

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۲۶

پنجشنبه ۱۴۰۰/۰۴/۰۳



آزمونهای سراسری گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

آزمون اختصاصی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۳۵	مدت پاسخگویی: ۱۷۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

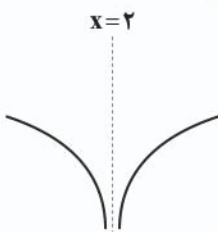
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	ریاضیات	۵۵	۱۰۱	۱۵۵	۸۵ دقیقه
۲	فیزیک	۴۵	۱۵۶	۲۰۰	۵۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۵	۲۰۱	۲۳۵	۳۵ دقیقه

ریاضیات



DriQ.com

- ۱۰۱- در دنبالهٔ حسابی $\dots, 6x+9, x^2+2x-4, x+3$ چند جمله کم‌تر از ۲۶۱۰ است؟
 (۱) ۱۹۹ (۲) ۲۰۰ (۳) ۲۰۱ (۴) ۲۰۲
- ۱۰۲- اگر در معادلهٔ درجهٔ دوم $x^2 - \sqrt{m+2x+m-11} = 0$ مجموع ریشه‌ها از حاصل ضرب ریشه‌ها یک واحد بیشتر باشد، مجموع مربعات ریشه‌ها کدام است؟
 (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲
- ۱۰۳- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x}{2x-1} < 2 - \frac{2x-1}{x}$ کدام است؟
 (۱) $|4x-1| < 1$ (۲) $|x - \frac{1}{4}| < \frac{1}{4}$ (۳) $|4x+1| < 1$ (۴) $|4x-1| < 4$
- ۱۰۴- در صورتی که $x-y = \frac{\pi}{4}$ باشد، مقدار عبارت $A = \frac{\tan(4x-4y) + \sin(4x-4y) + \frac{\pi}{6}}{\cot(x-y) \cos^2(2x-2y + \frac{\pi}{3})}$ کدام است؟
 (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{1}{2}$
- ۱۰۵- اگر $\sin x = \cos x + \frac{1}{\sqrt{10}}$ باشد، مقدار $\cos 4x$ کدام است؟
 (۱) $0/58$ (۲) $-0/58$ (۳) $0/62$ (۴) $-0/62$
- ۱۰۶- اگر $\cos(x+y) = \frac{3}{5}$ و $\sin x \cos y = \frac{1}{5}$ باشد، $\sin y \cos x$ کدام می‌تواند باشد؟
 (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$
- ۱۰۷- جواب معادله $\cos 4x \cos x - \cos x \sin x = 2 \sin x - 2 \cos 4x$ کدام می‌تواند باشد؟
 (۱) $2k\pi + \frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{8}$ (۳) $\frac{2k\pi}{5} + \frac{\pi}{10}$ (۴) $\frac{2k\pi}{5} - \frac{\pi}{10}$
- ۱۰۸- اگر دورهٔ تناوب تابع $f(x)$ سه واحد بیشتر از دورهٔ تناوب تابع $f(4x-1)$ باشد، دورهٔ تناوب تابع $f(\frac{x}{4})$ کدام است؟
 (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۱۰
- ۱۰۹- اگر f تابع خطی و $f(3-x) - f(x-2) = 4x+m$ باشد، حاصل $f(m) - f(1)$ چقدر است؟
 (۱) ۲۰ (۲) ۲۱ (۳) -۲۱ (۴) ۲۲
- ۱۱۰- اگر $f(x) = \frac{x}{1+x}$ ، $g(x) = \sqrt{1-2\sqrt{x}}$ ، دامنهٔ تابع $\text{gof}(x)$ کدام است؟
 (۱) $[0, 3]$ (۲) $[0, \frac{1}{3}]$ (۳) $(-\infty, \frac{1}{3}]$ (۴) $[-1, \frac{1}{3}]$
- ۱۱۱- دامنهٔ تابع $f(x) = \sqrt{(\frac{1}{2})^{3x-2} - (\frac{1}{128})^a}$ برابر $[-\infty, 3]$ است. a کدام گزینه است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۱۱۲- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x + 5 \sin x - 6}{\cos^2 x}$ کدام است؟
 (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۶ (۴) -۶
- ۱۱۳- اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{x+a}{x^2+bx+c}$ در اطراف مجانب قائم خود به صورت زیر باشد، کدام گزینه درست است؟
 (۱) $a < -2$ و $b = -c$
 (۲) $a > -2$ و $b = c$
 (۳) $a < 2$ و $b = -c$
 (۴) $a > 2$ و $b = c$





۱۱۴- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - [-x^2] - 12}{x^2 - 4} & x < 2 \\ a + x & x \geq 2 \end{cases}$ در $x=2$ پیوسته باشد، $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ چقدر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) -۱

۱۱۵- از نقطه‌ای به طول ۱- واقع بر محور x ها خطی بر تابع $y = \sqrt{x}$ مماس کرده‌ایم، طول نقطه تماس کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۱۶- اگر بیشترین شیب خط مماس بر تابع $y = ax^2 - x^3$ در نقطه $x=2$ رخ دهد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

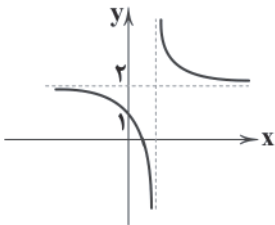
۱۱۷- مجموع عرض‌های نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt[3]{4-x^2}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{4}$ (۲) $\sqrt[3]{2}$ (۳) $\sqrt[3]{3}$ (۴) صفر

۱۱۸- اگر $f(x) = \cos \Delta x \cos x$ و $g(x) = \sin \Delta x \sin x$ ، مقدار $g'(\frac{\pi}{36}) - f'(\frac{\pi}{36})$ کدام گزینه است؟

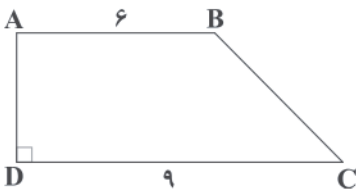
- (۱) $-3\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{3}$ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۱۹- نمودار تابع $f(x) = 2x + 3 + \frac{ax^2 + bx + c}{x-1}$ به صورت زیر است، مقدار $f'(5)$ کدام است؟



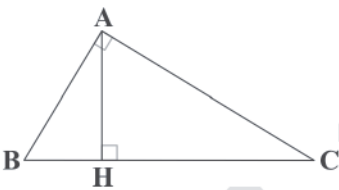
- (۱) $\frac{3}{16}$ (۲) $-\frac{5}{16}$ (۳) $\frac{5}{16}$ (۴) $-\frac{1}{16}$

۱۲۰- در دوزنقه شکل زیر، فاصله محل تقاطع قطرها از ساق قائم چقدر است؟



- (۱) $\frac{15}{2}$ (۲) $\frac{15}{4}$ (۳) $\frac{18}{5}$ (۴) $\frac{18}{7}$

۱۲۱- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، $BC=10$ و $AH=6$ ، کدام عدد می‌تواند مساحت یکی از مثلث‌ها باشد؟

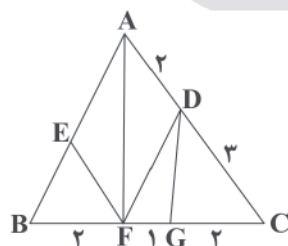


- (۱) ۳۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) چنین مثلثی وجود ندارد.

۱۲۲- در مثلثی متساوی‌الاضلاع به ضلع ۳، اگر نقطه M روی یک ضلع از یکی از اضلاع دارای فاصله $\frac{3\sqrt{3}}{8}$ باشد، از ضلع دیگر چه فاصله‌ای دارد؟

- (۱) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ (۲) $\frac{7\sqrt{3}}{8}$ (۳) $\frac{9\sqrt{3}}{8}$ (۴) $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

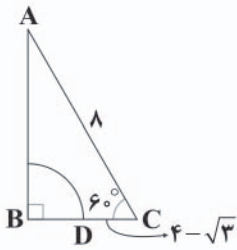
۱۲۳- در شکل زیر، نسبت مساحت مثلث DFG به مثلث ABC ، کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{25}$ (۲) $\frac{4}{25}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{6}{25}$



۱۲۴- در شکل زیر اگر از مثلث قائم‌الزاویه در رأس قائم به اندازه یک ربع دایره جدا کنیم و سطح باقی‌مانده را حول ضلع متوسط ABC دوران



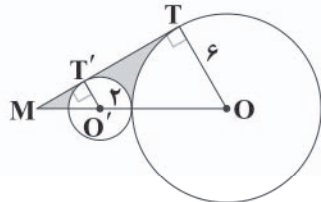
دهیم، حجم ایجادشده چقدر است؟

(۱) $16\pi\sqrt{3}$

(۲) $18\pi\sqrt{3}$

(۳) $\frac{56\pi\sqrt{3}}{3}$

(۴) $\frac{58\pi\sqrt{3}}{3}$



۱۲۵- در شکل مقابل، مساحت قسمت رنگی کدام است؟

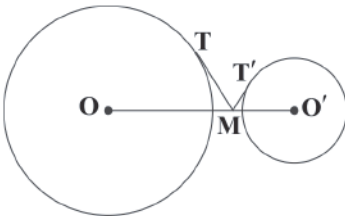
(۱) $12\sqrt{3} - 4\pi$

(۲) $18\sqrt{3} - 8\pi$

(۳) $12\sqrt{3} + 4\pi$

(۴) $18\sqrt{3} + 8\pi$

۱۲۶- اگر MT' و MT مماس بر دایره‌ها باشند و M مرکز تجانس دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۴ و خط‌المركزین 10 باشد، $MT + MT'$ کدام است؟



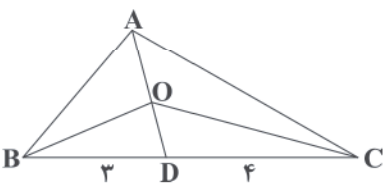
(۱) ۶

(۲) ۷

(۳) ۸

(۴) ۹

۱۲۷- در شکل زیر اگر OB و OC نیمسازهای زاویه‌های C و B باشند و محیط مثلث ABC برابر 28 باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟



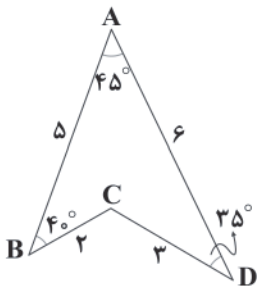
(۱) $10\sqrt{5}$

(۲) $12\sqrt{5}$

(۳) $13\sqrt{5}$

(۴) $14\sqrt{5}$

۱۲۸- در شکل مقابل، مساحت چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟



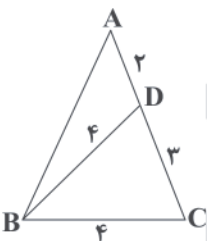
(۱) $2\sqrt{19}$

(۲) $\sqrt{19}$

(۳) $\frac{3\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}{2}$

(۴) $\frac{15\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}{2}$

۱۲۹- در شکل مقابل، محیط مثلث ABC کدام است؟



(۱) $9 + \sqrt{26}$

(۲) $8 + \sqrt{26}$

(۳) $9 + \sqrt{24}$

(۴) $8 + \sqrt{24}$

۱۳۰- حاصل جمع درایه‌های $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \log 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \log 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \log 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \log 25 & 1 \end{bmatrix}$ چقدر است؟

(۴) ۵

(۳) ۲

(۲) $2 + \log 36$

(۱) $6 + \log 36$

۱۳۱- اگر $A = \begin{bmatrix} |2A^2| & |A| \\ 3 & |A| \end{bmatrix}$ و $|A| > 0$ ، حاصل $|5A^3|$ کدام است؟

(۴) ۶۲۵

(۳) ۲۵

(۲) ۱۲۵

(۱) ۵



۱۳۲- شعاع دایره‌ای که مرکز آن $O(-1, 1)$ بوده و بر دایره $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ مماس بیرونی باشد، چقدر است؟

- (۱) $4 - \sqrt{2}$ (۲) $4 + \sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۳۳- اگر رابطه $x^2 + y^2 + mx + (m-1)y - m + 1 = 0$ معادله یک نقطه در صفحه باشد، مجموع مقادیر m کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) -۱

۱۳۴- در یک دیش مخابراتی اگر قطر دهانه آن ۸ باشد و اندازه گودی آن هم ۴ واحد باشد، فاصله کانونی آن چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۵- اگر نقطه $(3a - 2a^2, 1 - 2a, a)$ در ناحیه هشتم فضای \mathbb{R}^3 باشد و مجموعه مقادیر a در بازه (c, d) باشد، $d - c$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۳۶- اگر $A(1, 2, 0)$ ، $B(0, 1, 1)$ ، $C(2, 0, 1)$ سه رأس یک مثلث باشند، کسینوس زاویه خارجی A کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

۱۳۷- وجه‌های یک مکعب مستطیل قسمتی از صفحات به معادلات $x = -1$ ، $x = 4$ ، $y = -1$ ، $y = 3$ ، $z = 2$ و $z = -5$ است. معادله یالی که عمود

بر صفحه YOZ است و در قسمت مثبت محور Y هاست، کدام است؟

- (۱) $\begin{cases} y=3 \\ z=2 \\ x=-1 \end{cases}$ (۲) $\begin{cases} y=3 \\ z=-5 \\ 0 \leq x \leq 4 \end{cases}$ (۳) $\begin{cases} y=3 \\ -5 \leq z \leq 2 \\ x=4 \end{cases}$ (۴) $\begin{cases} y=3 \\ z=-5 \\ -1 \leq x \leq 4 \end{cases}$

۱۳۸- هم‌ارز منطقی گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge q \vee p$ کدام گزینه زیر است؟

- (۱) $p \Rightarrow q$ (۲) $q \Rightarrow p$ (۳) $\sim p \Rightarrow q$ (۴) $\sim q \Rightarrow p$

۱۳۹- اجتماع همه زیرمجموعه‌های ۴ عضوی مجموعه A ، مجموعه‌های ۶ عضوی است. مجموعه A چند افزاز دو مجموعه‌ای دارد؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۳۰ (۳) ۳۱ (۴) ۳۲

۱۴۰- اگر D و F دو مجموعه غیرتهی و U مجموعه جهانی باشد، آن‌گاه حاصل مجموعه $[D \cap (D' \cup F)] \cup [F \cap (D \cap F)']$ کدام است؟

- (۱) D (۲) F (۳) U (۴) \emptyset

۱۴۱- از مجموعه $\{300, \dots, 103, 102, 101\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این عدد مضرب ۵ یا ۶ است، ولی به هر دوی

آن‌ها بخش پذیر نیست؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{3}{10}$ (۴) $\frac{7}{10}$

۱۴۲- احتمال قبولی سارا، ساسان و سامان در امتحانات پایان ترم به ترتیب $\frac{1}{9}$ ، $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{7}$ است. احتمال این‌که حداقل یک نفر قبول شود

چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{956}$ (۲) $\frac{1}{994}$ (۳) $\frac{1}{914}$ (۴) $\frac{1}{902}$

۱۴۳- با فرض آن‌که احتمال آمدن برف در امروز $\frac{1}{2}$ و فردا $\frac{1}{22}$ باشد، احتمال برف آمدن فردا به شرط آن‌که امروز برف بیاید $\frac{1}{7}$ است. احتمال

برف نیامدن فردا به شرط آن‌که امروز برف نیاید، چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{72}$ (۳) $\frac{1}{78}$ (۴) $\frac{1}{9}$

۱۴۴- هرگاه واریانس اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ برابر a^2 باشد، واریانس اعداد ۲۱۰، ۲۰۸، ۲۰۶، ۲۰۴، ۲۰۲ کدام است؟

- (۱) $4a^2$ (۲) $2a^2$ (۳) $2a^2 + 10$ (۴) $4a^2 + 10$

۱۴۵- در جعبه‌ای ۸ توپ شماره‌گذاری شده از ۱ تا ۸ قرار دارد. از این جعبه ۳ توپ به تصادف و بدون جایگذاری بیرون می‌آوریم. چقدر احتمال

دارد میانه این نمونه سه‌تایی عدد پنج باشد؟

- (۱) $\frac{12}{56}$ (۲) $\frac{16}{56}$ (۳) $\frac{18}{56}$ (۴) $\frac{20}{56}$

۱۴۶- در جامعه‌ای به حجم $n = 100$ که طول بازه اطمینان $\frac{1}{4}$ است، تعداد نمونه تصادفی را چقدر افزایش دهیم تا طول بازه اطمینان به $\frac{1}{1}$ برسد؟

- (۱) ۱۴۰۰ (۲) ۱۴۵۰ (۳) ۱۴۸۰ (۴) ۱۵۰۰

۱۴۷- اگر باقی‌مانده تقسیم عددی بر ۴ و ۱۱ به ترتیب ۲ و ۸ باشد، آن‌گاه باقی‌مانده تقسیم این عدد بر ۴۴، کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۶ (۴) ۳۰

۱۴۸- اگر $a + 32^{801}$ مضرب ۱۵ باشد، بزرگ‌ترین عدد طبیعی دورقمی a کدام است؟

- (۱) ۷۵ (۲) ۷۸ (۳) ۸۸ (۴) ۹۰

۱۴۹- عدد شش رقمی $a63b29$ بر ۹۹ بخش پذیر است. رقم a کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۵۰- قیمت هر واحد از دو نوع کالای متمایز به ترتیب ۱۱۰ و ۱۳۰ تومان است. با مبلغ ۳۰۰۰ تومان، به چند طریق می توان از این دو نوع کالا خریداری کرد؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

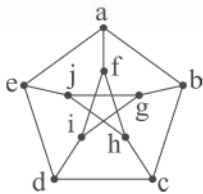
۱۵۱- در گراف G با مجموعه رأس های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ داریم:

$$N_G(a) = \{f, d, c, b\}, N_G(b) = \{d, f, a\}, N_G(c) = \{a, f, d\}$$

$$N_G(d) = \{c, b, a, f\}, N_G(f) = \{a, b, c, d\}, N_G(e) = \{e, b\}$$

این گراف چند دور به طول ۳ دارد؟

- ۶ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)



۱۵۲- گراف زیر را در نظر بگیرید. کدام گزینه نادرست است؟

(۱) گراف دارای ۱۲ دور به طول ۵ است.

(۲) عدد احاطه گری گراف ۳ است.

(۳) مجموعه $\{f, g, h, i, j\}$ یک مجموعه احاطه گر مینیمال است.(۴) مجموعه $\{a, i, g\}$ یک مجموعه احاطه گر مینیمم است.

۱۵۳- چند کد چهاررقمی با ارقام ۰, ۱, ۲, ۳ وجود دارد که در هر یک از آن ها رقم های صفر و ۳ حداقل یک بار ظاهر شوند؟

- ۱۱۰ (۱) ۱۱۲ (۲) ۱۱۶ (۳) ۱۲۰ (۴)

۱۵۴- می خواهیم ۵ سکه بهار آزادی را بین ۳ نفر تقسیم کنیم. احتمال این که به هر نفر حداقل یک سکه برسد، کدام است؟

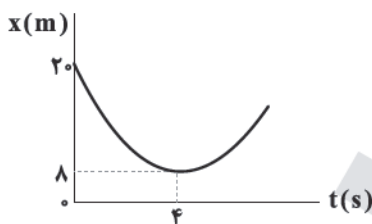
- $\frac{2}{7}$ (۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{3}{10}$ (۳) $\frac{7}{10}$ (۴)

۱۵۵- پنج مسافر به چند طریق می توانند در ۳ ایستگاه پیاده شوند به طوری که حداقل در یکی از ایستگاه ها کسی پیاده نشود؟

- ۹۶ (۱) ۹۳ (۲) ۱۵۰ (۳) ۲۴۶ (۴)



۱۵۶- شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می دهد که با شتاب ثابت روی مسیری مستقیم در حال حرکت است. این متحرک در

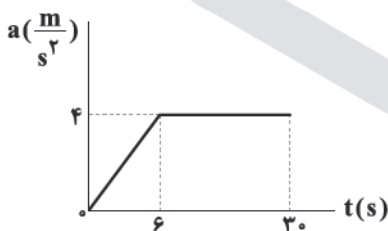
لحظه $t = 2s$ در چه مکانی بر حسب متر قرار دارد؟

- ۱۴ (۱)
۱۸ (۲)
۹ (۳)
۱۱ (۴)

۱۵۷- متحرکی با سرعت ثابت روی محور x ها در حال حرکت است. اگر در لحظه $t_1 = 2s$ در مکان $x_1 = 14m$ و در لحظه $t_2 = 7s$ درمکان $x_2 = -27m$ باشد، اندازه جابه جایی این متحرک در ۵ ثانیه نهم حرکتش چند متر است؟

- ۴۱ (۱) ۹ (۲) ۵ (۳) ۲۱ (۴)

۱۵۸- نمودار شتاب - زمان متحرکی که از حال سکون و در مسیری مستقیم شروع به حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. اندازه شتاب متوسط

متحرک در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 12s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- ۱ (۱)
۳ (۲)
۷ (۳)
۶ (۴)



۱۵۹- تندی متوسط اتومبیل A بعد از طی مسافتی به طول ۱۸۰۰m برابر با $۴۳/۲ \frac{km}{h}$ و تندی متوسط اتومبیل B بعد از طی همین مسافت برابر

با $۳۲/۴ \frac{km}{h}$ است. کدام اتومبیل و چند دقیقه زودتر این مسیر را طی کرده است؟

- (۱) A - $\frac{۵}{۶}$ (۲) A - ۳۰ (۳) B - $\frac{۵}{۶}$ (۴) B - ۳۰

۱۶۰- سه نیروی افقی هم‌راستای $\vec{F}_1 = ۷N$ ، $\vec{F}_2 = ۵N$ و $\vec{F}_3 = ۳N$ به جسمی به جرم ۲kg که روی سطح افقی و بدون اصطکاک قرار دارد، به صورت هم‌زمان وارد می‌شوند. اگر اندازهٔ بیشینه و کمینهٔ شتابی که این نیروها می‌توانند به جسم بدهند برابر با a_{max} و a_{min} باشد،

نسبت $\frac{a_{max}}{a_{min}}$ برابر با کدام گزینه است؟

- (۱) $\frac{۱}{۱۵}$ (۲) ۱۵ (۳) ۳ (۴) $\frac{۱}{۳}$

۱۶۱- مطابق شکل مقابل، جسمی به جرم ۱kg در آسانسور قرار دارد و آسانسور با شتاب ثابت $\frac{۵}{۳} \frac{m}{s^2}$ به سمت

پایین شروع به حرکت می‌کند. اگر جسم در آستانهٔ لغزش روی سطح آسانسور باشد، تغییر طول فنر چند سانتی‌متر است؟ ($k = ۲۰۰ \frac{N}{m}$ ، $g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$ ، $\mu_s = ۰/۵$)

- (۱) ۲/۵ (۲) ۱۲/۵ (۳) ۱/۲۵ (۴) ۰/۱۲۵

۱۶۲- در یک آسانسور، جسمی به جرم ۲kg به انتهای نیروسنجی آویزان است. اگر آسانسور با شتاب کندشوندهٔ a به سمت پایین برود، نیروسنج مقدار ۲F و اگر آسانسور با شتاب کندشوندهٔ ۲a به سمت بالا برود، نیروسنج مقدار F را نشان می‌دهد. بزرگی برآیند نیروهای وارد بر جسم

در حالت دوم برابر با چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) $\frac{۱}{۲}$ (۴) ۲

۱۶۳- مطابق شکل مقابل، جعبه‌ای به جرم ۴kg بر روی یک سطح افقی به صورت ساکن قرار دارد. اگر فنر را با نیروی ثابت \vec{F} بکشیم، برای آن‌که جسم شروع به حرکت کند، طول فنر باید حداقل چند سانتی‌متر

افزایش پیدا کند؟ (از جرم فنر صرف‌نظر کنید و $g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۶۴- یک جسم از ارتفاع چند متری سطح زمین در شرایط خلاء رها شود تا پس از ۲۰m سقوط، انرژی پتانسیل گرانشی آن ۸ درصد کاهش یابد؟

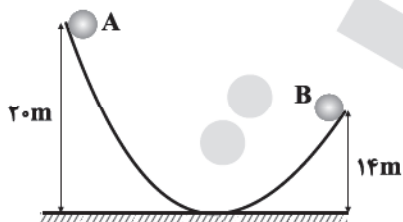
(سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض شود و $g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۲۵۰

۱۶۵- در شکل مقابل، گلوله‌ای به جرم ۲kg با تندی معینی از نقطهٔ A عبور کرده و با همان تندی از نقطهٔ B می‌گذرد. کار نیروی اصطکاک بر روی گلوله در این جابه‌جایی چند ژول بوده

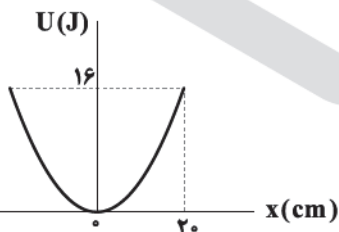
است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۲۸۰ (۳) -۱۲۰ (۴) -۲۸۰



۱۶۶- نمودار انرژی پتانسیل برحسب مکان برای جسم متصل به فنری که در راستای افقی نوسان هماهنگ ساده انجام می‌دهد، به صورت زیر است.

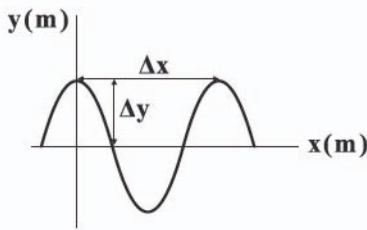
ثابت این فنر چند نیوتون بر متر است؟



- (۱) ۲۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴) ۸۰۰



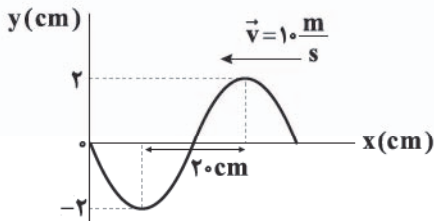
۱۶۷- در نمودار جابه‌جایی - مکان موج عرضی شکل زیر $\Delta x = 0.2 \text{ m}$ ، $\Delta y = 0.5 \text{ m}$ و سرعت انتشار موج در این محیط $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است. تندی



بیشینه نوسان ذرات موج چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) 25π
(۲) 50π
(۳) 100π
(۴) 150π

۱۶۸- شکل زیر، نقش یک موج عرضی که در خلاف جهت محور X منتشر می‌شود را در یک لحظه نشان می‌دهد. در هر ثانیه هر نقطه از محیط



انتشار این موج، چند بار به بیشینه سرعت خود می‌رسد؟

- (۱) ۲۰۰
(۲) ۱۰۰
(۳) ۵۰
(۴) ۲۵

۱۶۹- اگر دامنه ارتعاش یک چشمه صوتی ۴ برابر و فاصله شنونده از این چشمه صوت نیز $\frac{2}{5}$ برابر شود، تراز شدت صوت چند دسی‌بل و چگونه

تغییر می‌کند؟

- (۱) ۲۰ - کاهش
(۲) ۵ - افزایش
(۳) ۲۰ - افزایش
(۴) ۵ - کاهش

۱۷۰- یک پرتوی نور تک‌رنگ از هوا با زاویه تابش ۴۵ درجه به سطح یک مایع می‌تابد. اگر زاویه انحراف، نصف زاویه شکست پرتو در مایع باشد،

تندی پرتوی نور در مایع چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

- (۱) $\frac{3\sqrt{2}}{2} \times 10^8$
(۲) $\frac{3\sqrt{2}}{2} \times 10^{10}$
(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2} \times 10^8$
(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2} \times 10^{10}$

۱۷۱- خودرویی با سرعت ثابت $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به سمت یک صخره حرکت می‌کند و در لحظه t راننده بوق می‌زند. حداقل فاصله خودرو تا صخره چند متر

باشد تا راننده بتواند بین صوت اصلی بوق و صوت بازتاب‌شده از صخره تمایز قائل شود؟ (صوت = $240 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

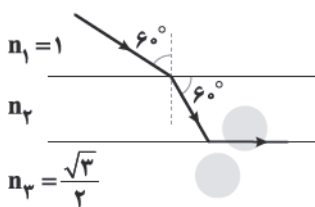
- (۱) $17/5$
(۲) $22/5$
(۳) $13/5$
(۴) $12/5$

۱۷۲- به سر یک خط لوله انتقال گاز، ضربه‌ای وارد می‌کنیم. شنونده‌ای که در طرف دیگر خط لوله گاز قرار دارد، دو صدا با فاصله زمانی $2/25 \text{ s}$

می‌شنود. اگر تندی انتشار صوت در هوا $350 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و تندی انتشار صوت در لوله $1400 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، طول این لوله چند متر است؟ (لوله انتقال

گاز، خالی فرض شود.)

- (۱) ۲۱۰۰
(۲) ۱۰۵۰
(۳) ۳۲۰۰
(۴) ۱۰۰۰



۱۷۳- مطابق شکل مقابل، پرتوی نور تک‌رنگی از محیط شفاف (۱) وارد محیط‌های شفاف دیگر می‌شود.

سرعت پرتوی موردنظر در محیط (۲) است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
(۳) ۲
(۴) $\frac{1}{2}$

۱۷۴- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) $\Delta E(4 \rightarrow 2) = \Delta E(4 \rightarrow 3) + \Delta E(3 \rightarrow 2)$
(۲) $\Delta E(7 \rightarrow 5) = \Delta E(7 \rightarrow 4) + \Delta E(4 \rightarrow 3)$
(۳) $\Delta E(4 \rightarrow 1) = \Delta E(4 \rightarrow 3) + \Delta E(3 \rightarrow 1)$
(۴) $\Delta E(6 \rightarrow 2) = \Delta E(6 \rightarrow 4) + \Delta E(4 \rightarrow 2)$

۱۷۵- نوری با طول موج 680 nm به سطحی از جنس فلز تنگستن می‌تابد و سبب گسیل فوتوالکترون‌ها از آن می‌شود. اگر توان چشمه نور

فرودی 120 W باشد، در هر دقیقه n_1 فوتون از این چشمه گسیل می‌شود. اگر توان و در نتیجه شدت چشمه نور فرودی دو برابر شود، تعداد

فوتون‌های گسیل‌شده از چشمه در هر دقیقه چند برابر می‌شود؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) ۲
(۳) ۴
(۴) $\frac{1}{4}$



۱۷۶- در اتم هیدروژن، در اثر گذار الکترون از مدار n به n' ، پرتویی با طول موج 450nm تابش می‌شود. حاصل $|\frac{n-n'}{n+n'}|$ برابر با کدام گزینه

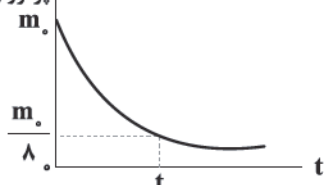
است؟ ($R=0.01(\text{nm})^{-1}$)

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{5}{7}$ (۴) $\frac{7}{5}$

۱۷۷- نمودار جرم باقی مانده برای یک ماده پرتوزا برحسب زمان، مطابق شکل زیر است. پس از گذشت مدت زمان $\frac{2}{3}t$ ، تقریباً چند درصد جرم اولیه

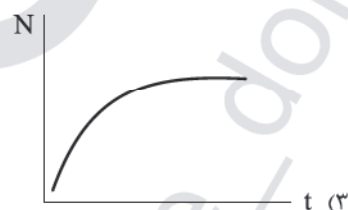
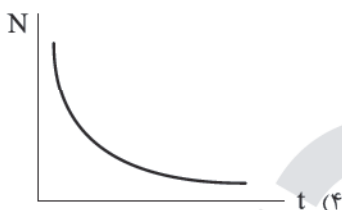
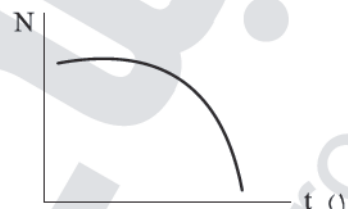
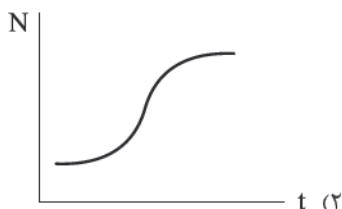
این ماده متلاشی می‌شود؟

جرم هسته‌های
پرتوزای باقی مانده



- (۱) ۲۵
(۲) ۵۰
(۳) ۷۵
(۴) ۹۴

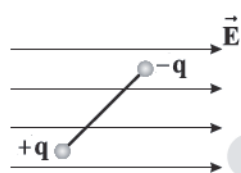
۱۷۸- کدام نمودار، واپاشی هسته‌های عنصر پرتوزای A را برحسب زمان درست نشان می‌دهد؟ (N تعداد هسته‌های عنصر پرتوزای A است.)



۱۷۹- خازن تختی به ظرفیت $1\mu\text{F}$ را به کمک اختلاف پتانسیل الکتریکی 200V پر کرده و سپس آن را از منبع پتانسیل جدا می‌کنیم. اگر یکی از صفحات این خازن را به موازات صفحه دیگر جابه‌جا کنیم، تا نصف مساحت صفحات، مقابل یک‌دیگر قرار بگیرند، انرژی خازن چه تغییری می‌کند؟

- (۱) 20mJ افزایش می‌یابد. (۲) 20mJ کاهش می‌یابد. (۳) 40mJ افزایش می‌یابد. (۴) هیچ تغییری نمی‌کند.

۱۸۰- مطابق شکل زیر، یک دوقطبی الکتریکی (دستگاهی متشکل از دو بار $+q$ و $-q$ در دو سر یک میله عایق) در میدان الکتریکی یکنواختی



\vec{E} رها می‌شود. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد حرکت آن بلافاصله پس از رها شدن صحیح است؟

- (۱) دوقطبی در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت، دوران و به سمت چپ حرکت می‌کند.
(۲) دوقطبی در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت، دوران و به سمت راست حرکت می‌کند.
(۳) دوقطبی فقط در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌کند.
(۴) دوقطبی فقط در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌کند.

۱۸۱- دو گلوله کوچک نارسانا دارای بارهای $+10^{-6}\mu\text{C}$ و $-10^{-6}\mu\text{C}$ در دو انتهای فنری با ثابت $100\frac{\text{N}}{\text{m}}$ قرار داده شده‌اند. در این شرایط طول

فنر 10cm است، طول عادی فنر چند سانتی‌متر است؟ (فنر نارسانا است و $k=9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}$)

- (۱) $10/9$ (۲) $11/8$ (۳) $9/1$ (۴) $8/3$

۱۸۲- سیم دارای مقاومتی به طول 12m به اختلاف پتانسیل الکتریکی 220V وصل شده و در مدت زمان 25 ثانیه در آن 2000 ژول گرما ایجاد شده است. چه طولی از همان سیم را انتخاب کنیم تا وقتی به اختلاف پتانسیل الکتریکی 220V وصل می‌شود، همان مقدار گرما در مدت زمان 15 ثانیه ایجاد شود؟ (دمای سیم را ثابت در نظر بگیرید.)

- (۱) ۲۰ (۲) $7/2$ (۳) ۱۸ (۴) ۸

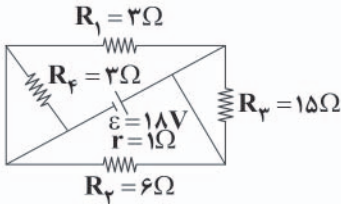


۱۸۳- یک تکه مس به طول L و مساحت سطح مقطع A را به کدام یک از حالات زیر در بیاوریم تا به طور نسبی، کمترین مقاومت را داشته باشد؟

(۱) طول L و سطح مقطع A
(۲) طول $2L$ و سطح مقطع $\frac{A}{2}$

(۳) طول $\frac{L}{2}$ و سطح مقطع $2A$
(۴) طول $\frac{L}{3}$ و سطح مقطع $3A$

۱۸۴- در مدار شکل زیر، مقدار گرمایی که در مدت زمان $10s$ در مقاومت R_1 تولید می‌شود، چند ژول است؟



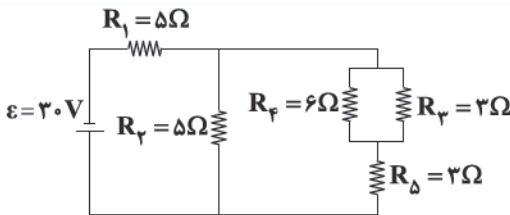
(۱) ۴۸۰

(۲) ۲۵۰

(۳) ۱۸۰

(۴) ۳۴۰

۱۸۵- در مدار شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومتی که کمترین توان در آن مصرف می‌شود، چند ولت است؟ (باتری ایده‌آل است.)



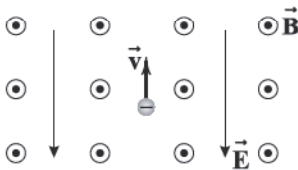
(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

۱۸۶- مطابق شکل زیر، ذره باردار $q = -5\mu C$ با سرعت $\vec{v} = 3000 \frac{m}{s}$ عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} و در جهت نشان داده شده وارد میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $\frac{N}{C} \times 10^4 \times 6$ می‌شود. اگر بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت نیز برابر $20 T$ باشد، بزرگی برابندی نیروهای وارد بر ذره باردار چند نیوتون است؟ (از نیروی وزن ذره باردار صرف نظر کنید.)



(۱) ۰/۳

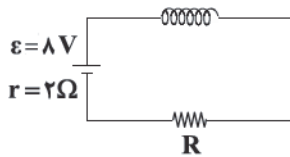
(۲) ۰/۳√۲

(۳) ۰/۲

(۴) ۰/۲√۳

۱۸۷- در مدار زیر، توان خروجی از باتری بیشینه است. اگر سیملوله آرمانی در هر متر، 50° دور حلقه داشته باشد، اندازه میدان مغناطیسی در

داخل سیملوله و روی محور آن چند گاوس است؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$ و مقاومت درونی سیملوله ناچیز است.)



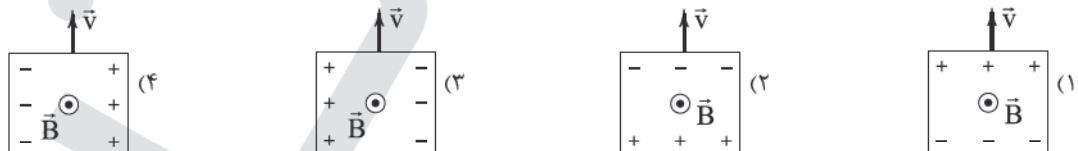
(۱) ۱۲۰

(۲) ۱۲

(۳) ۱/۲

(۴) ۰/۱۲

۱۸۸- یک رسانای مسطح مربعی شکل با سرعت \vec{v} عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} حرکت می‌کند. کدام گزینه توزیع بار الکتریکی روی سطح این رسانا را به درستی نشان می‌دهد؟



۱۸۹- یک سیملوله به اختلاف پتانسیل الکتریکی V متصل است. سیم‌های تشکیل دهنده این سیملوله را باز می‌کنیم و چنان تحت کشش قرار

می‌دهیم تا طول آن ۴ برابر شود و مجدداً به شکل یک سیملوله با طول و قطر سیملوله اول در می‌آوریم. اگر این سیملوله جدید به اختلاف

پتانسیل الکتریکی $\frac{1}{4}V$ متصل گردد، جریان در سیملوله دوم چند برابر جریان در سیملوله اول است؟

(۱) ۱۶

(۲) $\frac{1}{16}$

(۳) ۳۲

(۴) $\frac{1}{32}$

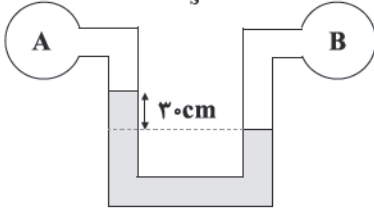


۱۹۰- نصف ظرفی را از مایع A با چگالی ρ_A و نصف دیگر آن را از مایع B با چگالی ρ_B پر می‌کنیم. دو مایع با یکدیگر مخلوط می‌شوند و چگالی مخلوط $\frac{g}{cm^3}$ ۸ است. اگر $\frac{1}{3}$ همین ظرف را از مایع A و مابقی آن را از مایع B پر کنیم، چگالی مخلوط $\frac{g}{cm^3}$ ۶ می‌شود. چگالی

مایعات A و B به ترتیب (از راست به چپ) چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

- ۶ - ۱۰ (۱) ۵ - ۱۱ (۲) ۲ - ۱۴ (۳) ۶ - ۹ (۴)

۱۹۱- در شکل زیر، اگر در داخل لوله، آب به چگالی $\frac{kg}{m^3}$ 10^3 باشد، اختلاف فشار دو مخزن A و B چند پاسکال است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



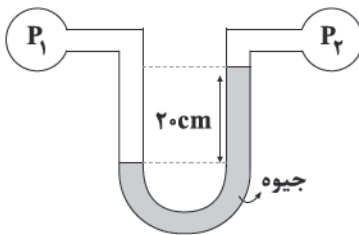
- 2×10^3 (۱)
 3×10^3 (۲)
 10^3 (۳)
 4×10^3 (۴)

۱۹۲- درون یک ظرف تا ارتفاع ۱۰۰ cm از مایعی به چگالی $\frac{g}{cm^3}$ $1/7$ می‌ریزیم. اگر فشار کل وارد بر کف ظرف برابر با 65 cmHg باشد، فشار

هوای محیط چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{g}{cm^3}$)

- $42/5$ (۴) $52/5$ (۳) $62/5$ (۲) $72/5$ (۱)

۱۹۳- در شکل زیر، اختلاف فشار در دو طرف لوله، به اندازه ۴۰ درصد P_1 است. مقدار P_1 چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{Hg}} = 13/6 \frac{g}{cm^3}$)



- ۲۰ (۱)
۳۰ (۲)
۴۰ (۳)
۵۰ (۴)

۱۹۴- کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) دمای گذار جامد به مایع تنها به جنس جسم بستگی دارد.
- (۲) حجم همه جامدهای بلوری هنگام ذوب شدن افزایش می‌یابد.
- (۳) برخلاف جامدهای خالص و بلورین جامدهای بی‌شکل، نقطه ذوب کاملاً مشخصی ندارند.
- (۴) معمولاً افزایش فشار وارد بر جسم سبب پایین آمدن نقطه ذوب جسم می‌شود.

۱۹۵- ضریب انبساط طولی یک میله فلزی $4 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ و ظرفیت گرمایی آن $2500 \frac{J}{K}$ است. برای آن‌که طول این میله فلزی ۰/۸ درصد افزایش یابد، باید چند کیلوژول گرما دریافت کند؟ (فرض کنید تغییر حالتی رخ نمی‌دهد).

- ۶۰۰ (۴) ۵۰۰ (۳) ۴۰۰ (۲) ۳۰۰ (۱)

۱۹۶- در یک روز زمستانی، بخار آب موجود در اتاقی، روی شیشه پنجره به شکل مایع در می‌آید و قطره‌قطره می‌شود. اگر دمای شیشه حدود

صفر درجه سلسیوس باشد، برای آن‌که ۲۰ g آب روی شیشه تشکیل شود، باید چند ژول گرما به شیشه داده شود؟ ($L_V = 2490 \frac{kJ}{kg}$)

- $9/48 \times 10^4$ (۴) $4/98 \times 10^4$ (۳) $8/49 \times 10^4$ (۲) $4/89 \times 10^4$ (۱)

۱۹۷- گرمایی که مقدار معینی گاز آرمانی دو اتمی در فشار ثابت 12 atm با محیط مبادله می‌کند تا حجم آن از $5/8 \text{ L}$ به $9/8 \text{ L}$ برسد، برابر با

چند کیلوژول است؟ ($C_V = \frac{5}{2}R$, $C_P = \frac{7}{2}R$)

- ۱۶۸ (۴) ۱۶/۸ (۳) ۱/۶۸ (۲) ۱۶۸۰۰ (۱)

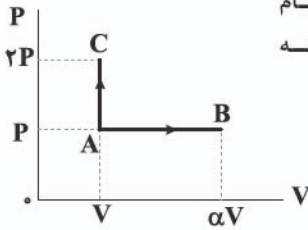
۱۹۸- در یک انبساط بی‌دررو، اندازه کار انجام‌شده توسط یک مول گاز کامل تک‌اتمی برابر با 9900 J است. دمای گاز در این فرایند درجه

سلسیوس می‌یابد. ($C_V = \frac{3}{2}R$, $R = 8 \frac{J}{\text{mol.K}}$)

- ۲۸۵ - افزایش (۴) ۸۲۵ - کاهش (۲) ۸۲۵ - کاهش (۳) ۲۸۵ - افزایش (۱)



۱۹۹- در نمودار شکل مقابل، گاز کامل تک‌اتمی از وضعیت A یک بار فرایند AB و بار دیگر فرایند AC را انجام می‌دهد. اگر گرمای مبادله‌شده در دو فرایند، یکسان باشد، مقدار α برابر با کدام گزینه



است؟ ($C_p = \frac{5}{2}R$, $C_v = \frac{3}{2}R$)

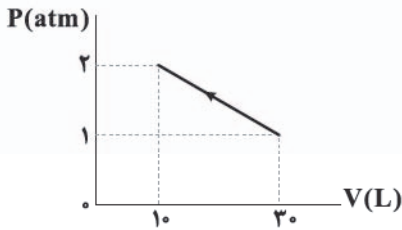
(۲) $\frac{1}{5}$

(۱) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{12}{V}$

(۳) $\frac{12}{5}$

۲۰۰- مطابق شکل زیر، مقداری گاز کامل را از حجم $3^{\circ}L$ و فشار 1 atm تا حجم $1^{\circ}L$ و فشار 2 atm متراکم می‌کنیم. وقتی دمای گاز بیشینه است، حجم گاز چند لیتر است؟



(۱) ۲۵

(۲) ۵۰

(۳) ۱۵

(۴) ۳۵



۲۰۱- کدام عنصر درصد بیشتری از جرم کره زمین را تشکیل می‌دهد؟

(۴) سیلیسیم

(۳) اکسیژن

(۲) آهن

(۱) کربن

۲۰۲- اگر در طیف نشری اتم هیدروژن، ترازهای انرژی بالاتر از $n=6$ را در نظر نگیریم، در مجموع چند خط طیفی می‌تواند وجود داشته باشد؟

(۴) ۱۶

(۳) ۶

(۲) ۱۲

(۱) ۱۵

۲۰۳- در بالون‌های تفریحی از گاز هلیم استفاده می‌شود که گاز با ارزشی است و بهتر است به جای آن از گاز دیگری استفاده شود. هلیم در اتمسفر زمین با غلظتی حدود 0.916 mg/m^3 وجود دارد و حجم اتمسفر زمین تقریباً $4/2 \times 10^9\text{ km}^3$ است. شمار مول‌های هلیم در اتمسفر، در

کدام گزینه آمده است؟ ($\text{He} = 4\text{ g.mol}^{-1}$)

(۴) $9/61 \times 10^{11}$

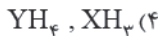
(۳) $9/61 \times 10^{14}$

(۲) $8/72 \times 10^{11}$

(۱) $8/72 \times 10^{14}$

۲۰۴- XCl_4^+ و YCl_4^+ هر دو ساختار خمیده دارند و در آرایش الکترون - نقطه‌ای آن‌ها، الکترون جفت نشده‌ای وجود ندارد. اگر X و Y هر دو

در یک دوره از جدول تناوبی قرار داشته باشند، فرمول ترکیب هیدروژن دار آن‌ها به کدام صورت می‌تواند باشد؟



۲۰۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

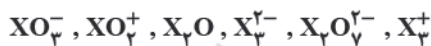
(۱) در فرایند تقطیر هوای مایع، آرگون پس از نیتروژن و قبل از اکسیژن جدا می‌شود.

(۲) در ارتفاعات بالایی هواکره، کاتیون‌های تک‌اتمی و چنداتمی از اکسیژن وجود دارد.

(۳) در ۱۵۰ سال گذشته، میانگین جهانی دمای سطح زمین به طور پیوسته و منظم در حال افزایش بوده است.

(۴) در صنعت از گاز اوزون برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود.

۲۰۶- در چه تعداد از گونه‌های زیر با فرض رعایت قاعده هشت تایی، X می‌تواند به گروه ۱۶ جدول دوره‌ای تعلق داشته باشد؟



(۴) هیچ‌کدام

(۳) ۲

(۲) ۴

(۱) ۳

۲۰۷- نمونه‌ای به جرم 85 g از سنگ معدن آنتیموان سولفید را که حاوی ۴۰ درصد جرمی Sb_2S_3 و ۶۰ درصد مواد بی‌اثر است، اکسید می‌کنند تا گوگرد موجود در ترکیب Sb_2S_3 به گاز گوگرد تری‌اکسید تبدیل شود. سپس این گاز را در مقدار کافی آب حل می‌کنند و

حجم محلول را به 200 cm^3 می‌رسانند. چند سانتی‌متر مکعب محلول ۴٪ مولار سدیم هیدروکسید برای خنثی کردن کامل محتویات

محلول ۲۰۰ سانتی‌متر مکعبی لازم است؟ ($\text{S} = 32$, $\text{Sb} = 122\text{ g.mol}^{-1}$)

(۴) ۶۰۰

(۳) ۴۰۰

(۲) ۷۵۰

(۱) ۱۵۰۰



۲۰۸- هنگامی که $1/100$ گرم Pb_3O_4 را به شدت حرارت می‌دهیم، مقداری گاز اکسیژن آزاد شده و اکسید دیگری از سرب تشکیل می‌شود. جرم

اکسیژن آزاد شده چند میلی‌گرم است؟ ($Pb = 207, O = 16: g.mol^{-1}$) (سرب در ترکیب‌های خود دارای دو عدد اکسایش $+2$ و $+4$ است.)

۹۲ (۱) ۴۶ (۲) ۶۹ (۳) ۲۳ (۴)

۲۰۹- مقدار $6/4$ گرم از بلورهای فسفریک اسید را در 200 میلی‌لیتر محلول فسفریک اسید با چگالی $1/34 g.mL^{-1}$ که درصد جرمی آب در آن 80 است حل می‌کنیم و در نهایت حجم محلول را به $250 mL$ می‌رسانیم. مولاریته فسفریک اسید در این محلول کدام

است؟ ($H_3PO_4 = 98 g.mol^{-1}$)

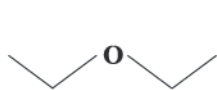
۴/۳۴ (۱) ۰/۲۵۲ (۲) ۱/۳۶ (۳) ۲/۴۵ (۴)

۲۱۰- چند میلی‌لیتر از محلول $0/1$ مولار سدیم هیدروکسید باید به 50 میلی‌لیتر محلول $0/1$ مولار آهن (III) نیترات اضافه شود تا $0/214$ گرم

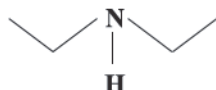
رسوب قرمز قهوه‌ای تشکیل شود؟ ($Na = 23, O = 16, H = 1, Fe = 56: g.mol^{-1}$)

۴۰ (۱) ۲۰ (۲) ۶۰ (۳) ۳۰ (۴)

۲۱۱- اگر نقطه چین نمایش تشکیل پیوند هیدروژنی باشد، چه تعداد از حالت‌های شش‌گانه نمایش داده شده درست هستند؟



(A)



(B)



(C)



(D)

A...H₂O

A...A

B...H₂O

B...B

C...H₂OD...H₂O

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۲ (۱)

۲۱۲- نمونه‌ای از یک آلکن با مقدار کافی گاز کلر واکنش داده و به یک ترکیب سیر شده تبدیل می‌شود. اگر افزایش جرم آلکن در این واکنش $63/4\%$

باشد، هر مول از این آلکن بر اثر سوختن کامل، چند مول فراورده تولید می‌کند؟

۱۶ (۱) ۱۴ (۲) ۱۸ (۳) ۱۲ (۴)

۲۱۳- از گرما دادن فلز آلومینیم با یکی از عنصرهای گروه ۱۶ جدول دوره‌ای، یک ترکیب یونی تشکیل می‌شود که درصد جرمی آلومینیم در

آن $18/56\%$ است. اگر بازده واکنش 70% بوده باشد، عنصر مورد نظر کدام است؟ ($Al = 27 g.mol^{-1}$)

$79/34 Se$ (۴) $16/8 O$ (۳) $32/16 S$ (۲) $128/52 Te$ (۱)

۲۱۴- سوخت تازه یک راکتور (واکنش‌گاه) حاوی 85% حجمی متان است. بعد از انجام واکنش‌ها، مقداری سوخت باقی می‌ماند که باز یافت شده و

به راکتور باز می‌گردد. درصد حجمی متان در سوخت باز یافتی 66% است. مخلوط سوخت تازه و باز یافتی ورودی به راکتور حاوی 78%

حجمی متان است. نسبت حجم سوخت باز یافتی به سوخت تازه چقدر است؟

۰/۳۷ (۱) ۰/۴۲ (۲) ۰/۶۳ (۳) ۰/۵۸ (۴)

۲۱۵- عنصر A متعلق به دوره سوم جدول بوده و از آن در ساخت لوازم خانگی استفاده می‌شود. عنصر X متعلق به دوره پنجم جدول بوده و

آرایش الکترونی کاتیون X^{2+} به زیرلایه s^2 ختم می‌شود. چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با عنصرهای A و X درست است؟

• A و X در دو گروه متوالی از جدول تناوبی جای دارند.

• A همانند X رسانایی الکتریکی و گرمایی بالایی دارد.

• تفاوت عدد اتمی A و X برابر با عدد اتمی چهارمین فلز قلیایی است.

• عنصر هم‌گروه و بالایی X، همانند عنصر هم‌دوره و بعدی A، سطح صیقلی دارد و در اثر ضربه خرد می‌شود.

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۲۱۶- از واکنش یک مول از هر کدام از گازهای اتن و اتین با یک مول هیدروژن کلرید به ترتیب و به دست می‌آید. (گزینه‌ها را از

راست به چپ بخوانید.)

(۲) کلرواتان، ۱ و ۲- دی‌کلرواتان

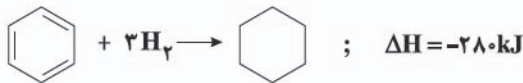
(۱) کلرواتان، وینیل کلرید

(۴) کلروفرم، ۱ و ۲- دی‌کلرواتان

(۳) کلروفرم، وینیل کلرید



۲۱۷- با توجه به شواهد زیر کدام نتیجه‌گیری درست است؟



- (۱) با توجه به داده‌های سؤال، مقایسهٔ واکنش‌پذیری بنزن و سیکلوهگزن امکان‌پذیر نیست.
 (۲) بنزن از آن‌چه که انتظار می‌رود واکنش‌پذیری بیشتری نشان می‌دهد.
 (۳) گرمای آزاد شده در هیدروژن‌دار کردن بنزن بیش از مقداری است که براساس هیدروژن‌دار کردن سیکلوهگزن قابل پیش‌بینی است.
 (۴) بنزن از آن‌چه که انتظار می‌رود پایدارتر است.

۲۱۸- ۲ مول گاز هیدروژن و ۱ مول گاز اکسیژن در یک ظرف عایق به طور کامل با هم واکنش می‌دهند:

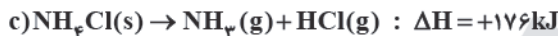
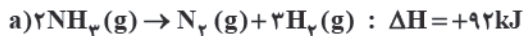
با فرض این‌که ۶۵٪ گرمای حاصل از واکنش صرف گرم کردن بخار آب در ظرف شود، دما از این راه چند کلوین افزایش خواهد یافت؟ (گرمای ویژهٔ بخار آب را به طور متوسط برابر با $2/5 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ و مستقل از دما در نظر بگیرید.) ($H=1, O=16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۳۴۹۵ (۱) ۶۹۹۱ (۳) ۶۹۹۱ (۴) ۳۴۹۵ (۲)

۲۱۹- نور خورشید به‌ازای هر متر مربع، انرژی‌ای معادل $1/0 \text{ kW}$ را فراهم می‌کند. گیاهان طی یک ساعت به‌ازای یک متر مربع دریافت انرژی حدود 228 g ساکاروز مطابق معادلهٔ زیر تولید می‌کنند.چند درصد از نور خورشید صرف تولید ساکاروز می‌شود؟ ($\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11} = 342 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۱/۱۰۵ (۱) ۰/۸۵ (۲) ۰/۱۲۵ (۳) ۰/۹۵ (۴)

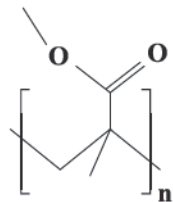
۲۲۰- با توجه به واکنش‌های زیر، به‌ازای تشکیل یک مول آمونیوم کلرید از گازهای سازندهٔ آن، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟



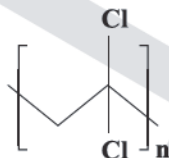
۳۱۴ (۱) ۴۱۲ (۲) ۲۲۲ (۳) ۵۲۴ (۴)

۲۲۱- اولین سوخت موشک مخلوط هیدرازین و دی‌نیتروژن تتراکسید بود که بر اثر واکنش، گاز نیتروژن و بخار آب تولید می‌کند. اگر پس از گذشت ۲۰s افزایش حجم گازهای درون ظرف برابر با 135 L باشد، سرعت متوسط مصرف گاز هیدرازین چند مول بر دقیقه است؟ (حجم مولی گازها در شرایط آزمایش 30°C لیتر بر مول است.)

۵/۶ (۱) ۶/۷۵ (۲) ۴/۲ (۳) ۴/۵ (۴)

۲۲۲- اگر جرم مولی پلیمرهای A و B با هم برابر باشد، شمار واحدهای تکرار شوندهٔ پلیمر A چند برابر شمار واحدهای تکرار شوندهٔ پلیمر B است؟ ($C=12, H=1, O=16, Cl=35/5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(B)



(A)

۰/۷۹ (۱) ۰/۹۷ (۲) ۱/۰۳ (۳) ۱/۲۶ (۴)

۲۲۳- نمونه‌ای از یک دی‌الکل برای سوختن کامل، $8/0$ گرم گاز اکسیژن مصرف می‌کند و $3/6$ گرم آب تولید می‌کند. هر مولکول از این دی‌الکل شامل چند اتم است؟ (تمامی پیوندها در دی‌الکل، یگانه (ساده) است.) ($C=12, H=1, O=16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۲۳ (۱) ۲۴ (۲) ۲۵ (۳) ۲۲ (۴)

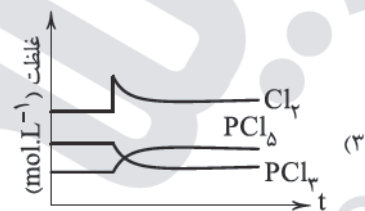
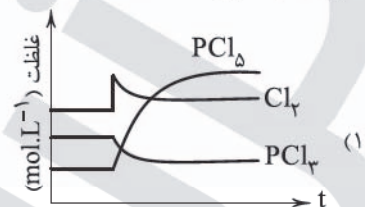
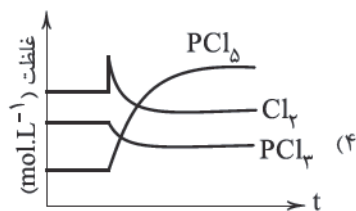
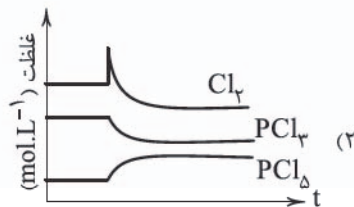
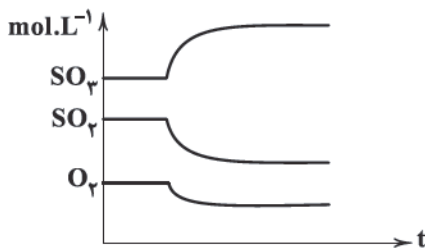
۲۲۴- به 400 میلی‌لیتر محلول هیدروبرمیک اسید با $\text{pH} = 2/3$ ، چند میلی‌لیتر محلول باریم هیدروکسید با $\text{pH} = 11/4$ اضافه کنیم تا محلول حاصل، خنثی باشد؟

۱۰۰ (۱) ۴۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۸۰۰ (۴)



۲۳۳- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) در میدان‌های نفتی برای افزایش ایمنی، بخش قابل توجهی از گاز متان را می‌سوزانند.
 (۲) انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن فسفر سفید در هوا، کم‌تر از واکنش سوختن هیدروژن است.
 (۳) PET در شرایط مناسب با متانول واکنش می‌دهد و به دی‌اسید و دی‌الکل سازنده خود تبدیل می‌شود.
 (۴) از طیف‌سنجی فرسرخ می‌توان برای شناسایی آلاینده‌هایی مانند CO و NO_x در هواکره استفاده کرد.
- ۲۳۴- اگر در دمای ثابت، مقداری گاز کلر به واکنش تعادلی: $\text{PCl}_3(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g}) \rightleftharpoons \text{PCl}_5(\text{g})$ اضافه کنیم، نمودار تغییر غلظت مواد به چه صورت خواهد بود؟

۲۳۵- با توجه به نمودار زیر که مربوط به تعادل: $2\text{SO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{SO}_3(\text{g})$ می‌باشد، کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) تغییر وارد شده مربوط به کاهش دما بوده است.
 (۲) مقدار K در تعادل جدید، بیشتر از مقدار K در تعادل اولیه است.
 (۳) سرعت واکنش‌های رفت و برگشت در تعادل جدید، بیشتر از تعادل اولیه است.
 (۴) میزان کاهش غلظت SO_۲، دو برابر میزان کاهش غلظت O_۲ است.



آزمون‌های سراسر گاج

گزینه دوسم را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۲۶

پنج‌شنبه ۱۴۰۰/۰۴/۰۳

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۲۳۵	مدت پاسخگویی: ۲۵۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	فارسی	۲۵	۱	۲۵	۱۸ دقیقه
۲	زبان عربی	۲۵	۲۶	۵۰	۲۰ دقیقه
۳	دین و زندگی	۲۵	۵۱	۷۵	۱۷ دقیقه
۴	زبان انگلیسی	۲۵	۷۶	۱۰۰	۲۰ دقیقه
۵	ریاضیات	۵۵	۱۰۱	۱۵۵	۸۵ دقیقه
۶	فیزیک	۴۵	۱۵۶	۲۰۰	۵۵ دقیقه
۷	شیمی	۳۵	۲۰۱	۲۳۵	۳۵ دقیقه



ریاضیات

$$\sin x - \cos x = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow (\sin x - \cos x)^2 = \frac{1}{10}$$

۴ ۱۰۵

$$\Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow 1 - \sin 2x = \frac{1}{10} \Rightarrow \sin 2x = \frac{9}{10}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\cos 4x = 1 - 2 \sin^2 2x = 1 - 2 \left(\frac{9}{10}\right)^2 = 1 - \frac{162}{100}$$

$$\cos 4x = -\frac{62}{100} = -0.62$$

$$\cos(x+y) = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin(x+y) = \pm \frac{4}{5}$$

۴ ۱۰۶

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y \Rightarrow \pm \frac{4}{5} = \frac{1}{5} + \cos x \sin y$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x \sin y = \frac{3}{5} \\ \cos x \sin y = -1 \end{cases}$$

۳ ۱۰۷

$$\cos 4x \cos x + 2 \cos 4x = \cos x \sin x + 2 \sin x$$

$$\Rightarrow \cos 4x (\cos x + 2) = \sin x (\cos x + 2) \xrightarrow{\cos x + 2 > 0}$$

$$\rightarrow \cos 4x = \sin x \rightarrow \cos 4x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} + \frac{\pi}{10} \\ 4x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$f(4x-1) \text{ اگر دوره تناوب } f(x) \text{ برابر } T \text{ باشد، دوره تناوب } f(4x-1) \text{ برابر } \frac{T}{4} \text{ خواهد بود.} \quad ۱ \quad ۱۰۸$$

$$T = \frac{T}{4} + 3 \xrightarrow{\times 4} 4T = T + 12 \Rightarrow T = 4$$

$$T_{f\left(\frac{x}{4}\right)} = 2T = 8$$

۴ ۱۰۹ تابع f یک تابع خطی است.

$$f(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} f(3-x) = a(3-x) + b = 3a - ax + b \\ f(x-2) = a(x-2) + b = ax - 2a + b \end{cases}$$

$$f(3-x) - f(x-2) = (3a - ax + b) - (ax - 2a + b) = -2ax + 5a$$

اگر رابطه به دست آمده را با $4x + m$ مقایسه کنیم:

$$-2a = 4 \Rightarrow a = -2$$

$$m = 5a = -10$$

پس f به صورت $f(x) = -2x + b$ خواهد بود.

$$f(m) - f(1) = (-2m + b) - (-2 + b) = 20 + 2 = 22$$

$$2(x^2 + 2x - 4) = (x+2) + (6x+9)$$

۳ ۱۰۱

$$\Rightarrow 2x^2 + 4x - 8 = x + 12 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 20 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9+160}}{4} = \frac{3 \pm 13}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -\frac{5}{2} \text{ (غ ق)} \end{cases}$$

$$x = 4 \Rightarrow 7, 20, 33, \dots \Rightarrow d = 13$$

جمله عمومی را می نویسیم و آن را کم تر از 2610 قرار می دهیم.

$$t_n = t_1 + (n-1)d = 7 + 13(n-1) < 2610$$

$$\Rightarrow 13(n-1) < 2603 \Rightarrow n-1 < \frac{2603}{13} \Rightarrow n < \frac{2616}{13}$$

$$\Rightarrow n < 201.1 \dots \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \leq 201$$

پس 201 جمله چنین شرایطی را دارد.

$$S = P + 1 \Rightarrow \sqrt{m+2} = m - 11 + 1 \Rightarrow \sqrt{m+2} = m - 10$$

۲ ۱۰۲

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} m + 2 = m^2 - 20m + 100 \Rightarrow m^2 - 21m + 98 = 0$$

$$\Rightarrow (m-14)(m-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 14 \text{ ق ق} \\ m = 7 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$m = 14 \rightarrow \text{معادله } x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 4^2 - 6 = 10$$

۱ ۱۰۳

$$\frac{x}{2x-1} + \frac{2x-1}{x} - 2 < 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 4x^2 - 4x + 1 - 2x(2x-1)}{x(2x-1)} < 0$$

$$P(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x(2x-1)} = \frac{(x-1)^2}{x(2x-1)} < 0$$

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
P(x)	+	+	-	+	+

$$P(x) < 0 \Rightarrow 0 < x < \frac{1}{2} \Rightarrow \left|x - \frac{1}{2}\right| < \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \left|x - \frac{1}{4}\right| < \frac{1}{4} \xrightarrow{\times 4} |4x - 1| < 1$$

$$\tan(4x - 4y) = \tan(\pi) = 0$$

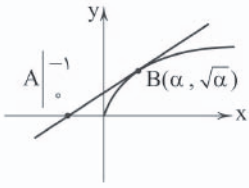
۳ ۱۰۴

$$\sin(4x - 4y + \frac{\pi}{6}) = \sin(\pi + \frac{\pi}{6}) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\cot(x-y) = \cot \frac{\pi}{4} = 1$$

$$\cos^2(2x - 2y + \frac{\pi}{3}) = \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = \sin^2 \frac{\pi}{3} = \frac{3}{4}$$

$$A = \frac{0 + (-\frac{1}{2})}{1 \times \frac{3}{4}} = -\frac{2}{3}$$

۱ ۱۱۵ اگر طول نقطه تماس را α فرض کنیم:

شیب خط مماس را به دو طریق محاسبه و برابر هم قرار می‌دهیم:

$$f'(\alpha) = \frac{\sqrt{\alpha} - 0}{\alpha + 1} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\alpha + 1}$$

$$\Rightarrow 2\alpha = \alpha + 1 \Rightarrow \alpha = 1 \Rightarrow B(1, 1)$$

۴ ۱۱۶ مفهوم سؤال این است که y' ماکزیمم شود.

$$y' = 2ax - 3x^2$$

تابع y' یک تابع درجه دوم است پس ماکزیمم آن در رأس سهمی رخ می‌دهد.

$$\text{رأس } x = \frac{-2a}{2(-3)} = \frac{a}{3} = 2 \Rightarrow a = 6$$

۱ ۱۱۷ دامنه تابع برابر \mathbb{R} است.

$$f(x) = \sqrt[3]{4-x^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{-2x}{3\sqrt[3]{(4-x^2)^2}}$$

نقاط بحرانی $\{0, 2, -2\}$ خواهد بود.

$$f(0) + f(2) + f(-2) = \sqrt[3]{4} + 0 + 0 = \sqrt[3]{4}$$

$$g'(x) - f'(x) = (g(x) - f(x))'$$

$$y = \sin 6x \sin x - \cos 6x \cos x = -\cos 6x$$

$$\Rightarrow y' = 6 \sin 6x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{36}} y' = 6 \sin \frac{\pi}{6} = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

۴ ۱۱۹ تابع از نقطه $A(0, 1)$ می‌گذرد، بنابراین:

$$A(0, 1) \Rightarrow 0 + 3 + \frac{c}{-1} = 1 \Rightarrow -c = -2 \Rightarrow c = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2x^2 + x - 3 + ax^2 + bx + 2}{x - 1}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{(a+2)x^2 + (b+1)x - 1}{x - 1}$$

چون تابع هموگرافیک است باید ضریب x^2 در صورت کسر صفر باشد و چونمجانب افقی $y = 2$ است، بنابراین حاصل حد در بی‌نهایت باید برابر ۲ باشد،

$$a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$$

در نتیجه:

$$\frac{1+b}{1} = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2x-1}{x-1} \Rightarrow f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(\Delta) = -\frac{1}{16}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$$

۲ ۱۱۰

$$D_g = \{x | x \geq 0, 1 - 2\sqrt{x} \geq 0\} = [0, \frac{1}{4}]$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f | f(x) \in D_g\} = \{x \neq -1 | 0 \leq \frac{x}{1+x} \leq \frac{1}{4}\}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{1+x} \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup [0, +\infty) \\ \frac{x}{1+x} \leq \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{4x-1}{4(1+x)} \leq 0 \Rightarrow x \in (-1, \frac{1}{3}] \end{cases}$$

$$\frac{x}{1+x} \leq \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{4x-1}{4(1+x)} \leq 0 \Rightarrow x \in (-1, \frac{1}{3}]$$

$$\cap \rightarrow x \in [0, \frac{1}{3}]$$

$$D_{g \circ f} = \{x \neq -1 | x \in [0, \frac{1}{3}]\} = [0, \frac{1}{3}]$$

$$(\frac{1}{3})^{3x-2} - (\frac{1}{128})^a \geq 0 \Rightarrow (\frac{1}{3})^{3x-2} \geq (\frac{1}{3})^{7a}$$

۱ ۱۱۱

چون تابع $f(x) = (\frac{1}{3})^x$ اکیداً نزولی است، بنابراین:

$$3x - 2 \leq 7a \Rightarrow 3x \leq 7a + 2 \Rightarrow x \leq \frac{7a+2}{3}$$

چون دامنه تابع $[-\infty, 3]$ است، بنابراین:

$$\frac{7a+2}{3} = 3 \Rightarrow 7a+2=9 \Rightarrow 7a=7 \Rightarrow a=1$$

۲ ۱۱۲

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x + \Delta \sin x - 6}{\cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x - 1 + \Delta \sin x - 6}{1 - \sin^2 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x - 1)(\sin^2 x + \sin x + 1) + \Delta(\sin x - 1)}{-(\sin x - 1)(\sin x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x - 1)(\sin^2 x + \sin x + \Delta)}{-(\sin x - 1)(\sin x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x + \sin x + \Delta}{-(\sin x + 1)} = \frac{\Delta}{-2} = -4$$

۱ ۱۱۳ با توجه به شکل سؤال باید $x = 2$ ریشه مضاعف مخرج باشد.

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow \begin{cases} b = -4 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow b = -c$$

و هم‌چنین $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$ ، بنابراین باید صورت به‌ازای $x = 2$ منفی شود:

$$\xrightarrow{x=2} 2+a < 0 \Rightarrow a < -2$$

$$f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = a+2$$

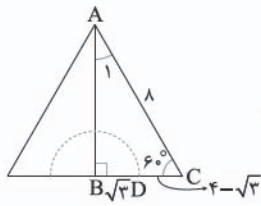
۲ ۱۱۴

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^3 - [-x^2] - 12}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^3 - 12}{x^2 - 4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 2x + 4}{x+2} = 3$$

$$a+2=3 \Rightarrow a=1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (a+x) = a+2 = 1+2 = 3$$

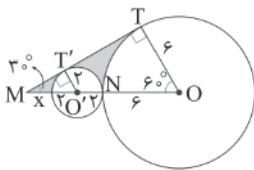


$$\hat{A}_1 = 30^\circ \Rightarrow \begin{cases} AB = h = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3} \\ BC = 4 \Rightarrow BD = \sqrt{3} \end{cases}$$

حجم نیم کره - حجم مخروط = حجم ایجاد شده

$$\begin{aligned} &= \frac{\pi R^2 h}{3} - \frac{1}{3} \pi r^2 = \frac{\pi(4)^2 \times 2\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{3} \pi(\sqrt{3})^2 = \frac{32\pi\sqrt{3}}{3} - \frac{\pi\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{31\pi\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

۲ | ۱۲۵



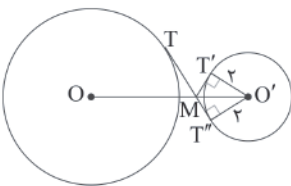
$$\Delta MOT : OT \parallel O'T' \Rightarrow \frac{O'T'}{OT} = \frac{MO'}{MO} \Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{x+2}{x+10}$$

$$\Rightarrow x+10 = 3x+6 \Rightarrow x=2$$

$$MO = 12 \Rightarrow MT = 6\sqrt{3}$$

$$OT = \frac{1}{2} OM \Rightarrow \hat{M} = 30^\circ \Rightarrow \hat{O} = 60^\circ \Rightarrow S_{\Delta OTN} = \pi(6)^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} = 6\pi$$

$$\begin{aligned} S_{\text{رنگی}} &= S_{\Delta MOT} - \frac{\pi(2)^2}{2} - 6\pi \\ &= \frac{6 \times 6\sqrt{3}}{2} - 2\pi - 6\pi = 18\sqrt{3} - 8\pi \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \Delta MT'O' &\cong \Delta MO'T'' \\ \Rightarrow MT' &= MT'' \end{aligned}$$

مرکز تجانس معکوس دو دایره، محل برخورد خط‌المركزین و مماس مشترک داخلی دو دایره است، پس M مرکز تجانس است.

$$MT + MT' = MT + MT'' = TT'' = \sqrt{OO'^2 - (R+R')^2}$$

$$\Rightarrow TT'' = \sqrt{10^2 - (4+2)^2} = 8$$

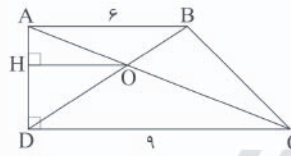
AD نیمساز زاویه A است، در نتیجه:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} = \frac{2}{4} \Rightarrow \begin{cases} AB = 2K \\ AC = 4K \end{cases}$$

$$2P = 2K + 4K + 7 = 28 \Rightarrow 7K = 21 \Rightarrow K = 3 \Rightarrow \begin{cases} AB = 6 \\ AC = 12 \end{cases}$$

$$P = \frac{9+7+12}{2} = 14 \Rightarrow S = \sqrt{14(7)(2)(5)} = 14\sqrt{5}$$

۴ | ۱۲۷



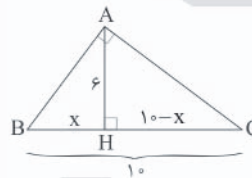
$$\Delta ADB : \frac{OH}{AB} = \frac{HD}{AD} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{6-OH}{6} = \frac{AH}{AD} \quad (1)$$

$$\Delta ADC : \frac{OH}{CD} = \frac{AH}{AD} \Rightarrow \frac{OH}{9} = \frac{AH}{AD} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{6-OH}{6} = \frac{OH}{9} \Rightarrow \frac{6-OH}{2} = \frac{OH}{3}$$

$$\Rightarrow 2OH = 18 - 2OH \Rightarrow OH = \frac{18}{4}$$

۴ | ۱۲۱



طبق روابط طولی مثلث قائم‌الزاویه داریم:

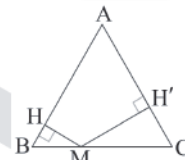
$$AH^2 = BH \cdot HC \Rightarrow 6^2 = x(10-x) \Rightarrow 36 = 10x - x^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x + 36 = 0$$

$$\Delta = 100 - 144 = -44 < 0$$

پس چنین مثلثی وجود ندارد.

۳ | ۱۲۲



$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 3 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

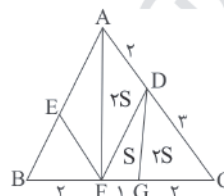
می‌دانیم در مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع وارد بر قاعده

$$MH + MH' = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{8} + MH' = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$MH' = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{8} = \frac{9\sqrt{3}}{8}$$

در هر دو مثلث که ارتفاع یکسان

دارند، نسبت مساحت‌ها برابر نسبت قاعده‌هاست.

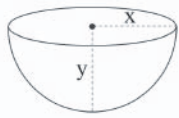


$S_{DGC} = 2S$ و $S_{DFG} = S$: پس: ارتفاع یکسان دارند.

$S_{AFD} = 2S$ و $S_{FDC} = 3S$: پس: ارتفاع یکسان دارند.

$S_{ABF} = \frac{2}{3} \times 5S$ و $S_{AFC} = 5S$: پس: ارتفاع یکسان دارند.

$$\frac{S_{DFG}}{S_{ABC}} = \frac{S}{5S + \frac{1}{3}S} = \frac{3}{25}$$



$$x^2 = 4ay$$

شعاع دهانه: x
(عمق): y , اندازه گودی

$$\text{قطر دهانه} = 8 \Rightarrow x = 4, y = 4$$

$$16 = 4a(4) \Rightarrow a = 1$$

در ناحیه هشتم طول نقطه مثبت و عرض و ارتفاع، هر دو

۱۳۵ ۲

منفی هستند.

$$a > 0 \quad (1)$$

$$1 - 2a < 0 \Rightarrow 2a > 1 \Rightarrow a > \frac{1}{2} \quad (2)$$

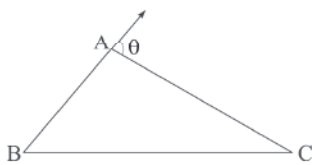
$$3a^2 - 3a < 0 \Rightarrow 3a(a-1) < 0$$

$$\Rightarrow 0 < a < 1 \quad (3)$$

$$(1) \cap (2) \cap (3) \Rightarrow \frac{1}{2} < a < 1$$

$$\Rightarrow d - c = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

۱۳۶ ۴



$$\overline{BA} = A - B = (1, 1, -1)$$

$$\overline{AC} = C - A = (1, -2, 1)$$

$$\cos \theta = \frac{\overline{BA} \cdot \overline{AC}}{|\overline{BA}| |\overline{AC}|} = \frac{1-2-1}{\sqrt{1+1+1} \sqrt{1+4+1}} = \frac{-2}{\sqrt{3}\sqrt{6}}$$

$$= \frac{-2}{\sqrt{18}} = -\frac{2}{3\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\begin{cases} a \leq x \leq b \\ y = c \\ z = d \end{cases} \quad \text{نکته: ۴ ۱۳۷}$$

آن $x=a$, $x=b$, $y=c$ و $z=d$ صفحاتی هستند که وجه‌های مکعب مستطیل قسمتی از آن‌هاست.

می‌دانید که: ۱۳۸ ۳

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q \quad \text{الف)}$$

$$\text{قانون جذب (ب)} \begin{cases} p \vee (p \wedge q) \equiv p \\ p \wedge (p \vee q) \equiv p \end{cases}$$

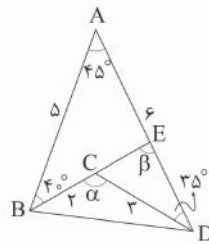
بنابراین داریم:

$$((p \Rightarrow q) \wedge q) \vee p \equiv ((\sim p \vee q) \wedge q) \vee p \equiv q \vee p \equiv p \vee q \equiv (\sim p \Rightarrow q)$$

قانون جذب

۱۳۸ ۴ ضلع BD را رسم می‌کنیم و BC را امتداد می‌دهیم تا AD را

در E قطع کند.



$$\alpha = \beta + 35^\circ = 45^\circ + 40^\circ + 35^\circ$$

$$\alpha = 120^\circ$$

$$S_{ABCD} = S_{ABD} - S_{BCD}$$

$$= \frac{1}{2}(\delta)(\epsilon) \sin 45^\circ - \frac{1}{2}(\gamma)(\gamma) \sin 120^\circ$$
$$= \frac{15\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}{2}$$

طبق قضیه استوارت داریم: ۱۳۹ ۱

$$BC^2 \times AD + AB^2 \times DC = BD^2 \times AC + AD \times DC \times AC$$

$$\xrightarrow{AB=x} 16 \times 2 + 3x^2 = 16 \times 5 + 2 \times 2 \times 5$$

$$\Rightarrow 3x^2 = 80 + 20 - 32 \Rightarrow 3x^2 = 78 \Rightarrow x^2 = 26 \Rightarrow x = \sqrt{26}$$

$$\Rightarrow \text{محیط} = 5 + 4 + \sqrt{26} = 9 + \sqrt{26}$$

نکته: ۴ ۱۳۰

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ b & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a+b & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \log 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \log 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \log 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \log 25 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \log 2 + \log 5 + \log 4 + \log 25 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \log(2 \times 5 \times 4 \times 25) & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \log 10000 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{جمع درایه‌ها} = 5$$

A یک ماتریس 2×2 است. ۱۳۱ ۳

$$A = \begin{bmatrix} 4|A|^2 & |A| \\ 3 & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 4|A|^3 - 3|A|$$

$$4|A|^3 - 4|A| = 0 \Rightarrow 4|A|(|A|^2 - 1) = 0$$

$$|A| = 0 \text{ یا } |A| = \pm 1 \xrightarrow{|A| > 0} |A| = 1$$

$$\Rightarrow |5A^3| = 5^3 |A|^3 = 25$$

۱۳۲ ۳

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0 \Rightarrow \begin{cases} O' = (1, -1) \\ r' = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{4+4} = \sqrt{2} \end{cases}$$

دو دایره مماس بیرونی‌اند، پس:

$$|OO'| = r + r' \Rightarrow \sqrt{4+4} = \sqrt{2} + r \Rightarrow r = \sqrt{2}$$

$$a^2 + b^2 - 4c = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + m^2 - 2m + 1 - 4(-m+1) = 0$$

$$\Rightarrow 2m^2 - 2m + 1 + 4m - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 2m^2 + 2m - 3 = 0 \Rightarrow m_1 + m_2 = -\frac{b}{a} = -1$$

۱۳۳ ۴



۱۴۴ ۱ نکته: واریانس n داده که تشکیل دنباله حسابی با قدرنسبت

$$\sigma^2 = \frac{d^2}{12}(n^2 - 1) \quad d \text{ می دهند برابر است با:}$$

$$\sigma^2 = \frac{n^2 - 1}{12} \quad \text{اگر } d = 1 \text{ باشد. آن گاه:}$$

بنابراین واریانس اعداد $210, 208, 206, 204, 202, 200$ برابر واریانس اعداد $1, 2, 3, 4, 5$ است. یعنی برابر $4a^2$ است.

۱۴۵ ۱ برای این که نمونه سه تایی دارای میانه 5 باشد باید یک عدد بعد از

5 و یک عدد قبل از 5 و خود 5 را انتخاب کنیم. توجه داشته باشید که چون انتخاب توپها متوالیاً و بدون جایگذاری است، پس ترتیب انتخاب نیز مهم است.

$$p = \frac{\binom{4}{1}\binom{3}{1} \times 3!}{\binom{8}{1}\binom{7}{1}\binom{6}{1}} = \frac{12 \times 3!}{8 \times 7 \times 6} = \frac{12}{56}$$

۱۴۶ ۴ با فرض ثابت بودن انحراف معیار داریم:

$$\frac{1}{\sqrt{n'}} = \frac{0/1}{0/4} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{n'}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt{n'} = 4$$

$$\Rightarrow n' = 1600 \Rightarrow \text{مقدار افزایش نمونه} = 1600 - 100 = 1500$$

۱۴۷ ۴ برای راحتی کار مسئله را با هم نهشتی حل می کنیم.

$$\left. \begin{matrix} a \equiv b \pmod{m} \\ a \equiv b \pmod{n} \end{matrix} \right\} \Rightarrow a \equiv b \pmod{[m, n]}$$

$$\begin{aligned} a \equiv 2 \pmod{4} &\Rightarrow a \equiv 7 \times 4 + 2 \Rightarrow a \equiv 30 \pmod{44} \\ a \equiv 8 \pmod{11} &\Rightarrow a \equiv 2 \times 11 + 8 \Rightarrow a \equiv 30 \pmod{11} \end{aligned} \quad [11, 4] = 44 \rightarrow a \equiv 30$$

۱۴۸ ۳ چون $a + 328^{15} \equiv 15$ مضرب 15 است. بنابراین $a + 328^{15} \equiv 15$ و از طرفی داریم:

$$\begin{aligned} 32^4 &\equiv 1 \pmod{15} \Rightarrow 32^{15} \equiv 32^3 \pmod{15} \\ 32^3 &\equiv 2 \pmod{15} \Rightarrow 32^{15} \equiv 2 \pmod{15} \\ a + 2 &\equiv 15 \pmod{15} \Rightarrow a \equiv 13 \pmod{15} \Rightarrow a = 15k + 13 \end{aligned}$$

بزرگترین عدد دورقمی a به ازای $k = 5$ به دست می آید که برابر 88 است.

۱۴۹ ۳ کافی است از سمت راست دو رقم، دو رقم جدا کرده و با هم

جمع کنیم و در نهایت باقی مانده تقسیم را بر 99 بیابیم.

$$\begin{aligned} 99 \mid 63b29 &\Rightarrow 99 \mid a6 + 3b + 29 \\ \Rightarrow 10a + 6 + 30 + b + 29 &\equiv 0 \pmod{99} \Rightarrow 10a + b \equiv -65 \\ \Rightarrow 10a + b &\equiv 34 \pmod{99} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

۱۳۹ ۳ اجتماع همه زیرمجموعه های I عضو مجموعه A همان A

خواهد بود.

بنابراین A یک مجموعه 6 عضوی است که تعداد افزایندهای دو مجموعه ای آن برابر است با:

$$\begin{aligned} 1) & \Rightarrow \text{تعداد} = \frac{\binom{6}{3}\binom{3}{3}}{2!} = 10 \\ 2) & \Rightarrow \text{تعداد} = \binom{6}{2}\binom{4}{4} = 15 \\ 3) & \Rightarrow \text{تعداد} = \binom{6}{1}\binom{5}{5} = 6 \end{aligned}$$

کل حالتها $= 10 + 15 + 6 = 31$

$$\begin{aligned} [D \cap (D' \cup F)] \cup [F \cap (D \cap F')] \\ = [(D \cap D') \cup (D \cap F)] \cup [F \cap (D' \cup F')] \\ = [\emptyset \cup (D \cap F)] \cup [(F \cap D') \cup (F \cap F')] \\ = (D \cap F) \cup (F \cap D') \\ = F \cap (D \cup D') = F \cap U = F \end{aligned}$$

۱۴۱ ۳ با توجه به صورت سؤال مطلوب مسئله

$P(A \cup B) - P(A \cap B)$ است.

$$\begin{aligned} P(A \cup B) - P(A \cap B) &= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) \\ &= \frac{\binom{300}{5} - \binom{100}{5}}{200} + \frac{\binom{300}{6} - \binom{100}{6}}{200} - 2 \times \frac{\binom{300}{30} - \binom{100}{30}}{200} \\ &= \frac{40 + 34 - 2 \times 7}{200} = \frac{60}{200} = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

۱۴۲ ۲ نکته: اگر A_1, A_2, \dots, A_n پیشامدهای مستقل باشند

$P(A_1) = P_1, P(A_2) = P_2, \dots, P(A_n) = P_n$ باشد، آن گاه احتمال رخ دادن حداقل یکی از پیشامدهای A_1 تا A_n از رابطه زیر به دست می آید.

$$\begin{aligned} P &= 1 - (1 - P_1) \times (1 - P_2) \times \dots \times (1 - P_n) \\ &= 1 - (1 - 0/9)(1 - 0/8)(1 - 0/7) = 1 - 0/1 \times 0/2 \times 0/3 \\ &= 1 - 0/006 = 0/994 \end{aligned}$$

A پیشامد $\Rightarrow P(A) = 0/2 \Rightarrow P(A') = 0/8$

B پیشامد $\Rightarrow P(B) = 0/22$

$$P(B|A) = 0/7, P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0/7 \times 0/2 = 0/14$$

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$$

$$= 1 - 0/2 - 0/22 + 0/14 = 0/72$$

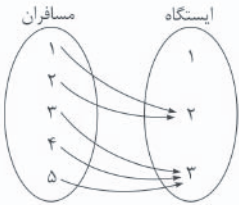
$$P(B'|A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{0/72}{0/8} = 0/9$$

با شرط $x_i > 0$ داریم:

$$n(A) = \binom{n-1}{k-1} = \binom{5-1}{3-1} = \binom{4}{2} = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

در واقع تعداد توابع پوشا را می‌خواهیم:



تعداد حالت‌های پیاده‌شدن مسافران با توجه به شرایط مسئله معادل است با
تعداد حالت‌های توزیع ۵ شیء متمایز در ۳ جعبه متمایز، با این شرط که
حداقل یک جعبه خالی بماند. هم‌چنین این تعداد برابر تعداد توابع غیرپوشا از
یک مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه سه‌عضوی است.

ایستگاه ۱ و ۲ کسی پیاده نشود

ایستگاه ۱ کسی پیاده نشود

$$93 = 96 - 3 = 96 - 1 - 1 - 1 + 0 = 2^5 - 1 - 1 - 1 + 0 = 2^5 - 3 = 29$$

ایستگاه ۳ کسی پیاده نشود

ایستگاه ۳ کسی پیاده نشود

ابتدا معادله سیاله را می‌نویسیم:

$$110x + 130y = 3000 \xrightarrow{\div 10} 11x + 13y = 300$$

$$\Rightarrow 13y = 300 - 11x \xrightarrow{\div 13} y = \frac{300 - 11x}{13} \Rightarrow y = 14 - \frac{11x}{13}$$

$$\Rightarrow y = 11k + 7 \xrightarrow{\text{در معادله سیاله قرار می‌دهیم}} 11x + 13(11k + 7) = 300$$

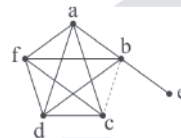
$$\Rightarrow x = -13k + 19$$

با شرط $x \geq 0$ و $y \geq 0$ داریم:

k	0	1
x	19	6
y	7	18

دو جواب وجود دارد.

ابتدا گراف را رسم می‌کنیم.



در گراف با مجموعه رئوس $\{a, b, c, d, f\}$ اگر یال bc را رسم کنیم
گراف K_5 خواهیم داشت که تعداد دورهای آن سه طول ۳
برابر $10 = \binom{5}{3} \frac{(3-1)!}{2}$ است. ولی چون یال bc سه دور به طول
 (bca, bcd, bcf) را خراب می‌کند، بنابراین:

$$3 = 10 - 3 = 7$$

بررسی گزینه‌ها:

(۱) گراف دارای ۱۲ دور به طول ۵ است. (درست است)

(۲) عدد احاطه‌گری گراف ۳ است. زیرا مجموعه $\{a, i, h\}$ یک مجموعه
احاطه‌گر مینیمم است. (درست)

(۳) درست است. زیرا هر رأس آن را اگر حذف کنیم دیگر احاطه‌گر نخواهد بود.

(۴) نادرست است. زیرا رأس c پوشش داده نمی‌شود. در واقع $\{a, i, h\}$
احاطه‌گر مینیمم است.

$$|S| = \text{تعداد کدهای چهاررقمی} = 4 \times 4 \times 4 \times 4$$

$$|A| = \text{تعداد کد چهاررقمی فاقد صفر} = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$|B| = \text{تعداد کد چهاررقمی فاقد ۳} = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$|A \cap B| = \text{تعداد کد چهاررقمی فاقد صفر و ۳} = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$|\bar{A} \cap \bar{B}| = |S| - |A| - |B| + |A \cap B| = 256 - 81 - 81 + 16 = 110$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

$$n(S) = \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21$$



فیزیک

$$(s_{av})_B = \frac{1}{\Delta t_B} \Rightarrow \frac{32/4}{3/6} = \frac{1800}{\Delta t_B} \Rightarrow \Delta t_B = 200s$$

$$\Delta t_A - \Delta t_B = 150 - 200 = -50s = -\frac{5}{6}min$$

بنابراین متحرک A به اندازه $\frac{5}{6}$ دقیقه زودتر از متحرک B این مسیر را طی کرده است.

۱۶۰ ۲ طبق قانون دوم نیوتون، شتاب جسم با برابری نیروهای وارد بر

جسم رابطه مستقیم و با جرم جسم رابطه عکس دارد. بزرگترین مقدار نیروی برابری در حالتی رخ می دهد که نیروها با هم، هم جهت باشند، بنابراین:

$$F_{max} = F_1 + F_2 + F_3 = 7 + 5 + 3 = 15N$$

$$\Rightarrow a_{max} = \frac{F_{max}}{m} = \frac{15}{2} \frac{m}{s^2}$$

کمترین اندازه شتاب در حالتی است که نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 با یکدیگر هم جهت باشند و نیروی \vec{F}_3 در خلاف جهت آنها باشد، بنابراین:

$$F_{min} = F_2 + F_3 - F_1 = 1N \Rightarrow a_{min} = \frac{F_{min}}{m} = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{a_{max}}{a_{min}} = \frac{15}{\frac{1}{2}} = 15$$

بنابراین نسبت مورد نظر برابر است با:

۱۶۱ ۳ زمانی که یک جسم در آستانه لغزش قرار می گیرد، نیروی

اصطکاک ایستایی به بیشترین مقدار خودش، یعنی $f_{s,max} = \mu_s F_N$ می رسد و همچنین این نیروی اصطکاک بیشینه با نیروی پیشران برابر است که در این جا همان نیروی فنر است که از رابطه $F_e = k\Delta x$ به دست می آید.

آسانسور با شتاب ثابت $\frac{5}{3} \frac{m}{s^2}$ به سمت پایین شروع به حرکت می کند، بنابراین نیروی عمودی سطح وارد بر جسم برابر است با:

$$mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = m(g - a) = 1 \times (10 - 5) = 5N$$

حال با توجه به این که $f_{s,max} = F_e$ است، داریم:

$$f_{s,max} = F_e \Rightarrow \mu_s F_N = k\Delta x \Rightarrow \frac{1}{3} \times 5 = 200 \times \Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = 0.0125m = 1/25cm$$

۱۶۲ ۱ اگر آسانسور کندشونده به سمت پایین حرکت کند، عددی که

نیروسنج نشان می دهد برابر است با:

$$عدد\ نیروسنج = m(g + a_1) \Rightarrow 2F = m(g + a) \Rightarrow 2F = 2(10 + a) \quad (1)$$

در حالت دوم آسانسور کندشونده به سمت بالا حرکت می کند، بنابراین عددی که نیروسنج نشان می دهد برابر است با:

$$عدد\ نیروسنج = m(g - a_2) \Rightarrow F = m(g - 2a) \Rightarrow F = 2(10 - 2a) \quad (2)$$

حال با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} 2F = 2(10 + a) \\ F = 2(10 - 2a) \end{cases} \Rightarrow F = 12N, a = 2 \frac{m}{s^2}$$

برایند نیروهای وارد بر جسم در حالت دوم برابر است با:

$$F_{net} = ma_2 \Rightarrow F_{net} = 2 \times 4 = 8N$$

۱۵۶ ۴ برای به دست آوردن مکان متحرک در لحظه $t = 2s$ ابتدا باید

معادله مکان - زمان متحرک را تعیین کنیم. با توجه به نمودار سؤال، متحرک در لحظه $t = 0$ در مکان $x = 20m$ قرار دارد و همچنین سرعت متحرک در لحظه $t = 4s$ صفر (شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه، صفر است) و مکان آن در این لحظه برابر $x = 8m$ می باشد، بنابراین سرعت اولیه این متحرک برابر است با:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \rightarrow \frac{\Delta x = 8 - 20 = -12m}{\Delta t = 4 - 0 = 4s} \rightarrow -12 = \frac{0 + v_0}{2} \times 4$$

$$\Rightarrow v_0 = -6 \frac{m}{s}$$

از معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v = at + v_0 \rightarrow \frac{v = 0, t = 4s}{v_0 = -6 \frac{m}{s}} \rightarrow 0 = (a \times 4) - 6 \Rightarrow a = \frac{3}{2} \frac{m}{s^2}$$

بنابراین معادله مکان - زمان متحرک برابر است با:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times t^2 - 6t + 20$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{4} t^2 - 6t + 20$$

$$\xrightarrow{t=2s} x = \frac{3}{4} \times (2)^2 - 6 \times 2 + 20 \Rightarrow x = 11m$$

۱۵۷ ۱ در حرکت با سرعت ثابت (یکنواخت) جابه جایی، متناسب با

زمان است. یعنی:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{v: ثابت} \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}$$

با توجه به این که اندازه جابه جایی متحرک در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 7s$ برابر با $41m$ است، بنابراین در هر بازه زمانی 5 ثانیه ای دیگر نیز اندازه جابه جایی آن برابر با $41m$ خواهد بود.

۱۵۸ ۲ شتاب متوسط از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می آید، پس باید

تغییرات سرعت را در بازه زمانی مذکور به دست آوریم. می دانیم مساحت محصور بین نمودار شتاب - زمان با محور زمان برابر با تغییرات سرعت متحرک است، بنابراین:

$$\Delta v = S = \frac{(12+6) \times 4}{2} = 36 \frac{m}{s}$$

حال با توجه به تعریف شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{36}{12} = 3 \frac{m}{s^2}$$

۱۵۹ ۱ چون تندی متوسط اتومبیل A در این مسیر بیشتر از تندی

متوسط اتومبیل B است، بنابراین اتومبیل A این مسیر را سریع تر طی کرده است، با استفاده از تعریف تندی متوسط داریم:

$$(s_{av})_A = \frac{1}{\Delta t_A} \Rightarrow \frac{42/2}{3/6} = \frac{1800}{\Delta t_A} \Rightarrow \Delta t_A = 150s$$



تندی بیشینه نوسانات ذرات موج برابر است با:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{\omega = 2\pi f} v_{\max} = A(2\pi f)$$

$$\frac{A = 0.05 \text{ m}}{f = 100 \text{ Hz}} \rightarrow v_{\max} = 100 \cdot \pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

فاصله یک دره تا قله مجاورش در نقش موج، برابر با نصف

طول موج، یعنی $\frac{\lambda}{2}$ است، بنابراین:

$$\frac{\lambda}{2} = 20 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

حال با توجه به رابطه $\lambda = vT$ و همچنین سرعت موج که برابر با $v = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

است، دوره موج برابر است با:

$$\lambda = vT \Rightarrow 0.4 = 100 \cdot T \Rightarrow T = 0.004 \text{ s}$$

توجه داشته باشید که دوره (T) و فرکانس (f) یک موج، همان دوره و بسامد نوسان ذرات محیط موج هستند، بنابراین:

$$T_{\text{موج}} = T_{\text{نوسان}} = \frac{f}{100} \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} f_{\text{نوسان}} = \frac{100}{4} = 25 \text{ Hz}$$

در هر ثانیه ۲۵ نوسان کامل انجام می‌شود. از طرفی می‌دانیم که در هر نوسان کامل، سرعت نوسانگر دو بار بیشینه می‌شود، بنابراین در هر ثانیه ۵۰ بار سرعت هر نقطه از محیط انتشار موج، بیشینه خواهد بود.

از رابطه شدت صوت داریم:

$$I = \frac{P_{\text{av}}}{A} \xrightarrow{P_{\text{av}} = \frac{E}{\Delta t}} I = \frac{E}{A\Delta t}$$

$$\frac{A = 4\pi r^2}{E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2} \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\frac{A_2 = 4A_1}{\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2}} \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 4^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 16 \times \frac{1}{4} = 4 = 10^{\Delta\beta}$$

بنابراین تغییرات تراز شدت صوت برابر است با:

$$\Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{\frac{I_2}{I_1} = 4} \Delta\beta = 10 \log 4 = 20 \log 2$$

$$\Rightarrow \Delta\beta = 20 \text{ dB}$$

پرتو هنگام ورود از محیط رقیق به محیط غلیظ به خط عمود

بر سطح جداکننده دو محیط نزدیک می‌شود ($\hat{i} > \hat{r}$)، بنابراین داریم:

$$\hat{D} = \hat{i} - \hat{r} \xrightarrow{\hat{D} = \frac{1}{2}\hat{r}} \hat{r} - \hat{r} = \hat{i} - \hat{r} \Rightarrow \hat{i} = \frac{3}{2}\hat{r} \Rightarrow 45^\circ = \frac{3}{2}\hat{r} \Rightarrow \hat{r} = 30^\circ$$

حال با استفاده از قانون شکست عمومی، نسبت ضریب شکست‌های دو محیط برابر است با:

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \sqrt{2}$$

۴ ۱۶۳ برای آن‌که جسم شروع به حرکت کند لازم است که حداقل

نیروی خارجی وارد بر آن با $f_{s, \max}$ برابر شود، بنابراین:

$$\begin{cases} F = f_{s, \max} \\ f_{s, \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg} f_{s, \max} = \mu_s mg \end{cases}$$

$$\Rightarrow F = \mu_s mg \quad (1)$$

و نیروی خارجی برابر با نیروی فنر است، بنابراین:

$$F = F_e = k\Delta x \quad (2)$$

بنابراین از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\mu_s mg = k\Delta x \xrightarrow{\mu_s = 0.1, m = 4 \text{ kg}} \xrightarrow{g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, k = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}} 0.1 \times 4 \times 10 = 50 \times \Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = 0.08 \text{ m} = 8 \text{ cm}$$

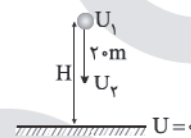
۴ ۱۶۴ جسم ابتدا در ارتفاع H از سطح زمین قرار دارد و دارای انرژی

پتانسیل گرانشی U_1 است، بعد از ۲۰ m سقوط، انرژی پتانسیل گرانشی آن ۸درصد کاهش می‌یابد و به مقدار U_2 می‌رسد، بنابراین تغییرات انرژی پتانسیل

گرانشی نسبت به حالت اول برابر است با:

$$\frac{\Delta U}{U_1} = -\frac{\Delta}{100} \Rightarrow mg(\Delta h) = -\frac{\Delta}{100}(mgH) \Rightarrow -20 = -\frac{\Delta}{100}H$$

$$\Rightarrow H = 20 \text{ m}$$



۳ ۱۶۵ قضیه کار و انرژی جنبشی بیان می‌کند که کار کل انجام شده بر

روی جسم برابر با تغییرات انرژی جنبشی جسم است، یعنی $W_t = \Delta K$. با

توجه به این‌که سرعت متحرک در دو نقطه A و B یکسان است، بنابراین

تغییرات انرژی جنبشی آن بین دو نقطه A و B صفر است ($\Delta K = 0$). از

طرفی دو نیروی وزن و اصطکاک بر روی جسم کار انجام می‌دهند. کار نیروی

وزن از نقطه A تا نقطه B مثبت است، بنابراین کار نیروی اصطکاک منفی

خواهد بود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K = K_B - K_A \xrightarrow{v_A = v_B} K_A = K_B \rightarrow W_t = 0$$

$$\Rightarrow W_f + W_{mg} = 0 \Rightarrow W_f = -mg\Delta h$$

$$\Rightarrow W_f = -2 \times 10 \times (20 - 14) = -120 \text{ J}$$

۴ ۱۶۶ مطابق نمودار سؤال، انرژی مکانیکی (که همان U_{\max} است)

برابر با ۱۶ J و دامنه نوسان آن برابر با ۰.۲ m است، بنابراین:

$$E = U_{\max} = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow 16 = \frac{1}{2} k \times (0.2)^2 \Rightarrow k = 800 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

۳ ۱۶۷ با توجه به شکل داده شده در سؤال مشخص است که دامنه

موج همان مقدار Δy ، یعنی $\Delta y = 0.5 \text{ m}$ است، همچنین Δx فاصله دو

قله موج متوالی را نشان می‌دهد که برابر با طول موج است، بنابراین:

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{\lambda = \Delta x = 0.2 \text{ m}} \xrightarrow{v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}} 0.2 = \frac{20}{f} \Rightarrow f = 100 \text{ Hz}$$



با استفاده از قانون شکست عمومی، نسبت سرعت انتشار موج در دو محیط (۱) و (۳) برابر است با:

$$\frac{v_3}{v_1} = \frac{n_1}{n_3} \Rightarrow \frac{v_3}{v_1} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{v_3}{v_1} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow v_3 = \frac{2\sqrt{3}}{3} v_1 \quad (2)$$

بنابراین نسبت موردنظر برابر است با:

$$\frac{v_3}{v_2} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3} v_1}{\frac{\sqrt{3}}{3} v_1} \Rightarrow \frac{v_3}{v_2} = 2$$

۱۷۴) ۲ می‌دانیم اختلاف انرژی بین دو تراز U و L از رابطه $\Delta E = E_U - E_L$ قابل محاسبه است.

بررسی گزینه‌ها:

$$1) \Delta E(4 \rightarrow 2) = \Delta E(4 \rightarrow 3) + \Delta E(3 \rightarrow 2)$$

$$= (E_4 - E_3) + (E_3 - E_2) = E_4 - E_2 \quad \checkmark$$

$$2) \Delta E(7 \rightarrow 5) = \Delta E(7 \rightarrow 4) + \Delta E(4 \rightarrow 3)$$

$$= (E_7 - E_4) + (E_4 - E_3) = E_7 - E_3 = \Delta E(7 \rightarrow 3) \quad \times$$

$$3) \Delta E(4 \rightarrow 1) = \Delta E(4 \rightarrow 3) + \Delta E(3 \rightarrow 1)$$

$$= (E_4 - E_3) + (E_3 - E_1) = E_4 - E_1 \quad \checkmark$$

$$4) \Delta E(6 \rightarrow 2) = \Delta E(6 \rightarrow 4) + \Delta E(4 \rightarrow 2)$$

$$= (E_6 - E_4) + (E_4 - E_2) = E_6 - E_2 \quad \checkmark$$

بنابراین تنها گزینه (۲) گذار نادرست را نشان می‌دهد.

۱۷۵) ۲ با توجه به رابطه توان و انرژی فوتون‌ها داریم:

$$\begin{cases} P = \frac{E}{t} \Rightarrow Pt = nhf \\ E = nhf \end{cases}$$

می‌توان استدلال کرد با توجه به این‌که تعداد فوتون‌ها (n) با انرژی متناسب است ($E \propto n$) و هم‌چنین انرژی با توان رابطه مستقیم دارد ($P \propto E$)، نتیجه توان نیز با تعداد فوتون‌ها رابطه مستقیم دارد.

با دو برابر شدن توان چشمه نور، تعداد فوتون‌های گسیل شده از چشمه نیز دو برابر می‌شود.

۱۷۶) ۲ طول موج 450 nm مربوط به محدوده نور مرئی و رشته

بالمر ($n' = 2$) است، بنابراین طبق رابطه ریذبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{450} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow n = 6$$

الکترون موردنظر در تراز $n = 6$ قرار داشته است و به تراز $n' = 2$ منتقل

$$\left| \frac{n - n'}{n + n'} \right| = \left| \frac{6 - 2}{6 + 2} \right| = \left| \frac{4}{8} \right| = \frac{1}{2}$$

می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

طبق رابطه $n = \frac{c}{v}$ ، ضریب شکست با تندی نور رابطه عکس دارد، پس

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{c}{v_2} \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{3 \times 10^8}{v_2}$$

می‌توان نوشت:

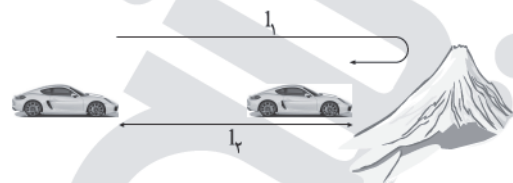
$$\Rightarrow v_2 = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 10^8 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

۱۷۱) ۳ می‌دانیم حداقل فاصله زمانی بین صوت اصلی و صوت

بازتابیده شده باید $\frac{1}{2}$ ثانیه باشد تا گوش انسان بتواند بین آن‌ها تمایز قائل شود.

اگر مسافت طی شده توسط صوت l_1 و توسط اتومبیل l_2 باشد، بنابراین:



$$l_1 + l_2 = 2L \Rightarrow v_{\text{صوت}} \Delta t + v_{\text{اتومبیل}} \Delta t = 2L$$

$$\Rightarrow 240 \times 0.1 + 30 \times 0.1 = 2L \Rightarrow 27 = 2L \Rightarrow L = 13.5 \text{ m}$$

۱۷۲) ۲ با وارد کردن ضربه به یک سر لوله، صدا از دو طریق (یکی از راه

هوا و دیگری از طریق دیواره لوله) به گوش شخص در طرف دیگر لوله می‌رسد.

اگر طول لوله L باشد، زمانی که صوت از طریق دیواره لوله به گوش شخص می‌رسد:

$$t_1 = \frac{\text{طول لوله}}{\text{تندی صوت در لوله}} = \frac{1}{1400}$$

زمانی که صوت از طریق هوا به گوش شخص می‌رسد:

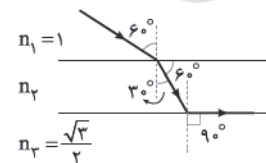
$$t_2 = \frac{\text{طول لوله}}{\text{تندی صوت در هوا}} = \frac{1}{350}$$

اختلاف زمانی شنیده شدن صداها برابر است با:

$$t_2 - t_1 = 2/250 \Rightarrow \frac{1}{350} - \frac{1}{1400} = 2/250 \Rightarrow L = 10.5 \text{ m}$$

۱۷۳) ۳ با توجه به قانون شکست عمومی برای دو محیط (۱) و (۲)

داریم:

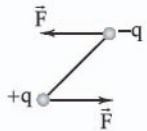


$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

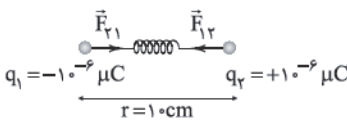
$$\Rightarrow v_2 = \frac{\sqrt{3}}{3} v_1 \quad (1)$$



۱۸۰ ۴ طبق رابطه $\vec{F} = q\vec{E}$ به بار منفی در خلاف جهت خطوط میدان و به بار مثبت در جهت خطوط میدان نیرو وارد می‌شود. پس دوقطبی در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌کند. از طرفی چون اندازه این دو نیرو با یکدیگر برابر هستند، لذا برابری نیروهای وارد بر دوقطبی، صفر است و در نتیجه دو قطبی حرکت نمی‌کند و چرخش آنقدر ادامه می‌یابد که دوقطبی در راستای میدان قرار گیرد.



۱۸۱ ۱ چون دو گلوله دارای بارهای ناهمنام می‌باشند، یکدیگر را جذب می‌کنند، لذا در این حالت فنر کمی جمع شده و طولی کم‌تر از طول عادی خود را خواهد داشت. در این جا ما ابتدا به کمک قانون کولن، اندازه نیروی جاذبه الکتریکی را محاسبه می‌کنیم و سپس کاهش طول فنر به علت این نیرو را به کمک قانون فنر (قانون هوک) به دست می‌آوریم:
(به شکل زیر دقت کنید).



$$F_{12} = F_{21} = F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$\Rightarrow F = 9 \times 10^9 \times \frac{10^{-6} \times 10^{-6} \times 10^{-6} \times 10^{-6}}{(0.1)^2} = 0.9 \text{ N}$$

بنابراین داریم: $F = k\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{F}{k} = \frac{0.9}{9 \times 10^9} = 10^{-10} \text{ m} = 0.9 \text{ cm}$

بنابراین طول عادی فنر برابر می‌شود با: $l = 10 + 0.9 = 10.9 \text{ cm}$

۱۸۲ ۲ با توجه به رابطه توان و یکسان بودن گرمای تولیدی در دو حالت می‌توان نوشت:

$$Q_1 = Q_2 \xrightarrow{Q=Pt} P_1 t_1 = P_2 t_2 \xrightarrow{P = \frac{V^2}{R}} \frac{V_1^2}{R_1} \times t_1 = \frac{V_2^2}{R_2} \times t_2$$

$$\xrightarrow{V_1 = V_2 = 220 \text{ V}} \frac{t_1}{R_1} = \frac{t_2}{R_2} \Rightarrow \frac{25}{R_1} = \frac{15}{R_2} \Rightarrow \Delta R_2 = 3R_1 \quad (1)$$

مقاومت از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ به دست می‌آید. تنها ویژگی که در سیم مذکور تغییر کرده است، طول آن است، بنابراین مقاومت ویژه و سطح مقطع سیم، ثابت هستند، بنابراین طبق رابطه (۱) داریم:

$$\frac{\Delta R_2}{A} = \frac{3\rho L_1}{A} \Rightarrow \Delta L_2 = 3L_1 \xrightarrow{L_1 = 12 \text{ m}} \Delta L_2 = 3 \times 12$$

$$\Rightarrow L_2 = \frac{36}{5} = 7.2 \text{ m}$$

۱۷۷ ۳ با توجه به نمودار داده‌شده، در مدت زمان t ، جرم ماده پرتوزا از m_0 به $\frac{m_0}{8}$ رسیده است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$m = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow \frac{m_0}{8} = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow n = 3 \Rightarrow t = nT_{1/2} = 3T_{1/2}$$

در نتیجه در این مدت زمان، سه نیمه‌عمر سپری شده است ($t = 3T_{1/2}$).

با گذشت مدت زمان $\frac{2}{3}t$ ، در واقع ۲ نیمه‌عمر طی شده است، بنابراین جرم باقی‌مانده در این مدت زمان برابر است با:

$$\frac{2}{3}t = \frac{2}{3} \times 3T = 2T$$

توجه داشته باشید سؤال، جرم متلاشی‌شده را از ما می‌خواهد. جرم متلاشی‌شده برابر است با اختلاف جرم اولیه با جرم باقی‌مانده، بنابراین:

$$\text{جرم متلاشی‌شده} = m_0 - \frac{1}{4}m_0 = \frac{3}{4}m_0$$

در نتیجه ۷۵ درصد از جرم اولیه ماده متلاشی شده است.

۱۷۸ ۴ از ترکیب روابط $n = \frac{t}{T_{1/2}}$ و $\frac{N_0}{N} = 2^n$ رابطه N برحسب t را به راحتی می‌توان به دست آورد:

$$\begin{cases} \frac{N_0}{N} = 2^n & -(\frac{t}{T_{1/2}}) \\ n = \frac{t}{T_{1/2}} & -(\frac{t}{T_{1/2}}) \end{cases} \Rightarrow \frac{N_0}{N} = 2^{-n} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow N = 2^{\frac{t}{T_{1/2}}} N_0$$

از این رابطه مشخص است که نمودار باید به شکل یک تابع نمایی باشد که این ویژگی تنها در گزینه (۴) یافت می‌شود.

۱۷۹ ۱ انرژی اولیه خازن برابر است با:

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 \xrightarrow{C_1 = 1 \mu\text{F}, V_1 = 200 \text{ V}} U_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times (200)^2 = 2 \times 10^4 \text{ J}$$

چون مساحت صفحات خازن نصف شده، بنابراین طبق رابطه $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، پس ظرفیت خازن، نصف می‌شود و از طرفی چون خازن از باتری جدا شده، پس بار آن ثابت می‌ماند، بنابراین:

$$C_2 = \frac{1}{2} C_1 \Rightarrow C_2 = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2} \mu\text{F}$$

$$q_2 = q_1 = C_1 V_1 = 1 \times 200 = 200 \mu\text{C}$$

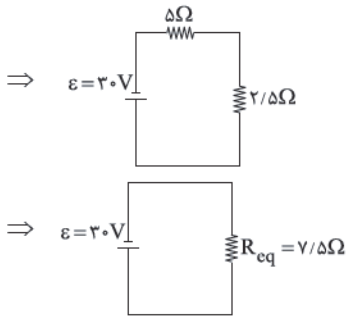
حال با توجه به معادله $U_2 = \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{C_2}$ می‌توان نوشت:

$$U_2 = \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{C_2} = \frac{1}{2} \times \frac{(200)^2}{\frac{1}{2}} = 4 \times 10^4 \text{ J}$$

تغییرات انرژی ذخیره‌شده در خازن برابر است با:

$$\Delta U = U_2 - U_1 \Rightarrow \Delta U = 4 \times 10^4 - 2 \times 10^4 = 2 \times 10^4 \text{ J}$$

یعنی انرژی ۲۰ mJ افزایش یافته است.



بنابراین جریان شاخه اصلی مدار برابر است با:

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{R_{eq}} = \frac{30}{7/5} = 4A$$

جریان دو شاخه I_1 و I_2 با یکدیگر برابر هستند (چرا؟)، بنابراین:

$$I_1 = I_2 = \frac{I}{2} = 2A$$

همچنین دو مقاومت R_3 و R_4 موازی هستند، بنابراین ولتاژهای یکسان دارند که می توان نوشت:

$$V_3 = V_4 \Rightarrow I_3 R_3 = I_4 R_4 \Rightarrow 3I_3 = 6I_4 \Rightarrow I_3 = 2I_4$$

با توجه به رابطه به دست آمده و همچنین رابطه $I_2 = I_3 + I_4$ مقادیر I_3 و I_4 به ترتیب برابر است با $\frac{4}{3}A$ و $\frac{2}{3}A$ حال می توانیم با توجه به

رابطه $P = RI^2$ توان مصرفی هر یک از مقاومت ها را به دست آوریم:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 5 \times 4^2 = 80W ; P_2 = R_2 I_2^2 = 3 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{3}W$$

$$P_3 = R_3 I_3^2 = 5 \times 2^2 = 20W ; P_4 = R_4 I_4^2 = 6 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{8}{3}W$$

$$P_5 = R_5 I_5^2 = 3 \times 2^2 = 12W$$

همان طور که مشخص است، کمترین توان مصرفی متعلق به مقاومت R_4 است، بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر این مقاومت را با توجه به رابطه

$$V_4 = I_4 R_4 = \frac{2}{3} \times 6 = 4V \quad \text{اهم } V = IR \text{ می توان به دست آورد:}$$

میدان های الکتریکی و مغناطیسی می توانند بر ذره باردار نیرو وارد کنند. میدان الکتریکی نیرویی معادل با $\vec{F}_E = qE$ وارد می کند و میدان مغناطیسی نیرویی معادل با $\vec{F}_B = qvB \sin \theta$. در مرحله اول اندازه نیروهای الکتریکی و مغناطیسی را محاسبه می کنیم:

$$F_E = |q|E = 5 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^6 = 0.3N$$

$$F_B = |q|vB \sin \theta = 5 \times 10^{-6} \times 3000 \times 20 \times \sin 90^\circ = 0.3N$$

با توجه به قانون دست راست، جهت نیروی وارد بر ذره از طرف میدان مغناطیسی برابر است با:

چون بار ذره منفی است، بنابراین از طرف میدان الکتریکی نیز نیرویی در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی به ذره وارد می شود، بنابراین:

جهت نیروی وارد بر ذره از طرف میدان مغناطیسی برابر است با:

چون بار ذره منفی است، بنابراین از طرف میدان الکتریکی نیز نیرویی در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی به ذره وارد می شود، بنابراین:

جهت نیروی وارد بر ذره از طرف میدان مغناطیسی برابر است با:

چون بار ذره منفی است، بنابراین از طرف میدان الکتریکی نیز نیرویی در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی به ذره وارد می شود، بنابراین:

جهت نیروی وارد بر ذره از طرف میدان مغناطیسی برابر است با:

چون بار ذره منفی است، بنابراین از طرف میدان الکتریکی نیز نیرویی در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی به ذره وارد می شود، بنابراین:

جهت نیروی وارد بر ذره از طرف میدان مغناطیسی برابر است با:

چون بار ذره منفی است، بنابراین از طرف میدان الکتریکی نیز نیرویی در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی به ذره وارد می شود، بنابراین:

جهت نیروی وارد بر ذره از طرف میدان مغناطیسی برابر است با:

چون بار ذره منفی است، بنابراین از طرف میدان الکتریکی نیز نیرویی در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی به ذره وارد می شود، بنابراین:

با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ و با توجه به این که مقاومت

ویژه سیم ثابت است، داریم:

بررسی گزینه ها:

$$1) R_1 = \rho \frac{L_1}{A_1} = \rho \frac{L}{A}$$

$$2) R_2 = \rho \frac{L_2}{A_2} = \rho \frac{2L}{\frac{A}{2}} = \rho \frac{4L}{A} \Rightarrow R_2 = 4R_1$$

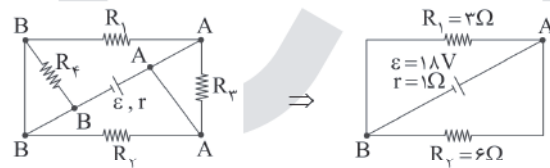
$$3) R_3 = \rho \frac{L_3}{A_3} = \rho \frac{L}{2A} = \rho \frac{L}{4A} \Rightarrow R_3 = \frac{1}{4}R_1$$

$$4) R_4 = \rho \frac{L_4}{A_4} = \rho \frac{L}{3A} = \rho \frac{L}{9A} \Rightarrow R_4 = \frac{1}{9}R_1$$

بنابراین رابطه $R_2 > R_1 > R_3 > R_4$ برقرار است.

ابتدا به کمک نام گذاری نقاط، شکل ساده تری برای این مدار

رسم می کنیم:



دقت کنید: مقاومت های R_3 و R_4 اتصال کوتاه شده و حذف می شوند.

دو مقاومت R_1 و R_2 موازی هستند، مقاومت معادل مدار برابر با 2Ω است، بنابراین جریان کل

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} = \frac{18}{2+1} = 6A$$

درصد برابر است با: $6A$ حال می توانیم جریان کل را در مدار توزیع کنیم:

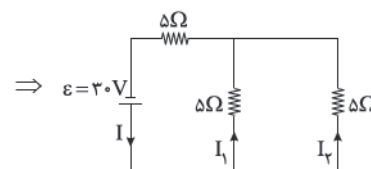
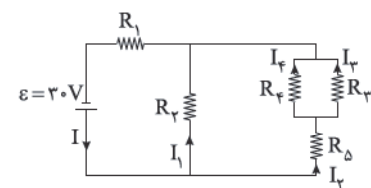
$$2I = 6 \Rightarrow I = 3A$$

جریان $2I$ از مقاومت R_1 می گذرد. طبق رابطه $U = Pt$ مقدار گرمای تولیدی

در مقاومت R_1 در مدت زمان $10s$ برابر است با:

$$U = R_1 I^2 t = 2 \times (6)^2 \times 10 = 720J$$

مقاومت معادل مدار برابر است با:





اکنون با توجه به قانون اهم ($R = \frac{V}{I}$)، نسبت جریان‌های عبوری از سیم‌لوله‌ها برابر است با:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow 16 = \frac{1}{2} \times \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 32 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{32}$$

در حالت اول چگالی مخلوط برابر است با:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{m = \rho V, V_A = V_B = \frac{V}{2}} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A \frac{V}{2} + \rho_B \frac{V}{2}}{V}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A + \rho_B}{2} \xrightarrow{\rho_{\text{مخلوط}} = 18 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \rho_A + \rho_B = 36 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (1)$$

در حالت دوم چگالی مخلوط برابر است با:

$$\rho'_{\text{مخلوط}} = \frac{m'_A + m'_B}{V'_A + V'_B} \xrightarrow{m' = \rho' V', V'_A = \frac{V}{3}, V'_B = \frac{2V}{3}}$$

$$\rho'_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A \frac{V}{3} + \rho_B \frac{2V}{3}}{V} \Rightarrow \rho'_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A + 2\rho_B}{3}$$

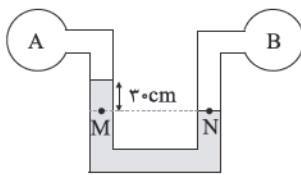
$$\xrightarrow{\rho'_{\text{مخلوط}} = 6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \rho_A + 2\rho_B = 18 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (2)$$

در نتیجه با توجه به روابط (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \rho_A + \rho_B = 36 \\ \rho_A + 2\rho_B = 18 \end{cases} \Rightarrow \rho_B = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_A = 14 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

همان‌طور که در شکل مشخص است، نقاط M و N نقاط

هم‌تراز هستند، بنابراین فشار در این دو نقطه یکسان خواهد بود:



$$P_M = P_N \Rightarrow P_A + \rho g h = P_B \Rightarrow P_B - P_A = \rho g h$$

$$\Rightarrow P_B - P_A = 10^3 \times 10 \times 0.3 = 3 \times 10^3 \text{ Pa}$$

ابتدا فشار ناشی از مایع را برحسب سانتی‌متر جیوه محاسبه

می‌کنیم، بنابراین:

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1/7 \times 10^3 = 13.6 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 12/5 \text{ cm}$$

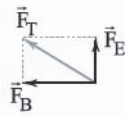
بنابراین فشار مایع برحسب سانتی‌متر جیوه برابر است با: $P_{\text{مایع}} = 12/5 \text{ cmHg}$

حال فشار کل وارد بر کف ظرف برابر با مجموع فشار مایع و فشار هوا است،

بنابراین:

$$P_{\text{کل}} = P_0 + P_{\text{مایع}} \Rightarrow 65 = P_0 + 12/5 \Rightarrow P_0 = 52/5 \text{ cmHg}$$

بنابراین اندازه نیروی برآیند وارد بر ذره برابر است با:



$$F_T = \sqrt{(0.3)^2 + (0.3)^2} = 0.3\sqrt{2} \text{ N}$$

توان خروجی از باتری زمانی بیشینه می‌شود که $R_{\text{eq}} = r$

باشد، بنابراین:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{\text{eq}} + r} \xrightarrow{\varepsilon = 8V, R_{\text{eq}} = r = 2\Omega} I = \frac{8}{2+2} = 2A$$

بزرگی میدان مغناطیسی داخل سیم‌لوله از رابطه $B = \mu_0 n I$ به دست می‌آید

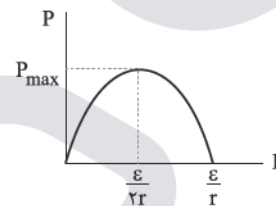
که در آن $n = \frac{N}{L}$ (تعداد دورها بر واحد طول) است، بنابراین:

$$\begin{cases} B = \mu_0 n I \\ n = \frac{N}{L} = 50 \end{cases} \Rightarrow B = 12 \times 10^{-7} \times 50 \times 2 = 12 \times 10^{-5} \text{ T} = 1/2 \text{ G}$$

دقت کنید: نمودار توان خروجی برحسب جریان به صورت زیر است. توان به

ازای جریان $\frac{\varepsilon}{2r}$ ماکزیمم (بیشینه) می‌شود، بنابراین طبق

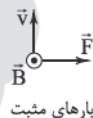
معادله $I = \frac{\varepsilon}{R_{\text{eq}} + r}$ زمانی جریان برابر با $\frac{\varepsilon}{2r}$ می‌شود که $R_{\text{eq}} = r$ باشد.



با توجه به قانون دست راست، از طرف میدان مغناطیسی به

بارهای مثبت نیرویی به سمت راست وارد می‌شود و به بارهای منفی نیرویی به

سمت چپ وارد می‌شود، بنابراین گزینه (۴) درست است.



بارهای مثبت



بارهای منفی

با توجه به این‌که حجم سیم ثابت است، داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \xrightarrow{L_2 = 4L_1} A_1 L_1 = A_2 \times 4L_1$$

$$\Rightarrow A_1 = 4A_2$$

پس مساحت مقطع آن $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود. حالا مطابق رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ مقاومت

سیم جدید برابر است با:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2}$$

$$\xrightarrow{\rho_1 = \rho_2} \frac{R_2}{R_1} = \frac{4L_1}{L_1} \times \frac{4A_2}{A_2} = 4 \times 4 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 16$$



۱۹۸ ۳ در فرایند بی‌دررو به خاطر آن‌که گرمایی بین محیط و دستگاه

مبادله نمی‌شود ($Q=0$)، بنابراین کار انجام‌شده روی گاز در فرایند بی‌دررو با تغییر انرژی درونی آن برابر است، یعنی $\Delta U = W$ ، پس می‌توان نوشت:

$$W = \Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T \Rightarrow -9900 = \frac{3}{2} \times 1 \times 8 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = -825 \text{ K}$$

می‌دانیم تغییرات دما برحسب درجه سلسیوس با تغییرات کلویین برابر است، بنابراین:

$$\Delta T = \Delta \theta = -825^\circ \text{C}$$

۱۹۹ ۲ فرایند AC یک فرایند هم‌حجم و فرایند AB یک فرایند

هم‌فشار است. هم‌چنین با توجه به متن سؤال، گرمای مبادله‌شده در دو فرایند، یکسان است ($Q_{AC} = Q_{AB}$). گرمای مبادله‌شده در فرایند هم‌فشار از

رابطه $Q_{AB} = nC_p\Delta T$ و در فرایند هم‌حجم از رابطه $Q_{AC} = nC_v\Delta T$ به دست می‌آید، بنابراین:

$$nC_p\Delta T_{AB} = nC_v\Delta T_{AC}$$

$$\frac{PV = nRT}{n} \rightarrow n \frac{\Delta R}{R} \left(\frac{P_B V_B}{nR} - \frac{P_A V_A}{nR} \right) = n \frac{\Delta R}{R} \left(\frac{P_C V_C}{nR} - \frac{P_A V_A}{nR} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta}{5} \times P(\alpha V - V) = \frac{3}{2} V(\alpha P - P) \Rightarrow \frac{\Delta}{5} PV(\alpha - 1) = \frac{3}{2} PV$$

$$\Rightarrow \Delta(\alpha - 1) = 3 \Rightarrow \alpha = \frac{\Delta}{5}$$

۲۰۰ ۱ طبق معادله حالت یک گاز کامل ($PV = nRT$)، برای تعداد

مشخصی مول از یک گاز داریم:

$$T = \frac{PV}{nR} \Rightarrow (PV)_{\max} \rightarrow T_{\max}$$

اگر دمای گاز بخواهد بیشینه باشد، باید حاصل ضرب فشار در حجم بیشینه باشد. ابتدا معادله خط فرایند موردنظر را می‌نویسیم:

$$P = -\frac{1}{\frac{1}{20}} V + \frac{\Delta}{\frac{1}{2}} \rightarrow PV = V \left(-\frac{1}{\frac{1}{20}} V + \frac{\Delta}{\frac{1}{2}} \right)$$

$$\Rightarrow PV = -\frac{1}{\frac{1}{20}} V^2 + \frac{\Delta}{\frac{1}{2}} V$$

معادله مذکور یک تابع درجه دو برحسب حجم گاز است. می‌دانیم مقدار

ماکزیمم این تابع $((PV)_{\max})$ به ازای مقدار $\frac{-b}{2a}$ به دست می‌آید،

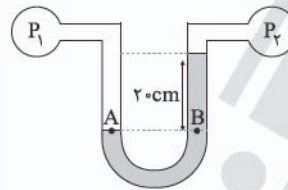
بنابراین:

$$V = \frac{-b}{2a} = \frac{-\frac{\Delta}{2}}{2 \left(-\frac{1}{20} \right)} = 25\Delta L$$

۱۹۳ ۴ مطابق شکل زیر، نقاط A و B نقاط هم‌تراز هستند، یعنی

فشار در این دو نقطه با یکدیگر برابر است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 = P_2 + P_{\text{جیوه}} \Rightarrow P_1 - P_2 = P_{\text{جیوه}}$$



از آن جایی که مایع درون لوله، جیوه است، بنابراین $P_{\text{جیوه}} = h$ در نتیجه اختلاف فشار طرفین برابر است با:

$$P_1 - P_2 = h_{\text{جیوه}} \rightarrow \frac{P_1 - P_2}{10} = \frac{4}{10} P_1 \rightarrow \frac{4}{10} P_1 = 20 \Rightarrow P_1 = 50 \text{ cmHg}$$

۱۹۴ ۳ اگر عمل گرما دادن را برای جامدهای خالص و بلورین ادامه

دهیم، وقتی دمای جسم به مقدار مشخصی برسد، افزایش دما متوقف می‌شود و دما ثابت باقی می‌ماند. در این حالت، جسم شروع به ذوب شدن می‌کند و به مایع تبدیل می‌شود. این دمای ثابت را نقطه ذوب یا دمای گذار جامد به مایع می‌نامند. که به جنس جسم و فشار وارد بر آن بستگی دارد. به استثنای چند مورد خاص، حجم جامدهای بلوری هنگام ذوب شدن افزایش می‌یابد. برخلاف جامدهای خالص و بلورین، جامدهای بی‌شکل مانند شیشه و جامدهای ناخالصی مانند قیر نقطه ذوب کاملاً مشخصی ندارند. هم‌چنین معمولاً افزایش فشار وارد به جسم سبب بالا رفتن نقطه ذوب جسم می‌شود، اما در برخی مواد مانند یخ، افزایش فشار به کاهش نقطه ذوب می‌انجامد.

۱۹۵ ۳ با افزایش دما طول میله فلزی افزایش می‌یابد که این مقدار

افزایش طول از رابطه $\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$ قابل محاسبه است. با توجه به این‌که در متن سؤال، میزان درصد افزایش طول میله گفته شده است $\left(\frac{\Delta L}{L_1} \right)$ ، بنابراین

به راحتی می‌توانیم تغییرات دمای میله را محاسبه کنیم:

$$\frac{\Delta L}{L_1} = \alpha \Delta \theta \Rightarrow 0.8 \times 10^{-2} = 4 \times 10^{-5} \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 200^\circ \text{C}$$

از رابطه محاسبه گرما با استفاده از ظرفیت گرمایی داریم:

$$Q = C\Delta\theta = 2500 \times 200 = 500000 \text{ J} = 500 \text{ kJ}$$

۱۹۶ ۳ مقدار گرمایی که باید به شیشه داده شود تا ۲۰g آب روی

شیشه تشکیل شود، از رابطه $Q = -mL_v$ به دست می‌آید، بنابراین:

$$Q = -mL_v = -(20 \times 10^{-3}) (2490 \times 10^3) = -498 \times 10^4 \text{ J}$$

در این عمل باید 498×10^4 ژول گرما به شیشه داده شود.

۱۹۷ ۳ گاز فرایند هم‌فشار را طی می‌کند و گرمای مبادله‌شده طی این

فرایند از رابطه $Q = nC_p\Delta T$ به دست می‌آید. هم‌چنین با توجه به رابطه $PV = nRT$ می‌توان گرمای مبادله‌شده را به صورت زیر به دست آورد:

$$Q = nC_p\Delta T = n \frac{\gamma}{\gamma} R \left(\frac{P_2 V_2}{nR} - \frac{P_1 V_1}{nR} \right)$$

$$\frac{P_1 = P_2 = P}{\rightarrow} Q = \frac{\gamma}{\gamma} P (V_2 - V_1)$$

$$\Rightarrow Q = \frac{\gamma}{\gamma} \times 12 \times 10^5 \times (9/8 - 5/8) \times 10^{-3} = 16800 \text{ J} = 16.8 \text{ kJ}$$



۴ ۲۰۹

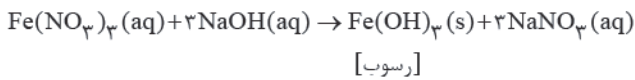
$$6/4 H_3PO_4 \times \frac{\text{mol}}{98g} = 0.065 \text{ mol } H_3PO_4$$

$$200 \text{ mL} \times \frac{1/24g \text{ محلول}}{\text{mL} \text{ محلول}} \times \frac{2g H_3PO_4}{100g \text{ محلول}}$$

$$\times \frac{\text{mol } H_3PO_4}{98g H_3PO_4} = 0.047 \text{ mol } H_3PO_4$$

$$[H_3PO_4] = \frac{(0.065 + 0.047) \text{ mol}}{0.25L} \approx 2/45 \text{ mol.L}^{-1}$$

۳ ۲۱۰



$$? \text{ mol } NaOH = 0.214g Fe(OH)_3 \times \frac{\text{mol } Fe(OH)_3}{107g Fe(OH)_3}$$

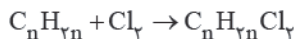
$$\times \frac{3 \text{ mol } NaOH}{\text{mol } Fe(OH)_3} = 0.006 \text{ mol } NaOH$$

$$? \text{ mL } NaOH(aq) = \frac{0.006 \text{ mol}}{0.1 \text{ mol.L}^{-1}} \times 1000 = 60 \text{ mL } NaOH(aq)$$

۳ ۲۱۱ به جز حالت‌های A...A و D...H₂O سایر حالت‌ها

نمایش درستی از پیوند هیدروژنی هستند.

۱ ۲۱۲ هر مول آلکن با یک مول گاز کلر واکنش می‌دهد.



مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{2 \times 35.5}{12n + 2n} = \frac{63/4}{100} \Rightarrow n = 8$$

بنابراین فرمول آلکن به صورت C₈H₁₆ بوده و هر مول از آن بر اثر سوختن کامل،۸ مول CO₂ و ۸ مول H₂O، یعنی در مجموع ۱۶ مول فرآورده تولید می‌کند.

۴ ۲۱۳ بازده نقشی در محاسبات ندارد.

فرمول شیمیایی ترکیب حاصل از عنصر گروه ۱۶ با آلومینیم به صورت Al₃X₂ است.

$$\frac{Al}{X} = \frac{18/56}{100 - 18/56} = \frac{2 \times 27}{3 \times X} \Rightarrow X \approx 79$$

۴ ۲۱۴ حجم سوخت تازه و سوخت بازیافتی را به ترتیب با V_T و V_F

نمایش می‌دهیم، مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$0.66V_T + 0.85V_F = 0.78(V_T + V_F)$$

$$\Rightarrow 0.07V_F = 0.12V_T \Rightarrow \frac{V_T}{V_F} = \frac{7}{12} = 0.58$$

شیمی

۲ ۲۰۱ مقایسه میان فراوانی عنصرهای مورد نظر در کرة زمین به صورت Fe > O > Si > C است.

$$\left(\frac{6}{2} \right) = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2!} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

۳ ۲۰۲

$$? \text{ mol He} = 4/2 \times 10^9 \text{ km}^3 \times \frac{(10^3)^3 \text{ m}^3}{\text{km}^3} \times \frac{0.916 \times 10^{-3} \text{ g He}}{\text{m}^3}$$

$$\times \frac{\text{mol He}}{4g He} = 9.61 \times 10^{14} \text{ mol He}$$

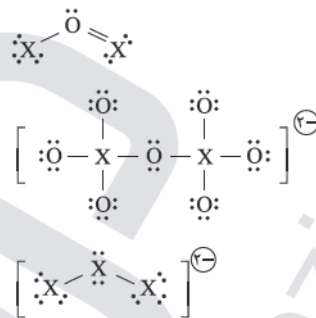
۱ ۲۰۴

مطابق داده‌های سؤال، عنصرهای X و Y می‌توانند به گروه‌های ۱۵ و ۱۷ جدول دوره‌ای تعلق داشته باشند که در این صورت فرمول ترکیب هیدروژن‌دار آن‌ها HX و YH₃ می‌باشد.

۳ ۲۰۵ هر چند به طور کلی در ۱۵۰ سال گذشته، میانگین جهانی

دمای سطح زمین در حال افزایش بوده است، اما در سال‌هایی این روند به صورت کاهشی نیز بوده است.

۱ ۲۰۶

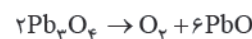
با فرض رعایت قاعده هشت‌تایی، در سه گونه X₃O²⁻، X₃O₃²⁻ و X₃O²⁻ عنصر X می‌تواند متعلق به گروه ۱۶ جدول دوره‌ای باشد:

۱ ۲۰۷

باید بدانیم که با حل شدن گاز SO₂ در آب، سولفوریک اسید تولید می‌شود. به این ترتیب می‌توان تناسب زیر را از روی داده‌های سؤال نوشت:

$$\frac{185g Sb_2S_3 \times \frac{4}{100}}{1 \times 240} = \frac{0.4 \text{ mol.L}^{-1} NaOH \times V}{6 \times 1000} \Rightarrow V = 1500 \text{ ml}$$

۴ ۲۰۸

تولید گاز اکسیژن (O₂) نشان می‌دهد که با یک واکنش اکسایش - کاهش سروکار داریم. از آن‌جا که عدد اکسایش اکسیژن از -۲ به صفر رسیده و اکسایش یافته است، بنابراین سرب باید کاهش یابد. با توجه به این‌که میانگین عدد اکسایش سرب در Pb₃O₄ برابر $\frac{+8}{3}$ است، عدد اکسایش سرب در اکسید تشکیل شده باید کم‌تر باشد و می‌تواند برابر +۲ باشد. بنابراین اکسید تشکیل شده PbO است:

$$\frac{1g Pb_3O_4}{2 \times 685} = \frac{xg O_2}{1 \times 32} \Rightarrow x = 0.23g \approx 23mg$$



برای رسیدن به واکنش هدف، باید تغییرات زیر را بر روی واکنش‌های کمکی اعمال کنیم:

واکنش a را وارونه و ضرایب آن را در $\frac{1}{4}$ ضرب کنیم.

ضرایب واکنش b را در $\frac{1}{4}$ ضرب کنیم.

واکنش c را وارونه کنیم.

$$\Delta H(\text{هدف}) = \left(-\frac{1}{4}\Delta H_a\right) + \left(\frac{1}{4}\Delta H_b\right) + (-\Delta H_c)$$

$$= \left(-\frac{1}{4}(92)\right) + \left(\frac{1}{4}(-184)\right) + (-176) = -314 \text{ kJ}$$

۲۲۱) مطابق داده‌های سؤال واکنش مورد نظر به صورت زیر است:

$2\text{N}_2\text{H}_4(\text{g}) + \text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) \rightarrow 3\text{N}_2(\text{g}) + 4\text{H}_2\text{O}(\text{g})$
به ازای مصرف ۲ مول هیدرازین، ۳ مول از واکنش دهنده‌ها مصرف و ۷ مول از فراورده‌ها تولید می‌شود. به عبارت دیگر به ازای مصرف ۲ مول هیدرازین، ۴ مول بر شمار مول‌های گازی درون ظرف افزوده می‌شود.

$$? \text{ mol N}_2\text{H}_4 = \frac{2}{4} \times \frac{135 \text{ L}}{24 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}} = 2.8125 \text{ mol N}_2\text{H}_4$$

$$\bar{R}_{\text{N}_2\text{H}_4} = \frac{2.8125 \text{ mol}}{\left(\frac{2}{60}\right) \text{ min}} = 6.75 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

۲۲۲) فرمول شیمیایی پلیمرهای A و B به ترتیب به صورت

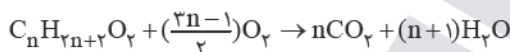
$(\text{C}_5\text{H}_8\text{O}_2)_n$ و $(\text{C}_7\text{H}_7\text{Cl})_n$ است. در صورتی که جرم مولی این دو پلیمر با هم برابر باشد می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{شمار واحدهای تکرار شونده A}}{\text{جرم مولی مونومر A}} = \frac{\text{شمار واحدهای تکرار شونده B}}{\text{جرم مولی مونومر B}}$$

$$= \frac{(\Delta \times 12) + (\Delta \times 1) + (2 \times 16)}{(\Delta \times 12) + (\Delta \times 1) + (2 \times 25/5)} = \frac{100}{97} \approx 1.03$$

۲۲۳) فرمول مولکولی دی‌الکل با پیوندهای یگانه به

صورت $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}\text{O}_2$ است. معادله موازنه‌شده واکنش سوختن کامل این ترکیب به صورت زیر است:



$$\frac{18 \text{ g O}_2}{\left(\frac{3n-1}{2}\right) \times 32} = \frac{3.6 \text{ g H}_2\text{O}}{(n+1) \times 18} \Rightarrow$$

$$2(3n-1) = \Delta(n+1) \Rightarrow n = 7$$

$$\text{مجموع شمار اتم‌ها} = n + 2n + 2 + 2 = 7 + 2(7) + 2 + 2 = 25$$

۲۲۴) ۴

$$\text{Ba(OH)}_2 : \text{pH} = 11/4 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-11/4} = 10^{-2.75} = 4 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{1}{4} \times 10^{-2}$$

$$\text{HBr} : \text{pH} = 2/3 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-2/3} = 10^{-0.67} = \frac{1}{4} \times 10^{-2}$$

برای واکنش میان دو محلول می‌توان نوشت:

$$[\text{H}^+] \cdot V_{\text{اسید}} = [\text{OH}^-] \cdot V_{\text{باز}} \Rightarrow \frac{1}{4} \times 10^{-2} \times 400 = \frac{1}{4} \times 10^{-2} \times V_{\text{باز}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{باز}} = 400 \text{ mL}$$

۲۱۵) ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

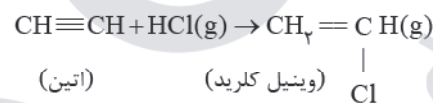
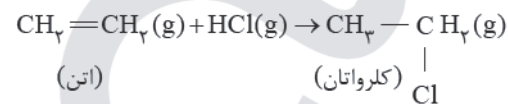
عنصر A همان آلومینیم (Al) است و آرایش الکترونی اتم عنصر X به $5s^2 5p^2$ ختم می‌شود.

بنابراین عنصر X در گروه چهاردهم و دوره پنجم جدول جای دارد و همان قلع (Sn) است.

• A و X یا همان Al و Sn در گروه‌های ۱۳ و ۱۴ جدول دوره‌ای جای دارند.
• هر دو عنصر A و X فلز بوده و رسانایی الکتریکی و گرمایی بالایی دارند.
• تفاوت عدد اتمی Al و Sn برابر با $50 - 13 = 37$ بوده که همان عدد اتمی چهارمین فلز قلیایی یعنی Rb است.

• عنصر هم‌گروه و بالایی Sn همان شبه‌فلز Ge و عنصر هم‌دوره و بعدی Al همان شبه‌فلز Si است. هر دو عنصر Si و Ge سطح صیقلی دارند و در اثر ضربه خرد می‌شوند.

۲۱۶) ۱ معادله هر دو واکنش در زیر آمده است:



۲۱۷) ۴ با توجه به این‌که سیکلوهگزن یک پیوند دوگانه دارد و 12 kJ

گرما آزاد کرده، انتظار می‌رود بنزن که سه پیوند دوگانه دارد، 36 kJ گرما آزاد کند، اما مقداری کمتر از 36 kJ گرما آزاد کرده، پس می‌توان نتیجه گرفت که بنزن یک ترکیب پایدار است.

۲۱۸) ۱

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$\left(\frac{65}{100} \times 484 \times 10^3\right) = (2 \times 18) \times (2/5) \times \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 3495^\circ \text{C یا } 3495 \text{ K}$$

۲۱۹) ۱

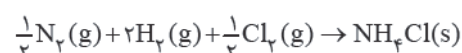
$$\text{انرژی دریافتی از خورشید} = 1\text{h} \times \frac{3600\text{s}}{1\text{h}} \times \frac{1\text{kJ}}{1\text{s}} = 3600 \text{ kJ}$$

$$= 0.228 \text{ g} \times \frac{570 \text{ kJ}}{342\text{g}} = 3.8 \text{ kJ}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{3.8 \text{ kJ}}{3600 \text{ kJ}} \times 100 = 0.105\%$$

۲۲۰) ۱ معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



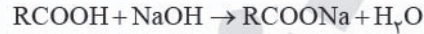


عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند. **۳ ۲۲۵**

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

- بازهای قوی در آب، تقریباً به طور کامل به یون‌های سازنده خود تفکیک می‌شوند.
- شماری از پاک‌کننده‌ها مانند جوهرنمک جزو اسیدها طبقه‌بندی می‌شوند.

۴ ۲۲۶



$$\frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم سود ناخالص}}{\text{جرم اسید چرب}} \times \frac{P}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{153/6g}{1 \times M} = \frac{30g \times \frac{100}{100}}{1 \times 40} \Rightarrow M = 256g \cdot \text{mol}^{-1}$$



$$\Rightarrow 12n + 2n + 1 + 12 + 2(16) + 1 = 256 \Rightarrow n = 15$$

$$\%C = \frac{(15+1) \times 12}{256} \times 100 \approx 75$$

کلسیم فسفات در آب نامحلول است. **۲ ۲۲۷**

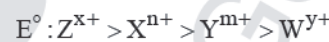
بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) نمک آلومینیم سولفات محلول در آب است و یون‌های سازنده آن می‌توانند با هم در محلول وجود داشته باشند.

(۳) Cu^{2+} و Mg^{2+} هر دو کاتیون هستند و در بالاترین عدد اکسایش خود به سر می‌برند و اثری بر هم ندارند.

(۴) Na^+ و Fe^{3+} هر دو کاتیون هستند و در بالاترین عدد اکسایش خود به سر می‌برند و اثری بر هم ندارند.

۲ ۲۲۸ با توجه به این که $a < 1$ است، مقایسه E^0 کاهش یافته گونه‌های داده شده به صورت زیر است:



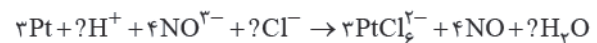
به این ترتیب در بین گونه‌های داده شده، Z ضعیف‌ترین کاهنده و یون W^{y+} قوی‌ترین اکسنده است.

۴ ۲۲۹ عدد اکسایش پلاتین از صفر در Pt به +۴ در PtCl_6^{2-} و

عدد اکسایش نیتروژن از +۵ در NO_3^- به +۲ در NO رسیده است.

به این ترتیب تغییرات عدد اکسایش دو عنصر پلاتین و نیتروژن به ترتیب ۴ و ۳ بوده که نقش کاهنده و اکسنده را دارند.

بنابراین ضریب گونه‌های شامل این دو عنصر به صورت زیر خواهد بود:



$$\frac{\text{mole}^-}{3 \times 4} = \frac{x \text{L NO}}{4 \times 22.4} \Rightarrow x = 7/46 \text{LNO}$$

به جز عبارت دوم، سایر عبارت‌ها درست هستند. **۳ ۲۳۰**

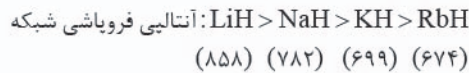
نقطه ذوب SiO_2 به این دلیل بالاتر از نقطه ذوب یخ خشک است که سیلیس یک جامد کووالانسی ولی یخ خشک یک جامد مولکولی است.

مدل دریای الکترونی فلزها برای توجیه برخی رفتارهای **۳ ۲۳۱**

فیزیکی فلزها مانند چکش‌خواری و رسانایی الکتریکی ارائه شده است.

آنتالپی فروپاشی شبکه با بار یون‌ها رابطه مستقیم و با شعاع **۴ ۲۳۲**

یون‌ها رابطه وارونه دارد.



PET در شرایط مناسب با متانول واکنش می‌دهد و به مواد **۳ ۲۳۳**

مفیدی تبدیل می‌شود؛ موادی که می‌توان آن‌ها را برای تولید پلیمرها به کار برد.

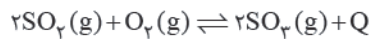
با افزایش مقدار گاز کلر، غلظت این گاز افزایش می‌یابد. به این **۳ ۲۳۴**

ترتیب تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود تا غلظت آن را کاهش دهد. در نتیجه غلظت PCl_3 نیز کاهش ولی غلظت PCl_5 افزایش می‌یابد. میزان

کاهش غلظت PCl_3 و افزایش غلظت PCl_5 باید با هم برابر باشد، زیرا ضریب مولی این دو ماده با هم برابر است (حذف‌گزینه‌های (۱) و (۴)).

هر چند تعادل در جهت مصرف Cl_2 اضافی جابه‌جا می‌شود، اما چون نمی‌تواند اثر آن را به طور کامل جبران کند، غلظت Cl_2 در تعادل جدید بیشتر از تعادل اولیه خواهد بود. (حذف‌گزینه (۲)).

تعادل داده شده در جهت رفت، گرماده است: **۳ ۲۳۵**



بررسی چهار گزینه:

(۱) از آن‌جا که در لحظه اعمال تغییر، غلظت هیچ ماده‌ای به یکباره زیاد یا کم نشده است، عامل غلظت یا فشار نمی‌تواند این تعادل را بر هم زده باشد، افزایش یا کاهش تدریجی غلظت مواد نشان می‌دهد که دما تغییر کرده است.

مطابق نمودار، تغییر دما موجب افزایش تدریجی غلظت فرآورده و کاهش تدریجی غلظت واکنش‌دهنده‌ها شده، یعنی واکنش در جهت رفت یا جهت آزاد کردن گرما جابه‌جا شده است. بنابراین تغییر وارد شده مربوط به کاهش دما بوده است.

(۲) با تغییر دما و جابه‌جایی تعادل در جهت رفت، مقدار ثابت تعادل (K) افزایش می‌یابد.

(۳) با کاهش دما، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت کاهش می‌یابد.

(۴) به ضرایب استوکیومتری SO_2 و O_2 نگاه کنید.