دفترچه اختصاصی

علوم
ریاضی
و فنی

دوازدهم ریاضی

نام:

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

محل امضاء:

دفترچهٔ شماره ۲
صبح جمعه
۱۴۰۰/۰۴/۴

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

آزمون جامع چهارم (۴ تیر ۱۴۰۰)

آزمــون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

تعداد سؤال: ۱۳۵ **مدت پاسخگویی: ۱۷۵ دقیقه**

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شمارهٔ سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۵۵	۱۰۱	۱۵۵	۸۵ دقیقه
۲	فیزیک	۴۵	۱۵۶	۲۰۰	۵۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۵	۲۰۱	۲۳۵	۳۵ دقیقه

تعداد سؤال‌ها و زمان پاسخ‌گویی به سؤال‌ها دقیقاً مشابه کنکور سراسری سال قبل (۹۹) در نظر گرفته شده است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

دفترچه سؤال

آزمون ٤ تیر ماه ١٤٠٠

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی ـ شاهین پروازی ـ عادل حسینی ـ افشین خاصّه‌خان ـ فرامرز سپهری ـ علی سلامت ـ حمید علیـزاده ـ جهـانبخش نیکنـام وحید ون‌آبادی
	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب ـ افشین خاصّه‌خان ـ فرزانه خاکپاش ـ محمد خندان ـ سید وحید ذوالفقاری ـ احمدرضـا فـلاح ـ نیلـوفر مهـدوی امیر وفائی ـ سرژ یقیازاریان‌تبریزی
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد ـ بابک اسلامی ـ عبدالرضا امینی‌نسب ـ زهره آقامحمدی ـ بیتا خورشید ـ میثم دشتیان ـ محمدعلی راسـت‌پیمـان سیاوش فارسی ـ مسعود قره‌خانی ـ محسن قنـدچلر ـ افشـین کردکتـولی ـ مصـطفی کیـانی ـ غلامرضـا محبـی ـ حسـین مخـدومی سید علی میرنوری ـ شادمان ویسی
	شیمی	امیرعلـی برخورداریـون ـ فـرزین بوسـتانی ـ جعفـر پـازوکی ـ محمدرضـا پورجاویـد ـ احمدرضـا جشـانی‌پـور ـ کـامران جعفـری امیر حاتمیان ـ حمید ذبحی ـ فرزاد رضـایی ـ سیدرضـا رضـوی ـ رضـا سـلیمانی ـ مـیلاد شـیخ‌الاسـلامی‌خیـاوی ـ مسـعود طبرسـا رسول عابدینی‌زواره ـ محمد عظیمیان‌زواره ـ روح‌اله علیزاده ـ حسن عیسی‌زاده ـ محمدپارسا فراهانی ـ محمدحسن محمدزاده‌مقـدم سیدرحیم هاشمی‌دهکردی ـ شهرام همایون‌فر ـ محمدرضا یوسفی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	هندسه و آمار و احتمال	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	سیدعلی میرنوری	ایمان حسین‌نژاد
گروه ویراستاری	علی مرشد علی ارجمند	مجتبی تشیعی عادل حسینی فرزانه خاکپاش	مجتبی تشیعی عادل حسینی فرزانه خاکپاش	سید سروش کریمی‌مداحی زهره آقامحمدی	علی یاراحمدی سیدعلی موسوی مهلا تابش‌نیا محمدرضا یوسفی
	ویراستار استاد: مهدی ملارمضانی			ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	محمدحسن محمدزاده‌مقدم
بازبینی نهایی	---	---	---	---	محمد قره‌قلی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی‌مقدم	مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف‌نگار	عصمت رمضانی	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ریاضیات

تکنیک زمان نقصانی
پایان ریاضیات
10:15
وقت پیشنهادی: ۸۵ دقیقه

۱۰۱- کدام گزینه در مورد تابع $f(x)=\frac{2x-1}{x^3-4x^2+4x}$ نادرست است؟

۱) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=+\infty$
۲) $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=-\infty$
۳) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=+\infty$
۴) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$

۱۰۲- اگر $\left|[3x]+\frac{1}{2}\right|<\frac{3}{2}$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای عبارت $[2x+\frac{1}{5}]$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) صفر
۲) -1
۳) ۳
۴) -2

۱۰۳- نمودار تابع $f(x)=x^2+2x-3$ را نسبت به محور y قرینه می‌کنیم، سپس برای آنکه نمودار حاصل از ناحیهٔ سوم محورهای مختصات عبور نکند، آن را a واحد به سمت راست و یا b واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. کم‌ترین مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) ۶
۲) ۴
۳) ۲
۴) صفر

۱۰۴- در یک دنبالهٔ حسابی جملهٔ ششم برابر ۲۳ و قدرنسبت دنباله برابر ۴ است. مجموع حداکثر چند جملهٔ اول از این دنباله کم‌تر از ۲۱۰ است؟

۱) ۸
۲) ۹
۳) ۱۰
۴) ۱۱

۱۰۵- اگر $A=\sqrt[3]{4\sqrt{32\sqrt{8}}}$ و $B=\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ باشد، حاصل $A^{\frac{2}{7}}\times B^{-\frac{1}{2}}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$
۲) $\sqrt{2}-1$
۳) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$
۴) $\sqrt{3}-1$

۱۰۶- اگر تابع $f(x)=ax+2|x-3|$ اکیداً یکنوا باشد، حدود a کدام است؟

۱) $a>2$
۲) $|a|<2$
۳) $a<-2$
۴) $|a|>2$

۱۰۷- دو نقطه روی خط $y=-x+2$ وجود دارد که فاصلهٔ آن‌ها از خط $\frac{1}{3}x-y=1$ برابر $\sqrt{10}$ هست. مجموع عرض آن دو نقطه کدام است؟

۱) $-0/25$
۲) $-0/5$
۳) $0/25$
۴) $0/5$

۱۰۸- اگر $x=a$ جواب معادلهٔ $\sqrt{1-2x}+\sqrt{4x^2-4x+1}=1$ باشد، حاصل $8a+2$ کدام است؟

۱) $\sqrt{5}$
۲) $8\sqrt{5}$
۳) $3\sqrt{5}$
۴) $2\sqrt{5}$

۱۰۹- نمودار تابع $\log_8(ax-1)+b$ با دامنهٔ $(-\infty, a)$ از نقطهٔ $(-9, 1)$ می‌گذرد. مقدار $f(-33)$ کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$
۲) $\frac{5}{3}$
۳) ۱۵
۴) $-\frac{5}{4}$

۱۱۰- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x)=x\sin x$ در بازهٔ $[0, \frac{\pi}{2}]$ با آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f در کدام یک از نقاط زیر برابر است؟

۱) $\frac{\pi}{6}$
۲) $\frac{\pi}{4}$
۳) $\frac{\pi}{3}$
۴) $\frac{\pi}{2}$

۱۱۱- تابع $f(x)=2x+\sqrt[3]{x-3}$ در نقطهٔ $x=a$ مشتق‌پذیر نیست. مقدار $f^{-1}(a)$ کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱۲- اگر $f(x)=x^{۲}-۲x+۳$ و $g(x)=\frac{۴x+۱}{x+۱}$ باشد، برد تابع gof کدام است؟

۱) $[۲,+\infty)$ ۲) $[-۲,۴)$ ۳) $(۳,۴)$ ۴) $[۲,۳]$

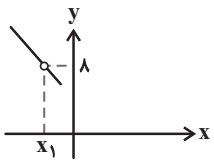
۱۱۳- اگر $\sin(x+\frac{\pi}{۴})=۲\sqrt{۲}\cos x$ باشد، مقدار $\tan(x+\frac{\pi}{۳})$ کدام است؟

۱) $-\frac{۶+۵\sqrt{۳}}{۱۳}$ ۲) $\frac{۶-۵\sqrt{۳}}{۱۳}$ ۳) $\frac{۵+۲\sqrt{۳}}{۸}$ ۴) $\frac{۵-۲\sqrt{۳}}{۸}$

۱۱۴- تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{ax-۱}{x-۱} & ;x<۰\\ \sqrt{x+b}+a & ;x\geq ۰\end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر است. حاصل $a-۲b$ کدام است؟

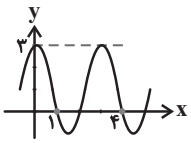
۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $-\sqrt{۲}$ ۴) $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۱۱۵- قسمتی از نمودار تابع $f(x)=\frac{x^{۲}+ax+b}{-x-\sqrt{۴-۳x}}$ به‌صورت زیر است. حاصل $a+b$ کدام است؟



۱) ۱ ۲) -۱
۳) ۲ ۴) -۲

۱۱۶- قسمتی از نمودار تابع $f(x)=۲a\cos^{۲}(b\pi x)-۱$ در شکل زیر رسم شده است. حاصل $|ab|$ کدام است؟

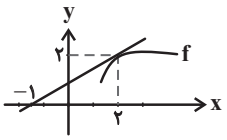


۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۱۱۷- مجموع جواب‌های معادلهٔ $۶\sin^{۲}x+۲\sin^{۲}۲x=۵$ در بازهٔ $[۰,۲\pi]$ کدام است؟

۱) ۲π ۲) ۳π ۳) ۴π ۴) ۵π

۱۱۸- شکل مقابل نمودار تابع f را نشان می‌دهد. اگر مشتق دوم تابع $y=f(\sqrt{x})$ در $x=۴$ برابر صفر شود، مقدار $f''(۲)$ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $-\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۱۱۹- شیب خطی که از اکسترمم‌های مطلق نمودار تابع $y=x+\sqrt{۱-x^{۲}}$ می‌گذرد، کدام است؟

۱) $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) صفر ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\sqrt{۲}$

۱۲۰- تابع $f(x)=\frac{x^{۲}}{x+۱}$ روی بازهٔ (a,b) نزولی و جهت تقعر آن به سمت پایین است. حداکثر مقدار $b-a$ کدام است؟

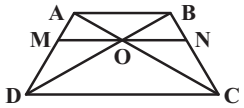
۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۵}{۲}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲۱- در مثلث قائم‌الزاویه ABC $(\hat{A}=۹۰^\circ)$، AH ارتفاع وارد بر وتر است. اگر طول AH دو برابر طول BH باشد، طول وتر BC چند برابر طول ضلع AB است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۵}$ ۴) $\sqrt{۶}$

۱۲۲- در شکل روبه‌رو اگر مساحت مثلث ONC، یک چهارم مساحت مثلث ODC و $MN \parallel AB$ باشد، مساحت مثلث BON چه کسری از مساحت ذوزنقهٔ $ABCD$ است؟

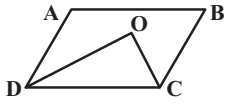


۱) $\frac{۱}{۳۲}$ ۲) $\frac{۱}{۱۶}$ ۳) $\frac{۳}{۳۲}$ ۴) $\frac{۳}{۶۴}$

۱۲۳- یک nضلعی محدب دارای دو زاویهٔ ۱۲۰° است و سایر زوایای آن همگی برابر ۱۵۰° هستند. از هر رأس این nضلعی محدب، چند قطر می‌گذرد؟

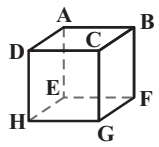
۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۱۲۴- در شکل روبه‌رو $AB=۱۲$، $BC=۸$ و $\hat{B}=۳۰^\circ$ است. اگر CO و DO نیمسازهای دو زاویهٔ C و D باشند، مساحت مثلث COD کدام است؟



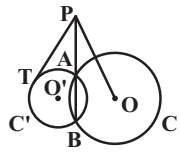
۱) ۱۸ ۲) ۲۴
۳) ۳۶ ۴) ۴۸

۱۲۵- در مکعب شکل روبه‌رو، چند جفت یال می توان پیدا کرد به‌گونه‌ای که در هر جفت، هر دو یال با یال AB و نیز با یکدیگر متنافر باشند؟



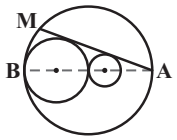
۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) صفر

۱۲۶- در شکل روبه‌رو دایره‌های $C(O,۵)$ و $C'(O',۲)$ در نقاط A و B متقاطع‌اند و PT بر دایرهٔ C' مماس است. اگر $PT=۱۲$ باشد، اندازهٔ OP کدام است؟



۱) ۱۲ ۲) ۱۳
۳) ۱۵ ۴) ۱۶

۱۲۷- در شکل روبه‌رو شعاع دایره‌ها یک دنبالهٔ هندسی با قدر نسبت ۲ تشکیل می‌دهند. طول وتر AM چند برابر شعاع کوچک‌ترین دایره است؟



۱) $۵\sqrt{۲}$ ۲) $۶\sqrt{۲}$
۳) $\frac{۱۶\sqrt{۲}}{۳}$ ۴) $\frac{۱۱\sqrt{۲}}{۲}$

۱۲۸- دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۸ در نقطهٔ M بر هم مماس خارج هستند. خط L به‌ترتیب در نقاط T و T' بر دایرهٔ کوچک‌تر و بزرگ‌تر مماس است. اگر MT را از طرف نقطهٔ M امتداد دهیم تا دایرهٔ بزرگ‌تر را در نقطهٔ N قطع کند، مساحت مثلث NTT' کدام است؟

۱) ۳۲ ۲) ۴۸ ۳) ۶۴ ۴) ۹۶

۱۲۹- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC $(\hat{A}=۹۰^\circ)$، $AB=۹$ و $AC=۱۲$ و D نقطهٔ تلاقی نیمساز زاویهٔ داخلی A و ضلع BC است. اگر تحت تجانس به مرکز B و نسبت k، نقطهٔ C بر روی نقطهٔ D تصویر شود، فاصلهٔ تصویر نقطهٔ D در این تجانس از نقطهٔ B کدام است؟

۱) $\frac{۱۳۵}{۴۹}$ ۲) $\frac{۱۰۵}{۴۹}$ ۳) $\frac{۲۵}{۷}$ ۴) $\frac{۱۵}{۷}$

۱۳۰- مساحت هشت‌ضلعی منتظم محاط در دایره‌ای به شعاع $\sqrt[۴]{۲}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) ۴ ۴) $۴\sqrt{۲}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۳۱- اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & -۱ & ۱\\ ۳ & ۰ & -۱\end{bmatrix}$، $B=\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ ۲ & ۱\\ ۳ & -۲\end{bmatrix}$ و $C=AB$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس $C^۲$ کدام است؟

۱) صفر ۲) -۲ ۳) -۱ ۴) ۱

۱۳۲- اگر A یک ماتریس مربعی مرتبهٔ ۳ و $\frac{۳}{۲}A=۳I-۶A^{-۱}$ باشد، دترمینان ماتریس A کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $-\frac{۱}{۸}$ ۳) ۸ ۴) -۸

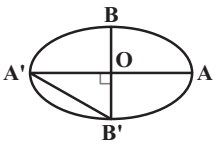
۱۳۳- معادلهٔ $\begin{vmatrix}x & -۱ & ۱\\ x^۲ & ۱ & -۱\\ x & x^۲ & x\end{vmatrix}=۰$ چند جواب حقیقی متمایز دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۳۴- به‌ازای کدام مقادیر m، خط $۲y=x+m$، دایرهٔ $x^۲+y^۲-۲x+۲y-۳=۰$ را در دو نقطه قطع می‌کند؟

۱) $-۸<m<۲$ ۲) $-۲<m<۸$ ۳) $m<-۸$ یا $m>۲$ ۴) $m<-۲$ یا $m>۸$

۱۳۵- در شکل زیر اگر طول پاره‌خط $A'B'$ برابر نصف مجموع طول قطر بزرگ و فاصلهٔ کانونی بیضی باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{۲}-۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}-۱}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۱۳۶- یک شعاع نورانی بر یک سهمی آینه‌ای به معادلهٔ $y^۲+۲y-۴x+۵=۰$ تابیده است. اگر شعاع بازتابش بر روی خط $y=۱$ قرار داشته باشد، معادلهٔ شعاع تابش کدام است؟

۱) $x=۲$ ۲) $x=۲y$ ۳) $x=-۲y$ ۴) $x=-۲$

۱۳۷- اگر $\vec{a}=(۱,۲,-m)$، $\vec{b}=(۲m,-۱,۱)$ و اندازهٔ دو بردار $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-\vec{b}$ برابر هم باشد، مساحت متوازی‌الاضلاعی که روی دو بردار $\vec{a}+\vec{b}$ و $۵\vec{a}-۲\vec{b}$ ساخته می‌شود، کدام است؟

۱) ۲۷ ۲) $۲۷\sqrt{۲}$ ۳) ۶۳ ۴) $۶۳\sqrt{۲}$

۱۳۸- اگر اندازهٔ بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ به‌ترتیب ۲ و $\sqrt{۲}$ و زاویهٔ بین آن‌ها برابر ۴۵° باشد، اندازهٔ بردار $(\vec{a}-\vec{b})\times(\vec{a}\times\vec{b})$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۳۹- اگر ارزش هر سه گزارهٔ $q\Rightarrow\sim r$، $\sim p\Rightarrow q$ و $r\Rightarrow p$ درست باشد، کدام‌یک از حالت‌های زیر امکان‌پذیر است؟

۱) هر سه گزارهٔ p، q و r درست هستند.
۲) هر سه گزارهٔ p، q و r نادرست هستند.
۳) p نادرست و q و r درست هستند.
۴) p درست و q و r نادرست هستند.

۱۴۰- نقیض گزارهٔ $(\forall x\in\mathbb{R}\,;\,x^۲>۰)\Rightarrow(\exists x\in\mathbb{R}\,;\,x^۲=۲)$ کدام است؟

۱) $(\exists x\in\mathbb{R}\,;\,x^۲=۲)\wedge(\exists x\in\mathbb{R}\,;\,x^۲\le۰)$ ۲) $(\forall x\in\mathbb{R}\,;\,x^۲\neq۲)\wedge(\forall x\in\mathbb{R}\,;\,x^۲>۰)$
۳) $(\exists x\in\mathbb{R}\,;\,x^۲=۲)\vee(\exists x\in\mathbb{R}\,;\,x^۲\le۰)$ ۴) $(\forall x\in\mathbb{R}\,;\,x^۲\neq۲)\vee(\forall x\in\mathbb{R}\,;\,x^۲>۰)$

۱۴۱- اگر A و B دو مجموعهٔ دلخواه باشند، حاصل عبارت $(A'\cap B)\cup[(B\cap A)-B']$ همواره برابر کدام مجموعه است؟

۱) A ۲) A' ۳) B ۴) B'

۱۴۲- با حروف کلمهٔ «می‌سی‌سی‌پی»، یک کلمهٔ هشت حرفی ساخته‌ایم. با کدام احتمال در این کلمه، حروف «ی» یک در میان قرار گرفته‌اند؟

۱) $\frac{۱}{۷۰}$ ۲) $\frac{۱}{۳۵}$ ۳) $\frac{۱}{۱۴}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴۳- فردی در یک مسابقهٔ تیراندازی با کمان شرکت کرده است. شانس اصابت هدف در هر پرتاب برای او برابر ۰/۸ است. مسابقه برای هر فرد زمانی به پایان می‌رسد که برای اولین بار بتواند هدف را مورد اصابت قرار دهد. اگر بدانیم وی حداقل ۲ پرتاب انجام داده است، چقدر احتمال دارد حداکثر ۳ پرتاب انجام داده باشد؟

۱) ۰/۸ ۲) ۰/۸۴ ۳) ۰/۹ ۴) ۰/۹۶

۱۴۴- در جعبه‌ای ۲ کارت با دو روی آبی و ۹ کارت با یک روی آبی و یک روی قرمز وجود دارد. کارتی به تصادف از این جعبه خارج می‌کنیم و هر دو رنگ آبی و قرمز را روی آن مشاهده می‌کنیم. سپس بدون جای‌گذاری این کارت، کارت دیگری از جعبه خارج می‌کنیم. اگر یک روی این کارت آبی باشد، با کدام احتمال روی دیگر آن نیز آبی است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۱۴۵- در مورد داده‌های ۵, ۴, ۱۲, ۷, ۱۴, ۱۴, ۵, ۱, ۲, ۱, ۸, ۱۴, ۴، کدام گزینه نادرست است؟

۱) مد داده‌ها دو برابر میانگین آن‌ها است.
۲) مد داده‌ها از میانهٔ آن‌ها بزرگ‌تر است.
۳) دامنهٔ میان‌چارکی دو برابر میانهٔ داده‌ها است.
۴) دامنهٔ میان‌چارکی سه واحد کم‌تر از مد داده‌ها است.

۱۴۶- از یک جامعه با انحراف معیار ۰/۵، نمونه‌ای به‌صورت ۵, ۷, ۴, ۸ انتخاب شده است. با اطمینان ۹۵ درصد، حداکثر مقدار برآورد شده برای میانگین این جامعه براساس این نمونه کدام است؟

۱) ۶/۲۵ ۲) ۶/۵ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۴۷- اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد صحیح a بر اعداد ۴۲ و ۴۰ به‌ترتیب برابر ۱۷ و ۲۹ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم a بر ۵۶ کدام است؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۵ ۳) ۴۱ ۴) ۴۵

۱۴۸- به‌ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n، رابطهٔ $۴۱ \mid ۳^n + ۱$ برقرار است؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۲ ۳) ۲۲ ۴) ۲۳

۱۴۹- اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $\overline{۴a۳b۱}$ بر ۱۱ برابر ۱ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $\overline{۲a۳b}$ بر ۹ کدام است؟

۱) ۱ یا ۳ ۲) ۲ یا ۴ ۳) ۳ یا ۵ ۴) ۴ یا ۶

۱۵۰- مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد طبیعی سه رقمی n که به‌ازای آن، معادلهٔ سیالهٔ خطی $۲۴x + ۳۹y = ۲n + ۱$ در مجموعهٔ اعداد صحیح جواب دارد، کدام است؟

۱) ۲۲ ۲) ۲۴ ۳) ۲۵ ۴) ۲۷

۱۵۱- یک گراف ۳- منتظم از مرتبهٔ ۶ که دارای دورهایی به طول ۳ است، چند دور به طول ۵ دارد؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

۱۵۲- در گراف G از مرتبهٔ ۶، برای هر دو رأس دلخواه a و b، رابطهٔ $N_G(a) = N_G(b)$ برقرار است. عدد احاطه‌گری این گراف کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۶

۱۵۳- چند عدد طبیعی دو رقمی وجود دارد که نه بر ۴ بخش‌پذیر باشد و نه رقم ۴ داشته باشد؟

۱) ۵۲ ۲) ۵۴ ۳) ۵۶ ۴) ۵۸

۱۵۴- می‌خواهیم برای تدریس دبیران ریاضیات گسسته، حسابان، شیمی و زبان انگلیسی در چهار جلسه برای کلاس‌های A، B، C و D از پایهٔ دوازدهم ریاضی یک دبیرستان برنامه‌ریزی کنیم به‌گونه‌ای که هر دبیر در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند. اگر برنامهٔ دبیر ریاضیات گسسته و برنامهٔ کلاس A برای هر چهار جلسه مشخص باشد، این برنامه‌ریزی به چند طریق امکان‌پذیر است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

۱۵۵- دانش‌آموزان پایهٔ دوازدهم ریاضی یک دبیرستان در امتحان نهایی شرکت کرده‌اند. اگر نمرات امتحانات فقط شامل اعداد صحیح از صفر تا ۲۰ باشد، آنگاه تعداد دانش‌آموزان این دبیرستان حداقل باید چند نفر باشد تا دست‌کم سه نفر از آن‌ها در درس فیزیک نمرات مشابه هم و در درس شیمی نیز نمرات مشابه یکدیگر داشته باشند؟

۱) ۸۰۱ ۲) ۸۸۳ ۳) ۱۲۰۱ ۴) ۱۳۲۴

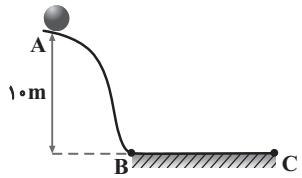
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۵۶- اگر در رابطهٔ $x = \frac{AB}{C}t^3 + Bt^2 + C$ ، x برحسب متر و t برحسب ثانیه باشد، A ، B و C به‌ترتیب از راست به چپ از جنس کدام کمیت‌ها می‌توانند باشند؟

۱) سرعت، شتاب، طول
۲) طول، شتاب، سرعت
۳) طول، سرعت، شتاب
۴) شتاب، سرعت، طول

۱۵۷- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $2kg$ از نقطهٔ A رها شده و پس از طی مسیر بدون اصطکاک AB ، وارد سطح افقی BC می‌گردد و در نقطهٔ C متوقف می‌شود. اگر ضریب اصطکاک در مسیر BC برابر با $0/5$ باشد، کدام گزینه درست می‌باشد؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$



۱) تندی جسم در نقطهٔ B برابر با $10\sqrt{2}\frac{m}{s}$ می‌باشد.
۲) طول مسیر BC برابر با $20m$ می‌باشد.
۳) کار نیروی وزن در مسیر ABC ، $-200J$ می‌باشد.
۴) گزینه‌های (۱) و (۲) صحیح می‌باشند.

۱۵۸- یک پمپ آب می‌تواند در هر ثانیه ۲۰ لیتر آب را از سطح زمین حداکثر تا ارتفاع ۱۵ متری سطح زمین بالا ببرد. در صورتی‌که این پمپ در هر ۳ ثانیه، $12kJ$ انرژی الکتریکی مصرف کند، بازدهٔ آن چند درصد است؟ $(g = 10\frac{N}{kg}$ و $\rho_{آب} = 1\frac{g}{cm^3})$

۱) ۷۵
۲) ۸۳/۳
۳) ۱۶/۷
۴) ۸۰

۱۵۹- در مورد ویژگی‌های مواد، چند عبارت زیر صحیح است؟

آ) در دمای اتاق پدیدهٔ پخش در گازها، سریع‌تر از مایعات رخ می‌دهد.

ب) ویژگی‌های فیزیکی مایعات، برخلاف جامدات، در مقیاس نانو تغییر نمی‌کند.

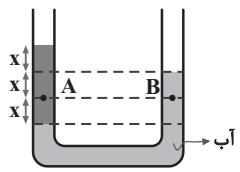
پ) در کتاب‌های مرجع، نقطهٔ ذوب طلا در مقیاس نانو، به‌عنوان نقطهٔ ذوب طلا آورده شده است.

ت) در لولهٔ مویین شیشه‌ای، آب تا جایی بالا می‌رود که وزنِ آب بالا آمده در لوله، با نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب، برابر شود.

ث) افزایش دما، باعث می‌شود قطره‌های روغن خارج شده از قطره‌چکان، کوچک‌تر شوند.

۱) ۱ مورد
۲) ۲ مورد
۳) ۳ مورد
۴) ۴ مورد

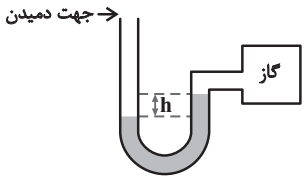
۱۶۰- در شکل زیر، اگر فشار در نقطهٔ B برابر با $103kPa$ باشد، فشار در نقطهٔ A چند کیلوپاسکال است؟ $(P_0 = 10^5\ Pa$ ، $\rho_{آب} = 10^3\frac{kg}{m^3}$ و $g = 10\frac{N}{kg})$



۱) ۱۰۲
۲) ۱۰۳
۳) ۱۰۴
۴) ۱۰۶

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶۱- در شکل زیر، اگر در بالای لولهٔ یک فشارسنج در جهت نشان داده شده با سرعت ثابت بدمیم، اندازهٔ فشار پیمانه‌ای گاز درون مخزن در دمای ثابت چگونه تغییر می‌کند؟



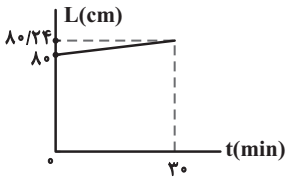
۱) تغییری نمی‌کند.

۲) کاهش می‌یابد.

۳) افزایش می‌یابد.

۴) اظهارنظر قطعی ممکن نیست.

۱۶۲- نمودار طول یک میله به جرم $2kg$ و گرمای ویژهٔ $600\frac{J}{kg\cdot^\circ C}$ برحسب زمان گرما دادن به آن توسط یک گرمکن برقی به توان $0/1kW$ مطابق شکل زیر است. ضریب انبساط طولی این میله در SI کدام است؟ (فرض کنید گرما تلف نمی‌شود و تمام گرمای منبع به میله داده می‌شود.)



۱) 4×10^{-5}

۲) 5×10^{-5}

۳) 2×10^{-5}

۴) 10^{-5}

۱۶۳- مقداری آب $100^\circ C$ را روی ۴۸۰ گرم یخ صفر درجهٔ سلسیوس می‌ریزیم و پس از تعادل گرمایی ۶۳۰ گرم آب صفر درجهٔ سلسیوس و مقداری یخ ذوب نشده در ظرف خواهیم داشت. جرم یخ باقیمانده چند گرم است؟ $(c_{آب}=4/2\frac{J}{g\cdot K}\ \ L_F=336\frac{J}{g})$

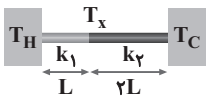
۱) ۱۳۰

۲) ۲۰۰

۳) ۲۸۰

۴) ۳۵۰

۱۶۴- مطابق شکل دو میله با سطح مقطع یکسان بین دو منبع گرما قرار گرفته‌اند. اگر دمای محل اتصال دو میله برابر با میانگین دمای دو منبع باشد، $\frac{k_2}{k_1}$ کدام است؟ (k : ضریب رسانندگی گرمایی میله‌ها است.)



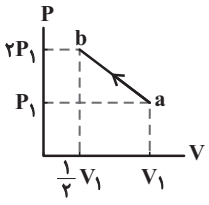
۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{2}{3}$

۳) ۲

۴) $\frac{3}{2}$

۱۶۵- نمودار $P-V$ فرایندی که مقدار معینی گاز کامل طی می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام‌یک از عبارت‌های زیر راجع به این فرایند صحیح است؟



۱) دمای گاز طی این فرایند ثابت است.

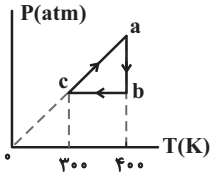
۲) کار انجام شده توسط گاز روی محیط مثبت است.

۳) اندازهٔ گرمایی که گاز با محیط مبادله می‌کند، بزرگ‌تر از اندازهٔ کاری است که محیط روی گاز انجام می‌دهد.

۴) انرژی درونی گاز ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

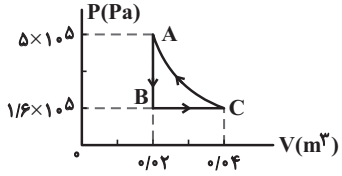
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶۶- اگر نمودار $P-T$ چرخه‌ای که نیم مول گاز کامل تک‌اتمی طی می‌کند، به‌صورت شکل زیر باشد، کار انجام شده در فرایند bc چند ژول است؟ $(C_P=\frac{5}{2}R \text{ و } C_V=\frac{3}{2}R ، R=8\frac{J}{mol\cdot K})$



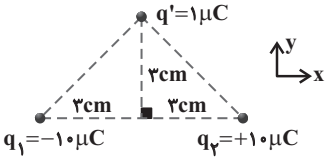
۱) -۴۰۰
۲) ۴۰۰
۳) -۱۶۰۰
۴) ۱۶۰۰

۱۶۷- شکل زیر نمودار $P-V$ چرخه‌ای که یک مول گاز کامل تک‌اتمی در یک یخچال می‌پیماید را نشان می‌دهد. اگر فرایند CA بی‌دررو باشد، ضریب عملکرد این یخچال کدام است؟ $(C_V=\frac{3}{2}R \text{ و } C_P=\frac{5}{2}R)$



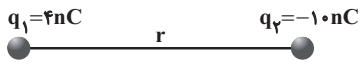
۱) $\frac{۴۰}{۱۱}$
۲) ۴
۳) $\frac{۲۰}{۱۱}$
۴) $\frac{۵۱}{۴۰}$

۱۶۸- در شکل زیر، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q' در SI کدام است؟ $(k=۹\times۱۰^۹\frac{N\cdot m^۲}{C^۲})$



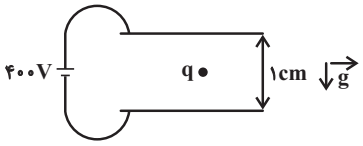
۱) $+۱۰۰\vec{i}$
۲) $-۵۰\sqrt{۲}\,\vec{i}$
۳) $+۵۰\sqrt{۲}\,\vec{i}$
۴) $-۱۰۰\vec{i}$

۱۶۹- دو ذرهٔ باردار $q_۱$ و $q_۲$ در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند و میدان خالص در وسط دو بار برابر $\vec{E}$ است. اگر ۶۰ درصد بار $q_۲$ را به $q_۱$ منتقل کنیم، میدان خالص در همان نقطه $\vec{E}'$ خواهد شد. $\vec{E}'$ چند برابر $\vec{E}$ است؟



۱) $\frac{۱}{۷}$
۲) $-\frac{۱}{۷}$
۳) $\frac{۳}{۷}$
۴) $-\frac{۳}{۷}$

۱۷۰- مطابق شکل زیر، ذره‌ای با بار q و جرم $۰/۰۲g$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت در حالت سکون قرار دارد. اگر فاصلهٔ بین صفحات ۱cm باشد، بار q در SI کدام است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$



۱) $+۵$
۲) -۵
۳) $+۵\times۱۰^{-۹}$
۴) -۵×۱۰^{-۹}

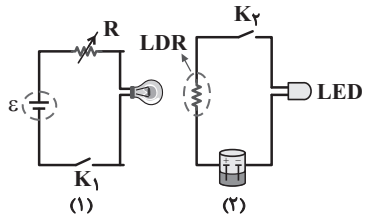
۱۷۱- ظرفیت خازنی $۱۵\mu F$ و اختلاف پتانسیل دو سر آن $۵V$ است. چند میکروکولن بار از صفحهٔ مثبت به صفحهٔ منفی منتقل کنیم تا انرژی ذخیره شده در آن ۱۲۰ میکروژول کاهش یابد؟

۱) ۳۰
۲) ۱۵
۳) ۵۰
۴) ۶۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۷۲- در شکل زیر، مدار (۲) شامل یک مقاومت LDR، یک لامپ LED و یک منبع تغذیه و مدار (۱) شامل یک باتری، رئوستا و یک لامپ است، در چه صورت لامپ LED بیش‌ترین روشنایی را دارد؟



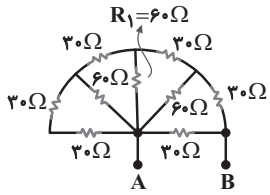
۱) کافی است کلید K_2 بسته باشد.

۲) کلیدهای K_1 و K_2 بسته و رئوستا روی بیش‌ترین مقاومت باشد.

۳) کلید K_2 باز و روشنایی لامپ بیشینه باشد.

۴) کلیدهای K_1 و K_2 بسته و مقاومت رئوستا کمینه باشد.

۱۷۳- در شکل زیر، اگر اندازهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطهٔ A و B برابر ۱۲ ولت باشد، جریان عبوری از مقاومت R_1 چند آمپر است؟



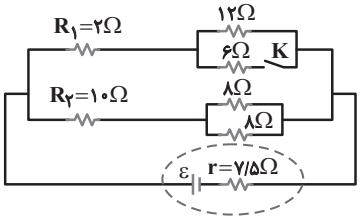
۱) $\frac{۱}{۲۰}$

۲) $\frac{۱}{۱۵}$

۳) $\frac{۱}{۵}$

۴) $\frac{۱}{۱۰}$

۱۷۴- در شکل زیر، پس از بستن کلید K، توان مصرفی مقاومت R_1 ..... و توان مصرفی مقاومت R_2 ..... و توان خروجی مولد ..... می‌یابد.



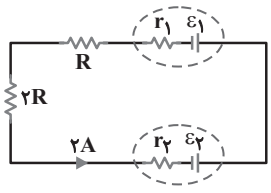
۱) کاهش ـ کاهش ـ افزایش

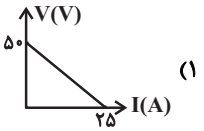
۲) افزایش ـ کاهش ـ کاهش

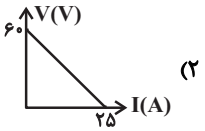
۳) کاهش ـ افزایش ـ کاهش

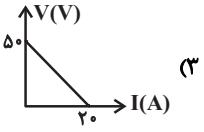
۴) افزایش ـ کاهش ـ افزایش

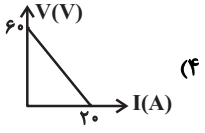
۱۷۵- در مدار زیر، توان مصرفی مقاومت R برابر با ۲۰W و توان ورودی مولد ε_1 برابر با ۳۰W است. نمودار اختلاف پتانسیل دو سر مولد ε_2 برحسب جریانی که از آن می‌گذرد، مطابق کدام گزینه می‌تواند باشد؟



۱)


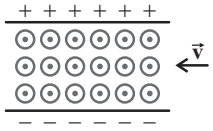
۲)


۳)


۴)


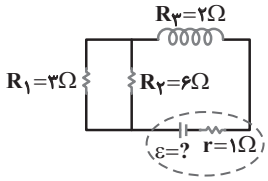
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۷۶- مطابق شکل، سه ذرهٔ باردار مثبت A، B و C بـا تنـدی‌هـای $v_A = ۲\times۱۰^۵ \frac{m}{s}$، $v_B = ۲/۵\times۱۰^۵ \frac{m}{s}$ و $v_C = ۵\times۱۰^۵ \frac{m}{s}$ در جهت نشان داده شده وارد فضایی شامل میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی به بزرگی‌های $۰/۴T$ و $۱۰^۵ \frac{V}{m}$ مـی‌شـوند. کـدام ذره بدون انحراف خارج می‌شود؟ (از اثرات نیروی وزن صرف‌نظر شود.)



۱) A
۲) B
۳) C
۴) هر سه ذره منحرف خواهند شد.

۱۷۷- سیمی به طول $۱۲m$ را به‌صورت یک سیملوله به طول $۱۰cm$ و شعاع $۲cm$ در می‌آوریم و در مدار شکل زیر قرار می‌دهیم. اگر بزرگـی میدان مغناطیسی درون سیملوله $۳۶\times۱۰^{-۴}T$ باشد، نیروی محرکهٔ مولد چند ولت است؟ $(\mu_۰ = ۱۲\times۱۰^{-۷} T\cdot m/A ,\ \pi = ۳)$

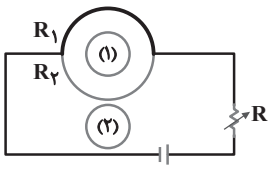


۱) ۱۸
۲) ۹
۳) ۱۵
۴) ۱۲

۱۷۸- سطح پیچه‌ای مسطح به شعاع $۱۰cm$ که دارای ۱۰۰ حلقه می‌باشد، به‌طور عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی یکنـواختی کـه اندازهٔ آن $۰/۰۲T$ است، قرار دارد. اگر میدان مغناطیسی در مدت $۰/۰۴s$ تغییر کند و به $۰/۰۲T$ در خلاف جهت اولیـه برسـد، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه چند ولت است؟ $(\pi = ۳)$

۱) صفر
۲) ۰/۰۳
۳) ۳
۴) ۰/۰۶

۱۷۹- در مدار شکل زیر دو رسانای نیم‌دایره‌ای شکل و هم‌شعاع به مقاومت‌های $R_۱ = ۱۲\Omega$ و $R_۲ = ۴\Omega$ به‌هم وصل شـده‌انـد. اگـر مقاومت رئوستا را افزایش دهیم، جهت جریان القایی در حلقه‌های ۱ و ۲ به‌ترتیب از راست به چپ به چه‌صورت خواهد بود؟



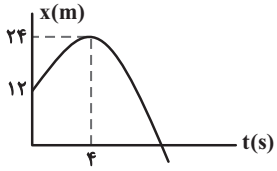
۱) ساعتگرد ـ ساعتگرد
۲) پادساعتگرد ـ پادساعتگرد
۳) ساعتگرد ـ پادساعتگرد
۴) پادساعتگرد ـ ساعتگرد

۱۸۰- اتومبیلی در حرکت با شتاب ثابت در امتداد محور x، در لحظهٔ $t = ۰$، با سرعت $۱۲ \frac{m}{s}$ از مبدأ مکان گذشته و بعـد از توقـف در نقطهٔ B برگشته و با تندی $۲۴ \frac{m}{s}$ از ۵۴ متری مبدأ می‌گذرد. B در چند متری مبدأ است؟

۱) ۳۶
۲) ۱۸
۳) ۲۷
۴) ۹

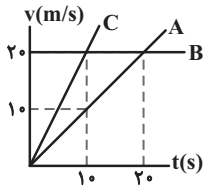
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۸۱- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x ها حرکت می‌کند مطابق سهمی شکل زیر است. بزرگی سرعت متوسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟



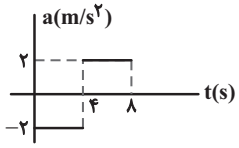
۱) ۱/۵
۲) ۳
۳) ۴/۵
۴) ۶

۱۸۲- نمودار سرعت ـ زمان سه متحرک که در لحظهٔ صفر در مبدأ مکان قرار دارند، در شکل زیر آورده شده است. پس از لحظهٔ صفر، در هنگامی‌که متحرک‌های B و C به‌هم می‌رسند، فاصلهٔ دو متحرک A و B از هم چقدر است؟



۱) ۱۰۰
۲) ۲۰۰
۳) ۳۰۰
۴) ۴۰۰

۱۸۳- نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که سرعتش در مبدأ زمان $+۴\frac{m}{s}$ است، به‌صورت شکل زیر است. مسافت طی شده در بازهٔ زمانی صفر تا ۸ ثانیه چند متر است؟

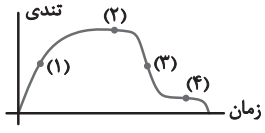


۱) صفر
۲) ۸
۳) ۱۶
۴) ۳۲

۱۸۴- فنری سبک به طول ۱۰cm را از سقف یک آسانسور ساکن آویزان می‌کنیم و به سر دیگر آن وزنه‌ای به جرم m وصل کرده تا بعد از تعادل، طول فنر به ۱۲cm برسد. اگر آسانسور با شتاب رو به بالای $۲\frac{m}{s^۲}$ حرکت کند، بعد از تعادل طول فنر چند سانتی‌متر می‌شود؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۱۲/۴
۲) ۱۴/۴
۳) ۱۴
۴) ۱۶

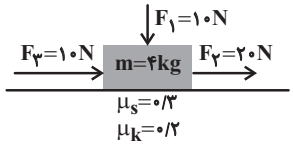
۱۸۵- اگر نمودار تغییرات تندی برحسب زمان برای چتربازی که از یک بالگرد (تقریباً در حال سکون) رها می‌شود، تا رسیدن به زمین، مطابق شکل باشد، در کدام مرحله بزرگی نیروی مقاوم هوا بیش‌تر از بزرگی نیروی وزن چتر و چترباز است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۸۶- در شکل زیر اگر نیروی $\vec{F}_3$ در حین حرکت در یک لحظه، ۱۸۰ درجه تغییر جهت دهد، اندازهٔ نیرویی که جسم به سطح افقی وارد می‌کند، چند برابر می‌شود؟

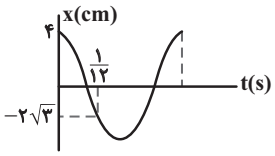


۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) ۱

۱۸۷- فاصلهٔ ماهواره‌ای از سطح زمین به اندازهٔ نصف شعاع زمین است. اگر ماهواره در مداری قرار گیرد که شعاع مدار آن دو برابر شعاع زمین باشد، انرژی جنبشی آن چند درصد تغییر می‌کند؟

۱) ۲۵
۲) ۳۷/۵
۳) ۵۰
۴) ۷۵

۱۸۸- نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل زیر است. اندازهٔ شتاب نوسانگر در لحظهٔ $t = ۰/۱s$ چند $\frac{m}{s^۲}$ است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$



۱) ۳۵
۲) ۴۰
۳) ۳۰
۴) ۴۵

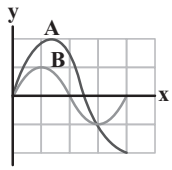
۱۸۹- گلوله‌ای توسط یک نخ به طول ۱۶۰ سانتی‌متر از سقف آویزان بوده و نوسانات کم‌دامنه‌ای را در سطح زمین انجام می‌دهد. اگر بخواهیم توسط اعمال یک نیروی خارجی، آونگ را با بیش‌ترین دامنهٔ ممکن به نوسان واداریم، نیروی خارجی در هر دقیقه چند بار باید بر گلولهٔ آونگ اعمال شود؟ $(\pi = ۳ , g = ۱۰N/kg)$

۱) ۱۰
۲) ۵۰
۳) ۲۵
۴) ۴

۱۹۰- در حرکت نوسانی هماهنگ ساده، در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر بیشینه است، اندازهٔ کدام کمیت‌ها بیشینه است؟

۱) مکان، شتاب، نیرو
۲) نیرو، انرژی کل، سرعت
۳) شتاب، سرعت، انرژی جنبشی
۴) سرعت، انرژی جنبشی، مکان

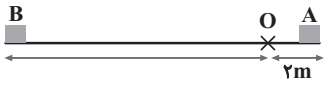
۱۹۱- نمودار جابه‌جایی ـ مکان دو موج صوتی A و B که در یک محیط منتشر می‌شوند، مطابق شکل زیر است. به‌ترتیب بسامد و شدت صوت موج B چند برابر موج A در فاصلهٔ یکسان از دو چشمهٔ موج است؟



۱) $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۹}{۴}$
۲) $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۳}{۲}$
۳) $\frac{۴}{۳}$ و $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۴}{۳}$ و $\frac{۴}{۹}$

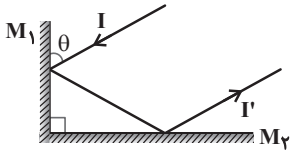
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹۲- بر روی محور x، دو فرستندهٔ صوتی A و B و یک گیرندهٔ صوتی O، قرار گرفته‌اند و فرستنده‌ها در حال ارسال موج‌های صوتی با بسامد و دامنهٔ یکسان می‌باشند. در صورتی‌که تراز شدت صوت دریافتی O از فرستندهٔ A، ۱۴ دسی‌بل بیش‌تر از تراز شدت صوت دریافتی از فرستندهٔ B باشد، فاصلهٔ A تا B چند متر خواهد بود؟ $(\log ۲ = ۰/۳)$



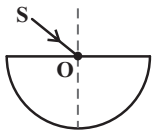
۱) ۱۲
۲) ۸
۳) ۱۰
۴) ۶

۱۹۳- مطابق شکل، پرتوی I به آینهٔ $M_۱$ تابیده و در نهایت پرتو I' از $M_۲$ بازتاب می‌شود. اگر زاویهٔ θ به اندازهٔ ۵° کاهش یابد، زاویهٔ بین پرتوهای I و I' چگونه تغییر می‌کند؟



۱) ۵° کاهش می‌یابد.
۲) ۱۰° کاهش می‌یابد.
۳) ۱۰° افزایش می‌یابد.
۴) تغییر نمی‌کند.

۱۹۴- مطابق شکل، پرتوی SO، با زاویهٔ تابش ۵۳° از هوا به مرکز نیم‌کره‌ای شفاف تابیده و وارد آن می‌شود. اگر با ۱۶° انحراف نسبت به راستای اولیه از طرف دیگر خارج شود، ضریب شکست نیم‌دایره کدام است؟ $(\sin ۵۳^\circ = ۰/۸)$



۱) $\frac{۴}{۳}$
۲) $\frac{۵}{۴}$
۳) $\frac{۶}{۵}$
۴) $\frac{۵}{۳}$

۱۹۵- نور تک‌رنگی با شدت معینی به شکاف‌هایی با قطرهای $d_۱ < d_۲ < d_۳$ می‌تابد. اگر قطر شکاف‌ها در حدود طول‌موج نور تابیده شده باشد، پدیدهٔ پراش مربوط به کدام شکاف بارزتر است؟

۱) $d_۱$
۲) $d_۲$
۳) $d_۳$
۴) در هر سه یکسان است.

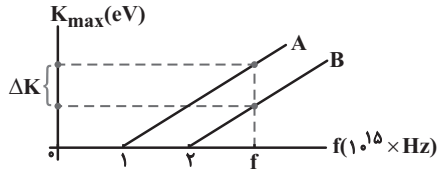
۱۹۶- جرم سیم پیانویی به طول ۰/۸ متر برابر با ۶g و اندازهٔ نیروی کشش آن ۴۳۲N است. بسامد هماهنگ سوم آن چند هرتز است؟

۱) ۱۵۰
۲) ۴۵۰
۳) ۶۰۰
۴) ۳۰۰

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹۷- اگر نمودار تغییرات بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیلی برحسب بسامد نور فرودی مطابق شکل باشد، ΔK چند eV است؟ $(h = ۴\times۱۰^{-۱۵} eV\cdot s)$



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۹۸- رابطهٔ انرژی فوتونی که در اثر گذار الکترون از تراز انرژی بالا به تراز انرژی پایین ایجاد می‌شود، به‌صورت $E = A(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}})$ می‌باشد. در این رابطه، A کدام است؟

۱) R
۲) $\frac{R}{hc}$
۳) Rhc
۴) $\frac{Rc}{h}$

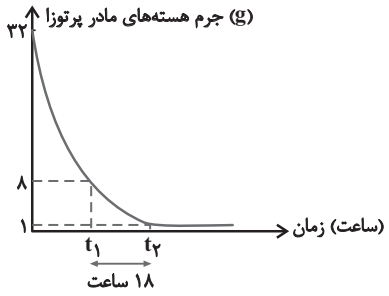
۱۹۹- با توجه به دو واکنش زیر، تعداد نوترون‌های اتم Z چه تعداد است؟

$$^{۲۳۱}_{۹۱}X + {}^{۰}_{+۱}e \rightarrow Y + ۲\alpha$$

$$Y + ۳n \rightarrow Z + {}^{۰}_{-۱}e$$

۱) ۱۲۷
۲) ۱۲۸
۳) ۱۳۷
۴) ۱۳۸

۲۰۰- نمودار جرم هسته‌های مادر پرتوزا برحسب زمان مطابق شکل است. ۶ ساعت پس از لحظهٔ $t_۲$، چند گرم از هسته‌های اولیه باقی می‌ماند؟



۱) ۰/۵
۲) ۰/۲۵
۳) ۰/۱۲۵
۴) ۰/۰۶۲۵

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

شیمی
تکنیک زمان نقصانی
پایان
۱۱:۳۰
وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

شیمی

۲۰۱- یک مول از رادیوایزوتوپ‌های A و B با نیم‌عمرهای ۳۰ و ۶۰ دقیقه در اختیار است. اگر پس از گذشت ۴ ساعت، جرم (برحسب گرم) باقی‌مانده رادیوایزوتوپ A با جرم (برحسب گرم) تجزیه شده رادیوایزوتوپ B برابر باشد، نسبت جرم مولی A به جرم مولی B کدام است؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۲۴۰ ۳) ۱۲ ۴) ۲۴

۲۰۲- اگر در گونهٔ X^{3-} ۷۳ اختلاف شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها برابر ۴ باشد، مجموع عددهای کوانتومی فرعی الکترون‌های لایه ظرفیت اتم آن کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۰۳- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

آ) هشتمین عنصر از دسته p، دارای ۴ الکترون با عدد کوانتومی $n = 3$ است.

ب) چهارمین عنصر از دسته d، دارای ۷ الکترون با عدد کوانتومی $l = 0$ است.

پ) نهمین و دهمین عنصر از دسته d هر کدام دارای ۱۰ الکترون با عدد کوانتومی $l = 2$ و $n = 3$ هستند.

ت) در دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای، آرایش الکترونی اتم چهار عنصر به زیر لایهٔ تک‌الکترونی ختم می‌شود.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

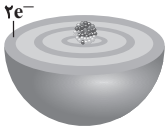
۲۰۴- چند مورد از عبارت‌های زیر، درست هستند؟

آ) در میان ۳۶ عنصر نخست جدول دوره‌ای، ۸ عنصر وجود دارد که بیرونی‌ترین زیرلایه آن‌ها، نیمه‌پر است.

ب) در اتم هیدروژن، هنگام انتقال الکترون از لایه‌های بالاتر به لایه‌های پایین‌تر، تنها چهار پرتو الکترومغناطیسی نشر می‌شود.

پ) شمار خطوط در ناحیهٔ مرئی طیف نشری خطی عنصرها منحصر به فرد است.

ت) اگر شکل مقابل مربوط به اتم عنصر X باشد، هر مول از آن با انتقال ۲ مول الکترون به اتم با آرایش $B : [_{10}Ne]\,3s^2 3p^5$، می‌تواند ترکیبی با فرمول شیمیایی XB_2 تشکیل دهد.



۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۱ ۴) ۲

۲۰۵- چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟ $(O = 16, C = 12 : g.mol^{-1})$

- تعداد الکترون‌ها با $l = 2$ در آرایش الکترونی اتم عنصر $_{24}X$ با تعداد الکترون‌های لایه ظرفیت عنصر $_{15}Y$ برابر است.
- دو عنصر A و B با آرایش الکترونی $A : [_{10}Ne]3s^1$ و $B : [_{18}Ar]3d^{10}\,4s^2\,4p^5$ با هم ترکیب مولکولی به فرمول AB تشکیل می‌دهند.
- به علت وجود مقدار بسیار ناچیز سرب در مغز مداد، این ماده به سرب مداد معروف است.
- جرم هر مولکول کربن دی‌اکسید برابر ۴۴ گرم است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۰۶- کدام گزینه نادرست است؟

۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد واکنش‌دهنده در معادلهٔ $C_2H_5OH + O_2 \rightarrow H_2O + CO_2$ پس از موازنه برابر ۹ می‌باشد.

۲) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به جفت الکترون‌های ناپیوندی در هر یک از مولکول‌های اکسیژن و اوزون برابر $\frac{1}{2}$ است.

۳) درصد حجمی گاز آرگون در هوای پاک و خشک، از درصد حجمی سایر گازهای نجیب بیشتر است.

۴) کربن مونوکسید، گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمّی است و چگالی این گاز کمتر از هوا و قابلیت انتشار آن در محیط بسیار زیاد است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۰۷- جرم $۳/۰۱\times۱۰^{۲۲}$ اتم از عنصر $_{۹}X$ برابر ۰/۹۵ گرم است. حجم مولکول‌های متشکل از این تعداد اتم در شرایط STP برحسب میلی‌لیتر و شمار نوترون‌های اتم این عنصر کدام است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید. جرم مولی تقریباً برابر عدد جرمی اتم است.)

۱) ۱۰ -۱۱۲۰ ۲) ۱۰ -۵۶۰ ۳) ۱۹ -۵۶۰ ۴) ۱۹ -۱۱۲۰

۲۰۸- در اثر سوختن کامل ۴۵/۵ گرم از یک قند، ۶۰ لیتر گاز کربن‌دی‌اکسید با چگالی $۱/۱g.L^{-۱}$ و ۳۱/۵ گرم بخار آب تولید می‌شود. کدام گزینه می‌تواند فرمول مولکولی مربوط به این قند باشد و نسبت ضریب مولی گاز اکسیژن به بخار آب در معادلهٔ موازنه شده این واکنش به تقریب چقدر است؟ $(O=۱۶, C=۱۲, H=۱: g.mol^{-۱})$ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۱) $۰/۹۳-C_۶H_{۱۴}O_۶$ ۲) $۱-C_۶H_{۱۲}O_۶$ ۳) $۱-C_۶H_{۱۴}O_۶$ ۴) $۰/۹۳-C_۶H_{۱۲}O_۶$

۲۰۹- ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول پتاسیم هیدروکسید با درصد جرمی ۲۸ درصد و چگالی ۱/۲ گرم بر میلی‌لیتر را با افزودن مقداری آب رقیق می‌کنیم. اگر در محلول حاصل غلظت یون پتاسیم برابر ۱۱۷۰ppm باشد، کدام گزینه دربارهٔ آن درست است؟ (چگالی محلول نهایی را $۱g:mL^{-۱}$ در نظر بگیرید.) $(H=۱, O=۱۶, K=۳۹: g.mol^{-۱})$

۱) حجم محلول نهایی پس از رقیق کردن با آب، برابر ۹۹/۵ لیتر است.

۲)مقدار آب اضافه شده برابر ۹۹ کیلوگرم است.

۳) در این محلول ۱۱۷ گرم یون پتاسیم وجود دارد.

۴) درصد جرمی محلول پتاسیم هیدروکسید پس از رقیق شدن به ۰/۱۴ درصد می‌رسد.

۲۱۰- ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول سدیم کلرید ۰/۲ مولار را با ۵۰ میلی‌لیتر محلول نقره نیترات ۰/۴ مولار مخلوط می‌کنیم. پس از انجام کامل واکنش، غلظت یون Cl^- در محلول چند ppm خواهد بود؟ (چگالی محلول‌ها برابر $۱g.mL^{-۱}$ است و از تغییر حجم محلول‌ها صرف‌نظر شود. $Cl=۳۵/۵g.mol^{-۱}$)

$$NaCl(aq)+AgNO_۳(aq)\rightarrow AgCl(s)+NaNO_۳(aq)$$

۱) ۲۴۸۰ ۲) ۵۶۸۰ ۳) ۲۸۴۰ ۴) ۷۱۰۰

۲۱۱- کدام گزینه درست است؟

۱) تجربه نشان می‌دهد که در فشار یک اتمسفر و در هر دمایی انحلال‌پذیری گاز $CO_۲$ بیشتر از NO است.

۲) همهٔ محلول‌های یونی رسانایی الکتریکی یکسانی دارند.

۳) میانگین قدرت پیوند یونی در منیزیم سولفات و پیوندهای هیدروژنی در آب بیشتر از نیروی جاذبه یون- دوقطبی در محلول آن است.

۴) گاز کربن مونوکسید در شرایط یکسان نسبت به گاز نیتروژن دشوارتر به مایع تبدیل می‌شود.

۲۱۲- کدام گزینه درست است؟

۱) در گروه فلزهای قلیایی همانند گروه هالوژن‌ها با افزایش عدد اتمی شعاع اتمی و واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد.

۲) در دورهٔ سوم جدول دوره‌ای تفاوت شعاع اتمی $_{۱۳}Al$ و $_{۱۴}Si$ از تفاوت شعاع اتمی سایر عناصر این دوره بیشتر است.

۳) خواص فیزیکی سیلیسیم بیشتر به فلزها شبیه بوده در حالی که رفتار شیمیایی آن همانند نافلزهاست.

۴) شمار الکترون‌های با $l=۲$ در اتم $_{۲۴}Cr$ و کاتیون $_{۲۶}Fe^{۲+}$ یکسان است.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱۳- از واکنش سوختن ۲۹۰ گرم گاز بوتان مطابق واکنش (I)، ۶۴۰ لیتر گاز کربن دی‌اکسید تولید شده است. چگالی گاز CO_2 تولید شده چند $g.L^{-1}$ است و برای تولید این مقدار گاز در واکنش (II) به تقریب چند مول آلومینیم تولید می‌شود؟ $(C=12, O=16, H=1, Al=27 : g.mol^{-1})$ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید. واکنش‌ها موازنه شوند.)

واکنش (I): $C_4H_{10}(g) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(g)$

واکنش (II): $Al_2O_3(l) + C(s) \rightarrow CO_2(g) + Al(l)$

۱) ۱۳/۳۳ -۲/۷۵ ۲) ۲۶/۶۶ -۲/۷۵ ۳) ۱۳/۳۳ -۱/۳۷۵ ۴) ۲۶/۶۶ -۱/۳۷۵

۲۱۴- اگر بتوان حجم مقدار گاز حاصل از واکنش ۶۰۰ گرم آهن (II) سولفید ناخالص با مقدار کافی از هیدروکلریک اسید را در شرایط دمایی و فشاری یکسان از تجزیه گرمایی ۴۰ گرم متانول ۸۰٪ خالص به‌دست آورد، درصد خلوص آهن (II) سولفید در واکنش اول چقدر بوده است؟ (واکنش‌ها موازنه شوند.) $(Fe=56, S=32, O=16, C=12, H=1 : g.mol^{-1})$

واکنش اول: $FeS(s) + HCl(aq) \rightarrow FeCl_2(aq) + H_2S(g)$

واکنش دوم: $CH_3OH(g) \rightarrow CO(g) + H_2(g)$

۱) ۲۹/۳ ۲) ۱۴/۷ ۳) ۴۴ ۴) ۵۸/۷

۲۱۵- در اثر سوختن کامل هیدروکربنی به فرمول C_xH_y با جرم ۴۲ گرم، مقدار ۶۷/۲ لیتر گاز در شرایط STP حاصل می‌شود. کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند معرف این هیدروکربن باشد؟ $(C=12, H=1 : g.mol^{-1})$

۱) هیدروکربن حلقوی سیر شده که دارای شش اتم کربن است.

۲) هیدروکربنی که سرگروه خانواده آروماتیک‌ها است.

۳) هیدروکربنی که مدت‌ها به عنوان ضدبید کاربرد داشته است.

۴) هیدروکربنی که از آن در تهیه ترفتالیک اسید استفاده می‌شود.

۲۱۶- در کدام گزینه مقایسهٔ درستی از میزان گرمای حاصل از واکنش‌های زیر ارائه شده است؟

I) $C_5H_{12}(g) + 8O_2(g) \rightarrow 5CO_2(g) + 6H_2O(g)$

II) $C_5H_{12}(g) + 8O_2(g) \rightarrow 5CO_2(g) + 6H_2O(l)$

III) $C_5H_{12}(l) + 8O_2(g) \rightarrow 5CO_2(g) + 6H_2O(g)$

۱) III < I < II ۲) III < II < I ۳) I < III < II ۴) II < III < I

۲۱۷- با توجه به داده‌های زیر ΔH واکنش: $H_2N-NH_2(g) + O_2(g) \rightarrow N_2(g) + 2H_2O(g)$ برابر چند کیلوژول است و مقدار آنتالپی پیوند $N-H$ چند کیلوژول بر مول است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

$(\Delta H_{N-N}=162, \Delta H_{N\equiv N}=944, \Delta H_{O=O}=495, \Delta H_{O-H}=463 : kJ.mol^{-1})$

I) $2NH_3(g) \rightarrow N_2H_4(g) + H_2(g)$ $\quad \Delta H_1 = +183kJ$

II) $2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(g)$ $\quad \Delta H_2 = -486kJ$

III) $NH_3(g) \rightarrow \frac{1}{2}N_2(g) + \frac{3}{2}H_2(g)$ $\quad \Delta H_3 = +46kJ$

۱) ۵۷۷- و ۳۹۰/۵ ۲) ۷۱۵- و ۳۸۵/۲۵ ۳) ۵۷۷- و ۳۸۵/۲۵ ۴) ۷۱۵- و ۳۹۰/۵

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱۸- با توجه به معادلات زیر:

I) $N_2(g)+3H_2(g)\rightarrow 2NH_3(g) \quad \Delta H=-92\,kJ$

II) $N_2(g)+4H_2(g)+Cl_2(g)\rightarrow 2NH_4Cl(s) \quad \Delta H=-628\,kJ$

III) $NH_3(g)+HCl(g)\rightarrow NH_4Cl(s) \quad \Delta H=-176\,kJ$

به تقریب با گرمای حاصل از تولید چند گرم گاز هیدروژن کلرید در واکنش: $H_2(g)+Cl_2(g)\rightarrow 2HCl(g)$ می‌توان دمای نیم کیلوگرم آب ۲۰°C را به‌اندازهٔ ۸۰°C افزایش داد؟ $(c_{آب}=4/2\,J\cdot g^{-1}\cdot{}^\circ C^{-1}\,,\,H=1\,,\,Cl=35/5:g\cdot mol^{-1})$

۱) ۷۳/۵ ۲) ۶۶/۶۵ ۳) ۳۶/۷۵ ۴) ۳۳/۳۲

۲۱۹- سرعت متوسط تجزیه هیدروژن پراکسید در واکنش زیر $5\times10^{-2}\ \frac{mol}{L.min}$ است. اگر در مدت ۹۰ ثانیه، ۱۰ لیتر گاز اکسیژن در شرایطی که حجم مولی گازها برابر ۲۰ لیتر است، تولید شود، حجم محلول به تقریب چند لیتر است؟ (از تغییر حجم محلول صرف‌نظر شود.)

$H_2O_2(aq)\rightarrow H_2O(l)+O_2(g)$ (واکنش موازنه شود)

۱) ۶۶/۶۷ ۲) ۳۳/۳ ۳) ۱۳/۳ ۴) ۴۴/۴۳

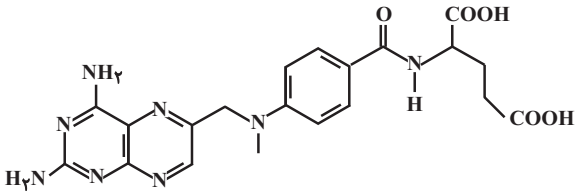
۲۲۰- اگر آب تولید شده در واکنش سوختن گاز هیدروژن با ۴۰ گرم گاز اکسیژن با بازدهی ۸۰٪، در واکنش آبکافت استر موجود در آناناس مورد استفاده قرار گیرد، به تقریب چند گرم از این استر را می‌توان تجزیه کرد؟ (واکنش موازنه شود.) $(C=12\,,\,O=16\,,\,H=1:g.mol^{-1})$

$H_2(g)+O_2(g)\rightarrow H_2O(g)$

الکل + اسید $\rightarrow$ آب + استر

۱) ۳۳۳/۳۳ ۲) ۲۶۶/۶۷ ۳) ۲۰۱/۸۴ ۴) ۲۳۲

۲۲۱- متوتروکسات یک داروی شیمی درمانی و سرکوب‌گر سیستم ایمنی با ساختار زیر است. کدام گزینه در مورد این مولکول نادرست است؟



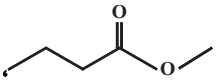
۱) در ساختار این ترکیب، پیوندهای دوگانه $N=C$ کمتر از ۴۰ درصد مجموع پیوندهای دوگانه را شامل می‌شوند.

۲) این ترکیب می‌تواند در شرایط مناسب، با یک مولکول آب واکنش داده و به دو مولکول مجزا تبدیل شود.

۳) فرمول مولکولی آن به‌صورت $C_{20}H_{22}N_8O_5$ است.

۴) در ساختار آن هشت گروه عاملی آمینی، دو گروه عاملی کربوکسیلیک اسید و یک عامل کتونی وجود دارد.

۲۲۲- چند مورد از مطالب زیر درست است؟ $(H=1\,,\,C=12:g.mol^{-1})$

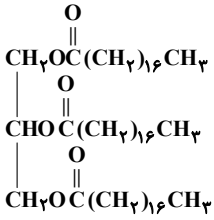
- کولار یکی از معروف‌ترین پلی‌آمین‌ها است که در تهیهٔ تایر اتومبیل استفاده می‌شود.
- نشاسته، پشم گوسفند، تفلون و پوست را می‌توان به عنوان پلیمرهای طبیعی نام برد.
- به دسته‌ای از پلیمرها مانند پلی‌لاکتیک اسید که قابل تجزیه توسط جانداران ذره‌بینی هستند، پلیمر سبز گفته می‌شود.
-  استری است که بوی سیب از آن ناشی می‌شود و اسید سازنده آن ۳ کربنه است.
- اگر جرم مولی نمونه‌ای از پلی‌پروپن برابر $21\times10^4\ g.mol^{-1}$ باشد، تعداد واحد تکرارشونده در هر مولکول آن برابر ۲۰۰۰ است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۲۳- یک استر سه عاملی با ساختار زیر با آب واکنش داده و اسید چرب به همراه الکل سه عاملی تولید می‌کند. در اثر واکنش ۴/۴۵ کیلوگرم از این استر با مقدر کافی آب با بازدهی ۸۰ درصد، چند گرم الکل سه عاملی به دست می‌آید؟

(اسید چرب مربوطه = $CH_3(CH_2)_{16}COOH$ ، الکل سه عاملی مربوطه = $C_3H_8O_3$ ، $O=16, C=12, H=1 : g.mol^{-1}$)



۱) ۳۶/۸
۲) ۵۷/۵
۳) ۵۷۵
۴) ۳۶۸

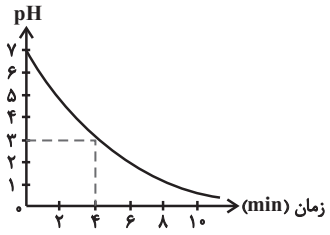
۲۲۴- ۰/۰۱ مول اسید HX با درصد یونش ۲٪ و ۰/۰۲ مول اسید HY با درصد یونش ۱٪ را جداگانه در ۱۰۰ میلی‌لیتر آب مقطر حل کرده‌ایم. نسبت pH محلول اسید HY به pH محلول اسید HX کدام است؟ (از تغییر حجم چشم‌پوشی کنید. $\log 2 \simeq 0/3$)

۱) ۰/۷
۲) ۱
۳) ۱/۷
۴) ۲

۲۲۵- ۰/۲۸ گرم پتاسیم هیدروکسید را به ۵mL از محلول غلیظ یک اسید قوی تک پروتون‌دار افزوده و حجم محلول به دست آمده را با افزودن آب مقطر به ۲۰mL رسانده‌ایم. اگر چگالی محلول اسید اولیه $1/4 g.mL^{-1}$ بوده و pH محلول نهایی نیز برابر با ۱ باشد، درصد جرمی محلول اسید اولیه چقدر خواهد بود؟ ($M_{KOH}=56, M_{\text{اسید}}=50 : g.mol^{-1}$)

۱) ۵
۲) ۷
۳) ۱۴
۴) ۱۸

۲۲۶- گاز HCl حاصل از واکنش گازی (موازنه نشده) $H_2 + Cl_2 \rightarrow HCl$، در آب حل می‌شود. اگر نمودار تغییرات pH محلول حاصل نسبت به زمان به‌صورت زیر باشد، پس از ۴ دقیقه حجم گاز هیدروژن مصرف شده در شرایط STP چند میلی‌لیتر است؟ (حجم آب را ۲ لیتر در نظر بگیرید و از تغییر حجم بر اثر انحلال صرف‌نظر شود.)



۱) ۲۲/۴
۲) ۴۴/۸
۳) ۲۲۴
۴) ۴۴۸

۲۲۷- چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن با غشای مبادله‌کننده یون هیدرونیوم درست است؟

آ) در این سلول، گاز هیدروژن با گاز اکسیژن به‌صورت کنترل شده واکنش می‌دهد و بخش قابل توجهی از انرژی شیمیایی به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.

ب) به هنگام مصرف ۰/۲ مول گاز هیدروژن، $2/408 \times 10^{24}$ الکترون مبادله می‌شود.

پ) در این سلول جهت حرکت الکترون در مدار بیرونی با جهت حرکت یون هیدرونیوم مشابه است.

ت) الکترودی که به آن گاز هیدروژن وارد می‌شود، آند است و قطب منفی سلول را تشکیل می‌دهد.

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۲۸- در کدام واکنش بعد از موازنه، ضریب گونهٔ کاهنده بزرگ‌تر است؟

۱) $Pd(OH)_3^-(aq) + ClO^-(aq) \rightarrow PdO_2(s) + Cl^-(aq) + OH^-(aq) + H_2O(l)$

۲) $Al(s) + H^+(aq) \rightarrow Al^{3+}(aq) + H_2(g)$

۳) $I_2(s) + ClO_3^-(aq) + H_2O(l) \rightarrow IO_3^-(aq) + H^+(aq) + Cl^-(aq)$

۴) $Cr(s) + Fe^{3+}(aq) \rightarrow Cr^{3+}(aq) + Fe(s)$

۲۲۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر دربارهٔ فرایند برقکافت سدیم کلرید مذاب نادرست است؟ ($Na = 23 g.mol^{-1}$)

آ) این فرایند در یک سلول الکترولیتی انجام می‌شود و فلز سدیم و گاز کلر در دمای حدود $587^\circ C$، با نسبت مولی برابر به دست می‌آیند.

ب) در این سلول از مقداری کلسیم کلرید استفاده می‌شود، زیرا انحلال آن در آب گرماده است و موجب کاهش هزینه اقتصادی در برقکافت $NaCl$ می‌شود.

پ) اگر در این فرایند ۱۰ مول الکترون مبادله شود، ۲۳۰ گرم فلز سدیم در قطب منفی این سلول تولید خواهد شد.

ت) چون فلز سدیم کاهنده‌ای قوی است، در طبیعت به حالت آزاد یافت نمی‌شود و در واکنش کلی سلول برقکافت سدیم کلرید مذاب واکنش‌دهنده‌ها پایدارتر از فراورده‌ها هستند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۳۰- همهٔ عبارت‌های زیر درست‌اند به‌جز:

۱) گرافن تک‌لایه‌ای از گرافیت می‌باشد که مقاومت کششی آن حدود ۱۰۰ برابر فولاد است.

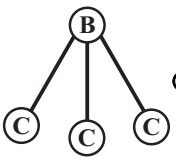
۲) ترکیب‌های گوناگون سیلیسیم و اکسیژن بیش از ۹۰٪ پوسته جامد زمین را تشکیل می‌دهند.

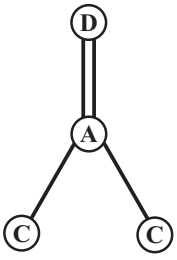
۳) مولکول‌های چهار اتمی برخلاف مولکول‌های سه اتمی مانند CO_2 و HCN و SCO نمی‌توانند ساختار خطی داشته باشند.

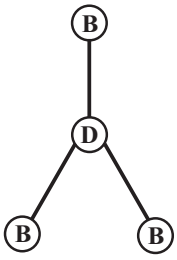
۴) بار جزئی اتم مرکزی در مولکول‌های SO_3 و NH_3 به‌ترتیب مثبت و منفی می‌باشد.

۲۳۱- با توجه به اینکه شمار الکترون‌های با $l=1$ در آرایش الکترونی هر یک از اتم‌های A، B، C و D به‌ترتیب برابر با ۲، ۳، ۵ و ۱۰ است، تشکیل مولکولی با کدام‌یک از ساختارهای زیر امکان‌پذیر نیست؟ (از اختلاف شعاع اتم‌ها چشم‌پوشی کنید. اتم‌ها به آرایش الکترونی هشت‌تایی می‌رسند.)

۱)

۲) 

۳) 

۴) 

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۳۲- کدام گزینه نادرست است؟

۱) با افزایش چگالی بار کاتیون و آنیون، آنتالپی فروپاشی شبکه بلور جامد یونی افزایش می‌یابد.

۲) در ترکیب‌های یونی KBr، NaCl و LiF، بین آنتالپی فروپاشی شبکه و واکنش‌پذیری فلز قلیایی رابطهٔ مستقیم وجود دارد.

۳) آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور منیزیم اکسید از آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور لیتیم فلوئورید بیشتر است.

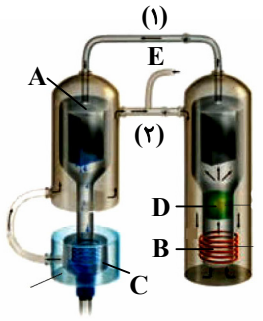
۴) تفاوت آنتالپی فروپاشی شبکه بین LiCl و KCl از LiF و KF کمتر است.

۲۳۳- مقدار ۶ مول بخار متانول (CH_3OH) رادر یک ظرف دو لیتری تا رسیدن به تعادل گازی $CH_3OH(g) \rightleftharpoons CO(g) + 2H_2(g)$ گرما می‌دهیم. اگر در لحظه برقراری تعادل مقدار ۹/۶ مول گاز هیدروژن ایجاد شده باشد، بازده درصدی و ثابت تعادل به‌ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

۱) ۸۰ و ۹۲/۱۶ ۲) ۶۰ و ۶۲/۱۵

۳) ۸۰ و ۶۲/۱۵ ۴) ۶۰ و ۹۲ /۱۶

۲۳۴- با توجه به شکل زیر که شمایی از فناوری تولید آمونیاک به روش هابر را نشان می‌دهد، چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟



آ) جهت حرکت گازها در مسیر (۱) از سمت راست به چپ و در مسیر (۲) از چپ به راست است.

ب) (C) محل جمع‌آوری آمونیاک به‌صورت گازی است.

ت) A و B به‌ترتیب نشان‌دهنده دستگاه سردکننده و گرم‌کننده است.

ث) D کاتالیزگر آهن است و E محل ورود گازهای هیدروژن و نیتروژن به دستگاه است.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۲۳۵- کدام‌یک از گزینه‌ها، جمله زیر را به نادرستی پر می‌کند؟

«از واکنش گاز اتن با ..... در شرایط مناسب ..... تولید می‌شود که به‌عنوان ..... کاربرد دارد.»

۱) گاز هیدروژن- اتان- سوخت ۲) آب- اتانول- ضدعفونی‌کننده

۳) گاز کلر- کلرواتان- افشانه بی‌حس‌کننده موضعی ۴) آب- اتانول- سوخت سبز

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

دفترچهٔ پاسخ

آزمون ٤ تیر ماه ١٤٠٠

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی ـ شاهین پروازی ـ عادل حسینی ـ افشین خاصّه‌خان ـ فرامرز سپهری ـ علی سلامت ـ حمید علیـزاده ـ جهـانبخش نیکنـام وحید ون‌آبادی
	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب ـ افشین خاصّه‌خان ـ فرزانه خاکپاش ـ محمد خندان ـ سید وحید ذوالفقاری ـ احمدرضـا فـلاح ـ نیلـوفر مهـدوی امیر وفائی ـ سرژ یقیازاریان‌تبریزی
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد ـ بابک اسلامی ـ عبدالرضا امینی‌نسب ـ زهره آقامحمدی ـ بیتا خورشید ـ میثم دشتیان ـ محمدعلی راسـت‌پیمـان سیاوش فارسی ـ مسعود قره‌خانی ـ محسن قنـدچلر ـ افشـین کردکتـولی ـ مصـطفی کیـانی ـ غلامرضـا محبـی ـ حسـین مخـدومی سید علی میرنوری ـ شادمان ویسی
	شیمی	امیرعلـی برخورداریـون ـ فـرزین بوسـتانی ـ جعفـر پـازوکی ـ محمدرضـا پورجاویـد ـ احمدرضـا جشـانی‌پـور ـ کـامران جعفـری امیر حاتمیان ـ حمید ذبحی ـ فرزاد رضـایی ـ سیدرضـا رضـوی ـ رضـا سـلیمانی ـ مـیلاد شـیخ‌الاسـلامی‌خیـاوی ـ مسـعود طبرسـا رسول عابدینی‌زواره ـ محمد عظیمیان‌زواره ـ روح‌اله علیزاده ـ حسن عیسی‌زاده ـ محمدپارسا فراهانی ـ محمدحسن محمدزاده‌مقـدم سیدرحیم هاشمی‌دهکردی ـ شهرام همایون‌فر ـ محمدرضا یوسفی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	هندسه و آمار و احتمال	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	سیدعلی میرنوری	ایمان حسین‌نژاد
گروه ویراستاری	علی مرشد علی ارجمند	مجتبی تشیعی عادل حسینی فرزانه خاکپاش	مجتبی تشیعی عادل حسینی فرزانه خاکپاش	سید سروش کریمی‌مداحی زهره آقامحمدی	علی یاراحمدی سیدعلی موسوی مهلا تابش‌نیا محمدرضا یوسفی
	ویراستار استاد: مهدی ملارمضانی			ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	محمدحسن محمدزاده‌مقدم
بازبینی نهایی	---	---	---	---	محمد قره‌قلی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی‌مقدم	مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف‌نگار	عصمت رمضانی	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ریاضیات

۱۰۱- **گزینهٔ «۲»** *(علی سلامت)*

ابتدا ضابطهٔ تابع f را به‌صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{2x-1}{x^3-4x^2+4x}=\frac{2x-1}{x(x-2)^2}$$

صورت و مخرج تابع f در یک همسایگی محذوف $x=2$ مثبت است:

$$\lim_{x\to 2} f(x)=+\infty$$

صورت تابع f در همسایگی محذوف $x=0$ منفی است ولی مخرج تابع در همسایگی راست $x=0$ مثبت و در همسایگی چپ $x=0$ منفی است.

$$\Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-\infty \\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=+\infty \end{cases}$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی، حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۵۰)

۱۰۲- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

$$\left|[3x]+\frac{1}{2}\right|<\frac{3}{2}\Rightarrow -\frac{3}{2}<[3x]+\frac{1}{2}<\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow -2<[3x]<1\Rightarrow -1\le 3x<1\Rightarrow -\frac{1}{3}\le x<\frac{1}{3}$$

حال حدود عبارت $2x+\frac{1}{5}$ را می‌یابیم:

$$-\frac{2}{3}\le 2x<\frac{2}{3}\Rightarrow -\frac{7}{15}\le 2x+\frac{1}{5}<\frac{13}{15}$$

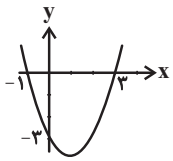
پس عبارت $\left|2x+\frac{1}{5}\right|$ می‌تواند مقادیر صحیح -1 و صفر را بپذیرد که مجموع آن‌ها برابر -1 است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

۱۰۳- **گزینهٔ «۲»** *(علی سلامت)*

ابتدا نمودار تابع f را نسبت به محور y قرینه می‌کنیم: $f(-x)=x^2-2x-3$

نمودار این تابع به‌صورت شکل زیر است.



برای آنکه نمودار این تابع از ناحیهٔ سوم عبور نکند، کافی است آن را حداقل ۱ واحد به سمت راست و یا اینکه حداقل ۳ واحد به سمت بالا ببریم.

$a\ge 1$ و $b\ge 3$ و در نتیجه حداقل مقدار $a+b$ برابر ۴ است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱۰۴- **گزینهٔ «۲»** *(اخشین خاصه‌خان)*

با توجه به داده‌های مسئله می‌توان نوشت:

$$a_6=a_1+5d=23 \xrightarrow{d=4} a_1=3$$

مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول a_1 و قدرنسبت d از رابطهٔ $S_n=\frac{n}{2}[2a_1+(n-1)d]$ به‌دست می‌آید، پس داریم:

$$S_n=\frac{n}{2}(6+(n-1)\times 4)<210\Rightarrow 2n^2+n-210<0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(2n-20)(2n+21)<0\Rightarrow -\frac{21}{2}<n<10\Rightarrow \xrightarrow{n\in\mathbb{N}} 1\le n\le 9$$

بنابراین مجموع حداکثر ۹ جملهٔ اول از این دنباله کم‌تر از ۲۱۰ است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱۰۵- **گزینهٔ «۴»** *(حمید علیزاده)*

A و B را ساده می‌کنیم:

$$A=\sqrt[3]{2^2\sqrt{2^5\times 2^{\frac{3}{2}}}}=\sqrt[3]{2^2\sqrt{2^{\frac{13}{2}}}}=\sqrt[3]{2^2\times 2^{\frac{13}{4}}}$$

$$=\sqrt[3]{2^{\frac{21}{4}}}=2^{\frac{7}{4}}$$

$$B=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=(2-\sqrt{3})^{-1}$$

پس داریم:

$$A^{\frac{2}{7}}\times B^{-\frac{1}{2}}=(2^{\frac{7}{4}})^{\frac{2}{7}}\times((2-\sqrt{3})^{-1})^{-\frac{1}{2}}=\sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}$$

$$=\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}=\sqrt{3}-1$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۸)

۱۰۶- **گزینهٔ «۴»** *(خرامرز سپهری)*

شرط آنکه f اکیداً یکنوا باشد آن است که صعودی اکید یا نزولی اکید باشد، بنابراین در ابتدا تابع f را به‌صورت چند ضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x)=\begin{cases}(a+2)x-6 ; x\ge 3\\ (a-2)x+6 ; x<3\end{cases}$$

حال اگر f صعودی اکید باشد، هر دو تابع خطی باید دارای شیب مثبت باشند:

$$\begin{cases}a+2>0\Rightarrow a>-2\\ a-2>0\Rightarrow a>2\end{cases}\xrightarrow{\cap} a>2$$

و اگر f نزولی اکید باشد، هر دو تابع خطی باید دارای شیب منفی باشند:

$$\begin{cases}a+2<0\Rightarrow a<-2\\ a-2<0\Rightarrow a<2\end{cases}\xrightarrow{\cap} a<-2$$

پس باید $|a|>2$ باشد تا f یکنوای اکید گردد.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۰۷- **گزینهٔ «۲»** (وحید ون‌آبادی)

مختصات نقطه‌ای روی خط $y=-x+2$ را $(x_0, 2-x_0)$ در نظر می‌گیریم و فاصلهٔ این نقطه از خط $x-3y-3=0$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$d=\frac{|x_0-3(2-x_0)-3|}{\sqrt{1+9}}=\frac{|4x_0-9|}{\sqrt{10}}=\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow |4x_0-9|=10 \Rightarrow \begin{cases} 4x_0-9=-10 \Rightarrow 4x_0=-1 \Rightarrow \begin{vmatrix} x_0=\frac{-1}{4} \\ y_1=\frac{9}{4} \end{vmatrix} \\ 4x_0-9=10 \Rightarrow 4x_0=19 \Rightarrow \begin{vmatrix} x_0=\frac{19}{4} \\ y_2=\frac{-11}{4} \end{vmatrix} \end{cases}$$

پس مختصات دو نقطهٔ مورد نظر $(-\frac{1}{4}, \frac{9}{4})$ و $(\frac{19}{4}, -\frac{11}{4})$ هستند.

$$\Rightarrow y_1+y_2=\frac{-2}{4}=\frac{-1}{2}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۱۰۸- **گزینهٔ «۴»** (شاهین پروازی)

دامنهٔ معادله به‌صورت $(-\infty, \frac{1}{2}]$ است آن را به‌صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\sqrt{1-2x}+|2x-1|=1 \xrightarrow{x\le\frac{1}{2}} \sqrt{1-2x}+1-2x=1$$

$$\Rightarrow \sqrt{1-2x}=2x \; ; \; x\in[0, \frac{1}{2}]$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 1-2x=4x^2 \Rightarrow 4x^2+2x-1=0$$

$$\Rightarrow x_1, x_2=\frac{-2\pm\sqrt{20}}{8}=\frac{-2\pm2\sqrt{5}}{8}$$

با توجه به دامنه، ریشهٔ $a=\frac{2\sqrt{5}-2}{8}$ قابل قبول است.

$$\Rightarrow 8a+2=2\sqrt{5}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۱۰۹- **گزینهٔ «۲»** (شاهین پروازی)

در ابتدا با توجه به دامنهٔ f، مقدار a را می‌یابیم:

$$D_f: ax-1>0 \Rightarrow ax>1$$

$$\begin{cases} a>0: x>\frac{1}{a} \\ a<0: x<\frac{1}{a} \end{cases} \xrightarrow[a<0]{D_f=(-\infty, a)} \frac{1}{a}=a \Rightarrow a^2=1 \Rightarrow a=-1$$

$$\Rightarrow f(x)=\log_8(-x-1)+b$$

مختصات نقطهٔ مورد نظر باید در ضابطهٔ f صدق کند:

$$f(-9)=1 \Rightarrow \log_8 8+b=1 \Rightarrow b=0 \Rightarrow f(x)=\log_8(-x-1)$$

$$\Rightarrow f(-33)=\log_8 32=\log_{2^3} 2^5=\frac{5}{3}\log_2^2=\frac{5}{3}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱۱۰- **گزینهٔ «۴»** (کاظم اجلالی)

آهنگ تغییر متوسط برابر است با:

$$\frac{f(\frac{\pi}{2})-f(0)}{\frac{\pi}{2}-0}=\frac{\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{2}-0}{\frac{\pi}{2}}=1$$

می‌دانیم که آهنگ تغییر لحظه‌ای در هر نقطه برابر مشتق تابع در آن نقطه است.

آهنگ تغییر لحظه‌ای $= f'(x)=\sin x+x\cos x$

گزینهٔ «۱»: $f'(\frac{\pi}{6})=\sin\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}\pi}{12}\neq 1$

گزینهٔ «۲»: $f'(\frac{\pi}{4})=\sin\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\pi}{4}\neq 1$

گزینهٔ «۳»: $f'(\frac{\pi}{3})=\sin\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\pi}{6}\neq 1$

گزینهٔ «۴»: $f'(\frac{\pi}{2})=\sin\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{2}=1+0=1$

بنابراین در نقطهٔ $x=\frac{\pi}{2}$ چنین خاصیتی وجود دارد.

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

۱۱۱- **گزینهٔ «۲»** (کاظم اجلالی)

تابع $y=\sqrt[3]{x-3}$ در نقطهٔ $x=3$ مشتق‌پذیر نیست، زیرا خط مماس آن قائم است، بنابراین تابع $f(x)=2x+\sqrt[3]{x-3}$ نیز در این نقطه مشتق‌پذیر نیست.

پس باید $f^{-1}(3)=b$ را حساب کنیم. فرض کنید $f^{-1}(3)=b$ باشد، داریم:

$$f(b)=3 \Rightarrow 2b+\sqrt[3]{b-3}=3$$

با استفاده از گزینه‌ها، واضح است که $b=2$ در معادلهٔ بالا صدق می‌کند.

البته این معادله به‌صورت زیر حل می‌شود:

$$\sqrt[3]{b-3}=3-2b \xrightarrow{\text{توان ۳}} b-3=27-54b+36b^2-8b^3$$

$$\Rightarrow 8b^3-36b^2+55b-30=0 \Rightarrow (b-2)(8b^2-20b+15)=0$$

در معادلهٔ $8b^2-20b+15=0$ مقدار Δ منفی است و این معادله جواب ندارد.

پس $b=2$ تنها جواب معادله است و در نتیجه $f^{-1}(3)=2$ است.

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۱۲- **گزینهٔ «۳»** *(علی سلامت)*

$f(x)=x^۲-۲x+۳$ یک تابع درجه دوم دارای مینیمم است که برد آن برابر است با:

$$f(x)=x^۲-۲x+۳\Rightarrow x_S=-\frac{b}{۲a}=۱$$

$$\Rightarrow y_S=f(۱)=۲\Rightarrow R_f=[۲,+\infty)$$

از آنجا که تابع f در هیچ نقطه‌ای برابر -۱ نمی‌شود، دامنهٔ تابع gof همین برد تابع f است، پس برد تابع gof، برد تابع g است به‌ازای دامنهٔ $[۲,+\infty)$.

تابع g روی بازهٔ $[۲,+\infty)$ اکیداً صعودی است، پس نقاط ابتدا و انتهای آن برد را می‌سازند:

$$\begin{cases} g(۲)=۳ \\ \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{۴x}{x}=۴ \end{cases}\Rightarrow R_{gof}=[۳,۴)$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰

حسابان ۲- حدهای نامتناهی ـ حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲)

۱۱۳- **گزینهٔ «۱»** *(کاظم اجلالی)*

$$\sin(x+\frac{\pi}{۴})=۲\sqrt{۲}\cos x$$

$$\Rightarrow \sin x\cos\frac{\pi}{۴}+\sin\frac{\pi}{۴}\cos x=۲\sqrt{۲}\cos x$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۲}\sin x+\frac{\sqrt{۲}}{۲}\cos x=۲\sqrt{۲}\cos x\Rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۲}\sin x=\frac{۳}{۲}\sqrt{۲}\cos x$$

$$\Rightarrow \sin x=۳\cos x\Rightarrow \tan x=۳$$

$$\Rightarrow \tan(x+\frac{\pi}{۳})=\frac{\tan x+\tan\frac{\pi}{۳}}{۱-\tan x\tan\frac{\pi}{۳}}=\frac{۳+\sqrt{۳}}{۱-۳\sqrt{۳}}$$

$$=\frac{(۳+\sqrt{۳})(۱+۳\sqrt{۳})}{(۱-۳\sqrt{۳})(۱+۳\sqrt{۳})}=\frac{۳+۹\sqrt{۳}+\sqrt{۳}+۹}{۱-۲۷}=-\frac{۶+۵\sqrt{۳}}{۱۳}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحهٔ ۴۲)

۱۱۴- **گزینهٔ «۴»** *(شاهین پروازی)*

هر کدام از ضابطه‌ها روی دامنه‌شان مشتق‌پذیر هستند، پس برای مشتق‌پذیری تابع روی $\mathbb{R}$ لازم است تابع در $x=۰$ مشتق‌پذیر باشد، یعنی ابتدا در این نقطه باید پیوسته باشد:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to۰^-} f(x)=\lim\limits_{x\to۰^-}\frac{ax-۱}{x-۱}=۱ \\ f(۰)=\lim\limits_{x\to۰^+} f(x)=\sqrt{b}+a \end{cases}\xrightarrow{\text{پیوستگی}} a+\sqrt{b}=۱\ (*)$$

حال از تابع مشتق می‌گیریم:

$$f'(x)=\begin{cases}\frac{۱-a}{(x-۱)^۲}; x<۰\\ \frac{۱}{۲\sqrt{x+b}}; x\geq ۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}f'_-(۰)=۱-a\\ f'_+(۰)=\frac{۱}{۲\sqrt{b}}\end{cases}$$

شرط مشتق‌پذیری آن است که $f'_-(۰)=f'_+(۰)$ باشد:

$$۱-a=\frac{۱}{۲\sqrt{b}}\xrightarrow{(*)}\sqrt{b}=\frac{۱}{۲\sqrt{b}}\Rightarrow ۲b=۱\Rightarrow b=\frac{۱}{۲}$$

$$\xrightarrow{(*)}a=۱-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\Rightarrow a-۲b=۱-\frac{\sqrt{۲}}{۲}-۱=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۱۱۵- **گزینهٔ «۲»** *(شاهین پروازی)*

مشخص است که $x_۱$ در دامنه قرار ندارد، پس ریشهٔ مخرج است:

$$-x-\sqrt{۴-۳x}=۰\Rightarrow -x=\sqrt{۴-۳x}\xrightarrow{\text{توان ۲}}x^۲+۳x-۴=۰$$

$$\Rightarrow (x+۴)(x-۱)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=-۴\\ x=۱\end{cases}\xrightarrow{x_۱<۰}x_۱=-۴$$

همچنین حد تابع در $x_۱=-۴$ برابر ۸ است، پس داریم:

$$\lim_{x\to-۴} f(x)=۸\Rightarrow \lim_{x\to-۴}\frac{x^۲+ax+b}{-x-\sqrt{۴-۳x}}=۸$$

با توجه به اینکه مخرج صفر است، صورت کسر نیز باید صفر شود:

$$۱۶-۴a+b=۰\ (*)$$

حال برای حاصل حد از قضیهٔ هوپیتال استفاده می‌کنیم:

$$\xrightarrow{Hop}\lim_{x\to-۴}\frac{۲x+a}{-۱-\frac{-۳}{۲\sqrt{۴-۳x}}}=\frac{-۸+a}{-\frac{۵}{۸}}=۸$$

$$\Rightarrow -۸+a=-۵\Rightarrow a=۳\xrightarrow{(*)}b=-۴$$

$$\Rightarrow a+b=-۱$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۱۶- **گزینهٔ «۱»** *(کاظم اجلالی)*

ضابطهٔ تابع را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$f(x)=۲a\cos^۲(b\pi x)-۱=a(۱+\cos(۲b\pi x))-۱=a\cos(۲b\pi x)+a-۱$$

بنابراین بیش‌ترین مقدار تابع برابر $a-۱+|a|$ است که مطابق شکل با ۳ برابر است.

$$a-۱+|a|=۳\Rightarrow a+|a|=۴$$

اگر $a\leq ۰$ باشد، $a-a=۴$ است که قابل قبول نیست.

اگر $a>۰$ باشد، $a+a=۴$ است که در نتیجه $a=۲$ قابل قبول است.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

از طرف دیگر دورهٔ تناوب تابع برابر $\frac{2\pi}{|2b|\pi}$ است که با توجه به نمودار برابر ۳ است، پس داریم:

$$\frac{2\pi}{|2b|\pi}=3\Rightarrow|b|=\frac{1}{3}$$

در نتیجه $|ab|=\frac{2}{3}$ است.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۱۷- **گزینهٔ «۳»** (جوانبخش نیکنام)

با استفاده از اتحادها شکل معادله را عوض می‌کنیم:

$$6(\frac{1-\cos 2x}{2})+2(1-\cos^2 2x)=5\Rightarrow 2\cos^2 2x+3\cos 2x=0$$

$$\Rightarrow \cos 2x\underbrace{(2\cos 2x+3)}_{\neq 0}=0\Rightarrow \cos 2x=0\Rightarrow 2x=k\pi+\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\;;\;k\in\mathbb{Z},$$

جواب‌های بازهٔ $[0,2\pi]$ عبارت‌اند از $\frac{\pi}{4}$، $\frac{3\pi}{4}$، $\frac{5\pi}{4}$ و $\frac{7\pi}{4}$ که مجموع آن‌ها برابر 4π است.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۱۸- **گزینهٔ «۱»** (افشین خاصه‌خان)

شیب خط مماس بر نمودار تابع f در $x=2$ برابر $\frac{2}{3}$ است، $\frac{2}{2-(-1)}=\frac{2}{3}$

پس $f'(2)=\frac{2}{3}$ است. حال برای مشتق اول و دوم تابع $y=f(\sqrt{x})$، طبق تعریف مشتق تابع مرکب می‌توان نوشت:

$$y=f(\sqrt{x})\Rightarrow y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}f'(\sqrt{x}),$$

$$y''=-\frac{1}{4x\sqrt{x}}f'(\sqrt{x})+\frac{1}{4x}f''(\sqrt{x})$$

$$\xrightarrow{x=4} y''=\frac{-1}{4\times 4\sqrt{4}}f'(\sqrt{4})+\frac{1}{4\times 4}f''(\sqrt{4})=0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{16}f''(2)=\frac{1}{32}\underbrace{f'(2)}_{\frac{2}{3}}\Rightarrow f''(2)=\frac{1}{3}$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۸)

۱۱۹- **گزینهٔ «۴»** (حمید علیزاده)

دامنهٔ تابع بازهٔ $[-1,1]$ است، بنابراین از تابع مشتق می‌گیریم و طول نقاط بحرانی درون این بازه را پیدا می‌کنیم.

$$y'=1-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\xrightarrow{y'=0} x=\sqrt{1-x^2}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2=1-x^2\Rightarrow 2x^2=1\Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

حال مقدار تابع را در این نقاط و همچنین ابتدا و انتهای بازه حساب می‌کنیم.

$$f(-1)=-1\;,\;f(-\frac{\sqrt{2}}{2})=0\;,\;f(\frac{\sqrt{2}}{2})=\sqrt{2}\;,\;f(1)=1$$

پس نقطهٔ $(-1,-1)$ مینیمم مطلق تابع و نقطهٔ $(\frac{\sqrt{2}}{2},\sqrt{2})$ نیز ماکزیمم مطلق آن است. در نتیجه شیب خط گذرا از این دو نقطه برابر است با:

$$m=\frac{\sqrt{2}-(-1)}{\frac{\sqrt{2}}{2}-(-1)}=\frac{\sqrt{2}+1}{\frac{\sqrt{2}+2}{2}}=2(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+2})=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۲۰- **گزینهٔ «۱»** (کاظم اجلالی)

ابتدا طول نقاط بحرانی را حساب می‌کنیم:

$$f'(x)=\frac{2x(x+1)-x^2}{(x+1)^2}=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}=1-\frac{1}{(x+1)^2}$$

$$f'(x)=0\Rightarrow x=0\;,\;-2$$

همچنین در $x=-1$ مشتق وجود ندارد. از طرف دیگر برای f'' نیز داریم:

$$f''(x)=\frac{2}{(x+1)^3}$$

بنابراین جدول تغییرات تابع f به‌صورت زیر است:

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	∄	$-$	0	$+$	
$f''(x)$		$-$		$-$	∄	$+$		$+$	

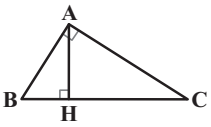
بنابراین تابع f روی بازهٔ $(-1,-2)$ و هر زیرمجموعه‌ای از آن نزولی با تقعر به سمت پایین است. پس حداکثر مقدار $b-a$ برابر $1-(-2)=-1$ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲ و ۱۲۷ تا ۱۳۰)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۲۱- **گزینهٔ «۳»** (محمد خندان)

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:



$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow (2BH)^2 = BH \times CH$$

$$\Rightarrow 4BH^2 = BH \times CH \Rightarrow CH = 4BH$$

$$\Rightarrow BC = 5BH$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow AB^2 = \frac{1}{5}BC \times BC$$

$$\Rightarrow BC^2 = 5AB^2 \Rightarrow BC = \sqrt{5}\,AB$$

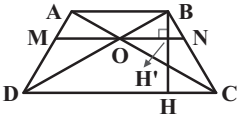
(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۱۲۲- **گزینهٔ «۴»** (امیر وفائی)

ارتفاع وارد از رأس C بر ضلع ON در مثلث ONC، برابر ارتفاع وارد از رأس O بر ضلع DC در مثلث ODC است، پس نسبت مساحت‌های این دو مثلث با نسبت قاعده‌هایی که این ارتفاع‌ها بر آن‌ها وارد می‌شوند، برابر است.

$$\frac{S_{ONC}}{S_{ODC}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{ON}{DC} = \frac{1}{4}$$

از طرفی $ON \parallel DC$، پس طبق قضیهٔ اساسی تشابه، دو مثلث BON و BDC متشابه‌اند و نسبت ارتفاع‌ها در این دو مثلث، برابر نسبت اضلاع متناظر است.



$$\frac{BH'}{BH} = \frac{ON}{DC} = \frac{1}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{BH'}{HH'} = \frac{1}{3}$$

همچنین دو مثلث OAB و ODC با هم متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{BH'}{HH'} = \frac{1}{3}$$

با فرض $ON = x$ داریم:

$$\frac{S_{BON}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2}ON \times BH'}{\frac{1}{2}(AB+CD) \times BH} = \frac{ON}{AB+CD} \times \frac{BH'}{BH}$$

$$\frac{x}{\frac{4}{3}x + 4x} \times \frac{1}{4} = \frac{x}{\frac{16}{3}x} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{64}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۴۱)

۱۲۳- **گزینهٔ «۱»** (فرزانه خاکپاش)

مجموع زوایای هر n‌ضلعی محدب برابر $(n-2)\times 180^\circ$ است، بنابراین داریم:

$$2\times 120^\circ + (n-2)\times 150^\circ = (n-2)\times 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2\times 120^\circ = (n-2)\times(180^\circ - 150^\circ)$$

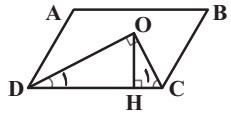
$$\Rightarrow (n-2)\times 30^\circ = 240^\circ \Rightarrow n-2 = 8 \Rightarrow n = 10$$

از هر رأس یک n‌ضلعی محدب، $n-3$ قطر می‌گذرد، پس از هر رأس یک ده‌ضلعی محدب، ۷ قطر عبور می‌کند.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۵۵)

۱۲۴- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین ابومحبوب)

در متوازی‌الاضلاع هر دو زاویهٔ مجاور مکمل یکدیگرند، بنابراین داریم:



$$\hat{C} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 + \hat{D}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{O} = 90^\circ$$

همچنین در هر متوازی‌الاضلاع، زوایای مقابل با هم برابرند، پس داریم:

$$\hat{D}_1 = \frac{\hat{D}}{2} = \frac{\hat{B}}{2} = 15^\circ$$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ COD، یکی از زوایای حاده برابر 15° است، پس طول ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ طول وتر است و در نتیجه داریم:

$$S_{COD} = \frac{1}{2}OH \times CD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}CD \times CD$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 12 = 18$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹ و ۶۴)

۱۲۵- **گزینهٔ «۲»** (محمد خندان)

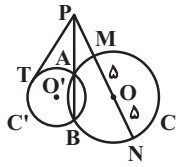
چهار یال FG، CG، EH، DH هر کدام با یال AB متنافرند. حال در صورت انتخاب دو جفت یال (DH , FG) و (EH , CG)، در هر جفت دو یال متنافر با یکدیگر و همچنین متنافر با یال AB هستند.

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

۱۲۶- **گزینهٔ «۲»** (سرژ یقیازاریان‌تبریزی)

طبق روابط طولی در دایرهٔ C' داریم:

$$PT^2 = PA \times PB \Rightarrow PA \times PB = 12^2 = 144 \quad (1)$$



مطابق شکل فرض کنید پاره‌خط PO و امتداد آن، دایرهٔ C را به‌ترتیب در نقاط M و N قطع کرده باشد. در این صورت طبق روابط طولی در دایرهٔ C داریم:

$$PM \times PN = PA \times PB$$

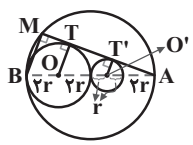
$$\xrightarrow{(1)} (PO-5)(PO+5) = 144$$

$$\Rightarrow PO^2 - 25 = 144 \Rightarrow PO^2 = 169 \Rightarrow PO = 13$$

(هندسه ۱- دایره؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱۲۷- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

با توجه به اطلاعات داده شده می‌توانیم نمودار زیر را رسم کنیم.



$TT' = \sqrt{(r+2r)^2 - (2r-r)^2} = 2\sqrt{2}\,r$ (مماس مشترک خارجی)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$\overset{\triangle}{AOT}: OT \parallel O'T' \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{TT'}{AT} = \frac{OO'}{AO} = \frac{۳r}{۶r} = \frac{۱}{۲}$$

$$AT = ۲TT' = ۴\sqrt{۲}\,r$$

$$\overset{\triangle}{AMB}: BM \parallel OT \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{AT}{TM} = \frac{AO}{OB} = \frac{۶r}{۲r}$$

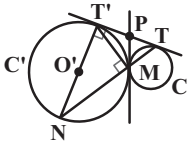
$$\Rightarrow \frac{۴\sqrt{۲}\,r}{TM} = ۳ \Rightarrow TM = \frac{۴\sqrt{۲}\,r}{۳}$$

$$AM = AT + TM = ۴\sqrt{۲}\,r + \frac{۴\sqrt{۲}}{۳}r = \frac{۱۶\sqrt{۲}}{۳}r$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۱۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(امیر وفائی)*

مطابق شکل فرض کنید مماس مشترک داخلی دو دایره، مماس مشترک خارجی دو دایرهٔ (TT') را در نقطهٔ P قطع کند. در این صورت داریم:



$$\left.\begin{matrix} PM = PT \\ PM = PT' \end{matrix}\right\} \Rightarrow PM = PT = PT'$$

یعنی پاره‌خط MP میانهٔ وارد بر ضلع TT' در مثلث MTT' و نصف ضلع TT' است، پس این مثلث قائم‌الزاویه است و در نتیجه داریم:

$$T\hat{M}T' = ۹۰^\circ \Rightarrow T'\hat{M}N = ۹۰^\circ$$

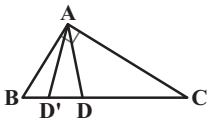
بنابراین زاویهٔ $T'MN$، زاویهٔ محاطی روبه‌رو به قطر در دایرهٔ C' است و در نتیجه NT' قطر این دایره است.

$$TT' = ۲\sqrt{RR'} = ۲\sqrt{۲\times ۸} = ۸$$

$$S_{NTT'} = \frac{۱}{۲}NT' \times TT' = \frac{۱}{۲}\times ۱۶ \times ۸ = ۶۴$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۱۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*



$$\overset{\triangle}{ABC}: BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ = ۹^۲ + ۱۲^۲ = ۲۲۵ \Rightarrow BC = ۱۵$$

طبق قضیهٔ نیمسازها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{BD}{BC} = \frac{AB}{AB + AC}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{۱۵} = \frac{۹}{۲۱} \Rightarrow BD = \frac{۱۵\times ۹}{۲۱} = \frac{۴۵}{۷}$$

نسبت تجانس برابر $k = \frac{BD}{BC} = \frac{۳}{۷}$ است، پس اگر D' تصویر نقطهٔ D در این تجانس باشد، آنگاه داریم:

$$\frac{BD'}{BD} = k \Rightarrow \frac{BD'}{\frac{۴۵}{۷}} = \frac{۳}{۷} \Rightarrow BD' = \frac{۴۵}{۷}\times\frac{۳}{۷} = \frac{۱۳۵}{۴۹}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۱۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(اخشین خاصه‌خان)*

مطابق شکل داریم:

$$A\hat{O}B = \frac{۳۶۰^\circ}{۸} = ۴۵^\circ$$

$$S_{AOB} = \frac{۱}{۲}OA \times OB \times \sin(A\hat{O}B) = \frac{۱}{۲}\times ۴\sqrt{۲} \times ۴\sqrt{۲} \times \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$= \frac{۱}{۲}\times \sqrt{۲} \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{۱}{۲}$$

$$S_{\text{هشت‌ضلعی}} = ۸\,S_{AOB} = ۸\times\frac{۱}{۲} = ۴$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۸ و ۲۹

روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

۱۳۱- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$C = AB = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ & ۱ \\ ۳ & ۰ & -۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۲ & ۱ \\ ۳ & -۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ & -۵ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix}$$

$$C^۲ = \begin{bmatrix} ۳ & -۵ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ & -۵ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۹ & -۱۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$C^۲ \text{ مجموع درایه‌های } = ۹ + (-۱۰) + ۰ + ۱ = ۰$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(امیر وفائی)*

$$\frac{۳}{۲}A = ۳I - ۶A^{-۱} \xrightarrow{\times\frac{۲}{۳}} A = ۲I - ۴A^{-۱}$$

$$\xrightarrow{\times A} A^۲ = ۲A - ۴I = ۲(۲I - ۴A^{-۱}) - ۴I = ۴I - ۸A^{-۱} - ۴I$$

$$\Rightarrow A^۲ = -۸A^{-۱} \xrightarrow{\times A} A^۳ = -۸I \Rightarrow |A^۳| = |-۸I|$$

$$\Rightarrow |A|^۳ = (-۸)^۳ |I| = (-۸)^۳ \times ۱ = (-۸)^۳ \Rightarrow |A| = -۸$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۷ تا ۳۱)

۱۳۳- **گزینهٔ «۲»** *(خرزانه فاکپاش)*

با توجه به دستور ساروس برای محاسبهٔ دترمینان ماتریس‌های ۳×۳ داریم:

$$\begin{vmatrix} x & -۱ & ۱ \\ x^۲ & ۱ & -۱ \\ x & x^۲ & x \end{vmatrix} = (x^۲ + x + x^۴) - (x - x^۳ - x^۳) = ۰$$

$$\Rightarrow x^۴ + ۲x^۳ + x^۲ = ۰ \Rightarrow x^۲(x^۲ + ۲x + ۱) = ۰$$

$$\Rightarrow x^۲(x+۱)^۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x^۲ = ۰ \Rightarrow x = ۰ \\ (x+۱)^۲ = ۰ \Rightarrow x = -۱ \end{cases}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

خط d و دایرهٔ C در صورتی یکدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند که فاصلهٔ مرکز دایره از خط، کوچک‌تر از شعاع دایره باشد.

$$C: x^2+y^2-2x+2y-3=0$$

$$\text{مرکز دایره}: O(1,-1)$$

$$\text{شعاع دایره}: R=\frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2+2^2-4(-3)}=\sqrt{5}$$

اگر فاصلهٔ نقطهٔ O از خط $x-2y+m=0$ را با d نمایش دهیم، داریم:

$$d=\frac{|1-2(-1)+m|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{|m+3|}{\sqrt{5}}$$

$$d<R\Rightarrow\frac{|m+3|}{\sqrt{5}}<\sqrt{5}\Rightarrow|m+3|<5$$

$$\Rightarrow -5<m+3<5\Rightarrow -8<m<2$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۱۳۵- **گزینهٔ «۳»** *(احمدرضا فلاح)*

$$\overset{\Delta}{OA'B'}: A'B'^2=OA'^2+OB'^2=a^2+b^2\Rightarrow A'B'=\sqrt{a^2+b^2}$$

طبق فرض سؤال داریم:

$$A'B'=a+c\Rightarrow\sqrt{a^2+b^2}=a+c\xrightarrow{\text{به توان ۲}}a^2+b^2=(a+c)^2$$

$$a^2+(a^2-c^2)=a^2+c^2+2ac$$

$$\Rightarrow 2c^2+2ac-a^2=0\xrightarrow{\div a^2}2(\frac{c}{a})^2+2(\frac{c}{a})-1=0$$

با حل معادله از روش Δ داریم:

$$\Delta=2^2-4(2)(-1)=12$$

$$\frac{c}{a}=\frac{-2\pm2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}\\ \frac{c}{a}=\frac{-\sqrt{3}-1}{2}<0\ \text{غ‌ق‌ق}\end{cases}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۱۳۶- **گزینهٔ «۱»** *(خرزانه خاکپاش)*

چون شعاع بازتابش موازی محور تقارن سهمی خارج شده است، پس شعاع تابش از کانون سهمی عبور کرده است. بنابراین معادلهٔ سهمی را به حالت متعارف تبدیل کرده و مختصات کانون سهمی را به‌دست می‌آوریم.

$$y^2+2y-4x+5=0\Rightarrow y^2+2y+1=4x-4$$

$$\Rightarrow (y+1)^2=4(x-1)$$

سهمی رو به راست باز می‌شود و $A(1,-1)$ رأس و $a=1$ فاصلهٔ کانونی آن است و داریم:

$$\text{کانون}: F(1+1,-1)=(2,-1)$$

اگر B نقطهٔ تلاقی پرتو تابش با سهمی باشد، آنگاه داریم:

$$y^2+2y-4x+5=0\xrightarrow{y=1}-4x+8=0\Rightarrow x=2\Rightarrow B(2,1)$$

شعاع تابش از نقاط $F(2,-1)$ و $B(2,1)$ عبور کرده است، پس معادلهٔ آن به‌صورت $x=2$ است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۶)

۱۳۷- **گزینهٔ «۴»** *(سرژ یقیازاریان‌تبریزی)*

بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-\vec{b}$، قطرهای متوازی‌الاضلاعی هستند که بر روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود. چون $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$، پس این متوازی‌الاضلاع دارای قطرهای برابر بوده و در نتیجه یک مستطیل است. پس بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمودند و داریم:

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Rightarrow 2m-2-m=0\Rightarrow m=2\Rightarrow\begin{cases}\vec{a}=(1,2,-2)\\ \vec{b}=(4,-1,1)\end{cases}$$

$$|\vec{a}|=\sqrt{1+4+4}=\sqrt{9}=3$$

$$|\vec{b}|=\sqrt{16+1+1}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$$

مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی دو بردار $\vec{a}+\vec{b}$ و $5\vec{a}-2\vec{b}$ برابر است با:

$$S=|(\vec{a}+\vec{b})\times(5\vec{a}-2\vec{b})|=|\underbrace{5\vec{a}\times\vec{a}}_{\vec{0}}-2\vec{a}\times\vec{b}+5\vec{b}\times\vec{a}-2\underbrace{\vec{b}\times\vec{b}}_{\vec{0}}|$$

$$=7|\vec{b}\times\vec{a}|=7|\vec{b}||\vec{a}|\sin 90^\circ=7\times3\sqrt{2}\times3\times1=63\sqrt{2}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

۱۳۸- **گزینهٔ «۲»** *(احمدرضا فلاح)*

بردار $\vec{a}\times\vec{b}$ بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ عمود است، پس بر هر بردار موجود در صفحهٔ این دو بردار از جمله بردار $\vec{a}-\vec{b}$ نیز عمود خواهد بود. بنابراین داریم:

$$|\vec{a}-\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}$$

$$=2^2+(\sqrt{2})^2-2\times2\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4+2-4=2\Rightarrow|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{2}$$

$$|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin 45^\circ=2\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2$$

$$|(\vec{a}-\vec{b})\times(\vec{a}\times\vec{b})|=|\vec{a}-\vec{b}||\vec{a}\times\vec{b}|\sin 90^\circ$$

$$=\sqrt{2}\times2\times1=2\sqrt{2}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

۱۳۹- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

یک ترکیب شرطی تنها در حالتی نادرست است که گزارهٔ مقدم آن درست و گزارهٔ تالی آن نادرست باشد. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: اگر هر سه گزارهٔ p، q و r درست باشند، آنگاه گزارهٔ $q\Rightarrow\sim r$ نادرست است.

گزینهٔ «۲»: اگر هر سه گزارهٔ p، q و r نادرست باشند، آنگاه گزارهٔ $\sim p\Rightarrow q$ نادرست است.

گزینهٔ «۳»: اگر p نادرست و r درست باشد، گزارهٔ $r\Rightarrow p$ نادرست است.

گزینهٔ «۴»: اگر p درست و q و r نادرست باشند، آنگاه هر سه گزارهٔ صورت سؤال به انتفای مقدم درست هستند.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۱۴۰- **گزینهٔ «۱»** *(خرزانه خاکپاش)*

نقیض ترکیب شرطی $p\Rightarrow q$ به‌صورت $p\wedge\sim q$ است. از طرفی نقیض گزارهٔ «$\forall x;P(x)$» به‌صورت «$\exists x;\sim P(x)$» است، بنابراین نقیض گزارهٔ صورت سؤال به شکل زیر است:

$$(\exists x\in\mathbb{R};x^2=2)\wedge\sim(\forall x\in\mathbb{R};x^2>0)$$

$$\equiv(\exists x\in\mathbb{R};x^2=2)\wedge(\exists x\in\mathbb{R};x^2\le0)$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۶)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۴۱- **گزینهٔ «۳»** *(سید وحید ذوالفقاری)*

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$(A'\cap B)\cup[(B\cap A)-B'] = (A'\cap B)\cup[\underbrace{B\cap A}_{(B\cap A)\subseteq B}\cap B]$$

$$= (B\cap A')\cup(B\cap A) = B\cap(A'\cup A) = B\cap U = B$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۱۴۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قضیهٔ جایگشت با تکرار، تعداد کلمات هشت حرفی ساخته شده با حروف کلمهٔ «می‌سی‌سی‌پی» برابر است با:

$$n(S) = \frac{8!}{4!\,2!}$$

حروف «ی» می‌توانند در ردیف‌های فرد یا ردیف‌های زوج کلمهٔ ساخته شده قرار بگیرند، پس تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

ی _ ی _ ی _ ی _ | _ ی _ ی _ ی _ ی

۴ × ۳ × ۲ × ۱ ، ۴ × ۳ × ۲ × ۱

$$n(A) = 2\times\frac{4!}{2!} = 4!$$

(۲! مخرج به‌خاطر وجود دو حرف «س» است.)

بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4!}{\frac{8!}{4!2!}} = \frac{2!\times4!\times4!}{8!} = \frac{1}{35}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱

ریاضیات گسسته ـ ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۱۴۳- **گزینهٔ «۴»** *(امیر وفائی)*

فرض کنید x تعداد دفعات پرتاب تیر توسط این فرد باشد. در این صورت داریم:

$$P(x\le3\,|\,x\ge2) = \frac{P(x=2\text{ یا }3)}{P(x\ge2)} = \frac{P(x=2)+P(x=3)}{1-P(x=1)}$$

$$= \frac{0/2\times0/8+0/2\times0/2\times0/8}{1-0/8} = \frac{0/2\times0/8(1+0/2)}{0/2}$$

$$= 0/8\times1/2 = 0/96$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۱۴۴- **گزینهٔ «۲»** *(امیر وفائی)*

بعد از برداشتن کارت اول، ۲ کارت با دو روی آبی و ۸ کارت با یک روی آبی و یک روی قرمز در جعبه موجود خواهد بود. اگر A پیشامد مشاهدهٔ یک روی آبی و B_1 و B_2 به‌ترتیب پیشامدهای انتخاب کارت دو رو آبی و کارت یک رو آبی و یک رو قرمز باشد، آنگاه طبق قانون بیز داریم:

$$P(B_1\,|\,A) = \frac{P(B_1)P(A\,|\,B_1)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{10}\times1}{\frac{2}{10}\times1+\frac{8}{10}\times\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\frac{2}{10}}{\frac{2}{10}+\frac{4}{10}} = \frac{\frac{2}{10}}{\frac{6}{10}} = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۱۴۵- **گزینهٔ «۴»** *(نیلوفر مهدوی)*

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۱، ۱، ۲، ۴، ۴، ۵، ۵، ۷، ۸، ۱۲، ۱۴، ۱۴، ۱۴

تعداد داده‌ها برابر ۱۳ است، پس دادهٔ هفتم میانهٔ داده‌هاست و میانهٔ شش دادهٔ اول، برابر چارک اول و میانهٔ شش دادهٔ آخر، برابر چارک سوم است.

$$Q_2 = 5,\ Q_1 = \frac{2+4}{2} = 3,\ Q_3 = \frac{12+14}{2} = 13$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 13-3 = 10$$

از طرفی مد داده‌ها برابر ۱۴ و میانگین داده‌ها برابر $\bar{x} = \frac{91}{13} = 7$ است، پس تنها گزینهٔ «۴» نادرست است.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۸)

۱۴۶- **گزینهٔ «۲»** *(خرزانه خاکپاش)*

میانگین نمونه: $\bar{x} = \frac{5+7+4+8}{4} = 6$

اگر $\bar{x}$ و n به‌ترتیب میانگین و اندازهٔ نمونه و σ انحراف معیار جامعه باشد، آنگاه میانگین جامعه با اطمینان ۹۵ درصد در بازهٔ $[\bar{x}-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x}+\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}]$ قرار دارد، بنابراین حداکثر مقدار برآورد شده برای میانگین جامعه براساس این نمونه برابر است با:

$$\bar{x}+\frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 6+\frac{2\times0/5}{\sqrt{4}} = 6+0/5 = 6/5$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۱۴۷- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

می‌دانیم اگر $a \overset{n}{\equiv} b$ و $m \mid n$، آنگاه $a \overset{m}{\equiv} b$. بنابراین داریم:

$$a \overset{42}{\equiv} 17 \xrightarrow{7\mid42} a \overset{7}{\equiv} 17 \equiv 2\times7+3 \Rightarrow a \overset{7}{\equiv} 3$$

$$a \overset{40}{\equiv} 29 \xrightarrow{8\mid40} a \overset{8}{\equiv} 29 \equiv 3\times8+5 \Rightarrow a \overset{8}{\equiv} 5$$

$$\left.\begin{array}{l} a \overset{7}{\equiv} 3 \Rightarrow a = 7q+3 \xrightarrow{\times8} 8a = 56q+24 \\ a \overset{8}{\equiv} 5 \Rightarrow a = 8q'+5 \xrightarrow{\times7} 7a = 56q'+35 \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} a = 56(q-q')-11 = 56(q-q')-56+56-11$$

$$\Rightarrow a = 56(q-q'-1)+45 \Rightarrow r = 45$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۲۱ و ۲۹)

۱۴۸- **گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا فلاح)*

$$41 \mid 3^n+1 \Rightarrow 3^n+1 \overset{41}{\equiv} 0 \Rightarrow 3^n \overset{41}{\equiv} -1 \quad (1)$$

بنابراین کافی است توان‌هایی از عدد ۳ را پیدا کنیم که عدد 3^n به پیمانهٔ ۴۱، همنهشت با (-1) باشد.

$$3^4 = 81 = 2\times41-1 \Rightarrow 3^4 \overset{41}{\equiv} -1$$

$$\xrightarrow{\text{به توان }(2k+1)} 3^{8k+4} \overset{41}{\equiv} (-1)^{2k+1} = -1$$

$$\xrightarrow{(1)} n = 8k+4\ (k\in\mathbb{Z})$$

$$10\le n\le99 \Rightarrow 10\le8k+4\le99 \Rightarrow 6\le8k\le95 \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} 1\le k\le11$$

بنابراین ۱۱ عدد طبیعی دو رقمی برای n وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۴۹- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$\overline{۴a۳b۱} \overset{۱۱}{\equiv} ۱-b+۳-a+۴ \overset{۱۱}{\equiv} ۸-(a+b) \overset{۱۱}{\equiv} ۱ \Rightarrow a+b \overset{۱۱}{\equiv} ۷$$

$$\Rightarrow a+b=۷ \text{ یا } ۱۸$$

$$\overline{۲a۳b} \overset{۹}{\equiv} ۲+a+۳+b \overset{۹}{\equiv} ۵+(a+b)$$

$$a+b=۷ \Rightarrow \overline{۲a۳b} \overset{۹}{\equiv} ۵+۷ \overset{۹}{\equiv} ۱۲ \overset{۹}{\equiv} ۳$$

$$a+b=۱۸ \Rightarrow \overline{۲a۳b} \overset{۹}{\equiv} ۵+۱۸ \overset{۹}{\equiv} ۲۳ \overset{۹}{\equiv} ۵$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۵۰- **گزینهٔ «۳»** *(امیر وفائی)*

معادلهٔ سیالهٔ خطی $ax+by=c$ در صورتی در مجموعهٔ اعداد صحیح دارای جواب است که $(a,b)|c$. بنابراین داریم:

$$(۲۴,۳۹)=۳|۲n+۱ \Rightarrow ۲n+۱ \overset{۳}{\equiv} ۰ \Rightarrow ۲n \overset{۳}{\equiv} -۱ \overset{۳}{\equiv} ۲$$

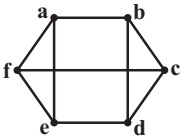
$$\xrightarrow[(۲,۳)=۱]{\div ۲} n \overset{۳}{\equiv} ۱ \Rightarrow n=۳k+۱ \ (k \in \mathbb{Z})$$

بنابراین بزرگ‌ترین عدد طبیعی سه رقمی با شرط مورد نظر، برابر ۹۹۷ و مجموع ارقام آن برابر ۲۵ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۵۱- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

نمودار گرافی ۳- منتظم از مرتبهٔ ۶ که دارای دورهایی به طول ۳ باشد، به‌صورت زیر است:



در این گراف با حذف هر یک از رئوس، دوری به طول ۵ وجود دارد که عبارت‌اند از:

abcdea , bafedb , aedcfa , bdefcb , aefcba , bdcfab

بنابراین ۶ دور به طول ۵ در این گراف وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- گراف ومدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ و ۳۸)

۱۵۲- **گزینهٔ «۴»** *(فرزانه خاکپاش)*

$N_G(a)$ مجموعهٔ همسایگی باز رأس a و فاقد خود رأس a است. اگر یال ab در گراف G وجود داشته باشد، آنگاه $a \notin N_G(a)$ ولی $a \in N_G(b)$، پس $N_G(a) \neq N_G(b)$. با توجه به اینکه برای هر دو رأس دلخواه a و b در گراف G، رابطهٔ $N_G(a)=N_G(b)$ برقرار است، پس این گراف هیچ یالی ندارد و مجموعهٔ همسایگی باز تمام رأس‌های آن تهی است. بنابراین در گراف G، هر رأس تنها قادر به احاطهٔ همان رأس است و در نتیجه $\gamma(G)=۶$ خواهد بود.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۶ و ۴۴)

۱۵۳- **گزینهٔ «۳»** *(امیدرضا فلاح)*

فرض کنید $S=\{۱۰,۱۱,۱۲,\ldots,۹۹\}$ و A و B زیرمجموعه‌هایی از S باشند که اعضای آن‌ها به‌ترتیب بخش‌پذیر بر ۴ بوده و در ارقام آن‌ها، ۴ وجود داشته باشد. در این صورت داریم:

$$|A|=[\frac{۹۹}{۴}]-[\frac{۹}{۴}]=۲۴-۲=۲۲$$

$|B|=$ تعداد کل دو رقمی‌ها $-$ تعداد دو رقمی‌های فاقد ۴

$$=۹\times۱۰-۸\times۹=۱۸$$

$$A \cap B=\{۲۴,۴۰,۴۴,۴۸,۶۴,۸۴\} \Rightarrow |A \cap B|=۶$$

$$|A \cup B|=|A|+|B|-|A \cap B|=۲۲+۱۸-۶=۳۴$$

خواستهٔ مسئله معادل مجموعهٔ $\bar{A} \cap \bar{B}$ است، بنابراین داریم:

$$|\bar{A} \cap \bar{B}|=|S|-|A \cup B|=۹۰-۳۴=۵۶$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۵۴- **گزینهٔ «۲»** *(فرزانه خاکپاش)*

فرض کنید دبیران ریاضیات گسسته، حسابان، شیمی و زبان انگلیسی را به‌ترتیب با شماره‌های ۱ تا ۴ مشخص کنیم و برنامهٔ کلاس A و دبیر ریاضیات گسسته مطابق مربع لاتین زیر باشد:

	جلسهٔ ۱	جلسهٔ ۲	جلسهٔ ۳	جلسهٔ ۴
A	۱	۲	۳	۴
B		۱		
C			۱	
D				۱

در این صورت سطر دوم مربع لاتین به یکی از سه روش زیر قابل پر کردن است:

۲	۱	۴	۳

۳	۱	۴	۲

۴	۱	۲	۳

در صورت انتخاب هر کدام از این حالت‌ها، مربع لاتین مورد نظر به دو شیوهٔ متمایز تکمیل می‌گردد. مثلاً با انتخاب حالت سمت چپ داریم:

۱	۲	۳	۴
۲	۱	۴	۳
۳	۴	۱	۲
۴	۳	۲	۱

۱	۲	۳	۴
۲	۱	۴	۳
۴	۳	۱	۲
۳	۴	۲	۱

بنابراین طبق اصل ضرب، برنامه‌ریزی این کار به $۳\times۲=۶$ طریق، امکان‌پذیر است.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۷۲)

۱۵۵- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق تعمیم اصل لانهٔ کبوتری، حداقل تعداد کبوترهایی که باید در n لانه قرار بگیرند تا مطمئن باشیم که حداقل k کبوتر در یک لانه قرار دارند، برابر $(k-۱)n+۱$ است.

هر کدام از درس‌های فیزیک و شیمی دارای ۲۱ نمرهٔ متمایز (اعداد صحیح از صفر تا ۲۰) است، پس تعداد لانه‌ها برابر $n=۲۱\times۲۱=۴۴۱$ بوده و با توجه به مقدار $k=۳$ داریم:

$$(k-۱)n+۱=۲\times۴۴۱+۱=۸۸۳$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

فیزیک

۱۵۶- **گزینهٔ «۱»** *(اخشین کردکتولی)*

با توجه به سازگاری یکاها در روابط فیزیکی، داریم:

$$[x]=[C]\Rightarrow C:\text{طول}$$

$$[x]=[B]s^2\Rightarrow[B]=\frac{m}{s^2}\Rightarrow[B]:\text{شتاب}$$

$$[x]=[\frac{ABt^3}{C}]\Rightarrow[A]=\frac{m\times m}{\frac{m}{s^2}\times s^3}=\frac{m}{s}\Rightarrow[A]:\text{سرعت}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحهٔ ۱۱)

۱۵۷- **گزینهٔ «۴»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: درست است. زیرا با توجه به قانون پایستگی انرژی داریم:

$$E_A=E_B\Rightarrow U_A=K_B$$

$$\Rightarrow \cancel{m}gh_A=\frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2\Rightarrow v_B=\sqrt{2gh_A}$$

$$\Rightarrow v_B=\sqrt{2\times10\times10}=\sqrt{200}=10\sqrt{2}\frac{m}{s}$$

گزینهٔ «۲»: درست است. زیرا با توجه به رابطهٔ کار و انرژی تلف شده، داریم:

$$W_f=\cancel{E}_C-E_A\Rightarrow -fd=-mgh_A$$

$$\xrightarrow{f=\mu_k\cdot mg}\mu_k\cdot mg\cdot d=mgh$$

$$\Rightarrow 0/5\times d=10\Rightarrow d=20m\Rightarrow \overline{BC}=20m$$

گزینهٔ «۳»: نادرست است. زیرا، کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_{mg}=+mgh=+2\times10\times10=+200J$$

بنابراین گزینه‌های «۱» و «۲» درست‌اند.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۴۹)

۱۵۸- **گزینهٔ «۱»** *(مسعود قهرمانی)*

$$V=20L\Rightarrow m=\rho\cdot V=0/02\times1000=20kg$$

$$Ra=\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}\Rightarrow Ra=\frac{\frac{W_{\text{خروجی}}}{t_1}}{\frac{W_{\text{ورودی}}}{t_2}}=\frac{\frac{mgh}{t_1}}{\frac{W_{\text{ورودی}}}{t_2}}$$

$$\Rightarrow Ra=\frac{\frac{20\times10\times15}{1}}{\frac{12000}{3}}=\frac{3000}{4000}=0/75\text{ یا }75\%$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۱۵۹- **گزینهٔ «۲»** *(محسن قندچلر)*

عبارات (آ) و (ث) صحیح می‌باشند.

عبارت (ب): هم مایعات و هم جامدات، در مقیاس نانو، دچار تغییرات فیزیکی می‌شوند.

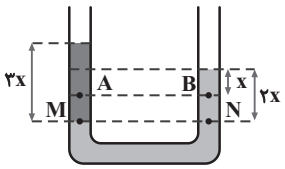
عبارت (پ): در کتاب‌های مرجع، نقطهٔ ذوب طلا در ابعاد بزرگ‌تر از نانو آورده شده است.

عبارت (ت): آب تا جایی بالا می‌رود که وزن آب بالا آمده در لوله، با نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و شیشه برابر شود.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۶۰ تا ۷۰)

۱۶۰- **گزینهٔ «۳»** *(شاهرمان ویسی)*

با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، چگالی مایع مجهول را محاسبه می‌کنیم.



$$P_M=P_N\Rightarrow\rho_x\cdot3x=10^3\times2x\Rightarrow\rho_x=\frac{2000}{3}\frac{kg}{m^3}$$

و از روی فشار در نقطهٔ B، x را محاسبه می‌کنیم.

$$P_B=P_0+\rho gh$$

$$\Rightarrow10^3\times10^3=10^5+10^3\times10\times x\Rightarrow10^3=100+10x\Rightarrow x=0/3m$$

حال برای فشار در نقطهٔ A داریم:

$$P_A=P_0+\rho_x gh_A=10^5+\frac{2000}{3}\times10\times0/6\Rightarrow P_A=104kPa$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۶)

۱۶۱- **گزینهٔ «۲»** *(بابک اسلامی)*

با دمیدن در بالای لولهٔ فشارسنج، طبق اصل برنولی، با افزایش تندی هوا، فشار داخل شاخهٔ سمت چپ لولهٔ U شکل کاهش می‌یابد.

با توجه به ثابت بودن فشار گاز درون مخزن، مقداری از مایع درون لولهٔ U شکل به شاخهٔ سمت چپ منتقل می‌شود تا با کاهش ارتفاع h، کاهش فشار هوا را جبران کند. بنابراین اندازهٔ فشار پیمانه‌ای کاهش می‌یابد.

$$P_0=\rho gh+P_{\text{گاز}}\Rightarrow|P_{\text{گاز}}-P_0|=\rho gh$$

نکته: طبق تعریف فشار پیمانه‌ای برابر است با:

$$P_g=P_{\text{گاز}}-P_0$$

در این سؤال فشار پیمانه‌ای منفی است و بیانگر این نکته است که فشار گاز از فشار هوا کم‌تر است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۸۲ تا ۸۶)

۱۶۲- **گزینهٔ «۳»** *(شاهرمان ویسی)*

از روی نمودار مشخص است طول اولیهٔ میله 80cm بوده و پس از ۳۰ دقیقه طولش به 80/24cm رسیده است، داریم:

$$\left.\begin{matrix}Q=mc\Delta\theta\\Q=Pt\end{matrix}\right\}\Rightarrow Pt=mc\Delta\theta$$

$$\Rightarrow10^2\times30\times60=2\times600\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=150^\circ C$$

همچنین طبق رابطهٔ انبساط طولی می‌توان نوشت:

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow0/24=80\alpha\Delta\theta$$

$$\xrightarrow{\Delta\theta=150^\circ C}\alpha=2\times10^{-5}\frac{1}{K}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۵ تا ۹۸)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۶۳- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

چون در نهایت مخلوط آب و یخ داریم، پس دمای تعادل صفر درجهٔ سلسیوس است و داریم:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{یخ}} = 0$$

$$\Rightarrow mc_{\text{آب}}\Delta\theta + m'L_F = 0$$

$$\xrightarrow{L_F = 80 c_{\text{آب}}} m(-100) + 80m' = 0 \Rightarrow m = 0/8m'$$

که در آن m' جرم یخ ذوب شده است. از طرفی داریم:

$$m + m' = 630 \Rightarrow 1/8m' = 630 \Rightarrow m' = 350g$$

بنابراین: $\text{جرم یخ ذوب نشده} = 480 - 350 = 130g$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۶)

۱۶۴- **گزینهٔ «۳»** *(شارمان ویسی)*

چون آهنگ رسانش گرمایی دو میله یکسان است، داریم:

$$H_1 = H_2 \Rightarrow k_1\frac{A_1(T_H - T_x)}{L_1} = k_2\frac{A_2(T_x - T_c)}{L_2}$$

$$\Rightarrow \frac{k_1(T_H - T_x)}{L} = \frac{k_2(T_x - T_c)}{2L}$$

$$\Rightarrow 2k_1(T_H - T_x) = k_2(T_x - T_C) \quad (*)$$

از طرفی طبق صورت سؤال داریم:

$$T_x = \frac{T_H + T_C}{2} \Rightarrow T_H - T_x = T_x - T_C \quad (**)$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(*),(**)} 2k_1 = k_2 \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = 2$$

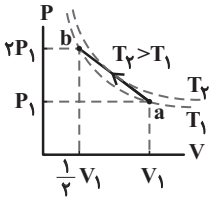
(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۳)

۱۶۵- **گزینهٔ «۴»** *(فسرو ارغوانی‌فرد)*

طبق معادلهٔ حالت گازهای کامل، داریم:

$$T = \frac{PV}{nR} \Rightarrow \frac{T_a}{T_b} = \frac{P_1V_1}{2P_1 \cdot \frac{1}{2}V_1} \Rightarrow T_a = T_b$$

هر چند $T_a = T_b$ است، اما فرایند ab، فرایندی هم‌دما نیست، بلکه مطابق شکل زیر طی فرایند ab به نقاطی می‌رسیم که دمای آن بیش‌تر از دمای اولیه و انتهایی فرایند است.



از طرفی چون فرایند تراکمی است، کار انجام شده توسط گاز روی محیط، منفی خواهد بود.

با توجه به قانون اول ترمودینامیک و در نظر گرفتن این نکته که انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل با دمای مطلق آن متناسب است، داریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow U_b - U_a = Q + W$$

$$\xrightarrow[T_a = T_b]{U \propto T} Q + W = 0 \Rightarrow |Q| = |W|$$

با توجه به اینکه دمای مطلق گاز ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد، انرژی درونی گاز ابتدا افزایش و سپس کاهش خواهد یافت.

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۴)

۱۶۶- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

تغییر انرژی درونی گاز کامل در کل چرخه صفر است، پس داریم:

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = 0 \Rightarrow \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} + \Delta U_{ca} = 0$$

در فرایند هم‌دمای ab، تغییر انرژی درونی صفر است. از طرفی چون فرایند ca هم‌حجم است $W_{ca} = 0$.

$$W_{bc} + Q_{bc} + Q_{ca} = 0 \Rightarrow W_{bc} + nC_P(T_c - T_b) + nC_V(T_a - T_c) = 0$$

$$\xrightarrow{T_a = T_b} W_{bc} + n(T_b - T_c)(-\frac{5}{2}R + \frac{3}{2}R) = 0$$

$$\Rightarrow W_{bc} = 0/5 \times (400 - 300) \times 8 \Rightarrow W_{bc} = 400J$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۸)

۱۶۷- **گزینهٔ «۱»** *(فسرو ارغوانی‌فرد)*

در فرایند بی‌دررو CA، گرمایی مبادله نمی‌شود.

در فرایند هم‌حجم AB، گاز گرمای Q_H را به منبع گرم می‌دهد. بنابراین:

$$Q_H = Q_{AB} = nC_V(T_B - T_A) = \frac{3}{2}V_{AB}(P_B - P_A)$$

$$\Rightarrow Q_H = \frac{3}{2} \times 2 \times 10^{-2} \times (1/6 - 5) \times 10^{5} \Rightarrow Q_H = -10200J$$

در فرایند هم‌فشار BC، گاز گرمای Q_C را از منبع سرد می‌گیرد. بنابراین:

$$Q_L = Q_{BC} = nC_P(T_C - T_B) = \frac{5}{2}P_{BC}(V_C - V_B)$$

$$\Rightarrow Q_L = \frac{5}{2} \times 1/6 \times 10^{5} \times (4 - 2) \times 10^{-2} \Rightarrow Q_L = 8000J$$

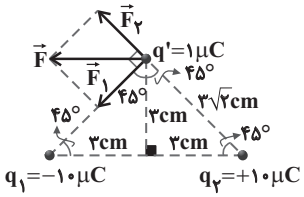
حال از تعریف ضریب عملکرد یک یخچال، داریم:

$$K = \frac{Q_L}{W} = \frac{Q_L}{|Q_H| - Q_L} \Rightarrow K = \frac{8000}{|-10200| - 8000} = \frac{40}{11}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۶۶ و ۱۶۷)

۱۶۸- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

با توجه به شکل زیر نیروی بین بارهای q_1 و q' جاذبه و نیروی بین q_2 و q' دافعه است. چون q' در رأس قائمهٔ مثلث قرار دارد و اندازهٔ بارهای q_1 و q_2 و فاصلهٔ آن‌ها از بار q' یکسان است، بنابراین $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$ و بردار برایند آن‌ها در جهت منفی محور x می‌باشد. در این حالت به‌صورت زیر، ابتدا اندازهٔ نیروها را که با هم برابر است، حساب می‌کنیم. دقت کنید، برای سادگی محاسبه از رابطهٔ $F = \frac{9|q_1||q_2|}{r^2}$ استفاده می‌کنیم. در این رابطه q_1 و q_2 برحسب μC و r برحسب cm است.



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

$$F_1 = F_2 = \frac{9\circ|q_1||q'|}{r_1^2} \xrightarrow[r=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}cm]{|q_1|=1\circ\mu C,\ |q'|=1\mu C} F_1 = F_2 = \frac{9\circ\times1\circ\times1}{18} \Rightarrow F_1 = F_2 = 5\circ N$$

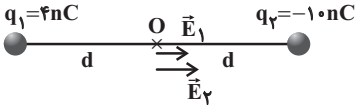
اکنون اندازهٔ برایند نیروها را می‌یابیم.

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \xrightarrow{F_1=F_2} F = \sqrt{2}F_1 \xrightarrow{F_1=5\circ N} F = 5\circ\sqrt{2}\,N$$

با توجه به اینکه $\vec{F}$ برخلاف جهت محور x است نیروی خالص برابر $\vec{F} = -5\circ\sqrt{2}\,\vec{i}$ است.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۱۶۹- **گزینهٔ «۱»** (زهره آقامحمدی)

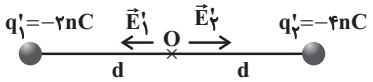


فاصلهٔ نقطهٔ O را تا هر کدام از بارها d در نظر می‌گیریم. چون از بار مثبت میدان خارج می‌شود و به بار منفی میدان داخل می‌شود پس جهت‌های $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ مطابق شکل خواهد شد.

$$\vec{E}_1 = k\frac{|q_1|}{d^2}\vec{i} = k\frac{4\times10^{-9}}{d^2}\vec{i}$$

$$\vec{E}_2 = k\frac{|q_2|}{d^2}\vec{i} = k\frac{1\circ\times10^{-9}}{d^2}\vec{i} \qquad \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 14\times10^{-9}\frac{k}{d^2}\vec{i}$$

اگر ۶۰ درصد از بار q_2 که برابر $-6nC$ است، به بار q_1 منتقل کنیم، $q'_1 = -2nC$ و $q'_2 = -4nC$ خواهد شد و جهت میدان‌های $\vec{E}'_1$, $\vec{E}'_2$ مطابق شکل خواهد شد.



$$\vec{E}'_1 = k\frac{2\times10^{-9}}{d^2}(-\vec{i}),\ \vec{E}'_2 = k\frac{4\times10^{-9}}{d^2}(\vec{i})$$

$$\vec{E}' = \vec{E}'_1 + \vec{E}'_2 = 2\times10^{-9}\frac{k}{d^2}\vec{i} \Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{2\frac{k}{d^2}}{14\frac{k}{d^2}} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$$

چون $\vec{E}'$ و $\vec{E}$ هر دو هم‌جهت‌اند پس $\vec{E}' = \frac{1}{7}\vec{E}$ است.

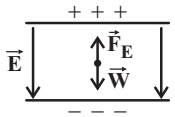
(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

۱۷۰- **گزینهٔ «۴»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

شرط اینکه ذره در یک میدان الکتریکی به‌صورت معلق باقی بماند این است که:

$$F_E = W \Rightarrow |q|E = mg \Rightarrow |q|\frac{\Delta V}{d} = mg$$

$$\Rightarrow |q|\times\frac{4\circ\circ}{1\circ^{-2}} = 2\times10^{-5}\times1\circ \Rightarrow |q| = 5\times10^{-9}C$$



مطابق شکل، میدان الکتریکی به سمت پایین می‌باشد و نیروی الکتریکی به سمت بالاست، بنابراین طبق رابطهٔ $\vec{F} = q\vec{E}$، علامت بار ذره منفی است و داریم:

$$q = -5\times10^{-9}C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۷)

۱۷۱- **گزینهٔ «۱»** (زهره آقامحمدی)

بار ذخیره شده در خازن برابر است با: $Q_1 = CV = 15\times5 = 75\mu C$

اگر بار جابه‌جا شده را با q نشان دهیم، چون انرژی خازن کاهش یافته است پس $Q_2 = Q_1 - q$ خواهد شد.

$$U = \frac{Q^2}{2C} \Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2C}(Q_2^2 - Q_1^2)$$

$$\Rightarrow -12\circ = \frac{1}{3\circ}((75-q)^2 - 75^2) \Rightarrow q^2 - 15\circ q + 36\circ\circ = 0$$

$$\Rightarrow |q| = 3\circ\mu C,\ |q| = 12\circ\mu C$$

با توجه به اینکه $|q|$ باید کوچک‌تر از Q_1 باشد، پس $|q| = 3\circ\mu C$ قابل قبول است.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

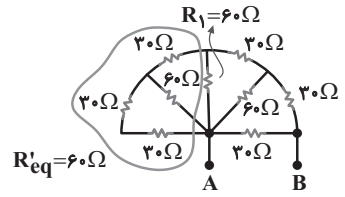
۱۷۲- **گزینهٔ «۴»** (محمدعلی راست‌پیمان)

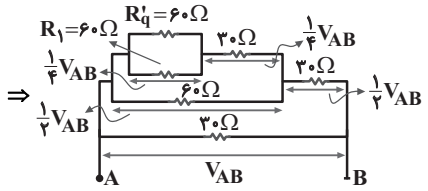
اولاً به‌طور قطع باید کلید K_2 بسته باشد و لامپ در مدار (۱) بیش‌ترین روشنایی را داشته باشد بنابراین باید جریان در مدار (۱) بیشینه باشد و مقاومت R رئوستا کمینه. در مدار (۲)، مقاومت LDR به نور تابیده شده به آن بستگی دارد. با توجه به اینکه نور لامپ بیشینه است، مقاومت LDR در مدار (۲) کاهش می‌یابد و LED روشنایی‌اش بیش‌تر می‌شود.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۶۶)

۱۷۳- **گزینهٔ «۱»** (سیدعلی میرنوری)

در ابتدا نیمهٔ سمت چپ را ساده کرده و مدار را به‌صورت زیر مرتب می‌کنیم.





با توجه به مدار ساده شده درمی‌یابیم که ولتاژ دو سر مقاومت $R_1 = 6\circ\Omega$ برابر $\frac{1}{4}V_{AB}$ است. لذا داریم:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{\frac{1}{4}V_{AB}}{R_1} \xrightarrow[R_1=6\circ\Omega]{V_{AB}=12V} I_1 = \frac{1}{2\circ}A$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۷۴- **گزینهٔ «۲»** *(سیدعلی میرنوری)*

با بستن کلید K، مقاومت شاخهٔ بالایی کاهش می‌یابد (شاخهٔ کلید موازی بسته شده است.) پس مقاومت کل کاهش، لذا جریان کل مدار افزایش و افت پتانسیل دو سر مولد افزایش، در نتیجه ولتاژ دو سر مولد کاهش می‌یابد.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\xrightarrow{R_{eq}=\text{کاهش}}\text{افزایش}: I\Rightarrow rI:\text{افزایش}$$

$$\xrightarrow{V=\varepsilon-rI}\text{کاهش}: V$$

پس ولتاژ کل شاخهٔ پایینی نیز کاهش، جریان عبوری از این شاخه کاهش، پس توان مصرفی مقاومت R_2 یعنی $P_2=R_2I_2^2$ نیز کاهش می‌یابد. از طرفی، جریان شاخهٔ بالایی افزایش، پس توان مقاومت R_1 یعنی $P_1=R_1I_1^2$ افزایش می‌یابد. اما توان خروجی مولد کاهش می‌یابد. دقت کنید که $r=7/5\Omega$ و $R_{eq_2}=4/2\Omega$ و $R_{eq_1}=7\Omega$ یعنی با بستن کلید R_{eq} از r دورتر شده پس P مفید مولد کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۱۷۵- **گزینهٔ «۳»** *(محسن قندهلر)*

با توجه به جهت جریان در مدار، باتری ε_2 محرک و باتری ε_1 ضدمحرک است. در نتیجه توان خروجی از ε_2، صرف مقاومت‌های R و 2R و همچنین ε_1 می‌شود.

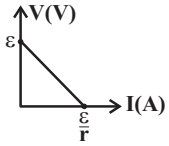
$$P_{\varepsilon_2\text{ خروجی}}=P_{R\text{ مصرفی}}+P_{2R\text{ مصرفی}}+P_{\varepsilon_1\text{ ورودی به}}$$

$$\Rightarrow P_{\varepsilon_2\text{ خروجی}}=20+2(20)+30=90W$$

از طرفی توان خروجی مولد از رابطهٔ $P=\varepsilon I-rI^2$ نیز به‌دست می‌آید.

$$P=\varepsilon I-rI^2\xrightarrow{I=2A}90=2\varepsilon-4r$$

پس نموداری را انتخاب می‌کنیم که در رابطهٔ بالا صدق کند.



$$\xrightarrow{\text{گزینه «۳»}}\begin{cases}\varepsilon=50\\ \frac{\varepsilon}{r}=20\Rightarrow\frac{50}{r}=20\Rightarrow r=2/5\end{cases}$$

این اعداد در رابطهٔ $90=2\varepsilon-4r$ صدق می‌کنند.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۱۷۶- **گزینهٔ «۲»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

به بار متحرک در میدان مغناطیسی نیرو وارد می‌شود و جهت این نیرو با توجه به قاعدهٔ دست راست به سمت بالا است. میدان الکتریکی هم به ذره و نیرویی در جهت خطوط میدان وارد می‌کند و سمت آن به طرف پایین است. چون ذره باید بدون انحراف از میدان خارج شود، لازم است:

$$F_B=F_E\Rightarrow|q|vB=E|q|\Rightarrow v=\frac{E}{B}$$

$$\Rightarrow v=\frac{10^5}{0/4}=\frac{10^5}{4\times10^{-1}}=\frac{10\times10^5}{4}=2/5\times10^5\frac{m}{s}$$

بنابراین فقط ذرهٔ B بدون انحراف از فضای میدان‌ها خارج خواهد شد.

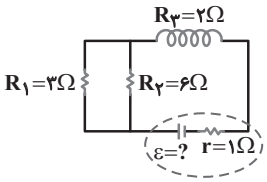
(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۱۷۷- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا تعداد دورهای سیملوله را می‌یابیم. دقت کنید، طول سیم برابر تعداد دورهای سیملوله ضرب در محیط یک حلقهٔ سیملوله است.

$$N=\frac{L}{2\pi r}\xrightarrow[r=2cm]{L=12m=1200cm}N=\frac{1200}{2\times3\times2}\Rightarrow N=100$$

$$B=\frac{\mu_0 IN}{L}\Rightarrow36\times10^{-4}=\frac{12\times10^{-7}\times I\times100}{10^{-1}}\Rightarrow I=3A$$



در آخر، با محاسبهٔ مقاومت معادل مدار و به‌صورت زیر نیروی محرکهٔ مولد را حساب می‌کنیم.

$$R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+R=\frac{3\times6}{3+6}+2\Rightarrow R_{eq}=4\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\xrightarrow[I=3A]{r=1\Omega}3=\frac{\varepsilon}{4+1}\Rightarrow\varepsilon=15V$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۱۷۸- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

ابتدا مساحت پیچه را به‌دست می‌آوریم.

$$A=\pi r^2=3\times(0/1)^2=0/03m^2$$

اکنون به کمک رابطهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط داریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

در این مسئله، فقط جهت میدان مغناطیسی عوض شده و همین عامل سبب تغییر شار و در نهایت تولید نیروی محرکهٔ القایی در پیچه می‌شود.

$$\bar{\varepsilon}=-NAB\frac{\cos\theta_2-\cos\theta_1}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-100\times3\times10^{-2}\times0/02\times\frac{-1-1}{0/04}=+3V$$

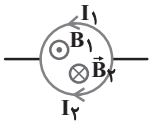
(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۱۷۹- **گزینهٔ «۳»** *(بیتا خورشیر)*

می‌دانیم در دو مقاومت موازی جریان به نسبت عکس مقاومت‌ها بین آن‌ها تقسیم می‌شود، پس:

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{R_2}{R_1}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

با توجه به قاعدهٔ دست راست، میدان حاصل از هر نیم‌دایره را در درون نیم‌حلقه‌ها می‌یابیم.



$I_2>I_1\Rightarrow B_2>B_1\Rightarrow$ میدان داخل حلقهٔ (۱) درون‌سو است

با افزایش مقاومت رئوستا، جریان مدار کاهش می‌یابد:

$$\downarrow I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}\uparrow+r}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

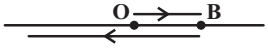
با کاهش جریان، میدان کل درون‌سوی در درون حلقه کاهش می‌یابد، پس طبق قانون لنز، جهت جریان القایی در حلقهٔ (۱) ساعتگرد خواهد بود.

میدان در بیرون حلقه برونسو است. با کاهش جریان، میدان برون‌سوی بیرون نیز کاهش می‌یابد، بنابراین جریان القایی در حلقهٔ (۲) پادساعتگرد خواهد بود.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۸)

۱۸۰- **گزینهٔ «۲»** *(سیدعلی میرنوری)*

بدیهی است که مسیر حرکت به‌صورت زیر است:



در ابتدا با استفاده از رابطهٔ سرعت ـ جابه‌جایی، شتاب حرکت را می‌یابیم.

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 24^2 - 12^2 = 2(a)(-54) \Rightarrow a = -4\frac{m}{s^2}$$

حال معادلهٔ حرکت را می‌نویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = -2t^2 + 12t$$

به‌دلیل توقف در نقطهٔ B داریم:

$$v = -4t + 12 = 0 \Rightarrow t = 3s$$

$$x_B = -2(3)^2 + 12\times 3 \Rightarrow x_B = 18m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۸۱- **گزینهٔ «۱»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

در ۴ ثانیهٔ اول حرکت:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2}\cdot t$$

$$\Rightarrow 24 - 12 = \frac{0 + v_0}{2}\times 4 \Rightarrow 12 = 2v_0 \Rightarrow v_0 = 6\frac{m}{s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{0-6}{4} = -1/5\frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = (-1/5)10 + 6 \Rightarrow v = -9\frac{m}{s}$$

در حرکت با شتاب ثابت، می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{-9+6}{2} = -1/5\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۸۲- **گزینهٔ «۲»** *(حسین مفروضی)*

با توجه به نمودار داریم:

$$x_B = v_0 t + x_0 = 20t$$

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2}t^2 \quad (a = A \text{ شیب خط } = 1\frac{m}{s^2})$$

$$x_C = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = t^2$$

$$x_B = x_C \Rightarrow 20t = t^2 \Rightarrow t = 20s$$

بعد از ۲۰ ثانیه، B و C به هم می‌رسند. بنابراین:

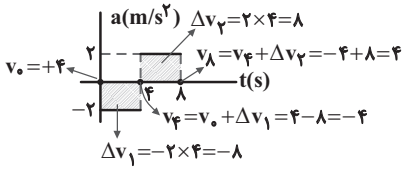
$$|x_B - x_A| \overset{t=20s}{=\!=} |\frac{1}{2}(20)^2 - 20\times 20| = |200 - 400| = 200m$$

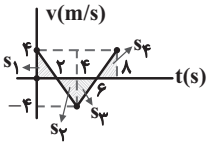
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۰)

۱۸۳- **گزینهٔ «۳»** *(سیاوش فارسی)*

ابتدا باید نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم کنیم. به روش حل زیر دقت کنید.

در هر بازهٔ زمانی داریم: $\Delta v = v_{\text{اولیه}} - v_{\text{نهایی}} \Rightarrow v_{\text{نهایی}} = v_{\text{اولیه}} + \Delta v$





با توجه به هم‌نهشتی مثلث‌ها محل برخورد نمودار سرعت ـ زمان با محور زمان، ثانیه‌های ۲ و ۶ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$|s_1| = |s_2| = |s_3| = |s_4| = \frac{4\times 2}{2} = 4$$

$$\Rightarrow L = |s_1| + |s_2| + |s_3| + |s_4| = 4+4+4+4 = 16m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۸۴- **گزینهٔ «۱»** *(سیدعلی میرنوری)*

در حالت تعادل فنر قائم داریم:

$$mg = F_e = k\Delta L$$

لذا در دو حالت داریم:

$$\begin{cases} mg = k\Delta L \\ mg' = k\Delta L' \end{cases} \Rightarrow \frac{g}{g'} = \frac{\Delta L}{\Delta L'} \xrightarrow{g' = g+a} \frac{g}{g+a} = \frac{\Delta L}{\Delta L'}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{10+2} = \frac{2}{\Delta L'}$$

$$\Rightarrow \Delta L' = 2/4cm \Rightarrow L = 12/4cm$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

۱۸۵- **گزینهٔ «۳»** *(سیدعلی میرنوری)*

اگر بزرگی مجموعهٔ وزن چتر و چترباز را mg و بزرگی نیروی مقاوم هوا را f_D در نظر بگیریم، داریم:

در مرحلهٔ اول (۱): $mg > f_D$

در مرحلهٔ دوم (۲): $mg = f_D$

در مرحلهٔ سوم (۳): $mg < f_D$

در مرحلهٔ چهارم (۴): $mg = f_D$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱۸۶- **گزینهٔ «۴»** *(غلامرضا محبی)*

نیروی محرک از نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه بیش‌تر است و جسم در حال حرکت است و اندازهٔ نیروی سطح $R = \sqrt{f_{k_1}^2 + F_N^2}$ به جسم وارد می‌شود. با تغییر جهت دادن $\vec{F}_3$ نیروی خالص وارد بر جسم در جهت حرکت برابر با $F_{net} = 10N$ می‌شود که با نیروی f_k برابر است و جسم با سرعت ثابت به حرکتش ادامه می‌دهد و نیروی سطح وارد به جسم نسبت به حالت قبل تغییری نمی‌کند.

$$\frac{R_2}{R_1} = 1$$

(فیزیک ۳- دینامیک حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۸۷- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

نیروی مرکزگرای ماهواره را نیروی گرانشی وارد از طرف زمین تأمین می‌کند و داریم:

$$m\frac{v^2}{r}=mg\Rightarrow\frac{v^2}{r}=\frac{GM_e}{r^2}\Rightarrow v^2=\frac{GM_e}{r}$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{K_2}{K_1}=\frac{v_2^2}{v_1^2}=\frac{r_1}{r_2}\xrightarrow[r_2=2R_e]{r_1=1/5R_e}\frac{K_2}{K_1}=\frac{1/5}{2}=\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow K\text{ درصد تغییرات}=(\frac{K_2}{K_1}-1)\times100=-25\%$$

(فیزیک ۳- دینامیک حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۶)

۱۸۸- **گزینهٔ «۲»** *(غلامرضا محبی)*

ابتدا بسامد زاویه‌ای نوسانگر را پیدا می‌کنیم:

$$x=A\cos\omega t\xrightarrow[A=4]{x=-2\sqrt{3}}-2\sqrt{3}=4\cos(\omega\times\frac{1}{12})$$

$$\Rightarrow\cos(\frac{\omega}{12})=-\frac{\sqrt{3}}{2}\xrightarrow{\cos(\frac{5\pi}{6})=-\frac{\sqrt{3}}{2}}\frac{\omega}{12}=\frac{5\pi}{6}\Rightarrow\omega=10\pi\,rad/s$$

اکنون مکان نوسانگر را در لحظهٔ $t=0/1s$ می‌یابیم:

$$x=A\cos\omega t\Rightarrow x=4\cos(10\pi\times0/1)\Rightarrow x=-4cm$$

شتاب نوسانگر در این لحظه برابر است با:

$$a=-x\omega^2\xrightarrow[\omega=10\pi]{x=-4\times10^{-2}}a=+4\pi^2=40\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۱۸۹- **گزینهٔ «۳»** *(میثم رشتیان)*

ابتدا بسامد طبیعی آونگ ساده را به‌دست می‌آوریم.

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}=\sqrt{\frac{10}{1/6}}=2/5\frac{rad}{s}$$

$$\omega=2\pi f\Rightarrow\frac{5}{2}=2\pi f\Rightarrow6f=\frac{5}{2}\Rightarrow f=\frac{5}{12}Hz$$

برای ایجاد بیش‌ترین دامنهٔ ممکن باید برای آونگ تشدید رخ دهد یعنی بسامد نیروی خارجی با بسامد طبیعی برابر باشد پس بسامد نیروی اعمال شده نیز باید معادل $\frac{5}{12}Hz$ باشد و داریم:

$$f=\frac{N}{t}\Rightarrow\frac{5}{12}=\frac{N}{60}\Rightarrow N=25\Rightarrow$$

نیرو باید هر دقیقه ۲۵ بار اعمال گردد.

توجه داشته باشید که برای تشدید، بسامد باید برابر بسامد طبیعی باشد و بسامد بزرگ‌تر از بسامد طبیعی نیز باعث ایجاد بیش‌ترین دامنهٔ نوسانی نخواهد گردید.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۱۹۰- **گزینهٔ «۱»** *(شارمان ویسی)*

در حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر در دو انتهای مسیر تغییر جهت می‌دهد و در این نقطه‌ها سرعت نوسانگر و انرژی جنبشی‌اش برابر با صفر بوده و اندازه‌ی مکان، شتاب و نیروی وارد بر نوسانگر و انرژی پتانسیل کشسانی آن بیشینه می‌باشد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۱۹۱- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به شکل دامنهٔ موج A دو برابر دامنهٔ موج B است. $(A_A=2A_B)$.

از طرفی طول موج برابر است با:

$$\lambda_B=\frac{3}{4}\lambda_A$$

چون هر دو موج در یک محیط منتشر می‌شوند پس تندی یکسان دارند.

$$v_A=v_B\Rightarrow\lambda_Af_A=\lambda_Bf_B\Rightarrow f_B=\frac{4}{3}f_A$$

می‌دانیم شدت صوت با توان متناسب است از طرفی توان با مجذور دامنه و مجذور بسامد موج متناسب است.

$$\frac{I_B}{I_A}=(\frac{f_BA_B}{f_AA_A})^2$$

$$\frac{I_B}{I_A}=(\frac{4}{3}\times\frac{1}{2})^2=\frac{4}{9}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۷ و ۷۸ تا ۸۱)

۱۹۲- **گزینهٔ «۱»** *(محسن قندچلر)*

چون دامنه و بسامد برای هر دو فرستنده برابر است، در نتیجه:

$$\beta_A-\beta_B=10\log(\frac{d_B}{d_A})^2\Rightarrow14=10\log(\frac{d_B}{d_A})^2\Rightarrow1/4=\log(\frac{d_B}{d_A})^2$$

$$\Rightarrow0/7=\log\frac{d_B}{d_A}\Rightarrow\log5=\log\frac{d_B}{d_A}$$

$$\Rightarrow\frac{d_B}{d_A}=5\Rightarrow$$ فاصلهٔ B تا O برابر ۱۰ متر است.

بنابراین فاصلهٔ A تا B ۱۲ متر است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۱۹۳- **گزینهٔ «۴»** *(سیدعلی میرنوری)*

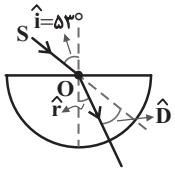
در اینجا اگر پرتو I به M_1 بتابد و I' از روی M_2 بازتاب شود، پرتوهای I و I' همواره موازیند، پس زاویهٔ بین آن‌ها تغییر نمی‌کند.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۹۴- **گزینهٔ «۱»** *(شارمان ویسی)*

شعاع دایره بر محیط دایره عمود است و پرتو ورودی به مرکز با هر شکستی روبه‌رو شود به‌طور مستقیم از دایره خارج می‌شود و چون از محیط رقیق به محیط غلیظ وارد می‌شود به خط عمود نزدیک می‌شود.



$$\hat{D}+\hat{r}=\hat{i}\Rightarrow\hat{r}=\hat{i}-\hat{D}=۵۳^\circ-۱۶^\circ=۳۷^\circ$$

$$n_۱\sin\hat{i}=n_۲\sin\hat{r}$$

$$\Rightarrow\sin۵۳^\circ=n_۲\sin۳۷^\circ$$

$$\Rightarrow n_۲=\frac{\sin۵۳^\circ}{\sin۳۷^\circ}=\frac{۰/۸}{۰/۶}\Rightarrow n_۲=\frac{۴}{۳}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۹)

۱۹۵- **گزینهٔ «۱»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

در پدیدهٔ پراش هر چه قطر روزنه کوچک‌تر باشد، پدیدهٔ پراش واضح‌تر قابل رؤیت است. بنابراین گزینهٔ «۱» صحیح است.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۱۹۶- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

بسامد تار مرتعش از رابطهٔ $f_n=\frac{nv}{۲L}$ به‌دست می‌آید.

$$n=۳\quad v=\sqrt{\frac{F\cdot L}{m}}=\sqrt{\frac{۴۳۲\times۰/۸}{۶\times۱۰^{-۳}}}=۲۴۰\frac{m}{s}$$

$$f_۳=\frac{۳\times۲۴۰}{۲\times۰/۸}=۴۵۰Hz$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۱۹۷- **گزینهٔ «۴»** *(سیدعلی میرنوری)*

با استفاده از رابطهٔ فوتوالکتریک برای هر فلز داریم:

$$K_{max_A}=hf-hf_{۰_A}=۱۰^{-۱۵}\times۴f-۴$$

$$K_{max_B}=hf-hf_{۰_B}=۱۰^{-۱۵}\times۴f-۸$$

$$\Rightarrow\Delta K=K_{max_A}-K_{max_B}=۴eV$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۱)

۱۹۸- **گزینهٔ «۳»** *(سیدعلی میرنوری)*

با استفاده از رابطهٔ ریدبرگ و تعریف انرژی و طول‌موج هر فوتون، داریم:

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\xrightarrow{\lambda=\frac{c}{f}}\frac{f}{c}=R(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})$$

$$\xrightarrow{E=hf}E=Rhc(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۹)

۱۹۹- **گزینهٔ «۳»** *(محسن قندچلر)*

$$^{۲۳۱}_{۹۱}X+^{۰}_{+۱}e\Rightarrow{}^{a}_{b}Y+^{۴}_{۲}\alpha\Rightarrow\begin{cases}۲۳۱=a+۸\Rightarrow a=۲۲۳\\ ۹۱+۱=b+۴\Rightarrow b=۸۸\end{cases}$$

اکنون واکنش دوم را برای $^{۲۲۳}_{۸۸}Y$ می‌نویسیم.

$$^{۲۲۳}_{۸۸}Y+^{۱}_{۰}n\Rightarrow{}^{c}_{d}Z+^{۰}_{-۱}e\Rightarrow\begin{cases}۲۲۳+۳=c\Rightarrow c=۲۲۶\\ ۸۸=d-۱\Rightarrow d=۸۹\end{cases}$$

در نتیجه عنصر مورد نظر به‌صورت $^{۲۲۶}_{۸۹}Z$ خواهد بود که $۲۲۶-۸۹=۱۳۷$ نوترون دارد.

روش دوم: اگر Y را از معادلهٔ دوم در معادلهٔ اول جایگذاری کنیم:

$$^{۲۳۱}_{۹۱}X+^{۰}_{+۱}e+^{۱}_{۰}n\Rightarrow{}^{c}_{d}Z+^{۰}_{-۱}e+^{۴}_{۲}\alpha+^{۴}_{۲}\alpha\Rightarrow\begin{cases}c=۲۲۶\\ d=۸۹\end{cases}$$

و مجدداً تعداد نوترون‌ها $۲۲۶-۸۹=۱۳۷$ می‌شود.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۶)

۲۰۰- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به رابطهٔ $\frac{N}{N_۰}=\frac{۱}{۲^n}$ داریم:

$$\frac{۸}{۳۲}=\frac{۱}{۲^n}\Rightarrow n=۲\Rightarrow t_۱=۲T_{\frac{۱}{۲}}$$

$$\frac{۱}{۳۲}=\frac{۱}{۲^n}\Rightarrow n=۵\Rightarrow t_۲=۵T_{\frac{۱}{۲}}$$

$$\Rightarrow ۳T_{\frac{۱}{۲}}=۱۸\Rightarrow T_{\frac{۱}{۲}}=۶\ \text{ساعت}$$

۶ ساعت پس از لحظهٔ $t_۲$ برابر است با:

$$t_۳=t_۲+۶=۳۶\ \text{ساعت}$$

$$\xrightarrow{n=۶}\frac{m}{m_۰}=\frac{۱}{۲^۶}\Rightarrow m=\frac{۳۲}{۲^۶}=۰/۵g$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

شیمی

۲۰۱- **گزینهٔ «۲»** *(فرزاد رضایی)*

رادیوایزوتوپ A و B در طول ۴ ساعت به‌ترتیب ۸ و ۴ نیم‌عمر طی می‌کنند

$T = 30\,min$ پس:

$$A \xrightarrow{T} \frac{A}{2} \xrightarrow{T} \frac{A}{4} \xrightarrow{T} \frac{A}{8} \xrightarrow{T} \frac{A}{16} \xrightarrow{T} \frac{A}{32} \xrightarrow{T} \frac{A}{64} \xrightarrow{T} \frac{A}{128} \xrightarrow{T} \frac{A}{256}$$

مقدار باقی‌مانده A پس از ۴ ساعت : $\frac{A}{256}$ $\quad T' = 60\,min$

$$B \xrightarrow{T'} \frac{B}{2} \xrightarrow{T'} \frac{B}{4} \xrightarrow{T'} \frac{B}{8} \xrightarrow{T'} \frac{B}{16}$$

مقدار تجزیه شده B پس از ۴ ساعت : $\frac{15}{16}B$

$$\frac{A}{256} = \frac{15}{16}B \rightarrow \frac{A}{B} = 15 \times 16 = 240$$

$$\frac{\text{جرم مولی A}}{\text{جرم مولی B}} = \frac{\text{گرم A}}{\underbrace{\text{گرم B}}_{240}} \times \frac{\text{مول B}}{\underbrace{\text{مول A}}_{1}} = 240$$

(شیمی ۱ — کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحهٔ ۶)

۲۰۲- **گزینهٔ «۴»** *(فرزین بوستانی)*

با توجه به اطلاعات داده شده داریم:

$$\begin{cases} n - e = 4 \\ n + Z = 73 \Rightarrow n = 40,\ Z = 33 \\ e = Z + 3 \end{cases}$$

آرایش الکترونی اتم X به‌صورت زیر است:

$$_{33}X : [_{18}Ar]3d^{10}\ \underbrace{4s^2 4p^3}_{\text{لایهٔ ظرفیت}}$$

$$(3 \times 1) + (2 \times 0) = 3 = \text{مجموع عددهای کوانتومی فرعی الکترون‌ها}$$

(شیمی ۱ — کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۲۷ تا ۳۱)

۲۰۳- **گزینهٔ «۱»** *(حسن عیسی‌زاده)*

تمام عبارت‌ها درست‌اند. بررسی عبارت‌ها:

آ) هشتمین عنصر از دسته p، عنصر $_{14}Si$ است که دارای ۴ الکترون با $n = 3$ است.

ب) چهارمین عنصر از دسته d، عنصر $_{24}Cr$ است که دارای ۷ الکترون در زیرلایه‌های s است.

$$_{24}Cr : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1$$

پ) این عناصر به‌ترتیب $_{29}Cu$ و $_{30}Zn$ هستند که هر کدام دارای ۱۰ الکترون با عدد کوانتومی $n = 3$ و $l = 2$ (زیرلایه 3d) می‌باشند.

ت) عنصرهای مورد نظر $_{19}K$، $_{24}Cr$، $_{29}Cu$ و $_{31}Ga$ اند.

(شیمی ۱ — کیهان زادگاه الفبای هستی، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۲۰۴- **گزینهٔ «۳»** *(میلاد شیخ‌الاسلامی‌خیاوی)*

تنها مورد (ت) درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): در میان ۳۶ عنصر اول جدول دوره‌ای، ۹ عنصر، $_1H$، $_3Li$، $_7N$، $_{11}Na$، $_{15}P$، $_{19}K$، $_{24}Cr$، $_{29}Cu$ و $_{33}As$ در آرایش الکترونی خود، بیرونی‌ترین زیرلایه نیمه‌پر دارند.

عبارت (ب): هنگام انتقال الکترون در اتم هیدروژن از لایه‌های بالاتر به لایه‌های پایین‌تر، تعداد پرتو زیادی ممکن است ایجاد شود اما فقط ۴ تای آن در ناحیه مرئی قرار دارد.

عبارت (پ): دو عنصر Li و H هر دو دارای ۴ خط در ناحیهٔ مرئی طیف نشری خطی خود هستند.

عبارت (ت): با توجه به شکل، عنصر داده شده در لایهٔ سوم خود دارای ۲ الکترون است. پس آرایش الکترونی آن به‌صورت $X : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$ می‌باشد و می‌تواند کاتیون X^{2+} تشکیل دهد. آرایش $[_{10}Ne]3s^2 3p^5$ مربوط به عنصری از گروه ۱۷ جدول دوره‌ای است که می‌تواند آنیون B^- را تشکیل دهد.

عنصر X و عنصر B به‌صورت زیر با هم واکنش داده و به ازای هر مول X، دو مول الکترون به عنصر B منتقل می‌شود و یک مول ترکیب یونی با فرمول شیمیایی XB_2 تشکیل می‌شود.

$$\dot{X}\cdot + 2:\ddot{B}\cdot \rightarrow XB_2$$

($2\bar{e}$)

(شیمی ۱ — کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۶، ۲۷، ۳۰ تا ۳۴، ۳۷ و ۳۸)

۲۰۵- **گزینهٔ «۱»** *(جعفر پازوکی)*

فقط مورد اول درست است.

بررسی موارد:

مورد اول: تعداد الکترون‌ها در زیرلایه $(l = 2)d$ عنصر $_{24}X$ برابر ۵ می‌باشد که با تعداد الکترون‌های لایه ظرفیت عنصر $_{15}Y$ برابر است.

$$_{24}X : [_{18}Ar]3d^5 4s^1$$

$$_{15}Y : [_{10}Ne]3s^2 3p^3$$

مورد دوم: عنصر A با از دست دادن یک الکترون به آرایش گاز نجیب نئون و عنصر B با گرفتن یک الکترون به آرایش گاز نجیب کریپتون می‌رسد بنابراین با هم ترکیب یونی با فرمول AB ایجاد می‌کنند نه ترکیب مولکولی.

مورد سوم: به دلیل شکل ظاهری گرافیت، مردم می‌پنداشتند که گرافیت از سرب تشکیل شده است. امروزه می‌دانیم مغز مداد از جنس گرافیت است اما همچنان به سرب مداد معروف است.

مورد چهارم: با توجه به جرم‌های اتمی کربن و اکسیژن جرم هر مول کربن دی‌اکسید برابر ۴۴ گرم می‌باشد. (هر مولکول از این ماده ۴۴amu جرم دارد)

(شیمی ۱ — کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۳، ۳۹، ۴۳ و ۴۴)

۲۰۶- **گزینهٔ «۱»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

$$C_2H_5OH + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$$

مجموع ضرایب استوکیومتری مواد واکنش‌دهنده برابر ۴ می‌باشد.

بررسی گزینهٔ «۲»:

$$\frac{\text{جفت الکترون‌های پیوندی}}{\text{جفت الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{1}{2}$$

(O_2) $:\ddot{O}=\ddot{O}:$ $\quad$ (O_3) $:\ddot{O}=\ddot{O}-\ddot{O}:$

(شیمی ۱ — ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۹، ۵۴، ۵۸ تا ۶۰ و ۷۸)

۲۰۷- **گزینهٔ «۲»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

$$0/95gX = 3/01 \times 10^{22}atomX \times \frac{1molX}{6/02 \times 10^{23}atomX} \times \frac{BgX}{1molX}$$

$$\Rightarrow B = 19gX$$

جرم مولی X برابر ۱۹ گرم بر مول است. عنصر X (همان $_9F$) دارای مولکول‌های دو اتمی X_2 می‌باشد.

$$?mLX_2 = 0/05molX \times \frac{1molX_2}{2molX} \times \frac{22400mLX_2}{1molX_2}$$

$$= 560mLX_2$$

$$_9^AX : A = n + p \Rightarrow 19 = n + 9 \Rightarrow n = 10$$

(شیمی ۱ — ترکیبی؛ صفحه‌های ۵، ۸۴ و ۸۵)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۰۸- **گزینهٔ «۱»** (امیرعلی برخورداریون)

$$C_xH_yO_z+(x+\frac{y}{4}-\frac{z}{2})O_2\rightarrow xCO_2+\frac{y}{2}H_2O$$

$$45/5\,g\,\text{قند}\times\frac{1\,mol\,\text{قند}}{(12x+y+16z)g\,\text{قند}}\times\frac{x\,mol\,CO_2}{1\,mol\,\text{قند}}\times\frac{44g\,CO_2}{1\,mol\,CO_2}$$

$$\times\frac{1\,LCO_2}{1/1g\,CO_2}=60\,LCO_2\Rightarrow\frac{12x+y+16z}{x}=\frac{91}{3}\ (1)$$

$$60\,LCO_2\times\frac{1/1g\,CO_2}{1\,L\,CO_2}\times\frac{1\,mol\,CO_2}{44g\,CO_2}\times\frac{\frac{y}{2}mol\,H_2O}{x\,mol\,CO_2}\times\frac{18g\,H_2O}{1\,mol\,H_2O}$$

$$=31/5g\,H_2O\Rightarrow\frac{y}{x}=\frac{7}{3}\overset{(1)}{\Rightarrow}12+\frac{7}{3}+\frac{16z}{x}=\frac{91}{3}\Rightarrow x=z$$

بنابراین با توجه به گزینه‌ها فرمول شیمیایی این قند می‌تواند $C_6H_{14}O_6$ باشد و نسبت ضریب مولی O_2 به H_2O برابر است با:

$$2C_6H_{14}O_6+13O_2\rightarrow12CO_2+14H_2O\Rightarrow\frac{13}{14}=0/93$$

(شیمی ۱ — ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۲۰۹- **گزینهٔ «۳»** (روح‌اله علیزاده)

$$\text{محلول}\ 600g\ \text{محلول}\ ?\ g\ \text{محلول}\ 500mL\times\frac{1/2g\ \text{محلول}}{1mL\ \text{محلول}}$$

$$\text{درصد جرمی}=\frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times100\Rightarrow28=\frac{x}{600}\times100\Rightarrow x=168gKOH$$

$$?\,gK^+=168gKOH\times\frac{1\,mol\,KOH}{56\,g\,KOH}\times\frac{1\,mol\,K^+}{1\,mol\,KOH}$$

$$\times\frac{39g\,K^+}{1\,mol\,K^+}=117g\,K^+$$

$$\text{غلظت ppm}=\frac{\text{میلی‌گرم حل‌شونده}}{\text{لیتر محلول}}$$

$$\Rightarrow1170=\frac{117\times10^3mg}{\text{لیتر محلول}}\Rightarrow\text{لیتر محلول نهایی}=100L$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: حجم محلول نهایی پس از رقیق کردن با آب، برابر ۱۰۰ لیتر است.

گزینهٔ «۲»: مقدار آب اضافه شده برابر ۹۹/۵ لیتر است:

$$100L-0/5L=99/5L\xrightarrow{\text{چگالی آب}\ 1g.mL^{-1}}\text{جرم آب}=99/5kg$$

گزینهٔ «۳»: در این محلول ۱۱۷ گرم یون پتاسیم وجود دارد.

گزینهٔ «۴»: درصد جرمی محلول پتاسیم هیدروکسید پس از رقیق شدن برابر است با:

$$\text{درصد جرمی محلول}=\frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times100$$

$$\Rightarrow\text{درصد جرمی}=\frac{168g}{(100\times10^3)mL\times1g.mL^{-1}}\times100=0/168\%$$

(شیمی ۱ — آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷)

۲۱۰- **گزینهٔ «۳»** (احمدرضا جشانی‌پور)

ابتدا مول حل‌شوندهٔ سدیم کلرید و مول Cl^- را به‌دست می‌آوریم:

$$n=M.V\rightarrow n=0/2\times0/2=0/04mol\,NaCl$$

$$?\,mol\,Cl^-=0/04mol\,NaCl\times\frac{1\,mol\,Cl^-}{1\,mol\,NaCl}=0/04mol\,Cl^-$$

اکنون مول حل‌شوندهٔ $AgNO_3$ و مول Ag^+ را به‌دست می‌آوریم:

$$n=M.V\rightarrow n=0/4\times0/05$$

$$=0/02mol\,AgNO_3\Rightarrow Ag^+=0/02mol$$

پس با افزودن این دو محلول به‌هم، یون‌های Ag^+ و Cl^- با هم $AgCl$ تولید کرده و رسوب می‌دهند:

با توجه به این‌که مقدار Ag^+ در این محلول کمتر است، می‌توان گفت مقداری از یون Cl^- باقی می‌ماند.

مقدار مول Ag^+ برابر ۰/۰۲ است، بنابراین ۰/۰۲ مول از یون‌های Cl^- واکنش داده و مقدار باقیمانده آن برابر است با:

$$\text{مول}\ Cl^-\ \text{باقیمانده}=0/04mol\,Cl^--0/02mol\,Cl^-$$

$$=0/02mol\,Cl^-$$

برای محاسبهٔ غلظت حل‌شوندهٔ Cl^- برحسب ppm، باید جرم آن را به دست بیاوریم:

$$?\,gCl^-=0/02mol\,Cl^-\times\frac{35/5g\,Cl^-}{1\,mol\,Cl^-}=0/71gCl^-$$

اکنون حجم و سپس جرم محلول را به دست می‌آوریم:

$$\text{حجم محلول نهایی}=200mL+50mL=250mL$$

$$\text{جرم محلول نهایی}=250mL\times\frac{1g}{1mL}=250g$$

غلظت این یون برحسب ppm:

$$ppm=\frac{\text{جرم}\ Cl^-}{\text{جرم محلول}}\times10^6\rightarrow ppm=\frac{0/71}{250}\times10^6=2840$$

(شیمی ۱ — آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷)

۲۱۱- **گزینهٔ «۱»** (جعفر پازوکی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۲»: رسانایی محلول‌های یونی به میزان یون‌های موجود در محلول و نوع یون‌ها بستگی دارد که در محلول‌های متفاوت یکسان نمی‌باشد.

گزینهٔ «۳»: در نمک‌های محلول در آب مانند منیزیم سولفات، نیروی جاذبهٔ یون- دوقطبی بیشتر از میانگین قدرت پیوند یونی ترکیب یونی و پیوندهای هیدروژنی در آب می‌باشد.

گزینهٔ «۴»: نقطه جوش کربن مونوکسید به دلیل نیروی وان‌دروالسی قوی‌تر (به‌دلیل قطبی بودن) از گاز نیتروژن بیشتر بوده و آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود.

(شیمی ۱ — آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۲، ۱۲۰، ۱۲۳ تا ۱۲۵)

۲۱۲- **گزینهٔ «۳»** (محمد عظیمیان‌زواره)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در گروه هالوژن‌ها با افزایش عدد اتمی، واکنش‌پذیری کاهش می‌یابد.

گزینهٔ «۲»: در بین دو عنصر متوالی دورهٔ سوم، تفاوت شعاع اتمی $_{13}Al$ و $_{14}Si$ بیشتر است.

گزینهٔ «۳»: خواص فیزیکی شبه‌فلزها بیشتر شبیه فلزها بوده در حالی که رفتار شیمیایی آن‌ها همانند نافلزها است.

گزینهٔ «۴»: در اتم $_{24}Cr$، پنج الکترون با $l=2$ و در کاتیون $_{26}Fe^{2+}$ شش الکترون با $l=2$ وجود دارد.

$$_{24}Cr=[_{18}Ar]3d^54s^1\qquad _{26}Fe^{2+}:[_{18}Ar]3d^6$$

(شیمی ۲ — قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۳ و ۱۶)

۲۱۳- **گزینهٔ «۴»** (رسول عابدینی‌زواره)

معادله‌های موازنه شده واکنش‌ها:

$$2C_4H_{10}+13O_2\rightarrow8CO_2+10H_2O$$

$$2Al_2O_3+3C\rightarrow3CO_2+4Al$$

$$640\,L\,CO_2=290gC_4H_{10}\times\frac{1molC_4H_{10}}{58gC_4H_{10}}$$

$$\times\frac{8mol\,CO_2}{2mol\,C_4H_{10}}\times\frac{44g\,CO_2}{1mol\,CO_2}\times\frac{1\,LCO_2}{xgCO_2}$$

$$x=1/375gCO_2$$

$$?\,molAl=640LCO_2\times\frac{1/375gCO_2}{1\,LCO_2}\times\frac{1\,mol\,CO_2}{44g\,CO_2}$$

$$\times\frac{4mol\,Al}{3mol\,CO_2}\simeq26/66\,mol\,Al$$

(شیمی ۲ — قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۱۴- **گزینهٔ «۳»** (محمدرضا پورباوید)

واکنش‌های موازنه شده عبارتند از:

$$FeS(s)+2HCl(aq)\rightarrow FeCl_2(aq)+H_2S(g)$$
$$CH_3OH(g)\rightarrow CO(g)+2H_2(g)$$

مقدار گاز حاصل از واکنش دوم (که شامل گازهای CO و H_2 است) برابر خواهد بود با:

$$?\,mol\ \text{گاز}=40g\,CH_3OH\times\frac{\text{خالص }80g}{\text{ناخالص }100g}\times\frac{1mol\,CH_3OH}{32g\,CH_3OH}\times\frac{3mol\ \text{گاز}}{1mol\,CH_3OH}=3mol\ \text{گاز}$$

به این ترتیب برای تولید همین مقدار گاز در واکنش اول خواهیم داشت:

$$3mol\,H_2S\times\frac{1mol\,FeS}{1mol\,H_2S}\times\frac{\text{خالص }88g\,FeS}{1mol\,FeS}\times\frac{\text{ناخالص }100g\,FeS}{\text{خالص }xg\,FeS}=600g\ \text{ناخالص FeS}\Rightarrow x=44g$$

(شیمی ۲ – قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۲۱۵- **گزینهٔ «۱»** (خرزاد رضایی)

ابتدا واکنش کلی سوختن کامل هیدروکربن‌ها را نوشته و موازنه می‌کنیم:

$$C_xH_y+(x+\frac{y}{4})O_2\rightarrow xCO_2+\frac{y}{2}H_2O$$

در شرایط STP، حالت فیزیکی آب مایع است.

$$42gC_xH_y\times\frac{1molC_xH_y}{(12x+y)gC_xH_y}\times\frac{xmolCO_2}{1molC_xH_y}\times\frac{22/4\,LCO_2}{1molCO_2}=67/2\,LCO_2$$

$$\frac{(42x)(22/4)}{12x+y}=67/2\rightarrow y=2x$$

بنابراین هیدروکربن موردنظر به‌صورت C_xH_{2x} است که تنها گزینهٔ ۱ معرف آن است

گزینهٔ «۱»: سیکلوهگزان C_6H_{12} گزینهٔ «۲»: بنزن C_6H_6

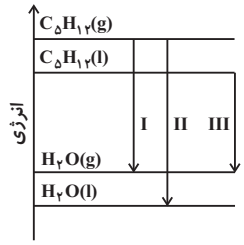
گزینهٔ «۳»: نفتالن $C_{10}H_8$ گزینهٔ «۴»: پارازایلن C_8H_{10}

(شیمی ۲ – قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ و ۴۲)

شیمی ۳ – شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحهٔ ۱۱۴)

۲۱۶- **گزینهٔ «۱»** (محمدرضا پورباوید)

هر ۳ واکنش مربوط به سوختن کامل پنتان بوده و گرماده هستند. از آنجا که در تمام آن‌ها حالت فیزیکی O_2 و CO_2 یکسان است، بنابراین با توجه به سطح انرژی C_5H_{12} و H_2O در حالت مایع و گاز، می‌توان گرمای حاصل از این واکنش‌ها را با یکدیگر مقایسه کرد:



(شیمی ۲ – در پی غذای سالم؛ صفحهٔ ۶۲)

۲۱۷- **گزینهٔ «۱»** (امیر حاتمیان)

ابتدا آنتالپی واکنش خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$N_2H_4(g)+O_2(g)\rightarrow N_2(g)+2H_2O(g)$$

۱) واکنش I را معکوس می‌کنیم.

$$I)\,N_2H_4(g)+H_2(g)\rightarrow 2NH_3(g)\qquad \Delta H'_1=-183kJ$$

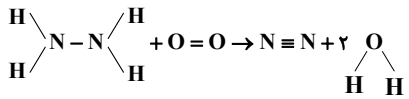
۲) معادلهٔ واکنش (II) بدون تغییر.

$$II)\,2H_2(g)+O_2(g)\rightarrow 2H_2O(g)\qquad \Delta H_2=-486kJ$$

۳) معادله واکنش (III) را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم.

$$III)\,2NH_3(g)\rightarrow N_2(g)+3H_2(g)\qquad \Delta H'_3=92kJ$$

$$\Delta H_{\text{کل}}=\Delta H'_1+\Delta H_2+\Delta H'_3=-183-486+92=-577kJ$$



$$\Delta H_{\text{کل}}=[4\Delta H_{N-H}+\Delta H_{N-N}+\Delta H_{O=O}]-[\Delta H_{N\equiv N}+4\Delta H_{O-H}]$$
$$-577=[4\Delta H_{N-H}+162+495]-[944+4\times463]$$
$$\Delta H_{N-H}=390/5\,kJ.mol^{-1}$$

(شیمی ۲ – در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۵، ۶۶، ۷۲ تا ۷۵)

۲۱۸- **گزینهٔ «۲»** (محمدحسن محمدزاده‌مقدم)

ابتدا آنتالپی واکنش $H_2(g)+Cl_2(g)\rightarrow 2HCl(g)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta H=-\Delta H_I+\Delta H_{II}-2\Delta H_{III}=+92-628-2(-176)=-184kJ$$

حال، گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای آب را تعیین می‌کنیم.

$$Q=mc\Delta\theta=500\times4/2\times80=168000J=168kJ$$

مقدار HCl مورد نیاز برابر است با:

$$?\,g\,HCl=168kJ\times\frac{2mol\,HCl}{184kJ}\times\frac{36/5g\,HCl}{1mol\,HCl}\simeq66/65g\,HCl$$

(شیمی ۲ – در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۷، ۵۸ و ۷۲ تا ۷۵)

۲۱۹- **گزینهٔ «۳»** (خرزاد رضایی)

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$2H_2O_2(aq)\rightarrow 2H_2O(l)+O_2(g)$$

مقدار H_2O_2 مصرف شده را تعیین می‌کنیم:

$$?\,mol\,H_2O_2=10LO_2\times\frac{1molO_2}{20LO_2}\times\frac{2molH_2O_2}{1molO_2}=1molH_2O_2$$

حال می‌توان نوشت:

$$\bar{R}_{H_2O_2}=\frac{\Delta n}{V\cdot\Delta t}\Rightarrow5\times10^{-2}=\frac{1}{V\times\frac{90}{60}}\Rightarrow V\simeq13/3L$$

(شیمی ۲ – در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

۲۲۰- **گزینهٔ «۴»** (محمدپارسا فراهانی)

واکنش‌های سوختن هیدروژن و آبکافت اتیل بوتانوات به‌صورت زیر هستند:

$$2H_2+O_2\rightarrow 2H_2O$$
$$C_6H_{12}O_2+H_2O\rightarrow C_4H_8O_2+C_2H_5OH$$

$$?\,gC_6H_{12}O_2\ \text{ناخالص}=40gO_2\times\frac{1molO_2}{32gO_2}\times\frac{2molH_2O}{1molO_2}\times\frac{80}{100}\times\frac{1molC_6H_{12}O_2}{1molH_2O}\times\frac{116gC_6H_{12}O_2}{1molC_6H_{12}O_2}=232g\,C_6H_{12}O_2$$

(شیمی ۲ – پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحهٔ ۱۱۷)

۲۲۱- **گزینهٔ «۴»** (خرزاد رضایی)

گزینهٔ «۱»: در ساختار متوتروکسات، ۴ پیوند دوگانه $C=N$، ۴ پیوند دوگانه $C=C$ و ۳ پیوند دوگانه $C=O$ وجود دارد. ($\frac{4}{11}$ یا ۳۶٪)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

گزینهٔ «۲»: در ساختار متوتروکسات یک گروه عاملی آمیدی وجود دارد که می‌تواند با مولکول آب واکنش دهد و دو مولکول مجزا به وجود آورد.

گزینهٔ «۳»: با توجه به ساختار داده شده، فرمول مولکولی آن به‌صورت $C_{20}H_{22}N_8O_5$ است.

گزینهٔ «۴»: در ساختار متوتروکسات هفت عامل آمینی، دو عامل کربوکسیل و یک عامل آمیدی دیده می‌شود.

(شیمی ۲ – پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۹، ۱۱۲ تا ۱۱۵)

۲۲۲- گزینهٔ «۱» *(سیدرحیم هاشمی‌دهکردی)*

فقط مورد سوم درست است.

مورد ۱) کولار یکی از معروفترین پلی آمیدها است که در تهیهٔ تایر اتومبیل کاربرد دارد.

مورد ۲) تفلون، پلیمر مصنوعی با فرمول $+\!\!\left(CF_2 - CF_2 \right)\!\!+_n$ است.

مورد ۴) استری که بوی سیب از آن ناشی می‌شود، متیل بوتانوات بوده و اسید سازندهٔ آن بوتانوئیک اسید نام دارد.

مورد ۵)

$$+\!\!\left(CH_2 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} \right)\!\!+_n \Rightarrow 42n = 21\times10^4$$

$$\Rightarrow n = 5000$$

(شیمی ۲ – پوشاک نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۲، ۱۱۳، ۱۱۵ و ۱۱۹)

۲۲۳- گزینهٔ «۴» *(محمدرضا یوسفی)*

$$\begin{array}{l} CH_2OC(=O)(CH_2)_{16}CH_3 \\ | \\ CHOC(=O)(CH_2)_{16}CH_3 + 3H_2O \rightarrow \\ | \\ CH_2OC(=O)(CH_2)_{16}CH_3 \end{array}$$

$$C_3H_8O_3 + 3CH_3(CH_2)_{16}COOH$$

جرم مولی ترکیب را محاسبه و با استفاده از آن، جرم الکل سه عاملی تولیدی را به‌دست می‌آوریم:

جرم مولی استر برابر $890 g.mol^{-1}$ است.

$$?g\ \text{الکل} = 4/45kg\ \text{استر} \times \frac{1000g\ \text{استر}}{1kg\ \text{استر}} \times \frac{1mol\ \text{استر}}{890g\ \text{استر}} \times \frac{1mol\ \text{الکل}}{1mol\ \text{استر}}$$

$$\times \frac{92g\ \text{الکل}}{1mol\ \text{الکل}} \times \frac{80}{100} = 368g\ \text{الکل}$$

(شیمی ۳ – مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحهٔ ۵)

۲۲۴- گزینهٔ «۲» *(کامران جعفری)*

برای هر دو اسید ابتدا مول‌های داده شده را به غلظت مولی تبدیل کرده سپس غلظت یون هیدرونیوم و pH را محاسبه می‌کنیم:

$$HX:\ \text{غلظت مولی} = \frac{0/01mol}{0/1L} = 0/1mol\cdot L^{-1}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 0/1 \times \frac{2}{100} = 2\times10^{-3}\ mol\cdot L^{-1}$$

$$\Rightarrow pH = -\log 2\times10^{-3} = 2/7$$

$$HY:\ \text{غلظت مولی} = \frac{0/02mol}{0/1L} = 0/2mol\cdot L^{-1}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 0/2 \times \frac{1}{100} = 2\times10^{-3}\ mol\cdot L^{-1}$$

$$\Rightarrow pH = -\log 2\times10^{-3} = 2/7 \Rightarrow \frac{pH_{HY}}{pH_{HX}} = \frac{2/7}{2/7} = 1$$

(شیمی ۳ – مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۲۲۵- گزینهٔ «۱» *(محمدرضا پورجاوید)*

مقدار مول OH^- حاصل از KOH عبارت است از:

$$?mol\,OH^- = 0/28g\,KOH \times \frac{1mol\,KOH}{56g\,KOH} \times \frac{1mol\,OH^-}{1mol\,KOH}$$

$$= 0/005mol\,OH^-$$

با توجه به اینکه محلول نهایی اسیدی است، تعداد مول H^+ حاصل از اسید اولیه (HA) بیشتر از تعداد مول‌های OH^- حاصل از KOH خواهد بود:

$$[H^+]_{\text{نهایی}} = 10^{-pH} = 0/1mol\cdot L^{-1}$$

$$0/1 = \frac{\text{تعداد مول } H^+ \text{ حاصل از اسید} - \text{تعداد مول } OH^-}{\text{حجم کل محلول نهایی}}$$

$$\Rightarrow 10^{-1} = \frac{x - 0/005}{0/02} \Rightarrow x = 0/007mol\ H^+$$

مقدار مول و جرم HA موجود در محلول اسیدی اولیه برابر است با:

$$\text{تعداد مول } HA = \text{تعداد مول } H^+ = 0/007mol$$

$$?g\,HA = 0/007molHA \times \frac{50g\,HA}{1mol\,HA} = 0/35g\,HA$$

جرم محلول اسیدی اولیه نیز عبارت است از:

$$\text{چگالی محلول} = \frac{\text{جرم محلول}}{\text{حجم محلول}} \Rightarrow 1/4 = \frac{\text{جرم محلول}}{5}$$

$$\Rightarrow \text{جرم محلول} = 7g$$

بنابراین درصد جرمی محلول اسیدی اولیه به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم } HA \text{ حل شده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{0/35}{7} \times 100 = \%5$$

(شیمی ۳ – مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۲)

۲۲۶- گزینهٔ «۱» *(رسول عابدینی‌زواره)*

معادله موازنه شده واکنش به‌صورت $H_2 + Cl_2 \rightarrow 2HCl$ است.

مطابق نمودار، pH در دقیقه چهارم برابر ۳ می‌باشد، بنابراین:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-3}\ mol\cdot L^{-1}$$

HCl اسید قوی یک ظرفیتی است و به‌طور کامل یونیده می‌شود پس [HCl] با $[H^+]$ برابر است.

$$[HCl] = 10^{-3} mol.L^{-1}$$

محاسبه حجم گاز هیدروژن:

$$?mL\,H_2 = 2L\ \text{محلول} \times \frac{0/001mol\,HCl}{1L\ \text{محلول}} \times \frac{1mol\,H_2}{2mol\,HCl} \times \frac{22/4L\,H_2}{1mol\,H_2}$$

$$\times \frac{1000mL}{1L} = 22/4mL\,H_2$$

(شیمی ۳ – مولکول‌ها در خدمت تندرستی: صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۲۲۷- گزینهٔ «۳» *(سیدرضا رضوی)*

موارد (آ)، (پ) و (ت) درست‌اند.

بررسی تمام موارد:

عبارت (آ): واکنش گاز هیدروژن با اکسیژن در سلول سوختی به‌طور کنترل شده است و بخش قابل توجهی (با بازده ۶۰ درصد) از انرژی شیمیایی به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.

عبارت (ب): با توجه به اینکه هر مول گاز H_2 با ۲ مول الکترون معادل است داریم:

$$?e^- = 0/2molH_2 \times \frac{2mol\,e^-}{1mol\,H_2} \times \frac{6/02\times10^{23}e^-}{1mol\,e^-} = 2/408\times10^{23}e^-$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

عبارت (پ): در سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن، جهت حرکت الکترون در مدار بیرونی با جهت حرکت کاتیون در غشا هم‌سو است.

عبارت (ت): با توجه به اینکه گاز هیدروژن در این سلول اکسایش می‌یابد پس الکترودی که گاز هیدروژن در تماس با آن قرار دارد، آند است و قطب منفی سلول را تشکیل می‌دهد.

(شیمی ۳ — آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶، ۵۱ و ۵۲)

۲۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

واکنش‌های انجام شده عبارتند از:

$$\underset{\text{کاهنده}}{Pd(OH)_3^-(aq)} + \underset{\text{اکسنده}}{ClO^-(aq)} \rightarrow PdO_2(s) + Cl^-(aq) + OH^-(aq) + H_2O(l)$$

$$\underset{\text{کاهنده}}{2Al(s)} + \underset{\text{اکسنده}}{6H^+(aq)} \rightarrow 2Al^{3+}(aq) + 3H_2(g)$$

$$\underset{\text{کاهنده}}{3I_2(s)} + \underset{\text{اکسنده}}{5ClO_3^-(aq)} + 3H_2O(l) \rightarrow 6IO_3^-(aq) + 6H^+(aq) + 5Cl^-(aq)$$

$$\underset{\text{کاهنده}}{Cr(s)} + \underset{\text{اکسنده}}{Fe^{3+}(aq)} \rightarrow Cr^{3+}(aq) + Fe(s)$$

به‌این ترتیب در بین گونه‌های کاهنده، ضریب I_2 بزرگتر خواهد بود.

(شیمی ۳ — آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

۲۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(رضا سلیمانی)*

عبارت‌های (آ) و (ب) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): شمار مول‌های سدیم تولید شده، دو برابر شمار مول‌های گاز کلر به‌دست آمده است.

$$2NaCl(l) \rightarrow 2Na(l) + Cl_2(g)$$

عبارت (ب): در برقکافت سدیم کلرید مذاب، آب وجود ندارد.

عبارت (پ):

$$?gNa = 10mole^- \times \frac{2mol\,Na}{2mole^-} \times \frac{23g\,Na}{1mol\,Na} = 230gNa$$

عبارت (ت): در سلول‌های الکترولیتی واکنش‌دهنده‌ها پایدارتر از فراورده‌ها هستند.

(شیمی ۳ — آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحهٔ ۵۵)

۲۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

به عنوان مثال مولکول اتین (C_2H_2) ساختار خطی دارد:

$$H-C\equiv C-H$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) درست

۲) درست. سیلیسیم پس از اکسیژن فراوان‌ترین عنصر در پوستهٔ جامد زمین است به‌طوری که ترکیب‌های گوناگون آن‌ها بیش از ۹۰٪ پوستهٔ جامد زمین را تشکیل می‌دهند.

۴) درست. خصلت نافلزی S از O کمتر و خصلت نافلزی N از H بیشتر است.

(شیمی ۳ — شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۶۸، ۷۰، ۷۴ و ۷۵)

۲۳۱- **گزینهٔ «۴»** *(شهرام همایون‌خو)*

عدد کوانتومی $l=1$ مربوط به زیرلایهٔ p است، با توجه به اینکه زیر لایه p، گنجایش حداکثر ۶ الکترون را دارد و با در نظر داشتن اصل آفبا، آرایش الکترونی آخرین زیرلایه الکترونی اشغال شدهٔ اتم‌های A، B، C و D به‌ترتیب $2p^2$، $2p^3$، $2p^5$ و $3p^4$ است که به‌ترتیب مربوط به اتم‌های $_6C$، $_7N$، $_9F$ و $_{16}S$ است. بنابراین فرمول شیمیایی و شکل هندسی گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ به‌ترتیب به‌صورت CS_2 (خطی)، NF_3 (هرمی) و CSF_2 (مسطح) است که مدل گلوله ـ میلهٔ آن‌ها به‌درستی آمده است. ترکیب مربوط به گزینهٔ ۴، SN_3 است که چنین مولکولی وجود ندارد.

(شیمی ۳ — شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۲۳۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

دربین فلزهای قلیایی (Li ، Na و K) و هالوژن‌های(F ، Cl و Br) واکنش‌پذیری Li نسبت به Na و K کم‌تر بوده و شعاع کاتیون Li^+ از Na^+ و K^+ کوچکتر است. از طرفی شعاع F^- از Cl^- و Br^- کوچکتر است. هر چه شعاع کاتیون و آنیون کوچکتر باشد آنتالپی فروپاشی شبکه بیشتر است. در نتیجه، ارتباط واکنش‌پذیری فلزهای قلیایی و آنتالپی فروپاشی شبکه، در بین ترکیب‌های داده شده روند وارونه دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: بین آنتالپی فروپاشی شبکه با چگالی بار یون‌ها رابطهٔ مستقیم وجود دارد.

گزینهٔ «۳»: زیرا چگالی بار یون‌های Mg^{2+} و O^{2-} از چگالی بار یون‌های Li^+ و F^- بیشتر است.

گزینهٔ «۴»: با توجه به نمودار صفحهٔ ۸۰ کتاب درسی تفاوت آنتالپی فروپاشی شبکه به‌صورت زیر است:

برمید فلزهای قلیایی < کلرید فلزهای قلیایی < فلوئورید فلزهای قلیایی

(شیمی ۳ — شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۲۳۳- **گزینهٔ «۱»** *(مسعود طبرسا)*

$$CH_3OH(g) \rightleftharpoons CO(g) + 2H_2(g)$$

مول اولیه:	۰	۰	۶
تغییرات مول:	$+2x$	$+x$	$-x$
مول تعادلی:	$2x$	x	$6-x$

$$2x = 9/6 \Rightarrow x = 4/8 mol$$

$$K = \frac{[CO][H_2]^2}{[CH_3OH]} \Rightarrow K = \frac{(\frac{4/8}{2})(\frac{9/6}{2})^2}{(\frac{1/2}{2})} = 92/16 mol^2 \cdot L^{-2}$$

$$\text{بازده} = \frac{\text{مقدار واکنش‌دهنده مصرف شده}}{\text{مقدار اولیه واکنش‌دهنده}} \times 100 \Rightarrow \text{بازده} = \frac{4/8}{6} \times 100 = 80\%$$

(شیمی ۳ — شیمی، راهی به‌سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۲۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(رضا سلیمانی)*

فقط عبارت (ب) نادرست است؛ با توجه به فرایند هابر پس از عبور مخلوط گازی از سردکننده، آمونیاک به صورت مایع $(NH_3(l))$ جمع‌آوری می‌شود.

(شیمی ۳ — شیمی، راهی به‌سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحهٔ ۱۰۸)

۲۳۵- **گزینهٔ «۳»** *(حمید ذبحی)*

از واکنش گاز اتن با هیدروژن کلرید در شرایط مناسب کلرواتان تولید می‌شود.

(شیمی ۳ — شیمی، راهی به‌سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحهٔ ۱۱۲)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir