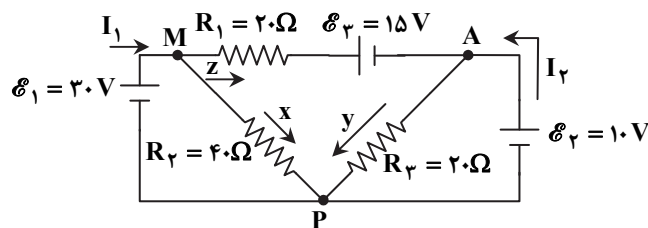
در حالت دوم، عددی که ولت سنج نشان می دهد، اختلاف پتانسیل دو سر باتری است:

$$V_2 = \mathcal{E} - rI = 30 - 5 \times 0.6 = 27 V$$

$$V_2 - V_1 = 15 V$$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری آرمانی ($r = 0$) همیشه برابر

\mathcal{E} است.



$$\begin{cases} V_M - V_P = 30 V \\ V_A - V_P = 10 V \end{cases} \Rightarrow V_M - V_A = 20 V$$

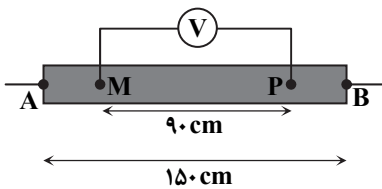
$$V_M - V_P = x R_2 \Rightarrow 30 = 40 x \Rightarrow x = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} A$$

$$V_A - V_P = y R_3 \Rightarrow 10 = 20 y \Rightarrow y = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} A$$

$$V_M - 20z - 15 = V_A \Rightarrow V_M - V_A = 20z + 15 \Rightarrow 20 = 15 + 20z \Rightarrow z = \frac{1}{4} A$$

قانون جریان (انشعاب) در نقطه M: $I_1 = x + z \Rightarrow I_1 = 1 A$

قانون جریان (انشعاب) در نقطه A: $I_2 + z = y \Rightarrow I_2 + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow I_2 = \frac{1}{4} A$



در یک میله رسانای یکنواخت طبق رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ مقاومت الکتریکی متناسب با طول میله است.

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{2r_1}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

با توجه به رابطه $V = IR$ و در نظر گرفتن اینکه جریان الکتریکی در تمام طول میله یکسان است، می‌توان گفت:

$$V_A - V_B = \frac{150}{90} \times (V_M - V_P) = \frac{15}{9} \times 12 = 20 \text{ V}$$

$$V = R_{eq} I = \frac{R_{eq} \mathcal{E}}{R_{eq} + r} \Rightarrow 20 = \frac{R_{eq} \times 24}{R_{eq} + 0.2} \Rightarrow 4R_{eq} = 0.2 \times 20 \Rightarrow R_{eq} = 1 \Omega$$

مقاومت معادل مجموعه دو میله 1Ω است و اندازه مقاومت میله باریک‌تر ۴ برابر میله دیگر است:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow 1 = \frac{4R_2 \times R_2}{5R_2} = \frac{4}{5} R_2 \Rightarrow R_2 = 1/25 \Omega \xrightarrow{R_1 = 4R_2} R_1 = 5 \Omega$$

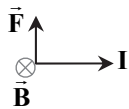
$$R_1 = \frac{\rho_1 L_1}{A_1} \Rightarrow 5 = \frac{5 \times 10^{-6} \times 1/5}{A_1} \Rightarrow A_1 = 1/5 \times 10^{-6} \text{ m}^2 = 1/5 \text{ mm}^2$$

$$\left. \begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 NI}{L} \text{ : داخل سیم‌لوله} \\ B &= \frac{\mu_0 N'I'}{2R} \text{ : در مرکز سیم‌پیچ تخت} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{400 \times 0.9}{0.2} = \frac{400 \times 0.9 \times 0.05 \times 2}{150 \times 0.06} = \frac{4 \times 9}{30 \times 0.6} = 2$$

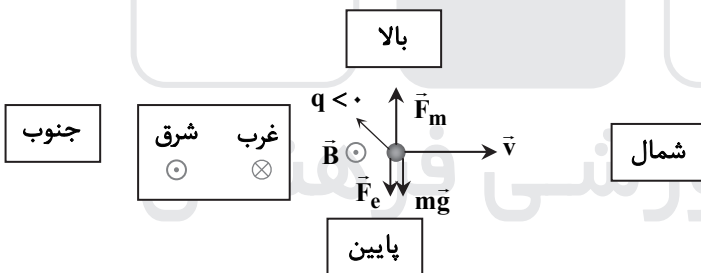
با بستن کلید، عدد ترازو از 1 N به 0.9 N کاهش یافته است؛ بنابراین نیروی مغناطیسی وارد بر میله AM به اندازه 0.1 N و رو به بالاست.

$$F = 0.1 \text{ N}$$

$$F = BLI \sin \theta \Rightarrow 0.1 = B \times 0.8 \times 5 \times 1 \Rightarrow B = \frac{1}{40} \text{ T} = 2.5 \times 10^{-2} \text{ T}$$



جهت میدان مغناطیسی، طبق قاعده دست راست، درون سو است.



بار ذره منفی و جهت میدان الکتریکی به طرف بالاست، پس نیروی الکتریکی (\vec{F}_e) به طرف پایین بر ذره وارد می‌شود.

$$\begin{cases} F_e = E|q| = 3000 \times 0.1 \times 10^{-6} = 3 \times 10^{-4} \text{ N} \\ W = mg = \frac{2}{100} \times 10^{-3} \times 10 = 2 \times 10^{-4} \text{ N} \end{cases} \Rightarrow F_e + W = 5 \times 10^{-4} \text{ N}$$

برای آنکه نیروی خالص وارد بر ذره صفر باشد، می‌بایست نیروی مغناطیسی $5 \times 10^{-4} \text{ N}$ به طرف بالا باشد.

$$F_m = |q| v B \sin \theta = 5 \times 10^{-4} \Rightarrow 10^{-7} \times 10^4 \times B \sin \theta = 5 \times 10^{-4} \Rightarrow B = \frac{0.5}{\sin \theta} \xrightarrow{\min} B = 0.5 \text{ T}$$

با توجه به منفی بودن بار ذره و با استفاده از قاعده دست راست، لازم است که \vec{B} به طرف شرق باشد.

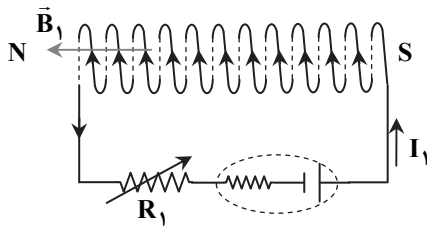
$$\Phi = BA = \frac{\mu_0 N}{l} I \cdot A = \frac{\mu_0 NA}{l} \cdot I$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} \Rightarrow \Phi = \frac{L}{N} I \Rightarrow \Phi = \frac{12 \times 10^{-3}}{1.2} \times 3 = 36 \times 10^{-6} \text{ Wb} = 3/6 \times 10^{-2} \text{ mWb}$$

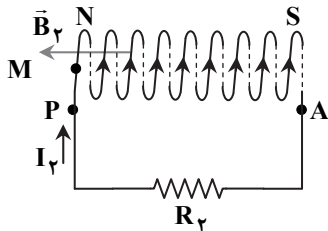
$$U = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \times 12 \times 3^2 = 54 \text{ mJ}$$

۱۷۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۲۹ فیزیک ۲ (تمرین ۱۴)

با توجه به جهت جریان و جهت پیچیدن سیم پیچ در مدار سمت راست، جهت \vec{B}_1 ناشی از آن و سرهای N و S آن به ترتیب روبه‌رو است.



با زیاد شدن اندازه R_1 و کاهش جریان I_1 ، مقدار B_1 و شار مغناطیسی حاصل از آن کم می‌شود؛ پس جریان القایی باید میدانی هم‌سو با \vec{B}_1 ایجاد کند که طبق قاعده دست راست، جهت جریان I_2 به شکل روبه‌رو می‌شود.



۱۸۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۹ و ۱۰ فیزیک ۳

- اگر جهت حرکت موافق محور x باشد، نمودار $x-t$ صعودی می‌شود و اگر جهت حرکت مخالف محور x باشد، نمودار $x-t$ نزولی می‌شود، یعنی جهت حرکت در $t = 15s$ و $t = 8s$ (قله یا دره نمودار $x-t$) عوض می‌شود، پس گزینه ۱ نادرست است.
- علامت سرعت متوسط همان علامت جابه‌جایی (Δx) است. در مدت $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 20s$ جابه‌جایی مثبت است، زیرا $x(2) < x(20)$ است؛ پس گزینه ۲ هم نادرست است.
- علامت شتاب متوسط همان علامت Δv است. $v(2) > 0$ (شیب خط مماس بر نمودار در $t = 3s$ مثبت است) و $v(15) = 0$ (در $t = 15s$ شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ صفر است)؛ پس $\Delta v = v(15) - v(2) < 0$ ، یعنی a_{av} هم منفی است.
- در صورتی مسافت طی شده با اندازه جابه‌جایی برابر می‌شود که جهت حرکت ثابت باشد. در مدت $t_1 = 11s$ تا $t_2 = 18s$ جهت حرکت یک مرتبه تغییر می‌کند.

۱۸۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۱۵ فیزیک ۳

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \Delta t \Rightarrow 28 - 37 = \frac{v(3) + v(6)}{2} \times 3 \Rightarrow -9 = \frac{v(3) + v(6)}{2} \times 3 \Rightarrow v(3) + v(6) = -6 \frac{m}{s} \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$73 - 28 = \frac{v(9) + v(6)}{2} \times 3 \Rightarrow 45 = 3 \times \frac{v(9) + v(6)}{2} \Rightarrow v(9) + v(6) = 30 \frac{m}{s} \quad (2) \text{ رابطه}$$

$$\text{رابطه (۳) } a = 6 \frac{m}{s^2} \Rightarrow 6a = 36 \Rightarrow a = 6 \frac{m}{s^2} \quad \text{تفریق دو رابطه (۱) و (۲)}$$

$$v(9) + v(6) = 30 \Rightarrow (9a + v_0) + (6a + v_0) = 30 \xrightarrow{\text{رابطه (۳)}} 15 \times 6 + 2v_0 = 30 \Rightarrow v_0 = -30 \frac{m}{s}$$

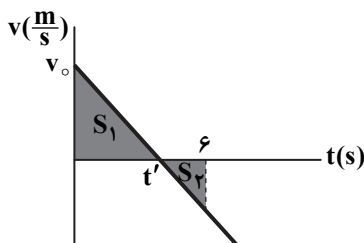
$$x(12) - x(9) = \frac{v(12) + v(9)}{2} \times 3 = \frac{21a + 2v_0}{2} \times 3 = (10/5a + v_0) \times 3 = (10/5 \times 6 - 30) \times 3 = 99m$$

$$\Rightarrow x(12) = 99 + 73 = 172m$$

۱۸۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۱۵ و ۲۰ فیزیک ۳

با توجه به اینکه جابه‌جایی و مسافت طی شده هم‌اندازه نیستند، معلوم می‌شود که در مدت $t_1 = 0$ تا $t_2 = 6s$ جهت حرکت عوض می‌شود و از آنجا که شتاب حرکت ثابت است (نمودار $v-t$ خط مستقیم مایل است) و با توجه به اینکه علامت شتاب در هر چهار گزینه منفی است، شکل نمودار به صورت روبه‌رو است.

$$\left. \begin{aligned} \ell &= S_1 + S_2 = 100 \\ d &= S_1 - S_2 = 60 \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_1 = 80m, S_2 = 20m$$



حالا به تشابه دو مثلث توجه کنید. با توجه به اینکه مساحت مثلث دوم $\frac{1}{4}$ مساحت مثلث اولی است، پس می‌توان گفت نسبت تشابه ۱ به ۲ است.

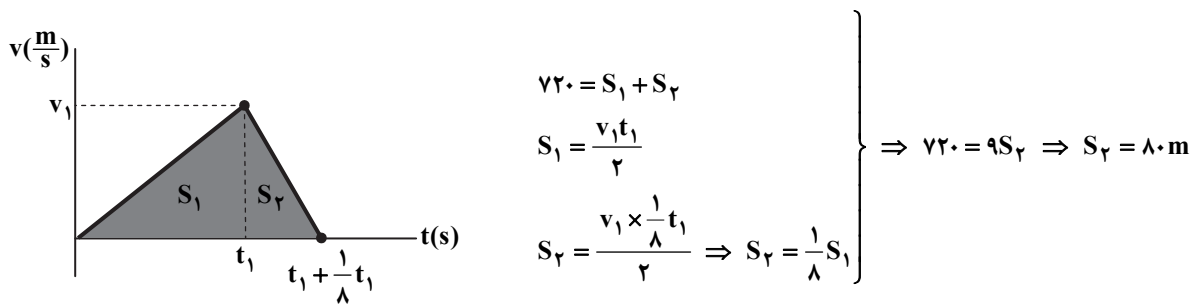
$$\frac{t'}{6-t'} = \frac{2}{1} \Rightarrow t' = 4s$$

یعنی در $t' = 4s$ جهت حرکت عوض می‌شود.

$$S_1 = \frac{v_0 \times t'}{2} \Rightarrow 80 = \frac{v_0 \times 4}{2} \Rightarrow v_0 = 40 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v(4) = 0 \Rightarrow 4a + 40 = 0 \Rightarrow a = -10 \frac{m}{s^2}$$

مدت زمان قسمت دوم حرکت، $\frac{1}{\lambda}$ مدت زمان قسمت اول است. $(a_1 = \frac{v_1}{t_1}, -\lambda a_1 = \frac{0-v_1}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{\lambda} t_1)$



در هر دو حالت، برابند نیروهای عمودی وارد بر جسم صفر است؛ یعنی $F_N = W$ است.

$$F_{net} = ma \Rightarrow \begin{cases} F - f_k = F - mg\mu_k = ma_1 \\ F - f'_k = F - 2mg\mu_k = 2ma_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20 - 10m\mu_k = 6m \\ 20 - 20m\mu_k = 2m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10 - 10m\mu_k = m \end{cases}$$

تفریق دو رابطه $\rightarrow 10 = 5m \Rightarrow m = 2 \text{ kg} \Rightarrow 2m = 4 \text{ kg}$

در حالت (الف) برای هر فنر داریم:

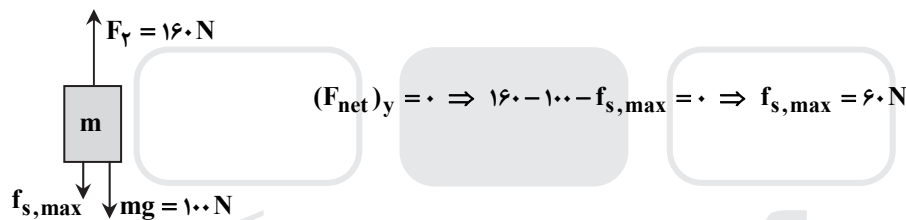
$$F_{net} = 0 \Rightarrow \frac{mg}{2} = kx \Rightarrow \frac{10m}{2} = k \times \frac{4}{100} \Rightarrow k = \frac{500m}{4}$$

در حالت (ب) داریم:

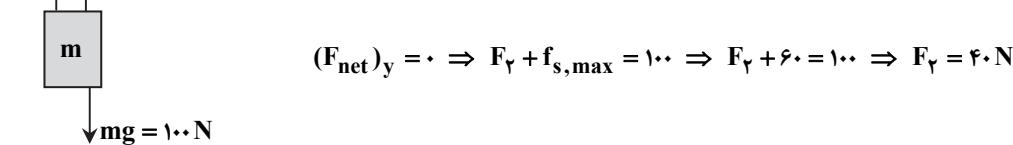
$$F_{net} = ma \Rightarrow F = (2m) \cdot a = 2m \times 2/5$$

$$F = kx \Rightarrow x = \frac{2m \times 2/5}{500m/4} = \frac{30}{500} = \frac{6}{100} \text{ m} = 6 \text{ cm} \Rightarrow L = 50 + 6 = 56 \text{ cm}$$

حالت اول:



حالت دوم: چون نیروی عمودی سطح تغییر نمی‌کند ($F_N = F_1$)، پس اندازه $f_{s,max}$ نیز تغییر نمی‌کند:



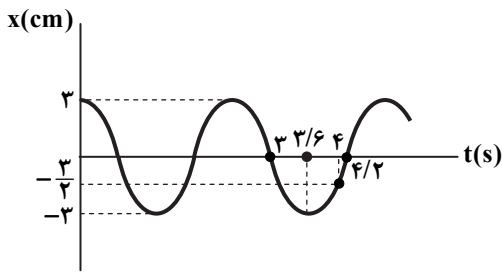
$$\frac{mv^2}{R} \leq f_s \Rightarrow \frac{mv^2}{R} \leq mg\mu_s \Rightarrow \frac{v^2}{Rg} \leq \mu_s \Rightarrow \frac{30 \times 30}{10 \times 0.6} \leq R \Rightarrow 150 \text{ m} \leq R$$

مقادیر $R = 180 \text{ m}$ و $R = 160 \text{ m}$ قابل قبول هستند، یعنی ۲ مورد.

دوره و بسامد آونگ ساده به جرم گلوله آن بستگی ندارد.

$$\left\{ \begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \\ \frac{T'}{T} &= \frac{18}{12} = \frac{3}{2} \end{aligned} \right. \Rightarrow \sqrt{\frac{L'}{L}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{L'}{L} = \frac{9}{4}$$

۱۸۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۶۳ و ۶۷ فیزیک ۳



$$\frac{v_{\max}}{s_{av}} = \frac{15}{\frac{39}{8}} = \frac{4 \times 15}{39} = \frac{20}{13}$$

$$\frac{\Delta T}{T} = 3 \Rightarrow T = 2/4s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2/4} = \frac{4\pi}{1} = 4\pi \text{ rad/s}$$

$$v_{\max} = A\omega = 3 \times \frac{4\pi}{1} = 12\pi \text{ cm/s}$$

$$x = A \cos \omega t = 3 \cos \left(\frac{4\pi}{1} \times \frac{1}{4} \right) = 3 \cos \frac{\pi}{1} = 3 \times (-1) = -3 \text{ cm}$$

$$l = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + \frac{3}{2} = \frac{39}{2} \text{ cm} \Rightarrow s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{39}{8} \text{ cm}$$

۱۹۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه ۷۸ فیزیک ۳

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{300}{7/5} = 40 \text{ s}$$

مدت زمانی را که موج عرضی (S) در راه بوده است، به دست می آوریم:

تندی موج طولی از موج عرضی بیشتر است، پس مدت زمان رسیدن به ایستگاه برای موج طولی برابر ۳۰ ثانیه است.

$$30 = \frac{300}{v_p} \Rightarrow v_p = 10 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

۱۹۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳ فیزیک ۳

$$\frac{2}{2} \lambda = 9 \Rightarrow \lambda = 6 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = \lambda \cdot f = 6 \times 10 = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow 60 = \sqrt{\frac{F \times 0.8}{50 \times 10^{-3}}} \Rightarrow F = \frac{36 \times 10^2 \times 50 \times 10^{-3}}{0.8} = \frac{36 \times 50}{0.8} = 225 \text{ N}$$

۱۹۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه ۹۶ فیزیک ۳

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{v}{3 \times 10^8} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow v = \sqrt{6} \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$AO = 2 \times 120 = 240 \text{ cm} = 2/4 \text{ m}$$

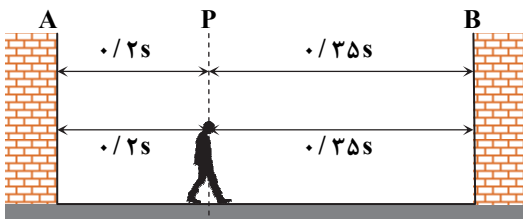
$$OB = 120\sqrt{2} \text{ cm} = 1/2\sqrt{2} \text{ m}$$

$$\Delta t_1 = \frac{AO}{v} = \frac{2/4}{\sqrt{6} \times 10^8} = \frac{1}{3\sqrt{6}} \times 10^{-9} \text{ s}$$

$$\Delta t_2 = \frac{OB}{v} = \frac{1/2\sqrt{2}}{\sqrt{6} \times 10^8} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \times 10^{-9} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 10^{-9} \text{ s}$$

$$\Delta t = 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ ns}$$

۱۹۳- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۹۲، ۹۳ و ۱۱۱ فیزیک ۳ (تمرین ۱)



صوت از محل شخص (P) تا دیوار نزدیک‌تر (A) را در مدت ۰/۲ ثانیه می‌رود و در مدت ۰/۲ ثانیه برمی‌گردد (تندی انتشار صوت در بازتاب عوض نمی‌شود). همچنین از نقطه P تا B را در مدت ۰/۳۵ ثانیه می‌رود و در مدت ۰/۳۵ ثانیه باز می‌گردد، بنابراین زمان‌های دریافت پژواک شامل زمان‌های زیر است:

$$t = 0/4s \Rightarrow 0/4 + 0/7 = 1/1s, \quad 1/1 + 0/4 = 1/5s, \quad 1/5 + 0/7 = 2/2s, \quad 2/2 + 0/4 = 2/6s, \dots$$

$$t = 0/7s \Rightarrow 0/7 + 0/4 = 1/1s, \quad 1/1 + 0/7 = 1/8s, \quad 1/8 + 0/4 = 2/2s, \quad 2/2 + 0/7 = 2/9s, \dots$$

که در مجموع به صورت زیر می‌شود:

$$0/4s, \quad 0/7s, \quad 1/1s, \quad 1/5s, \quad 1/8s, \quad 2/2s, \quad 2/6s, \quad 2/9s, \quad 3/3s, \quad 3/7s, \quad 4s, \quad 4/4s, \dots$$

باید طول موج پرتوی مورد نظر را با ابعاد ناهمواری‌ها مقایسه نماییم:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{3 \times 10^{12}} = 10^{-4} \text{ m} = 100 \mu\text{m}$$

اگر ابعاد ناهمواری‌های سطح در مقایسه با این مقدار، کوچک (خیلی کوچک) باشند، بازتاب منظم انجام می‌شود و اگر چنین نباشد، بازتاب پخشنده انجام می‌شود.

- آزمایش یانگ با بررسی پدیده تداخل در مورد نور، یک استدلال تجربی برای رفتار موجی نور است، اما هیچ اشاره‌ای به موج الکترومغناطیسی نور ندارد. در این آزمایش علاوه بر تداخل، پدیده پراش هم نقش دارد.
- نوارهای روشن، حاصل برهم‌نهی سازنده و نوارهای تاریک حاصل برهم‌نهی ویرانگر هستند.
- پهنای نوارهای روشن و تاریک با طول موج نور نسبت مستقیم دارد، یعنی با زیاد شدن بسامد پرتو، طول موج آن کاهش یافته و در نتیجه پهنای نوارها کم می‌شود.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{80 \times 0.9}{20 \times 10^{-3}}} = \sqrt{\frac{4 \times 0.9}{10^{-3}}} = \sqrt{4 \times 900} = 2 \times 30 = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

وقتی ۶ گره در طول تار تشکیل می‌شود، یعنی هماهنگ $n = 6 - 1 = 5$ تار است:

$$\text{بسامد ارتعاش تار: } f_n = \frac{nv}{2L} = \frac{5 \times 60}{2 \times 0.9} = \frac{300}{1.8} \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{300}{\frac{300}{1.8}} = 1/1 \times 1/8 = 1/98 \text{ m} = 198 \text{ cm}$$

قبل از شروع محاسبه توجه کنید که وقتی با طول موج ۱۵۰ نانومتر، الکترون‌ها از فلز خارج می‌شوند، با طول موج‌های کوتاه‌تر (فوتون‌های پراثری‌تر) نیز قطعاً الکترون‌ها از فلز خارج می‌شوند و مقدار K_{\max} هم بیشتر از حالتی می‌شود که طول موج پرتو ۱۵۰ نانومتر بوده است (گزینه ۴ نادرست است). ضمناً با طول موج ۲۰۰ نانومتر، اگر هم الکترون‌ها از فلز خارج شوند، حتماً انرژی جنبشی آن‌ها از حالتی که طول موج ۱۵۰ نانومتر است، کمتر می‌شود (گزینه ۱ نادرست است)، پس تا اینجا معلوم شده که جواب گزینه ۲ یا گزینه ۳ است.

بررسی گزینه ۳:

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow 3 = \frac{1200}{150} - W_0 \Rightarrow W_0 = 5 \text{ eV}$$

$$\text{بنابراین با طول موج ۲۰۰ نانومتر، الکترون از سطح فلز خارج می‌شود: } E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1200}{200} = 6 \text{ eV} > W_0$$

در نتیجه گزینه ۳ نادرست و گزینه ۲ درست است.

البته می‌توانیم گزینه ۲ را هم با محاسبه به دست آوریم:

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow K_{\max_2} - K_{\max_1} = \frac{hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1} \Rightarrow K_{\max_2} - 3 = \frac{1200}{100} - \frac{1200}{150}$$

$$\Rightarrow K_{\max_2} - 3 = 12 - 8 \Rightarrow K_{\max_2} = 7 \text{ eV}$$

طول موج گسیل یا جذب شده توسط اتم هیدروژن هنگام تغییر وضعیت بین ترازهای n_U و n_L ، همان طول موجی است که از رابطه ریدبرگ به ازای $n = n_U$ و $n' = n_L$ به دست می‌آید:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\lambda_1} &= R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{6^2} \right) \\ \frac{1}{\lambda_2} &= R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{1}{1} - \frac{1}{9}}{\frac{1}{9} - \frac{1}{36}} = \frac{8}{9} = \frac{36 \times 8}{9 \times 3} = \frac{32}{3}$$

$$A: \frac{1}{8} N_0 \Rightarrow \frac{1}{8} N_0 \Rightarrow N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_A} \Rightarrow \frac{1}{8} N_0 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_A} \Rightarrow n_A = 3$$

$$t = n_A T_{\frac{1}{2}A} \Rightarrow 300 = 3 T_{\frac{1}{2}A} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}A} = 100 \text{ سال}$$

$$B: \frac{1}{4} N_0 \Rightarrow \frac{1}{4} N_0 \Rightarrow N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_B} \Rightarrow \frac{1}{4} N_0 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_B} \Rightarrow n_B = 2$$

$$t = n_B T_{\frac{1}{2}B} \Rightarrow 300 = 2 T_{\frac{1}{2}B} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}B} = 150 \text{ سال}$$

با توجه به اینکه نیمه‌عمر A برابر ۱۰۰ سال و نیمه‌عمر B برابر ۱۵۰ سال است، هر ۳۰۰ سال دو نیمه‌عمر B و سه نیمه‌عمر A می‌شود، یعنی با گذشت هر ۳۰۰ سال نسبت $\frac{N_B}{N_A}$ دو برابر می‌شود:

$$\left(\frac{N_B}{N_A} = 1 \right)_{t=0}, \left(\frac{N_B}{N_A} = 2 \right)_{t=300 \text{ سال}}, \left(\frac{N_B}{N_A} = 4 \right)_{t=600 \text{ سال}}, \left(\frac{N_B}{N_A} = 8 \right)_{t=900 \text{ سال}}$$

در «سال $t = 900$ » یعنی ۶۰۰ سال دیگر، $\frac{N_B}{N_A}$ برابر ۸ می‌شود.

■ فقط جمله (د) درست است. از نظر نیروی هسته‌ای، پروتون و نوترون فرقی ندارد، اما این نیروها فقط بین نوکلئون‌های مجاور برقرار هستند یعنی نیروی هسته‌ای کوتاه‌برد است.

■ بر هر پروتون توسط تمام پروتون‌های دیگر، نیروی دافعه الکتریکی وارد می‌شود.

■ هسته 9_4X یک ایزوتوپ پایدار است که دارای ۴۰ پروتون و ۵۰ نوترون است.

« شیمی »

در یک واحد از یون HCO_3^- ، ۳۲ الکترون ($1 + 6 + 3(8) + 1 = 32$) وجود دارد و حداکثر شمار نوترون‌ها زمانی حاصل می‌شود که سنگین‌ترین ایزوتوپ‌ها (${}^3_1\text{H}$ ، ${}^{14}_6\text{C}$ و ${}^{18}_8\text{O}$) در ساختار این گونه باشند، یعنی ۴۰ نوترون ($2 + 8 + 3(10) = 40$).

$$40 - 32 = 8$$

ابتدا باید جرم مولی نقره (که می‌توان آن را بر حسب amu با جرم اتمی میانگین آن برابر دانست) را محاسبه کنیم:

$$70 / 58 \text{ g Ag}_3\text{P} \times \frac{1 \text{ mol Ag}_3\text{P}}{M \text{ g Ag}_3\text{P}} \times \frac{3 \text{ mol Ag}^+}{1 \text{ mol Ag}_3\text{P}} = 0 / 6 \text{ mol Ag}^+$$

$$M = 352 / 9 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \Rightarrow M_{\text{Ag}} = 107 / 3 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$M = M_1 + (M_2 - M_1) \frac{F_2}{100} \Rightarrow 107 / 3 = 106 / 9 + (2 \times \frac{F_2}{100}) \Rightarrow F_2 = 20$$

فقط عبارت «ت» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) برای برخی از عناصر مانند لیتیم، ایزوتوپ سبک‌تر، فراوانی کمتری دارد.

(ب) خواص شیمیایی ایزوتوپ‌های یک عنصر، یکسان است.

(پ) تکنسیم با اینکه رادیوایزوتوپ است، اما نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها در آن، کمتر از ۱/۵ است.

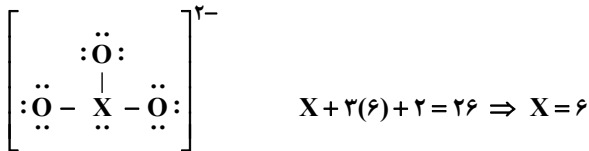
در دو اتم زیر، شمار الکترون‌ها در لایه سوم، ۸ برابر شمار الکترون‌ها در لایه چهارم آن است:

$$I) X: [{}_{18}\text{Ar}] 4s^1$$

$$II) Y: [{}_{18}\text{Ar}] 3d^8 4s^2$$

در هر دو حالت، ۱۲ الکترون با $l = 1$ (زیرلایه‌های p) در این اتم‌ها وجود دارد.

ساختار لوویس گونه داده شده به صورت روبه‌رو است:



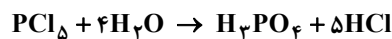
با توجه به ساختار، مشخص است که اتم عنصر X دارای ۶ الکترون ظرفیتی و متعلق به گروه ۱۶ جدول دوره‌ای است.

این عنصر، آنیون دو بار منفی تشکیل می‌دهد که در ترکیب با فلز مس (دارای دو نوع کاتیون X^+ و X^{2+}) می‌تواند ترکیب‌هایی با فرمول شیمیایی Cu_2X و CuX ایجاد کند.

۲۰۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰، ۸۴ و ۸۵ شیمی ۱

$$1 \text{ mol H}_2\text{O} \times \frac{c \text{ mol X}}{4 \text{ mol H}_2\text{O}} \times \frac{22/4 \text{ L X}}{1 \text{ mol X}} = 28 \text{ L} \Rightarrow c = 5$$

با توجه به عنصر فسفر و در نظر گرفتن ماده X (کمک از گزینه‌ها) می‌توان نتیجه گرفت ضرایب مولی a و b یکسان هستند. با توجه به شمار H ها می‌توان گفت X ترکیب HCl است.



۲۰۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴ شیمی ۱

در شرایط استاندارد (STP) ۵/۶ لیتر گاز معادل ۰/۲۵ مول گاز است. اگر حجم ظرف را ۴ برابر کنیم، برای جلوگیری از کاهش فشار گاز، باید شمار مول‌های گاز درون ظرف، ۴ برابر یعنی ۱ مول شود؛ پس باید ۰/۷۵ مول گاز نیتروژن یعنی ۲۱ گرم گاز نیتروژن به ظرف وارد شود.

۲۰۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۸۴ و ۸۵ شیمی ۱

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



جرم مخلوط (۵۰۸/۶۹ گرم) به اندازه جرم گاز کلر تولید شده کاهش می‌یابد:

$$8/69 \text{ g MnO}_2 \times \frac{1 \text{ mol MnO}_2}{86/99 \text{ g MnO}_2} \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{1 \text{ mol MnO}_2} \times \frac{71 \text{ g Cl}_2}{1 \text{ mol Cl}_2} = 7/1 \text{ g Cl}_2$$

$$\text{جرم مخلوط پس از واکنش} = 508/69 - 7/1 = 501/69 \text{ g}$$

۲۰۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰ شیمی ۱

در موارد «ب» و «ج» نام با فرمول ترکیب تطابق ندارد.

(ب) CrSO_4 : کروم (II) سولفات(ج) Li_2SO_3 : فرمول شیمیایی یون سولفات، SO_3^{2-} و فرمول لیتیم سولفات به صورت Li_2SO_4 است.

۲۱۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ شیمی ۱

$$\text{غلظت مولی محلول A} = \frac{10 \times \frac{a}{10} \times \frac{d}{65} \times 1}{213} = 0/5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

غلظت مولی آلومینیم نترات $(\text{Al}(\text{NO}_3)_3)$ ، $\frac{1}{3}$ غلظت مولی یون نترات است؛ بنابراین غلظت محلول نهایی، $\frac{1}{3} \times 0/5 = 0/15$ مولار است.

$$M \text{ رقیق} = 500 \text{ mL} \Rightarrow 0/5 \times V = 0/5 \times 50 \Rightarrow V \text{ رقیق} = 50 \text{ mL}$$

حجم محلول حاصل ۵۰۰ میلی‌لیتر است؛ یعنی ۴۵۰ میلی‌لیتر آب باید به محلول اولیه افزوده شود.

۲۱۱- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۱ شیمی ۱

محلول سیر شده با حل شدن ۳/۴ گرم از ترکیب X در ۲۰۰ گرم آب در دمای اتاق حاصل شده است؛ بنابراین انحلال پذیری X در این دما، ۱/۷ گرم در ۱۰۰ گرم آب است و با افزایش دما انحلال پذیری بیشتر می‌شود (نمودار انحلال پذیری صعودی است).

۲۱۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۷ تا ۱۳ شیمی ۲

عبارت‌های «الف»، «ب» و «پ» درست هستند.

(الف) B بیشترین شعاع اتمی و K کمترین شعاع اتمی را دارد؛ بنابراین بیشترین تفاوت شعاع اتمی مربوط به این دو عنصر است.

(ب) هر دو عنصر B و E فلز هستند و B، شعاع اتمی بزرگ‌تری دارد؛ بنابراین واکنش پذیری آن بیشتر است.

(پ) شعاع اتمی X، ۱۰۲ و شعاع اتمی K، کمتر از ۷۷ پیکومتر است؛ بنابراین تفاوت شعاع اتمی آن‌ها بیشتر از ۲۵ پیکومتر می‌باشد.

بررسی عبارت نادرست:

(ت) در حالت جامد، عناصر X و G در اثر ضربه خرد شده و سطحی تیره و کدر دارند، ولی H شبه‌فلز است و ظاهری مشابه فلزها و سطحی

براق دارد.

۲۱۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۲۰ و ۲۱ شیمی ۲

محلول ترکیب دارای یون‌های فلز X در ظرف Y نگهداری شده، پس واکنش‌پذیری X بیشتر از Y است. از طرفی تیغه A با یون‌های X وارد واکنش شده، بنابراین یعنی واکنش‌پذیری A بیشتر از X است.

مقایسه واکنش‌پذیری: $A > X > Y$

۲۱۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ شیمی ۲

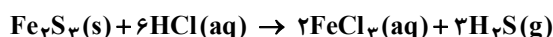
معادله موازنه‌شده واکنش به صورت زیر است:



$$\Delta / \Delta \text{g LiBH}_4 \times \frac{1 \text{ mol LiBH}_4}{22 \text{ g LiBH}_4} \times \frac{1 \text{ mol B}_2\text{N}_2\text{H}_6}{3 \text{ mol LiBH}_4} \times \frac{81 \text{ g B}_2\text{N}_2\text{H}_6}{1 \text{ mol B}_2\text{N}_2\text{H}_6} \times \frac{R}{100} = 4 / 86 \text{ g B}_2\text{N}_2\text{H}_6 \Rightarrow R = 72$$

$$4 / 86 \text{ g B}_2\text{N}_2\text{H}_6 \times \frac{1 \text{ mol B}_2\text{N}_2\text{H}_6}{81 \text{ g B}_2\text{N}_2\text{H}_6} \times \frac{9 \text{ mol H}_2}{1 \text{ mol B}_2\text{N}_2\text{H}_6} \times \frac{2 \text{ g H}_2}{1 \text{ mol H}_2} \times \frac{1 \text{ L H}_2}{0.06 \text{ g H}_2} = 18 \text{ L H}_2$$

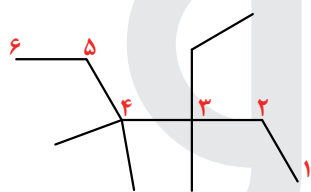
۲۱۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ شیمی ۲



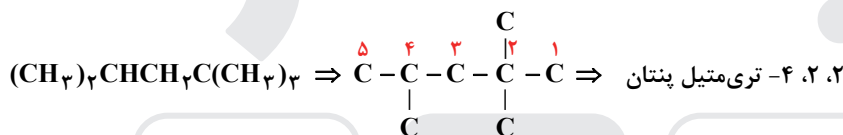
$$\Delta \text{g Fe}_2\text{S}_3' \times \frac{P \text{ g Fe}_2\text{S}_3}{100 \text{ g Fe}_2\text{S}_3'} \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{S}_3}{208 \text{ g Fe}_2\text{S}_3} \times \frac{3 \text{ mol H}_2\text{S}}{1 \text{ mol Fe}_2\text{S}_3} \times \frac{34 \text{ g H}_2\text{S}}{1 \text{ mol H}_2\text{S}} = 1 / 0.2 \text{ g H}_2\text{S}$$

$$P = 41 / 6$$

۲۱۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ شیمی ۲



۳- ائیل - ۴، ۴، ۳، ۴، تری‌متیل هگزان \Rightarrow



۲۱۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲ شیمی ۲

عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.
بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) اگر گرمای یکسانی به دو نمونه ماده داده شود، نمونه با ظرفیت گرمایی کمتر، تغییر دمای بیشتری خواهد داشت. (تأثیر جرم نمونه را هم باید در نظر بگیریم.)

(ب) انرژی گرمایی یک ماده هم‌ارز با مجموع انرژی‌های جنبشی ذرات سازنده آن ماده است.

۲۱۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۶۴ و ۶۵ شیمی ۲

عبارت‌های «الف»، «پ» و «ت» درست هستند.
بررسی عبارت نادرست:

(ب) یکی از این دو گاز (NO_2) ، رنگی است و با سرد کردن مخلوط به گاز دیگر (N_2O_4) تبدیل می‌شود.

۲۱۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸ شیمی ۲

ابتدا باید آنتالپی واکنش یعنی گرمای آزاد شده به ازای ۴ مول N_2 را محاسبه کنیم:

$$4 \text{ mol N}_2 \times \frac{28 \text{ g N}_2}{1 \text{ mol N}_2} \times \frac{195 / 5 \text{ kJ}}{28 \text{ g N}_2} = 782 \text{ kJ} \Rightarrow \Delta H = -782 \text{ kJ}$$

$$\Delta H = [(\Delta H(\text{N}-\text{H})) + (3\Delta H(\text{N} \equiv \text{N})) + 2\Delta H(\text{N}-\text{O})] - [(4\Delta H(\text{N} \equiv \text{N})) + (6\Delta H(\text{O}-\text{H}))]$$

$$\Rightarrow -782 = [2224 + 2823 + 3X] - [3764 + 2778] \Rightarrow X = 201 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

۲۲۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵ شیمی ۲

مطابق رابطه زیر، می‌توان آنتالپی واکنش موردنظر را با استفاده از آنتالپی‌های واکنش‌های داده شده محاسبه کرد:

$$\Delta H = -2\Delta H_{\text{I}} + \Delta H_{\text{II}} + 6\Delta H_{\text{III}} = 225 - 493 / 4 - 110.7 / 6 = -1376 \text{ kJ}$$

۲۲۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱ شیمی ۲

با توجه به معادله واکنش، با مصرف شدن ۴ مول از واکنش‌دهنده‌ها، ۸ مول فراورده (شامل ۱ مول گاز کلر) تولید می‌شود؛ یعنی شمار گازهای موجود در ظرف، ۴ مول بیشتر می‌شود. در بازه زمانی ۲۰ ثانیه‌ای ذکر شده، ۰/۸ مول به شمار مول گازهای موجود در ظرف اضافه شده است؛ پس در این بازه زمانی، ۰/۲ مول گاز کلر تولید شده است. سرعت واکنش با سرعت متوسط تولید گاز کلر برابر است:

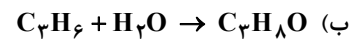
$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \bar{R}(\text{Cl}_2) = \frac{\Delta n}{V \times \Delta t} = \frac{0.2}{2 \times \frac{20}{60}} = 0.3 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

۲۲۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ شیمی ۲

عبارت‌های «الف»، «ب» و «ت» درست هستند.

الف) ساختار نشان داده شده مربوط به پلی پروپین است و مونومر سازنده آن (پروپین: C_3H_6) ۲ اتم هیدروژن بیشتر از مونومر سازنده پلی اتن (اتن: C_2H_4) دارد.

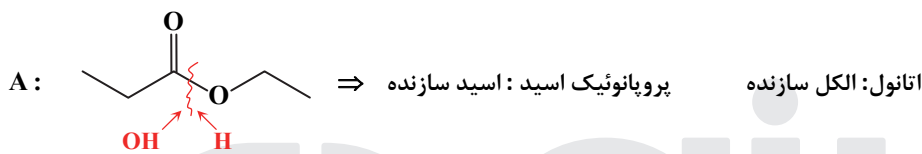


بررسی عبارت نادرست:

(پ) جرم مولی واحد تکرار شونده ساختار آن با جرم مولی تکپار آن، تفاوتی ندارد.

۲۲۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۱ شیمی ۲ و ۵۲ و ۵۳ شیمی ۳



بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) تفاوت جرم مولی الکل سازنده A و اسید سازنده B، ۱۴ گرم بر مول است.

(ت) فرمول اسید سازنده ترکیب‌های A و B به ترتیب $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_2$ و $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$ است.

$$\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_2: 3\text{C} + 6(+1) + 2(-2) = 0 \Rightarrow 3\text{C} = -2, \quad \text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2: 2\text{C} + 4(+1) + 2(-2) = 0 \Rightarrow 2\text{C} = 0$$

۲۲۴- پاسخ: گزینه ۳

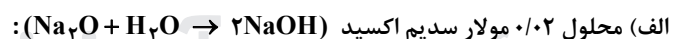
▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۵ تا ۱۲ شیمی ۳

ترکیب $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{14}\text{COOH}$ ، اسید چرب با فرمول مولکولی $\text{C}_{16}\text{H}_{34}\text{O}_2$ یا فرمول شیمیایی $\text{C}_{15}\text{H}_{31}\text{COOH}$ است. فرمول شیمیایی صابون جامد حاصل از این ترکیب $\text{C}_{16}\text{H}_{31}\text{O}_2\text{Na}$ است.

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰ شیمی ۳

۲۲۵- پاسخ: گزینه ۴

محاسبه pH محلول‌ها:



$$[\text{OH}^-] = 0.04 \Rightarrow [\text{H}^+] = 2/5 \times 10^{-13} \Rightarrow \text{pH} = 13 - \log\left(\frac{2}{5}\right) = 13 - \log 2 + \log 5 = 12/6$$

(ب) محلول ۰/۲ مولار آمونیاک ($\alpha = 0.04$):

$$[\text{OH}^-] = 0.2 \times 0.04 = 0.008 \Rightarrow [\text{H}^+] = 1/25 \times 10^{-12} \Rightarrow \text{pH} = 12 - \log\left(\frac{1}{25}\right) = 12 - \log 5 + 2 \log 2 = 11/9$$

$$[\text{H}^+] = 4 \times 10^{-3} \Rightarrow \text{pH} = 3 - 2 \log 2 = 2/4$$

(پ) محلول ۰/۰۴ مولار هیدروبرمیک اسید:

$$[\text{H}^+] = 8 \times 10^{-3} \Rightarrow \text{pH} = 3 - 3 \log 2 = 2/1 \quad (\text{ت}) \text{ محلول } 0.04 \text{ مولار دی‌نیتروژن پنتاکسید } (\text{N}_2\text{O}_5 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{HNO}_3)$$

$$\text{pH} \text{ بیشترین تفاوت } = 12/6 - 2/1 = 10/5$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸ شیمی ۳

۲۲۶- پاسخ: گزینه ۲

$$\text{pH}_1 = 4 \Rightarrow [\text{H}^+]_1 = 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{[\text{H}^+]}{M_1} = \frac{10^{-4}}{0.1} = 0.001$$

$$\text{pH}_2 = 4/3 \Rightarrow [\text{H}^+]_2 = 10^{-4/3} = 5 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{[\text{H}^+]}{M_2} = \frac{5 \times 10^{-5}}{0.1/4} = 0.02$$

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{0.02}{0.001} = 2$$

۲۲۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶ شیمی ۳

$$448 \text{ mL CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{22400 \text{ mL CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol CO}_2} = 0.02 \text{ mol HCl}$$

پس شمار مول‌های HCl در محلول، پس از واکنش برابر ۰/۱۸ مول (۰/۲ - ۰/۰۲ = ۰/۱۸) و غلظت یون هیدرونیوم آن ۰/۰۹ مولار است:

$$\text{pH} = -\log 0.09 = 2 - \log 9 = 2 - 2 \log 3 = 2 - 2(0.48) = 1.04$$

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳ شیمی ۳

۲۲۸- پاسخ: گزینه ۲

$$\text{تعداد الکترون} = \frac{24080 \text{ C}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 1.505 \times 10^{23} e^-$$

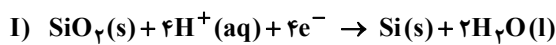
$$1.505 \times 10^{23} e^- \times \frac{1 \text{ mol } e^-}{6.02 \times 10^{23} e^-} = 0.25 \text{ mol } e^-$$

در واکنش $\text{Zn(s)} + \text{Cu}^{2+}(\text{aq}) \rightarrow \text{Zn}^{2+}(\text{aq}) + \text{Cu(s)}$ ، به‌ازای مبادله ۲ مول الکترون، جرم تیغه ۱ گرم (۶۵ - ۶۴ = ۱) کاهش می‌یابد؛ بنابراین به‌ازای ۰/۲۵ مول الکترون خواهیم داشت:

$$0.25 \text{ mol } e^- \times \frac{1 \text{ g}}{2 \text{ mol } e^-} = 0.125 \text{ g}$$

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۴۰، ۵۲ و ۵۳ شیمی ۳

۲۲۹- پاسخ: گزینه ۳



در آند سلول الکتروشیمیایی که نیم واکنش‌های I و II در نیم‌سلول‌های آن رخ می‌دهند، گاز (SO₂) مصرف می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹ شیمی ۳

۲۳۰- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به داده‌های سوال، موقعیت نیم‌سلول‌ها در سری الکتروشیمیایی به‌صورت زیر است، بنابراین نیم‌سلول M پتانسیل استاندارد مثبت و نیم‌سلول X پتانسیل استاندارد منفی دارد.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) در سری الکتروشیمیایی، موقعیت نیم‌سلول M بالاتر از نیم‌سلول X است.

(۳) در سلول الکتروشیمیایی حاصل از نیم‌سلول‌های M و X، نیم‌سلول M کاتد و نیم‌سلول X آند است.

(۴) پتانسیل استاندارد سلول گالوانی SHE و M، کمتر از پتانسیل استاندارد سلول M و X است.

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۶۷ تا ۷۵ و ۸۸ شیمی ۳

۲۳۱- پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت «پ» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) سیلیس، سیلیسیم کرید و آهن (III) اکسید، به‌ترتیب جامد کووالانسی، جامد کووالانسی و جامد یونی هستند و استفاده از واژه فرمول مولکولی برای آن‌ها مجاز نیست.

(ب) فرمول شیمیایی ترکیب‌های سدیم سیلیکات و پتاسیم فسفات به‌ترتیب Na_4SiO_4 و K_3PO_4 است.

(ت) در مولکول آمونیاک، برخلاف مولکول‌های کربن دی‌اکسید و کربن تتراکلرید، تراکم الکترون‌ها روی اتم مرکزی مولکول بیشتر بوده و برای اتم مرکزی آن، می‌توان بار جزئی منفی در نظر گرفت.

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۷۶ تا ۸۱ شیمی ۳

۲۳۲- پاسخ: گزینه ۳

موارد «الف»، «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی مقایسه نادرست:

(ب) نسبت اندازه بار به شعاع: $\text{Ca}^{2+} > \text{Li}^+ > \text{Cl}^-$

▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳ شیمی ۳

۲۳۳- پاسخ: گزینه ۳

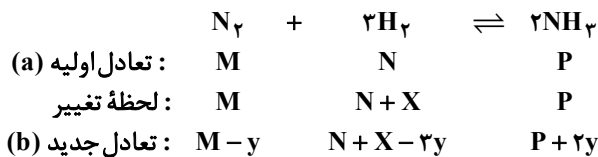


شمار مول اولیه: $\frac{16}{80} = 0.2$

شمار مول تعادلی: $0.2 - 2x \quad 2x \quad x \Rightarrow 0.2 - 2x + 2x + x = 0.225 \Rightarrow x = 0.025 \text{ mol}$

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \bar{R}(\text{O}_2) \Rightarrow \bar{R}(\text{O}_2) = \frac{x}{V \times \Delta t} = \frac{0.025}{2/5 \times \frac{1}{3}} = 0.03 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$k = \frac{\frac{x}{2/5} \times \left(\frac{2x}{2/5}\right)^2}{\left(\frac{0.2 - 2x}{2/5}\right)^2} = \frac{1}{900} = 1/11 \times 10^{-3}$$



بررسی گزینه‌های نادرست:

- (۱) با افزودن گاز هیدروژن، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود؛ بنابراین غلظت آمونیاک موجود در تعادل b بیشتر از تعادل a، ولی غلظت گاز نیتروژن موجود در تعادل b کمتر از غلظت آن در تعادل a است. از طرفی تعادل نمی‌تواند همه گاز هیدروژن اضافه شده را مصرف کند؛ بنابراین غلظت گاز هیدروژن در تعادل جدید نیز بیشتر از تعادل اولیه خواهد بود.
- (۲) سرعت مصرف آمونیاک در تعادل b بیشتر از سرعت مصرف آن در تعادل a است.
- (۳) تفاوت مجموع شمار مول‌های مواد، در تعادل b و تعادل a، $(X - 2y)$ است.

▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۶ شیمی ۳

- در فرایند تولید PET، از اکسایش پارازایلن در حضور محلول غلیظ پنتاسیم پرمنگنات، می‌توان ترفتالیک اسید را تهیه کرد که طی این فرایند، به‌ازای تولید هر مول از ترفتالیک اسید، ۱۲ مول الکترون مبادله می‌شود.

کُنْزِیْهْ دُو



مؤسسه آموزشی فرهنگی