دفترچه اختصاصی

علوم
ریاضی
و فنی

دوازدهم ریاضی

نام:

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

محل امضاء:

دفترچهٔ شماره ۲
صبح جمعه
۱۴۰۰/۰۳/۲۹

آزمون جامع سوم (هدیه)
(۲۹ خرداد ۱۴۰۰)

آزمــون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

تعداد سؤال: ۱۳۵ **مدت پاسخگویی: ۱۷۵ دقیقه**

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شمارهٔ سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۵۵	۱۰۱	۱۵۵	۸۵ دقیقه
۲	فیزیک	۴۵	۱۵۶	۲۰۰	۵۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۵	۲۰۱	۲۳۵	۳۵ دقیقه

تعداد سؤال‌ها و زمان پاسخ‌گویی به سؤال‌ها دقیقاً مشابه کنکور سراسری سال قبل (۹۹) در نظر گرفته شده است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

دفترچه سؤال

آزمون ۲۹ خرداد ماه ۱۴۰۰

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی ـ عادل حسینی ـ افشین خاصّه‌خان ـ فرامرز سپهری ـ علی سلامت ـ حمید علیزاده ـ جهانبخش نیکنام وحید ون‌آبادی
	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب ـ سامان اسپهرم ـ علی ایمانی ـ جواد حاتمی ـ سیدمحمدرضا حسینی‌فرد ـ افشین خاصّه‌خان ـ فرزانه خاکپاش محمد خندان ـ ندا صالح پور ـ مجید علایی‌نسب ـ احمدرضا فلاح ـ سرژ یقیازاریان‌تبریزی
	فیزیک	بابک اسلامی ـ محمد اکبری ـ عظیم آقچه لی ـ بهمن قمری ـ افشین کردکتولی ـ مصطفی کیانی ـ جلیل گلی ـ غلامرضا محبی سید علی میرنوری
	شیمی	مجتبی اسدزاده ـ امیرحسین بختیاری ـ علی بیدختی ـ محمدرضا پورجاوید ـ احمدرضا جشانی‌پور ـ کامران جعفری امیر حاتمیان ـ مرتضی خوش‌کیش ـ حمید ذبحی ـ حسن رحمتی کوکنده ـ فاطمه رحیمی ـ مرتضی رضائی‌زاده ـ سیدرضا رضوی رضا سلیمانی ـ جواد سوری لکی ـ رسول عابدینی‌زواره ـ مجتبی عبادی ـ محمد عظیمیان‌زواره ـ محمدحسن محمدزاده مقدم هادی مهدی‌زاده ـ حسین ناصری‌ثانی ـ محمد نکو ـ سیدرحیم هاشمی‌دهکردی ـ شهرام همایون‌فر

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	هندسه و آمار و احتمال	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	سیدعلی میرنوری	ایمان حسین‌نژاد
گروه ویراستاری	علی مرشد علی ارجمند	مجتبی تشیعی عادل حسینی فرزانه خاکپاش	مجتبی تشیعی عادل حسینی فرزانه خاکپاش	سید سروش کریمی‌مداحی زهره آقامحمدی حمید زرین‌کفش	علی یاراحمدی سیدعلی موسوی مهلا تابش‌نیا محمدرضا یوسفی
	ویراستار استاد: مهدی ملارمضانی			ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	محمدحسن محمدزاده‌مقدم
باربینی نهایی	---	---	---	---	محمد قره‌قلی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی‌مقدم	مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف‌نگار	عصمت رمضانی – نوشین اشرفی	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ریاضیات

تکنیک زمان نقصانی
پایان ریاضیات
10:15
وقت پیشنهادی: ۸۵ دقیقه

۱۰۱- مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $|x-a|<\frac{۱}{۲}$ زیرمجموعه‌ای از مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ $|x|>۲|x-۱|$ است.

مجموعهٔ مقادیر ممکن برای a کدام است؟

۱) $[-\frac{۱}{۲},-\frac{۱}{۶}]$ ۲) $[-\frac{۱}{۲},-\frac{۱}{۳}]$ ۳) $[-\frac{۱}{۳},\frac{۱}{۶}]$ ۴) $\varnothing$

۱۰۲- اگر $x_۱$ و $x_۲$ جواب‌های معادلهٔ $x^۲+bx+۲=۰$ باشند، مقدار b کدام باشد تا حاصل‌ضرب جواب‌ها واسطهٔ حسابی مقادیر $\frac{۱}{x_۱^۲}$ و $\frac{۱}{x_۲^۲}$ باشد؟

۱) $\pm۴\sqrt{۵}$ ۲) $\pm۲\sqrt{۵}$ ۳) $\pm۲\sqrt{۳}$ ۴) $\pm۴\sqrt{۳}$

۱۰۳- دو کارگر A و B با هم کاری را در ۶۰ روز انجام می‌دهند. کارگر A همان کار را به تنهایی، ۵۰ روز بیش‌تر از کارگر B تمام می‌کند. اگر پس از ۱۰ روز کار کردن مشترک، کارگر A کار را ترک کند، کارگر B باقی‌ماندهٔ کار را در چند روز انجام می‌دهد؟

۱) ۸۰ ۲) ۸۱ ۳) $\frac{۲۵۰}{۳}$ ۴) $\frac{۵۰۰}{۷}$

۱۰۴- اگر فاصلهٔ نقطهٔ $A(۱,-۲)$ از خط $۶x-۸y=k$ برابر ۳ باشد، مجموع مقادیر k کدام است؟

۱) ۴۰ ۲) ۴ ۳) ۴۴ ۴) ۴۶

۱۰۵- اگر $f=\{(۱,۲),(۲,۲),(۳,-۱),(۴,۶)\}$ و $g=\{(۲,۴),(۱,۳),(۴,۲),(۳,۶)\}$ باشد، مجموع اعضای برد تابع $\frac{g}{f+g^{-۱}}$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۷}{۶}$ ۳) $\frac{۷}{۱۲}$ ۴) $\frac{۱۱}{۱۲}$

۱۰۶- تابع f هر عدد حقیقی را که به‌عنوان ورودی می‌پذیرد، آن را از ۶ کم می‌کند و سپس جذر حاصل را به‌عنوان خروجی تحویل می‌دهد. تابع g نیز هر عدد حقیقی را که به‌عنوان ورودی قبول می‌کند، آن را با دو برابر مربعش جمع کرده و حاصل را به‌عنوان خروجی تحویل می‌دهد. تابع fog کدام مجموعه از اعداد زیر را می‌تواند به‌عنوان ورودی قبول کند؟

۱) $[-۱,\frac{۵}{۲}]$ ۲) $(-\infty,-۱]\cup[\frac{۳}{۲},+\infty)$

۳) $(-\infty,-۲]\cup[\frac{۳}{۲},+\infty)$ ۴) $[-۲,\frac{۳}{۲}]$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۷- در یک دستگاه تصفیهٔ آب، داخل فیلتر، لایه‌ای تمیزکننده قرار دارد که حدود ۶۰ درصد از ناخالصی‌ها را حذف می‌کند. با قرار دادن حداقل چند لایه در فیلتر می‌توان حداقل ۹۸ درصد ناخالصی آب را از بین برد؟ $(\log ۵ \simeq ۰/۷)$

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۱۰۸- اگر $x=a$ جواب معادلهٔ $\log_۲(x^۲+۱۰x)=۳+\log_۲(x+۳)$ باشد، حاصل $\log_{۸a}(a+۴)$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) ۰/۶ ۴) $-۰/۶$

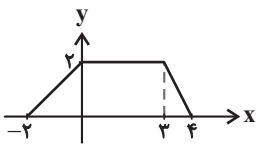
۱۰۹- اگر $\cos(\frac{۳\pi}{۲۰})\cos(\frac{۱۳\pi}{۲۰})=-۰/۴$ باشد، مقدار $\tan\frac{۳\pi}{۴۰}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۵}-۲$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}-\frac{۱}{۲}$ ۳) $\sqrt{۳}-۱$ ۴) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}-۱$

۱۱۰- اگر تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin ۲\pi x-\cos\frac{\pi}{۲}x}{x-۱} & ;x\neq ۱\\ a\pi & ;x=۱\end{cases}$ در $x=۱$ پیوسته باشد، مقدار a کدام است؟

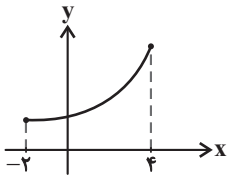
۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۲}$ ۳) ۱ ۴) -۲

۱۱۱- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. مساحت سطح محدود به نمودار تابع $g(x)=۴f(۲x-۱)$ و محور xها کدام است؟



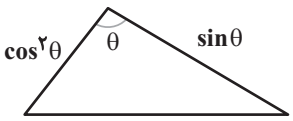
۱) ۳۶ ۲) ۲۷ ۳) ۱۸ ۴) ۹

۱۱۲- نمودار تابع f به‌صورت زیر است. اگر دامنهٔ تابع $g(x)=\sqrt{f(۲x-۱)-f(-x)}$ بازهٔ $[a,b]$ باشد، حاصل $\frac{b}{a}$ کدام است؟



۱) ۱ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) ۶ ۴) ۴

۱۱۳- بیش‌ترین مقدار ممکن برای مساحت مثلث زیر کدام است؟



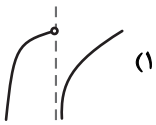
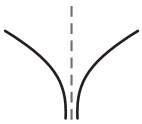
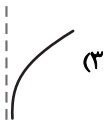
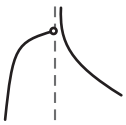
۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۸}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱۴- تمام جواب‌های معادلهٔ $\tan^{۳} x = ۳\cot(\frac{\pi}{۲} - x)$ $(k \in \mathbb{Z})$ کدام است؟

۱) $\frac{k\pi}{۳}$ ۲) $k\pi + \frac{\pi}{۳}$ ۳) $k\pi + \frac{\pi}{۶}$ ۴) $k\pi$

۱۱۵- وضعیت تابع $f(x) = \frac{۱}{[x] - x}$ در همسایگی $x = ۰$ شبیه کدام نمودار است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

۱۱۶- اگر $f(x) = ۲\cos^{۲}(\frac{\pi}{۶} - \frac{x}{۴})$ باشد، مقدار $f'(\pi)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $-\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $-\frac{۱}{۸}$

۱۱۷- معادلهٔ خط مماس بر نمودار $f(x) = \frac{۱}{x+۱}$ در نقطه‌ای که مقدار مشتق اول و دوم تابع f برابر هستند، کدام است؟

۱) $x - ۴y = -۲$ ۲) $x + ۴y = -۱$
۳) $x + ۴y = -۵$ ۴) $x - ۴y = -۳$

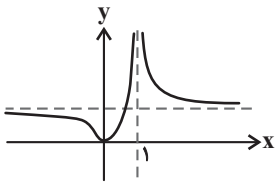
۱۱۸- اگر تابع $f(x) = ax^{۳} + (a+۴)x^{۲} - ۳x + ۲$ فقط یک نقطهٔ بحرانی داشته باشد، مقادیر a کدام است؟

۱) $\{۱ , ۱۶\}$ ۲) $\{-۱۶ , ۰ , ۱\}$ ۳) $\{-۱, ۰ , ۱۶\}$ ۴) $\{-۱۶ , -۱ , ۰\}$

۱۱۹- برای تابع $f(x) = \frac{۱}{۳}x^{۳} - ax^{۲} - a$، مقدار a کدام می‌تواند باشد تا خط گذرنده از نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی نمودار تابع f، موازی با نیمساز ربع دوم و چهارم باشد؟

۱) $\frac{\sqrt{۶}}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۶}}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۵}$

۱۲۰- شکل مقابل نمودار تابع $y = \frac{x^{۲} + ax}{x^{۲} + bx + c}$ را نشان می‌دهد. حاصل $a + b + c$ کدام است؟



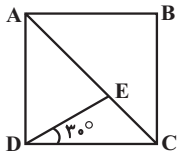
۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) -۱ ۴) -۲

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲۱- نقاط ثابت B و C به فاصلهٔ ۱۰ واحد از یکدیگر در صفحه مفروض‌اند. چند نقطه مانند A در این صفحه وجود دارد به گونه‌ای که $AB=۷$ و $S_{\triangle ABC}=۱۵$ باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

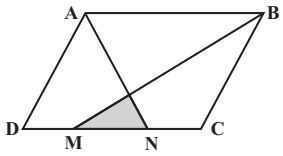
۱۲۲- در شکل زیر چهارضلعی $ABCD$ مربع و $C\hat{D}E=۳۰^\circ$ است. طول پاره‌خط CE چه کسری از طول قطر مربع است؟



۱) $\frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۴}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}-۱}{۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۳}-۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲-\sqrt{۲}}{۲}$

۱۲۳- در شکل زیر نقاط M و N، ضلع CD را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده‌اند. مساحت متوازی‌الاضلاع $ABCD$ چند برابر مساحت مثلث رنگی است؟



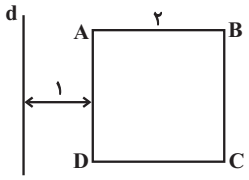
۱) ۱۲ ۲) ۱۵

۳) ۱۸ ۴) ۲۴

۱۲۴- در مثلث ABC، طول میانه‌های AM و BN به ترتیب ۹ و ۶ است. اگر این دو میانه بر هم عمود باشند، طول میانهٔ CP در این مثلث کدام است؟

۱) $۳\sqrt{۱۰}$ ۲) $۶\sqrt{۳}$ ۳) $۳\sqrt{۱۳}$ ۴) $۹\sqrt{۲}$

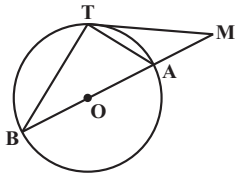
۱۲۵- در شکل مقابل، مربع $ABCD$ را حول خط d دوران می‌دهیم. حجم حاصل از این دوران کدام است؟



۱) ۸π ۲) ۱۲π

۳) ۱۶π ۴) ۱۸π

۱۲۶- در شکل زیر، اگر $\hat{M}=۲۴^\circ$ باشد، اندازهٔ زاویهٔ B کدام است؟



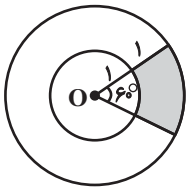
۱) ۳۰°

۲) ۳۳°

۳) ۳۶°

۴) ۴۰°

۱۲۷- در شکل زیر، دو دایره هم مرکز هستند. مساحت قسمت رنگی کدام است؟



۱) π ۲) $\frac{\pi}{۲}$

۳) $\frac{\pi}{۳}$ ۴) $\frac{\pi}{۴}$

۱۲۸- طول مماس مشترک خارجی دو دایرهٔ‌متقاطع $C(O,۳R)$ و $C'(O',۲R)$ که طول وتر مشترک آن‌ها $۲R$ باشد، کدام است؟

۱) $(\sqrt{۶}+\sqrt{۲})R$ ۲) $(\sqrt{۶}+\sqrt{۳})R$ ۳) $(\sqrt{۶}+۲)R$ ۴) $(\sqrt{۶}+۳)R$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲۹- نقطهٔ A به فاصلهٔ $۳\sqrt{۲}$ از خط d مفروض است. بازتاب نقطهٔ A نسبت به خط d را A' می‌نامیم. اگر نقطهٔ A' را حول نقطهٔ A به اندازهٔ ۱۵۰° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران دهیم تا نقطهٔ A'' حاصل شود، مساحت مثلث $AA'A''$ کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) $۱۸\sqrt{۳}$ ۳) ۳۶ ۴) $۳۶\sqrt{۳}$

۱۳۰- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC $(\hat{A}=۹۰^\circ)$، $\hat{C}=۳۰^\circ$ و $AB=۲\sqrt{۳}$ است. نقاط E و F به‌ترتیب روی اضلاع BC و AC به گونه‌ای قرار دارند که $AC=۶AF$ و $BC=۴CE$ است. طول EF کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۳}$ ۲) $\sqrt{۱۳}$ ۳) ۱۵ ۴) $۳\sqrt{۲}$

۱۳۱- از رابطهٔ ماتریسی $\begin{bmatrix}۲ & ۳\\ -۱ & ۱\end{bmatrix}A\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ -۵ & -۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۵ & ۳\\ -۱۰ & -۴\end{bmatrix}$، مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۴ ۴) -۴

۱۳۲- اگر دستگاه معادلات $\begin{cases}kx+(۱-۲k)y=a\\ -(k+۲)x+۳ky=b\end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد، بزرگ‌ترین مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۳}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۱۳۳- به ازای کدام مقدار k، مجموع ریشه‌های معادلهٔ $\begin{vmatrix}۱ & ۰ & k\\ x & x+۲ & ۴\\ x-۱ & ۰ & x\end{vmatrix}=۰$ برابر صفر است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۳۴- خط $x+y=۳$ شامل یکی از قطرهای دایره‌ای است که از دو نقطهٔ (۲,۰) و (۰,۱) عبور می‌کند. معادلهٔ این دایره کدام است؟

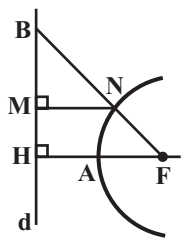
۱) $x^۲+y^۲+۳x+۳y+۲=۰$ ۲) $x^۲+y^۲-۳x-۳y+۲=۰$

۳) $x^۲+y^۲+۳x+۳y-۲=۰$ ۴) $x^۲+y^۲-۳x-۳y-۲=۰$

۱۳۵- نقاط $F(۱,۲)$ و $F'(۱,-۳)$ کانون‌های یک بیضی هستند و نقطهٔ $M(۳,۱)$ روی این بیضی قرار دارد. طول قطر کوچک این بیضی کدام است؟

۱) $\sqrt{۵}$ ۲) $\frac{۳\sqrt{۵}}{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۵}$ ۴) $۳\sqrt{۵}$

۱۳۶- در سهمی شکل زیر F کانون و d خط هادی سهمی است. اگر $AH=۱$ و $BN=۴$ باشد، طول پاره‌خط MN کدام است؟



۱) $۲\sqrt{۳}-۲$

۲) $۲\sqrt{۲}-۱$

۳) ۲

۴) $\frac{۳}{۲}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۳۷- اگر بردارهای $\vec{u}=۳\vec{j}+\vec{k}$ و $\vec{v}=۴\vec{i}-\vec{j}-۳\vec{k}$ قطرهای یک متوازی‌الاضلاع باشند، نسبت طول‌های دو ضلع غیرمجاور این متوازی‌الاضلاع کدام می‌تواند باشد؟ ($\vec{i}$ ، $\vec{j}$ و $\vec{k}$ بردارهای یکهٔ محورهای مختصات هستند.)

۱) ۱ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) ۲

۱۳۸- اگر $\vec{i}$ ، $\vec{j}$ و $\vec{k}$ بردارهای یکهٔ محورهای مختصات باشند، حاصل عبارت $\vec{i}.(\vec{k}\times(\vec{k}\times\vec{i}))+\vec{j}.(\vec{i}\times(\vec{i}\times\vec{j}))+\vec{k}.(\vec{j}\times(\vec{j}\times\vec{k}))$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۳ ۴) -۳

۱۳۹- اگر p و q دو گزارهٔ دلخواه باشند، گزارهٔ $[\sim p\wedge(p\Rightarrow q)]\Leftrightarrow\sim p$ همواره هم‌ارز با کدام‌یک از گزاره‌های زیر است؟

۱) p ۲) $\sim p$ ۳) T ۴) F

۱۴۰- اگر $A_n=\{m\in Z\,|\,m\geq -n, ۲^m\leq ۲n\}$ باشد، آن‌گاه چند مجموعه مانند B وجود دارد به‌گونه‌ای که B زیرمجموعهٔ $A_۳$ بوده ولی زیرمجموعهٔ $A_۲$ نباشد؟

۱) ۱۶ ۲) ۳۲ ۳) ۶۴ ۴) ۹۶

۱۴۱- مجموعهٔ $A=\{a,b,c,d,e,f\}$ را به چند طریق می‌توان به دو بخش افراز کرد به طوری که دو عضو a و b در یک بخش قرار نگیرند؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) ۳۲

۱۴۲- اگر A و B دو پیشامد دلخواه باشند، آن‌گاه حاصل $P(A'\cup B')-P(A-B)$ همواره برابر کدام است؟

۱) $P(B)$ ۲) $P(B')$ ۳) $P(A')$ ۴) $P(A)$

۱۴۳- جعبه‌ای شامل ۱۰ لامپ است که ۳ تا از آن‌ها معیوب هستند. به تصادف، به‌طور متوالی و بدون جای‌گذاری، ۳ لامپ از این جعبه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال حداقل یکی از این لامپ‌ها معیوب است؟

۱) $\frac{۱۷}{۲۴}$ ۲) $\frac{۲۱}{۴۰}$ ۳) $\frac{۳۳}{۴۰}$ ۴) $\frac{۷}{۱۰}$

۱۴۴- از بین ۵ کارت به شماره‌های ۱ تا ۵، کارتی را به تصادف انتخاب می‌کنیم و سپس سکه‌ای را به تعداد عدد روی کارت پرتاب می‌کنیم. اگر دو بار سکه رو بیاید، با کدام احتمال شمارهٔ کارت انتخاب شده بزرگ‌تر از ۳ است؟

۱) $\frac{۱۱}{۲۱}$ ۲) $\frac{۱۱}{۱۶}$ ۳) $\frac{۱۷}{۲۱}$ ۴) $\frac{۱۷}{۸۰}$

۱۴۵- اگر میانگین ۵ دادهٔ ۱۴، ۱۷، ۱۲، ۱۵ و x برابر ۱۵/۶ باشد، دامنهٔ میان چارکی این داده‌ها کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۴/۵ ۳) ۵ ۴) ۵/۵

۱۴۶- اگر انحراف معیار داده‌های $x_۱,x_۲,x_۳,x_۴,x_۵,x_۶,x_۷,x_۸,x_۹$ برابر صفر باشد، واریانس داده‌های $x_۱-۴$ ، $x_۲-۳$ ، $x_۳-۲$ ، $x_۴-۱$ ، $x_۵$ ، $x_۶+۱$ ، $x_۷+۲$ ، $x_۸+۳$ ، $x_۹+۴$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) $\frac{۱۶}{۳}$ ۳) ۶ ۴) $\frac{۲۰}{۳}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴۷- اگر $d=(2n^2+5n+3,n-2)$ و $d\neq 1$ باشد، آن‌گاه به ازای مقادیر مختلف طبیعی n، d چند مقدار متمایز دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۴۸- باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $A=\frac{10!}{0!}+\frac{10!}{1!}+\frac{10!}{2!}+\ldots+\frac{10!}{10!}$ بر ۷ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

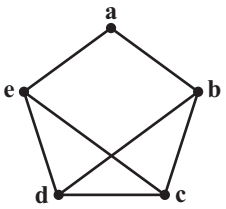
۱۴۹- چند عدد طبیعی پنج رقمی به صورت $\overline{a0bab}$ وجود دارد که مضرب ۹۹ باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۵۰- برای ارسال یک نامه باید ۶۶۰۰ تومان تمبر به آن زده شود. به چند طریق می‌توان این کار را با تمبرهای ۲۵۰ و ۴۰۰ تومانی انجام داد؟

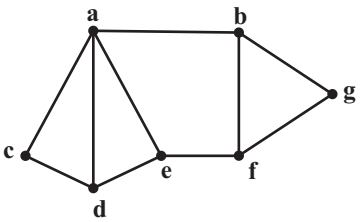
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۵۱- گراف شکل مقابل چند زیرگراف ۲- منتظم دارد؟



۱) ۴ ۲) ۵
۳) ۶ ۴) ۷

۱۵۲- گراف شکل مقابل، چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم دارد؟



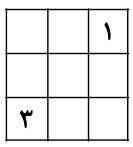
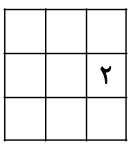
۱) ۶
۲) ۷
۳) ۸
۴) ۹

۱۵۳- معادلهٔ $x_1+x_2+x_3+x_4^2=12$ چند جواب طبیعی دارد؟

۱) ۴۵ ۲) ۶۷ ۳) ۱۳۲ ۴) ۱۶۵

۱۵۴- چند تابع غیرپوشا از مجموعهٔ $A=\{1,2,3,4,5\}$ به مجموعهٔ $B=\{a,b,c\}$ می‌توان نوشت به گونه‌ای که شامل زوج‌های مرتب $(4,a)$ و $(5,b)$ باشد؟

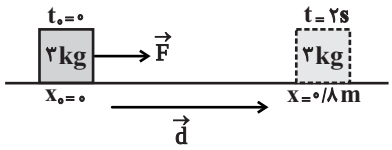
۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵

۱۵۵- اگر $A=$  یک مربع لاتین باشد، آن‌گاه چند مربع لاتین به صورت $B=$  وجود دارد که با مربع لاتین A متعامد باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۵۶- مطابق شکل زیر، نیروی افقی و ثابت $\vec{F}$ ، به جسم ساکنی به جرم $3kg$ در لحظهٔ $t_0 = 0$ وارد شده و آن را روی سطح افقی بدون اصطکاکی طی مدت $2s$ به اندازهٔ $0/8m$ در جهت نشان داده شده جابه‌جا می‌کند. کار نیروی $\vec{F}$ در این جابه‌جایی چند ژول است؟

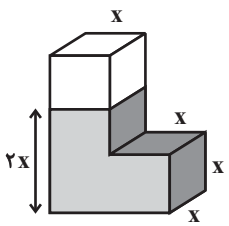


۱) ۱/۲
۲) ۳/۶
۳) ۰/۴۸
۴) ۰/۹۶

۱۵۷- ماشینی، یک بستهٔ ۴ کیلوگرمی را از مکان آغازین $\vec{d}_i = 0/5\vec{i} + 7/5\vec{j}$ به مکان پایانی $\vec{d}_f = 7/5\vec{i} + 12\vec{j}$ در مدت $2s$ جابه‌جا می‌کند. اگر نیروی ماشین ثابت و برابر با $\vec{F} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$ باشد، توان متوسط این ماشین چند وات است؟ (تمام اندازه‌ها در SI هستند.)

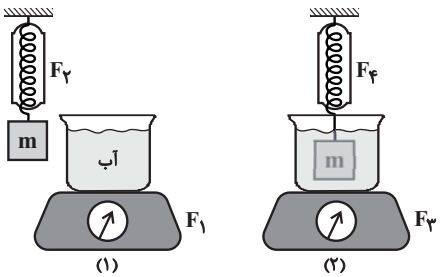
۱) $14\sqrt{10}$
۲) ۱۸
۳) ۱۶
۴) ۳۲

۱۵۸- مطابق شکل، درون ظرف مایعی به ارتفاع $2x$ ریخته‌ایم. اگر بزرگی نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع F و وزن مایع W باشد، نسبت $\frac{F}{W}$ کدام است؟



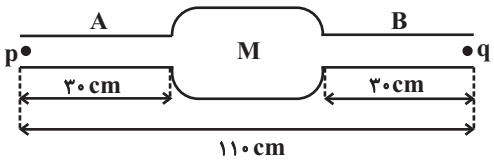
۱) ۱
۲) $\frac{4}{3}$
۳) $\frac{8}{3}$
۴) $\frac{5}{4}$

۱۵۹- مطابق شکل، ترازو و نیروسنج در حالت اول F_1 و F_2 و در حالت دوم F_3 و F_4 را نمایش می‌دهند. اگر در هر دو شکل، اجسام در حال تعادل بوده و آب از ظرف بیرون نریزد، کدام گزینه صحیح است؟



۱) $|F_3 - F_1| = |F_4 - F_2|$
۲) $|F_3 - F_1| > |F_4 - F_2|$
۳) $|F_3 - F_1| < |F_4 - F_2|$
۴) $F_3 > F_1 \, , \, F_4 > F_2$

۱۶۰- مطابق شکل، در ناحیهٔ M، لوله‌ای افقی به شعاع r در امتداد دو لولهٔ افقی A و B با قطر یکسان $4cm$ بسته شده است. جریان آب با تندی ثابت $2/5\frac{cm}{s}$ در لوله‌های A و B جاری است. اگر ذره‌ای در مکان p رها کنیم و ۱۰۴ ثانیه طول بکشد تا ذره با طی مسیری مستقیم به مکان q برسد، r چند سانتی‌متر است؟ (جریان آب به صورت لایه‌ای و پایا است.)



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۱۶
۴) ۴

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶۱- کرهٔ فلزی توپر A در دمای θ_1 دارای چگالی ρ_A و کرهٔ فلزی توپر B در همان دما، دارای چگالی $\rho_B = ۲\rho_A$ است. اگر به هر دو کره بطور یکنواخت گرمای یکسان بدهیم و ضریب انبساط خطی فلز B دو برابر ضریب انبساط خطی فلز A باشد، تغییر حجم کرهٔ B چند برابر کرهٔ A خواهد بود؟ (گرمای ویژهٔ فلز A، ۲ برابر گرمای ویژهٔ فلز B است.)

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۲

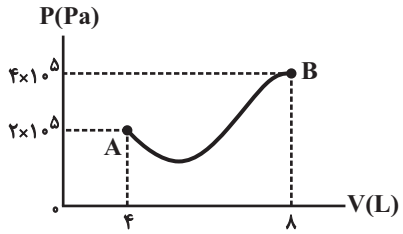
۱۶۲- در ظرفی $۸۷۰g$ آب صفر درجهٔ سلسیوس داریم. یک قطعه فلز به جرم $۵۸۰g$ با دمای $۴۲^\circ C$ را درون آب می‌اندازیم. پس از برقراری تعادل، دمای مجموعه چند درجهٔ سلسیوس می‌شود؟ (اتلاف گرما ناچیز، $c_{فلز} = ۷۰۰\frac{J}{kg.K}$ و $c_{آب} = ۴۲۰۰\frac{J}{kg.K}$ است.)

۱) ۶ ۲) ۵/۲۵ ۳) ۵ ۴) ۴/۲

۱۶۳- مطابق شکل زیر، میلهٔ فلزی عایق‌بندی شده‌ای با ضریب رسانندگی ۸۴ واحد SI، طول $۴۰cm$ و سطح مقطع $۵cm^۲$ بین دو چشمه با دماهای ثابت قرار دارد. گرمایی که طی مدت ۱۶ دقیقه منتقل می‌شود چند گرم یخ صفر درجهٔ سلسیوس را به آب صفر درجهٔ سلسیوس تبدیل می‌کند؟ ($L_F = ۳۳۶\frac{kJ}{kg}$)

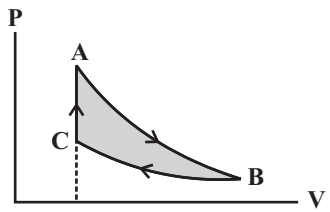
۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۳۰
۴) ۴۰

۱۶۴- نمودار $(P-V)$ فرایندی که نیم مول گاز آرمانی طی می‌کند، به‌صورت شکل زیر است. اندازهٔ اختلاف دمای بین دو حالت A و B چند درجهٔ فارنهایت است؟ ($R = ۸\frac{J}{mol.K}$)



۱) ۶۰۰
۲) ۸۷۳
۳) ۱۰۸۰
۴) ۱۳۵۳

۱۶۵- مطابق شکل، یک چرخهٔ ترمودینامیکی شامل یک فرایند بی‌دررو، یک فرایند هم‌دما و یک فرایند هم‌حجم در دستگاه (P-V) برای مقدار معینی گاز آرمانی نشان داده شده است. گرمای داده شده به گاز در فرایند هم‌حجم .....



۱) با مساحت چرخه برابر است.
۲) با کار انجام شده توسط گاز در فرایند بی‌دررو برابر است.
۳) با گرمای مبادله شده در فرایند هم‌دما برابر است.
۴) با کار انجام شده روی گاز در فرایند هم‌دما برابر است.

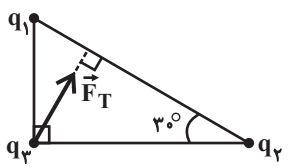
محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶۶- یک موتور درون‌سوز در هر چرخه ۵ گرم بنزین مصرف می‌کند و ۱۵۰ کیلوژول گرما هدر می‌دهد. اگر گرمای حاصل از سوختن هر گرم بنزین معادل با $۴۰kJ$ باشد، بازدهٔ این موتور چند درصد است؟

۱) ۲۵ ۲) ۳۰ ۳) ۳۳ ۴) ۴۰

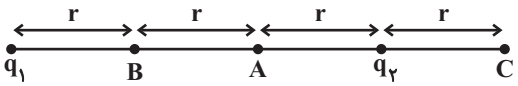
۱۶۷- در شکل زیر، بردار نیروی الکتریکی برایند وارد بر بار نقطه‌ای $q_۳$ از طرف $q_۱$ و $q_۲$، در راستای ارتفاع وارد بر وتر مثلث است. حاصل $\frac{q_۲}{q_۱}$ کدام است؟



۱) $۳\sqrt{۳}$ ۲) $\sqrt{۳}$

۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۹}$

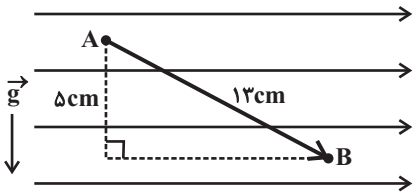
۱۶۸- در شکل زیر، اگر میدان الکتریکی برایند ناشی از دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۲$ در نقطهٔ A برابر با صفر باشد، میدان الکتریکی برایند ناشی از آن‌ها در نقطهٔ B چند برابر نقطهٔ C است؟



۱) $\frac{۹}{۱۶}$ ۲) $\frac{۱۶}{۹}$

۳) ۳ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۱۶۹- مطابق شکل زیر، ذرهٔ بارداری به جرم $۲۰g$ و بار $+۵\mu C$ در فضایی شامل دو میدان گرانشی و الکتریکی یکنواخت از نقطهٔ A تا نقطهٔ B جابه‌جا می‌شود. انرژی پتانسیل کل این ذره در این جابه‌جایی چند ژول و چگونه تغییر می‌کند؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



۱) ۰/۰۵، کاهش می‌یابد.

۲) ۰/۰۵، افزایش می‌یابد.

۳) ۰/۰۷، افزایش می‌یابد.

۴) ۰/۰۷، کاهش می‌یابد.

۱۷۰- خازنی که دی‌الکتریک بین صفحات آن هوا است، به یک مولد متصل است و انرژی ذخیره شده در آن U است. در این حالت فضای بین صفحات خازن را با یک دی‌الکتریک با ضریب ۲ پُر می‌کنیم. سپس خازن را از مولد جدا کرده و دی‌الکتریک را از آن خارج می‌کنیم، در این حالت انرژی ذخیره شده در آن U' می‌شود. نسبت $\frac{U'}{U}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) ۴

۱۷۱- روی گرمکن‌های الکتریکی مشابه، عددهای $۲۲۰V$ و $۴۰۰W$ نوشته شده است. چند تا از گرمکن‌ها را و چگونه به‌هم ببندیم تا با استفاده از یک باتری $۱۱۰V$، توان مصرفی آن‌ها $۴۰۰W$ شود؟

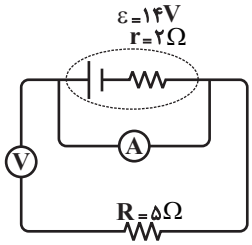
۱) ۲ ـ موازی ۲) ۲ ـ متوالی

۳) ۴ ـ موازی ۴) ۴ ـ متوالی

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۷۲- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج و آمپرسنج ایده‌آل، به‌ترتیب از راست به چپ، چه عددهایی را برحسب یکاهای SI نشان می‌دهند؟



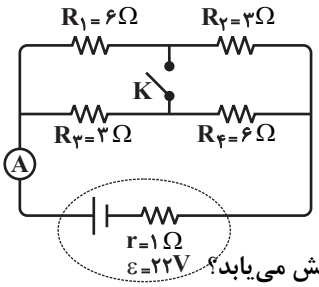
۱) صفر و ۷

۲) ۱۰ و ۲

۳) ۱۴ و صفر

۴) صفر و ۲

۱۷۳- در شکل زیر، ابتدا کلید K باز است. اگر آن‌را ببندیم، عددی که آمپرسنج ایده‌آل نشان می‌دهد، چه مقدار تغییر می‌کند؟



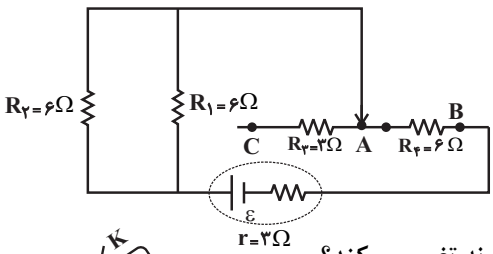
۱) ۰/۴A کاهش می‌یابد.

۲) ۰/۴A افزایش می‌یابد.

۳) ۰/۵A افزایش می‌یابد.

۴) ۰/۵A کاهش می‌یابد.

۱۷۴- در مدار شکل زیر، با انتقال لغزنده از A به C، توان خروجی مولد تقریباً چند درصد کاهش می‌یابد؟



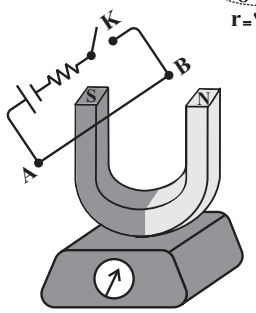
۱) ۹۲

۲) ۹۰

۳) ۸۵

۴) ۱۵

۱۷۵- در شکل مقابل اگر کلید K را ببندیم، عددی که ترازو نمایش می‌دهد، چگونه تغییر می‌کند؟



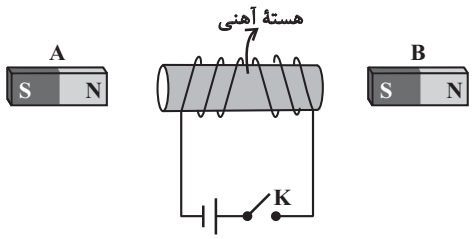
۱) افزایش یافته، سپس به مقدار اولیه بر می‌گردد.

۲) کاهش یافته، سپس به مقدار اولیه بر می‌گردد.

۳) افزایش می‌یابد.

۴) کاهش می‌یابد.

۱۷۶- اگر مطابق شکل، کلید K را ببندیم، نیروی وارد بر آهنربای A ..... و نیروی وارد بر آهنربای B ..... است.



۱) جاذبه ـ جاذبه

۲) جاذبه ـ دافعه

۳) دافعه ـ جاذبه

۴) دافعه ـ دافعه

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۷۷- پیچهٔ مسطحی، شامل ۱۰۰۰ دور است. اگر شار مغناطیسی عبوری از داخل پیچه در مدت زمان t به طور منظم از ۰/۰۲Wb به صفر برسد، بار الکتریکی القایی ۰/۵C در آن شارش می‌شود. مقاومت الکتریکی این پیچه چند اهم است؟

۱) ۲۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۴۰

۱۷۸- اگر از یک سیملولهٔ بدون هسته به طول ۵۰cm که سطح هر حلقهٔ آن $۲۰cm^۲$ و دارای ۱۰۰۰ حلقه نزدیک به هم است، جریان ۲A عبور کند، انرژی الکترومغناطیسی ذخیره شده در آن چند میلی‌ژول است؟ ($\mu_۰ = ۱۲/۵\times۱۰^{-۷}\ \frac{T.m}{A}$)

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

۱۷۹- متحرکی با شتاب ثابت در امتداد محور x به مدت t ثانیه حرکت می‌کند. اگر در لحظهٔ $t_۱$، در دورترین فاصله‌اش از مبدأ مکان در $t_۱$ ثانیهٔ اول حرکتش باشد، در این صورت کدام گزینه صحیح نیست؟ ($t > t_۱$)

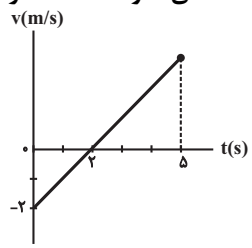
۱) حرکت متحرک در $t_۱$ ثانیهٔ اول حرکتش، کندشونده است.

۲) بلافاصله پس از لحظهٔ $t_۱$، حرکت متحرک تندشونده است.

۳) مسافت طی شده و جابه‌جایی‌اش در کل زمان حرکت، هم‌اندازه هستند.

۴) تندی متوسطش در $t_۱$ ثانیهٔ اول حرکت با سرعت متوسطش در این مدت، هم‌اندازه است.

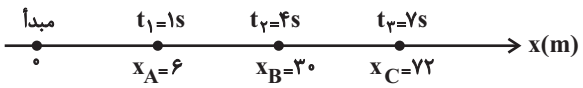
۱۸۰- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در امتداد محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل است. تندی متوسط متحرک در ۵ ثانیهٔ اول حرکت، چند برابر اندازهٔ سرعت متوسطش در این مدت است؟



۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۱۳}{۵}$

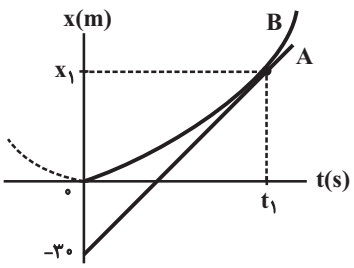
۳) ۳ ۴) $\frac{۹}{۴}$

۱۸۱- مسیر حرکت متحرکی که با شتاب ثابت در امتداد محور x حرکت می‌کند مطابق شکل زیرداده شده و متحرک در لحظه‌های داده شده از نقاط A، B و C می‌گذرد. سرعت متحرک در لحظهٔ عبور ازنقطهٔ B چند $\frac{m}{s}$ است؟



۱) ۴۲ ۲) ۱۶ ۳) ۱۵ ۴) ۱۱

۱۸۲- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در امتداد محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک B از حال سکون و با شتاب ثابت به حرکت درآید، مقدار $x_۱$ چند متر است؟

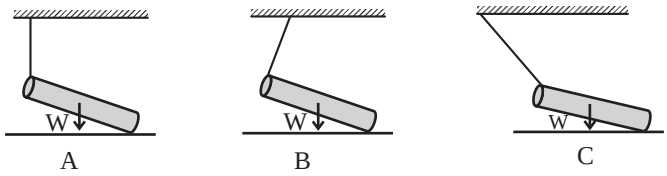


۱) ۱۰ ۲) ۱۵

۳) ۲۰ ۴) ۳۰

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۸۳- مطابق شکل، یک میلهٔ همگن به وزن W توسط ۳ ریسمان ابریشمی و سبک به سقف متصل است. اگر سطح افقی بدون اصطکاک باشد، در کدام گزینه، میله در حال تعادل است؟



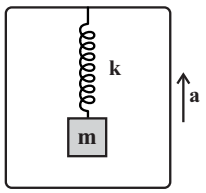
۱) C

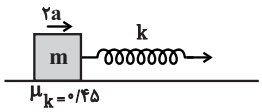
۲) B

۳) A

۴) در هر سه حالت در حال تعادل است.

۱۸۴- اگر مطابق شکل زیر، تغییر طول فنر با ثابت k در هر دو حالت یکسان باشد و شتاب جسم روی سطح افقی دو برابر شتاب جسم داخل آسانسور باشد، شتاب جسم داخل آسانسور چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$ و جرم فنر ناچیز است.)





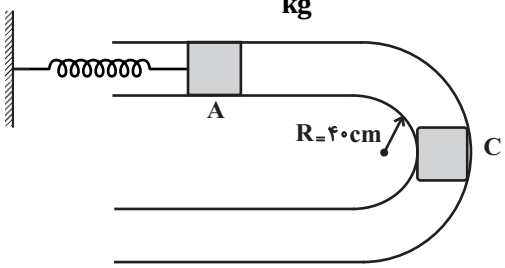
۱) ۵/۵ ۲) ۴/۵

۳) ۲/۲ ۴) ۱/۵

۱۸۵- چتربازی به جرم $۸۰kg$ مدتی پس از یک پرش آزاد، چترش را باز می‌کند و ناگهان نیروی مقاومت هوا به $۱۴۴۰N$ افزایش می‌یابد. شتاب چتر باز در این لحظه ..... متر بر مجذور ثانیه در جهت ..... است. ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)

۱) ۸، پایین ۲) ۱/۸، بالا ۳) ۸، بالا ۴) ۱/۸، پایین

۱۸۶- مطابق شکل مهرهٔ ۵۰۰ گرمی می‌تواند آزادانه و بدون اصطکاک در امتداد لولهٔ راهنمای واقع در صفحهٔ افقی حرکت کند. اگر انرژی فنر فشرده شده در نقطهٔ A پشت مهره، ۲ ژول باشد و مهره را در A از حال سکون رها کنیم، بزرگی نیرویی که از طرف لوله بر مهره در گذر از C در مسیر دایره‌ای به شعاع R وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)



۱) $۵\sqrt{۵}$

۲) ۱۰

۳) ۲

۴) ۵

۱۸۷- نوسانگری به جرم $۲/۵kg$ متصل به فنری با ثابت $۱۰ \frac{N}{cm}$ در امتداد محور x با دامنهٔ A نوسان می‌کند. حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا نوسان‌گر از لحظه‌ای که از مکان $+\frac{A}{۲}$ با تندی در حال کاهش می‌گذرد، به مکان $-\frac{A}{۲}$ با تندی در حال افزایش برسد؟ ($\pi = ۳$)

۱) ۰/۷۵ ۲) ۰/۵

۳) ۰/۳ ۴) ۰/۲۵

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۸۸- دورهٔ نوسان یک آونگ ساده ۲ ثانیه است. طول آونگ را چند درصد و چگونه تغییر دهیم تا آونگ در همان محل، در مدت ۷۲ ثانیه، ۴۵ نوسان انجام دهد؟ $(g = \pi^2 \frac{N}{kg})$

۱) ۳۶ درصد افزایش دهیم.
۲) ۳۶ درصد کاهش دهیم.
۳) ۶۴ درصد کاهش دهیم.
۴) ۶۴ درصد افزایش دهیم.

۱۸۹- نوسانگری به جرم ۲۰۰ گرم در امتداد افقی در حال نوسان است. اگر در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل و جنبشی نوسانگر برابرند، تندی نوسانگر $۰/۸ \frac{m}{s}$ باشد، انرژی مکانیکی (کل) نوسانگر چند میلی‌ژول است؟

۱) ۶۴ ۲) ۳۲ ۳) ۱۲۸ ۴) ۹۶

۱۹۰- در اثر حرکت حشره‌ای در سطح ساحل، امواج سطحی عرضی و طولی با تندی $۵۰ \frac{m}{s}$ و $۱۵۰ \frac{m}{s}$ در سطح ساحل گسیل می‌شود. اختلاف زمان رسیدن این دو موج به یک پای عقرب ماسه‌ای در فاصلهٔ ۶۰ سانتی‌متری حشره، چند میلی‌ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۹

۱۹۱- میدان الکتریکی یک موج الکترومغناطیسی سینوسی، در نقطه‌ای معین و دور از چشمه، در یک لحظه به‌طرف بالا است. اگر موج انرژی را به‌طرف شمال انتقال دهد، میدان مغناطیسی موج در این نقطه و در این لحظه در کدام جهت است؟

۱) پایین ۲) جنوب ۳) مشرق ۴) مغرب

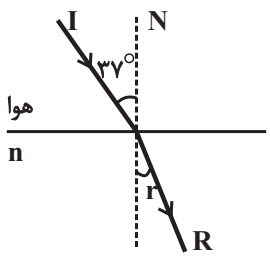
۱۹۲- دو دستگاه صوتی در یک محیط، صداهایی با تراز شدت صوت $\beta_1 = ۲۸dB$ و شدت صوت I_1 و $\beta_2 = ۹۲dB$ و شدت صوت I_2 ایجاد می‌کنند. نسبت $\frac{I_2}{I_1}$ تقریباً کدام است؟ $(\log ۲ \simeq ۰/۳)$

۱) ۲×۱۰^۶ ۲) $۲/۵ \times ۱۰^۷$ ۳) $۲/۵ \times ۱۰^۶$ ۴) ۴×۱۰^۶

۱۹۳- یک خفاش در حالی که با تندی ثابت $۱۵ \frac{m}{s}$ به سمت مانعی در حرکت است، جیغ کوتاهی گسیل می‌کند و بازتاب صوت خود را پس از ۰/۰۲ ثانیه دریافت می‌کند. فاصلهٔ مانع از خفاش درست در لحظهٔ ارسال صوت چند متر بوده است؟ $(v_{صوت} = ۳۴۳ \frac{m}{s})$

۱) ۳/۴۳ ۲) ۳/۵۸ ۳) ۳/۲۸ ۴) ۳/۸۴

۱۹۴- مطابق شکل پرتوی نوری از هوا با زاویهٔ تابش ۳۷° به سطح محیط شفافی با ضریب شکست n تابیده و وارد محیط شده است. اگر زاویهٔ تابش ۱۶° افزایش یابد، زاویهٔ شکست .....

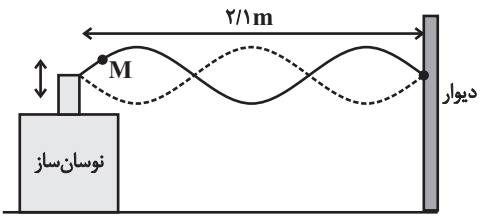


۱) ۱۶° افزایش می‌یابد.
۲) ۱۶° کاهش می‌یابد.
۳) کمتر از ۱۶° افزایش می‌یابد.
۴) بیشتر از ۱۶° افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹۵- موج ایستادهٔ ایجاد شده در یک طناب، در لحظه‌ای که بسامد نوسان‌ساز $۳۶۰Hz$ است، مطابق شکل نمایش داده شده است.در این لحظه به‌ترتیب از راست به چپ، چند نقطهٔ هم‌فاز و هم دامنهٔ دیگر با M وجود دارد و تندی انتشار موج عرضی در طناب چند $\frac{m}{s}$ است؟



۱) ۳ و ۵۰۴

۲) ۶ و ۵۰۴

۳) ۳ و ۳۷۸

۴) ۶ و ۳۷۸

۱۹۶- تابع کار دو فلز A و B به ترتیب $۶/۷۵eV$ و $۳eV$ است. اگر نوری با طول‌موج $۱۵۵nm$ به هر دو فلز بتابد، بیشینهٔ تندی فوتوالکترون‌های فلز A چند درصد کمتر از بیشینهٔ تندی فوتوالکترون‌های B است؟ $(hc = ۱۲۴۰eV.nm)$

۱) ۲۲/۵ ۲) ۲۵ ۳) ۳۷/۵ ۴) ۵۰

۱۹۷- اگر کوتاه‌ترین طول‌موج در رشتهٔ پفوند $(n' = ۵)$ هیدروژن اتمی را با λ و طول‌موج اولین خط طیف اتمی هیدروژن در رشتهٔ بالمر $(n' = ۲)$ را با λ' نمایش دهیم، اختلاف این دو طول‌موج $(\lambda - \lambda')$ چند نانومتر است؟ $(R = ۰/۰۱nm^{-۱})$

۱) ۶۷۱۸ ۲) ۷۴۳۸ ۳) ۲۲۷۳ ۴) ۱۷۸۰

۱۹۸- اگر شعاع بور برای اتم هیدروژن $۰/۰۵nm$ فرض شود، انرژی فوتون گسیلی در گذار الکترون از حالت مانا با شعاع مداری $۰/۸nm$ به حالت مانا با شعاع مداری $۰/۲nm$ چند ریدبرگ است؟

۱) $\frac{۳}{۱۶}$ ۲) $\frac{۱۵}{۱۶}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۱۶}$

۱۹۹- در واپاشی هسته‌ای، با گسیل الکترون، به ترتیب از چپ به راست تعداد نوترون‌ها ..... و عدد اتمی .....

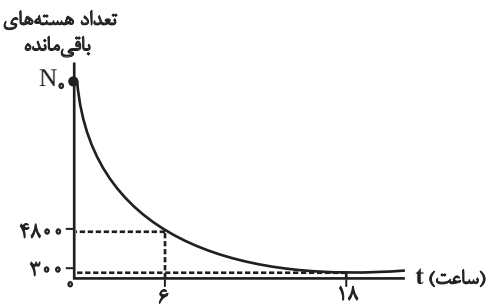
۱) بدون تغییر مانده ـ یک واحد کاهش می‌یابد.

۲) بدون تغییر مانده ـ یک واحد افزایش می‌یابد.

۳) یک واحد کاهش ـ یک واحد افزایش می‌یابد.

۴) یک واحد افزایش ـ یک واحد کاهش می‌یابد.

۲۰۰- اگر نمودار تعداد هسته‌های باقی‌مانده برحسب زمان برای یک مادهٔ پرتوزا به صورت شکل زیر باشد، $N_۰$ کدام است؟



۱) ۹۶۰۰

۲) ۱۷۲۰۰

۳) ۱۹۲۰۰

۴) ۸۲۰۰

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

شیمی

۲۰۱- کدام مطلب نادرست است؟

۱) چهارمین عنصر فراوان در سیارهٔ مشتری، دومین عنصر فراوان در زمین است.

۲) عنصرها به‌طور ناهمگون در جهان هستی توزیع شده‌اند.

۳) با گذشت زمان و کاهش دما، گازهای هیدروژن و هلیم متراکم شده و مجموعه‌هایی گازی به نام سحابی را ایجاد می‌کنند.

۴) یک نمونهٔ طبیعی لیتیم، مخلوطی از دو ایزوتوپ (هم‌مکان) است و با افزایش عدد جرمی، پایداری آن‌ها کاهش می‌یابد.

۲۰۲- اتم X دارای سه ایزوتوپ طبیعی می‌باشد. اگر مجموع ذرات زیراتمی در سنگین‌ترین ایزوتوپ آن با فراوانی ۱۱٪ برابر ۳۸ و در سبک‌ترین ایزوتوپ آن برابر ۳۶ باشد، درصد فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ X کدام است؟ (اتم X دارای ۱۲ الکترون و جرم اتمی میانگین آن $۳۲/۲۴\,amu$ است.) (جرم اتمی را برابر عدد جرمی در نظر بگیرید.)

۱) ۱۰ ۲) ۷۹ ۳) ۶۹ ۴) ۲۱

۲۰۳- در آرایش الکترونی اتم عنصر X، ۱۵ الکترون با $n+l=۵$ وجود دارد. این عنصر در کدام گروه از جدول تناوبی جای دارد و در آرایش الکترونی اتم آن چند زیرلایه از الکترون اشغال شده است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۱) ۱۵ ـ ۴ ۲) ۱۷ ـ ۴ ۳) ۱۵ ـ ۸ ۴) ۱۷ ـ ۸

۲۰۴- اگر ۷۵٪ از الکترون‌های ظرفیتی اتم یک عنصر دارای اعداد کوانتومی $n=۳$ و $l=۲$ باشند، ..... .

۱) این عنصر در گروه ۸ از جدول دوره‌ای جای دارد.

۲) در آرایش الکترونی اتم این عنصر سه لایه به‌طور کامل از الکترون پر شده است.

۳) عدد اتمی آن دو برابر عدد اتمی عنصری است که ۲ الکترون با $n=۳$ و $l=۱$ دارد.

۴) بین این عنصر و آخرین عنصر هم دورهٔ آن، ۱۰ اتم قرار گرفته‌اند.

۲۰۵- کدام گزینه نادرست است؟

۱) درصد حجمی گاز آرگون در هوای پاک و خشک از درصد حجمی سایر گازهای نجیب بیش‌تر است.

۲) در لایهٔ تروپوسفر با افزایش ارتفاع، دما همچون فشار، کاهش می‌یابد.

۳) در معادلهٔ نمادی $C_۳H_۸(g)+O_۲(g)\rightarrow CO_۲(g)+H_۲O(g)$ پس از موازنه، مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها برابر ۷ است.

۴) در ساختارهای لوویس $SO_۲$، CO، HCN و $CH_۲O$ در مجموع سه پیوند یگانه وجود دارد.

۲۰۶- کدام گزینه درست است؟

۱) در صنعت از دگرشکل نیتروژن برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی استفاده می‌شود.

۲) گازی که برای خنک کردن قطعات الکترونیکی دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI کاربرد دارد، فراوان‌ترین عنصر در سیاره مشتری است.

۳) از واکنش نیتروژن مونوکسید و اکسیژن در حضور نور خورشید، اوزون تروپوسفری ایجاد می‌شود.

۴) از سوختن جرم یکسانی هیدروژن نسبت به سوختن زغال‌سنگ، بنزین و گاز طبیعی، گرمای بیش‌تر و آلایندهٔ کم‌تری ایجاد می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۰۷- مخلوطی به حجم $۶L$ / ۵ از گازهای هیدروژن و اتان را در شرایط STP در حضور اکسیژن کافی طبق معادله‌های موازنه نشده زیر می‌سوزانیم. در صورتی که مجموع جرم آب حاصل از هر دو واکنش برابر $۶ / ۷۲g$ باشد، به‌صورت تقریبی چند درصد حجمی از مخلوط گاز اولیه را اتان تشکیل می‌دهد؟ $(H=۱ , O=۱۶ : g.mol^{-۱})$

$$C_۲H_۶(g)+O_۲(g)\rightarrow CO_۲(g)+H_۲O(l)$$
$$H_۲(g)+O_۲(g)\rightarrow H_۲O(l)$$

۱) ۳۰ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۴۰

۲۰۸- برای تبدیل کامل $CO_۲$ حاصل از سوختن کامل ۱/۱۴ لیتر بنزین با چگالی $۰ / ۸g.mL^{-۱}$ به کلسیم کربنات به چند گرم CaO نیاز است و اگر این مقدار CaO را درون آب حل کنیم، چند مول باز $Ca(OH)_۲$ تولید می‌شود؟ (فرمول مولکولی بنزین را $C_۸H_{۱۸}$ در نظر بگیرید.) (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

$$CaO(s)+CO_۲(g)\rightarrow CaCO_۳(s)$$
$$CaO(s)+H_۲O(l)\rightarrow Ca(OH)_۲(aq)$$

$(H=۱ , C=۱۲ , O=۱۶ , Ca=۴۰ : g.mol^{-۱})$

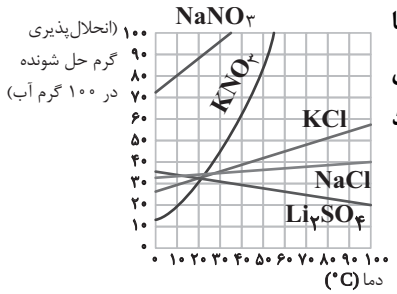
۱) ۶۴ ،۳۵۸۴ ۲) ۶۴ ،۴۴۸۰ ۳) ۸۰ ،۳۵۸۴ ۴) ۸۰ ،۴۴۸۰

۲۰۹- در ظرفی که حاوی ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۶ / ۰ مولار مس (II) سولفات است، مقداری فلز آلومینیم اضافه می‌کنیم، پس از مصرف کامل یون‌های مس (II)، مخلوطی از آلومینیم و مس به جرم ۳۵ / ۱۶ گرم در ظرف باقی می‌ماند. جرم آلومینیم اولیه چند گرم بوده است؟ $(Al=۲۷ , Cu=۶۴ : g.mol^{-۱})$ (واکنش موازنه شود.)

$$Al(s)+CuSO_۴(aq)\rightarrow Al_۲(SO_۴)_۳(aq)+Cu(s)$$

۱) ۷/۶۸ ۲) ۱۰/۸۳ ۳) ۲۳/۷ ۴) ۸/۶۷

۲۱۰- با توجه به شکل، هرگاه ۲۲۵ گرم محلول سیر شدهٔ پتاسیم کلرید در دمای $۷۵^{\circ}C$ را تا دمای $۴۵^{\circ}C$ سرد کنیم، چند گرم KCl به صورت رسوب از آن جدا می‌شود و چگالی محلول نهایی چند گرم بر میلی‌لیتر خواهد بود؟ (از تغییر حجم محلول چشم‌پوشی شود و چگالی آب را $۱g.mol^{-۱}$ در نظر بگیرید. گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



۱) ۱/۴ ،۱۵ ۲) ۱/۱ ،۶۰
۳) ۱/۱ ،۱۵ ۴) ۱/۴ ،۶۰

۲۱۱- کدام مطلب درست است؟

۱) در مخلوط آب و هگزان ماده‌ای که پایین قرار می‌گیرد به‌عنوان رقیق‌کنندهٔ رنگ کاربرد دارد.

۲) در ساختار یخ هر اتم اکسیژن به دو اتم هیدروژن با پیوند هیدروژنی و به دو اتم هیدروژن دیگر با پیوند اشتراکی متصل است.

۳) آب و هگزان حتی به میزان ناچیزی در یکدیگر حل نمی‌شوند.

۴) ید و هگزان به‌دلیل ناقطبی بودن در هم حل می‌شوند و محلولی سبز رنگ می‌سازند.

۲۱۲- کدام موارد از مطالب زیر درست‌اند؟

آ) ۲۱امین عنصر جدول دوره‌ای، در ساخت وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها کاربرد دارد.

ب) همهٔ فلزهای اصلی جدول دوره‌ای عناصر با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب می‌رسند.

پ) همهٔ یون‌های فلزات واسطه، رنگی می‌باشند.

ت) اغلب فلزهای واسطه در طبیعت به شکل ترکیب‌های یونی یافت می‌شوند.

ث) استفاده از طلا در لباس فضانوردان به‌دلیل بازتاب زیاد پرتوهای خورشیدی می‌باشد.

۱) فقط آ، پ ۲) آ، ت، ث ۳) ب، ث ۴) آ، ب، پ

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱۳- مخلوطی از گازهای اتن و متان به جرم ۸۷/۵ گرم با یک کیلوگرم برم با خلوص ۸۰ درصد به‌طور کامل واکنش می‌دهد. درصد حجمی متان در این مخلوط کدام است؟ (ناخالصی‌ها در واکنش شرکت نمی‌کنند و $H=1, C=12, Br=80: g.mol^{-1}$)

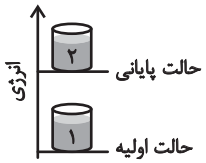
$$C_2H_4 + Br_2 \rightarrow C_2H_4Br_2$$
$$CH_4 + Br_2 \rightarrow CH_3Br + HBr$$

۱) ۱۲/۵ ۲) ۸۷/۵ ۳) ۲۵ ۴) ۷۵

۲۱۴- جرم آب تولید شده در سوختن کامل آلکانی، $\frac{3}{2}$ برابر جرم آلکان مصرف شده اولیه است. نام آیوپاک این آلکان کدام می‌تواند باشد؟ $(C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1})$

۱) متیل پروپان ۲) ۲، ۳– دی‌متیل‌بوتان ۳) ۲، ۲– دی‌متیل پروپان ۴) هگزان

۲۱۵- سامانهٔ (۱) را که محتوی آب صفر درجهٔ سلسیوس است، در یک اتاق بزرگ با دمای $25^\circ C$ قرار می‌دهیم. پس از مدت طولانی، کدام مطلب زیر در مورد آن نادرست است؟



۱) انتقال گرما به سامانهٔ (۱) تا برابر شدن دمای آن با دمای اتاق ادامه می‌یابد.

۲) پس از مدت طولانی، $\theta_{\text{اتاق}} = \theta_{\text{سامانه}}$ خواهد شد.

۳) در این فرایند برخلاف سامانه، دمای اتاق تغییر محسوسی نمی‌یابد.

۴) رسیدن سامانهٔ (۱) به حالت پایانی پدیده‌ای گرماگیر بوده و فرایند انجام شده را می‌توان به صورت «Q + سامانهٔ (۲) ← سامانهٔ (۱)» نوشت.

۲۱۶- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

- شیمی‌دان‌ها به موادی که فرمول مولکولی یکسان اما ساختار متفاوتی دارند، ایزومر (تک‌پار) می‌گویند.
- یکی از فراورده‌های حاصل از سوختن کامل مواد آلی در دمای اتاق، H_2O است که حالت مایع دارد.
- اگر یک واکنش شیمیایی با ΔH وابسته به آن بیان شود، به آن واکنش ترموشیمیایی می‌گویند.
- گاز اتان نخستین بار از سطح مرداب‌ها جمع‌آوری شده، از این‌رو به گاز مرداب معروف است.
- ارزش سوختی چربی‌ها از ارزش سوختی کربوهیدرات‌ها و پروتئین‌ها کم‌تر است.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۱۷- کدام گزینه نادرست است؟

۱) فرمول شیمیایی بنزآلدهید به صورت C_7H_6O بوده و یک ترکیب سیرنشده و آروماتیک است.

۲) در فرمول شیمیایی ساده‌ترین آمین، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی برابر ۵ است.

۳) لیکوپن ترکیبی سیرنشده بوده و از آن به عنوان بازدارنده استفاده می‌شود.

۴) اوره ترکیبی قطبی است و به خوبی در آب حل شده و محلولی همگن پدید می‌آورد.

۲۱۸- با توجه به واکنش‌های داده شده، آنتالپی واکنش $2N_2(g) + 5O_2(g) \rightarrow 4NO(g) + 2O_3(g)$ برحسب کیلوژول کدام است؟

۱) $2NO(g) \rightarrow N_2(g) + O_2(g)$ $\quad \Delta H = a - 251\ kJ$

۲) $2NO(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO_2(g)$ $\quad \Delta H = 141\ kJ$

۳) $NO(g) + O_3(g) \rightarrow NO_2(g) + O_2(g)$ $\quad \Delta H = b\ kJ$

۱) $643 - 2(a+b)$ ۲) $643 - 2(a-b)$ ۳) $2(a-b) - 360$ ۴) $2(b-a) - 360$

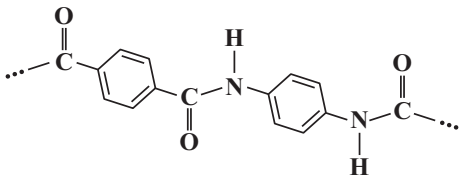
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱۹- مقداری NaN_3 در ظرفی ۵ لیتری تجزیه می‌شود. با توجه به داده‌های جدول زیر که به یکی از مواد شرکت‌کننده در واکنش مربوط است، سرعت واکنش از ابتدا تا انتهای واکنش چند مول بر دقیقه است؟ $2NaN_3(s) \rightarrow 2Na(s) + 3N_2(g)$

زمان (s)	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰
غلظت $(mol \cdot L^{-1})$	۰/۰۳	۰/۰۴۵	۰/۰۵۵	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶

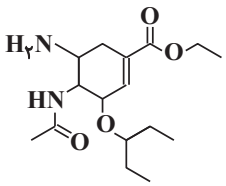
۱) ۰/۰۰۱ ۲) ۰/۰۰۳ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۰۰۵

۲۲۰- اختلاف جرم مولی واحد تکرارشوندهٔ پلیمر حاصل از $HOOC-COOH$ و $HO-CH_2-OH$ و جرم مولی واحد تکرارشوندهٔ پلیمر نشان داده شده در شکل زیر، کدام است؟ $(O=16, N=14, C=12, H=1: g \cdot mol^{-1})$



۱) ۱۶۴
۲) ۱۲۲
۳) ۱۳۶
۴) ۱۴۸

۲۲۱- باتوجه به ساختار مولکول داده شده چند مورد از عبارت‌های زیر در مورد این مولکول به‌درستی بیان شده است؟

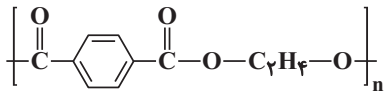


آ) در ساختار آن گروه‌های عاملی آمینی، اتری و کربوکسیل وجود دارد.
ب) از واکنش این مولکول با مقدار کافی آب در شرایط مناسب، امکان تشکیل اتانول وجود دارد.
پ) از واکنش این مولکول با مقدار کافی آب در شرایط مناسب، امکان تشکیل اتانوئیک‌اسید وجود دارد.
ت) در صورتی‌که این مولکول با یک کربوکسیلیک‌اسید واکنش دهد، تعداد عامل‌های آمینی این مولکول دو برابر می‌شود.

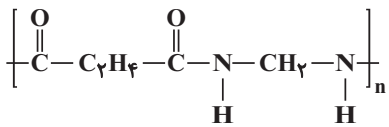
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۲۲- از واکنش دی‌اسید سازنده پلیمر A و دی آمین سازنده پلیمر B، پلیمری با جرم مولی $۳/۵۲ \times ۱۰^۶$ گرم بر مول تولید می‌شود. شمار واحدهای تکرارشونده در هر زنجیر پلیمر حاصل کدام است؟ $(C=12, H=1, N=14, O=16: g \cdot mol^{-1})$

۱) ۵۰۰۰۰۰
۲) ۵۰۰۰۰
۳) ۲۰۰۰۰
۴) ۲۰۰۰۰۰



(A)



(B)

۲۲۳- ..... یک باز آرنیوس است که از انحلال هر مول از آن در آب، ..... مول یون تولید می‌شود و کاغذ pH در تماس با محلول آن به رنگ ..... درمی‌آید.

۱) گوگرد تری‌اکسید، ۲، قرمز
۲) کلسیم اکسید، ۲، آبی
۳) کربن‌دی‌اکسید، ۳، قرمز
۴) سدیم اکسید، ۴، آبی

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۲۴- اگر ..... میلی‌لیتر هیدروبرمیک‌اسید با $pH = ۲/۳$ را به ..... میلی‌لیتر محلول نیتریک‌اسید با غلظت $۰/۰۲ mol.L^{-۱}$ اضافه کنیم در نهایت $۰/۵ L$ محلول با $pH = ۲/۱$ حاصل می‌شود. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید) (راهنمایی: $\log ۵ \simeq ۰/۷ , \log ۸ \simeq ۰/۹$)

۱) ۲۰۰ ـ ۳۰۰ ۲) ۱۰۰ ـ ۴۰۰ ۳) ۱۰۰ ـ ۴۰۰ ۴) ۲۰۰ ـ ۳۰۰

۲۲۵- ثابت یونش اسید HA در دمای $۲۵^\circ C$ برابر $۳\times۱۰^{-۳} mol.L^{-۱}$ است. ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول این اسید با $pH = ۲/۵$ با چند میلی‌مول سدیم هیدروکسید به طور کامل واکنش می‌دهد؟

$HA(aq) + NaOH(aq) \rightarrow NaA(aq) + H_۲O(l)$ ($\log ۳ \simeq ۰/۵$)

۱) ۱/۶ ۲) ۱/۲ ۳) $۱/۶\times۱۰^{-۳}$ ۴) $۱/۲\times۱۰^{-۳}$

۲۲۶- کدام گزینه درست است؟ ($H=۱ , O=۱۶ , Ca=۴۰ : g\cdot mol^{-۱}$)

۱) اگر $[OH^-]$ در یک محلول آبی، ۲۰ برابر شود، pH آن به‌اندازهٔ ۲ واحد افزایش می‌یابد.

۲) اگر حجم محلول پتاسیم هیدروکسید را با افزودن آب به ۱۰ برابر حجم اولیه افزایش دهیم، pH محلول به‌اندازهٔ یک واحد کاهش می‌یابد.

۳) در غلظت و دمای یکسان، pH محلول نیترو اسید بیش‌تر از pH محلول فورمیک‌اسید است.

۴) کلسیم هیدروکسید یک اکسید بازی بوده و از انحلال ۱۴۸ گرم از آن در آب، ۲ مول یون هیدروکسید در آب تولید می‌شود.

۲۲۷- جدول زیر اطلاعات مربوط به دو سلول گالوانی متشکل از نیم سلول‌های استاندارد A، B و C را نشان می‌دهد. چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟ (کاتیون پایدار A، B و C را به ترتیب $A^{۲+}$، $B^{۲+}$ و $C^{۲+}$ در نظر بگیرید.)

($A = ۶۵ , C = ۶۴ : g\cdot mol^{-۱}$)

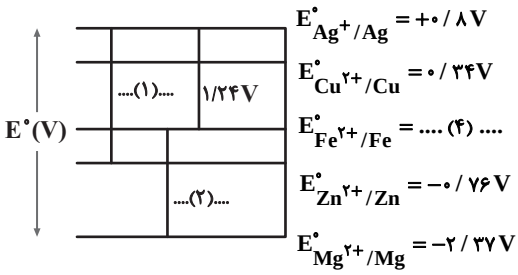
شمارهٔ سلول	آند	کاتد	ولتاژ سلول
۱	A	C	+۱/۱
۲	A	B	+۰/۳۶

- در سلول گالوانی $B-C$، آنیون‌ها برخلاف الکترون‌ها از طریق دیوارهٔ متخلخل، از نیم‌سلول B وارد نیم‌سلول C می‌شود.
- ترتیب قدرت کاهندگی به‌صورت $A > B > C$ است و $C^{۲+}$ نمی‌تواند B را اکسید کند.
- محلول $B(NO_۳)_۲$ را می‌توان در ظرفی از جنس فلز C نگهداری نمود و قوی‌ترین اکسنده $C^{۲+}$ است.
- ولتاژ سلول $(B-C)$ برابر ۰/۷۴ ولت است.
- اگر تیغه‌ای از جنس A درون محلول حاوی کاتیون $C^{۲+}$ قرار بگیرد، بعد از مبادلهٔ $۶/۰۲\times۱۰^{۲۲}$ الکترون، جرم تیغه در نهایت ۰/۰۵ گرم افزایش می‌یابد. (C تولید شده بر روی تیغه می‌نشیند.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۲۸- در شکل روبه‌رو، هر خط عمودی یک سلول گالوانی از دو فلز را نشـان می‌دهد. با توجه به آن چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟



- مقدار عددی (۱) برابر با ۱/۵۶ ولت می‌باشد.
- مقدار عددی (۴) و (۲) به‌ترتیب ۰/۴۳+ و ۱/۹۳ ولت می‌باشد.
- در سلول گالوانی حاصل از Cu و Mg با گذشت زمان از جرم تیغـه مس کاسته می‌شود.
- emf حاصل از سلولی که بیش‌ترین ولتاژ را ایجاد می‌کند به‌اندازهٔ ۳/۶۱ واحد از (۴) بیش‌تر است.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۲۹- کدام گزینه نادرست است؟

۱) اتم Br در گونه BrO_4^-، همانند اتم اکسیژن در OF_2 فقط نقش اکسندگی دارد.

۲) عدد اکسایش کربن در متانوئیک‌اسید، هشت واحد بزرگ‌تر از مجموع اعداد اکسایش کربن‌ها در بنزن است.

۳) مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها در نیم واکنش $NO_3^- + H^+ + e^- \rightarrow HNO_2 + H_2O$ پس از موازنـه، برابـر بـا ۵ است.

۴) emf سلول گالوانی Zn – Ag کم‌تر از emf سلول گالوانی Mg – Au است.

۲۳۰- در کدام گزینه مراحل تهیهٔ فلز منیزیم از آب دریا درست نشان داده شده است؟

۱) دریا $Mg^{2+}(aq) \xrightarrow{2OH^-(aq)} Mg(OH)_2(s) \xrightarrow[+2HCl]{\text{صافی}} MgCl_2(aq) \xrightarrow[\text{ذوب کردن}]{\text{خشک کردن}} MgCl_2(l) \xrightarrow{\text{برقکافت}} Mg(l)+Cl_2(g)$

۲) دریا $Mg^{2+}(aq) \xrightarrow{2OH^-(aq)} Mg(OH)_2(aq) \xrightarrow[+2HCl]{\text{صافی}} MgCl_2(s) \xrightarrow[\text{ذوب کردن}]{\text{خشک کردن}} MgCl_2(l) \xrightarrow{\text{برقکافت}} Mg(l)+Cl_2(g)$

۳) دریا $Mg^{2+}(aq) \xrightarrow{2HCl} MgCl_2(s) \xrightarrow[2OH^-]{\text{صافی}} Mg(OH)_2(s) \xrightarrow[\text{ذوب کردن}]{\text{خشک کردن}} Mg(OH)_2(l) \xrightarrow{\text{برقکافت}} Mg(l)+H_2O(g)$

۴) دریا $Mg^{2+}(aq) \xrightarrow{2HCl} MgCl_2(aq) \xrightarrow[2OH^-]{\text{صافی}} Mg(OH)_2(aq) \xrightarrow[\text{ذوب کردن}]{\text{خشک کردن}} Mg(OH_2)(l) \xrightarrow{\text{برقکافت}} Mg(l)+H_2O(g)$

۲۳۱- جاهای خالی هر یک از عبارات زیر به‌ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به‌درستی آمده است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

- نقطهٔ ذوب سیلیسیم از الماس ..... است.
- موادی مانند ..... جزو مواد مولکولی به شمار می‌روند. زیرا ذره‌های سازنده آن‌ها مولکول‌های مجزا هستند.
- گرافیت ..... گرافن، یک جامد کووالانسی دوبعدی به‌شمار می‌رود.
- ..... در ساخت مته‌ها و ابزار برش شیشه استفاده می‌شود.

۱) بیشتر، CO_2، برخلاف، سیلیس ۲) بیشتر، AsH_3، همانند، الماس

۳) کمتر، H_2O، همانند، سیلیس ۴) کمتر، SO_2، همانند، الماس

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۳۲- کدام گزینه درست است؟

۱) اتم مرکزی در نقشهٔ پتانسیل الکترواستاتیکی مولکول‌های آمونیاک و گوگرد تری‌اکسید با رنگ یکسان نشان داده می‌شود.

۲) رنگ قرمز در نقشه‌های پتانسیل الکترواستاتیکی تراکم بیش‌تر ذرات زیراتمی بدون بار را نشان می‌دهد.

۳) گشتاور دوقطبی مولکول‌های کربونیل‌سولفید و اتین به تقریب برابر صفر است.

۴) وجود جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی می‌تواند تقارن و توزیع یکنواخت بارهای الکتریکی در مولکول‌های چنداتمی را به‌هم زند.

۲۳۳- با توجه به آرایش الکترونی عنصرهای داده شده، ترکیب یونی حاصل از کدام دو عنصر دارای آنتالپی فروپاشی شبکهٔ کمتری است؟

$A:[_{10}Ne]\,3s^2$

$B:[_{18}Ar]\,4s^1$

$C:[_{2}He]\,2s^2\,2p^5$

$D:[_{18}Ar]\,3d^{10}\,4s^2\,4p^5$

$E:[_{2}He]\,2s^2\,2p^4$

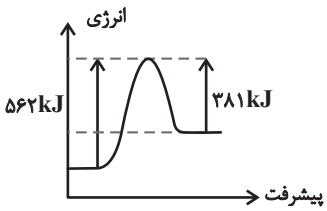
۱) E , A

۲) C , A

۳) D , B

۴) C , B

۲۳۴- با توجه به نمودار داده شده که به واکنش $N_2(g)+O_2(g)\rightarrow 2NO(g)$ مربوط است، چند مورد از عبارت‌های داده شده درست‌اند؟



آ) فراورده از واکنش‌دهنده‌ها پایدارتر است.

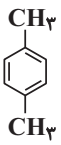
ب) با تولید ۲۲/۴ لیتر گاز NO در شرایط STP، ۹۰/۵ کیلوژول گرما جذب می‌گردد.

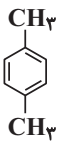
پ) با استفاده از کاتالیزگر مناسب سرعت واکنش افزایش می‌یابد و مواد شرکت‌کننده در واکنش پایدارتر می‌شوند.

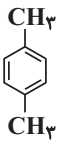
ت) اگر واکنش در دو جهت انجام شود، سرعت واکنش رفت از سرعت واکنش برگشت بیش‌تر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۳۵- از اکسایش ..... می‌توان ..... تهیه کرد و اختلاف جرم مولی این دو ماده ..... گرم بر مول است. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) ($H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1}$)

۱)  ـ پارازایلن ـ ۶۰

۲)  ـ ترفتالیک‌اسید ـ ۶۰

۳)  ـ ترفتالیک‌اسید ـ ۲۸

۴) ـ پارازایلن ـ ۲۸

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

دفترچهٔ پاسخ

آزمون ۲۹ خرداد ماه ۱۴۰۰

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلالی ـ عادل حسینی ـ افشین خاصّه‌خان ـ فرامرز سپهری ـ علی سلامت ـ حمید علیزاده ـ جهانبخش نیکنام وحید ون‌آبادی
	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب ـ سامان اسپهرم ـ علی ایمانی ـ جواد حاتمی ـ سیدمحمدرضا حسینی‌فرد ـ افشین خاصّه‌خان ـ فرزانه خاکپاش محمد خندان ـ ندا صالح پور ـ مجید علایی‌نسب ـ احمدرضا فلاح ـ سرژ یقیازاریان‌تبریزی
	فیزیک	بابک اسلامی ـ محمد اکبری ـ عظیم آقچه لی ـ بهمن قمری ـ افشین کردکتولی ـ مصطفی کیانی ـ جلیل گلی ـ غلامرضا محبی سید علی میرنوری
	شیمی	مجتبی اسدزاده ـ امیرحسین بختیاری ـ علی بیدختی ـ محمدرضا پورجاوید ـ احمدرضا جشانی‌پور ـ کامران جعفری امیر حاتمیان ـ مرتضی خوش‌کیش ـ حمید ذبحی ـ حسن رحمتی کوکنده ـ فاطمه رحیمی ـ مرتضی رضائی‌زاده ـ سیدرضا رضوی رضا سلیمانی ـ جواد سوری لکی ـ رسول عابدینی‌زواره ـ مجتبی عبادی ـ محمد عظیمیان‌زواره ـ محمدحسن محمدزاده مقدم هادی مهدی‌زاده ـ حسین ناصری‌ثانی ـ محمد نکو ـ سیدرحیم هاشمی‌دهکردی ـ شهرام همایون‌فر

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	هندسه و آمار و احتمال	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	سیدعلی میرنوری	ایمان حسین‌نژاد
گروه ویراستاری	علی مرشد علی ارجمند	مجتبی تشیعی عادل حسینی فرزانه خاکپاش	مجتبی تشیعی عادل حسینی فرزانه خاکپاش	سید سروش کریمی‌مداحی زهره آقامحمدی حمید زرین‌کفش	علی یاراحمدی سیدعلی موسوی مهلا تابش‌نیا محمدرضا یوسفی
	ویراستار استاد: مهدی ملارمضانی			ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	محمدحسن محمدزاده‌مقدم
باربینی نهایی	---	---	---	---	محمد قره‌قلی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی‌مقدم — مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف‌نگار	عصمت رمضانی – نوشین اشرفی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

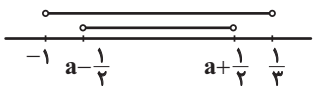
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ریاضیات

۱۰۱- **گزینهٔ «۱»** (کاظم اجلالی)

ابتدا نامعادله‌ها را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} *\ |x-a|<\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2}<x-a<\frac{1}{2} \Rightarrow a-\frac{1}{2}<x<a+\frac{1}{2} \\ *\ |x-1|>2|x| \xrightarrow{\text{توان ۲}} (x-1)^2>(2x)^2 \Rightarrow (x-1)^2-(2x)^2>0 \\ \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} (-x-1)(3x-1)>0 \\ \Rightarrow (x+1)(3x-1)<0 \Rightarrow -1<x<\frac{1}{3} \end{cases}$$

بنابراین باید $(a-\frac{1}{2}, a+\frac{1}{2}) \subseteq (-1, \frac{1}{3})$ باشد. پس داریم:

$$\begin{cases} a-\frac{1}{2} \geq -1 \Rightarrow a \geq -\frac{1}{2} \\ a+\frac{1}{2} \leq \frac{1}{3} \Rightarrow a \leq -\frac{1}{6} \end{cases}$$

بنابراین مجموعهٔ مقادیر ممکن a برابر $[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}]$ است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۱۰۲- **گزینهٔ «۲»** (حمید علیزاده)

با توجه به معادلهٔ اولیه داریم:

$$x^2+bx+2=0 \Rightarrow \begin{cases} S=x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-b \\ P=x_1x_2=\frac{c}{a}=2 \end{cases}$$

x_1x_2 واسطهٔ حسابی $\frac{1}{x_1^2}$ و $\frac{1}{x_2^2}$ است، پس رابطهٔ $2x_1x_2=\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}$ برقرار است:

$$\Rightarrow 2x_1x_2=\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1^2x_2^2} \Rightarrow 2x_1^3x_2^3=2(x_1x_2)^3=x_1^2+x_2^2$$

$$\Rightarrow 2P^3=S^2-2P \Rightarrow 2(2)^3=(-b)^2-2(2)$$

$$\Rightarrow b^2=20 \Rightarrow b=\pm 2\sqrt{5}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

۱۰۳- **گزینهٔ «۳»** (کاظم اجلالی)

فرض کنید کارگر B در n روز کار را انجام می‌دهد، پس کارگر A در $n+50$ روز همان کار را انجام می‌دهد، بنابراین کارگر B در یک روز $\frac{1}{n}$ کار و کارگر A در یک روز $\frac{1}{n+50}$ کار را انجام می‌دهد، پس در ۱۰ روز کارگر B و کارگر A به‌ترتیب $\frac{10}{n}$ و $\frac{10}{n+50}$ از کار را انجام می‌دهند و مقدار کار انجام شده برابر $\frac{10}{n+50}+\frac{10}{n}$ است.

از طرف دیگر دوتایی با هم در ۶۰ روز کار را انجام می‌دهند، پس در ۱۰ روز $\frac{1}{6}$ کار را انجام می‌دهند:

$$\frac{10}{n+50}+\frac{10}{n}=\frac{1}{6} \Rightarrow 60n+60(n+50)=n(n+50)$$

$$\Rightarrow n^2-70n-3000=(n-100)(n+30)=0$$

$$\Rightarrow n=100, n=-30 \text{ (غ ق ق)}$$

پس کارگر B به تنهایی در ۱۰۰ روز و کارگر A به تنهایی در ۱۵۰ روز کار را انجام می‌دهند. بعد از ۱۰ روز کار مشترک، $\frac{5}{6}$ کار باقی‌مانده را باید کارگر B به تنهایی انجام دهد. چون این کارگر در یک روز $\frac{1}{100}$ کار را انجام می‌دهد، پس در $100\times\frac{5}{6}=\frac{250}{3}$ روز، باقی‌ماندهٔ کار را انجام می‌دهد.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۰۴- **گزینهٔ «۳»** (فرامرز سپهری)

ابتدا فاصلهٔ نقطهٔ A را از خط داده شده به‌دست می‌آوریم و برابر ۳ قرار می‌دهیم:

$$d=\frac{|6x-8y-k|}{\sqrt{36+64}}=3 \Rightarrow \frac{|22-k|}{10}=3$$

$$\Rightarrow |22-k|=30 \Rightarrow \begin{cases} k=52 \\ k=-8 \end{cases} \Rightarrow k \text{ مجموع مقادیر} = 44$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۱۰۵- **گزینهٔ «۴»** (عادل حسینی)

ابتدا دامنهٔ تابع خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} D_f=\{1,2,3,4\} \\ D_g=\{1,2,3,4\} \\ R_g=D_{g^{-1}}=\{2,3,4,6\} \end{cases} \xrightarrow{h(x)=(\frac{g}{f+g^{-1}})(x)} D_h=\{2,3,4\}$$

اما به‌ازای $x=3$، $f+g^{-1}$ برابر صفر است که این مقدار غیرقابل قبول است:

$$\Rightarrow D_h=\{2,4\}$$

در نتیجه تابع h به صورت زیر است:

$$h=\{(2,\frac{4}{2+4})(4,\frac{2}{6+2})\}=\{(2,\frac{2}{3}),(4,\frac{1}{4})\}$$

برد این تابع مجموعهٔ $\{\frac{2}{3}, \frac{1}{4}\}$ است که مجموع اعضای آن برابر $\frac{11}{12}$ است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۶)

۱۰۶- **گزینهٔ «۴»** (افشین خاصه‌خان)

با توضیحات داده شده، ضابطهٔ تابع f به‌صورت $f(x)=\sqrt{6-x}$ و ضابطهٔ تابع g نیز به‌صورت $g(x)=x+2x^2$ است، بنابراین دامنهٔ تابع fog برابر خواهد بود با:

$$D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}=\{x\in\mathbb{R} \mid x+2x^2\leq 6\}$$

$$\Rightarrow 2x^2+x-6=(2x-3)(x+2)\leq 0 \Rightarrow -2\leq x\leq \frac{3}{2}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۰۷- **گزینهٔ «۲»** (کاظم اجلالی)

هر لایهٔ تمیزکننده ۶۰ درصد ناخالصی‌ها را حذف می‌کند، پس ۴۰ درصد ناخالصی‌ها باقی می‌ماند. بنابراین با قرار دادن n لایهٔ تمیزکننده $(۰/۴)^n$ درصد ناخالصی باقی می‌ماند. پس داریم:

$$۰/۴^n \le ۰/۰۲ \Rightarrow (\frac{۲}{۵})^n \le \frac{۱}{۵۰} \Rightarrow n \ge \log_{\frac{۲}{۵}} \frac{۱}{۵۰}$$

$$\log_{\frac{۲}{۵}} \frac{۱}{۵۰} = -\log_{\frac{۲}{۵}} ۵۰ = -\frac{\log ۵۰}{\log \frac{۲}{۵}} = -\frac{\log ۵ + \log ۱۰}{\log ۲ - \log ۵}$$

$$= -\frac{\log ۵ + ۱}{۱ - \log ۵ - \log ۵} = \frac{۱ + \log ۵}{۲\log ۵ - ۱} = \frac{۱ + ۰/۷}{۲ \times ۰/۷ - ۱} = ۴/۲۵$$

بنابراین $n \ge ۵$ است و حداقل ۵ لایه نیاز داریم.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹، ۸۶ و ۸۷)

۱۰۸- **گزینهٔ «۳»** (وحید ون آبادی)

$$\log_۲(a^۲ + ۱۰a) = \log_۲ ۸ + \log_۲(a+۳)$$

$$\Rightarrow \log_۲ \frac{a^۲ + ۱۰a}{a+۳} = \log_۲ ۸$$

$$\Rightarrow a^۲ + ۱۰a = ۸a + ۲۴ \Rightarrow a^۲ + ۲a - ۲۴ = (a+۶)(a-۴) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -۶ \text{ در دامنهٔ لگاریتم‌ها صدق نمی‌کند: غ‌ق‌ق} \\ a = ۴ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_{۸a}^{(a+۴)} = \log_{۳۲}^{۸} = \log_{۲^۵}^{۲^۳} = \frac{۳}{۵} = ۰/۶$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱۰۹- **گزینهٔ «۱»** (عادل حسینی)

شروع می‌کنیم به ساده کردن عبارت داده شده:

$$\cos(\frac{۳\pi}{۲۰})\cos(\frac{۱۳\pi}{۲۰}) = \cos(\frac{۳\pi}{۲۰})\cos(\frac{۳\pi}{۲۰} + \frac{\pi}{۲})$$

$$= -\cos(\frac{۳\pi}{۲۰})\sin(\frac{۳\pi}{۲۰}) = -\frac{۱}{۲}\sin\frac{۳\pi}{۱۰} = -۰/۴ \Rightarrow \sin\frac{۳\pi}{۱۰} = ۰/۸$$

از رابطهٔ $\sin ۲\theta = \frac{۲\tan\theta}{۱+\tan^۲\theta}$ استفاده می‌کنیم:

$$\sin\frac{۳\pi}{۱۰} = \frac{۲\tan\frac{۳\pi}{۲۰}}{۱+\tan^۲\frac{۳\pi}{۲۰}} = ۰/۸ \Rightarrow ۰/۴\tan^۲\frac{۳\pi}{۲۰} - \tan\frac{۳\pi}{۲۰} + ۰/۴ = ۰$$

$$\Rightarrow \tan\frac{۳\pi}{۲۰} = \frac{۱ \pm \sqrt{۱ - ۴ \times (۰/۴)^۲}}{۰/۸} = \frac{۱ \pm ۰/۶}{۰/۸}$$

$$\xrightarrow{۰ < \tan\frac{۳\pi}{۲۰} < ۱} \tan\frac{۳\pi}{۲۰} = \frac{۱}{۲}$$

حال از رابطهٔ $\tan ۲\theta = \frac{۲\tan\theta}{۱-\tan^۲\theta}$ استفاده می‌کنیم:

$$\tan\frac{۳\pi}{۲۰} = \frac{۲\tan\frac{۳\pi}{۴۰}}{۱-\tan^۲\frac{۳\pi}{۴۰}} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \tan^۲\frac{۳\pi}{۴۰} + ۴\tan\frac{۳\pi}{۴۰} - ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow \tan\frac{۳\pi}{۴۰} = \frac{-۴ \pm \sqrt{۴^۲ - ۴(-۱)}}{۲} = \frac{-۴ \pm ۲\sqrt{۵}}{۲} = \pm\sqrt{۵} - ۲$$

دقت کنید $۰ < \tan\frac{۳\pi}{۴۰} < ۱$ است، پس مقدار $\sqrt{۵} - ۲$ قابل‌قبول است.

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۱۰- **گزینهٔ «۲»** (عادل حسینی)

با استفاده از قضیهٔ هوپیتال در حد مبهم داده شده داریم:

$$\lim_{x\to ۱} \frac{\sin ۲\pi x - \cos\frac{\pi}{۲}x}{x-۱} = \lim_{x\to ۱} \frac{۲\pi\cos ۲\pi x + \frac{\pi}{۲}\sin\frac{\pi}{۲}x}{۱}$$

$$= ۲\pi + \frac{\pi}{۲} = \frac{۵\pi}{۲}$$

شرط پیوستگی در $x = ۱$ این است که $\lim_{x\to ۱} f(x) = f(۱)$ باشد.

$$\Rightarrow a\pi = \frac{۵\pi}{۲} \Rightarrow a = \frac{۵}{۲}$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۵۱)

۱۱۱- **گزینهٔ «۳»** (علی سلامت)

مساحت سطح‌های محدود به نمودارهای تابع f و g را با محور x ها به ترتیب S_f و S_g می‌نامیم. داریم:

$$S_f = S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{۶+۳}{۲} \times ۲ = ۹$$

برای رسم نمودار تابع g (بدون در نظر گرفتن انتقال یک واحد به راست)، طول نقاط تابع f را بر ۲ تقسیم و عرض نقاط را در ۴ ضرب می‌کنیم. یعنی طول قاعدهٔ ذوزنقه $\frac{۱}{۲}$ و ارتفاع آن ۴ برابر می‌شود، پس به راحتی می‌توانیم بگوییم:

$$S_g = ۴ \times \frac{۱}{۲} S_f = ۲S_f = ۲ \times ۹ = ۱۸$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۱۲- **گزینهٔ «۳»** (علی سلامت)

برای محاسبهٔ دامنهٔ تابع g ابتدا قرار می‌دهیم $f(۲x-۱) - f(-x) \ge ۰$. با توجه به اینکه تابع f اکیداً صعودی است، داریم:

$$f(۲x-۱) \ge f(-x) \Rightarrow ۲x - ۱ \ge -x \Rightarrow x \ge \frac{۱}{۳} \quad (۱)$$

دامنهٔ توابع $y = f(۲x-۱)$ و $y = f(-x)$ را نیز به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$y = f(۲x-۱) \Rightarrow -۲ \le ۲x - ۱ \le ۴ \Rightarrow \frac{-۱}{۲} \le x \le \frac{۵}{۲} \quad (۲)$$

$$y = f(-x) \Rightarrow -۲ \le -x \le ۴ \Rightarrow -۴ \le x \le ۲ \quad (۳)$$

دامنهٔ تابع g اشتراک سه مجموعهٔ فوق است:

$$D_g = [a, b] = [\frac{۱}{۳}, ۲] \Rightarrow \frac{b}{a} = ۶$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۱۳- **گزینهٔ «۴»** (کاظم اجلالی)

مساحت مثلث برابر است با:

$$S = \frac{۱}{۲}\sin\theta \cdot \cos^۲\theta \cdot \sin\theta = \frac{۱}{۲}\sin^۲\theta\cos^۲\theta$$

$$= \frac{۱}{۲}(\sin\theta\cos\theta)^۲ = \frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲}\sin ۲\theta)^۲$$

$$= \frac{۱}{۸}\sin^۲ ۲\theta = \frac{۱}{۸}(\frac{۱-\cos ۴\theta}{۲}) = \frac{۱}{۱۶} - \frac{۱}{۱۶}\cos ۴\theta$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

بنابراین بیش‌ترین مقدار تابع $S(\theta)=\frac{۱}{۱۶}-\frac{۱}{۱۶}\cos ۴\theta$ را باید پیدا کنیم که برابر است با:

$$\frac{۱}{۱۶}+\frac{۱}{۱۶}=\frac{۱}{۸}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۱۴- **گزینهٔ «۱»** (وحید ون‌آبادی)

با توجه به رابطهٔ $\cot(\frac{\pi}{۲}-x)=\tan x$ داریم:

$$\tan^۳ x-۳\tan x=\tan x(\tan^۲ x-۳)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases}\tan x=۰\Rightarrow x=k\pi\\ \text{یا}\\ \tan^۲ x-۳=۰\Rightarrow \tan x=\pm\sqrt{۳}\Rightarrow x=k\pi\pm\frac{\pi}{۳}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اجتماع جواب‌ها}} x=\frac{k\pi}{۳}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۱۵- **گزینهٔ «۱»** (علی سلامت)

باید حدهای چپ و راست تابع را در $x=۰$ حساب کنیم:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to ۰^-} f(x)=\lim\limits_{x\to ۰^-}\frac{۱}{[x]-x}=\lim\limits_{x\to ۰^-}\frac{۱}{-(x+۱)}=-۱\\ \lim\limits_{x\to ۰^+} f(x)=\lim\limits_{x\to ۰^+}\frac{۱}{[x]-x}=\lim\limits_{x\to ۰^+}\frac{۱}{-x}=-\infty\end{cases}$$

نمودار گزینهٔ «۱» صحیح است.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی — حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۵۰)

۱۱۶- **گزینهٔ «۲»** (فرامرز سپهری)

$$f'(x)=-۲\times ۲(-\frac{۱}{۴})\sin(\frac{\pi}{۶}-\frac{x}{۴})\cos(\frac{\pi}{۶}-\frac{x}{۴})$$

$$\Rightarrow f'(x)=\sin(\frac{\pi}{۶}-\frac{x}{۴})\cos(\frac{\pi}{۶}-\frac{x}{۴})$$

$$\Rightarrow f'(\pi)=\sin(-\frac{\pi}{۱۲})\cos(-\frac{\pi}{۱۲})=-\frac{۱}{۲}\sin\frac{\pi}{۶}=-\frac{۱}{۴}$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۱۱۷- **گزینهٔ «۳»** (کاظم اجلالی)

ابتدا مشتق اول و دوم تابع f را حساب می‌کنیم.

$$f'(x)=\frac{-۱}{(x+۱)^۲}\Rightarrow f''(x)=\frac{۲}{(x+۱)^۳}$$

پس طبق صورت سؤال باید داشته باشیم:

$$-\frac{۱}{(x+۱)^۲}=\frac{۲}{(x+۱)^۳}\Rightarrow x+۱=-۲\Rightarrow x=-۳$$

پس باید معادلهٔ خط مماس بر نمودار تابع f در نقطهٔ $(-۳, f(-۳))$ را بنویسیم که به‌صورت زیر است:

$$y-f(-۳)=f'(-۳)(x+۳)$$

از طرف دیگر $f(-۳)=-\frac{۱}{۲}$ و $f'(-۳)=-\frac{۱}{۴}$ است که معادلهٔ خط مماس به‌صورت زیر است:

$$y+\frac{۱}{۲}=-\frac{۱}{۴}(x+۳)\Rightarrow ۴y+۲=-x-۳\Rightarrow x+۴y=-۵$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸)

۱۱۸- **گزینهٔ «۴»** (افشین خاصه‌خان)

ضابطهٔ تابع، یک چندجمله‌ای درجهٔ ۳ است، بنابراین نقاط بحرانی تابع فقط آن‌هایی هستند که به‌ازای آن‌ها مشتق تابع صفر می‌شود و چون تأکید شده است که تابع فقط یک نقطهٔ بحرانی دارد، تابع مشتق باید ریشهٔ مضاعف داشته باشد:

$$f'(x)=۳ax^۲+۲(a+۴)x-۳\Rightarrow \Delta=۴(a+۴)^۲+۳۶a=۰$$

$$\Rightarrow a^۲+۱۷a+۱۶=۰\Rightarrow (a+۱)(a+۱۶)=۰\Rightarrow a=-۱, a=-۱۶$$

هم‌چنین به ازای $a=۰$ نیز ضابطهٔ تابع به صورت $f(x)=۴x^۲-۳x+۲$ خواهد شد که این سهمی نیز فقط یک نقطهٔ بحرانی دارد. پس مجموعهٔ مقادیر قابل قبول برای a به صورت $\{۰, -۱, -۱۶\}$ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحهٔ ۱۱۷)

۱۱۹- **گزینهٔ «۱»** (جهانبخش نیکنام)

ابتدا نقاط بحرانی و سپس اکسترمم‌های نسبی تابع را به دست می‌آوریم:

$$f'(x)=x^۲-۲ax=۰\Rightarrow x=۰, ۲a$$

$$\begin{cases}f(۰)=-a\\ f(۲a)=-\frac{۴}{۳}a^۳-a\end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{شیب خط گذرنده از اکسترمم نسبی}=\frac{(-\frac{۴}{۳}a^۳-a)+a}{۲a-۰}=-\frac{۲}{۳}a^۲$$

$$\xrightarrow{\text{موازی با خط } y=-x} -\frac{۲}{۳}a^۲=-۱\Rightarrow a=\pm\sqrt{\frac{۳}{۲}}=\pm\frac{\sqrt{۶}}{۲}$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۲۰- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

نمودار تابع فقط یک مجانب قائم دارد، پس مخرج در $x=۱$ باید ریشهٔ مضاعف داشته باشد، پس چون درجهٔ مخرج برابر ۲ است، باید مضربی از $(x-۱)^۲$ باشد. حال چون ضریب $x^۲$ برابر ۱ است، مخرج خود $(x-۱)^۲$ خواهد بود:

$$x^۲+bx+c=\underbrace{x^۲-۲x+۱}_{(x-۱)^۲}\Rightarrow b=-۲, c=۱$$

نمودار تابع در $x=۰$ بر محور xها مماس است، یعنی $x=۰$ باید ریشهٔ مضاعف عبارت صورت باشد، پس $a=۰$ است.

$$\Rightarrow a+b+c=-۱$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۴)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

ریاضیات

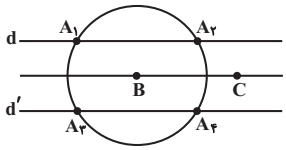
۱۲۱- **گزینهٔ «۴»** *(مهیر علایی‌نسب)*

فرض کنید AH ارتفاع وارد بر ضلع BC در مثلث ABC باشد. در این صورت داریم:

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}AH\times BC\Rightarrow ۱۵=\frac{۱}{۲}AH\times ۱۰\Rightarrow AH=۳$$

یعنی نقطهٔ A از خط گذرنده از نقاط B و C، ۳ واحد فاصله دارد. در نتیجه نقطهٔ A می‌تواند روی یکی از دو خط d و d' موازی با BC و به فاصلهٔ ۳ واحد از آن قرار داشته باشد.

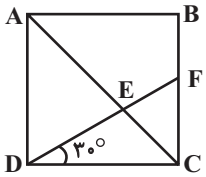
از طرفی $AB=۷$ است، پس نقطهٔ A روی دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۷ واقع است. مطابق شکل نقاط برخورد این دایره و خطوط d و d' (نقطه‌های $A_۱,A_۲,A_۳,A_۴$) جواب مسئله است.



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۱)

۱۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

پاره‌خط DE را امتداد می‌دهیم تا ضلع BC را در نقطهٔ F قطع کند.



در مثلث قائم‌الزاویهٔ DCF، ضلع FC روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° و در نتیجه نصف ضلع DF است. اگر طول ضلع مربع را برابر a فرض کنیم، آن‌گاه داریم:

$$DF^۲=FC^۲+DC^۲\Rightarrow (۲FC)^۲=FC^۲+a^۲\Rightarrow ۳FC^۲=a^۲$$

$$\Rightarrow FC^۲=\frac{a^۲}{۳}\Rightarrow FC=\frac{a}{\sqrt{۳}}$$

دو مثلث ADE و CFE به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{FC}{AD}=\frac{CE}{AE}\Rightarrow\frac{\frac{a}{\sqrt{۳}}}{a}=\frac{CE}{AE}\Rightarrow\frac{CE}{AE}=\frac{۱}{\sqrt{۳}}\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}}$$

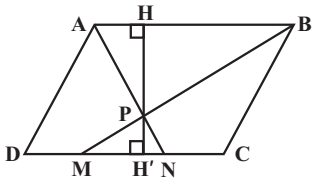
$$\frac{CE}{AC}=\frac{۱}{\sqrt{۳}+۱}\times\frac{\sqrt{۳}-۱}{\sqrt{۳}-۱}=\frac{\sqrt{۳}-۱}{۲}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۴)

۱۲۳- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

دو مثلث PAB و PMN به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند.



نسبت ارتفاع‌ها در دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه آن دو مثلث است، بنابراین داریم:

$$\frac{PH}{PH'}=\frac{AB}{MN}=\frac{۳}{۱}\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در صورت}}\frac{PH+PH'}{PH'}=\frac{۳+۱}{۱}$$

$$\Rightarrow\frac{HH'}{PH'}=۴$$

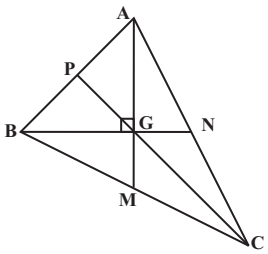
$$\frac{S_{ABCD}}{S_{PMN}}=\frac{HH'\times AB}{\frac{۱}{۲}PH'\times MN}=۲\times\frac{HH'}{PH'}\times\frac{AB}{MN}=۲\times۴\times۳=۲۴$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۵ و ۴۶

چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۵)

۱۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

میانه‌های هر مثلث، یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، بنابراین مطابق شکل داریم:



$$AG=\frac{۲}{۳}AM=۶$$

$$BG=\frac{۲}{۳}BN=۴$$

$$\overset{\Delta}{ABG}: AB^۲=AG^۲+BG^۲=۳۶+۱۶=۵۲$$

$$\Rightarrow AB=\sqrt{۵۲}=۲\sqrt{۱۳}$$

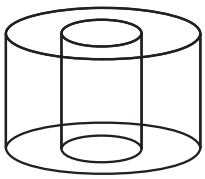
مطابق شکل پاره‌خط GP میانهٔ وارد بر وتر در مثلث ABG بوده و طول آن نصف طول وتر است، بنابراین داریم:

$$GP=\frac{۱}{۲}AB=\sqrt{۱۳}\Rightarrow CP=۳GP=۳\sqrt{۱۳}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۷)

۱۲۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمد غندران)*

اگر مربع $ABCD$ را حول خط d دوران دهیم، شکل حاصل یک استوانه است که از داخل آن یک استوانهٔ کوچک‌تر برداشته شده است. شعاع قاعدهٔ استوانه‌ها برابر ۱ و ۳ و ارتفاع هر دو استوانه برابر ۲ است، بنابراین، اگر حجم حاصل از دوران را با V نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:



$V=$ حجم استوانهٔ کوچک ـ حجم استوانهٔ بزرگ

$$=\pi\times۳^۲\times۲-\pi\times۱^۲\times۲=۱۸\pi-۲\pi=۱۶\pi$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

اگر $\overset{\frown}{BT}=x$ و $\overset{\frown}{AT}=y$ فرض شود، آنگاه داریم:

$$\hat{M}=\frac{\overset{\frown}{BT}-\overset{\frown}{AT}}{۲}\Rightarrow ۲۴^\circ=\frac{x-y}{۲}\Rightarrow x-y=۴۸^\circ$$

$$\overset{\frown}{BT}+\overset{\frown}{AT}=۱۸۰^\circ\Rightarrow x+y=۱۸۰^\circ$$

$$\begin{cases}x-y=۴۸^\circ\\x+y=۱۸۰^\circ\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=۶۶^\circ\\y=۱۱۴^\circ\end{cases}$$

$$\hat{B}=\frac{\overset{\frown}{AT}}{۲}=\frac{۶۶^\circ}{۲}=۳۳^\circ$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۱۲۷- **گزینهٔ «۲»** *(علی ایمانی)*

مساحت قطاعی از یک دایره به شعاع R و زاویهٔ α برابر $S=\frac{\pi r^۲\alpha}{۳۶۰^\circ}$ است، بنابراین داریم:

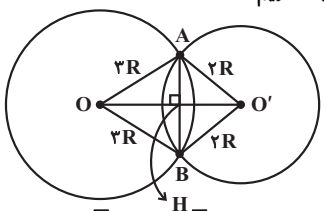
$$\text{مساحت قسمت رنگی}=\frac{\pi\times ۲^۲\times ۶۰^\circ}{۳۶۰^\circ}-\frac{\pi\times ۱^۲\times ۶۰^\circ}{۳۶۰^\circ}=\frac{\pi}{۶}(۴-۱)$$

$$=\frac{۳\pi}{۶}=\frac{\pi}{۲}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحهٔ ۱۲)

۱۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(سامان اسپهرم)*

طول وتر مشترک AB برابر $۲R$ است، پس مطابق شکل مثلث $AO'B$، مثلث متساوی‌الاضلاع است و در نتیجه داریم:



$$O'H=\frac{\sqrt{۳}}{۲}AB=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times ۲R=\sqrt{۳}R$$

$$\overset{\Delta}{OAH}: OH^۲=OA^۲-AH^۲=۹R^۲-R^۲=۸R^۲$$

$$\Rightarrow OH=۲\sqrt{۲}R$$

$$OO'=OH+O'H=(۲\sqrt{۲}+\sqrt{۳})R$$

طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر است با:

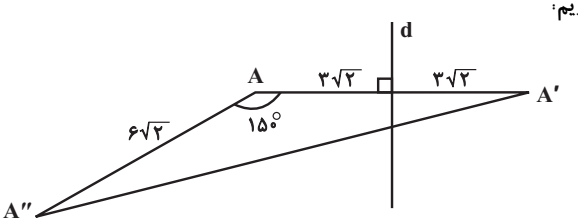
$$\sqrt{OO'^۲-(۳R-۲R)^۲}=\sqrt{(۸+۳+۴\sqrt{۶})R^۲-R^۲}$$

$$=\sqrt{(۱۰+۴\sqrt{۶})R^۲}=\sqrt{(\sqrt{۶}+۲)^۲R^۲}=(\sqrt{۶}+۲)R$$

(هندسه ۱- دایره؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۱۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(افشین خاصه‌خان)*

مطابق شکل $AA'=۶\sqrt{۲}$ است. از طرفی دوران تبدیلی طولپا است، بنابراین $AA''=۶\sqrt{۲}$ بوده و در نتیجه طبق رابطهٔ سینوسی مساحت مثلث داریم:



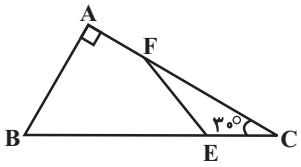
$$S_{\overset{\Delta}{AA'A''}}=\frac{۱}{۲}AA'\times AA''\times\sin\hat{A}=\frac{۱}{۲}\times ۶\sqrt{۲}\times ۶\sqrt{۲}\times\frac{۱}{۲}=۱۸$$

تذکر: $\sin ۱۵۰^\circ=\sin(۱۸۰^\circ-۳۰^\circ)=\sin ۳۰^\circ=\frac{۱}{۲}$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

۱۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° در مثلث قائم‌الزاویه، نصف طول وتر است، بنابراین داریم:



$$BC=۲AB=۴\sqrt{۳}\Rightarrow CE=\frac{BC}{۴}=\sqrt{۳}$$

طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۶۰° در مثلث قائم‌الزاویه، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ طول وتر است، بنابراین داریم:

$$AC=\frac{\sqrt{۳}}{۲}BC=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times ۴\sqrt{۳}=۶\Rightarrow CF=AC-AF=۶-۱=۵$$

طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث CEF داریم:

$$EF^۲=CE^۲+CF^۲-۲CE\times CF\times\cos\hat{C}$$

$$=۳+۲۵-۲\times\sqrt{۳}\times ۵\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=۱۳\Rightarrow EF=\sqrt{۱۳}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۴ و هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۱۳۱- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

فرض کنید $B=\begin{bmatrix}۲&۳\\-۱&۱\end{bmatrix}$، $C=\begin{bmatrix}۲&۱\\-۵&-۲\end{bmatrix}$ و $D=\begin{bmatrix}۵&۳\\-۱۰&-۴\end{bmatrix}$ باشد. برای حل معادلهٔ ماتریسی $BAC=D$، کافی است طرفین این رابطه را از سمت چپ در وارون ماتریس B و از سمت راست در وارون ماتریس C ضرب کنیم. در این صورت داریم:

$$B^{-۱}(BAC)C^{-۱}=B^{-۱}DC^{-۱}$$

$$\Rightarrow \underbrace{(B^{-۱}B)}_{I}A\underbrace{(CC^{-۱})}_{I}=B^{-۱}DC^{-۱}\Rightarrow A=B^{-۱}DC^{-۱}$$

پس ابتدا وارون ماتریس‌های B و C را به دست می‌آوریم:

$$B=\begin{bmatrix}۲&۳\\-۱&۱\end{bmatrix}\Rightarrow B^{-۱}=\frac{۱}{۵}\begin{bmatrix}۱&-۳\\۱&۲\end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix}۲&۱\\-۵&-۲\end{bmatrix}\Rightarrow C^{-۱}=\frac{۱}{۱}\begin{bmatrix}-۲&-۱\\۵&۲\end{bmatrix}$$

$$A=B^{-۱}DC^{-۱}=\frac{۱}{۵}\begin{bmatrix}۱&-۳\\۱&۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۵&۳\\-۱۰&-۴\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۲&-۱\\۵&۲\end{bmatrix}$$

$$=\frac{۱}{۵}\begin{bmatrix}۳۵&۱۵\\-۱۵&-۵\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۲&-۱\\۵&۲\end{bmatrix}=\frac{۱}{۵}\begin{bmatrix}۵&-۵\\۵&۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱&-۱\\۱&۱\end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس A، برابر ۲ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۵)

۱۳۲- **گزینهٔ «۱»** *(افشین خاصه‌خان)*

شرط وجود بی‌شمار جواب برای دستگاه معادلات $\begin{cases}kx+(۱-۲k)y=a\\-(k+۲)x+۳ky=b\end{cases}$ آن است که: $\frac{k}{-k-۲}=\frac{۱-۲k}{۳k}=\frac{a}{b}$

با حل معادلهٔ شامل دو کسر سمت چپ داریم:

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$\frac{k}{-k-2}=\frac{1-2k}{3k}\Rightarrow 3k^2=-k+2k^2-2+4k$$

$$\Rightarrow k^2-3k+2=0\Rightarrow\begin{cases}k=1\\k=2\end{cases}$$

$$k=1\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{1-2k}{3k}=-\frac{1}{3}$$

$$k=2\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{1-2k}{3k}=-\frac{3}{6}=-\frac{1}{2}$$

بنابراین بیشترین مقدار $\frac{a}{b}$، برابر $-\frac{1}{3}$ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحهٔ ۲۶)

۱۳۳- **گزینهٔ «۳»** (علی ایمانی)

اگر دترمینان را برحسب ستون دوم آن بسط دهیم، داریم:

$$(x+2)\begin{vmatrix}1 & k\\ x-1 & x\end{vmatrix}=0\Rightarrow(x+2)[x-k(x-1)]=0$$

$$\Rightarrow(x+2)[(1-k)x+k]=0\Rightarrow\begin{cases}x=-2\\x=\frac{-k}{1-k}\end{cases}$$

دو ریشهٔ معادله قرینهٔ یکدیگرند، بنابراین داریم:

$$\frac{-k}{1-k}=2\Rightarrow -k=2-2k\Rightarrow k=2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۳۴- **گزینهٔ «۲»** (افشین خاصه‌خان)

فرض کنید $O(\alpha,\beta)$ مرکز این دایره باشد. چون مرکز دایره روی خط $x+y=3$ واقع است، پس $\beta=3-\alpha$ بوده و در نتیجه با فرض $A(2,0)$ و $B(0,1)$ داریم:

$$AO=BO\Rightarrow\sqrt{(\alpha-2)^2+\beta^2}=\sqrt{\alpha^2+(\beta-1)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}}(\alpha-2)^2+(3-\alpha)^2=\alpha^2+(2-\alpha)^2$$

$$\Rightarrow\alpha^2-4\alpha+4+9-6\alpha+\alpha^2=\alpha^2+4-4\alpha+\alpha^2\Rightarrow 6\alpha=9$$

$$\Rightarrow\alpha=\frac{3}{2}\Rightarrow\beta=3-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$$

$$\text{شعاع دایره}=AO=\sqrt{(\frac{3}{2}-2)^2+(\frac{3}{2})^2}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{9}{4}}=\sqrt{\frac{5}{2}}$$

بنابراین معادلهٔ دایره به صورت زیر است:

$$(x-\frac{3}{2})^2+(y-\frac{3}{2})^2=\frac{5}{2}\Rightarrow x^2-3x+\frac{9}{4}+y^2-3y+\frac{9}{4}=\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow x^2+y^2-3x-3y+2=0$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۱۳۵- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین ابومحبوب)

$$2c=FF'=|2-(-3)|=5\Rightarrow c=\frac{5}{2}$$

$$2a=MF+MF'=\sqrt{(1-3)^2+(2-1)^2}+\sqrt{(1-3)^2+(-3-1)^2}$$

$$=\sqrt{5}+2\sqrt{5}=3\sqrt{5}\Rightarrow a=\frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$a^2=b^2+c^2\Rightarrow\frac{45}{4}=b^2+\frac{25}{4}\Rightarrow b^2=\frac{20}{4}=5$$

$$\Rightarrow b=\sqrt{5}\Rightarrow\text{طول قطر کوچک بیضی}=2b=2\sqrt{5}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۱۳۶- **گزینهٔ «۱»** (علی ایمانی)

می‌دانیم فاصلهٔ هر نقطهٔ واقع بر سهمی از کانون و خط هادی برابر یکدیگر است، پس $AF=AH$ و $NF=NM$ است. با فرض $MN=x$ داریم:

$$\overset{\Delta}{BHF}:MN\parallel HF\xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}}\frac{MN}{HF}=\frac{BN}{BF}$$

$$\Rightarrow\frac{x}{2}=\frac{4}{x+4}\Rightarrow x(x+4)=8\Rightarrow x^2+4x-8=0$$

$$\Delta=4^2-4(-8)=48$$

$$x=\frac{-4\pm4\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\begin{cases}x=2\sqrt{3}-2\\x=-2\sqrt{3}-2\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ مشابه تمرین ۱۲ صفحهٔ ۵۸)

۱۳۷- **گزینهٔ «۲»** (محمد خندان)

بردارهای $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-\vec{b}$ قطرهای متوازی‌الاضلاعی هستند که بر روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود. با فرض $\vec{u}=\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{v}=\vec{a}-\vec{b}$ داریم:

$$\vec{a}=\frac{\vec{u}+\vec{v}}{2}=\frac{(0,3,1)+(4,-1,-3)}{2}=(2,1,-1)$$

$$\Rightarrow|\vec{a}|=\sqrt{4+1+1}=\sqrt{6}$$

$$\vec{b}=\frac{\vec{u}-\vec{v}}{2}=\frac{(0,3,1)-(4,-1,-3)}{2}=(-2,2,2)$$

$$\Rightarrow|\vec{b}|=\sqrt{4+4+4}=\sqrt{12}$$

بنابراین نسبت اندازه‌های دو ضلع غیرمجاور این متوازی‌الاضلاع برابر است با:

$$\frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}=\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{6}}=\sqrt{2}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۱۳۸- **گزینهٔ «۴»** (فرزانه خاکپاش)

برای سه بردار یکهٔ $\vec{i}$، $\vec{j}$ و $\vec{k}$ داریم:

$$\vec{i}\times\vec{j}=\vec{k}\ ,\ \vec{j}\times\vec{k}=\vec{i}\ ,\ \vec{k}\times\vec{i}=\vec{j}$$

بنابراین حاصل عبارت داده شده برابر است با:

$$\vec{i}.(\vec{k}\times\vec{j})+\vec{j}.(\vec{i}\times\vec{k})+\vec{k}.(\vec{j}\times\vec{i})=\vec{i}\times(-\vec{i})+\vec{j}\times(-\vec{j})+\vec{k}\times(-\vec{k})$$

$$=-|\vec{i}|^2-|\vec{j}|^2-|\vec{k}|^2=-1-1-1=-3$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

۱۳۹- **گزینهٔ «۳»** (فرزانه خاکپاش)

طبق جدول ارزش گزاره‌ها برای دو گزارهٔ p و q داریم:

p	q	~p	p ⇒ q	~p ∧ (p ⇒ q)	[~p ∧ (p ⇒ q)] ⇔ ~p
د	د	ن	د	ن	د
د	ن	ن	ن	ن	د
ن	د	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د	د

بنابراین ارزش گزارهٔ موردنظر همواره درست است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۱۴۰- **گزینهٔ «۲»** (فرزانه خاکپاش)

طبق تعریف مجموعهٔ A_n داریم:

$$A_2=\{m\in Z\,|\,m\geq -2\ ,\ 2^m\leq 2\times 2\}=\{-2,-1,0,1,2\}$$

$$A_3=\{m\in Z\,|\,m\geq -3,2^m\leq 2\times 3\}=\{-3,-2,-1,0,1,2\}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

اگر مجموعه‌ای مانند B زیرمجموعهٔ $A_۴$ بوده ولی زیر مجموعهٔ $A_۴$ نباشد، آنگاه لزوماً $-۳ \in B$ و هر یک از اعضای مجموعهٔ $A_۴$ می‌توانند عضو B باشند یا نباشند، یعنی برای هر کدام از ۵ عضو مجموعهٔ $A_۴$، دو حالت وجود دارد. بنابراین طبق اصل ضرب، تعداد مجموعه‌های مانند B برابر است با:

$$۲\times۲\times۲\times۲\times۲=۲^۵=۳۲$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۱۴۱- **گزینهٔ «۳»** *(سیرمحمدرضا حسینی‌خرد)*

هر کدام از اعضای a و b را در یک مجموعه قرار می‌دهیم $\{a\}\{b\}$. برای هر کدام از ۴ عضو دیگر، ۲ انتخاب وجود دارد. هر کدام از آن‌ها می‌توانند در مجموعهٔ $\{a\}$ یا $\{b\}$ باشد، پس تعداد حالت‌های افراز برابر $۲^۴=۱۶$ است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحهٔ ۲۱)

۱۴۲- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قوانین احتمال برای دو پیشامد دلخواه A و B داریم:

$$P(A'\cup B')-P(A-B)=P[(A\cap B)']-P(A-B)$$
$$=(۱-P(A\cap B))-(P(A)-P(A\cap B))$$
$$=۱-P(A\cap B)-P(A)+P(A\cap B)$$
$$=۱-P(A)=P(A')$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

۱۴۳- **گزینهٔ «۱»** *(فرزانه شاکپاش)*

فرض کنید A پیشامد آن باشد که حداقل یکی از سه لامپ خارج شده از جعبه معیوب است. در این صورت A' (متمم پیشامد A) پیشامد آن است که هر سه لامپ خارج شده از جعبه سالم باشند. در این صورت طبق قانون ضرب احتمال داریم:

$$P(A')=\frac{۷}{۱۰}\times\frac{۶}{۹}\times\frac{۵}{۸}=\frac{۲۱۰}{۷۲۰}=\frac{۷}{۲۴}$$
$$P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۷}{۲۴}=\frac{۱۷}{۲۴}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۱۴۴- **گزینهٔ «۱»** *(ندا صالح‌پور)*

شمارهٔ کارت:

- ۱ ← $\frac{۱}{۵}$ ← دو بار رو ← ۰
- ۲ ← $\frac{۱}{۵}$ ← دو بار رو ← $\frac{\binom{۲}{۲}}{۲^۲}=\frac{۱}{۴}$
- ۳ ← $\frac{۱}{۵}$ ← دو بار رو ← $\frac{\binom{۳}{۲}}{۲^۳}=\frac{۳}{۸}$
- ۴ ← $\frac{۱}{۵}$ ← دو بار رو ← $\frac{\binom{۴}{۲}}{۲^۴}=\frac{۶}{۱۶}=\frac{۳}{۸}$
- ۵ ← $\frac{۱}{۵}$ ← دو بار رو ← $\frac{\binom{۵}{۲}}{۲^۵}=\frac{۱۰}{۳۲}=\frac{۵}{۱۶}$

طبق قانون بیز احتمال موردنظر برابر است با:

$$\frac{\frac{۱}{۵}(\frac{۳}{۸}+\frac{۵}{۱۶})}{\frac{۱}{۵}(\frac{۱}{۴}+\frac{۳}{۸}+\frac{۳}{۸}+\frac{۵}{۱۶})}=\frac{\frac{۱}{۵}\times\frac{۱۱}{۱۶}}{\frac{۱}{۵}\times\frac{۲۱}{۱۶}}=\frac{۱۱}{۲۱}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۱۴۵- **گزینهٔ «۴»** *(ندا صالح‌پور)*

$$\bar{x}=۱۵/۶\Rightarrow\frac{x+۱۵+۱۲+۱۷+۱۴}{۵}=۱۵/۶$$
$$\Rightarrow x+۵۸=۷۸\Rightarrow x=۲۰$$

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$۱۲,۱۴,\underset{\downarrow}{۱۵},۱۷,۲۰$$
$$Q_۲$$

$$Q_۱=\frac{۱۲+۱۴}{۲}=۱۳\ ,\ Q_۳=\frac{۱۷+۲۰}{۲}=۱۸/۵$$
$$IQR=Q_۳-Q_۱=۱۸/۵-۱۳=۵/۵$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷)

۱۴۶- **گزینهٔ «۴»** *(جواد حاتمی)*

انحراف معیار داده‌های $x_۱$ تا $x_۹$ برابر صفر است، بنابراین تمام این داده‌ها برابر یکدیگر هستند، یعنی داریم: $x_۱=x_۲=\ldots=x_۹$

اگر میانگین داده‌های $x_۱-۴, x_۲-۳, \ldots, x_۹+۴$ را با $\bar{x}$ نمایش دهیم، داریم:

$$\bar{x}=\frac{(x_۱+۴)+(x_۱-۳)+\ldots+(x_۱+۳)+(x_۱+۴)}{۹}=\frac{۹x_۱}{۹}=x_۱$$

در این صورت واریانس این داده‌ها برابر است با:

$$\sigma^۲=\frac{(-۴)^۲+(-۳)^۲+(-۲)^۲+(-۱)^۲+۰+۱^۲+۲^۲+۳^۲+۴^۲}{۹}$$
$$=\frac{۶۰}{۹}=\frac{۲۰}{۳}$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

۱۴۷- **گزینهٔ «۳»** *(فرزانه شاکپاش)*

اگر $d=(۲n^۲+۵n+۳, n-۲)$ باشد؛

$$\left.\begin{matrix} d\mid n-۲\xrightarrow{\times ۲n} d\mid ۲n^۲-۴n \\ d\mid ۲n^۲+۵n+۳ \end{matrix}\right\}\xrightarrow{\text{تفاضل}} d\mid ۹n+۳$$

$$\left.\begin{matrix} d\mid n-۲\xrightarrow{\times ۹} d\mid ۹n-۱۸ \\ d\mid ۹n+۳ \end{matrix}\right\}\xrightarrow{\text{تفاضل}} d\mid ۲۱\Rightarrow d=۱,۳,۷,۲۱$$

باتوجه به اینکه $d\neq ۱$، پس تنها سه مقدار ۳، ۷ و ۲۱ برای d وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۱۴۸- **گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا فلاح)*

اعداد $\frac{۱۰!}{۰!}$، $\frac{۱۰!}{۱!}$، ... و $\frac{۱۰!}{۶!}$ همگی دارای عامل اول ۷ هستند، پس بر ۷ بخش‌پذیر بوده و باقی‌ماندهٔ تقسیم آن‌ها بر ۷ برابر صفر است. برای چهار عدد دیگر داریم:

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

$$\frac{۱۰!}{۷!}=۱۰\times۹\times۸\overset{۷}{\equiv}۳\times۲\times۱\overset{۷}{\equiv}۶$$

$$\frac{۱۰!}{۸!}=۱۰\times۹\overset{۷}{\equiv}۳\times۲\overset{۷}{\equiv}۶$$

$$\frac{۱۰!}{۹!}=۱۰\overset{۷}{\equiv}۳\ ,\ \frac{۱۰!}{۱۰!}=۱\overset{۷}{\equiv}۱$$

$$A=\frac{۱۰!}{۰!}+\frac{۱۰!}{۱!}+\frac{۱۰!}{۲!}+\ldots+\frac{۱۰!}{۱۰!}\overset{۷}{\equiv}$$

$$۰+۰+\ldots+۰+۶+۶+۳+۱\overset{۷}{\equiv}۱۶\overset{۷}{\equiv}۲$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱۴۹- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

عددی بر ۹۹ بخش‌پذیر است که بر ۹ و ۱۱ بخش‌پذیر باشد. داریم:

$$\overline{a\circ bab}\overset{۱۱}{\equiv}b-a+b-۰+a\overset{۱۱}{\equiv}۲b\overset{۱۱}{\equiv}۰\xrightarrow[(۲,۱۱)=۱]{\div۲}b\overset{۱۱}{\equiv}۰$$

باتوجه به اینکه b یک رقم است $(۰\le b\le ۹)$، پس تنها مقدار ممکن $b=۰$ است.

$$\overline{a\circ bab}\overset{۹}{\equiv}۰\Rightarrow a+۰+b+a+b\overset{۹}{\equiv}۰\Rightarrow ۲a+۲b\overset{۹}{\equiv}۰$$

$$\xrightarrow{b=۰}۲a\overset{۹}{\equiv}۰\xrightarrow[(۲,۹)=۱]{\div۲}a\overset{۹}{\equiv}۰\Rightarrow\begin{cases}a=۰\ \text{غ‌ق‌ق}\\ a=۹\end{cases}$$

اما جواب $a=۰$ قابل قبول نیست، چون در این صورت عدد $\overline{a\circ bab}$ پنج‌رقمی نخواهد بود. بنابراین تنها یک عدد به این فرم وجود دارد که مضرب ۹۹ باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۵۰- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

فرض کنید برای این‌کار از x تمبر ۲۵۰ تومانی و y تمبر ۴۰۰ تومانی استفاده شود. در این صورت داریم: $۲۵۰x+۴۰۰y=۶۶۰۰$

$$\xrightarrow{\div۵۰}۵x+۸y=۱۳۲$$

برای حل این معادلهٔ سیاله، آن را به یک معادلهٔ هم‌نهشتی تبدیل می‌کنیم:

$$۸y\overset{۵}{\equiv}۱۳۲\Rightarrow ۳y\overset{۵}{\equiv}۲\overset{۵}{\equiv}۲+۲\times۵\Rightarrow ۳y\overset{۵}{\equiv}۱۲\xrightarrow[(۳,۵)=۱]{\div۳}$$

$$y\overset{۵}{\equiv}۴\Rightarrow y=۵k+۴\quad(k\in Z)$$

$$۵x+۸(۵k+۴)=۱۳۲\Rightarrow ۵x=-۴۰k+۱۰۰\Rightarrow x=-۸k+۲۰$$

تعداد تمبرها عددی نامنفی است، بنابراین داریم:

$$\left.\begin{aligned}x\ge۰\Rightarrow -۸k+۲۰\ge۰\Rightarrow k\le\frac{۵}{۲}\\ y\ge۰\Rightarrow ۵k+۴\ge۰\Rightarrow k\ge-\frac{۴}{۵}\end{aligned}\right\}\xrightarrow{k\in Z}k=۰,۱,۲$$

پس به ۳ طریق (تعداد مقادیر k) می‌توان این کار را انجام داد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱۵۱- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

هر دور گراف معادل یک زیرگراف ۲ - منتظم است. به عنوان مثال دور $bcdb$، یک زیرگراف ۲- منتظم از مرتبهٔ ۳ برای این گراف است، بنابراین کافی است تعداد دورهای گراف را به دست آوریم. دورهای این گراف عبارت‌اند از:

bcdb, cdec, abcea, abdea, bcedb, abcdea, abdcea

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۱۵۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

عدد احاطه‌گری این گراف برابر ۲ است و مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم آن عبارت‌اند از:

$$\{a,b\},\{a,f\},\{a,g\},\{d,b\},\{d,f\},\{d,g\},\{c,f\}$$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱۵۳- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

برای پیدا کردن جواب‌های طبیعی این معادله، کافی است به متغیر $x_۴$ که دارای توان ۲ است، مقادیر مناسب داده و تعداد جواب‌های طبیعی را در هر حالت پیدا کنیم.

$$x_۴=۱\Rightarrow x_۱+x_۲+x_۳=۱۱\Rightarrow$$

$$\text{تعداد جواب‌های طبیعی}=\binom{۱۱-۱}{۳-۱}=\binom{۱۰}{۲}=۴۵$$

$$x_۴=۲\Rightarrow x_۱+x_۲+x_۳=۸\Rightarrow$$

$$\text{تعداد جواب‌های طبیعی}=\binom{۸-۱}{۳-۱}=\binom{۷}{۲}=۲۱$$

$$x_۴=۳\Rightarrow x_۱+x_۲+x_۳=۳\Rightarrow$$

$$\text{تعداد جواب‌های طبیعی}=\binom{۳-۱}{۳-۱}=\binom{۲}{۲}=۱$$

بنابراین تعداد جواب‌های طبیعی این معادله برابر است با:

$$۴۵+۲۱+۱=۶۷$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۱۵۴- **گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا فلاح)*

توابع تعریف شده از A به B با شرایط داده شده به فرم زیر است:

$$f=\{(۱,\square),(۲,\square),(۳,\square),(۴,a),(۵,b)\}$$

برد تابع f قطعاً شامل a و b است، پس برای اینکه تابع f پوشا نباشد، لزوماً برد آن باید فاقد c باشد. بنابراین مؤلفه‌های دوم در سه زوج مرتب اولیه تابع f فقط می‌توانند با یکی از دو عضو a یا b پر شوند و در نتیجه طبق اصل ضرب، تعداد این دسته توابع برابر است با: $۲\times۲\times۲=۸$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۱۵۵- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ابتدا مربع لاتین A را کامل می‌کنیم:

$$A=\begin{array}{|c|c|c|}\hline ۲&۳&۱\\\hline ۱&۲&۳\\\hline ۳&۱&۲\\\hline\end{array}$$

یک مربع لاتین ۳×۳ مانند A که درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن یکسان هستند، با مربع لاتین هم مرتبهٔ خود که درایه‌های واقع بر قطر فرعی آن یکسان باشند، متعامد است. با توجه به اینکه درایهٔ واقع در سطر دوم و ستون سوم مربع B برابر ۲ است، پس درایه‌های روی قطر فرعی این مربع نمی‌توانند برابر ۲ باشند و در نتیجه حالت‌های زیر برای مربع B امکان‌پذیر است.

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline ۲&۳&۱\\\hline ۳&۱&۲\\\hline ۱&۲&۳\\\hline\end{array}\qquad\begin{array}{|c|c|c|}\hline ۲&۱&۳\\\hline ۱&۳&۲\\\hline ۳&۲&۱\\\hline\end{array}$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

فیزیک

۱۵۶- **گزینهٔ «۴»** (مصطفی کیانی)

در ابتدا شتاب و پس از آن نیروی وارد بر جسم را می‌یابیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 0/8 = \frac{1}{2}a\times(2)^2 + 0 \Rightarrow a = 0/4\frac{m}{s^2}$$

$$F_{net} = F = ma = 3\times 0/4 \Rightarrow F = 1/2N$$

حال برای تعیین کار نیروی $\vec{F}$ داریم:

$$W_F = Fd\cos\theta = 1/2\times 0/8\times\cos 0 \Rightarrow W = 0/96J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۳)

۱۵۷- **گزینهٔ «۳»** (غلامرضا محبی)

در ابتدا جابه‌جایی و پس از آن کار نیروی $\vec{F}$ را می‌یابیم:

$$\vec{d} = \vec{d}_f - \vec{d}_i = 7\vec{i} + 4/5\vec{j}$$

$$W = F_x d_x + F_y d_y = 2\times 7 + 4\times 4/5 \Rightarrow W = 32J$$

حال برای تعیین توان متوسط این ماشین داریم:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{32}{2} = 16W$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۳، ۴۹ و ۵۰)

۱۵۸- **گزینهٔ «۲»** (سیدعلی میرنوری)

برای تعیین نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع داریم:

$$F = P.A = \rho ghA = \rho g(2x)(2x\times x) = 4\rho g x^3$$

برای تعیین وزن مایع داریم:

$$W = 3(\rho Vg) = 3(\rho g(x\times x\times x)) = 3\rho g x^3$$

در نهایت داریم:

$$\frac{F}{W} = \frac{4\rho g x^3}{3\rho g x^3} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

۱۵۹- **گزینهٔ «۱»** (محمد اکبری)

با ورود جسم به آب داخل ظرف، نیروسنج به اندازهٔ نیروی شناوری، عدد کوچک‌تری از قبل و ترازو عدد بیشتری از قبل را نشان می‌دهد. به عبارتی داریم:

$$F_3 = F_1 + F_b \Rightarrow F_3 - F_1 = F_b$$

$$F_4 = F_2 - F_b \Rightarrow F_2 - F_4 = F_b$$

$$\Rightarrow |F_3 - F_1| = |F_4 - F_2|$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۱۶۰- **گزینهٔ «۴»** (سیدعلی میرنوری)

در ابتدا زمان جابه‌جایی ذره را در ناحیهٔ A و B می‌یابیم:

$$\Delta x_{A,B} = v\Delta t_{A,B} \Rightarrow 60 = 2/5\Delta t_{A,B} \Rightarrow \Delta t_{A,B} = 24s$$

$$\Delta t_M = \Delta t_{کل} - \Delta t_{A,B} = 104 - 24 \Rightarrow \Delta t_M = 80s$$

حال تندی جریان آب را در ناحیهٔ M می‌یابیم:

$$\Delta x_M = v_M \Delta t_M \Rightarrow 50 = 80 v_M \Rightarrow v_M = \frac{5}{8}\frac{cm}{s}$$

حال با استفاده از معادلهٔ پیوستگی داریم:

$$\frac{v_A}{v_M} = \left(\frac{r_M}{r_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{2/5}{\frac{5}{8}} = \left(\frac{r_M}{2}\right)^2 \Rightarrow r_M = 4cm$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۵)

۱۶۱- **گزینهٔ «۴»** (مصطفی کیانی)

با توجه به اینکه به هر دو کره گرمای یکسان می‌دهیم، داریم:

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B}\times\frac{c_A}{c_B}\times\frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow 1 = \frac{\rho_A V_A}{\rho_B V_B}\times 2\times\frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\Rightarrow \frac{V_A\Delta\theta_A}{V_B\Delta\theta_B} = \frac{1}{2}\frac{\rho_B}{\rho_A} \quad (*)$$

از طرفی در انبساط حجمی کره‌ها داریم:

$$\frac{\Delta V_B}{\Delta V_A} = \frac{V_B}{V_A}\times\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}\times\left(\frac{3\alpha_B}{3\alpha_A}\right) \overset{*}{=} 2\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{\alpha_B}{\alpha_A} = 2\times\frac{1}{2}\times 2 = 2$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۷)

۱۶۲- **گزینهٔ «۴»** (بابک اسلامی)

برای تعیین دمای تعادل داریم:

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c_1(\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2(\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$\Rightarrow \theta_e = \frac{m_1 c_1\theta_1 + m_2 c_2\theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} = \frac{870\times 4200\times(0) + 580\times 700\times 42}{870\times 4200 + 580\times 700}$$

$$\Rightarrow \theta_e = \frac{58\times 7\times 42}{87\times 42 + 58\times 7} \Rightarrow \theta_e = 4/2^\circ C$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۲)

۱۶۳- **گزینهٔ «۳»** (بابک اسلامی)

گرمای منتقل شده، m گرم یخ صفر درجهٔ سلسیوس را به آب صفر درجهٔ سلسیوس تبدیل می‌کند، بنابراین داریم:

$$\frac{kA\Delta\theta\times t}{L} = mL_F \Rightarrow \frac{84\times 5\times 10^{-4}\times 100\times 16\times 60}{40\times 10^{-2}} = m\times 336$$

$$\Rightarrow m = 30g$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶ و ۱۲۱ تا ۱۲۳)

۱۶۴- **گزینهٔ «۳»** (محمد اکبری)

در ابتدا دمای حالات A و B را می‌یابیم:

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = \frac{2\times 10^5\times 4\times 10^{-3}}{0/5\times 8} = 200K$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = \frac{4\times 10^5\times 8\times 10^{-3}}{0/5\times 8} = 800K$$

از طرفی می‌دانیم که:

$$\Delta F = 1/8\Delta T$$

$$\Delta F = 1/8\times 600 \Rightarrow \Delta F = 1080^\circ F$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۲، ۹۳، ۱۳۵ و ۱۳۶)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۶۵- **گزینهٔ «۲»** *(بابک اسلامی)*

با توجه به چرخه داریم: (فرایند AB بی‌دررو و فرایند BC هم‌دما است.)

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0$$

$$\Rightarrow -W'_{AB} + 0 + Q_{CA} = 0 \Rightarrow Q_{CA} = W'_{AB}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۸)

۱۶۶- **گزینهٔ «۱»** *(مصطفی کیانی)*

گرمایی که موتور درون‌سوز می‌گیرد را محاسبه می‌کنیم.

$$Q_H = m.Q = 5 \times 40 \Rightarrow Q_H = 200kJ$$

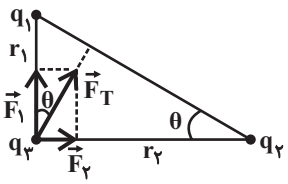
و برای تعیین بازده داریم:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} = 1 - \frac{150}{200} = 0/25 \Rightarrow \eta = 25\%$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۶۳ و ۱۶۴)

۱۶۷- **گزینهٔ «۲»** *(سیدعلی میرنوری)*

اگر مطابق شکل فاصله‌ها را به‌صورت زیر نمایش دهیم، داریم:



$$\tan\theta = \frac{F_2}{F_1} \Rightarrow \tan\theta = \frac{\frac{k|q_2||q_3|}{r_2^2}}{\frac{k|q_1||q_3|}{r_1^2}} = |\frac{q_2}{q_1}| \times (\frac{r_1}{r_2})^2 \quad (I)$$

از طرفی داریم:

$$\tan\theta = \frac{r_1}{r_2} \quad (II)$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(I),(II)} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{q_2}{q_1} \times (\frac{r_1}{r_2})^2 \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{r_2}{r_1} = \cot\theta$$

$$\Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \cot 30^\circ \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \sqrt{3}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۱۶۸- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

در ابتدا رابطهٔ بین بارهای q_1 و q_2 را می‌یابیم: (می‌دانیم که این بارها، هم‌نامند.)

$$E_A = 0 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{k|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{4r^2} = \frac{|q_2|}{r^2} \Rightarrow q_1 = 4q_2 \ (*)$$

حال برای نقطهٔ B داریم:

$$E_B = \frac{k|q_1|}{r_1^2} - \frac{k|q_2|}{r_2^2} = k(\frac{4|q_2|}{r^2} - \frac{|q_2|}{4r^2}) = \frac{15k|q_2|}{4r^2}$$

و برای نقطهٔ C:

$$E_C = \frac{k|q_1|}{r_1^2} + \frac{k|q_2|}{r_2^2} \overset{(*)}{=} k(\frac{4|q_2|}{16r^2} + \frac{|q_2|}{r^2}) = \frac{5k|q_2|}{4r^2}$$

و در نهایت داریم:

$$\frac{E_B}{E_C} = \frac{\frac{15}{4}}{\frac{5}{4}} = 3$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

۱۶۹- **گزینهٔ «۴»** *(غلامرضا محبی)*

در اینجا هم انرژی پتانسیل گرانشی و هم انرژی پتانسیل الکتریکی ذره کاهش می‌یابد. بنابراین داریم:

$$|\Delta U_g| = mgh = 0/02 \times 10 \times 0/05 = 0/01J$$

$$|\Delta U_E| = E|q|d = 10^5 \times 5 \times 10^{-6} \times 12 \times 10^{-2} = 0/06J$$

$$\Delta U_{\text{کل}} = 0/01 + 0/06 = 0/07J$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۱۷۰- **گزینهٔ «۴»** *(بابک اسلامی)*

در حالت اول که خازن به مولد متصل است، داریم:

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \xrightarrow{C \text{ دو برابر}} U \text{ دو برابر می‌شود} \Rightarrow \frac{U''}{U} = 2$$

در حالتی که خازن از مولد جدا می‌شود، داریم:

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \xrightarrow{C \text{ نصف می‌شود.}} U'' \text{ دو برابر می‌شود} \Rightarrow \frac{U'}{U''} = 2$$

$$\Rightarrow U' = 2 \times 2U \Rightarrow U' = 4U$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۷۱- **گزینهٔ «۳»** *(عظیم آقچه‌لی)*

اگر گرمکن‌ها را موازی ببندیم:

$$\frac{P'}{P} = (\frac{V'}{V})^2 \Rightarrow \frac{P'}{400} = (\frac{110}{220})^2 = (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow P' = 100W$$

توان مصرفی هر گرمکن:

$$n = \frac{P_t}{P'} = \frac{400}{100} = 4$$

بنابراین با بستن موازی ۴ گرمکن می‌توان توسط باتری ۱۱۰V، توان مصرفی برابر ۴۰۰W تولید نمود.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۱۷۲- **گزینهٔ «۱»** *(عظیم آقچه‌لی)*

مقاومت آمپرسنج ایده‌آل ناچیز و مقاومت ولت‌سنج ایده‌آل بسیار زیاد است. ولت‌سنج متوالی مانند کلید باز عمل می‌کند و آمپرسنج موازی دو سر مقاومت R را اتصال کوتاه می‌کند.

$$V = 0$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{14}{2} = 7A$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ و ۶۶)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۷۳- **گزینهٔ «۲»** *(عظیم آقچه‌لی)*

ابتدا کلید باز است:

$$R_1' = R_1 + R_2 = 9\Omega$$

$$R_1'' = R_3 + R_4 = 9\Omega$$

$$R_{eq} = \frac{R_1'}{2} = 4/5\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{22}{4/5 + 1} = \frac{22}{5/5} = 4A$$

حال کلید را می‌بندیم:

$$R_2' = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 2\Omega$$

$$R_2'' = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = 2\Omega$$

$$R_{eq}' = 2 + 2 = 4\Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R_{eq}' + r} = \frac{22}{4+1} = 4/4A$$

$$\Delta I = I' - I = 4/4 - 4 = 0/4A$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶ و ۷۰ تا ۷۷)

۱۷۴- **گزینهٔ «۴»** *(غلامرضا محبی)*

توان خروجی مولد $P = VI$ است که V ولتاژ دو سر مولد $V = \varepsilon - Ir$ و I جریان عبوری از آن است:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$$

در حالت اول داریم (لغزنده روی A باشد):

$$P_1 = (\varepsilon - I_1 r) I_1 \xrightarrow[I_1 = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+3} = \frac{\varepsilon}{9+3} = \frac{\varepsilon}{12}]{R_{eq} = \frac{6\times6}{6+6} + 6 = 9\Omega} P_1 = (\varepsilon - \frac{\varepsilon}{12}\times 3)(\frac{\varepsilon}{12}) = \frac{\varepsilon^2}{16}$$

در حالت دوم داریم (لغزنده روی C باشد):

$$P_2 = (\varepsilon - I_2 r) I_2 \xrightarrow[I_2 = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} = \frac{\varepsilon}{12+3} = \frac{\varepsilon}{15}]{R_{eq} = \frac{6\times6}{6+6} + 6 + 3 = 12\Omega}$$

$$P_2 = (\varepsilon - \frac{\varepsilon}{15}\times 3)(\frac{\varepsilon}{15}) = \frac{4}{75}\varepsilon^2$$

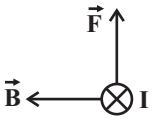
در نهایت خواهیم داشت:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{4}{75}\varepsilon^2}{\frac{1}{16}\varepsilon^2} = \frac{64}{75} \simeq 0/85 \Rightarrow$$ توان ۱۵ درصد کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۱۷۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمد اکبری)*

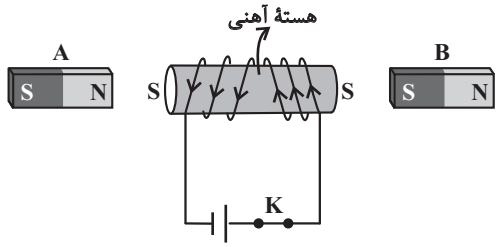
با توجه به شکل، بعد از بستن کلید K، جریان در سیم از A به B برقرار می‌شود (درون‌سو)، بنابراین به سیم نیرویی به‌طرف بالا وارد می‌شود و طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی به آهن ربا در جهت رو به پایین وارد شده و ترازو عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.



(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

۱۷۶- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

بعد از بستن کلید، قطب‌های آهن ربای القایی ایجاد شده مطابق شکل است لذا نیروی وارد بر آهن ربای A جاذبه و آهن ربای B دافعه است.



(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۱۷۷- **گزینهٔ «۴»** *(غلامرضا محبی)*

با استفاده از قانون القای فاراده داریم:

$$\bar{\varepsilon} = \left|\frac{N\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \xrightarrow{\bar{I} = \frac{\bar{\varepsilon}}{R}} \bar{I} = \left|\frac{N\Delta\Phi}{R\Delta t}\right| \xrightarrow{\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t}}$$

$$|R(\Delta q)| = |N(\Delta\Phi)| \Rightarrow R \times 0/5 = 1000 \times 0/02 \Rightarrow R = 40\Omega$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

۱۷۸- **گزینهٔ «۳»** *(بابک اسلامی)*

در ابتدا ضریب القاوری سیملوله را می‌یابیم:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} = \frac{12/5\times10^{-7}\times(1000)^2\times(20\times10^{-4})}{50\times10^{-2}}$$

$$\Rightarrow L = 5\times10^{-3}H = 5mH$$

و برای تعیین انرژی ذخیره شده داریم:

$$U = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\times5\times(2)^2 = 10mJ$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۲)

۱۷۹- **گزینهٔ «۳»** *(سیدعلی میرنوری)*

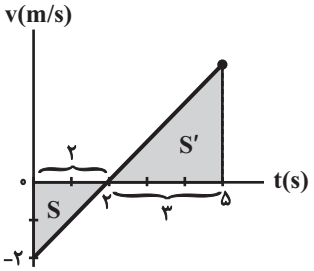
چون در لحظهٔ t_1 در دورترین فاصله‌اش از مبدأ مکان، در t_1 ثانیه اول حرکتش قرار دارد، پس در این لحظه متوقف شده و برمی‌گردد. پس مسافت طی شده در کل زمان t از اندازه جابه‌جایی‌اش در این مدت بیشتر است.

(فیزیک ۳-حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۸۰- **گزینهٔ «۲»** *(افشین گردکتولی)*

قبل از هر چیز می‌دانیم که مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. از طرفی می‌دانیم که نسبت مساحت دو مثلث متشابه، برابر با مجذور نسبت تشابه آن‌هاست، لذا داریم:



$$\frac{S'}{S}=(\frac{۳}{۲})^۲ \Rightarrow \frac{S'}{S}=\frac{۹}{۴} \Rightarrow S'=\frac{۹}{۴}S$$

حال داریم:

$$\frac{s_{av}}{v_{av}}=\frac{l}{|\vec{d}|}=\frac{S'+S}{|S'-S|}=\frac{\frac{۱۳}{۴}S}{\frac{۵}{۴}S}=\frac{۱۳}{۵}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

۱۸۱- **گزینهٔ «۴»** *(افشین گردکتولی)*

معادلهٔ جابه‌جایی را، یکبار بین A و B و بار دیگر بین A و C می‌نویسیم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_A t$$

$$\begin{cases} ۲۴=\frac{۱}{۲}(a)(۳)^۲+v_A\times ۳ \\ ۶۶=\frac{۱}{۲}a(۶)^۲+v_A\times ۶ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=۲\frac{m}{s^۲} \\ v_A=۵\frac{m}{s} \end{cases}$$

و برای تعیین سرعت در لحظهٔ عبور از B داریم:

$$v_B=at+v_A=۲\times ۳+۵ \Rightarrow v_B=۱۱\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت برخط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۸۲- **گزینهٔ «۴»** *(سیدعلی میرنوری)*

چون خط A در لحظهٔ $t_۱$ بر منحنی B مماس است، داریم:

$$v_A=v_B \Rightarrow A \text{ شیب خط}=v_B \Rightarrow \frac{x_۱+۳۰}{t_۱}=v_B \quad (*)$$

از طرفی در لحظهٔ $t_۱$ دو متحرک به هم رسیده‌اند، لذا داریم:

$$x_A=x_B \xrightarrow{V_{۰B}=۰} \frac{v_B+۰}{۲}\times t_۱=x_۱ \xrightarrow{(*)} (\frac{x_۱+۳۰}{t_۱})\times t_۱=۲x_۱$$

$$\Rightarrow x_۱=۳۰m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۲۰)

۱۸۳- **گزینهٔ «۳»** *(سیدعلی میرنوری)*

چون سطح افقی بدون اصطکاک است و شرط تعادل این است که نیروها متوازن باشند، پس باید مؤلفهٔ افقی کشش نخ صفر باشد یعنی نخ باید قائم باشد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۴۶)

۱۸۴- **گزینهٔ «۱»** *(غلامرضا محبی)*

در آسانسور داریم:

$$F_e-mg=ma \Rightarrow F_e=mg+ma$$

و در سطح افقی داریم:

$$F_e-f_k=ma' \Rightarrow F_e-\mu_k mg=ma' \Rightarrow F_e=\mu_k mg+۲ma$$

چون ثابت فنر و تغییر طول فنر در هر دو حالت یکسان است؛ داریم:

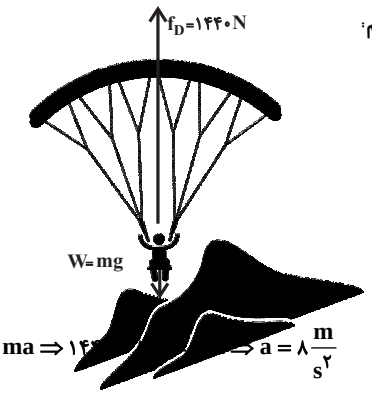
$$mg+ma=\mu_k mg+۲ma \Rightarrow a=g(۱-\mu_k) \Rightarrow a=۱۰(۱-۰/۴۵)$$

$$\Rightarrow a=۵/۵\frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک ۳-دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

۱۸۵- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

چون چترباز به‌طرف پایین می‌آید (پرش آزاد)، نیروی مقاوم هوا رو به بالا است و داریم:



$$F_{net}=ma$$

$$\Rightarrow f_D-W=ma \Rightarrow ۱۴ \quad \Rightarrow a=۸\frac{m}{s^۲}$$

چون جهت مثبت را رو به بالا فرض کردیم و در اینجا $a>۰$ است، پس جهت شتاب رو به بالا است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱۸۶- **گزینهٔ «۱»** *(جلیل کلی)*

در ابتدا تندی مهره را در حین گذر از C می‌یابیم:

$$U=K \Rightarrow ۲=\frac{۱}{۲}mv^۲=\frac{۱}{۲}\times\frac{۵۰۰}{۱۰۰۰}\times v^۲ \Rightarrow v^۲=v_C^۲=۸$$

حال در نقطهٔ C، نیرویی که دیوارهٔ افقی لوله به مهره وارد می‌کند، برابر است با:

$$F=\frac{mv_C^۲}{r}=\frac{۰/۵\times ۸}{۰/۴}=۱۰N$$

و نیروی عکس‌العمل سطح برابر است با: $F_N=mg=۰/۵\times ۱۰=۵N$

بنابراین نیرویی که از طرف لوله بر مهره وارد می‌شود برابر است با:

$$R=\sqrt{F^۲+F_N^۲}=\sqrt{۱۰^۲+۵^۲} \Rightarrow R=۵\sqrt{۵}N$$

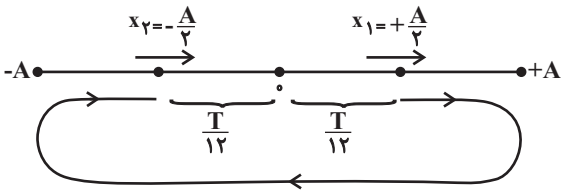
(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۸۷- **گزینهٔ «۴»** *(بابک اسلامی)*

در ابتدا دورهٔ نوسان را می‌یابیم:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۲/۵}{۱۰۰۰}} = \frac{\pi}{۱۰}s$$



با توجه به شکل، بدیهی است که بازهٔ زمانی مطلوب به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\Delta t = T - ۲(\frac{T}{۱۲}) = ۵\frac{T}{۶} = \frac{۵\times\pi}{۶۰} = ۰/۲۵s$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۱۸۸- **گزینهٔ «۲»** *(محمد اکبری)*

در ابتدا طول آونگ را می‌یابیم:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow ۲ = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{\pi^۲}} \Rightarrow L = ۱m = ۱۰۰cm$$

حال دوره و طول آونگ را در حالت دوم می‌یابیم:

$$T = \frac{t}{N} = \frac{۷۲}{۴۵} = ۱/۶s$$

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L'}{g}} \Rightarrow ۱/۶ = ۲\pi\sqrt{\frac{L'}{\pi^۲}} \Rightarrow L' = ۰/۶۴m = ۶۴cm$$

در نهایت داریم:

$$\frac{L'-L}{L_۱}\times۱۰۰ = \frac{-۳۶}{۱۰۰}\times۱۰۰ = -۳۶٪$$

یعنی طول آونگ باید ۳۶ درصد کاهش یابد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۱۸۹- **گزینهٔ «۳»** *(سیدعلی میرنوری)*

اگر در لحظهٔ موردنظر انرژی جنبشی نوسانگر را بیابیم، داریم:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۱}{۲}\times۰/۲\times(۰/۸)^۲ = ۶۴\times۱۰^{-۳}J = ۶۴mJ$$

از طرفی می‌دانیم که:

$$E = U + K \xrightarrow{U=K} E = ۲K = ۲\times۶۴ \Rightarrow E = ۱۲۸mJ$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۱۹۰- **گزینهٔ «۳»** *(جلیل کلی)*

اگر فاصلهٔ عقرب از حشره را با Δx و تندی موج‌های طولی و عرضی را به‌ترتیب با $v_۲$ و $v_۱$ نشان دهیم، برای تعیین Δt داریم:

$$\Delta x = \frac{v_۲v_۱}{v_۲ - v_۱}\Delta t \Rightarrow ۰/۶ = \frac{۱۵۰\times۵۰}{۱۵۰-۵۰}\times\Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta t = ۸\times۱۰^{-۳}s = ۸ms$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۱۹۱- **گزینهٔ «۳»** *(غلامرضا محبی)*

اگر چهار انگشت دست راست به‌طرف بالا باشد، به گونه‌ای که انگشت شست به‌طرف شمال باشد، کف دست به طرف مشرق خواهد بود، یعنی جهت میدان مغناطیسی به‌طرف مشرق خواهد بود.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۷۶)

۱۹۲- **گزینهٔ «۳»** *(سیدعلی میرنوری)*

$$\Delta\beta = \beta_۲ - \beta_۱ = ۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱} \Rightarrow ۹۲ - ۲۸ = ۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}$$

$$\Rightarrow ۶/۴ = \log\frac{I_۲}{I_۱} \Rightarrow \log\frac{I_۲}{I_۱} = ۷ - ۰/۶$$

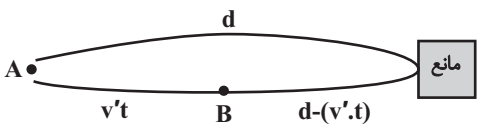
$$\Rightarrow \log\frac{I_۲}{I_۱} = \log۱۰^۷ - ۲\log۲$$

$$\Rightarrow \log\frac{I_۲}{I_۱} = \log(۲۵\times۱۰^۵) \Rightarrow \frac{I_۲}{I_۱} = ۲/۵\times۱۰^۶$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۹۳- **گزینهٔ «۲»** *(جلیل کلی)*

اگر فرض کنیم که خفاش در نقطهٔ A جیغ کوتاهی گسیل کند، در نقطهٔ B بازتاب صدای خود را می‌شنود، پس در این مدت داریم: (v' تندی حرکت خفاش است.)



$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow d + (d - v'.t) = v.t$$

$$\Rightarrow ۲d = (v + v')t \Rightarrow ۲d = (۳۴۳ + ۱۵)(۰/۰۲) \Rightarrow d = ۳/۵۸m$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

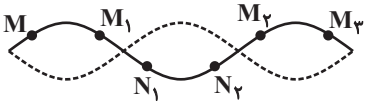
۱۹۴- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

با افزایش زاویهٔ تابش در اینجا، زاویهٔ شکست نیز افزایش می‌یابد ولی آهنگ تغییرات زاویه در محیط غلیظ‌تر، کم‌تر از آهنگ تغییر زاویه در محیط رقیق‌تر است.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۹)

۱۹۵- **گزینهٔ «۱»** *(بهمن قمری)*

با توجه به شکل پنج ذرهٔ دیگر، هم دامنه با M وجود دارد که فقط سه عدد از آن‌ها با M هم‌فازند.



و برای تعیین تندی انتشار موج عرضی در طناب داریم:

$$f=\frac{nv}{2L}\Rightarrow 360=\frac{3\times v}{2\times 2/1}\Rightarrow v=504\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۱۹۶- **گزینهٔ «۴»** *(بابک اسلامی)*

با استفاده از معادلهٔ فوتوالکتریک داریم:

$$K_{max}=hf-W_0=\frac{hc}{\lambda}-W_0\Rightarrow\begin{cases}K_{max_A}=\frac{1240}{155}-6/75=1/25eV\\ K_{max_B}=\frac{1240}{155}-3=5eV\end{cases}$$

حال برای تعیین نسبت تندی بیشینهٔ فوتوالکترون‌های گسیلی داریم:

$$\frac{v_{max_A}}{v_{max_B}}=\sqrt{\frac{K_{max_A}}{K_{max_B}}}=\sqrt{\frac{1/25}{5}}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow\frac{v_{max_A}-v_{max_B}}{v_{max_B}}\times 100=-50\%$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۰)

۱۹۷- **گزینهٔ «۴»** *(محمد اکبری)*

برای کوتاه‌ترین طول‌موج رشتهٔ پفوند داریم:

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=0/01\left(\frac{1}{25}-\frac{1}{\infty}\right)\Rightarrow\lambda=2500nm$$

و برای اولین خط رشتهٔ بالمر داریم:

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)\xrightarrow{n=3}\frac{1}{\lambda'}=0/01\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{9}\right)\Rightarrow\lambda'=720nm$$

در نهایت داریم:

$$\lambda-\lambda'=2500-720=1780nm$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۴)

۱۹۸- **گزینهٔ «۱»** *(سیدعلی میرنوری)*

در ابتدا n برای مدارهای برانگیخته را می‌یابیم:

$$r_n=n^2a_0\Rightarrow\begin{cases}0/8=n_U^2(0/05)\Rightarrow n_U=4\\ 0/2=n_L^2(0/05)\Rightarrow n_L=2\end{cases}$$

حال برای تعیین انرژی فوتون گسیلی داریم:

$$hf=E_U-E_L=E_R\left(\frac{1}{n_L^2}-\frac{1}{n_U^2}\right)=E_R\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{16}\right)$$

$$\Rightarrow hf=\frac{3}{16}E_R=\frac{3}{16}\ \text{ریدبرگ}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۹)

۱۹۹- **گزینهٔ «۳»** *(سیدعلی میرنوری)*

$$^{A}_{Z}X_N\longrightarrow{}^{A}_{Z+1}Y_{N-1}+{}^{0}_{-1}\beta^-$$

با توجه به واکنش هسته‌ای داده شده، تعداد نوترون‌ها یک واحد کاهش و عدد اتمی یک واحد افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵)

۲۰۰- **گزینهٔ «۳»** *(بابک اسلامی)*

با توجه به شکل، نیمه عمر ماده معادل ۳ ساعت به‌دست می‌آید:

$$4800\xrightarrow[(1)]{\frac{T_1}{2}}2400\xrightarrow[(2)]{\frac{T_1}{2}}1200\xrightarrow[(3)]{\frac{T_1}{2}}600\xrightarrow[(4)]{\frac{T_1}{2}}300$$

$$4\frac{T_1}{2}=12\Rightarrow\frac{T_1}{2}=3h$$

$$N=N_0\times\left(\frac{1}{2}\right)^n\Rightarrow 4800=N_0\left(\frac{1}{2}\right)^2\Rightarrow N_0=19200$$

$$\Rightarrow N_0=19200$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

شیمی

۲۰۱- **گزینهٔ «۴»** *(سید رضا رضوی)*

لیتیم دارای دو ایزوتوپ طبیعی ^{6}Li و ^{7}Li، بوده که مقایسه فراوانی و پایداری آن‌ها به‌صورت $^{7}Li > ^{6}Li$ است.

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳، ۴ و ۱۵)

۲۰۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

ابتدا جرم اتمی سه ایزوتوپ را تعیین می‌کنیم.

$$\text{مجموع ذرات زیراتمی (سبک‌ترین)} = A + Z = ۳۶ = A + ۱۲ \Rightarrow A = ۲۴$$

بنابراین برای ۳ ایزوتوپ X:

$$\underset{F_۱}{^{۲۴}_{۱۲}X} \quad \underset{F_۲}{^{۲۵}_{۱۲}X} \quad \underset{F_۳}{^{۲۶}_{۱۲}X}$$

$$F_۱ + F_۲ = ۸۹ \Rightarrow F_۲ = ۸۹ - F_۱$$

$$۲۴/۳۲ = \frac{(۲۴ \times F_۱) + ۲۵(۸۹ - F_۱) + (۲۶ \times ۱۱)}{۱۰۰} \Rightarrow F_۱ = ۷۹٪$$

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۱۵)

۲۰۳- **گزینهٔ «۴»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

در زیرلایه‌های $۴p$ و $۳d$ مجموع n و l برابر ۵ می‌باشد.

$$X: ۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۶ ۳s^۲ ۳p^۶ ۳d^{۱۰} ۴s^۲ ۴p^۵$$

این عنصر در گروه ۱۷ جدول دوره‌ای قرار دارد.

در این اتم ۸ زیرلایه از الکترون اشغال شده است.

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۲۰۴- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا پورجاوید)*

الکترون‌هایی که دارای اعداد کوانتومی $n = ۳$ و $l = ۲$ هستند، در زیرلایهٔ $۳d$ قرار دارند. در چنین عنصری حتماً زیر $۴s$ نیز دارای الکترون است. حال اگر ۲۵٪ از الکترون‌های ظرفیتی در $۴s$ بوده و ۷۵٪ در $۳d$ جای داشته باشند، آرایش الکترونی آن به‌صورت زیر خواهد بود:

$$X: ۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۶ ۳s^۲ ۳p^۶ ۳d^۶ ۴s^۲$$

گزینهٔ «۱»: این عنصر دارای عدد اتمی ۲۶ بوده و در گروه ۸ از دورهٔ ۴ جدول تناوبی جای دارد.

گزینهٔ «۲»: لایه‌های اول و دوم در این اتم به‌طور کامل پر شده است و چون زیرلایه $۳d$ کاملاً پر نیست؛ نمی‌توان گفت که هر ۳ لایه از الکترون پُر شده است.

گزینهٔ «۳»: عنصری که ۲ الکترون با $n = ۳$ و $l = ۱$ دارد، دارای آرایش الکترونی زیر بوده و عدد اتمی آن ۱۴ است:

$$۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۶ ۳s^۲ ۳p^۲$$

گزینهٔ «۴»: آخرین عنصر دورهٔ چهارم دارای عدد اتمی ۳۶ بوده و بین این عنصر ($_{۲۶}X$) و عنصر آخر دوره چهارم، ۹ عنصر جای دارند.

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ و ۲۷ تا ۳۴)

۲۰۵- **گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

در مجموع در ساختار لوویس هر چهار مولکول، چهار پیوند یگانه وجود دارد.

$$\ddot{O}=\overset{\ddot{}}{\underset{\ddot{}}{S}}-\ddot{O}: \quad ، :C \equiv O: \quad ، H-C \equiv N: \quad ، H-\underset{\underset{:O:}{\|}}{C}-H$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در این لایه، گاز آرگون فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره است.

گزینهٔ «۲»: در لایه تروپوسفر دما همچون فشار با افزایش ارتفاع کاهش می‌یابد.

گزینهٔ «۳»: معادله موازنه شده به صورت زیر است، که مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها برابر ۷ است.

$$C_۳H_۸(g) + ۵O_۲(g) \rightarrow ۳CO_۲(g) + ۴H_۲O(g)$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹، ۵۸ تا ۶۰، ۶۴ و ۶۵)

۲۰۶- **گزینهٔ «۴»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در صنعت از اوزون (دگر شکل اکسیژن) برای گندزدایی میوه‌ها و ... استفاده می‌شود.

گزینهٔ «۲»: از گاز He (هلیم) برای خنک کردن دستگاه‌های تصویربرداری استفاده می‌شود، اما فراوان‌ترین عنصر در سیاره مشتری، هیدروژن است.

گزینهٔ «۳»: از واکنش نیتروژن دی‌اکسید و اکسیژن درحضور نور خورشید اوزون تروپوسفری ایجاد می‌شود.

گزینهٔ «۴»: از سوختن هیدروژن فقط بخار آب تولید می‌شود و گرمای حاصل از سوختن $H_۲$ از زغال‌سنگ، بنزین و گاز طبیعی بیش‌تر است.

(شیمی ۱- ترکیبی؛ صفحه‌های ۳، ۵۱، ۷۶، ۷۹ و ۸۰)

۲۰۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین بختیاری)*

$$۲C_۲H_۶(g) + ۷O_۲(g) \rightarrow ۴CO_۲(g) + ۶H_۲O(l)$$

$$۲H_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲H_۲O(l)$$

حجم اتان را x و حجم هیدروژن را $(۵/۶ - x)$ در نظر می‌گیریم و x جرم آب را محاسبه می‌کنیم.

$$?g\ H_۲O = xL C_۲H_۶ \times \frac{۱mol C_۲H_۶}{۲۲/۴L C_۲H_۶} \times \frac{۶mol H_۲O}{۲mol C_۲H_۶} \times \frac{۱۸g H_۲O}{۱mol H_۲O}$$

$$\simeq ۲/۴x g\ H_۲O$$

$$?g\ H_۲O = (۵/۶ - x)L\ H_۲ \times \frac{۱mol H_۲}{۲۲/۴L\ H_۲} \times \frac{۲mol H_۲O}{۲mol H_۲} \times \frac{۱۸g H_۲O}{۱mol H_۲O}$$

$$\simeq ۰/۸(۵/۶ - x) g H_۲O$$

$$۰/۸(۵/۶ - x) + ۲/۴x = ۶/۷۲ \Rightarrow x = ۱/۴$$

درصد حجمی اتان در مخلوط اولیه:

$$\frac{۱/۴L C_۲H_۶}{\text{مخلوط گازها } ۵/۶L} \times ۱۰۰ = ۲۵٪$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۲۰۸- **گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا جشانی‌پور)*

ابتدا معادلهٔ سوختن کامل بنزین را نوشته و مقدار $CO_۲$ در آن را به‌دست می‌آوریم:

$$۲C_۸H_{۱۸}(l) + ۲۵O_۲(g) \rightarrow ۱۶CO_۲(g) + ۱۸H_۲O(l)$$

$$?mol CO_۲ = ۱/۱۴L C_۸H_{۱۸} \times \frac{۱۰۰۰mL}{۱L} \times \frac{۰/۸g C_۸H_{۱۸}}{۱mL C_۸H_{۱۸}}$$

$$\times \frac{۱mol C_۸H_{۱۸}}{۱۱۴g C_۸H_{۱۸}} \times \frac{۱۶mol CO_۲}{۲mol C_۸H_{۱۸}} = ۶۴mol CO_۲$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

اکنون جرم CaO برای واکنش دادن با CO_2 و تولید کلسیم‌کربنات را مطابق واکنش زیر به‌دست می‌آوریم:

$$CaO(s)+CO_2(g)\rightarrow CaCO_3(s)$$

$$?gCaO=64molCO_2\times\frac{1molCaO}{1molCO_2}\times\frac{56gCaO}{1molCaO}=3584gCaO$$

در نهایت با استفاده از واکنش داده شدهٔ دوم مول $Ca(OH)_2$ را حساب می‌کنیم:

$$CaO(s)+H_2O(l)\rightarrow Ca(OH)_2(aq)$$

$$?molCa(OH)_2=3584gCaO\times\frac{1molCaO}{56gCaO}\times\frac{1molCa(OH)_2}{1molCaO}$$

$$=64molCa(OH)_2$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۲۰۹- **گزینهٔ «۲»** *(فاطمه رحیمی)*

$$2Al(s)+3CuSO_4(aq)\rightarrow Al_2(SO_4)_3(aq)+3Cu(s)$$

ابتدا از روی محلول $CuSO_4$، جرم مس تولید شده و آلومینیم مصرف شده را حساب می‌کنیم.

$$?gCu=200mL\,محلول\times\frac{1L}{1000mL}\times\frac{0/6molCuSO_4}{1L\,محلول}$$

$$\times\frac{3molCu}{3molCuSO_4}\times\frac{64gCu}{1molCu}=7/68gCu$$

$$?gAl\,مصرف\,شده=7/68gCu\times\frac{1molCu}{64gCu}\times\frac{2molAl}{3molCu}\times\frac{27gAl}{1molAl}$$

$$=2/16gAl\,مصرف\,شده$$

جرم Cu تولید شده + جرم Al باقی‌مانده = جرم مخلوط باقی‌مانده در ظرف

$7/68$ + جرم Al باقی‌مانده = $16/35$

$\Rightarrow$ جرم Al باقی‌مانده $=8/67gAl$

مقدار باقی‌مانده Al + مقدار مصرف شده Al = جرم اولیه Al

جرم اولیه Al $=2/16+8/67=10/83\,g$

(شیمی ۱- آب آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۲۱۰- **گزینهٔ «۱»** *(حسین ناصری‌ثانی)*

با توجه به شکل، انحلال‌پذیری پتاسیم‌کلرید در دماهای ۴۵ و ۷۵ درجهٔ سلسیوس به‌ترتیب ۴۰ و ۵۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. بنابراین در دمای $75°C$، ۲۲۵ گرم محلول سیر شده دارای ۷۵ گرم پتاسیم کلرید و ۱۵۰ گرم آب است.

$$?gKCl=225g\ \underset{\text{محلول سیرشده}}{KCl(aq)}\times\frac{50gKCl}{150g\ \underset{\text{محلول سیرشده}}{KCl(aq)}}=75gKCl$$

$$\Rightarrow 225g-75g=150gH_2O$$

در دمای $45°C$، در ۱۵۰ گرم آب حداکثر ۶۰ گرم پتاسیم‌کلرید حل شده و محلول سیر شده ایجاد می‌شود، بنابراین ۱۵ گرم $KCl(75-60=15)$ به‌صورت رسوب از آن جدا می‌شود.

محلول نهایی دارای ۱۵۰ گرم آب و ۶۰ گرم پتاسیم‌کلرید است و با توجه به چگالی آب، حجم محلول نهایی برابر ۱۵۰ میلی‌لیتر و جرم آن ۲۱۰ گرم است. در نتیجه چگالی محلول برابر خواهد بود با:

$$d=\frac{m}{V}=\frac{210g}{150mL}=1/4g.mL^{-1}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۰)

۲۱۱- **گزینهٔ «۲»** *(جواد سوری‌لکی)*

در ساختار یخ، هر اتم اکسیژن به دو اتم هیدروژن با پیوند اشتراکی و به دو اتم هیدروژن دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.

تشریح سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در این مخلوط آب در پایین و هگزان در بالا قرار می‌گیرد، که از هگزان به‌عنوان رقیق‌کنندهٔ رنگ استفاده می‌شود.

گزینهٔ «۳»: آب و هگزان به میزان ناچیزی در هم حل می‌شوند که قابل چشم‌پوشی است.

گزینهٔ «۴»: محلول ید در هگزان بنفش رنگ است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۶، ۱۱۷ و ۱۱۹)

۲۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(مجتبی عبادی)*

عبارت‌های «آ»، «ت» و «ث» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «ب»: برخی از فلزهای اصلی با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب نمی‌رسند. مانند: $_{31}Ga$، $_{50}Sn$، $_{82}Pb$

عبارت «پ»: یون‌های برخی از فلزات واسطه مانند Zn^{2+}، Ag^{+} و Sc^{3+} بی‌رنگ هستند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

۲۱۳- **گزینهٔ «۲»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

مقدار مول گاز اتن را x و گاز متان را y در نظر می‌گیریم؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}28x+16y=87/5 : \text{مجموع جرم گازها}\\ (x\,mol\,C_2H_4\times\frac{1molBr_2}{1molC_2H_4}) : \text{مجموع مقدار برم واکنش داده}\\ +(y\,mol\,CH_4\times\frac{1molBr_2}{1molCH_4})\\ =1kgBr_2\times\frac{1000g}{1kg}\times\frac{1molBr_2}{160gBr_2}\times\frac{80}{100}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}28x+16y=87/5\\ x+y=5\end{cases}\Rightarrow x=0/625mol\ ,\ y=4/375mol$$

درصد حجمی و درصد مولی گاز در شرایط ثابت، برابر هستند، پس می‌توان نوشت:

$$\text{درصد حجمی متان در مخلوط اولیه}=\frac{4/375}{4/375+0/625}\times100=87/5\,\%$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ و ۴۰)

۲۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

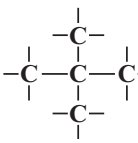
واکنش سوختن آلکان:

$$C_nH_{2n+2}+\frac{3n+1}{2}O_2\rightarrow nCO_2+(n+1)H_2O$$

$$\frac{\text{جرم آب}}{\text{جرم هیدروکربن اولیه}}=\frac{18(n+1)}{14n+2}=\frac{3}{2}\Rightarrow n=5$$

باتوجه به شمار اتم‌های کربن، آلکان موردنظر باید فرمول مولکولی C_5H_{12} داشته باشد.

در این حالت فقط گزینهٔ «۳» دارای ۵ کربن در ساختار خود می‌باشد.



۲، ۲- دی‌متیل پروپان

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۱۵- **گزینهٔ «۴»** *(سیدرحیم هاشمی‌دهکردی)*

رسیدن سامانه از حالت اولیه به حالت پایانی، پدیدهٔ گرماگیر و Q سمت چپ معادله و به‌صورت (سامانهٔ (۲) + Q → سامانهٔ (۱)) نوشته می‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۲۱۶- **گزینهٔ «۱»** *(هادی مهدی‌زاده)*

عبارت‌های دوم و سوم صحیح می‌باشند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: شیمی‌دان‌ها به موادی که فرمول مولکولی یکسان اما ساختار متفاوتی دارند، ایزومر (هم‌پار) می‌گویند.

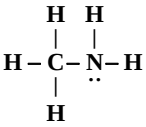
عبارت چهارم: گاز متان نخستین بار از سطح مرداب‌ها جمع‌آوری شده است و از این‌رو به گاز مرداب معروف است.

عبارت پنجم: ارزش سوختی چربی‌ها ($38kJ\cdot g^{-1}$) از ارزش سوختی کربوهیدرات‌ها ($17kJ\cdot g^{-1}$) و پروتئین‌ها ($17kJ\cdot g^{-1}$) بیش‌تر است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

۲۱۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمدحسن محمدزاده مقدم)*

متیل آمین ساده‌ترین آمین با ساختار لوویس زیر است:



$$\frac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}}=\frac{۶}{۱}=۶$$

(شیمی ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۶۹، ۸۹ تا ۱۱۴) — (شیمی ۳ — مولکول‌ها در خدمت تندرستی، صفحهٔ ۴)

۲۱۸- **گزینهٔ «۱»** *(سیدرحیم هاشمی‌دهکردی)*

واکنش (۱) را معکوس و ضرب در ۲، واکنش (۲) بدون تغییر و واکنش (۳) را معکوس و ضرب در ۲ می‌کنیم:

$$\Delta H=\Delta H'_۱+\Delta H_۲+\Delta H'_۳$$

$$=۵۰۲-۲a+۱۴۱-۲b$$

$$=۶۴۳-۲(a+b)$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۲۱۹- **گزینهٔ «۳»** *(احمدرضا جشانی‌پور)*

برای محاسبهٔ سرعت متوسط واکنش، باید غلظت مادهٔ مورد نظر را در ابتدای واکنش بدانیم. با توجه به اینکه مادهٔ مورد نظر یک فراورده است و به مرور غلظت آن در حال افزایش است، می‌توان دریافت که غلظت این ماده ($N_۲$) در ابتدای واکنش برابر صفر بوده است. از طرفی واکنش در لحظهٔ ۲۰s به اتمام رسیده است بنابراین سرعت تولید مادهٔ $N_۲$ را برحسب $mol\cdot L^{-۱}\cdot s^{-۱}$ در بازهٔ ۰ تا ۲۰ ثانیه محاسبه می‌کنیم.

$$\bar{R}_{N_۲}=\frac{\Delta[N_۲]}{\Delta t}\Rightarrow\frac{۰/۰۶-۰}{۲۰-۰}=\frac{۰/۰۶}{۲۰}=۰/۰۰۳mol\cdot L^{-۱}\cdot s^{-۱}$$

اکنون سرعت $N_۲$ را برحسب $mol\cdot min^{-۱}$ به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{N_۲}=۰/۰۰۳mol\cdot L^{-۱}\cdot s^{-۱}\times ۵L\times\frac{۶۰s}{۱min}=۰/۹mol.min^{-۱}$$

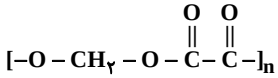
در نهایت سرعت واکنش را برحسب $mol\cdot min^{-۱}$ حساب می‌کنیم.

$$\bar{R}_{\text{واکنش}}=\frac{\bar{R}_{N_۲}}{۳}=\frac{۰/۹}{۳}=۰/۳mol\cdot min^{-۱}$$

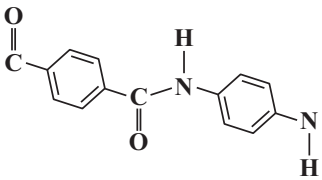
(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸ و ۹۰ و ۹۱)

۲۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(مرتضی خوش‌کیش)*

ساده‌ترین اسید دوعاملی $(HO-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH)$ و الکل دوعاملی $(HO-CH_۲-OH)$ می‌توانند پلیمر زیر را تشکیل دهند، جرم مولی واحد تکرارشوندهٔ آن برابر $۱۰۲g\cdot mol^{-۱}$ است:



جرم مولی واحد تکرار شونده پلی‌آمید داده شده که ساختار آن به صورت زیر نمایش داده می‌شود برابر $۲۳۸g\cdot mol^{-۱}$ می‌باشد:



بنابراین اختلاف جرم مولی واحدهای تکرارشونده دو پلیمر برابر $۱۳۶gr.mol^{-۱}$ است.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۰)

۲۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(علی بیدختی)*

عبارت‌های (ب) و (پ) درست است.

بررسی موارد:

آ) در ساختار این مولکول، گروه‌های عاملی آمینی، آمیدی، استری و اتری وجود دارد.

ب) در واکنش گروه عاملی استری با آب، الکل و کربوکسیلیک‌اسید تولید می‌شود. در این مورد الکل تولید شده، اتانول است.

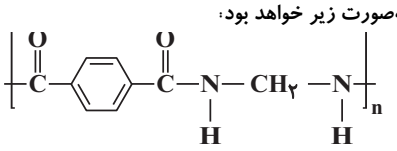
پ) در واکنش گروه عاملی آمیدی با آب، آمین و کربوکسیلیک‌اسید تولید می‌شود. در این مورد کربوکسیلیک‌اسید تولید شده، اتانوئیک‌اسید است.

ت) در صورتی‌که گروه عاملی آمینی این مولکول با یک کربوکسیلیک‌اسید واکنش دهد، یک گروه عاملی آمیدی تولید می‌شود و تعداد گروه‌های عاملی آمیدی دو و تعداد گروه‌های عاملی آمینی صفر می‌شود.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

۲۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(حمید زبی)*

ساختار پلیمر تولید شده به‌صورت زیر خواهد بود:



حال چنانچه جرم مولی پلیمر را به جرم مولی هر واحد تکرارشوندهٔ آن تقسیم کنیم، تعداد واحد تکرارشونده به‌دست می‌آید (فرمول واحد تکرارشونده $C_۹H_۸O_۲N_۲$ و جرم مولی آن برابر $۱۷۶g\cdot mol^{-۱}$ است):

$$\text{تعداد واحد تکرارشونده}=\frac{۳/۵۲\times۱۰^۶}{۱۷۶}=۲۰۰۰۰$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۸)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۲۳- **گزینهٔ «۴»** *(حمید زیبی)*

گزینهٔ «۱»: گوگرد تری‌اکسید یک اسید آرنیوس است که هنگام حل شدن هر مول از آن در آب، ۲ مول یون تولید می‌شود (در اولین یونش) و رنگ کاغذ pH در تماس با آن به رنگ قرمز در می‌آید.

$$SO_3(g)+H_2O(l)\rightarrow H_2SO_4(aq)\rightarrow H^+(aq)+HSO_4^-(aq)$$

گزینهٔ «۲»: کلسیم اکسید یک باز آرنیوس است که هنگام حل شدن هر مول از آن در آب، ۳ مول یون تولید می‌شود و رنگ کاغذ pH در تماس با محلول آن به رنگ آبی در می‌آید.

$$CaO(s)+H_2O(l)\rightarrow Ca(OH)_2(aq)\rightarrow Ca^{2+}(aq)+2OH^-(aq)$$

گزینهٔ «۳»: کربن‌دی‌اکسید یک اسید آرنیوس است که هنگام حل شدن هر مول از آن در آب، کمتر از ۲ مول یون تولید می‌شود (اسید ضعیف است) و رنگ کاغذ pH در تماس با محلول آن به رنگ قرمز در می‌آید.

$$CO_2(g)+H_2O(l)\rightleftharpoons H_2CO_3(aq)\rightleftharpoons H^+(aq)+HCO_3^-(aq)$$

گزینهٔ «۴»: سدیم اکسید یک باز آرنیوس است که هنگام حل شدن هر مول از آن در آب، ۴ مول یون تولید می‌شود و رنگ کاغذ pH در تماس با محلول آن به رنگ آبی در می‌آید.

$$Na_2O(s)+H_2O(l)\rightarrow 2NaOH(aq)\rightarrow 2Na^+(aq)+2OH^-(aq)$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۲۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(محمد نکو)*

حجم HBr را y لیتر و حجم HNO_3 را x لیتر در نظر می‌گیریم:

$$x+y=0/5L$$

در محلول هیدروبرمیک اسید داریم:

$$10^{-pH}=[H^+]=M\rightarrow M=10^{-2/3}$$
$$=10^{-3}\times 10^{0/7}=5\times 10^{-3}mol.L^{-1}$$

در محلول نیتریک اسید داریم:

$$[H^+]=[HNO_3]=2\times 10^{-2}mol.L^{-1}$$

در محلول نهایی داریم:

$$[H^+]=10^{-pH}=10^{-2/1}=10^{-3}\times 10^{0/9}=8\times 10^{-3}mol.L^{-1}$$

$$H^+ \text{ مول نهایی}: 8\times 10^{-3}mol.L^{-1}\times 0/5L=4\times 10^{-3}mol$$

$$5\times 10^{-3}y+2\times 10^{-2}x=4\times 10^{-3}\xrightarrow{x+y=0/5}\begin{matrix}y=0/4L\\x=0/1L\end{matrix}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۲۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(محمدحسن محمدزاده مقدم)*

با استفاده از pH و ثابت یونش غلظت مولی اسید را تعیین می‌کنیم:

$$pH=2/5\Rightarrow [H^+]=10^{-pH}=10^{-2/5}=10^{-3}\times 10^{+0/5}$$
$$=3\times 10^{-3}mol.L^{-1}$$

$$K_a=\frac{[H^+]^2}{M-[H^+]}\Rightarrow 3\times 10^{-3}=\frac{(3\times 10^{-3})^2}{M-(3\times 10^{-3})}$$
$$\Rightarrow M=0/006mol.L^{-1}$$

حال می‌توان نوشت:

$$?m\ mol\ NaOH=0/2L\text{محلول}\times\frac{0/006mol\ HA}{1L\ \text{محلول}}\times\frac{1mol\ NaOH}{1mol\ HA}$$
$$\times\frac{10^3 m\ mol\ NaOH}{1mol\ NaOH}=1/2m\ mol\ NaOH$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

۲۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(شهرام همایون‌فر)*

اگر حجم محلول ۱۰ برابر شود غلظت محلول $\frac{1}{10}$ برابر شده و pH یک واحد کاهش می‌یابد:

$$\Delta pH=-\log 10=-1$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: اگر $[OH^-]$ در یک محلول آبی ۲۰ برابر شود، غلظت H^+ به‌اندازهٔ $\frac{1}{20}$ برابر شده و pH به‌اندازهٔ ۱/۳ واحد افزایش می‌یابد.

گزینهٔ «۳»: در غلظت و دمای یکسان، قدرت اسیدی نیترو اسید از فورمیک‌اسید بیشتر بوده و در نتیجه pH محلول فورمیک‌اسید بیش‌تر است.

گزینهٔ «۴»: از انحلال هر مول $Ca(OH)_2$ در آب، ۲ مول یون هیدروکسید تولید می‌شود. ۱۴۸ گرم کلسیم هیدروکسید پس از انحلال ۴ مول یون هیدروکسید تولید می‌کند.

$$Ca(OH)_2(s)\xrightarrow{H_2O}Ca^{2+}(aq)+2OH^-(aq)$$

$$?mol\ OH^-=148g\ Ca(OH)_2\times\frac{1mol\ Ca(OH)_2}{74g\ Ca(OH)_2}$$

$$\times\frac{2mol\ OH^-}{1mol\ Ca(OH)_2}=4mol\ OH^-$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۶)

۲۲۷- **گزینهٔ «۲»** *(رضا سلیمانی)*

با توجه به جدول داده شده عبارت‌های سوم و چهارم درست است.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

عبارت اول: در سلول‌های گالوانی آنیون‌ها به سمت آند (B) می‌روند.

عبارت دوم: ترتیب قدرت کاهندگی به‌صورت $A>B>C$ و C^{2+} می‌تواند B را اکسید کند یعنی B به C^{2+} الکترون می‌دهد و اکسایش می‌یابد.

عبارت سوم: محلول $B(NO_3)_2$ را می‌توان در ظرفی از جنس فلز C نگهداری نمود، چون E° فلز C از فلز B بیش‌تر است.

عبارت چهارم: ولتاژ سلول $(B-C)$ برابر:

$$emf=1/1-0/36=0/74V$$

عبارت پنجم:

بعد از مبادلهٔ $6/02\times 10^{22}$ الکترون، داریم:

$$A(s)+C^{2+}(aq)\rightarrow A^{2+}(aq)+C(s)$$

$$?mole^-=6/02\times 10^{22}e^-\times\frac{1mole^-}{6/02\times 10^{23}e^-}=0/1mole^-$$

$$?gA_{\text{مصرفی}}=0/1mole^-\times\frac{1mol\ A}{2mole^-}\times\frac{65gA}{1molA}=3/25gA$$

$$?gC_{\text{رسوب شده}}=0/1mole^-\times\frac{1molC}{2mole^-}\times\frac{64gC}{1molC}=3/2gC$$

$$\text{تغییرات جرم تیغه}=\left[\begin{matrix}\text{جرم جامد رسوب}\\\text{کرده روی تیغه}\end{matrix}\right]-\left[\begin{matrix}\text{جرم تیغه}\\\text{مصرف شده}\end{matrix}\right]$$

$$\text{تغییرات جرم تیغه}=3/2-3/25=-0/05g$$

در نهایت، 0/05g جرم تیغه کاهش پیدا می‌کند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(حسن رحمتی‌کوکنده)*

موارد دوم و سوم نادرست می‌باشند.

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: مقدار عددی (۴) برابر با ۴۴ / ۰− ولت و مقدار عددی (۲) برابر با ۱ / ۹۳ ولت می‌باشد.

مورد سوم: E° فلز منیزیم کم‌تر از مس می‌باشد. بنابراین از جرم تیغهٔ منیزیم که آند می‌باشد کاسته می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

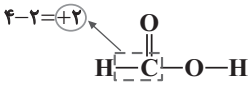
۲۲۹- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی اسرزاده)*

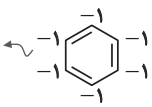
گزینهٔ «۱»: درست. اتم‌ها در بالاترین عدد اکسایش خود فقط نقش اکسندگی دارند.

OF_2 (+۲) $\quad BrO_4$ (+۷)

بالاترین عدد اکسایش برم (+۷) و اکسیژن (+۲) است.

گزینهٔ «۲»: درست





مجموع عدد اکسایش کربن‌ها = ۶-

گزینهٔ «۳»: نادرست. $NO_3^- + 3H^+ + 2e^- \rightarrow HNO_2 + H_2O$

گزینهٔ «۴»: درست. Au^{3+} اکسنده‌تر از Ag^+ و Mg کاهنده‌تر از Zn است.

$$\left[\begin{matrix}Au\\Ag\end{matrix}\right] \left[\begin{matrix}Zn\\Mg\end{matrix}\right]$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۲۳۰- **گزینهٔ «۱»** *(کامران جعفری)*

با توجه به مراحل تهیهٔ آن در کتاب درسی گزینهٔ «۱» مراحل را درست نشان می‌دهد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحهٔ ۵۶)

۲۳۱- **گزینهٔ «۴»** *(کامران جعفری)*

مورد اول: نقطهٔ ذوب سیلیسیم از الماس کمتر است.

مورد دوم: موادی مانند CO_2، AsH_3، H_2O و SO_2 جزو مواد مولکولی دسته‌بندی می‌شوند.

مورد سوم: گرافیت و گرافن جزو جامدهای کووالانسی دوبعدی هستند.

مورد چهارم: الماس در ساخت مته‌ها و ابزار برش شیشه استفاده می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷ و ۶۹ تا ۷۱)

۲۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: اتم مرکزی در نقشهٔ پتانسیل الکترواستاتیکی مولکول آمونیاک به رنگ قرمز و در مولکول گوگرد تری‌اکسید به رنگ آبی نشان داده می‌شود. (نادرست)

گزینهٔ «۲»: رنگ قرمز در نقشه‌های پتانسیل الکترواستاتیکی تراکم بیش‌تر الکترون‌ها را نشان می‌دهد. (نادرست)

گزینهٔ «۳»: گشتاور دوقطبی مولکول کربونیل‌سولفید بزرگ‌تر از صفر و گشتاور دوقطبی اتین تقریباً برابر صفر می‌باشد. (نادرست)

گزینهٔ «۴»: اگر اتم مرکزی دارای الکترون‌های ناپیوندی باشد تقارن و توزیع یکنواخت بارهای الکتریکی در مولکول چند اتمی به‌هم می‌خورد. (درست)

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۲۳۳- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

عناصر داده شده عبارتند از:

$A: {}_{12}Mg \quad B: {}_{19}K \quad C: {}_{9}F \quad D: {}_{35}Br \quad E: {}_{8}O$

از آنجا که هر قدر بار کاتیون و آنیون کم‌تر بوده و شعاع آن‌ها بیش‌تر باشد، ترکیب حاصل از آن‌ها دارای آنتالپی فروپاشی شبکهٔ کم‌تری است، ترکیب KBr (با یون‌های K^+ و Br^-) دارای کم‌ترین مقدار آنتالپی فروپاشی خواهد بود.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

۲۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

عبارت‌های (آ)، (پ) و (ت) نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

آ) واکنش گرماگیر است و سطح انرژی فراورده‌ها بالاتر است بنابراین فراورده‌ها ناپایدارترند.

ب) با تولید ۴ / ۲۲ لیتر گاز NO (یک مول NO) مقدار ۹۰ / ۵ کیلوژول گرما جذب می‌شود.

$$\Delta H = ۵۶۲ - ۳۸۱ = ۱۸۱kJ$$

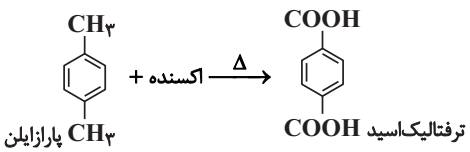
$$۲۲/۴L\ NO \times \frac{۱mol\ NO}{۲۲/۴L\ NO} \times \frac{۱۸۱kJ}{۲mol\ NO} = ۹۰/۵kJ$$

پ) با استفاده از کاتالیزگر سرعت واکنش افزایش می‌یابد اما سطح انرژی مواد تغییری نمی‌کند.

ت) سرعت واکنش رفت کم‌تر است زیرا انرژی فعال‌سازی در جهت رفت بیش‌تر است.

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸)

۲۳۵- **گزینهٔ «۲»** *(مرتضی رضائی‌زاده)*



پتاسیم پرمنگنات اکسنده‌ای است که محلول غلیظ آن در شرایط مناسب، پارازایلن را با بازده نسبتاً خوب به ترفتالیک‌اسید تبدیل می‌کند.

$$\text{تفاوت جرم مولی} = \underset{\text{ترفتالیک‌اسید}}{۱۶۶} - \underset{\text{پارازایلن}}{۱۰۶} = ۶۰$$

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir