حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۰
سال تحصیلی ۰۰-۹۹

گزینه‌دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمون آزمایشی ۱ تیر ۱۴۰۰

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۵۵	۱۰۱	۱۵۵	۸۵ دقیقه
فیزیک	۴۵	۱۵۶	۲۰۰	۵۵ دقیقه
شیمی	۳۵	۲۰۱	۲۳۵	۳۵ دقیقه
تعداد کل پرسش‌ها: ۱۳۵		مدت پاسخ‌گویی: ۱۷۵ دقیقه		

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه‌های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، پیش‌آزمون‌های آنلاین، بانک سؤال گزینه‌دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه‌های کمک‌آموزشی، آرشیو آزمون‌های گزینه‌دو و...، با استفاده از شمارهٔ داوطلبی (به‌عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به‌عنوان رمز عبور) وارد وب‌سایت گزینه‌دو به آدرس gozine2.ir شوید.

در صورتی که اینترنتی ثبت‌نام کرده‌اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده‌اید.

همچنین، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به‌وسیلهٔ گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی درس‌های عمومی و اختصاصی را مشاهده نمایید.

@MrKonkori

۱۰۱- در تعطیلات نوروز ۹۹، از ۵۳ دانش‌آموز سال دوازدهم، ۳۴ نفر در کلاس مجازی ریاضی، ۳۰ نفر در کلاس مجازی فیزیک و ۲۲ نفر در هـر دو کلاس شرکت داشته‌اند. چند نفر در هیچ‌یک از دو کلاس شرکت نکرده‌اند؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

۱۰۲- متمم مجموعهٔ $\left[(A'-B)\cup B'\right]\cup\left[A\cap(A\cup B)\right]$ کدام است؟

۱) $A\cup B'$ ۲) $A-B$ ۳) $A'\cup B$ ۴) $A'-B'$

۱۰۳- اگر $i\in\{1,2,\ldots,7\}$ و $A_i=\left[-i,\frac{7-i}{2}\right]$، آنگاه مجموعهٔ $(A_2\cap A_5)-A_6$ کدام است؟

۱) $(0,\frac{1}{2})$ ۲) $\left[0,\frac{1}{2}\right]$ ۳) $(\frac{1}{2},1]$ ۴) $(\frac{1}{2},1)$

۱۰۴- گزارهٔ موجود در کدام گزینه، همواره نادرست است؟

۱) $\sim(p\wedge\sim p)$ ۲) $(p\wedge\sim p)\Rightarrow q$ ۳) $q\Rightarrow p\vee q$ ۴) $(p\vee\sim p)\Leftrightarrow(q\wedge\sim q)$

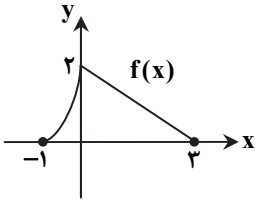
۱۰۵- اگر $f(x)=x^{100}-x^{99}+x+2$، باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(2x)-4x$ بر $2x+1$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۷ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۶- اگر $f^{-1}(x)=\frac{2x+1}{x-2}$، مجموع طول نقاط تقاطع دو تابع $f(x)$ و $(fof)(x)$ کدام است؟

۱) -2 ۲) ۲ ۳) -4 ۴) ۴

۱۰۷- اگر نمودار $f(x)$ به‌صورت روبه‌رو باشد، نمودار تابع $g(x)=-f(1-x)$ نمودار $y=f(x)$ را در چند نقطه قطع می‌کند؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) صفر

۱۰۸- اگر $\frac{1}{\sin^2\theta}=\frac{9}{(1-\cos\theta)^2}$، مقدار $\tan\theta$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\frac{4}{3}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $-\frac{4}{3}$ ۴) $-\frac{3}{4}$

۱۰۹- اگر $\sin(\alpha+\frac{\pi}{4})-\sin(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{\sqrt{2}}{3}$، مقدار $\cos(2\alpha)$ کدام است؟

۱) $\frac{5}{9}$ ۲) $\frac{7}{9}$ ۳) $-\frac{5}{9}$ ۴) $-\frac{7}{9}$

۱۱۰- اگر $\frac{3\pi}{8}<x<\frac{5\pi}{8}$، کدام گزینه می‌تواند مقدار $\tan 2x$ باشد؟

۱) $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ ۲) $-\frac{\sqrt{6}}{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۱۱- معادلهٔ $\sin 2x\cos x = \sin x$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

۱) ۸ ۲) ۷ ۳) ۶ ۴) ۵

۱۱۲- در دنبالهٔ حسابی ... ، ۱۰ ، ۶ ، ۲، مجموع بیست و یک جملهٔ اول آن با چندمین جمله از دنباله برابر است؟

۱) ۲۲۰ ۲) ۲۲۱ ۳) ۲۲۲ ۴) ۲۲۴

۱۱۳- نمودار تابع $f(x) = x^2 - 2x + c$، نمودار تابع $g(x) = 2^{ax+b} - 1$ را در نقطهٔ $(1, 2)$ و نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند. مقدار $g(4)$، کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۷ ۳) ۳ ۴) ۱۵

۱۱۴- حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}^-} \frac{1-\tan^3 x}{\sqrt{1-\sin 2x}}$ کدام است؟

۱) $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ۲) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ۳) $-3\sqrt{2}$ ۴) $3\sqrt{2}$

۱۱۵- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3\sqrt{x}} - a}{x-1} & x \neq 1 \\ b & x = 1 \end{cases}$ در $x = 1$ پیوسته است. مقدار $a + b$ کدام است؟

۱) $\frac{13}{8}$ ۲) $\frac{21}{8}$ ۳) $\frac{9}{2}$ ۴) $\frac{13}{4}$

۱۱۶- تابع $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{(ax+b)(2x^2+1)}$، فقط یک مجانب به معادلهٔ $y = 2$ دارد. مقدار ab کدام است؟

۱) ۸ ۲) $-\frac{1}{8}$ ۳) ۱۶ ۴) $-\frac{1}{16}$

۱۱۷- اگر $f(x) = (x^2 + \frac{1}{x})^2$، $g(x) = a\sqrt{x}$ و $(gof)'(1) = 3$، مقدار a کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۸- تابع $f(x) = x\sqrt{x}$ در بازهٔ $[1,9]$ تعریف‌شده است. شیب خط مماس در نقطه‌ای به طول α روی نمودار برابر $\frac{7}{2}$ است. مقدار α کدام است؟

۱) $\frac{49}{16}$ ۲) $\frac{7}{3}$ ۳) $\frac{7}{4}$ ۴) $\frac{49}{9}$

۱۱۹- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \frac{4x+11}{x+5}$ در بازهٔ $[-a, a]$ با آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در نقطهٔ $x = -2$ برابر است. مقدار $f(a)$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۵ ۳) ۳ ۴) ۹

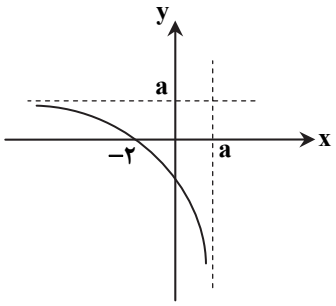
۱۲۰- اگر $x = 2$ طول تنها نقطهٔ اکسترمم نسبی تابع $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + 10$ باشد، مقدار $f(2)$ چقدر است؟

۱) ۵- ۲) ۶- ۳) ۷- ۴) ۸-

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۲۱- قسمتی از نمودار تابع هموگرافیک $f(x)=\frac{ax+b}{x+d}$ به‌صورت روبه‌رو است. مقدار $f(0)$ کدام است؟



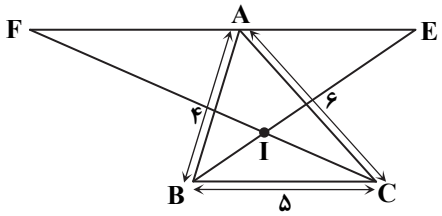
۱) -۱

۲) -۲

۳) $-\frac{۳}{۲}$

۴) $-\frac{۵}{۲}$

۱۲۲- در مثلث ABC، مطابق شکل، از رأس A خطی موازی ضلع BC رسم کرده‌ایم تا نیمسازهای داخلی زوایای $\hat{B}$ و $\hat{C}$ را در نقاط E و F قطع کند. با توجه به اندازه‌های روی شکل، مساحت مثلث EFI چند برابر مساحت مثلث BIC است؟



۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۶

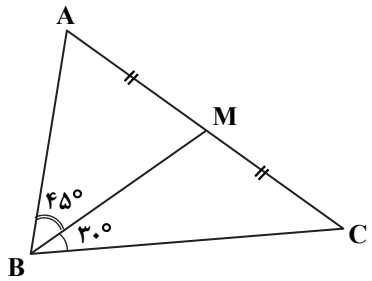
۱۲۳- دو دایرهٔ $C(O\ ,\ ۳)$ و $C'(O'\ ,\ ۴)$ مفروض‌اند. اگر $OO'=۱۰$، چند خط می‌توان رسم کرد که نقاط O' و O از آن‌ها به‌ترتیب به فاصلهٔ ۶ و ۴ باشند؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۲۴- در مثلث ABC، اندازهٔ زاویهٔ $\hat{A}$ سه برابر اندازهٔ زاویهٔ $\hat{B}$ است. اگر داشته باشیم: $AC=۲۷$ و $BC=۴۸$، اندازهٔ ضلع AB کدام است؟

۱) ۲۱ ۲) ۲۸ ۳) ۳۲ ۴) ۳۵

۱۲۵- در شکل روبه‌رو، BM میانهٔ مثلث است. نسبت $\frac{AB}{BC}$ چند برابر $\sqrt{۲}$ است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

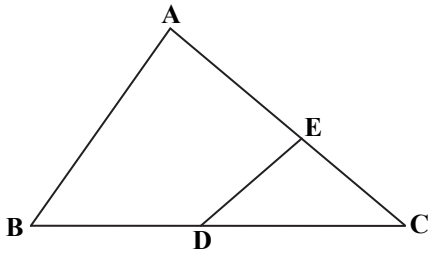
۳) $\frac{۳}{۴}$

۴) $\frac{۱}{۲}$

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۲۶- در شکل روبه‌رو داریم $\frac{AE}{EC}=\frac{۵}{۴}$ و $\frac{CD}{BD}=\frac{۶}{۵}$. مساحت مثلث DEC چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



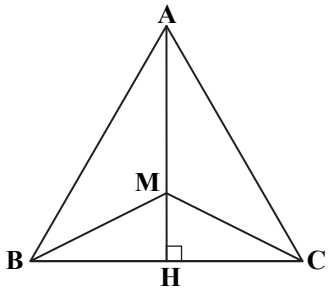
۱) $\frac{۲۴}{۳۳}$

۲) $\frac{۱۶}{۹۹}$

۳) $\frac{۸}{۳۳}$

۴) $\frac{۳۲}{۹۹}$

۱۲۷- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع ۴، نقطهٔ M روی ارتفاع AH طوری قرار گرفته است که $S_{\Delta MBC}=\sqrt{۳}$. فاصلهٔ M از ضلع AB، چند برابر $\sqrt{۳}$ است؟



۱) $\frac{۱}{۴}$

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) $\frac{۳}{۴}$

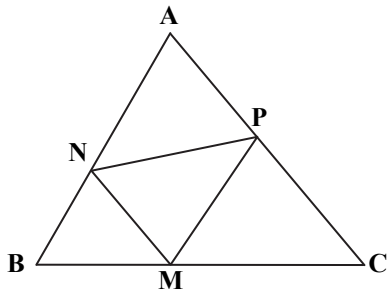
۱۲۸- مساحت سطح مقطع یک استوانهٔ قائم، با صفحه‌ای که از محور استوانه می‌گذرد، با مساحت سطح مقطع صفحه‌ای که موازی دو قاعده، آن را قطع می‌کند، برابر است. اگر ارتفاع استوانه ۳ باشد، مساحت جانبی استوانه کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۳۲ ۳) ۳۶ ۴) ۲۸

۱۲۹- اندازهٔ شعاع دایره‌های محاطی خارجی یک مثلث، ۲، ۳ و ۶ است. اندازهٔ شعاع دایرهٔ محاطی داخلی آن، کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۵}{۲}$

۱۳۰- در مثلث ABC، نقاط M، N و P را کجا انتخاب کنیم تا محیط مثلث MNP کمترین مقدار ممکن باشد؟



۱) پای سه ارتفاع

۲) وسط اضلاع

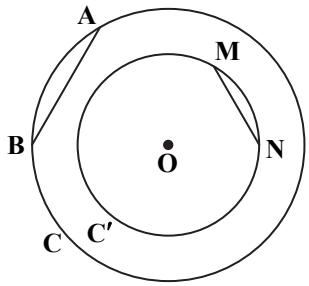
۳) پای سه نیمساز

۴) رئوس مثلث

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۳۱- دو دایرهٔ $C(O, R)$ و $C'(O, r)$ هم مرکزند. اگر داشته باشیم: $AB = R$ و $MN = r$،
آنگاه زاویهٔ بین قطرهای چهارضلعی ABNM کدام است؟



۱) ۳۰°
۲) ۴۵°
۳) ۶۰°
۴) ۹۰°

۱۳۲- دایره‌ای بر دو خط موازی D و D′ مماس است. اگر $M(۳, ۴)$ و $N(-۱, ۲)$ مختصات نقاط تماس خطوط با دایره باشند، معادلهٔ دایره کدام است؟

۱) $x^۲ + y^۲ - ۲x - ۴y - ۴ = ۰$
۲) $x^۲ + y^۲ - ۲x - ۶y - ۴ = ۰$
۳) $x^۲ + y^۲ - ۲x - ۶y + ۵ = ۰$
۴) $x^۲ + y^۲ - ۲x - ۴y + ۵ = ۰$

۱۳۳- سهمی با کانون $F(-۱, ۱)$ و خط هادی $x - ۳ = ۰$ محور yها را در دو نقطهٔ A و B قطع می‌کند. اندازهٔ پاره‌خط AB کدام است؟

۱) $۳\sqrt{۲}$
۲) $۲\sqrt{۲}$
۳) $۴\sqrt{۲}$
۴) $۵\sqrt{۲}$

۱۳۴- نقاط $F(۲, ۰)$ و $F'(-۲, ۰)$، کانون‌های یک بیضی هستند. اگر نقطهٔ $P(m, n)$ روی این بیضی باشد، چه تعداد از نقاط $Q(m, -n)$، $R(-m, n)$ و $S(-m, -n)$ نیز روی این بیضی قرار دارند؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) صفر

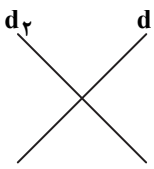
۱۳۵- دایره‌های گذرنده از دو نقطهٔ $(۰, ۲)$ و $(۰, ۰)$ را در نظر می‌گیریم. اگر از نقطهٔ $M(۳, ۰)$ مماس‌های MT را بر این دایره‌ها رسم کنیم، مکان هندسی نقطهٔ T کدام است؟

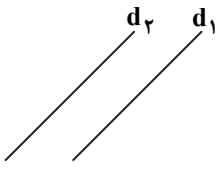
۱) $x^۲ + y^۲ - ۶x + ۶ = ۰$
۲) $x^۲ + y^۲ - ۴x + ۱ = ۰$
۳) $x^۲ + y^۲ - ۶x + ۳ = ۰$
۴) $x^۲ + y^۲ - ۴x + ۲ = ۰$

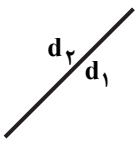
۱۳۶- اگر $M = \begin{bmatrix} ۳ & -۱ & ۱ \\ ۴ & ۰ & ۳ \\ -۲ & -۲ & ۴ \end{bmatrix}$ و $N = \begin{bmatrix} ۵ & -۲ & ۲ \\ ۷ & ۰ & ۶ \\ -۴ & -۲ & ۴ \end{bmatrix}$ باشد، در ماتریس $N - ۲M$ چند درایهٔ صفر وجود دارد؟

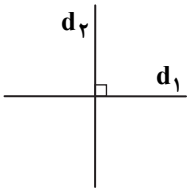
۱) ۵
۲) ۶
۳) ۳
۴) ۴

۱۳۷- اگر دستگاه $\begin{cases} (k+۱)x - ۲y = ۳ \\ ۲x + (k-۳)y = ۵ \end{cases}$ جواب نداشته باشد، وضعیت خطوط $d_۱$ و $d_۲$ در دستگاه $\begin{cases} kx + ۳y = ۲ & (d_۱) \\ x + (k+۲)y = ۲k & (d_۲) \end{cases}$ کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۱۳۸- A ماتریسی است ۴×۴ به‌طوری که $A(A - I) = I$ و $|A| = ۲$. در این صورت مقدار $|A + ۲I|$، کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱) ۲۴
۲) ۲۵
۳) ۴۸
۴) ۵۰

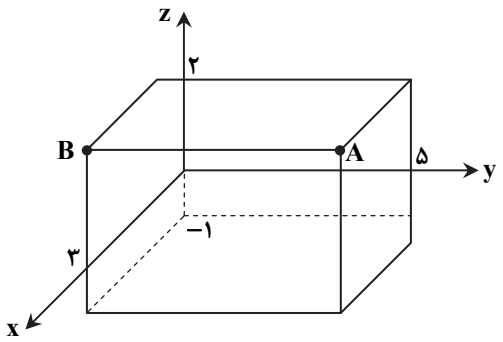
محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۳۹- حجم متوازی‌السطوح بناشده بر سه بردار $(۳,۲,۱)$، $(۱,-۱,۰)$ و $(۱,۲,۱)$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۴۰- در مکعب مستطیل شکل روبه‌رو، معادلهٔ یال AB کدام است؟



۱) $\begin{cases} x=۲ \\ y=۵ \\ ۰\le z\le ۲ \end{cases}$ ۲) $\begin{cases} x=۳ \\ z=۲ \\ -۱\le y\le ۵ \end{cases}$

۳) $\begin{cases} x=۳ \\ z=۲ \\ ۰\le y\le ۵ \end{cases}$ ۴) $\begin{cases} x=۲ \\ z=-۱ \\ ۰\le y\le ۵ \end{cases}$

۱۴۱- تاسی را پی‌درپی پرتاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد برای اولین بار در پرتاب چهارم عدد مضرب ۳ بیاید؟

۱) $\frac{۸}{۸۱}$ ۲) $\frac{۴}{۸۱}$ ۳) $\frac{۱}{۸۱}$ ۴) $\frac{۱۶}{۸۱}$

۱۴۲- اگر ۱۰ نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاعی به‌ضلع ۹ انتخاب کنیم، آنگاه حداقل ۲ نقطه وجود دارد که فاصلهٔ آن‌ها کمتر از m است، حداقل مقدار m کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) ۳

۱۴۳- از بین ۵ داور ایرانی، ۳ داور ژاپنی و ۲ داور روسی، می‌خواهیم یک تیم ۵ نفره انتخاب کنیم به‌طوری که حداقل یک داور ایرانی داشته باشیم. این عمل به چند طریق امکان‌پذیر است؟

۱) ۲۸۰ ۲) ۲۴۷ ۳) ۲۵۱ ۴) ۲۵۲

۱۴۴- در یک خانوادهٔ سه‌فرزندی، حداقل یکی از بچه‌ها پسر است. احتمال آنکه فرزند دوم دختر باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۴}{۷}$ ۲) $\frac{۳}{۸}$ ۳) $\frac{۳}{۷}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۴۵- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند و داشته باشیم: $P(A\mid B)=\frac{۱}{۳}$، آنگاه $\frac{P(A'-B')}{P(B)}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

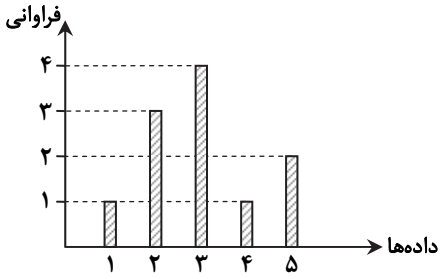
۱۴۶- در ظرفی ۳ کارت با شماره‌های ۱ تا ۳ موجود است. به‌تصادف یک کارت بیرون می‌کشیم و به تعداد عدد روی آن، یک سکه پرتاب می‌کنیم. اگر سکه، ۲ بار رو بیاید، احتمال آنکه شمارهٔ کارت ظاهرشده ۲ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۲}{۵}$

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۴۷- با توجه به نمودار میله‌ای روبه‌رو، میانگین داده‌های داخل نمودار جعبه‌ای، کدام است؟



۱) ۲/۵
۲) ۲/۷
۳) ۲/۸
۴) ۳

۱۴۸- اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد فرد a بر ۱۷، برابر ۱۲ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد a بر ۳۴ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۷ ۳) ۲۱ ۴) ۲۹

۱۴۹- حاصل $\left[a^4,(a^4,b)\right]+\left[a^4,(a^3,a)\right]$ به‌ازای مقادیر حقیقی a و b کدام است؟

۱) $2a^2$ ۲) $2a^4$ ۳) a^4b ۴) $2a^2b$

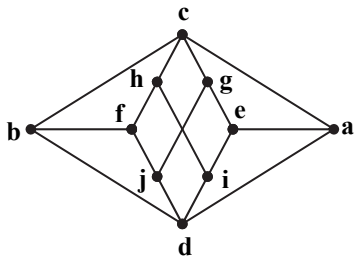
۱۵۰- به چند طریق می‌توان ۶ سیب قرمز یکسان و ۴ سیب زرد یکسان را بین سه نفر توزیع کرد به‌طوری که لازم نباشد به همهٔ افراد، سیب برسد؟

۱) ۲۱۰ ۲) ۳۶۰ ۳) ۴۲۰ ۴) ۴۸۰

۱۵۱- با حروف کلمهٔ «sarasari» چند کلمهٔ ۸ حرفی می‌توان ساخت به‌طوری که دو حرف s کنار هم و دو حرف r نیز کنار هم باشند؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۲۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۳۶۰

۱۵۲- عدد احاطه‌گری گراف روبه‌رو، کدام است؟

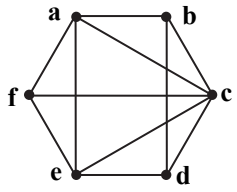


۱) ۵
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۵۳- گراف G از مرتبهٔ ۷ و اندازهٔ ۲۱ است. حداقل چند یال از گراف G حذف کنیم تا گرافی منتظم و ناهمبند حاصل شود؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

۱۵۴- در گراف روبه‌رو چند دور به طول ۳ وجود دارد؟



۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۵۵- مربع B از اعمال جایگشت $\begin{pmatrix}۱ & ۲ & ۳ & ۴\\ ۳ & ۴ & ۱ & ۲\end{pmatrix}$ بر روی اعضای مربع لاتین A به‌دست آمده است. حاصل $x+y+z$، کدام است؟

$$A=\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & & & x\\\hline & & ۲ & \\\hline & ۳ & & y\\\hline ۲ & & & \\\hline\end{array}\qquad B=\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline ۳ & & & z\\\hline & & & \\\hline ۲ & & & \\\hline & & ۱ & \\\hline\end{array}$$

۱) ۵

۲) ۶

۳) ۷

۴) ۸

فیزیک ۵۵′

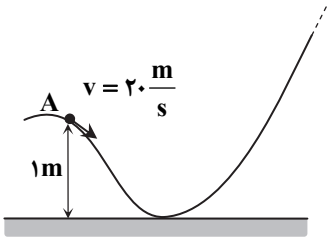
زمان پیشنهادی

جامع مطابق محدودهٔ آزمون سراسری سال ۱۴۰۰ (با در نظر گرفتن حذفیات سازمان سنجش)

۱۵۶- یک لیوان، از روغن به چگالی $۰/۸\frac{g}{cm^۳}$ کاملاً پر شده است. وقتی ۴۰g شِن درون لیوان می‌ریزیم، به‌اندازهٔ ۱۶g روغن از لیوان سرریز می‌شود. چگالی شن چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟

۱) ۸۰۰ ۲) ۱۶۰۰ ۳) ۲۰۰۰ ۴) ۲۴۰۰

۱۵۷- مطابق شکل، جسمی با تندی $۲۰\frac{m}{s}$ از نقطهٔ A روی سطح بدون اصطکاکی پرتاب می‌شود.



این جسم در شاخهٔ سمت راست مسیر حداکثر تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۱۲m

۲) ۲۱m

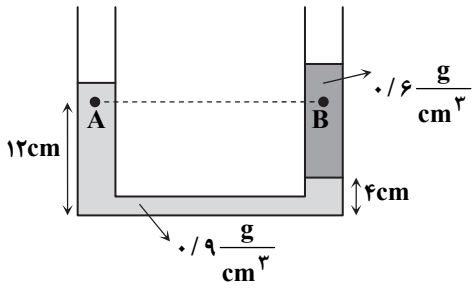
۳) ۳۲m

۴) ۴۲m

۱۵۸- جسمی به جرم ۲kg با تندی $۲\frac{m}{s}$ در راستای قائم به‌طرف پایین پرتاب می‌شود. اگر پس از ۱۰m جابه‌جایی، تندی جسم $۸\frac{m}{s}$ شود، کار نیروی مقاومت هوا روی جسم در این جابه‌جایی چند ژول بوده است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

۱) -۱۰۰ ۲) -۱۲۰ ۳) -۱۴۰ ۴) -۱۶۰

۱۵۹- مطابق شکل، دو مایع مخلوط‌نشدنی با چگالی‌های $۰/۶\frac{g}{cm^۳}$ و $۰/۹\frac{g}{cm^۳}$ در یک لولهٔ U شکل در تعادل هستند. اختلاف فشار دو نقطهٔ A و B (P_B-P_A) چند پاسکال است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$



۱) صفر ۲) ۱۲۰

۳) ۲۴۰ ۴) ۴۸۰

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۶۰- شناگری در عمق ۲ متری آب، در حال تعادل و ساکن است. بزرگی نیرویی که آب بر هر سانتی‌متر مربع از بدن این شناگر وارد می‌کند، چند نیوتون است؟

$(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ و $P_۰ = ۱۰^۵ Pa$ و $\rho_{آب} = ۱\frac{g}{cm^۳})$

۱) ۱ ۲) ۱/۲ ۳) ۸ ۴) ۱۲

۱۶۱- کدام‌یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) جامدهای بی‌شکل (آمورف) در اثر سرد شدن سریع مایع به‌وجود می‌آیند.

۲) فاصلهٔ ذرات سازندهٔ مایع و جامد تقریباً یکسان و در حدود یک آنگستروم است.

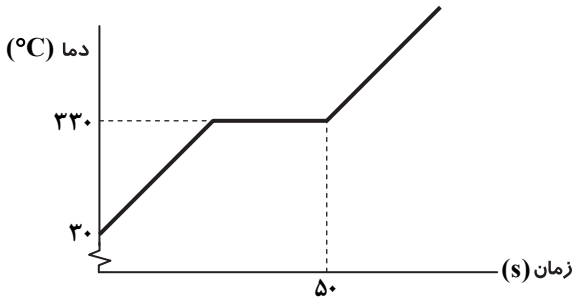
۳) علت تراکم‌ناپذیری مایع‌ها، نیروی دافعهٔ بین مولکول‌های مایع است که در اثر کم شدن فاصلهٔ بین آن‌ها ظاهر می‌شود.

۴) اثر مویینگی در لوله‌های با قطر داخلی بزرگ‌تر، بهتر دیده می‌شود.

۱۶۲- قطعهٔ یخی به جرم $۱۶۷g$ و دمای $-۲۰°C$ را در استخر پر از آبی با دمای صفر درجهٔ سلسیوس می‌اندازیم. پس از برقراری تعادل گرمایی، چند گرم یخ خواهیم داشت؟ (فرض کنید تبادل گرما فقط بین آب استخر و قطعهٔ یخ صورت می‌پذیرد و $c_{یخ} = ۲۲۰۰\frac{J}{kg.°C}$ و $L_F = ۳۳۴\frac{kJ}{kg}$)

۱) صفر ۲) ۲۲ ۳) ۱۸۹ ۴) ۲۱۱

۱۶۳- به جسم جامدی با توان ثابت گرما می‌دهیم و نمودار دما- زمان آن به‌صورت روبه‌رو به‌دست می‌آید. اگر گرمای ویژهٔ جسم و گرمای نهان ذوب آن به‌ترتیب $۱۳۰\frac{J}{kg.K}$ و $۲۶\frac{kJ}{kg}$ باشد، فرایند ذوب جسم از چه لحظه‌ای شروع شده است؟



۱) $t = ۱۰$

۲) $t = ۲۰$

۳) $t = ۳۰$

۴) $t = ۴۰$

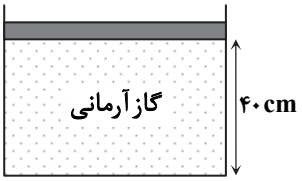
۱۶۴- به یک میلهٔ فلزی به جرم $۹۰۰g$ و یک کرهٔ توپُر از همان جنس به جرم $۲۷۰۰g$ گرمای یکسانی می‌دهیم. اگر طول میله ۰/۴ درصد افزایش یابد، حجم کره چند درصد افزایش می‌یابد؟ $(\alpha_{فلز} = ۲\times۱۰^{-۵}\frac{۱}{K})$

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۸ ۴) ۱/۲

۱۶۵- مقداری گاز آرمانی با دمای $-۲۳°C$ و فشار $۲atm$، در یک استوانهٔ ۲/۵ لیتری زیر پیستونی که آزادانه می‌تواند حرکت کند، محبوس شده است. اگر به‌تدریج در اثر گرفتن گرما، دمای گاز $۷۰°C$ افزایش یابد، گاز چند ژول کار روی محیط انجام می‌دهد؟ $(۱atm = ۱۰^۵ Pa)$

۱) ۵۰۰ ۲) -۵۰۰ ۳) ۱۴۰ ۴) -۱۴۰

۱۶۶- مقداری گاز آرمانی (کامل) مطابق شکل، زیر یک پیستون بدون اصطکاک با جرم $۲kg$ و مساحت $۱۰cm^۲$ محبوس شده است. طی فرایندی گاز به‌آرامی گرما از دست می‌دهد؛ به‌طوری که ارتفاع ستون گاز در زیر پیستون ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. کار گاز روی محیط در این فرایند چند ژول است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg}$ و $P_۰ = ۱۰^۵ Pa)$

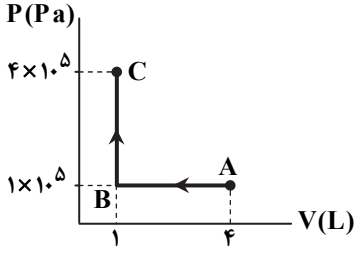


۱) ۳۸/۴ ۲) -۳۸/۴ ۳) ۹/۶ ۴) -۹/۶

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۶۷- مطابق شکل، گاز کاملی مسیر A تا C را طی فرایندهای ترمودینامیکی طی می‌کند. تغییر انرژی درونی گاز در این مسیر (از A تا C) چقدر است؟



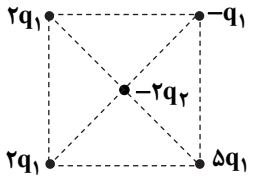
۱) صفر

۲) ۸۰J

۳) ۱۲۰J

۴) ۲۴۰J

۱۶۸- دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصلهٔ d بر یکدیگر نیروی F وارد می‌کنند. در شکل زیر، طول ضلع مربع ۲d است. اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر بار واقع در مرکز مربع چند برابر F است؟



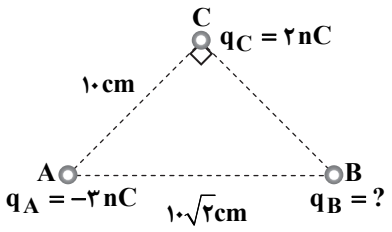
۱) ۵

۲) $\sqrt{۵۸}$

۳) $\sqrt{۱۰}$

۴) $۳\sqrt{۲}$

۱۶۹- مطابق شکل، سه بار نقطه‌ای در رئوس یک مثلث قرار گرفته‌اند و بزرگی برایند نیروهای وارد بر بار q_C، ۹μN است. اندازهٔ q_B چقدر است؟ ($k = ۹\times۱۰^۹ \frac{N\cdot m^۲}{C^۲}$)



۱) ۱nC

۲) ۲nC

۳) ۳nC

۴) ۴nC

۱۷۰- یک کرهٔ رسانا به قطر ۴۰cm روی پایهٔ عایقی قرار دارد و چگالی سطحی بار روی این کره $+۶۴\frac{\mu C}{m^۲}$ است. برای اینکه بار این کرهٔ رسانا خنثی شود، چند الکترون باید به آن منتقل کنیم؟ ($\pi = ۳$, $e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹} C$)

۱) $۶/۴\times۱۰^{۱۳}$ ۲) $۴/۸\times۱۰^{۱۳}$ ۳) $۱/۹۲\times۱۰^{۱۴}$ ۴) $۱/۲\times۱۰^{۱۴}$

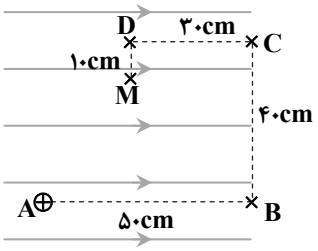
۱۷۱- خازن تختی را که فاصلهٔ بین صفحات آن ۲/۵mm است، با ولتاژ ۲۰V شارژ کرده‌ایم. سپس خازن را از باتری جدا می‌کنیم و فاصلهٔ بین صفحات آن را به ۳mm می‌رسانیم. اگر در این حالت خازن را به ولت‌سنج وصل کنیم، ولت‌سنج چه عددی را نشان می‌دهد؟

۱) ۲۴ ۲) ۲۶ ۳) ۲۸ ۴) ۳۰

محل انجام محاسبات

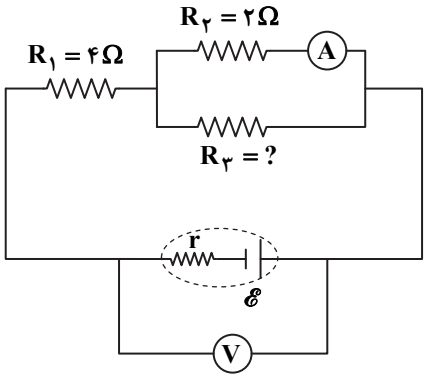
@MrKonkori

۱۷۲- بار الکتریکی $q = +2\mu C$ را از نقطهٔ A درون میدان الکتریکی یکنواخت $E = 10^6 \frac{N}{C}$، در مسیر خط‌چین نشان‌داده‌شده به نقطهٔ M رسانده‌ایم. تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار در این جابه‌جایی ($U_M - U_A$) چند ژول است؟



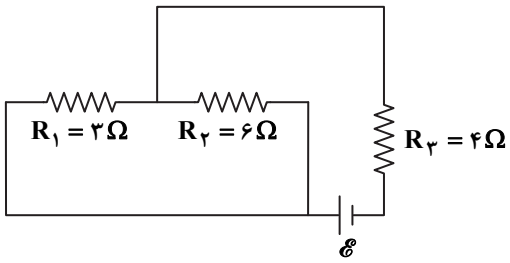
۱) ۰/۲-
۲) ۰/۴-
۳) ۰/۲
۴) ۰/۴

۱۷۳- در شکل روبه‌رو اگر آمپرسنج آرمانی ۴A و ولت‌سنج آرمانی ۳۲V را نشان دهد، مقاومت R_3 چند اهم است؟



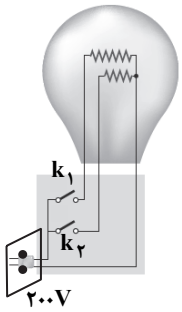
۱) ۱۲
۲) ۱۰
۳) ۸
۴) ۴

۱۷۴- در مدار روبه‌رو، توان مصرفی مقاومت R_3 چند برابر توان مصرفی مقاومت R_1 است؟



۱) $\frac{۳}{۴}$
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۶

۱۷۵- یک لامپ سه‌راههٔ ۲۰۰V دارای دو رشته به مقاومت‌های ۲۰۰Ω و ۸۰۰Ω است. کمترین توان مصرفی لامپ چند وات است؟



۱) ۲۵
۲) ۵۰
۳) ۲۰۰
۴) ۲۵۰

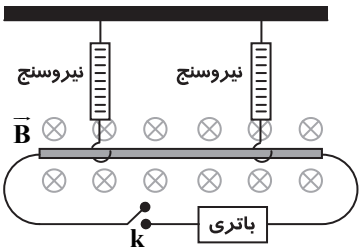
محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۷۶- بر روی یک لامپ رشته‌ای دو عدد $۲۲۰\,V$ و $۲۰۰\,W$ نوشته شده است. اگر لامپ را به ولتاژ $۱۲۱\,V$ وصل کنیم، چه جریانی برحسب آمپر از آن می‌گذرد؟ (مقاومت لامپ را ثابت فرض کنید.)

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۳ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۵

۱۷۷- میله‌ای رسانا به‌طول $۰/۵\,m$ به‌کمک دو نیروسنج آویزان است و هریک از نیروسنج‌ها $۲۰\,N$ را نشان می‌دهد. مجموعه درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت درون‌سو با اندازهٔ $۰/۰۱\,T$ قرار دارد. با اتصال کلید k، هرکدام از نیروسنج‌ها عدد $۲۱\,N$ را نشان می‌دهند. کدام گزینه اندازه و جهت جریان عبوری از میله را به‌درستی بیان می‌کند؟



۱) ۲۰۰A، از راست به چپ ۲) ۲۰۰A، از چپ به راست

۳) ۴۰۰A، از راست به چپ ۴) ۴۰۰A، از چپ به راست

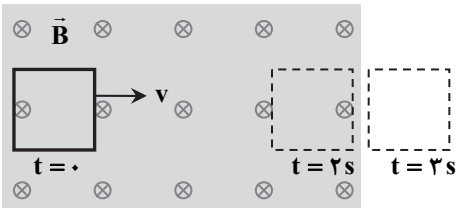
۱۷۸- اگر در یک سیم‌لولهٔ آرمانی، جریان با آهنگ $۰/۵\frac{A}{s}$ افزایش یابد، میدان مغناطیسی در نقطه‌ای درون سیم‌لوله و دور از لبه‌ها با آهنگ $۶۰\frac{G}{s}$ زیاد می‌شود. در هر سانتی‌متر از این سیم‌لوله، چند حلقه وجود دارد؟ $(\mu_{\circ} = ۱۲\times۱۰^{-۷}\frac{T\cdot m}{A})$

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۴۰۰

۱۷۹- در یک مولد جریان متناوب، معادلهٔ جریان برحسب زمان در SI به‌صورت $I = ۲\times۱۰^{-۲}Sin۲۴۰\pi t$ است. در کدام‌یک از لحظات زیر، اندازهٔ شار مغناطیسی عبوری از پیچهٔ این مولد بیشینه است؟

۱) $\frac{۱}{۴۸۰}s$ ۲) $\frac{۱}{۲۴۰}s$ ۳) $\frac{۱}{۲۰۰}s$ ۴) $\frac{۱}{۱۰۰}s$

۱۸۰- مطابق شکل، حلقه‌ای مربعی‌شکل درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت، با تندی ثابت حرکت می‌کند و در لحظهٔ $t = ۲s$ به انتهای محدوده‌ای که دارای میدان است، می‌رسد و در لحظهٔ $t = ۳s$ کاملاً از میدان خارج می‌شود. در مدت ۰ تا ۲s، ..... و در مدت ۲s تا ۳s، .....



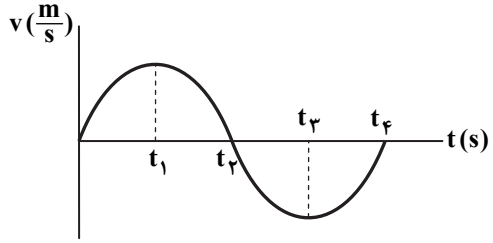
۱) جریانی در حلقه القا نمی‌شود- جریانی ساعت‌گرد در حلقه القا می‌شود.

۲) جریانی در حلقه القا نمی‌شود- جریانی پادساعت‌گرد در حلقه القا می‌شود.

۳) جریانی ساعت‌گرد در حلقه القا می‌شود- جریانی ساعت‌گرد در حلقه القا می‌شود.

۴) جریانی ساعت‌گرد در حلقه القا می‌شود- جریانی پادساعت‌گرد در حلقه القا می‌شود.

۱۸۱- نمودار سرعت- زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، همانند شکل زیر است. در کدام بازهٔ زمانی، جهت سرعت و جهت شتاب متحرک هر دو در خلاف جهت محور x است؟



۱) صفر تا $t_۱$

۲) $t_۱$ تا $t_۲$

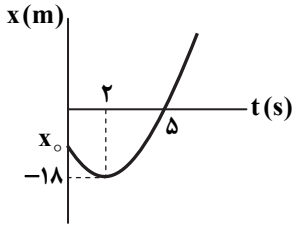
۳) $t_۲$ تا $t_۳$

۴) $t_۳$ تا $t_۴$

محل انجام محاسبات

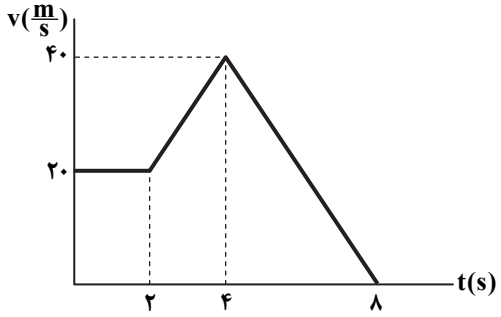
@MrKonkori

۱۸۲- شکل داده‌شده، نمودار مکان- زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x با شتاب ثابت در حرکت است. مکان اولیهٔ متحرک $(x_\circ)$ برحسب متر کدام است؟



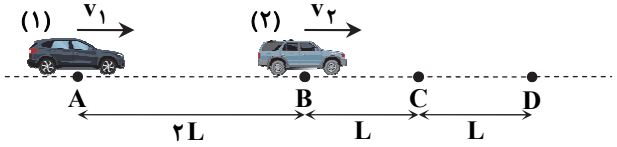
۱) −۶
۲) −۸
۳) −۱۰
۴) −۱۲

۱۸۳- شکل داده‌شده نمودار سرعت- زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت می‌کند. شتاب متحرک در لحظهٔ $t = ۶s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



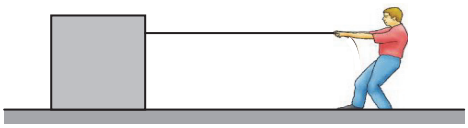
۱) −۲/۵
۲) −۵
۳) −۷/۵
۴) −۱۰

۱۸۴- در شکل داده‌شده، دو متحرک هم‌زمان از نقاط A و B به‌ترتیب با سرعت‌های ثابت $v_۱$ و $v_۲$ در یک جهت می‌گذرند و در نقطهٔ C به هم می‌رسند، پس از آن، متحرک اول در مدت ۲ ساعت، از نقطهٔ C به نقطهٔ D می‌رسد. متحرک دوم با چند ساعت تأخیر نسبت به متحرک اول، به نقطهٔ D خواهد رسید؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۸۵- در شکل روبه‌رو، کارگری یک جعبهٔ ساکن با جرم ۴kg را توسط طنابی افقی با نیروی ثابت و افقی ۳۰N شروع به کشیدن می‌کند. اگر ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جعبه و سطح افقی به‌ترتیب ۰/۸ و ۰/۵ باشد، نیرویی که سطح افقی بر جعبه وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰ \frac{N}{kg})$



۱) ۱۰
۲) ۳۰
۳) ۴۰
۴) ۵۰

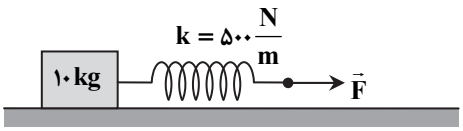
محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۸۶- گلوله‌ای به جرم ۵۰۰ گرم، با تندی ثابت $۴\frac{m}{s}$ روی یک دایره حرکت می‌کند و در هر دقیقه ۳۰ دور کامل می‌گردد. اندازهٔ نیروی خالص وارد بر این گلوله چند نیوتون است؟ $(\pi = ۳)$

۱) ۱۲ ۲) ۶ ۳) ۳ ۴) صفر

۱۸۷- در شکل زیر، در حالی که فنر ۱۰ سانتی‌متر کشیده شده است، وزنهٔ متصل به آن، با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ حرکت می‌کند. اگر اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ را به $۶۰N$ برسانیم، اندازهٔ شتاب وزنه چند متر بر مجذور ثانیه می‌شود؟ (جرم فنر ناچیز است.)



۱) ۱
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۶

۱۸۸- دو جعبه با جرم‌های $m_۱ = ۴kg$ و $m_۲ = ۲kg$، هم‌جنس و دارای سطح‌های مشابه هستند. اگر هر دو جعبه را با تندی $۵\frac{m}{s}$ روی سطح افقی به‌طرف جلو هل داده و سپس رها کنیم، جعبهٔ (۱) بعد از طی مسافت ۴ متر متوقف می‌شود. در این صورت جعبهٔ (۲) بعد از طی چه مسافتی متوقف خواهد شد؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

۱۸۹- وزنه‌ای به جرم ۱۰ کیلوگرم در کف یک آسانسور قرار دارد و آسانسور در راستای قائم حرکت می‌کند. در کدام حالت، اندازهٔ نیرویی که کف آسانسور بر وزنه وارد می‌کند (F_N)، به‌درستی نوشته شده است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) اگر آسانسور به‌صورت یکنواخت با تندی $۴\frac{m}{s}$ بالا برود، $F_N = ۱۴۰N$ است.

۲) اگر آسانسور به‌صورت تندشونده با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ پایین برود، $F_N = ۱۲۰N$ است.

۳) اگر آسانسور به‌صورت کندشونده با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ پایین برود، $F_N = ۱۲۰N$ است.

۴) اگر آسانسور به‌صورت یکنواخت با تندی $۴\frac{m}{s}$ پایین برود، $F_N = ۱۴۰N$ است.

۱۹۰- دو ماهوارهٔ A و B به دور زمین می‌گردند. اگر جرم ماهوارهٔ A دو برابر جرم ماهوارهٔ B و فاصلهٔ ماهوارهٔ A از سطح زمین $\frac{۱}{۳}$ شعاع زمین و فاصلهٔ ماهوارهٔ B از سطح زمین $\frac{۱}{۶}$ شعاع زمین باشد، انرژی جنبشی ماهوارهٔ B چند برابر انرژی جنبشی ماهوارهٔ A است؟

۱) $\frac{۳}{۷}$ ۲) $\frac{۶}{۷}$ ۳) $\frac{۷}{۸}$ ۴) $\frac{۴}{۷}$

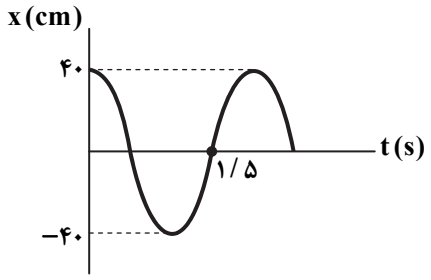
۱۹۱- شنونده‌ای صدای منبع صوتی را با تراز ۸۸ دسی‌بل دریافت می‌کند. فاصلهٔ شنونده از منبع چند برابر شود تا صدای منبع را با تراز ۹۴ دسی‌بل دریافت کند؟ (از جذب انرژی صوتی در محیط و بازتاب صوت چشم‌پوشی کنید و $\log ۲ = ۰/۳$)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۸}$

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۹۲- شکل روبه‌رو، نمودار مکان- زمان نوسانگر وزنه- فنری است که روی سطح افقی بدون اصطکاک در راستای محور x نوسان می‌کند. اگر ثابت فنر $100\frac{N}{m}$ باشد، نیروی وارد بر وزنه در لحظهٔ $t=\frac{1}{3}s$ چند نیوتون است؟



۱) +۲۰
۲) −۲۰
۳) +۱۰
۴) −۱۰

۱۹۳- چند تعداد از جملات زیر در مورد پرتوهای فرابنفش درست است؟

الف) بسامدی کمتر از بسامد نور مرئی دارند.

ب) طول موجی بلندتر از پرتوهای گاما دارند.

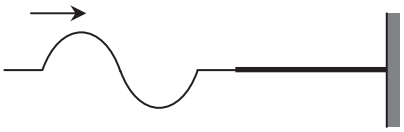
ج) در طول‌موج‌های طیف هیدروژن اتمی وجود ندارند. (در طیف هیدروژن اتمی طول موج فرابنفش وجود ندارد.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۱۹۴- وزنه‌ای به جرم m_1 از یک آونگ ساده به طول L_1 آویزان است. به آونگ سادهٔ دیگری که طول آن ۶۰cm بلندتر از آونگ اولی است، وزنه‌ای به جرم $m_2=m_1+300g$ آویزان می‌کنیم. پس از آنکه دو آونگ در یک مکان با دامنهٔ کم به نوسان درمی‌آیند، در یک مدت معیّن، آونگ اولی ۲۰ مرتبه و آونگ دومی ۱۰ مرتبه نوسان کامل انجام می‌دهد. L_1 چند سانتی‌متر است؟ (از همهٔ نیروهای مقاوم در برابر حرکت چشم‌پوشی کنید.)

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۶۰

۱۹۵- مطابق شکل، یک موج سینوسی از بخش نازک طناب به بخش ضخیم آن وارد می‌شود. طول موج و بسامد موج در بخش ضخیم در مقایسه با بخش نازک به‌ترتیب از راست به چپ چگونه است؟



۱) یکسان- بیشتر
۲) یکسان- کمتر
۳) کمتر- یکسان
۴) بیشتر- یکسان

۱۹۶- تارهای دو سر بستهٔ A و B هم‌جنس هستند و قطر آن‌ها یکسان و طول A سه برابر طول B است. اگر در حالتی که ۵ گره در A و ۳ گره در B تشکیل می‌شود، بسامد ارتعاش تارها مساوی باشد، نیروی کشش تار A چند برابر نیروی کشش تار B است؟

۱) $\frac{81}{10}$ ۲) $\frac{81}{25}$ ۳) $\frac{9}{2}$ ۴) $\frac{9}{4}$

۱۹۷- اگر پرتویی با طول موج ۰/۲ میکرون بر یک فلز بتابد، انرژی جنبشی سریع‌ترین الکترون‌های خروجی از فلز برابر ۱/۵ الکترون‌ولت می‌شود. تابع کار فلز چند ژول است؟ ($e=1/6\times10^{-19}C$ ، $c=3\times10^{8}\frac{m}{s}$ و $h=4\times10^{-15}eV\cdot s=6/4\times10^{-34}J\cdot s$)

۱) $7/2\times10^{-15}$ ۲) $7/2\times10^{-19}$ ۳) 3×10^{-15} ۴) 3×10^{-19}

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۹۸- بر مبنای مدل اتمی بور، وقتی الکترون در اتم هیدروژن از مدار $n = 4$ به مدار $n' = 2$ می‌رود، فوتونی با طول موج λ_1 گسیل می‌نماید و اگر از مدار $n = 4$ به مدار $n'' = 3$ برود، فوتونی با طول موج λ_2 گسیل می‌نماید. نسبت $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ کدام است؟

۱) $\frac{27}{7}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{7}{27}$

۱۹۹- اگر یک هستهٔ پرتوزا، یک ذرهٔ آلفا و دو ذرهٔ بتای منفی گسیل کند، عدد جرمی آن ..... و عدد اتمی آن .....

۱) ۴ واحد کم می‌شود- ۲ واحد کم می‌شود. ۲) ۶ واحد کم می‌شود- ۲ واحد کم می‌شود.

۳) ۶ واحد کم می‌شود- ۲ واحد زیاد می‌شود. ۴) ۴ واحد کم می‌شود- تغییر نمی‌کند.

۲۰۰- هستهٔ پرتوزای X با نیمه‌عمر ۳۰ روز به هستهٔ پایدار Y تبدیل می‌شود. در یک نمونه سنگ، در لحظهٔ $t = 0$ نسبت هسته‌های X به Y برابر یک است. چند روز پس از لحظهٔ $t = 0$، نسبت هسته‌های X به Y برابر $\frac{1}{7}$ می‌شود؟

۱) ۳۰ ۲) ۶۰ ۳) ۹۰ ۴) ۱۲۰

شیمی ۳۵

زمان پیشنهادی

جامع مطابق محدودهٔ آزمون سراسری سال ۱۴۰۰ (با در نظر گرفتن حذفیات سازمان سنجش)

۲۰۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) نیم‌عمر هر ایزوتوپ نشان می‌دهد که آن ایزوتوپ تا چه اندازه پایدار است.

ب) در همهٔ ایزوتوپ‌های ناپایدار، نسبت تعداد نوترون‌ها به پروتون‌ها برابر با ۱/۵ یا بیشتر است.

پ) آرایش الکترون- نقطه‌ای همهٔ اتم‌هایی که ۲ الکترون در لایهٔ ظرفیت خود دارند، به‌صورت $\cdot X \cdot$ است.

ت) جرم نوترون از مجموع جرم الکترون و پروتون برحسب amu بیشتر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۰۲- در جدول زیر، چند اشتباه در نوشتن آرایش الکترونی فشرده و رسم آرایش الکترون- نقطه‌ای عنصرهای داده‌شده وجود دارد؟

عنصر	$_{4}X$	$_{13}Y$	$_{20}Z$
آرایش الکترونی فشرده	$[He]2s^2$	$[Ne]3s^2 3p^3$	$[Ar]3d^2$
آرایش الکترون- نقطه‌ای	$\cdot\dot{\underset{\cdot}{X}}\cdot$	$\cdot\dot{Y}\cdot$	$Z:$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۰۳- اگر آرایش الکترونی آنیون X^{2-} به زیرلایهٔ $4p^6$ ختم شود، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) عنصر X به دستهٔ s و دورهٔ چهارم جدول تعلق دارد.

ب) اتم عنصر X دارای ۶ الکترون ظرفیتی است و در گروه ۱۶ جدول قرار دارد.

پ) در آرایش الکترونی اتم عنصر X، ۲۲ الکترون با عدد کوانتومی فرعی یک وجود دارد.

ت) تفاوت عدد اتمی عنصر X با نخستین فلز واسطهٔ جدول دوره‌ای برابر با ۱۳ است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۲۰۴- شمار پیوندهای اشتراکی در هر واحد فرمولی از آمونیوم نیترات، چند برابر هیدروژن سیانید است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲ ۳) ۲/۵ ۴) ۳

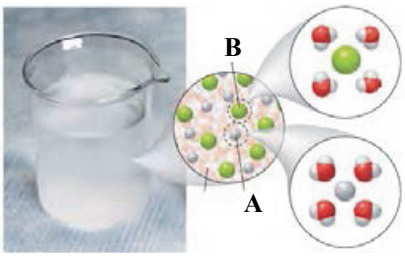
۲۰۵- شمار یون‌ها در یک واحد فرمولی از ترکیب مس (X) نیترید با شمار یون‌ها در یک واحد فرمولی از ترکیب کروم (Y) سولفید برابر است. بر این اساس، حاصل $\frac{Y}{X}$ و فرمول شیمیایی ترکیب نیکل (X) فسفید کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$، NiP ۲) $\frac{۳}{۲}$، NiP ۳) $\frac{۲}{۳}$، $Ni_۳P_۲$ ۴) $\frac{۳}{۲}$، $Ni_۳P_۲$

۲۰۶- اگر مخلوطی از گازهای هیدروژن و کربن دی‌سولفید به حجم ۷۸/۴ لیتر در شرایط STP طبق معادلهٔ $۴H_۲(g)+CS_۲(g) \rightarrow ۲H_۲S(g)+CH_۴(g)$ به‌طور کامل با هم واکنش دهند و از هیچ‌کدام چیزی باقی نماند، گاز متان تولیدشده در دمای ۵۴۶ کلوین و فشار ۴ اتمسفر، چند لیتر حجم خواهد داشت؟

۱) ۰/۷ ۲) ۷/۸۴ ۳) ۱۵/۶۸ ۴) ۳۱/۳۶

۲۰۷- با توجه به شکل داده‌شده که مربوط به فرایند انحلال سدیم کلرید در آب می‌باشد، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟ ($_{۱۱}Na$, $_{۱۷}Cl$)



الف) محلول حاصل، دارای $Na(aq)$ و $Cl(aq)$ است.

ب) میانگین قدرت پیوندهای یونی در سدیم کلرید و پیوندهای هیدروژنی میان مولکول‌های آب، کمتر از نیروهای جاذبهٔ یون- دوقطبی در محلول است.

پ) این فرایند مانند فرایند انحلال اتانول در آب، یک انحلال یونی به‌شمار می‌آید.

ت) آرایش الکترونی «A»، با گاز نجیب دورهٔ دوم مشابه است.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۲۰۸- در محلول روبه‌رو (محلول شست‌وشوی دهان)، به‌تقریب چند مول سدیم کلرید وجود دارد؟

(چگالی محلول را $۱g \cdot mL^{-۱}$ در نظر بگیرید و $NaCl = ۵۸/۵ g \cdot mol^{-۱}$)

۱) ۰/۰۱۵

۲) ۰/۰۷۷

۳) ۰/۹۲

۴) ۱/۳۰

۲۰۹- اگر به ۲۶۴ گرم از محلول سیرشدهٔ پتاسیم نیترات در دمای ۲۵ درجهٔ سلسیوس ۲۳۶ گرم آب خالص اضافه کنیم، محلول ۱۲/۸ درصد جرمی پتاسیم نیترات به‌دست می‌آید. انحلال‌پذیری پتاسیم نیترات در دمای ۲۵ درجهٔ سلسیوس کدام است؟

۱) ۴۶ ۲) ۶۴ ۳) ۳۶ ۴) ۳۲

۲۱۰- کدام گزینه نادرست است؟

۱) در شرایط یکسان، گاز کربن مونوکسید نسبت به گاز نیتروژن، آسان‌تر مایع می‌شود.

۲) مولکول‌های کربن دی‌اکسید برخلاف مولکول‌های نیتروژن مونوکسید، ناقطبی هستند و در آب انحلال‌پذیری کمتری دارند.

۳) اگر در دمای $۲۵^\circ C$، حداکثر ۴۰ میلی‌گرم از ماده‌ای در ۵۰ گرم آب حل شود، آن ماده کم‌محلول محسوب می‌شود.

۴) با توجه به قانون هنری، در دمای معیّن با افزایش فشار، انحلال‌پذیری مواد گازی در آب به‌صورت خطی افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۲۱۱- نخستین شبه‌فلز گروه ۱۴ جدول دوره‌ای، .....

۱) با هالوژنی هم‌دوره است که در دماهای بالاتر از $200^\circ C$ می‌تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد.

۲) از همهٔ فلزهای دورهٔ سوم، شعاع اتمی کوچک‌تری دارد.

۳) در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ خود، ۴ الکترون دارد.

۴) رسانایی الکتریکی کمی دارد، اما رسانایی گرمایی ندارد.

۲۱۲- با شرکت دادن مقداری A با خلوص ۸۰٪ در واکنش موازنه‌شدهٔ $A(s) \rightarrow B(s) + C(g)$ و با فرض تجزیهٔ کامل A در یک ظرف سر بـاز، چند درصد از جرم مواد درون ظرف کاسته می‌شود؟ (جرم مولی B، ۰/۵۶ برابر جرم مولی A است و ناخالصی‌ها وارد واکنش نمی‌شوند.)

۱) ۴۴ ۲) ۲۲ ۳) ۳۵/۲ ۴) ۱۷/۶

۲۱۳- در کدام گزینه، شمار اتم‌های کربن دو ترکیب داده‌شده برابر است؟

۱) ۳، ۴- دی‌اتیل هگزان، ۳- اتیل- ۲- متیل هپتان ۲) دی‌متیل پروپان، سیکلو هگزان

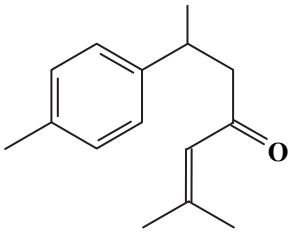
۳) نفتالن، ۲، ۴- دی‌متیل هگزان ۴) ۲- هگزن، اتیل پنتان

۲۱۴- در دما و فشار اتاق، ظرفیت گرمایی ۱۰/۵ گرم اتانول با ظرفیت گرمایی چند گرم آب برابر است؟

$(c_{آب} = 4/2 \ , \ c_{اتانول} = 2/4 J \cdot g^{-1} \cdot {}^\circ C^{-1})$

۱) ۱ ۲) ۶ ۳) ۱۰ ۴) ۱۸

۲۱۵- با توجه به ساختار روبه‌رو که مربوط به یک ترکیب آلی موجود در زردچوبه است، کدام عبارت دربارهٔ آن نادرست است؟



۱) به ۴ اتم کربن موجود در ساختار این ترکیب، هیچ اتم هیدروژنی متصل نیست.

۲) دارای گروه عاملی کتونی و یک ترکیب آروماتیک است.

۳) در ساختار آن، ۴۰ پیوند اشتراکی وجود دارد.

۴) در فرمول مولکولی آن، نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن $\frac{4}{3}$ است.

۲۱۶- چه تعداد از موارد ارائه‌شده، جملهٔ زیر را به‌درستی کامل می‌کند؟

«در واکنش ..... ، رابطهٔ ..... برقرار است.»

الف) $4KNO_3(s) \xrightarrow{\Delta} 2K_2O(s) + 2N_2(g) + 5O_2(g)$ ، $-\frac{\Delta[KNO_3]}{4\Delta t} = \frac{\Delta[O_2]}{5\Delta t}$

ب) $3Ca(OH)_2(aq) + 2H_3PO_4(aq) \rightarrow Ca_3(PO_4)_2(s) + 6H_2O(l)$ ، $-\frac{\Delta[Ca(OH)_2]}{\Delta t} + \frac{\Delta[H_3PO_4]}{\Delta t} = \overline{R}$ (واکنش)

پ) $SF_4(g) + 2H_2O(l) \rightarrow SO_2(g) + 4HF(g)$ ، $-4\overline{R}(H_2O) = 2\overline{R}(HF)$

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۲۱۷- ۴۹۰ گرم پتاسیم کلرات ($KClO_3$) را در ظرفی وارد می‌کنیم تا مطابق واکنش زیر تجزیه شود. اگر سرعت متوسط مصرف پتاسیم کلـرات در شرایط واکنش $0/05 mol \cdot s^{-1}$ باشد، پس از یک دقیقه، جرم مواد جامد موجود در ظرف برحسب گرم کدام است؟

$(O = 16 \ , \ Cl = 35/5 \ , \ K = 39 g \cdot mol^{-1})$

$2KClO_3(s) \rightarrow 2KCl(s) + 3O_2(g)$

۱) ۱۴/۴ ۲) ۳۴/۶ ۳) ۱۴۴ ۴) ۳۴۶

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۲۱۸- با توجه به واکنش‌های زیر، ΔH واکنش $N_2H_4(l)+O_2(g) \rightarrow N_2(g)+2H_2O(l)$ چند کیلوژول است؟

$2NH_3(g)+3N_2O(g) \rightarrow 4N_2(g)+3H_2O(l) \quad \Delta H=-1010kJ$

$N_2O(g)+3H_2(g) \rightarrow N_2H_4(l)+H_2O(l) \quad \Delta H=-317kJ$

$2NH_3(g)+\frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow N_2H_4(l)+H_2O(l) \quad \Delta H=-143kJ$

$H_2(g)+\frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow H_2O(l) \quad \Delta H=-286kJ$

۱) -۳۱۱/۲۵ ۲) -۶۲۲/۵ ۳) -۷۴۵ ۴) -۸۴۵/۲۵

۲۱۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد دو نوع پلی‌اتن با ساختار داده‌شده، درست است؟

a b

الف) برای ساختن درب بطری‌های آب معدنی، ترکیب b مناسب‌تر است.

ب) نوع جاذبهٔ بین مولکولی در این دو پلیمر یکسان است.

پ) پلیمر b نقطهٔ ذوب بالاتری دارد.

ت) چگالی b بیشتر از a است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۲۰- کدام گزینه دربارهٔ دو مادهٔ اتیل استات (A) و اتیل بوتانوات (B)، نادرست است؟

۱) از A به‌عنوان حلال چسب و از B برای تولید شوینده با بوی آناناس می‌توان استفاده کرد.

۲) مادهٔ A، ایزومر ساختاری اسید سازندهٔ مادهٔ B است.

۳) تفاوت جرم مولی الکل و اسید سازندهٔ مادهٔ A، برابر با جرم مولی آب است.

۴) در ساختار مادهٔ B، ۸ الکترون ناپیوندی وجود دارد.

۲۲۱- نشاسته $(C_6H_{10}O_5)_n$ به‌وسیلهٔ آنزیم دیاستاز به مالتوز $(C_{12}H_{22}O_{11})$ و سپس مالتوز به‌وسیلهٔ آنزیم مالتاز به دو مولکول گلوکز آبکافت می‌شود. اگر بازده کلی فرایند ۷۵ درصد باشد، از آبکافت ۲۴۳ گرم نشاسته، چند گرم گلوکز به‌دست می‌آید؟

$(H=1, C=12, O=16 g.mol^{-1})$

۱) ۳۶۰ ۲) ۲۷۰ ۳) ۲۰۲/۵ ۴) ۱۰۱/۲۵

۲۲۲- کدام عبارت‌ها درست هستند؟

الف) فرمول عمومی صابون‌های جامد و پاک‌کننده‌های غیرصابونی به‌ترتیب RCO_2Na و $RC_6H_6SO_3Na$ است.

ب) صابون‌ها در آب سخت به ترکیب‌های نامحلول در آب با فرمول شیمیایی $(RCO_2)_2X$ (X:Ca و Mg) تبدیل می‌شوند.

پ) کلوئیدها برخلاف سوسپانسیون‌ها، مخلوط‌هایی همگن و همانند محلول‌ها، مخلوط‌هایی پایدار هستند.

ت) پاک‌کننده‌های خورنده با آلاینده‌ها واکنش شیمیایی می‌دهند و فراورده‌های محلول در آب یا گازی تولید می‌کنند.

۱) الف و ت ۲) ب و ت ۳) ب و پ ۴) الف و پ

۲۲۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) آرنیوس نخستین کسی است که رفتار اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد.

ب) محلول اسیدها و بازها، رسانایی الکتریکی بیشتری از آب خالص دارند.

پ) با افزودن اسید به آب، اگرچه غلظت یون H^+ افزایش می‌یابد، ولی با توجه به کاهش غلظت یون OH^-، رسانایی الکتریکی تغییر قابل‌توجهی ندارد.

ت) افزودن آهک به آب، باعث افزایش یافتن غلظت یون‌های هیدروکسید و کاهش pH آب می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۲۲۴- در شرایطی معیّن، pH محلول ۰/۰۲ مولار اسید تک‌پروتون‌دار A به‌اندازهٔ ۰/۶ واحد بیشتر از pH محلول ۰/۰۱ مولار اسید تک‌پروتون‌دار B است. بر این اساس، درجهٔ یونش اسید A چند برابر درجهٔ یونش اسید B است؟ $(۲ \simeq ۱۰^{۰/۳})$

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۱۲۵ ۳) ۰/۶۲۵ ۴) ۲

۲۲۵- در دمای اتاق، ۲۳ میلی‌گرم فلز سدیم به ۱ لیتر محلول هیدروکلریک اسید با $pH = ۳/۳$ اضافه می‌شود. اگر از تغییر حجم محلول و دما چشم‌پوشی شود، به‌ترتیب از راست به چپ، pH محلول پس از واکنش و غلظت مولی سدیم کلرید، کدام است؟

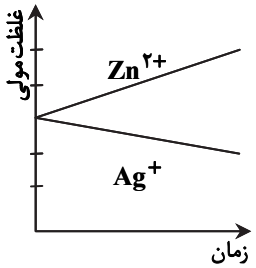
$(Na = ۲۳ g \cdot mol^{-۱} , \log ۲ = ۰/۳ , \log ۵ = ۰/۷)$

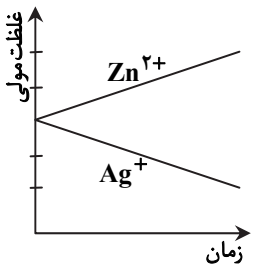
$۲Na(s) + ۲HCl(aq) \rightarrow ۲NaCl(aq) + H_۲(g)$

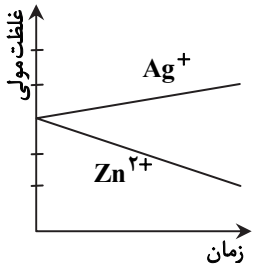
$۲Na(s) + ۲H_۲O(l) \rightarrow ۲NaOH(aq) + H_۲(g)$

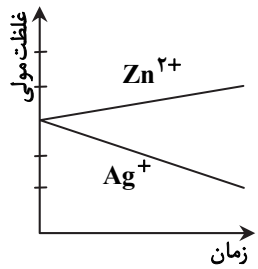
۱) ۱۰/۷، ۵×۱۰^{-۴} ۲) ۱۱/۵، ۵×۱۰^{-۴} ۳) ۱۰/۷، ۵×۱۰^{-۳} ۴) ۱۱/۵، ۵×۱۰^{-۳}

۲۲۶- کدام نمودار، تغییر غلظت یون‌ها را در سلول گالوانی روی- نقره به‌درستی نشان می‌دهد؟

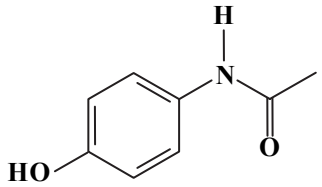
۱)


۲)


۳)


۴)


۲۲۷- با توجه به ساختار زیر که مربوط به استامینوفن است، می‌توان دریافت که مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن برابر با ..... است.



۱) +۴

۲) +۲

۳) −۴

۴) −۲

۲۲۸- دو قاشق فلزی با جرم یکسان در شرایط کاملاً مشابه در دو سلول به‌صورت جداگانه آبکاری می‌شوند. برای این منظور، یک قاشق در محلول نقره نیترات و دیگری در محلول مس (II) نیترات قرار داده می‌شود. پس از عبور $۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۲}$ الکترون از مدار بیرونی هریک از این سلول‌ها، کدام قاشق جرم بیشتری دارد و تفاوت جرم آن‌ها چند گرم است؟ $(Cu = ۶۴ , Ag = ۱۰۸ g \cdot mol^{-۱})$

۱) قاشق با روکش نقره- ۴/۴ ۲) قاشق با روکش مس- ۷/۶ ۳) قاشق با روکش نقره- ۷/۶ ۴) قاشق با روکش مس- ۴/۴

۲۲۹- چه تعداد از مقایسه‌های زیر درست است؟

الف) چگالی: گرافیت > الماس

ب) سختی: الماس < سیلیسیم کربید

پ) نقطهٔ ذوب: سیلیسیم < الماس

ت) آنتالپی پیوند: $Si - O < Si - Si$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۲۳۰- در بین ترکیبات یونی حاصل از فلزهای دورهٔ سوم با فلوئور و اکسیژن، کدام ترکیب بیشترین آنتالپی فروپاشی شبکه را دارد و اختلاف شعاع Cl^- با کدام کاتیون در دورهٔ سوم کمترین است؟

۱) Al^{3+} ، Al_2O_3 ۲) Mg^{2+} ، MgO ۳) Na^+ ، Al_2O_3 ۴) Mg^{2+} ، AlF_3

۲۳۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) فلزها بخش عمدهٔ عنصرهای جدول دوره‌ای را تشکیل می‌دهند و در هر چهار دستهٔ s، p، d و f جای دارند.

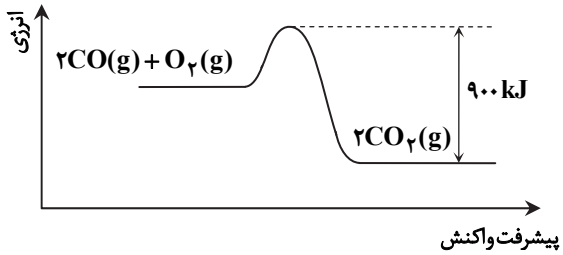
ب) داشتن جلا، رسانایی الکتریکی، شکل‌پذیری و تنوع عدد اکسایش از جمله خواص فیزیکی فلزها هستند.

پ) واکنش‌پذیری و تمایل به تشکیل کاتیون، از جمله رفتارهای شیمیایی فلزها به‌شمار می‌رود.

ت) در مدل دریای الکترونی، الکترون‌های لایهٔ ظرفیت اتم‌های فلز، در سرتاسر قطعهٔ فلزی آزادانه جابه‌جا می‌شوند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۳۲- با توجه به نمودار و داده‌های جدول زیر، اگر در اثر پیمایش ۱۰۰km مسافت به‌وسیلهٔ یک خودرو دارای مبدل کاتالیستی، ۵۳۷۷ کیلوژول گرما در مبدل کاتالیستی تولید شود، انرژی فعال‌سازی واکنش $2CO(g)+O_2 \rightarrow 2CO_2(g)$ برحسب کیلوژول کدام است؟ $(C=12 , O=16 g\cdot mol^{-1})$



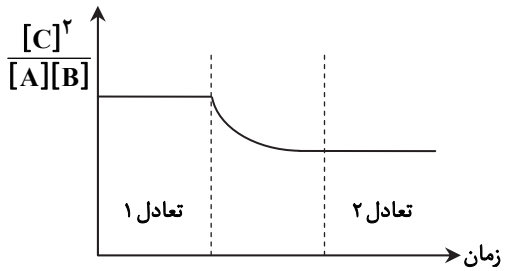
فرمول شیمیایی آلاینده		CO
مقدار آلاینده برحسب گرم به‌ازای طی یک کیلومتر	در غیاب مبدل کاتالیستی	۵/۹۹
	در حضور مبدل کاتالیستی	۰/۶۷

۱) ۱۶۷ ۲) ۲۸۳ ۳) ۳۳۴ ۴) ۵۶۶

۲۳۳- در ظرفی به حجم دو لیتر، ۰/۳ مول از گازهای SO_2 و SO_3 وارد می‌شوند. اگر پس از برقراری تعادل، ۰/۱ مول گاز اکسیژن در ظرف وجود داشته باشد، مقدار ثابت تعادل واکنش $2SO_2+O_2 \rightleftharpoons 2SO_3$ کدام است؟

۱) ۱/۲۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۰/۱۲۵ ۴) ۰/۲۵

۲۳۴- در یک سامانه که تعادل $A(g)+B(g) \rightleftharpoons 2C(g)$, $\Delta H>0$ وجود دارد (تعادل ۱) ، تغییری رخ می‌دهد و تغییر وضعیت سامانه به‌صورت روبه‌رو ثبت می‌شود تا دوباره تعادل در سامانه برقرار گردد (تعادل ۲) . کدام تغییر در سامانهٔ موردنظر رخ داده است؟



۱) کاهش دمای ظرف

۲) افزایش حجم ظرف

۳) خارج کردن مقداری از مادهٔ B از ظرف واکنش

۴) افزایش دمای ظرف

۲۳۵- از اکسایش گاز اتن در حضور محلول رقیق پتاسیم پرمنگنات، ..... تولید می‌شود که طی این فرایند عدد اکسایش هر اتم کربن ..... واحد افزایش می‌یابد.

۱) اتیلن گلیکول- یک ۲) اتانول- یک ۳) اتیلن گلیکول- دو ۴) اتانول- دو

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

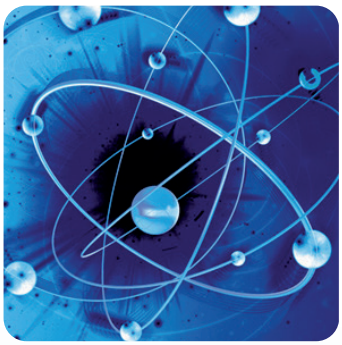
گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

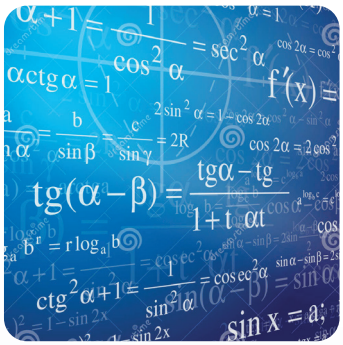
دفترچهٔ پاسخ‌های تشریحی

آزمون آزمایشی ۱ تیر ۱۴۰۰ (مرحلهٔ ۱۸)

ویژهٔ داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۰

گروه آزمایشی علوم ریاضی





سال تحصیلی
۹۹-۰۰

@MrKonkori

پاسخ تشریحی دروس‌های اختصاصی آزمون ۱ تیر ۱۴۰۰ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

ریاضیات

۱۰۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۲)

راه‌حل اول:

نکته: ۱) $n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B)$ ۲) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

با توجه به اطلاعات مسئله، داریم:

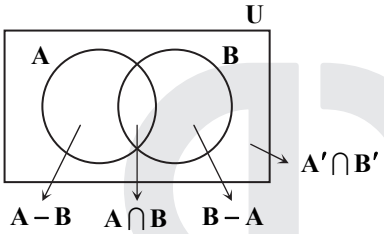
$$\text{فرض: } \begin{cases} A: \text{تعداد شرکت‌کنندگان کلاس مجازی ریاضی} \\ B: \text{تعداد شرکت‌کنندگان کلاس مجازی فیزیک} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n(A) = ۳۴ \\ n(B) = ۳۰ \\ n(A \cap B) = ۲۲ \end{cases}$$

و با توجه به نکته، خواهیم داشت:

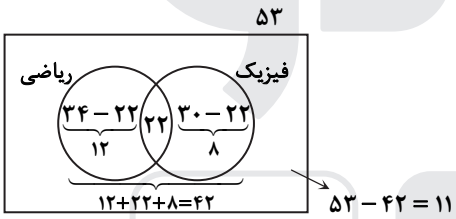
$$n(A \cup B) = ۳۴ + ۳۰ - ۲۲ = ۴۲ \Rightarrow n(A' \cap B') = ۵۳ - ۴۲ = ۱۱$$

راه‌حل دوم:

نکته: نمودار ون زیر را در حل مسائل شمارش تعداد اعضای اجتماع، اشتراک و تفاضل دو مجموعه به‌خاطر داشته باشید:



اینکه با توجه به اطلاعات مسئله، نمودار ون به‌صورت زیر خواهد بود:



۱۰۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * آمار و احتمال (فصل ۱، درس‌های ۲ و ۳)

نکتهٔ ۱ (قانون جذب): $A \cup (A \cap B) = A$ و $A \cap (A \cup B) = A$

نکتهٔ ۲ (قانون تفاضل): $A - B = A \cap B'$

نکتهٔ ۳ (قانون دمورگان): $(A \cup B)' = A' \cap B'$

نکتهٔ ۴: $(A')' = A$

با توجه به نکات ۱ و ۲، داریم:

$$[A \cap (A \cup B)] \cup [(A' - B) \cup B'] = A \cup [(A' \cap B') \cup B'] = A \cup B'$$

و متمم این عبارت با توجه به نکات ۲، ۳ و ۴، برابر است با:

$$(A \cup B')' = A' \cap (B')' = A' \cap B = A' - B'$$

۱۰۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

نکته: اشتراک و تفاضل دو مجموعه به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\} \\ A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\} \end{cases}$$

با توجه به نکته، داریم:

$$\left.\begin{array}{l} A_۲ = \left[-۲, \frac{۵}{۲}\right] \\ A_۵ = [-۵, ۱] \\ A_۶ = \left[-۶, \frac{۱}{۲}\right] \end{array}\right\} \Rightarrow A_۲ \cap A_۵ = [-۲, ۱] \Rightarrow (A_۲ \cap A_۵) - A_۶ = (\frac{۱}{۲}, ۱]$$

@MrKonkori

۱۰۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)

نکتهٔ ۱: بر اساس متن کتاب درسی، گزاره‌های مرکب زیر، همواره درست هستند:

۱) $p \vee \sim p$ ۲) $p \Rightarrow p$ ۳) $p \Rightarrow p \vee q$ ۴) $p \wedge q \Rightarrow p$

نکتهٔ ۲: بر اساس متن کتاب درسی، گزارهٔ مرکب $p \wedge \sim p$ همواره نادرست است.

نکتهٔ ۳: در گزارهٔ شرطی $p \Rightarrow q$ اگر p نادرست باشد، ارزش کل گزاره به «انتفای مقدم» درست است.

نکتهٔ ۴: گزارهٔ دو شرطی $p \Leftrightarrow q$ زمانی درست است که p و q هم‌ارزش باشند و زمانی نادرست است که p و q دارای ارزش مخالف باشند.

گزینهٔ ۱ همواره درست است، زیرا با توجه به نکتهٔ ۲، داریم: $\sim (p \wedge \sim p) \equiv \sim (F) \equiv T$

گزینهٔ ۲ همواره درست است؛ زیرا با توجه به نکات ۲ و ۳، داریم: $(p \wedge \sim p) \Rightarrow q \equiv F \Rightarrow q \equiv T$

گزینهٔ ۳ نیز با توجه به نکتهٔ ۱، همواره درست است.

اما گزینهٔ ۴ همواره نادرست است؛ زیرا با توجه به نکات ۱، ۲ و ۴، داریم:

$$\left.\begin{matrix} p \vee \sim p \equiv T \\ q \wedge \sim q \equiv F \end{matrix}\right\} \Rightarrow (T \Leftrightarrow F \equiv F)$$

بنابراین گزینهٔ ۴ همواره نادرست و پاسخ است.

۱۰۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax+b$ عبارت است از $f(-\frac{b}{a})$.

با توجه به نکته داریم: $g(x) = f(2x) - 4x \Rightarrow 2x+1$ بر $g(x)$ باقی‌ماندهٔ تقسیم $= g(-\frac{1}{2}) \Rightarrow g(-\frac{1}{2}) = f(-1) + 2 = 1+1-1+2+2 = 5$

۱۰۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۴)

نکته: $(fof^{-1})(x) = (f^{-1}of)(x) = x$

ابتدا ضابطهٔ تابع $f(x)$ را به‌دست می‌آوریم: $f^{-1}(x) = y = \frac{2x+1}{x-2} \Rightarrow yx - 2y = 2x + 1 \Rightarrow x = \frac{2y+1}{y-2} \Rightarrow f(x) = \frac{2x+1}{x-2} = f^{-1}(x)$

البته دقت کنید که از این نکته که در تابع $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ اگر $a = -d$ باشد، آنگاه $f^{-1}(x) = f(x)$، نیز می‌توانستیم استفاده کنیم تا سریع‌تر به جواب برسیم.

برای به‌دست آوردن نقاط تقاطع دو تابع $f(x)$ و $(fof)(x)$، کافی است این دو تابع را برابر هم قرار دهیم:

$$f(x) = (fof)(x) \xrightarrow{f = f^{-1}} f^{-1}(x) = f^{-1}of(x) = f^{-1}(x) = x \Rightarrow \frac{2x+1}{x-2} = x \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta > 0} \text{مجموع ریشه‌ها} = -\frac{-4}{1} = 4$$

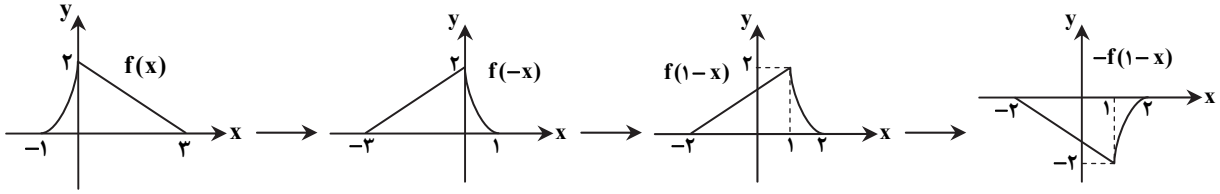
۱۰۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: برای رسم نمودار $y = f(x+k)$، اگر $k > 0$ کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در جهت افقی به‌سمت چپ انتقال دهیم و برای $k < 0$، این انتقال به‌اندازهٔ $|k|$ واحد به‌سمت راست انجام می‌شود.

نکته: اگر عرض نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = -f(x)$ به‌دست می‌آیند؛ بنابراین نمودار تابع $y = -f(x)$ قرینهٔ نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور x است.

نکته: اگر طول نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = f(-x)$ به‌دست می‌آیند؛ بنابراین نمودار تابع $y = f(-x)$ قرینهٔ نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور y است.

راه‌حل اول: ابتدا نمودار $g(x) = -f(1-x)$ را به‌کمک نمودار $f(x)$ رسم می‌کنیم:



دقت کنید که برای رسم $f(1-x)$، ابتدا آن را به‌صورت $f(-(x+1))$ در نظر می‌گیریم به همین جهت بعد از رسم $f(-x)$ آن را ۱ واحد به‌سمت راست منتقل می‌کنیم. اگر هر دو نمودار را در یک دستگاه مختصات رسم کنیم، هیچ نقطهٔ برخوردی ندارند.

راه‌حل دوم: با توجه به نمودار، داریم $f(x) \geq 0$، پس می‌توان نتیجه گرفت $-f(1-x) \leq 0$ فقط حالتی امکان دارد دو نمودار یکدیگر را قطع کنند که هم‌زمان صفر باشند.

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = -1, x = 3$$

$$\begin{cases} g(-1) = -f(2) < 0 \\ g(3) = -f(-2) \text{ تعریف‌نشده‌است} \end{cases} \Rightarrow \text{نمودار } f \text{ و نمودار } g \text{ هیچ نقطهٔ مشترکی ندارند.}$$

@MrKonkori

۱۰۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۳)

ابتدا تساوی داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$\frac{۹}{(۱-\cos\theta)^۲}=\frac{۱}{\sin^۲\theta} \Rightarrow \frac{۹}{(۱-\cos\theta)^۲}=\frac{۱}{۱-\cos^۲\theta} \Rightarrow \frac{۹}{(۱-\cos\theta)^۲}=\frac{۱}{(۱-\cos\theta)(۱+\cos\theta)}$$

$$\Rightarrow \frac{۹}{۱-\cos\theta}=\frac{۱}{۱+\cos\theta} \Rightarrow ۹+۹\cos\theta=۱-\cos\theta \Rightarrow \cos\theta=\frac{-۸}{۱۰}$$

حال با جای‌گذاری مقدار $\cos\theta$، مقدار $\sin\theta$ را به‌دست می‌آوریم: $\sin^۲\theta=۱-\cos^۲\theta \Rightarrow \sin^۲\theta=\frac{۳۶}{۱۰۰} \Rightarrow \sin\theta=\pm\frac{۶}{۱۰}$

بنابراین: $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\pm ۰/۶}{-۰/۸}=\pm\frac{۳}{۴}$

با توجه به گزینه‌ها، گزینهٔ ۴ پاسخ است.

۱۰۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۴)

نکتهٔ ۱ : $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\sin\beta\cos\alpha$

نکتهٔ ۲ : $\cos۲\alpha=۱-۲\sin^۲\alpha$

با توجه به نکتهٔ ۱ می‌توان نوشت:

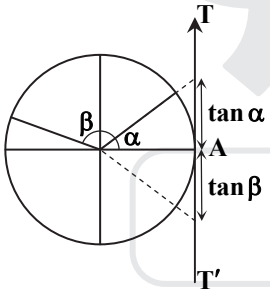
$$\sin(\alpha+\frac{\pi}{۴})-\sin(\frac{\pi}{۴}-\alpha)=\frac{\sqrt{۲}}{۳} \Rightarrow (\sin\alpha\cos\frac{\pi}{۴}+\sin\frac{\pi}{۴}\cos\alpha)-(\sin\frac{\pi}{۴}\cos\alpha-\sin\alpha\cos\frac{\pi}{۴})=\frac{\sqrt{۲}}{۳}$$

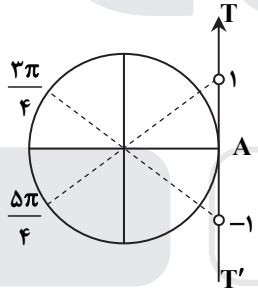
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۲}\sin\alpha+\frac{\sqrt{۲}}{۲}\cos\alpha-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\cos\alpha+\frac{\sqrt{۲}}{۲}\sin\alpha=\frac{\sqrt{۲}}{۳} \Rightarrow \frac{۲\sqrt{۲}}{۲}\sin\alpha=\frac{\sqrt{۲}}{۳} \Rightarrow \sin\alpha=\frac{۱}{۳}$$

حال حاصل $\cos۲\alpha$ را به‌دست می‌آوریم: $\cos۲\alpha=۱-۲\sin^۲\alpha=۱-۲\times\frac{۱}{۹}=\frac{۷}{۹}$

۱۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

مطابق شکل، تانژانت هر زاویهٔ دلخواه مانند α از برخورد امتداد ضلع دوم زاویه با خط TAT' به‌دست می‌آید. خط TAT' محور تانژانت است. نقطهٔ A مبدأ این محور و جهت مثبت این محور از پایین به بالاست، پس با توجه به اطلاعات داده‌شده داریم:





$$\frac{۳\pi}{۸}<x<\frac{۵\pi}{۸} \Rightarrow \frac{۳\pi}{۴}<۲x<\frac{۵\pi}{۴} \xrightarrow[\text{و محور تانژانت}]{\text{طبق دایرهٔ مثلثاتی}} -۱<\tan۲x<۱$$

تنها گزینه‌ای که عدد داده‌شده در بازهٔ $(-۱,۱)$ قرار دارد گزینهٔ ۴ است.

۱۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

نکته : $\sin۲x=۲\sin x\cos x \quad , \quad \cos۲x=۲\cos^۲x-۱$

معادله را ساده کرده و حل می‌کنیم:

$$\sin۲x\cos x=\sin x \Rightarrow ۲\sin x\cos x\cdot\cos x=\sin x \Rightarrow ۲\sin x\cos^۲x=\sin x \Rightarrow ۲\sin x\cos^۲x-\sin x=۰$$

$$\Rightarrow \sin x(۲\cos^۲x-۱)=۰ \Rightarrow \sin x\times\cos۲x=۰ \Rightarrow \begin{cases}\sin x=۰ \xrightarrow{x\in[۰,۲\pi]} x=۰,\pi,۲\pi\\ \cos۲x=۰ \xrightarrow{x\in[۰,۲\pi]} x=\frac{\pi}{۴},\frac{۳\pi}{۴},\frac{۵\pi}{۴},\frac{۷\pi}{۴}\end{cases}$$

بنابراین این معادله در بازهٔ $[۰,۲\pi]$ دارای ۷ جواب است.

۱۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: در دنبالهٔ حسابی a_n با جملهٔ اول $a_۱$ و قدرنسبت d، جملهٔ عمومی و مجموع n جملهٔ اول به‌صورت زیر است:

$$a_n=a_۱+(n-۱)d \qquad S_n=\frac{n}{۲}(۲a_۱+(n-۱)d)$$

در این دنبالهٔ حسابی $a_۱=۲$ و $d=۴$ است، پس: $S_{۲۱}=\frac{۲۱}{۲}(۲a_۱+۲۰d) \Rightarrow S_{۲۱}=\frac{۲۱}{۲}(۴+۸۰)=۲۱\times۴۲=۸۸۲$

حال محاسبه می‌کنیم که کدام جملهٔ دنباله برابر با ۸۸۲ است: $۸۸۲=۲+(n-۱)\times۴ \Rightarrow n-۱=\frac{۸۸۰}{۴} \Rightarrow n=۲۲۱$

مؤسسه آموزشی فرهنگی

@MrKonkori

۱۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

ابتدا می‌توان فهمید که نقطهٔ $(۱ , ۲)$ روی تابع f قرار دارد، پس: $f(۲)=۱ \Rightarrow ۴-۴+c=۱ \Rightarrow c=۱ \Rightarrow f(x)=x^۲-۲x+۱$

نمودار توابع f و g یکدیگر را در نقاطی به طول ۱ و ۲ قطع می‌کنند، پس داریم:

$$g(۱)=f(۱) \Rightarrow ۲^{a+b}-۱=۱-۲+۱ \Rightarrow ۲^{a+b}=۱ \Rightarrow ۲^{a+b}=۲^۰ \Rightarrow a+b=۰$$

$$g(۲)=f(۲) \Rightarrow ۲^{۲a+b}-۱=۴-۴+۱ \Rightarrow ۲^{۲a+b}=۲^۱ \Rightarrow ۲a+b=۱$$

با حل دو معادله یک دستگاه مقدار a و b را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} a+b=۰ \\ ۲a+b=۱ \end{cases}$$

$$-a=-۱ \Rightarrow a=۱ \Rightarrow b=-۱$$

پس $g(x)=۲^{x-۱}-۱$، بنابراین: $g(۴)=۷$

۱۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۴)

نکته: $(a\pm b)(a^۲\mp ab+b^۲)=a^۳\pm b^۳$

نکته: $Sin۲x=۲SinxCosx \quad , \quad (Sinx-Cosx)^۲=۱-۲Sin۲x$

حد $\frac{۰}{۰}$ است و باید رفع ابهام شود. داریم:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۴}^-}\frac{۱-\tan^۳x}{\sqrt{۱-Sin۲x}}=\lim_{x\to\frac{\pi}{۴}^-}\frac{(۱-\tan x)(۱+\tan x+\tan^۲x)}{\sqrt{(Sinx-Cosx)^۲}}=\lim_{x\to\frac{\pi}{۴}^-}\frac{(۱-\frac{Sinx}{Cosx})(۱+\tan x+\tan^۲x)}{|Sinx-Cosx|}$$

$$=\lim_{x\to\frac{\pi}{۴}^-}\frac{(Cosx-Sinx)(۱+\tan x+\tan^۲x)}{Cosx(Cosx-Sinx)}=\lim_{x\to\frac{\pi}{۴}^-}\frac{(۱+\tan x+\tan^۲x)}{Cosx}=\frac{۳}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}=۳\sqrt{۲}$$

۱۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۵)

نکته: تابع f در $x=a$ پیوسته است، هرگاه: $\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$

مطابق نکته می‌توان نوشت: $\lim_{x\to ۱} f(x)=f(۱) \Rightarrow \lim_{x\to ۱}\frac{\sqrt{x+۳\sqrt{x}}-a}{x-۱}=b$

چون مخرج به‌ازای $x=۱$ باید صفر باشد و حاصل حد عددی حقیقی است، پس صورت کسر هم به‌ازای $x=۱$ باید صفر باشد، $(\sqrt{۱+۳}-a=۰ \Rightarrow ۲-a=۰ \Rightarrow a=۲)$ حال حاصل حد را با رفع ابهام به‌دست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to ۱}\frac{\sqrt{x+۳\sqrt{x}}-a}{x-۱}=\lim_{x\to ۱}\frac{\sqrt{x+۳\sqrt{x}}-۲}{x-۱}=\lim_{x\to ۱}\frac{x+۳\sqrt{x}-۴}{(x-۱)(\sqrt{x+۳\sqrt{x}}+۲)}=\lim_{x\to ۱}\frac{(\sqrt{x}-۱)(\sqrt{x}+۴)}{(\sqrt{x}-۱)(\sqrt{x}+۱)\times ۴}=\lim_{x\to ۱}\frac{\sqrt{x}+۴}{(\sqrt{x}+۱)\times ۴}=\frac{۵}{۸}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۱} f(x)=\frac{۵}{۸} \Rightarrow b=\frac{۵}{۸}$$

بنابراین: $a+b=۲+\frac{۵}{۸}=\frac{۲۱}{۸}$

۱۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۱)

ابتدا تابع f را ساده می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{x^۳-x^۲+x-۱}{(ax+b)(۲x^۲+۱)}=\frac{(x-۱)(x^۲+۱)}{(ax+b)(۲x^۲+۱)}$$

با توجه به تابع f، برای اینکه فقط یک مجانب افقی به‌صورت $y=۲$ داشته باشد، باید $ax+b$ در مخرج ریشهٔ ۱ داشته باشد تا با $x-۱$ صورت کسر ساده شود، پس داریم:

$$a(۱)+b=۰ \Rightarrow a=-b$$

حال تابع f را ساده کرده و با توجه به مقدار مجانب افقی، مقدار a و b را به‌دست می‌آوریم:

$$f(x)=\frac{(x-۱)(x^۲+۱)}{a(x-۱)(۲x^۲+۱)} \Rightarrow \lim_{x\to\pm\infty} f(x)=۲ \Rightarrow \lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^۲}{۲ax^۲}=۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲a}=۲ \Rightarrow a=\frac{۱}{۴} \Rightarrow b=-a=-\frac{۱}{۴}$$

بنابراین: $a\times b=-\frac{۱}{۱۶}$

@MrKonkori

۱۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

نکته : $(gof)'(a) = f'(a) \times g'(f(a))$

مطابق نکته می‌توان نوشت:

$$(gof)'(۱) = f'(۱) \times g'(f(۱)) = ۳ \xrightarrow{f(۱)=۴} f'(۱) \times g'(۴) = ۳$$

حال مقادیر $f'(۱)$ و $g'(۴)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$f'(x) = ۲(x^۲ + \frac{۱}{x})(۲x - \frac{۱}{x^۲}) \Rightarrow f'(۱) = ۲ \times ۲ \times ۱ = ۴$$

$$g'(x) = \frac{a}{۲\sqrt{x}} \Rightarrow g'(۴) = \frac{a}{۴}$$

بنابراین:

$$۴ \times \frac{a}{۴} = ۳ \Rightarrow a = ۳$$

۱۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۴، درس‌های ۱ و ۲)

شیب خط مماس برابر $\frac{۷}{۲}$ است، پس مقدار مشتق در نقطهٔ α باید برابر $\frac{۷}{۲}$ باشد، داریم:

$$f(x) = x^{\frac{۳}{۲}} \Rightarrow f'(x) = \frac{۳}{۲}x^{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow f'(x) = \frac{۳}{۲}\sqrt{x}$$

$$f'(\alpha) = \frac{۷}{۲} \Rightarrow \frac{۳}{۲}\sqrt{\alpha} = \frac{۷}{۲} \Rightarrow \sqrt{\alpha} = \frac{۷}{۳} \Rightarrow \alpha = \frac{۴۹}{۹}$$

۱۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۳)

ابتدا آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در $x = -۲$ را به‌دست می‌آوریم:

$$f'(x) = \frac{۴(x+۵) - (۴x+۱۱)}{(x+۵)^۲} = \frac{۹}{(x+۵)^۲} \Rightarrow \text{آهنگ تغییر لحظه‌ای} = f'(-۲) = \frac{۹}{۹} = ۱$$

حال مطابق فرض سؤال، آهنگ تغییر متوسط در بازهٔ $[-a, a]$ برابر این مقدار است:

$$\frac{f(a)-f(-a)}{a-(-a)} = ۱ \Rightarrow \frac{\frac{۴a+۱۱}{a+۵} - \frac{۱۱-۴a}{۵-a}}{۲a} = ۱ \Rightarrow \frac{-۱۸a}{۲a(a^۲-۲۵)} = ۱ \Rightarrow \frac{-۹}{a^۲-۲۵} = ۱ \Rightarrow a^۲ = ۱۶ \Rightarrow \begin{cases} a = ۴ \Rightarrow f(۴) = \frac{۲۷}{۹} = ۳ \\ a = -۴ \ \times \end{cases}$$

دقت کنید که با توجه به اینکه $[-a, a]$ یک بازه است، پس $a = -۴$ قابل‌قبول نیست.

۱۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

نکته: اگر f یک تابع و $I \subseteq D_f$ یک همسایگی از نقطهٔ c (بازهٔ باز شامل نقطهٔ c) باشد که:

الف) به‌ازای هر x متعلق به I داشته باشیم $f(x) \le f(c)$، در این صورت $f(c)$ را یک ماکزیمم نسبی تابع f می‌نامیم.

ب) به‌ازای هر x متعلق به I داشته باشیم $f(x) \ge f(c)$، در این صورت $f(c)$ را یک مینیمم نسبی تابع f می‌نامیم.

تابع f مشتق‌پذیر و پیوسته است. $x = ۲$ طول اکسترمم نسبی آن است، پس $f'(۲) = ۰$. از طرفی f' تابعی از درجهٔ سه است، چون $x = ۲$ تنها اکسترمم تابع است، پس تابع f' فقط باید یک ریشهٔ $x = ۲$ داشته باشد. مشتق تابع را به‌دست می‌آوریم:

$$f'(x) = ۱۲x^۳ + ۳ax^۲ + ۲bx = x(۱۲x^۲ + ۳ax + ۲b)$$

به‌دلیل اینکه $x = ۰$ تابع مشتق را صفر می‌کند، برای اینکه طول نقطهٔ اکسترمم نباشد باید به‌صورت ریشهٔ مضاعف باشد (زیرا قبل و بعد از ریشه هم‌علامت می‌شود و شرط اکسترمم بودن را ندارد) پس عبارت داخل پرانتز به‌ازای $x = ۰$ باید صفر شود، یعنی $۲b = ۰ \Rightarrow b = ۰$ پس:

$$f'(x) = x(۱۲x^۲ + ۳ax) = ۳x^۲(۴x + a) \xrightarrow{f'(۲)=۰} a = -۸$$

بنابراین $f(۲)$ برابر است با:

$$f(۲) = ۴۸ + ۸a + ۱۰ = ۴۸ - ۶۴ + ۱۰ = -۶$$

۱۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۳)

نکته: تابع $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ را که در آن $c \neq ۰$ است، تابع هموگرافیک می‌نامیم. در این تابع $y = \frac{a}{c}$ مجانب افقی و $x = -\frac{d}{c}$ مجانب قائم است.

مجانب قائم برابر $x = a$ است، پس $d = -a$ و در نتیجه: $f(x) = \frac{ax+b}{x-a}$

از طرفی تابع از نقطهٔ $(-۲, ۰)$ می‌گذرد:

$$f(-۲) = ۰ \Rightarrow -۲a + b = ۰ \Rightarrow b = ۲a$$

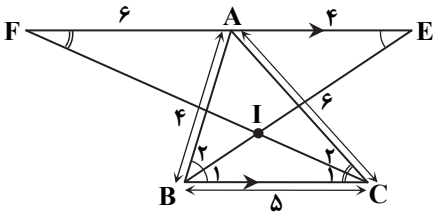
بنابراین $f(x) = \frac{ax+۲a}{x-a}$ و در نتیجه: $f(۰) = -۲$

@MrKonkori

۱۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکتهٔ ۱: اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلثی دیگر برابر باشند، آنگاه آن دو مثلث متشابه‌اند.

نکتهٔ ۲: در دو مثلث متشابه با نسبت تشابه k، نسبت مساحت‌ها برابر است با: k^2



ابتدا با توجه به قضیهٔ خطوط موازی و مورب، داریم:

$$EF \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \hat{E} = \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \\ \hat{F} = \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{cases}$$

پس مثلث‌های AEB و AFC متساوی‌الساقین هستند و داریم:

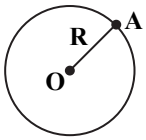
$$\begin{cases} AE = AB = ۴ \\ AF = AC = ۶ \end{cases}$$

اینک با توجه به نکات ۱ و ۲، خواهیم داشت:

$$\left.\begin{matrix} \hat{F} = \hat{C}_1 \\ \hat{E} = \hat{B}_1 \end{matrix}\right\} \xrightarrow[\text{نکتهٔ ۱}]{\text{حالت دو زاویه}} \overset{\Delta}{EFI} \sim \overset{\Delta}{BIC} \xrightarrow{\text{نکتهٔ ۲}} \frac{S_{\overset{\Delta}{EFI}}}{S_{\overset{\Delta}{BIC}}} = \left(\frac{EF}{BC}\right)^2 = \left(\frac{۱۰}{۵}\right)^2 = ۴$$

۱۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۱، درس‌های ۱ تا ۳)

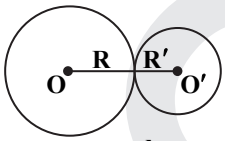
نکتهٔ ۱: مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک نقطهٔ ثابت به فاصلهٔ ثابت قرار دارند، دایره‌ای است به مرکز نقطهٔ ثابت (O) و شعاع فاصلهٔ ثابت (R).



$OA = R$

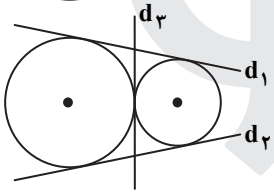
نکتهٔ ۲: فاصلهٔ مرکز دایره تا خط مماس بر دایره، برابر شعاع دایره است.

نکتهٔ ۳: در دو دایرهٔ مماس خارج به مراکز O و O' و شعاع‌های R و R' و خط‌المرکزین d، داریم:

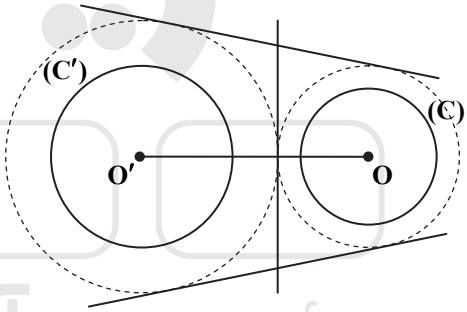


$$d = R + R'$$

نکتهٔ ۴: مطابق شکل، دو دایرهٔ مماس خارج، دارای ۲ مماس مشترک خارجی (d_1, d_2) و یک مماس مشترک داخلی (d_3) هستند.



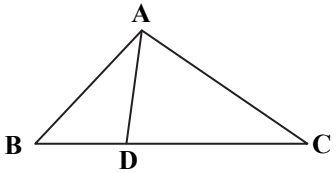
با توجه به نکات ۱ و ۲، خطوطی پاسخ سؤال هستند که بر دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۴ و همچنین بر دایره‌ای به مرکز O' و شعاع ۶، مماس باشند و این یعنی مماس مشترک‌های دو دایره، جواب سؤال هستند. از طرفی چون خط‌المرکزین دو دایره برابر با ۱۰ است، پس دو دایره به مراکز O و O' و شعاع‌های به‌ترتیب ۴ و ۶، با توجه به نکتهٔ ۳، مماس خارج هستند و مطابق شکل و با توجه به نکتهٔ ۴، تعداد ۳ مماس مشترک (۲ مماس مشترک خارجی و ۱ مماس مشترک داخلی) دارند.



بنابراین ۳ خط در شرایط مسئله صدق می‌کند و گزینهٔ ۳ پاسخ است.

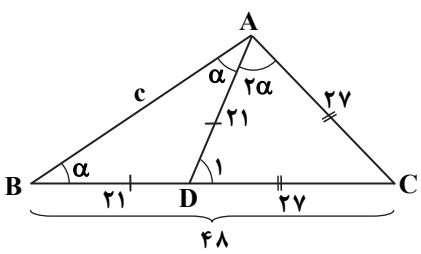
۱۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۲)

نکته: اگر نقطهٔ D، نقطه‌ای دلخواه مطابق شکل روی ضلع BC از مثلث ABC باشد، طبق قضیهٔ استوارت، داریم:



$$AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot BD = AD^2 \cdot BC + BD \cdot DC \cdot BC$$

درون زاویهٔ $\hat{A} = ۳\alpha$ به‌اندازهٔ زاویهٔ $\hat{B} = \alpha$ جدا می‌کنیم و ضلع رسم‌شده را امتداد می‌دهیم تا ضلع BC را در نقطهٔ D قطع کند، خواهیم داشت:



$$B\hat{A}D = \hat{B} = \alpha \Rightarrow AD = BD \quad (*)$$

از طرفی در مثلث ABD، داریم:

$$\text{زاویهٔ خارجی } \hat{D}_1 = \alpha + \alpha = ۲\alpha = D\hat{A}C \Rightarrow DC = AC = ۲۷$$

و از آنجا با توجه به رابطهٔ $(*)$، داریم: $BD = ۴۸ - DC = ۴۸ - ۲۷ = ۲۱ = AD$

و در نهایت با توجه به نکته، در مثلث ABC خواهیم داشت:

$$AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot BD = AD^2 \cdot BC + BD \cdot DC \cdot BC \Rightarrow ۲۷c^2 + ۲۷^2 \times ۲۱ = ۲۱^2 \times ۴۸ + ۲۱ \times ۲۷ \times ۴۸$$

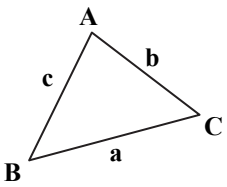
$$\Rightarrow ۲۷c^2 = ۲۱ \times \overbrace{۴۸(۲۱ + ۲۷)}^{۴۸} - ۲۷^2 \times ۲۱ = ۲۱ \times ۴۸^2 - ۲۱ \times ۲۷^2 = ۲۱(۴۸^2 - ۲۷^2)$$

$$\Rightarrow ۲۷c^2 = ۲۱(۴۸ - ۲۷)(۴۸ + ۲۷) = ۲۱ \times ۲۱ \times ۷۵ \Rightarrow c^2 = ۷^2 \times ۵^2 \Rightarrow c = ۳۵$$

@MrKonkori

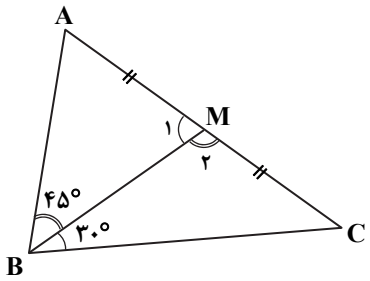
۱۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: استدلال * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۱)

نکته (قضیهٔ سینوس‌ها): در هر مثلث دلخواه، نسبت اندازهٔ هر ضلع، به سینوس زاویهٔ مقابل به آن ضلع، برابر است با قطر دایرهٔ محیطی مثلث.



$$\frac{a}{\sin\hat{A}}=\frac{b}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{\sin\hat{C}}=2R$$ (R، شعاع دایرهٔ محیطی مثلث است)

با توجه به نکته، داریم:



$$\overset{\triangle}{ABM}:\frac{AM}{\sin 45^\circ}=\frac{AB}{\sin\hat{M}_1}$$

$$\overset{\triangle}{BCM}:\frac{CM}{\sin 30^\circ}=\frac{BC}{\sin\hat{M}_2}$$

$$\sin\hat{M}_1=\sin\hat{M}_2 \quad (M_1 \text{ و } M_2 \text{ مکمل‌اند})$$

$$\xrightarrow[\text{برهم}]{\text{تقسیم دو رابطه}} \frac{\frac{AM}{\sqrt{2}}}{\frac{CM}{1}}=\frac{\frac{AB}{\sin\hat{M}_1}}{\frac{BC}{\sin\hat{M}_2}}$$

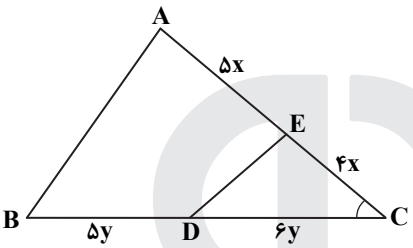
$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{AB}{BC}=\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}(\sqrt{2})$$

بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ است.

۱۲۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۴)

نکته: مساحت هر مثلث برابر با نصف حاصل‌ضرب دو ضلع در سینوس زاویهٔ بین آن‌ها است.

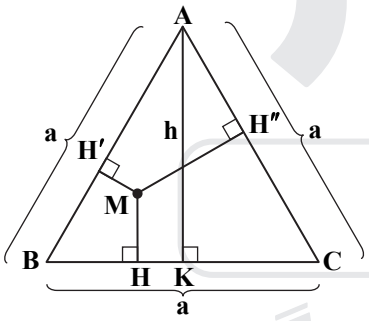
با توجه به نکته داریم:



$$\frac{S_{\overset{\triangle}{DEC}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}=\frac{\frac{1}{2}CE\times CD\times\sin\hat{C}}{\frac{1}{2}CA\times CB\times\sin\hat{C}}=\frac{4x\times 6y}{9x\times 11y}=\frac{8}{33}$$

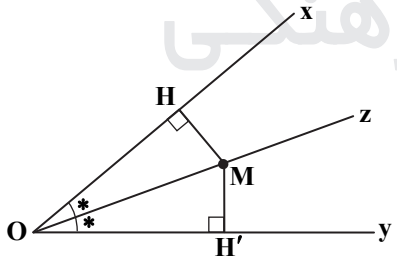
۱۲۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۱)

نکتهٔ ۱: مجموع فواصل هر نقطه داخل مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن، برابر است با ارتفاع مثلث.



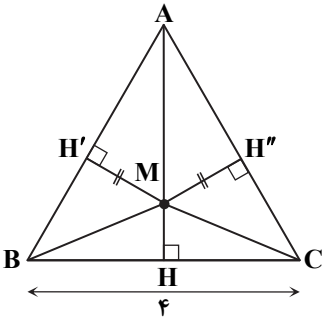
$$MH+MH'+MH''=h=AK=\frac{\sqrt{3}}{2}a$$

نکتهٔ ۲: هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع زاویه، به یک فاصله است.



$$\hat{xOy}\text{ نیمساز زاویهٔ }Oz \Rightarrow MH=MH'$$

ابتدا با داشتن مساحت مثلث MBC، داریم:



$$S_{\overset{\triangle}{MBC}}=\frac{1}{2}MH\cdot BC \Rightarrow \sqrt{3}=\frac{1}{2}\times MH\times 4 \Rightarrow MH=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

سپس با توجه به نکتهٔ ۱، خواهیم داشت:

$$MH+MH'+MH''=AH \xrightarrow[MH'=MH'']{\text{نکتهٔ ۲}} \frac{\sqrt{3}}{2}+2MH'=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4$$

$$\Rightarrow MH'=\frac{1}{2}(2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2})=\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

یادآوری: در مثلث متساوی‌الاضلاع، ارتفاع، میانه، نیمساز و عمودمنصف وارد بر یک ضلع، برهم منطبقند.

بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ است.

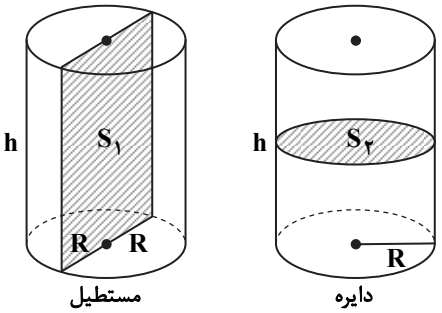
@MrKonkori

۱۲۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۴، درس ۲)

نکتهٔ ۱: مساحت سطح مقطع استوانهٔ قائم با صفحه شامل محور، یک مستطیل و با صفحهٔ عمود بر محور (موازی دو قاعده)، یک دایره است.

نکتهٔ ۲: مساحت جانبی هر استوانه به شعاع قاعدهٔ r و ارتفاع h، برابر است با: $۲\pi rh$

با توجه به نکتهٔ ۱ و مطابق شکل، داریم:



$$S_۱ \text{ مستطیل} = S_۲ \text{ دایره} \Rightarrow ۲R \cdot h = \pi R^۲ \Rightarrow ۲h = \pi R \xrightarrow{h=۳} R = \frac{۶}{\pi}$$

در نهایت با توجه به نکتهٔ ۲، خواهیم داشت:

$$S \text{ جانبی} = ۲\pi Rh = ۲\pi \times \frac{۶}{\pi} \times ۳ = ۳۶$$

۱۲۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۳)

نکته: در تمرینات فصل ۱ کتاب هندسه ۲، رابطهٔ بین شعاع دایرهٔ محاطی داخلی مثلث (r) با شعاع دایره‌های محاطی خارجی مثلث (r_a، r_b و r_c)، به‌صورت زیر بیان شده است:

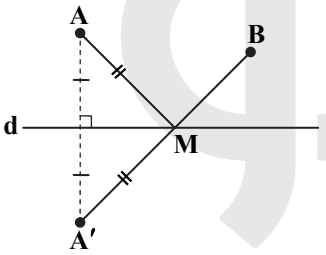
$$\frac{۱}{r} = \frac{۱}{r_a} + \frac{۱}{r_b} + \frac{۱}{r_c}$$

با توجه به نکته، داریم:

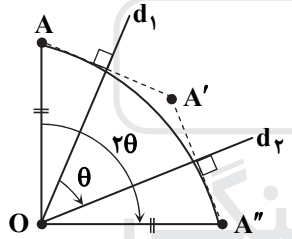
$$\frac{۱}{r} = \frac{۱}{r_a} + \frac{۱}{r_b} + \frac{۱}{r_c} = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۶} = \frac{۳+۲+۱}{۶} = \frac{۶}{۶} = ۱ \Rightarrow r = ۱$$

۱۳۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (فصل ۲، درس‌های ۱ و ۲)

نکتهٔ ۱: بر طبق مسئلهٔ هرون، برای آنکه مسیر AMB مطابق شکل، کمترین مقدار ممکن باشد، بازتاب A را نسبت به خط d، نقطهٔ A' نامیده و از A' به B وصل می‌کنیم تا خط d را در نقطهٔ M قطع کند.

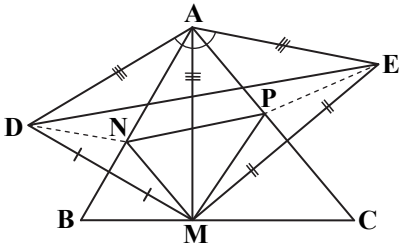


نکتهٔ ۲: ترکیب دو بازتاب محوری با محورهای متقاطع، دورانی است به مرکز نقطهٔ تقاطع دو محور و زاویه‌ای برابر با دو برابر زاویهٔ بین دو محور.



نکتهٔ ۳: در مثلث متساوی‌الساقین ABC با زاویهٔ رأس ثابت α، زمانی قاعدهٔ BC کمترین مقدار ممکن را دارد که طول ساق‌ها نیز کمترین مقدار باشد.

با توجه به نکتهٔ ۱، بازتاب نقطهٔ M را نسبت به اضلاع AB و AC، نقاط D و E می‌نامیم و داریم:



$$MP = PE \quad , \quad MN = DN$$

حال برای اینکه $MN + NP + PM$ مینیمم باشد، باید $DN + NP + PE$ مینیمم باشد و مینیمم آن هنگامی است که مطابق شکل این اندازه با پاره‌خط مستقیم DE برابر شود.

از طرفی با توجه به نکتهٔ ۲، نقطهٔ E دوران‌یافتهٔ نقطهٔ D به مرکز A و زاویهٔ $۲\hat{A}$ است و داریم:

$$DA = AE = AM \quad , \quad D\hat{A}E = ۲\hat{A}$$

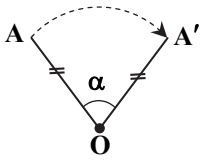
اینک در مثلث متساوی‌الساقین ADE که زاویهٔ رأس آن ثابت است، با توجه به نکتهٔ ۳، هنگامی قاعدهٔ DE کمترین است که طول ساق کمترین باشد، یعنی AD یا همان AM مینیمم شود و AM هنگامی مینیمم است که بر BC عمود بوده و ارتفاع وارد بر BC باشد، پس M، N و P باید به همین ترتیب، پای سه ارتفاع باشند.

بنابراین گزینهٔ ۱ پاسخ است.

@MrKonkori

۱۳۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۱)

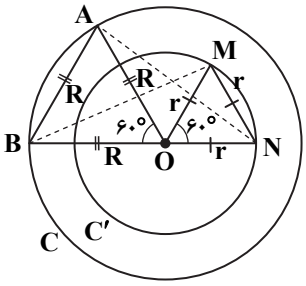
نکتهٔ ۱: در دوران به مرکز O و زاویهٔ α، اگر A' دوران‌یافتهٔ نقطهٔ A در صفحهٔ P باشد، داریم:



$$۱) OA = OA' \qquad ۲) A\hat{O}A' = \alpha$$

نکتهٔ ۲: زاویهٔ هر خط با دوران‌یافته‌اش با زاویهٔ دوران برابر است.

با توجه به اطلاعات مسئله و مطابق شکل، داریم:



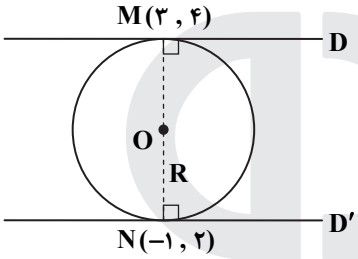
$$\begin{cases} OA = OB = AB = R \Rightarrow A\hat{O}B = ۶۰^\circ \\ OM = ON = MN = r \Rightarrow M\hat{O}N = ۶۰^\circ \end{cases}$$

پس با توجه به نکتهٔ ۱، در یک دوران به مرکز O و زاویهٔ ۶۰°، نقطهٔ N بر نقطهٔ M و نقطهٔ A بر نقطهٔ B تصویر می‌شود، که در این صورت پاره‌خط NA نیز در این دوران بر پاره‌خط MB تصویر می‌شود و با توجه به نکتهٔ ۲، واضح است که زاویهٔ بین NA و MB برابر با ۶۰° است و چون NA و MB قطرهای چهارضلعی ABMN هستند، بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ است.

۱۳۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۲)

نکته: معادلهٔ استاندارد دایره به مرکز (α , β) و شعاع R، به‌صورت $(x-\alpha)^۲ + (y-\beta)^۲ = R^۲$ است.

با توجه به شکل، واضح است که مرکز دایره، نقطه وسط پاره‌خط MN و شعاع دایره، نصف طول پاره‌خط MN است، پس داریم:



$$\text{مرکز دایره } O = \left(\frac{۳-۱}{۲} , \frac{۴+۲}{۲}\right) = (۱ , ۳)$$

$$MN = ۲R \Rightarrow R = \frac{۱}{۲}MN$$

$$\Rightarrow R = \frac{۱}{۲}\sqrt{(۳-(-۱))^۲ + (۴-۲)^۲} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶+۴} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۲۰} = \frac{۱}{۲}\times ۲\sqrt{۵} = \sqrt{۵}$$

و در نهایت با توجه به نکته، معادلهٔ دایره عبارتست از:

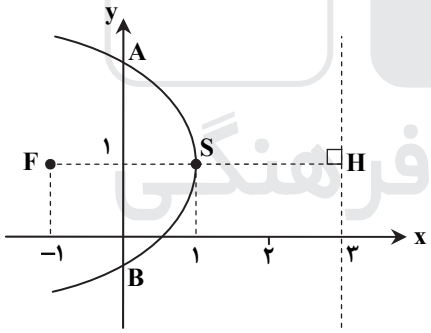
$$(x-۱)^۲ + (y-۳)^۲ = ۵ \Rightarrow x^۲ + y^۲ - ۲x - ۶y + ۵ = ۰$$

۱۳۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: معادلهٔ سهمی افقی رو به چپ با رأس $S(\alpha,\beta)$ به‌صورت روبه‌رو است:

$(y-\beta)^۲ = -۴a(x-\alpha)$ ، کانون : $F(\alpha-a,\beta)$ ، خط هادی $x = \alpha + a$

با مشخص کردن کانون و خط هادی در صفحهٔ مختصات داریم:



خط هادی و $F(-۱,۱)$ کانون : $x = ۳$

با توجه به شکل روبه‌رو، مشخص می‌شود که سهمی افقی رو به چپ بوده و داریم:

رأس $S(۱,۱)$ و $a = ۲$

معادلهٔ سهمی : $(y-۱)^۲ = -۴\times ۲(x-۱) \Rightarrow (y-۱)^۲ = -۸(x-۱)$

برای یافتن محل برخورد سهمی با محور yها در معادلهٔ سهمی $x = ۰$ را قرار می‌دهیم.

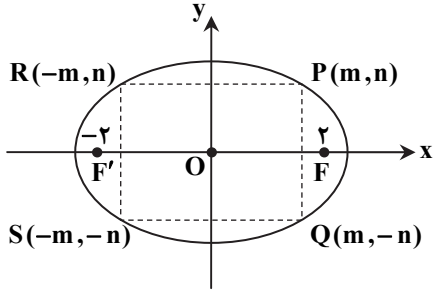
$$x = ۰ \Rightarrow (y-۱)^۲ = -۸(۰-۱) = ۸ \Rightarrow y - ۱ = \pm ۲\sqrt{۲} \Rightarrow \begin{cases} y_A = ۱ + ۲\sqrt{۲} \\ y_B = ۱ - ۲\sqrt{۲} \end{cases}$$

بنابراین: $|AB| = y_A - y_B = ۱ + ۲\sqrt{۲} - (۱ - ۲\sqrt{۲}) = ۴\sqrt{۲}$

۱۳۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: در بیضی افقی به مرکز مبدأ مختصات، محورهای Ox و Oy، محورهای تقارن بیضی هستند.

یادآوری: قرینهٔ نقطهٔ (a , b) نسبت به محورهای مختصات و مبدأ، به‌صورت زیر است:



$$(a , b) \xrightarrow{\text{هاx}} (a , -b)$$

$$(a , b) \xrightarrow{\text{هاy}} (-a , b)$$

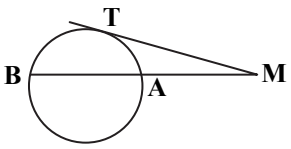
$$(a , b) \xrightarrow{\text{مبدأ}} (-a , -b)$$

مطابق شکل، مبدأ مختصات، مرکز این بیضی و با توجه به نکته، محور xها و محور yها محورهای تقارن این بیضی هستند. اگر نقطهٔ $P(m , n)$ روی این بیضی باشد، به‌کمک یادآوری می‌دانیم نقاط $(m , -n)$، $(-m , n)$ و $(-m , -n)$ نیز روی این بیضی قرار خواهند داشت، زیرا این نقاط قرینهٔ نقطهٔ P نسبت به محور xها، محور yها و مبدأ مختصات هستند؛ بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ است.

@MrKonkori

۱۳۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس‌های ۱ و ۲)

نکتهٔ ۱: بر طبق روابط طولی در دایره، برای هر مماس و قاطع رسم‌شده از نقطهٔ M خارج دایره، داریم:

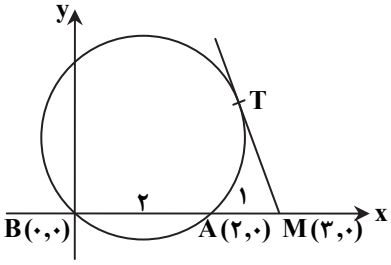


$$MT^2 = MA \times MB$$

نکتهٔ ۲: مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطهٔ ثابت $O(\alpha, \beta)$ به فاصلهٔ ثابت R قرار دارند، دایره‌ای است به مرکز O و شعاع R با معادلهٔ:

$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R^2$$

مطابق شکل و با توجه به نکتهٔ ۱، داریم:



$$MT^2 = MA \times MB \Rightarrow MT^2 = 1 \times 3 = 3 \Rightarrow MT = \sqrt{3} \text{ ثابت}$$

بنابراین با توجه به نکتهٔ ۲، این مکان، روی بخشی از محیط دایره‌ای است به مرکز نقطهٔ ثابت $M(3, 0)$ و شعاع $\sqrt{3}$ با معادلهٔ:

$$(x-3)^2 + y^2 = 3 \Rightarrow x^2 + y^2 - 6x + 6 = 0$$

۱۳۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)

ابتدا ماتریس $N-2M$ را تشکیل می‌دهیم و سپس تعداد درایه‌های صفر را می‌شماریم:

$$N-2M = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 7 & 0 & 6 \\ -4 & -2 & 4 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & 3 \\ -2 & -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -4 \end{bmatrix}$$

در این ماتریس ۵ درایهٔ صفر وجود دارد.

۱۳۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

نکتهٔ ۱: دستگاه $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ جواب ندارد، اگر و فقط اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ (دو خط موازی)

نکتهٔ ۲: دستگاه $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ بی‌شمار جواب دارد، اگر و فقط اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ (دو خط منطبق)

با توجه به نکتهٔ ۱، داریم:

$$\begin{cases} (k+1)x-2y=3 \\ 2x+(k-3)y=5 \end{cases} : \underbrace{\frac{k+1}{2} = \frac{-2}{k-3}} \neq \frac{3}{5} \Rightarrow k^2-2k-3=-4 \Rightarrow k^2-2k+1=0 \Rightarrow (k-1)^2=0 \Rightarrow k=1$$

و اینک، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} kx+3y=2 \\ x+(k+2)y=2k \end{cases} \xrightarrow{k=1} \begin{cases} x+3y=2 \\ x+3y=2 \end{cases} \quad : \quad \frac{1}{1} = \frac{3}{3} = \frac{2}{2}$$

پس با توجه به نکتهٔ ۲، دو خط منطبق‌اند و گزینهٔ ۳ پاسخ است.

۱۳۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۱، درس‌های ۱ و ۲)

نکتهٔ ۱: ماتریس همانی I با هر ماتریس هم‌مرتبه‌اش تعویض‌پذیر است، پس اتحادهای جبری بین آن‌ها صادق است. $(AI = IA = A)$

نکتهٔ ۲: $I^n = I \quad (n \in \mathbb{N})$

نکتهٔ ۳: $|A^n| = |A|^n \quad (n \in \mathbb{N})$

نکتهٔ ۴: $|kA_{n\times n}| = k^n |A| \quad (k \in \mathbb{R})$

ابتدا با توجه به رابطهٔ $A(A-I) = I$، داریم:

$$A(A-I) = I \Rightarrow A^2 - A = I \Rightarrow A^2 = A + I \quad (*)$$

اینک ماتریس $(A+2I)^2$ را محاسبه می‌کنیم. با توجه به نکات ۱ و ۲، داریم:

$$(A+2I)^2 = A^2 + 4A + 4I = A^2 + 4\overbrace{(A+I)}^{A^2} \overset{(*)}{=} 5A^2$$

و حالا از طرفین رابطهٔ آخر، دترمینان می‌گیریم. با توجه به نکات ۳ و ۴ و اینکه می‌دانیم مرتبهٔ ماتریس‌ها ۴ است، خواهیم داشت:

$$|(A+2I)^2| = |5A^2| \Rightarrow |A+2I|^2 = 5^4 |A|^2 = 25^2 \times 2^2 = 50^2 \Rightarrow |A+2I| = \pm 50$$

بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ است.

@MrKonkori

۱۳۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

نکته: حجم متوازی‌السطوح پدید آمده توسط سه بردار $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$، $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$ و $\vec{c}=(c_1,c_2,c_3)$ به‌صورت زیر است:

$$a\cdot(b\times c)=\begin{vmatrix}a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\\ c_1 & c_2 & c_3\end{vmatrix} \Rightarrow \text{حجم}: V=|a.(b\times c)|$$

با توجه به نکته داریم:

$$a\cdot(b\times c)=\begin{vmatrix}3 & 2 & 1\\ 0 & 1 & -1\\ 1 & 2 & 1\end{vmatrix}=3\times3-2-1=6 \Rightarrow V=|6|=6$$

۱۴۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۱)

نکتهٔ ۱: هر معادله به‌صورت $x=a$ در فضای $\mathbb{R}^3$، معادلهٔ صفحه‌ای است موازی صفحه yOz و موازی محورهای Oy و Oz.

هر معادله به‌صورت $y=b$ در فضای $\mathbb{R}^3$، معادلهٔ صفحه‌ای است موازی صفحه xOz و موازی محورهای Ox و Oz.

هر معادله به‌صورت $z=c$ در فضای $\mathbb{R}^3$، معادلهٔ صفحه‌ای است موازی صفحه xOy و موازی محورهای Ox و Oy.

نکتهٔ ۲: از تلاقی هر دو صفحه که هریک به موازات دو تا از محورهای مختصات هستند، خطی به موازات محور سوم پدید می‌آید:

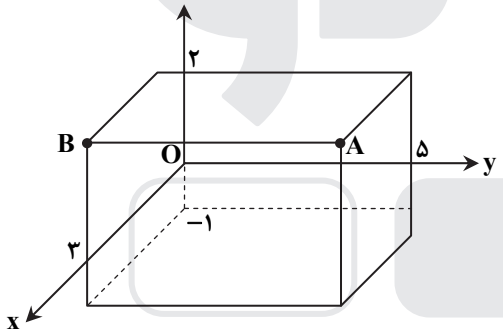
$\begin{cases}x=a\\ y=b\end{cases}$ خطی موازی محور Oz (عمود بر صفحهٔ xOy)

$\begin{cases}x=a\\ z=c\end{cases}$ خطی موازی محور Oy (عمود بر صفحهٔ xOz)

$\begin{cases}y=b\\ z=c\end{cases}$ خطی موازی محور Ox (عمود بر صفحهٔ yOz)

مطابق شکل و با توجه به نکات، واضح است که خط شامل یال AB از تلاقی صفحات $x=3$ و $z=2$ به‌وجود آمده است، پس معادلهٔ آن عبارتست از:

$$\begin{cases}x=3\\ z=2\end{cases}$$



همچنین از آنجایی که یال AB در راستای محور yها از صفر تا ۵ محدود شده است، پس معادلهٔ آن به‌صورت زیر است:

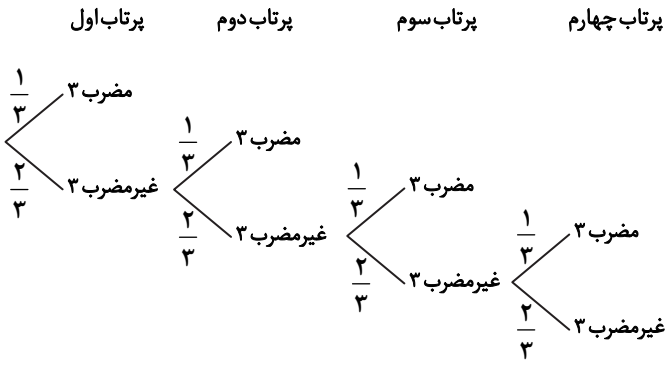
$$\begin{cases}x=3\\ z=2\\ 0\le y\le 5\end{cases}$$

۱۴۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس‌های ۱، ۲ و ۴)

اولاً احتمال مضرب ۳ آمدن $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$ و احتمال مضرب ۳ نیامدن $\frac{2}{3}=1-\frac{1}{3}$ است. ثانیاً وقتی قرار است برای اولین بار در پرتاب چهارم مضرب ۳ بیاید یعنی در سه پرتاب اول عدد مضرب ۳ نیامده است و در پرتاب چهارم عدد مضرب ۳ آمده است، پس طبق قانون ضرب احتمالات، احتمال موردنظر برابر است با:

$$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{8}{81}$$

بنابراین گزینهٔ ۱ پاسخ است. به نمودار زیر دقت کنید:



@MrKonkori

۱۴۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

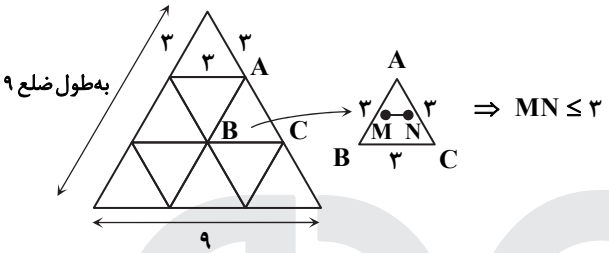
نکتهٔ ۱ (اصل لانه کبوتری): اگر m کبوتر و n لانه داشته باشیم به‌طوری که $m > n$ و همهٔ کبوترها در لانه‌ها قرار بگیرند، آنگاه حداقل یک لانه وجود خواهد داشت که در آن دست‌کم دو کبوتر جای می‌گیرد.

نکتهٔ ۲: در حل مسائل هندسی اصل لانه‌کبوتری، بایستی شکل را به تعدادی شکل هم‌نهشت تقسیم کنیم که از تعدادِ نقاطِ انتخابی، یک واحد کمتر باشد. در این صورت، اغلب یکی از دو حالتِ زیر به‌وجود می‌آید:

۱) شکل‌های هم‌نهشت، همگی مثلث متساوی‌الاضلاع هستند که در این حالت، حداکثر فاصله بین حداقل دو نقطه از نقاط انتخابی، برابر با طول ضلع مثلث‌های متساوی‌الاضلاع هم‌نهشت است.

۲) شکل‌های هم‌نهشت، همگی دارای زاویهٔ قائمه هستند که در این حالت، حداکثر فاصلهٔ بین حداقل دو نقطه از نقاط انتخابی، به‌کمک قضیهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آید. (مثلاً وتر مثلث قائم‌الزاویه یا قطر مربع یا ...)

با توجه به نکتهٔ ۲، چون ۱۰ نقطه داریم، مطابق شکل، اضلاع مثلث را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و ۹ مثلث متساوی‌الاضلاع هم‌نهشت به ضلع ۳ ایجاد می‌کنیم. حال با توجه به نکتهٔ ۱، حداقل ۲ نقطه از این ۱۰ نقطه در یک مثلث کوچک قرار می‌گیرند که با توجه به نکتهٔ ۲، حداکثر فاصلهٔ آن‌ها برابر با طول ضلع مثلث‌های کوچک، یعنی ۳ است.



بنابراین $m = ۳$ و گزینهٔ ۴ پاسخ است.

۱۴۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: دانش * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۳)

نکته: تعداد ترکیب‌های r تایی از n شیء متمایز را معمولاً با $C(n,r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می‌دهیم و داریم:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad (۰ \le r \le n)$$

راه‌حل اول: می‌توان به‌جای محاسبهٔ داشتن حداقل یک داور ایرانی، مسئله را به این صورت در نظر بگیریم که تعداد کل حالات را منهای حالاتی که داور ایرانی نداشته باشیم کنیم:

$$\underbrace{\binom{۳+۲+۵}{۵}}_{\text{کل حالات}} - \underbrace{\binom{۳+۲}{۵}}_{\text{۵ نفر غیرایرانی باشند.}} = \binom{۱۰}{۵} - \binom{۵}{۵}$$

$$= \frac{۱۰!}{۵!۵!} - \frac{۵!}{۵!۰!} = \frac{۱۰\times۹\times۸\times۷\times۶}{۵\times۴\times۳\times۲\times۱} - ۱ = ۲۵۲ - ۱ = ۲۵۱$$

راه‌حل دوم: می‌خواهیم حداقل یک داور ایرانی داشته باشیم، یعنی:

$$\binom{۵}{۱}\binom{۵}{۴} + \binom{۵}{۲}\binom{۵}{۳} + \binom{۵}{۳}\binom{۵}{۲} + \binom{۵}{۴}\binom{۵}{۱} + \binom{۵}{۵}\binom{۵}{۰} = ۲۵۱$$

۱۴۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

نکته: در مسائل احتمال شرطی برای پرهیز از استفاده از فرمول، می‌توانیم شرط مسئله را به‌عنوان فضای نمونه‌ای در نظر گرفته و احتمال خواسته‌شده را به‌کمک احتمال ساده $\left(P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}\right)$ محاسبه کنیم. در این صورت فضای نمونه‌ای جدید را فضای نمونه‌ای کاهش‌یافته می‌نامیم.

با توجه به نکته، فضای نمونه‌ای کاهش‌یافته، به‌صورت زیر است:

$S =$ لااقل یک پسر داریم: $\{(پ,پ,پ),(پ,پ,د),(پ,د,پ),(د,پ,پ),(پ,د,د),(د,پ,د),(د,د,پ)\}$

$n(S) = ۷$

$A =$ فرزند دوم دختر باشد: $\{(پ,د,پ),(پ,د,د),(د,د,پ)\}$

$n(A) = ۳$

و در نهایت، داریم:

$$P(A) = \frac{۳}{۷}$$

@MrKonkori

۱۴۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

نکتهٔ ۱: اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، داریم: $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

نکتهٔ ۲: احتمال وقوع پیشامد A به‌شرطی که پیشامد B رخ داده باشد را با $P(A\mid B)$ نمایش داده و برابر است با: $P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

نکتهٔ ۳: اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آنگاه پیشامدهای B و A' نیز مستقل هستند و داریم: $P(A'\cap B)=P(A')\times P(B)$

نکتهٔ ۴: $P(A')=۱-P(A)$

با توجه به نکات ۱ و ۲، داریم: $P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A)\times P(B)}{P(B)}=P(A)\Rightarrow P(A)=\frac{۱}{۳}$

و اینک با توجه به نکات ۳ و ۴، خواهیم داشت: $\frac{P(A'-B')}{P(B)}=\frac{P(A'\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A')\times P(B)}{P(B)}=P(A)'=۱-P(A)=۱-\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۳}$

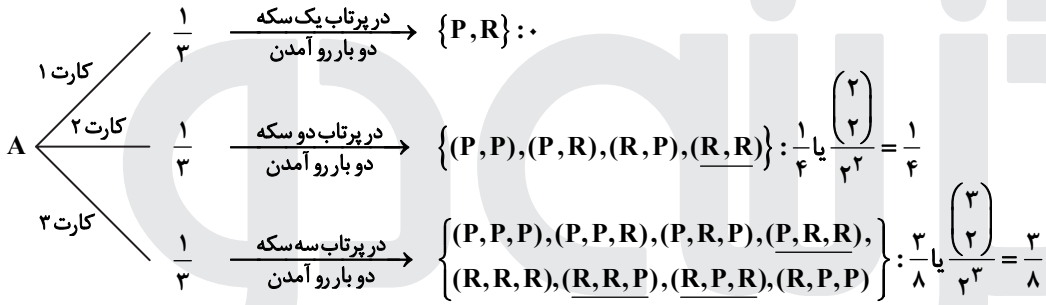
۱۴۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

نکته: فرض کنید $A_۱, A_۲, A_۳, \ldots, A_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه‌ای را افراز می‌کنند. در این صورت برای پیشامد دلخواه A، داریم: $P(A_i\mid A)=\frac{P(A_i)\times P(A\mid A_i)}{P(A)}$ (قانون بیز)

که در این فرمول، $P(A)$ به‌کمک فرمول احتمال کل به‌دست می‌آید، یعنی:

$$P(A)=P(A_۱)\times P(A\mid A_۱)+P(A_۲)\times P(A\mid A_۲)+\cdots+P(A_n)\times P(A\mid A_n)$$

اگر پیشامد A را «دو بار رو آمدن سکه» در نظر بگیریم، به‌کمک نمودار درختی، داریم:



و مقدار $P(A)$ برابر است با: $P(A)=\frac{۱}{۳}\times ۰+\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۳}\times\frac{۳}{۸}=\frac{۱}{۳}\times\frac{۵}{۸}$

حال اگر پیشامد خروج کارت شمارهٔ ۲ را با $A_۲$ نمایش دهیم، به‌کمک قانون بیز، خواهیم داشت:

$$P(A_۲\mid A)=\frac{P(A_۲)\times P(A\mid A_۲)}{P(A)}=\frac{\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۴}}{\frac{۱}{۳}\times\frac{۵}{۸}}=\frac{۲}{۵}$$

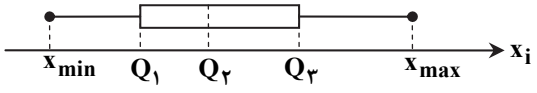
۱۴۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۳، درس‌های ۱ تا ۳)

نکتهٔ ۱: در نمودار میله‌ای، محور xها بیانگر داده‌ها و محور yها نمایشگر فراوانی داده‌هاست.

نکتهٔ ۲: اگر داده‌ها به‌صورت صعودی مرتب شده باشند، دادهٔ وسط را میانه گوییم به‌طوری که اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، دقیقاً دادهٔ وسط، میانه است و اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانگین دو دادهٔ وسط، میانه است.

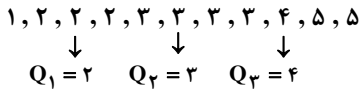
نکتهٔ ۳: میانهٔ نیمهٔ اول داده‌ها را با $Q_۱$ نمایش داده و چارک اول و میانهٔ نیمهٔ دوم داده‌ها را با $Q_۳$ نمایش داده و چارک سوم می‌نامیم.

نکتهٔ ۴: نمودار جعبه‌ای نموداری است به‌شکل زیر که پراکندگی داده‌ها را با پنج معیار کوچک‌ترین داده، چارک اول، میانه، چارک سوم و بزرگ‌ترین داده نمایش می‌دهد.

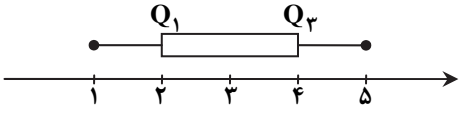


نکتهٔ ۵: $\bar{x}=\frac{\sum_{i=۱}^{n}x_i}{n}$ (میانگین n داده)

با توجه به نکتهٔ ۱، اگر مطابق نمودار میله‌ای، داده‌ها را مرتب کنیم، به‌کمک نکات ۲ و ۳، داریم:



و اینک، با توجه به نکتهٔ ۴، نمودار جعبه‌ای به‌صورت روبه‌رو است:



پس داده‌های داخل جعبه عبارتند از: ۲, ۳, ۳, ۳, ۳

و در نهایت با توجه به نکتهٔ ۵، میانگین داده‌ها برابر است با: $\bar{x}=\frac{۲+(۴\times ۳)}{۵}=\frac{۱۴}{۵}=۲/۸$

@MrKonkori

۱۴۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

نکته (قضیهٔ تقسیم): اگر a عددی طبیعی و b عددی صحیح باشد، اعداد صحیح q و r یافت می‌شوند به‌طوری که $a = bq + r$ و $0 \le r < b$ که در این رابطه، a را مقسوم، b را مقسوم‌علیه، q را خارج‌قسمت و r را باقی‌مانده می‌نامیم.

با توجه به نکته و مطابق با اطلاعات مسئله، داریم: $a = 17q + 12$

حال چون a عددی فرد و ۱۲ عددی زوج است، پس $17q$ باید عددی فرد باشد و از آنجا نتیجه می‌گیریم که q نیز عددی فرد است، یعنی: $(k \in \mathbb{Z})\ ;\ q = 2k+1$، پس خواهیم داشت: $a = 17(2k+1)+12 \Rightarrow a = 34k + 17 + 12 \Rightarrow a = 34k + 29\ ;\ (k \in \mathbb{Z})$

یعنی باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد a بر ۳۴، مساوی ۲۹ است.

۱۴۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

نکته: عدد طبیعی d را ب.م.م دو عدد صحیح a و b می‌نامیم (a و b هر دو با هم صفر نیستند) و می‌نویسیم $(a,b) = d$ هرگاه دو شرط زیر برقرار باشد:

۱) $d \mid a, d \mid b$ ۲) $\forall m > 0\ ;\ m \mid a, m \mid b \Rightarrow m \le d$

نکته: عدد طبیعی c را ک.م.م دو عدد صحیح و ناصفر a و b می‌نامیم و می‌نویسیم $[a,b] = c$ هرگاه دو شرط زیر برقرار باشد:

۱) $a \mid c, b \mid c$ ۲) $\forall m > 0\ ;\ a \mid m, b \mid m \Rightarrow c \le m$

برای عبارت اول داریم:

$$(a^3,a) = |a| \Rightarrow \left[a^4, \overbrace{(a^3,a)}^{|a|}\right] \overset{|a|\,|\,a^4}{=\!=} a^4$$

دقت کنید که در عبارت اول داریم:

$$\left[a^4,|a|\right] = \left|a^4\right| = a^4$$

اگر $(a^4,b) = d$ را در نظر بگیریم، برای عبارت دوم داریم:

$$\left[a^4, \overbrace{(a^4,b)}^{d}\right] \overset{d\,|\,a^4}{=\!=} a^4$$

بنابراین:

$$\left[a^4,(a^3,a)\right] + \left[a^4,(a^4,b)\right] = a^4 + a^4 = 2a^4$$

۱۵۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

نکته: تعداد روش‌های توزیع n شیء یکسان بین k نفر به‌طوری که لازم نباشد به همهٔ افراد از آن اشیاء برسد، برابر است با: $\binom{n+k-1}{k-1}$

با توجه به نکته، تعداد روش‌های توزیع ۶ سیب قرمز یکسان بین ۳ نفر، برابر است با:

$$\binom{6+3-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28$$

همچنین تعداد روش‌های توزیع ۴ سیب زرد یکسان بین ۳ نفر، برابر است با:

$$\binom{4+3-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15$$

و مطابق اصل ضرب، تعداد کل جواب‌ها، برابر خواهد بود با:

$$28 \times 15 = 420$$

۱۵۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

دو حرف s را یک دسته و دو حرف r را نیز یک دسته در نظر می‌گیریم: $\boxed{ss}\ \boxed{rr}\ a\,a\,a\,i$

تعداد جایگشت‌ها با توجه به اینکه ۳ بار حرف a به‌کار رفته است، برابر است با:

$$\frac{6!}{3!} = 120$$

۱۵۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۲)

نکتهٔ ۱: در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارند، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف G نامیده و با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم.

نکتهٔ ۲: در هر گراف G با n رأس، اگر ماکزیمم درجه رئوس Δ باشد، داریم: $\gamma(G) \ge \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$

با توجه به نکتهٔ ۲، در گراف مفروض، داریم:

$$n = 10 \text{ و } \Delta = 4$$

$$\gamma \ge \left\lceil \frac{10}{4+1} \right\rceil \Rightarrow \gamma \ge 2$$

اما با توجه به نکتهٔ ۱:

۱) مجموعهٔ احاطه‌گر دوعضوی قابل‌یافتن نیست.

۲) مجموعهٔ $\{i,j,c\}$ احاطه‌گر است.

بنابراین $\gamma = 3$ است.

@MrKonkori

۱۵۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

نکتهٔ ۱: تعداد رئوس گراف را مرتبه نامیده و با p نمایش می‌دهیم و تعداد یال‌های گراف را با q نمایش داده و اندازه می‌نامیم.

نکتهٔ ۲: در هر گراف کامل از مرتبهٔ p، داریم:

$$\begin{cases} q = \frac{p(p-1)}{2} \\ \delta = \Delta = p-1 \end{cases}$$

نکتهٔ ۳: گراف فرد منتظم مرتبهٔ فرد، وجود ندارد.

نکتهٔ ۴: گراف G را همبند گوییم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر موجود باشد. گرافی را که همبند نباشد، ناهمبند گوییم.

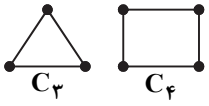
نکتهٔ ۵: گراف C_n گرافی است ۲- منتظم مرتبهٔ n.

با توجه به نکات ۱ و ۲، گراف ۷ رأسی با ۲۱ یال، گراف کامل k_7 است، زیرا: $q = \frac{7\times6}{2} = 21$

با توجه به نکات ۳ و ۴، در گراف r- منتظم و ناهمبند از مرتبهٔ ۷، مقدار r حداکثر می‌تواند ۲ باشد، زیرا گراف‌های ۳- منتظم و ۵- منتظم مرتبهٔ ۷ وجود ندارند و گراف ۶- منتظم مرتبهٔ ۷ نیز که همان گراف اصلی و کامل است.

همچنین گراف ۴- منتظم مرتبهٔ ۷، لزوماً همبند خواهد شد.

پس گرافِ موردنظر باید ۲- منتظم مرتبهٔ ۷ ناهمبند باشد که از دو گراف C_3 و C_4 تشکیل خواهد شد و ۷ یال دارد.



بنابراین برای رسیدن از گراف k_7 به گراف ۲- منتظم مرتبهٔ ۷، بایستی حداقل $21-7=14$ یال از گراف k_7 حذف کنیم.

۱۵۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

نکته «تعریف دور»: دنباله $V_1V_2\cdots V_nV_1$ $(n\geq 3)$ از رئوس دوبه‌دو متمایز که در آن هر رأس با رأس بعدی مجاور است را یک دور به طول n می‌نامیم.

با توجه به نکته، دورهای به طول ۳ در این گراف عبارتند از: aeca و afea و adec و abca و bcdb و cfec و afca

پس این گراف ۷ دور به طول ۳ دارد.

تذکر: برای شمارش دورها به طول ۳ می‌توانیم تعداد مثلث‌های درون شکل را نیز بشماریم. واضح است که در این گراف، تعداد ۷ مثلث یافت می‌شود.

۱۵۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

نکتهٔ ۱: مربعِ حاصل از اعمال جایگشت روی درایه‌های هر مربع لاتین، خود یک مربع لاتین است.

نکتهٔ ۲ (تعریف مربع لاتین): یک جدول مربعی از اعداد ۱، ۲، ۳ و... و n به‌شکل مربع $n\times n$ را که سطرها و ستون‌های آن با اعداد ۱، ۲، ۳ و... و n پُر شده باشد و در هیچ سطر و هیچ ستون عدد تکراری وجود نداشته باشد، مربع لاتین می‌نامیم و به هریک از اعداد درون مربع لاتین، یک درایه می‌گوییم.

ابتدا با توجه به نکتهٔ ۱، واضح است که B نیز یک مربع لاتین است.

حال اگر مربع A را به‌صورت

a	g	f	x
d		۲	
b	۳	e	y
۲		c	

در نظر بگیریم، در مقایسه با مربع B و با توجه به نکتهٔ ۲، داریم:

$$a=۱ \text{ و } b=۴ \text{ و } c=۳$$

پس مربع A به‌صورت

۱	g	f	x
d		۲	
۴	۳	e	y
۲		۳	

در خواهد آمد و از آنجا باز هم با توجه به نکتهٔ ۲، داریم:

$$x=۳ \text{ و } g=۲ \text{ و } f=۴ \text{ و } y=۲ \text{ و } e=۱ \text{ و } d=۳$$

و مربع A به‌صورت

۱	۲	۴	[۳]
۳		۲	
۴	۳	۱	[۲]
۲		۳	

در خواهد آمد و از آنجایی که در جایگشت داریم: $۳\to۱$ و $۱\to۳$، پس در مربع B، مقدار z برابر ۱ است.

بنابراین $x+y+z=۳+۲+۱=۶$ خواهد بود.

مؤسسه آموزشی فرهنگی

@MrKonkori

۱۵۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۱)

حجم روغن خارج‌شده از لیوان با حجم شِن ریخته‌شده درون لیوان برابر است.

$$\rho_{\text{روغن}}=\frac{m_{\text{روغن}}}{V_{\text{روغن}}} \Rightarrow V_{\text{روغن}}=\frac{۱۶}{۰/۸}=۲۰\,cm^۳=V_{\text{شن}}$$

$$\rho_{\text{شن}}=\frac{m_{\text{شن}}}{V_{\text{شن}}}=\frac{۴۰\,g}{۲۰\,cm^۳}=۲\frac{g}{cm^۳}$$

$$\rho_{\text{شن}}=(۲\frac{g}{cm^۳})\times(\frac{۱\,kg}{۱۰۰۰\,g})\times(\frac{۱۰^۶\,cm^۳}{۱\,m^۳})=۲۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$$

۱۵۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۲)

$$E_A=E_B \Rightarrow U_A+K_A=U_B+K_B$$

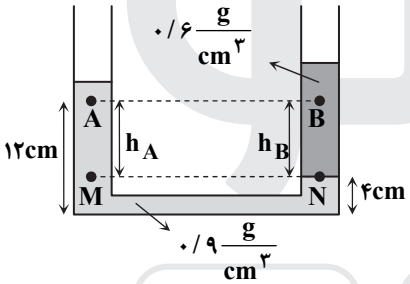
$$\Rightarrow m\times۱۰\times۱+\frac{۱}{۲}\times m\times۲۰^۲=m\times۱۰\times h+۰ \Rightarrow ۱۰+۲۰۰=۱۰h \Rightarrow h=۲۱m$$

۱۵۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۳)

قضیهٔ کار – انرژی جنبشی: $W_t=\Delta K \Rightarrow W_{\text{وزن}}+W_{\text{مقاومت هوا}}=K_۲-K_۱$

$$\Rightarrow mgd+W_{\text{مقاومت هوا}}=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲) \Rightarrow ۲\times۱۰\times۱۰+W_{\text{مقاومت هوا}}=\frac{۱}{۲}\times۲\times(۸^۲-۲^۲) \Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}}=-۱۴۰J$$

۱۵۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۳)



$$P_M=P_N \Rightarrow \rho_A gh_A+P_A=\rho_B gh_B+P_B$$

$$\Rightarrow ۰/۹\times۱۰^۳\times۱۰\times(۱۲-۴)\times۱۰^{-۲}+P_A=۰/۶\times۱۰^۳\times۱۰\times(۱۲-۴)\times۱۰^{-۲}+P_B$$

$$\Rightarrow ۹۰\times۸+P_A=۶۰\times۸+P_B \Rightarrow P_B-P_A=۲۴۰Pa$$

۱۶۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۲)

$$P=P_۰+\rho gh=۱۰^۵+۱۰۰۰\times۱۰\times۲=۱/۲\times۱۰^۵Pa$$

$$F=PA=۱/۲\times۱۰^۵\times۱\times۱۰^{-۴}=۱۲N$$

۱۶۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطه: دانش * فیزیک ۱ (فصل ۲)

۱۶۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۴)

از آنجا که جرم آب درون استخر بسیار زیاد است؛ لذا قطعاً تمام آن یخ نمی‌زند و لذا دمای تعادل، همان دمای آب درون استخر و ۰°C است.

$$m\text{ گرم از آب }۰^\circ C\text{ استخر} \xleftarrow{Q_۲} ۰^\circ C\text{ یخ} \xrightarrow{Q_۱} ۱۶۷\text{ گرم یخ }-۲۰^\circ C$$

$$Q_۱+Q_۲=۰ \Rightarrow (mc\Delta\theta)_{\text{یخ}}+(-mL_F)_{\text{آب}}=۰$$

$$۱۶۷\times۲۲۰۰\times(۰-(-۲۰))-m\times۳۳۴\times۱۰^۳=۰ \Rightarrow m=۲۲g$$

پس در نهایت $۱۶۷+۲۲=۱۸۹g$ یخ صفر درجهٔ سلسیوس خواهیم داشت.

۱۶۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۴)

با توجه به نمودار، دمای جسم ابتدا افزایش می‌یابد تا به نقطهٔ ذوب برسد و سپس در دمای ثابت فرایند ذوب در فاصلهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ اتفاق می‌افتد.

$$\left.\begin{matrix}Q_۱=mc\Delta\theta\\Q_۱=Pt_۱\end{matrix}\right\} \Rightarrow t_۱=\frac{m}{P}\times c\Delta\theta$$

$$\left.\begin{matrix}Q_۲=mL_F\\Q_۲=P(t_۲-t_۱)\end{matrix}\right\} \Rightarrow t_۲-t_۱=\frac{m}{P}\times L_F$$

$$\frac{t_۲-t_۱}{t_۱}=\frac{L_F}{c\Delta\theta} \Rightarrow \frac{t_۲}{t_۱}-۱=\frac{۲۶۰۰۰}{۱۳۰\times۳۰۰}=\frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{t_۲}{t_۱}=\frac{۵}{۳} \Rightarrow t_۱=\frac{۳}{۵}t_۲=۳۰s$$

@MrKonkori

۱۶۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۴)

کمّیت‌های مربوط به میله را با زیروند ۱ و کمّیت‌های مربوط به کره را با زیروند ۲ نشان می‌دهیم:

$$\text{میله}: \Delta L = \alpha L_1 \Delta T_1 \Rightarrow \frac{\Delta L}{L_1} = \alpha \Delta T_1 \Rightarrow ۰/۴\times۱۰^{-۲} = ۲\times۱۰^{-۵}\times\Delta T_1 \Rightarrow \Delta T_1 = ۲۰۰K$$

$$Q_{\text{میله}} = Q_{\text{کره}} \Rightarrow Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 c\Delta T_1 = m_2 c\Delta T_2 \Rightarrow \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow \frac{\Delta T_2}{۲۰۰} = \frac{۹۰۰}{۲۷۰۰} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \Delta T_2 = \frac{۲۰۰}{۳}K$$

$$\text{کره}: \Delta V = ۳\alpha V \Delta T_2 \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = ۳\alpha\Delta T_2 = ۳\times۲\times۱۰^{-۵}\times\frac{۲۰۰}{۳} = ۴۰۰\times۱۰^{-۵} = ۰/۴\times۱۰^{-۲}$$

$$\Rightarrow \text{درصد افزایش حجم} = ۰/۴\times۱۰^{-۲}\times۱۰۰ = ٪۰/۴$$

۱۶۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۵)

در این فرایند، فشار گاز ثابت است (چرا؟)، بنابراین داریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2}{۲/۵} = \frac{(-۲۳+۲۷۳)+۷۰}{(-۲۳+۲۷۳)} = \frac{۳۲۰}{۲۵۰} \Rightarrow V_2 = ۳/۲L$$

$$W = -P\Delta V = -۲\times۱۰^{۵}\times(۳/۲\times۱۰^{-۳} - ۲/۵\times۱۰^{-۳}) = -۱۴۰J$$

$$W' = -W = -(-۱۴۰) = +۱۴۰J \text{ : کار گاز روی محیط}$$

۱۶۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۵)

گاز زیر پیستون فرایندی هم‌فشار را انجام می‌دهد: $P = P_{\circ} + \frac{mg}{A} = ۱۰^{۵} + \frac{۲۰}{۱۰\times۱۰^{-۴}} = ۱/۲\times۱۰^{۵}Pa$

ارتفاع ستون گاز زیر پیستون پس از ۲۰ درصد کاهش برابر است با:

$$h_2 = ۰/۸h_1 = ۰/۸\times۴۰ = ۳۲cm$$

$$W = -P\Delta V = -PA\Delta h = -۱/۲\times۱۰^{۵}\times۱۰\times۱۰^{-۴}\times(۳۲-۴۰)\times۱۰^{-۲} = +۹/۶J$$

$$W' = -W = -۹/۶J \text{ : کار گاز روی محیط}$$

۱۶۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۵)

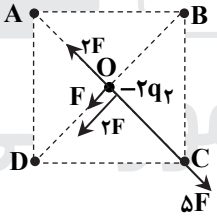
از روی نمودار پی می‌بریم که: $\begin{cases} P_A V_A = P_C V_C \\ PV = nRT \end{cases} \Rightarrow T_A = T_C$

می‌دانیم انرژی درونی گاز کامل فقط تابع دمای مطلق گاز است. چون دمای گاز در دو نقطه یکسان است، پس داریم: $\Delta U = ۰$

۱۶۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

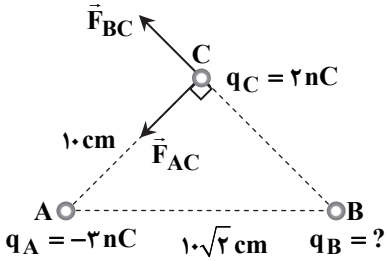
$$OA = OB = OC = OD = \frac{۲d\sqrt{۲}}{۲} = d\sqrt{۲}$$

$$F = k\frac{|qq'|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F_D = F_A = \frac{۲\times۲}{(\sqrt{۲})^2}F = ۲F \\ F_B = \frac{۱\times۲}{(\sqrt{۲})^2}F = F \\ F_C = \frac{۵\times۲}{(\sqrt{۲})^2}F = ۵F \end{cases}$$



$$F_T = \sqrt{(۵-۲)^2 + (۲+۱)^2}\,F = ۳\sqrt{۲}F$$

۱۶۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)



$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow BC = ۱۰cm$$

$$F_{AC} = k\frac{q_A q_C}{(AC)^2} = \frac{۹\times۱۰^{۹}\times۳\times۱۰^{-۹}\times۲\times۱۰^{-۹}}{۱۰^{-۲}} = ۵۴\times۱۰^{-۷} = ۵/۴\mu N$$

$$F_{BC} = k\frac{q_B q_C}{(BC)^2} = ۹\times۱۰^{۹}\times\frac{|q_B\times۱۰^{-۹}|\times۲\times۱۰^{-۹}}{۱۰^{-۲}} = ۱/۸|q_B|\times۱۰^{-۶}N$$
$$= ۱/۸|q_B|\mu N$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$F = \sqrt{F_{AC}^2 + F_{BC}^2} \Rightarrow ۹^2 = ۵/۴^2 + (۱/۸q_B)^2 \Rightarrow ۱ = ۰/۶^2 + ۰/۲^2 q_B^2 \Rightarrow ۰/۶۴ = ۰/۰۴q_B^2 \Rightarrow |q_B| = ۴nC$$

نکته: چون دو بردار $\vec{F}_{BC}$ و $\vec{F}_{AC}$ همواره بر یکدیگر عمود هستند، مثبت و منفی بودن بار q_B در اندازه‌گیری مقادیر بی‌اثر است.

@MrKonkori

۱۷۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$A = 4\pi r^2 = 4\times 3\times (0/2)^2 = 12\times 4\times 10^{-2} = 4/8\times 10^{-1}\,m^2$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow 64\times 10^{-6} = \frac{Q}{4/8\times 10^{-1}} \Rightarrow Q = 64\times 10^{-6}\times 4/8\times 10^{-1}\,C$$

$$Q = ne \Rightarrow 64\times 4/8\times 10^{-7} = n\times 1/6\times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{64\times 4/8\times 10^{-7}}{1/6\times 10^{-19}} = 192\times 10^{12} = 1/92\times 10^{14}$$

۱۷۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

وقتی خازنی از باتری جدا می‌شود، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند.

$$Q_2 = Q_1 \Rightarrow C_2V_2 = C_1V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{C_1}{C_2}\times V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_1}}{\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d_2}}\times V_1 = \frac{d_2}{d_1}\times V_1 = \frac{3}{2/5}\times 20 = 24\,V$$

۱۷۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$\begin{cases} U_B - U_A = -|q|E|d|\cos 0^\circ = -\left|2\times 10^{-6}\right|\times 10^6\left|\frac{50}{100}\right|(+1) = -1\,J \\ U_C - U_B = -|q|E|d|\cos 90^\circ = 0 \\ U_D - U_C = -|q|E|d|\cos 180^\circ = -\left|2\times 10^{-6}\right|\times 10^6\left|\frac{30}{100}\right|(-1) = +0/6\,J \\ U_M - U_D = -|q|E|d|\cos 90^\circ = 0 \end{cases} \Rightarrow U_M - U_A = -1+0+0/6+0 = -0/4\,J$$

۱۷۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$V_2 = R_2I_2 \Rightarrow V_2 = 2\times 4 = 8\,V$$

$$V_1 + V_2 = V_{\text{باتری}} \Rightarrow V_1 + 8 = 32\,V \Rightarrow V_1 = 24\,V$$

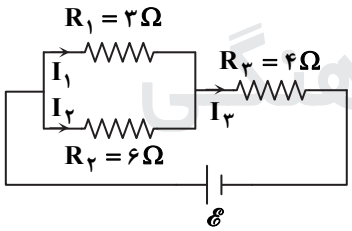
$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{24}{4} = 6\,A$$

$$I_3 = I_1 - I_2 = 6 - 4 = 2\,A$$

$$V_3 = V_2 = 8\,V \Rightarrow R_3 = \frac{V_3}{I_3} = \frac{8}{2} = 4\,\Omega$$

۱۷۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

دو مقاومت R_1 و R_2 موازی هستند و معادل آن‌ها با مقاومت R_3 متوالی است. می‌توان مدار را به‌صورت زیر رسم کرد:



$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1I_1 = R_2I_2 \Rightarrow 3I_1 = 6I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{1}{2}I_1$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = I_1 + \frac{1}{2}I_1 = \frac{3}{2}I_1$$

$$\frac{P_3}{P_1} = \frac{R_3I_3^2}{R_1I_1^2} = \frac{4\times(\frac{3}{2}I_1)^2}{3\times I_1^2} = \frac{4\times\frac{9}{4}}{3} = 3$$

۱۷۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

کمترین توان لامپ وقتی است که بیشترین مقاومت در مدار باشد $\left(P = \frac{V^2}{R}\right)$. مقاومت‌های ممکن با توجه به اینکه کلیدها چگونه بسته باشند، برابر هستند با ۲۰۰ Ω و ۸۰۰ Ω و $R_{eq} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = 160\,\Omega$ که بین این ۳ مقاومت، وقتی فقط مقاومت ۸۰۰ Ω در مدار باشد، کمترین توان مصرف می‌شود:

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{200^2}{800} = \frac{40000}{800} = 50\,W$$

۱۷۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{P} = \frac{220^2}{200} = 242\,\Omega$$

$$V = RI \Rightarrow 121 = 242I \Rightarrow I = 0/5\,A$$

@MrKonkori

۱۷۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)

هر نیروسنج ۱ نیوتون بیشتر نشان داده، پس نیروی مغناطیسی وارد بر ذره ۲N به‌سمت پایین است و داریم:

$$F = ILB\sin\theta \Rightarrow ۲ = I \times ۰/۵ \times ۰/۰۱ \times ۱ \Rightarrow I = ۴۰۰\,A$$

طبق قاعدهٔ دست راست، جهت جریان باید از راست به چپ باشد.

۱۷۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)

$$B = \frac{\mu_۰ NI}{\ell} \Rightarrow \Delta B = \frac{\mu_۰ N \Delta I}{\ell} \Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{\mu_۰ N}{\ell}\frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow ۶۰\times۱۰^{-۴} = \frac{۱۲\times۱۰^{-۷}\times N}{۱۰^{-۲}} \times ۰/۵ \Rightarrow N = ۱۰۰$$

۱۷۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)

با توجه به رابطهٔ $I = ۲\times۱۰^{-۲}\sin ۲۴۰\pi t = I_m \sin ۲۴۰\pi t$، شار مغناطیسی عبوری از پیچهٔ مولد برابر است با:

$$\Phi = \Phi_m \cos ۲۴۰\pi t$$

مقدار Φ_m به‌ازای $|\cos ۲۴۰\pi t| = ۱$ به‌دست می‌آید، لذا:

$$۲۴۰\pi t = k\pi \Rightarrow t = \frac{k}{۲۴۰} \Rightarrow t = ۰, \frac{۱}{۲۴۰}s, \frac{۱}{۱۲۰}s, \frac{۱}{۸۰}s \text{ و } \ldots$$

۱۸۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطه: استدلال * فیزیک ۲ (فصل ۴)

در بازهٔ زمانی ۰ تا ۲s، شار عبوری از حلقه ثابت است؛ بنابراین جریانی در حلقه القا نمی‌شود، ولی در بازهٔ زمانی ۲s تا ۳s، به‌دلیل کاهش شار عبوری، طبق قانون لنز جریانی ساعت‌گرد در حلقه القا می‌شود.

۱۸۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

در بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۴$ سرعت متحرک منفی و در خلاف جهت محور x است، چون در نمودار در قسمت منفی سرعت واقع است. از طرفی در بازهٔ $t_۲$ تا $t_۳$ شیب خط مماس بر نمودار منفی بوده، یعنی شتاب در خلاف جهت محور x است. ازاین‌رو در بازهٔ $t_۲$ تا $t_۳$ هم سرعت و هم شتاب، هر دو منفی هستند.

۱۸۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

چون حرکت با شتاب ثابت است، معادلهٔ حرکت متحرک به‌صورت $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$ و یا $\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$ است.

رابطهٔ اخیر را برای بازهٔ زمانی ۲s تا ۵s به‌کار می‌گیریم. از طرفی در لحظهٔ $t = ۲s$ شیب خط مماس که همان سرعت متحرک است برابر با صفر خواهد بود و داریم:

$$۰-(-۱۸) = \frac{۱}{۲}a(۵-۲)^۲ + ۰\times(۵-۲) \Rightarrow a = ۴\frac{m}{s^۲}$$

اکنون برای بازهٔ زمانی صفر تا ۲s خواهیم داشت:

$$\begin{cases}\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \\ v = at + v_۰\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}-۱۸ - x_۰ = \frac{۱}{۲}\times۴\times۲^۲ + v_۰\times۲ \\ ۰ = ۴\times۲ + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۸\frac{m}{s}\end{cases} \Rightarrow -۱۸ - x_۰ = ۸ + (-۸)\times۲ \Rightarrow x_۰ = -۱۰\,m$$

۱۸۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

شتاب لحظه‌ای شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان است. در بازهٔ زمانی $t = ۴s$ تا $t = ۸s$ شیب نمودار ثابت مانده است؛ ازاین‌رو شتاب متوسط در این بازهٔ زمانی با شتاب هر لحظه در این بازه مساوی است.

$$a_{av} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۰-۴۰}{۸-۴} = -۱۰\frac{m}{s^۲}$$

$$a_{t=۶s} = a_{av} = -۱۰\frac{m}{s^۲}$$

۱۸۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$\left.\begin{aligned}AC = ۳L = v_۱ \times \Delta t \\ BC = L = v_۲ \times \Delta t\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{۳L}{L} = \frac{v_۱ \Delta t}{v_۲ \Delta t} \Rightarrow \frac{v_۱}{v_۲} = ۳$$

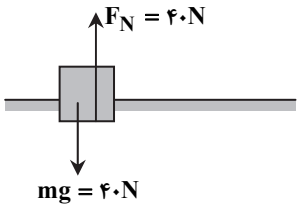
$$\left.\begin{aligned}CD = L = v_۱ \times ۲ \\ CD = L = v_۲ \times \Delta t'\end{aligned}\right\} \Rightarrow v_۲ \times \Delta t' = ۲v_۱ = ۶v_۲ \Rightarrow \Delta t' = ۶h$$

اختلاف زمانی رسیدن دو متحرک به نقطهٔ D: $\Delta t'' = ۶ - ۲ = ۴h$

@MrKonkori

۱۸۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

ابتدا بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی را محاسبه می‌کنیم تا معلوم شود که آیا جعبه روی سطح حرکت می‌کند یا نه:



$$f_{s,max} = \mu_s F_N = ۰/۸ \times ۴۰ = ۳۲N$$

نیروی شخص $(۳۰N)$ کمتر از بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی $(۳۲N)$ است؛ ازاین‌رو جعبه حرکت نمی‌کند و روی سطح ساکن می‌ماند. از طرفی چون شتاب جعبه صفر است، نیروی اصطکاک ایستایی برابر با همان نیروی شخص یعنی $۳۰N$ خواهد بود؛ به این ترتیب از طرف سطح بر جعبه دو نیروی $f_s = ۳۰N$ و $F_N = ۴۰N$ وارد می‌شود که برایند آن‌ها برابر $۵۰N$ است.

$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_s^۲} = \sqrt{۴۰^۲ + ۳۰^۲} = ۵۰N$$

۱۸۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$T = \frac{\Delta t}{N} = \frac{۶۰}{۳۰} = ۲s \qquad T = \frac{۲\pi r}{v} \Rightarrow ۲ = \frac{۲\pi r}{۴} \Rightarrow r = \frac{۴}{\pi}m$$

$$a_c = \frac{v^۲}{r} = \frac{۴\times۴}{\frac{۴}{\pi}} = ۴\pi\frac{m}{s^۲} = ۱۲\frac{m}{s^۲}$$

$$F_{net} = ma = ۰/۵ \times ۱۲ = ۶N$$

۱۸۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

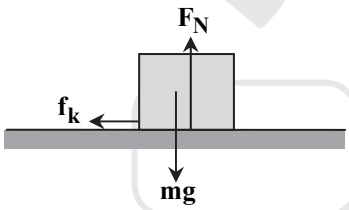
اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ در حالت اول: $F = kx = ۵۰۰ \times \frac{۱}{۱۰} = ۵۰N$

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{حالت اول: } F_۱ - f_k = ma_۱ \\ \text{حالت دوم: } F_۲ - f_k = ma_۲\end{array}\right\} \Rightarrow F_۲ - F_۱ = m(a_۲ - a_۱) \Rightarrow ۶۰ - ۵۰ = ۱۰(a_۲ - ۲) \Rightarrow ۱۰ = ۱۰(a_۲ - ۲) \Rightarrow a_۲ = ۳\frac{m}{s^۲}$$

دقت کنید که مقدار f_k با تغییر F عوض نمی‌شود.

۱۸۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)



$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg$$

اندازهٔ شتاب در مدت حرکت کندشونده: $F_{net} = ma \Rightarrow \mu_k mg = ma \Rightarrow a = \mu_k g$

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - v_۱^۲ = ۲(-g\mu_k)\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v_۱^۲}{۲\mu_k g}$$

همان‌طور که دیده می‌شود، شتاب و مسافت توقف به جرم جسم بستگی ندارد و هر دو جعبه با فرض داشتن تندی اولیهٔ یکسان، بعد از طی مسافت مساوی متوقف می‌شوند.

۱۸۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

در حالتی که آسانسور حرکت یکنواخت دارد، نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند؛ یعنی: $F_N = mg = ۱۰۰N$

وقتی حرکت تندشونده باشد، جهت شتاب هم‌جهت با حرکت و وقتی حرکت کندشونده باشد، جهت شتاب مخالف جهت حرکت است؛ بنابراین در گزینهٔ ۲ جهت شتاب و نیروی خالص روبه‌پایین است؛ در نتیجه $F_N < mg$ و در گزینهٔ ۳ برعکس یعنی: $F_N > mg$

گزینهٔ ۲: $mg - F_N = ma \Rightarrow ۱۰۰ - F_N = ۱۰ \times ۲ \Rightarrow F_N = ۸۰N$

گزینهٔ ۳: $F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - ۱۰۰ = ۱۰ \times ۲ \Rightarrow F_N = ۱۲۰N$

۱۹۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$F_{net} = \cancel{m}\frac{v^۲}{r} = \frac{GM_e\cancel{m}}{r^۲} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} = \sqrt{\frac{GM_e}{(R_e + h)}} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{R_e + \frac{۱}{۳}R_e}{R_e + \frac{۱}{۶}R_e}} = \sqrt{\frac{۶\times۴}{۳\times۷}} = \sqrt{\frac{۸}{۷}}$$

$$\frac{K_B}{K_A} = \frac{m_B}{m_A}\cdot(\frac{v_B}{v_A})^۲ = \frac{۱}{۲}\times\frac{۸}{۷} = \frac{۴}{۷}$$

۱۹۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۳)

$$\beta_۲ - \beta_۱ = ۱۰\log\frac{I_۲}{I_۰} - ۱۰\log\frac{I_۱}{I_۰} = ۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱} \Rightarrow ۹۴ - ۸۸ = ۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}$$

$$\Rightarrow \log\frac{I_۲}{I_۱} = ۰/۶ = ۲\times۰/۳ = ۲\log۲ = \log۴ \Rightarrow \frac{I_۲}{I_۱} = ۴ \Rightarrow (\frac{r_۱}{r_۲})^۲ = ۴ \Rightarrow \frac{r_۱}{r_۲} = ۲ \Rightarrow \frac{r_۲}{r_۱} = \frac{۱}{۲}$$

@MrKonkori

۱۹۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

$$\frac{۳T}{۴}=۱/۵ \Rightarrow T=۲s$$

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{۲}=\pi\frac{rad}{s} \Rightarrow x=ACos(\omega t)=۰/۴Cos(\pi t)$$

$$F=-kx=-۱۰۰(۰/۴Cos(\pi t))=-۴۰Cos(\pi t)$$

$$t=\frac{۱}{۳}s \Rightarrow F=-۴۰Cos(\pi\times\frac{۱}{۳})=-۲۰N$$

۱۹۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

- پرتوهای فرابنفش دارای بسامدهای بیشتر از مرئی و کمتر از پرتوهای ایکس و گاما هستند. البته در برخی طول‌موج‌ها با پرتوهای ایکس مشترک هستند. (جملهٔ (الف) نادرست است.)
- طول موج پرتوهای فرابنفش بیشتر از پرتوهای گاما است. (جملهٔ (ب) درست است.)
- در طیف هیدروژن اتمی طول‌موج‌های فرابنفش وجود دارند. (رشتهٔ لیمان و بخشی از رشتهٔ بالمر) (جملهٔ (ج) نادرست است.)

۱۹۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

دورهٔ تناوب آونگ ساده به جرم وزنه بستگی ندارد.

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱}=\sqrt{\frac{L_۲}{L_۱}}$$

تعداد نوسان‌ها در یک مدت معیّن با دوره نسبت عکس دارد. $(N=\frac{\Delta t}{T})$

$$\frac{N_۲}{N_۱}=\frac{T_۱}{T_۲}=\sqrt{\frac{L_۱}{L_۲}} \Rightarrow \frac{۱۰}{۲۰}=\sqrt{\frac{L_۱}{L_۱+۶۰}} \Rightarrow \frac{۱}{۴}=\frac{L_۱}{L_۱+۶۰} \Rightarrow ۴L_۱=L_۱+۶۰ \Rightarrow ۳L_۱=۶۰ \Rightarrow L_۱=۲۰cm$$

۱۹۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

در بخش ضخیم، چگالی خطی جرم طناب بیشتر است و با توجه به رابطهٔ $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ و یکسان بودن نیروی کشش، تندی کاهش می‌یابد. از طرفی بسامد وابسته به چشمهٔ موج است و ثابت می‌ماند؛ بنابراین با توجه به رابطهٔ $\lambda=\frac{v}{f}$، با کاهش تندی و ثابت ماندن بسامد، طول موج در بخش ضخیم کمتر خواهد بود.

۱۹۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

در تار دو سر بسته، n شکم و $(n+۱)$ گره در طول تار تشکیل می‌شود. n شمارهٔ هماهنگ تار است.

$$f_n=\frac{nv}{۲L} \Rightarrow f_{۴A}=f_{۲B} \Rightarrow \frac{۴v_A}{۲L_A}=\frac{۲v_B}{۲L_B} \xrightarrow{L_A=۳L_B} \frac{۲}{۳}v_A=v_B \Rightarrow \frac{v_A}{v_B}=\frac{۳}{۲}$$

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{F_A}{F_B}.\frac{\mu_B}{\mu_A}} \Rightarrow \frac{۳}{۲}=\sqrt{\frac{F_A}{F_B}\times۱} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B}=\frac{۹}{۴}$$

۱۹۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

$$K_{max}=hf-W_۰=\frac{hc}{\lambda}-W_۰ \Rightarrow ۱/۵=\frac{۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{۰/۲\times۱۰^{-۶}}-W_۰ \Rightarrow ۱/۵=۶-W_۰$$

$$\Rightarrow W_۰=۴/۵eV=۴/۵\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}J=۷/۲\times۱۰^{-۱۹}J$$

۱۹۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

$$\left.\begin{array}{l}\frac{hc}{\lambda_۱}=E_۴-E_۲\\ \frac{hc}{\lambda_۲}=E_۴-E_۳\\ E_n=\frac{-E_R}{n^۲}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{E_۴-E_۲}{E_۴-E_۳}=\frac{(-\frac{۱}{۱۶})-(-\frac{۱}{۴})}{(\frac{-۱}{۱۶})-(-\frac{۱}{۹})}=\frac{\frac{۳}{۱۶}}{\frac{۷}{۱۶\times۹}}=\frac{۲۷}{۷}$$

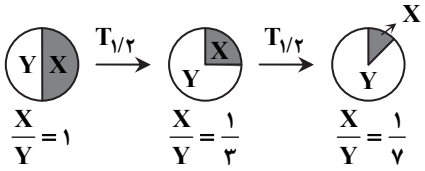
۱۹۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

$$_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{۲}^{۴}\alpha + ۲({}_{-۱}^{۰}\beta) + {}_{Z'}^{A'}Y$$

$$A = ۴ + ۰ + A' \Rightarrow A' = A - ۴$$

$$Z = ۲ + (۲\times -۱) + Z' \Rightarrow Z' = Z$$

۲۰۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)



با توجه به شکل‌های بالا، پس از گذشت ۲ نیمه‌عمر نسبت $\frac{X}{Y}$ برابر $\frac{۱}{۷}$ می‌شود.

$$\Delta t = ۲T_{۱/۲} = ۲\times ۳۰ \text{ روز} = ۶۰ \text{ روز}$$

شیمی

۲۰۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) برخی ایزوتوپ‌های ساختگی، پرتوزا هستند و در آن‌ها، نسبت تعداد نوترون به پروتون کمتر از ۱/۵ است.

پ) $_{۲}He$، دو الکترون در لایهٔ ظرفیت دارد، اما آرایش الکترون- نقطه‌ای آن به‌صورت $\ddot{He}$ است.

۲۰۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۱ (فصل ۱)

آرایش الکترونی فشردهٔ عنصرهای «Y» و «Z» و آرایش الکترون- نقطه‌ای عنصرهای «X» و «Z» نادرست است.

شکل درست آن‌ها به‌صورت زیر است:

$$_{۱۳}Y : [Ne]۳s^{۲}۳p^{۱} \quad , \quad _{۲۰}Z : [Ar]۴s^{۲}$$

$$_{۴}X : \dot{X}\cdot \quad , \quad _{۲۰}Z : \dot{Z}\cdot$$

۲۰۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱) * شیمی ۲ (فصل ۱)

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

وقتی آرایش الکترونی آنیونی با دو بار منفی به $۴p^{۶}$ ختم می‌شود، یعنی آرایش الکترونی اتم عنصر موردنظر به $۴p^{۴}$ ختم شده، دارای ۶ الکترون ظرفیتی و متعلق به گروه ۱۶ و دورهٔ ۴ جدول (یعنی عدد اتمی ۳۴) است. عدد اتمی نخستین فلز واسطه برابر با ۲۱ است: $۳۴ - ۲۱ = ۱۳$

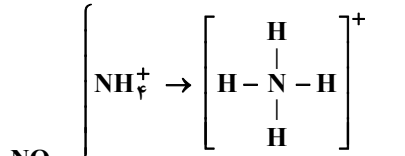
بررسی عبارت‌های نادرست:

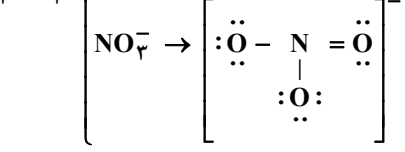
الف) عنصر X به دستهٔ p جدول دوره‌ای تعلق دارد.

پ) در آرایش الکترونی اتم عنصر X، شمار الکترون‌هایی که عدد کوانتومی فرعی آن‌ها یک است (الکترون‌های موجود در زیرلایهٔ p) برابر با ۱۶ می‌باشد.

۲۰۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل‌های ۲ و ۳)

$NH_۴NO_۳$: آمونیوم نیترات

$NH_۴^+ \rightarrow$  ۴ پیوند

$NO_۳^- \rightarrow$  ۴ پیوند

$\Rightarrow \frac{۸}{۴} = ۲$

HCN : هیدروژن سیانید $H - C \equiv N:$ ۴ پیوند

۲۰۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

از مس یون‌های پایدار +۱ و +۲ شناخته شده است؛ بنابراین مس (X) نیترید؛ $Cu_۳N$ یا $Cu_۳N_۲$ است. از کروم نیز دو یون پایدار +۲ و +۳ شناخته شده است؛ در نتیجه کروم (Y) سولفید؛ CrS یا $Cr_۲S_۳$ است. با توجه به شرط سؤال، X برابر ۲ و Y برابر ۳ است.

$$Ni^{۲+}P^{۳-} \Rightarrow Ni_۳P_۲$$

@MrKonkori

۲۰۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * شیمی ۱ (فصل ۲)

با توجه به معادلهٔ واکنش، از واکنش دادن ۵ مول مخلوط گازی (دارای ۴ مول هیدروژن و ۱ مول کربن دی‌سولفید) به‌طور کامل، ۱ مول متان تولید می‌شود؛ بنابراین:

$$\text{مقدار مول متان تولیدشده} = ۷۸/۴\,\text{L}\ \text{مخلوط‌گازی} \times \frac{۱\,\text{mol}\ \text{مخلوط‌گازی}}{۲۲/۴\,\text{L}\ \text{مخلوط‌گازی}} \times \frac{۱\,\text{mol}\ CH_۴}{۵\,\text{mol}\ \text{مخلوط‌گازی}} = ۰/۷\,\text{mol}\ CH_۴$$

دمای ۵۴۶ کلوین، ۲ برابر دمای شرایط STP و فشار ۴ اتمسفر، ۴ برابر فشار شرایط STP است؛ بنابراین هر مول گاز متان در این شرایط، نصف حجم شرایط STP را اشغال می‌کند؛ بنابراین:

$$\text{حجم گاز متان} = ۰/۷\,\text{mol}\ CH_۴ \times \frac{۱۱/۲\,\text{L}\ CH_۴}{۱\,\text{mol}\ CH_۴} = ۷/۸۴\,\text{L}$$

۲۰۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۱ (فصل ۳)

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

ب) با توجه به محلول بودن سدیم کلرید در آب، این عبارت درست است.

ت) یون «A»، همان Na^+ می‌باشد که آرایش الکترونی آن، با گاز نجیب نئون مشابه است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

الف) محلول حاصل، دارای $Na^+(aq)$ و $Cl^-(aq)$ است.

پ) انحلال اتانول در آب، یک انحلال مولکولی است.

۲۰۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۱ (فصل ۳)

درصد جرمی سدیم کلرید در محلول ۰/۹ است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$۵۰۰\,\text{mL}\ \text{محلول} \times \frac{۱\,\text{g}\ \text{محلول}}{۱\,\text{mL}\ \text{محلول}} \times \frac{۰/۹\,\text{g NaCl}}{۱۰۰\,\text{g}\ \text{محلول}} \times \frac{۱\,\text{mol NaCl}}{۵۸/۵\,\text{g NaCl}} = \frac{۴/۵}{۵۸/۵} = \frac{۱}{۱۳} \simeq ۰/۰۷۷\,\text{mol NaCl}$$

۲۰۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

برای محاسبهٔ انحلال‌پذیری، به جرم حل‌شونده و جرم حلال در محلول سیرشده نیاز است:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{x}{۲۶۴+۲۳۶} \times ۱۰۰ = ۱۲/۸ \Rightarrow x = ۶۴\,\text{g} \Rightarrow \text{جرم آب در محلول سیرشده} = ۲۶۴ - ۶۴ = ۲۰۰\,\text{g}$$

$$\text{انحلال‌پذیری} = ۱۰۰\,\text{g}\ H_۲O \times \frac{۶۴\,\text{g}\ KNO_۳}{۲۰۰\,\text{g}\ H_۲O} = ۳۲\,\text{g}\ KNO_۳$$

۲۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

مولکول‌های کربن دی‌اکسید در مقایسه با مولکول‌های نیتروژن مونوکسید ناقطبی هستند، ولی به‌دلیل انجام واکنش شیمیایی هنگام انحلال در آب (انحلال شیمیایی)، انحلال‌پذیری بیشتری دارند.

۲۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

نخستین شبه‌فلز گروه ۱۴، سیلیسیم ($_{۱۴}Si$) است که در دورهٔ سوم قرار دارد.

با توجه به اینکه در یک دوره از چپ به راست شعاع اتمی کاهش می‌یابد، شعاع اتمی سیلیسیم از شعاع اتمی فلزهای دورهٔ سوم ($_{۱۱}Na$ ، $_{۱۲}Mg$ و $_{۱۳}Al$) کوچک‌تر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هالوژن هم‌دورهٔ سیلیسیم، کلر است که در دمای اتاق به‌آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

۳) در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ سیلیسیم، دو الکترون وجود دارد: $_{۱۴}Si : [_{۱۰}Ne]\,۳s^۲ ۳p^۲$

۴) سیلیسیم، رسانایی گرمایی بالایی دارد.

۲۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱)

اگر جرم مولی B، ۰/۵۶ جرم مولی A باشد، بر اساس قانون پایستگی جرم، جرم مولی C، ۰/۴۴ جرم مولی A خواهد بود.

$$\text{مقدار اولیهٔ A ناخالص} = ۱۰۰\,\text{g}$$

کاهش جرم مواد جامد برابر با جرم گاز تولید شده است.

$$A(s) \rightarrow B(s) + C(g)$$

$$۱۰۰\,\text{g A}\ \text{ناخالص} \times \frac{۸۰\,\text{g A}\ \text{خالص}}{۱۰۰\,\text{g A}\ \text{ناخالص}} \times \frac{۱\,\text{mol A}}{M\,\text{g A}} \times \frac{۱\,\text{mol C}}{۱\,\text{mol A}} \times \frac{۰/۴۴M\,\text{g C}}{۱\,\text{mol C}} = ۳۵/۲\,\text{g C}$$

روش دوم:

$$\frac{۱۰۰}{A} \times \frac{۸۰}{۱۰۰} = \frac{x}{۰/۴۴A} \Rightarrow x = ۳۵/۲$$

$$\text{درصد کاهش جرم مواد جامد} = \frac{۳۵/۲}{۱۰۰} \times ۱۰۰ = ٪۳۵/۲$$

@MrKonkori

۲۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

۳، ۴- دی‌اتیل هگزان $(C_{10}H_{22})$؛ ۳- اتیل- ۲- متیل هپتان $(C_{10}H_{22})$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) دی‌متیل پروپان (C_5H_{12})، سیکلو هگزان (C_6H_{12})

۳) نفتالن $(C_{10}H_8)$، ۲، ۴- دی‌متیل هگزان (C_8H_{18})

۴) ۲- هگزن (C_6H_{12})، اتیل پنتان (C_7H_{16})

۲۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۲)

$$\text{ظرفیت گرمایی} = \text{جرم} \times \text{گرمای ویژه} \Rightarrow 10/5 \times 2/4 = \text{جرم آب} \times 4/2 \Rightarrow \text{جرم آب} = \frac{10/5 \times 2/4}{4/2} = 6g$$

۲۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

فرمول مولکولی: $C_{15}H_{20}O$

$$\text{تعداد پیوندها} = \frac{(15\times4)+(20\times1)+2}{2} = 41$$

۲۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۲)

تنها مورد «ب»، جمله را به‌درستی کامل می‌کند.

$$-\frac{\Delta[Ca(OH)_2]}{\Delta t} = 2\bar{R}(\text{واکنش}) \;,\; -\frac{\Delta[H_3PO_4]}{\Delta t} = 2\bar{R}(\text{واکنش})$$

$$\Rightarrow -\frac{\Delta[Ca(OH)_2]}{\Delta t} + \frac{\Delta[H_3PO_4]}{\Delta t} = \bar{R}(\text{واکنش})$$

بررسی موارد نادرست:

الف) KNO_3 جامد است و غلظت مولی آن تغییر نمی‌کند.

پ) $\frac{\bar{R}(H_2O)}{2} = \frac{\bar{R}(HF)}{4} \Rightarrow 4\bar{R}(H_2O) = 2\bar{R}(HF)$

۲۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۲)

اگر جرم گاز تولیدشده پس از ۱ دقیقه را از جرم اولیهٔ پتاسیم کلرات کم کنیم، جرم مواد جامد موجود در ظرف به‌دست می‌آید:

$$g\ O_2 = 1min \times \frac{60s}{1min} \times \frac{0/05 mol\ KClO_3}{1s} \times \frac{3 mol\ O_2}{2 mol\ KClO_3} \times \frac{32g\ O_2}{1 mol\ O_2} = 144g\ O_2$$

$$\text{جرم مواد جامد در ظرف} = 490 - 144 = 346g$$

۲۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

واکنش اول را در عدد $\frac{1}{4}$ ضرب می‌کنیم. واکنش دوم را معکوس و در عدد $\frac{3}{4}$ ضرب می‌کنیم. واکنش سوم را نیز معکوس و در عدد $\frac{1}{4}$ ضرب می‌کنیم و در نهایت واکنش آخر را در عدد $\frac{9}{4}$ ضرب می‌کنیم:

$$\frac{1}{2}NH_3(g) + \frac{3}{4}N_2O(g) \rightarrow N_2(g) + \frac{3}{4}H_2O(l) \qquad \Delta H = -252/5kJ$$

$$\frac{3}{4}N_2H_4(l) + \frac{3}{4}H_2O(l) \rightarrow \frac{9}{4}H_2(g) + \frac{3}{4}N_2O(g) \qquad \Delta H = +237/75kJ$$

$$\frac{1}{4}N_2H_4(l) + \frac{1}{4}H_2O(l) \rightarrow \frac{1}{8}O_2(g) + \frac{1}{2}NH_3(g) \qquad \Delta H = +35/75kJ$$

$$\frac{9}{4}H_2(g) + \frac{9}{8}O_2(g) \rightarrow \frac{9}{4}H_2O(l) \qquad \Delta H = -643/5kJ$$

$$N_2H_4(l) + O_2(g) \rightarrow N_2(g) + 2H_2O(l) \qquad \Delta H = -622/5kJ$$

۲۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: دانش * شیمی ۲ (فصل ۳)

ساختار a مربوط به پلی‌اتن سبک و ساختار b مربوط به پلی‌اتن سنگین است.

نیروهای جاذبه در هر دو پلیمر، از نوع وان‌درووالسی است و این نیروها در پلیمر b قوی‌تر است.

@MrKonkori

۲۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳) * شیمی ۳ (فصل ۴)

الکل و اسید سازندهٔ اتیل استات به‌ترتیب اتانول (C_2H_6O) و استیک اسید $(C_2H_4O_2)$ هستند.

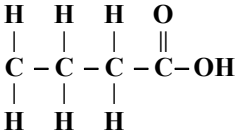
جرم ۲ مول H − جرم ۱ مول O = جرم‌مولی C_2H_6O − جرم‌مولی $C_2H_4O_2$

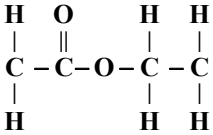
جرم ۲ مول H + جرم ۱ مول O = جرم‌مولی H_2O

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) از اتیل استات به‌عنوان حلال چسب و از اتیل بوتانوات برای تولید شوینده با بوی آناناس استفاده می‌شود.

۲) اسید سازندهٔ اتیل بوتانوات، بوتانوئیک اسید است که فرمول مولکولی آن مانند اتیل استات به‌صورت $C_4H_8O_2$ است.

بوتانوئیک‌اسید:


اتیل‌استات:


۴) در ساختار اتیل بوتانوات (نوعی استر) دو اتم اکسیژن و در نتیجه ۴ جفت الکترون ناپیوندی و یا ۸ الکترون ناپیوندی وجود دارد.

۲۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

با توجه به اینکه شمار اتم‌های کربن در واکنش‌دهنده و فراوردهٔ نهایی باید یکسان باشد، می‌توانیم بین نشاسته و گلوکز تناسب برقرار کنیم:

$$(C_6H_{10}O_5)_n \sim nC_6H_{12}O_6 \Rightarrow \frac{۲۴۳\times\frac{۷۵}{۱۰۰}}{۱۶۲n}=\frac{x}{۱۸۰n} \Rightarrow x=۲۰۲/۵g$$

۲۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) فرمول شیمیایی عمومی صابون‌های جامد و پاک‌کننده‌های غیرصابونی به‌ترتیب، RCO_2Na و $RC_6H_4SO_3Na$ است.

پ) کلوئیدها مانند سوسپانسیون‌ها مخلوط‌هایی ناهمگن، ولی مانند محلول‌ها، مخلوط‌هایی پایدار هستند.

۲۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

پ) با افزودن اسید به آب، اگرچه غلظت یون H^+ افزایش و غلظت یون OH^- کاهش می‌یابد، ولی به‌دلیل افزایش غلظت یون‌های موجود در محلول، رسانایی الکتریکی افزایش می‌یابد. (در ضمن با افزودن اسید HA به آب، یون‌های A^- نیز به محلول اضافه می‌شوند.)

ت) افزودن آهک (CaO) به آب، باعث افزایش یافتن غلظت یون‌های هیدروکسید و افزایش pH محلول می‌شود.

۲۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

$$\frac{\alpha_A}{\alpha_B}=\frac{(\frac{[H^+]}{M})_A}{(\frac{[H^+]}{M})_B}=\frac{[H^+]_A}{۲\times[H^+]_B}=\frac{۱۰^{-pH_A}}{۲\times۱۰^{-pH_B}}=\frac{۱۰^{-pH_B-۰/۶}}{۲\times۱۰^{-pH_B}}=\frac{۱۰^{-pH_B}\times۱۰^{-۰/۶}}{۲\times۱۰^{-pH_B}}=\frac{۱}{۲\times(۱۰^{۰/۳})^۲}=\frac{۱}{۸}=۰/۱۲۵$$

۲۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

برای حل این سوال به دو واکنش باید دقت شود؛ واکنش فلز سدیم با اسید و واکنش فلز سدیم با آب:

$$۲Na(s)+۲HCl(aq) \rightarrow ۲NaCl(aq)+H_2(g)$$

$$۲Na(s)+۲H_2O(l) \rightarrow ۲NaOH(aq)+H_2(g)$$

مقدار سدیم اضافه‌شده به محلول، ۰/۰۰۱ مول $(\frac{۰/۰۲۳}{۲۳}=۰/۰۰۱mol\ Na)$ است. در محلول اولیه ۰/۰۰۰۵ مول HCl وجود دارد $(pH=۳/۳ \Rightarrow [H^+]=M=۱۰^{-۳/۳}=۰/۰۰۰۵mol\cdot L^{-1})$؛ بنابراین، ۰/۰۰۰۵ مول از فلز سدیم در واکنش اول شرکت کرده و ۰/۰۰۰۵ مول سدیم کلرید تولید می‌شود.

۰/۰۰۰۵ مول دیگر فلز سدیم در واکنش دوم شرکت کرده و ۰/۰۰۰۵ مول سدیم هیدروکسید در محلول ایجاد می‌کند:

$$[OH^-]=۰/۰۰۰۵mol\cdot L^{-1} \Rightarrow [H^+]=\frac{۱۰^{-۱۴}}{۰/۰۰۰۵}=۲\times۱۰^{-۱۱} \Rightarrow pH=۱۰/۷$$

۲۲۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

در سلول گالوانی روی- نقره، الکترود روی، آند است و در سطح آن اکسایش رخ می‌دهد و الکترود نقره، کاتد است و در سطح آن نیم‌واکنش کاهش رخ می‌دهد و واکنش کلی به‌صورت روبه‌رو است: $Zn+۲Ag^+ \rightarrow Zn^{۲+}+۲Ag$

ضریب استوکیومتری یون‌های نقره، دو برابر ضریب استوکیومتری یون‌های روی است؛ بنابراین غلظت یون‌های نقره با شیب بیشتری باید تغییر کند.

@MrKonkori

۲۲۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

با توجه به ساختار داده‌شده می‌توان دریافت که فرمول مولکولی استامینوفن $C_8H_9NO_2$ است؛ بنابراین:

$$8C + 9(+1) + (-3) + 2(-2) = 0 \Rightarrow 8C = -2$$

۲۲۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

$$6/02\times10^{22}e^- \times \frac{1mol\ e^-}{6/02\times10^{23}e^-} = 0/1mol\ e^-$$

افزایش جرم قاشق‌ها به‌دلیل نیم‌واکنش‌های کاهشی زیر است:

$$\text{در آبکاری با نقره}: Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s) \Rightarrow 0/1mol\ e^- \times \frac{108g\ Ag}{1mol\ e^-} = 10/8g\ Ag$$

$$\text{در آبکاری با مس}: Cu^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Cu(s) \Rightarrow 0/1mol\ e^- \times \frac{64g\ Cu}{2mol\ e^-} = 3/2g\ Cu$$

$$\Rightarrow 10/8 - 3/2 = 7/6$$

۲۲۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

فقط مورد «پ» درست است.

بررسی مقایسه‌های نادرست:

الف) چگالی: الماس > گرافیت؛ گرافیت ساختار لایه‌ای دارد و فاصلهٔ اتم‌های کربن در دو لایه، بسیار بیشتر از فاصلهٔ اتم‌های کربنی است که با هم پیوند کووالانسی دارند.

ب) سختی الماس از سیلیسیم کربید (SiC) بیشتر است.

ت) آنتالپی پیوند: $Si-O > Si-Si$

۲۳۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

در بین کاتیون‌های دورهٔ سوم، بیشترین چگالی بار مربوط به یون Al^{3+} است و در بین آنیون‌ها، چگالی بار O^{2-} بیشتر از F^- است؛ بنابراین بین ترکیبات یونی داده‌شده، Al_2O_3 بیشترین آنتالپی فروپاشی را دارد و در بین کاتیون‌ها، Na^+ بیشترین شعاع یونی را دارد که اختلاف آن با شعاع Cl^- از همه کمتر است.

$$\text{شعاع یونی}: Cl^- > Na^+ > Mg^{2+} > Al^{3+}$$

۲۳۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۳)

عبارت‌های «الف»، «ب» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت نادرست:

ب) داشتن جلا، رسانایی الکتریکی و شکل‌پذیری جزء خواص فیزیکی فلزها است، ولی تنوع عدد اکسایش، رفتار شیمیایی فلز محسوب می‌شود.

۲۳۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)

ابتدا باید ΔH واکنش یعنی گرمای مبادله‌شده به‌ازای ۲ مول CO را محاسبه کنیم:

$$\text{مصرف‌شده در مبدل به‌ازای } 100km\ CO = (5/99 - 0/67)\times100 = 532g$$

$$2mol\ CO \times \frac{28g\ CO}{1mol\ CO} \times \frac{5377kJ}{532g\ CO} = 566kJ$$

$$E_a = 900 - 566 = 334kJ$$

با توجه به نمودار خواهیم داشت:

۲۳۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

	$2SO_3(g)$	$\rightleftharpoons$	$2SO_2(g)$	+	$O_2(g)$
تعداد مول تعادلی	$0/3-2x$		$0/3+2x$		$x=0/1$

$$K = \frac{(\frac{0/5}{2})^2 \times \frac{0/1}{2}}{(\frac{0/1}{2})^2} = 1/25$$

۲۳۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

از آنجایی که ثابت تعادل جدید، متفاوت و کمتر از ثابت تعادل پیش از اعمال تغییر است، می‌توان نتیجه گرفت که تغییر دما سامانه را از تعادل خارج کرده است. تعادل موردنظر گرماگیر است و با کاهش دمای سامانه، مقدار ثابت تعادل آن کاهش می‌یابد.

۲۳۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۴)

از اکسایش گاز اتن (C_2H_4) در حضور محلول رقیق پتاسیم پرمنگنات، اتیلن گلیکول ($HOCH_2CH_2OH$) تولید می‌شود. طی این فرایند عدد اکسایش هر اتم کربن از ۲- به ۱- تغییر می‌کند؛ یعنی یک واحد افزایش می‌یابد.

@MrKonkori