حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۰
سال تحصیلی ۰۰-۹۹

گزینه‌دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

ویژهٔ داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۰ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

آزمون آزمایشی ۲۷ خرداد ۱۴۰۰

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۵۵	۱۰۱	۱۵۵	۸۵ دقیقه
فیزیک	۴۵	۱۵۶	۲۰۰	۵۵ دقیقه
شیمی	۳۵	۲۰۱	۲۳۵	۳۵ دقیقه
تعداد کل پرسش‌ها: ۱۳۵		مدت پاسخ‌گویی: ۱۷۵ دقیقه		

مرحلهٔ ۱۷
دفترچهٔ شمارهٔ ۲

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه‌های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، پیش‌آزمون‌های آنلاین، بانک سؤال گزینه‌دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه‌های کمک‌آموزشی، آرشیو آزمون‌های گزینه‌دو و...، با استفاده از شمارهٔ داوطلبی (به‌عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به‌عنوان رمز عبور) وارد وب‌سایت گزینه‌دو به آدرس gozine2.ir شوید.

در صورتی که اینترنتی ثبت‌نام کرده‌اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده‌اید.

همچنین، شما می‌توانید با اسکن تصویر روبه‌رو به‌وسیلهٔ گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی درس‌های عمومی و اختصاصی را مشاهده نمایید.

@MrKonkori

۱۰۱- فرض کنید $A=\{x\in\mathbb{R}\mid |x|\le 2\}$، $B=\{x\in\mathbb{R}\mid x>1\}$ و $C=\{x\in\mathbb{R}\mid x<-1\}$ باشند، کدام گزینه عضو مجموعهٔ $(A\cup B)\cap C$ می‌باشد؟

۱) صفر ۲) ۱- ۳) ۲- ۴) ۱

۱۰۲- کدام گزینه درست است؟

۱) $\exists x\in\mathbb{Z}: x^2=8$ ۲) $\forall x\in\mathbb{Z}: \frac{x^2-1}{x-1}=x+1$

۳) $\sim(\forall x\in\mathbb{R}: x^2\ge 0)\equiv \exists x\in\mathbb{R}: x^2<0$ ۴) $\sim(\exists x\in\mathbb{R}: x^2+1\neq 0)\equiv(\forall x\in\mathbb{R}: x^2+1\neq 0)$

۱۰۳- اگر ارزش گزارهٔ $(p\Leftrightarrow q)\Rightarrow(r\wedge p)$ به انتفای مقدم درست باشد، ارزش کدام گزاره همواره درست است؟

۱) $p\Leftrightarrow(p\wedge q)\vee r$ ۲) $(p\Leftrightarrow q)\Rightarrow(q\wedge r)$ ۳) $(p\vee q)\Rightarrow(r\wedge q)$ ۴) $(q\Rightarrow p)\Rightarrow(p\wedge q)$

۱۰۴- اگر $x=-2$ یکی از ریشه‌های معادلهٔ $2x^3+5x^2+ax-2=0$ باشد، اختلاف دو ریشهٔ دیگر این معادله چقدر است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۲/۵ ۴) ۱/۵

۱۰۵- نمودار توابع $f(x)=2x[x]$ و $g(x)=|x|-x$، در بازهٔ $[\alpha,\beta)$ برهم منطبق‌اند. حداکثر $\beta-\alpha$ کدام است؟ ($[\ ]$ نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۶- اگر $f(x)=2g^{-1}(1-2x)$ و $g(x)=\frac{\sqrt{x}}{x+4}$، مقدار $f^{-1}(8)$ کدام است؟

۱) $\frac{5}{4}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{3}{8}$ ۴) $\frac{3}{4}$

۱۰۷- اگر $f(x)=x^2-3x$ و $g(x)=\sqrt{4x+9}$، مساحت ناحیهٔ محدود به نمودار تابع gof و خط $y=3$ چقدر است؟

۱) ۴/۵ ۲) ۳/۵ ۳) ۴ ۴) ۳

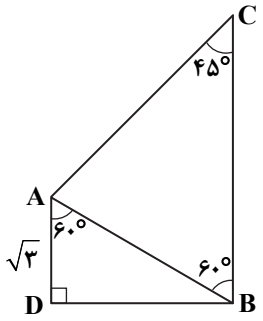
۱۰۸- تابع $f(x)$ دارای دو ریشه به مجموع ۴ و حاصل‌ضرب ۳- است. نمودار تابع f را دو واحد به راست انتقال داده و سپس طول نقاط نمودار جدید را نصف می‌کنیم. حاصل‌ضرب صفرهای تابع نهایی کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۲/۵ ۳) ۲/۲۵ ۴) ۲/۷۵

۱۰۹- نمودار تابعی، یک سهمی است که از نقاط $(0,1)$ و $(-1,2)$ می‌گذرد و محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع می‌کند. برد این تابع کدام است؟

۱) $[-1,+\infty)$ ۲) $(-2,+\infty]$ ۳) $(-\infty,3]$ ۴) $(-\infty,4]$

۱۱۰- در شکل روبه‌رو، اندازهٔ ضلع BC کدام است؟



۱) $2\sqrt{3}$

۲) $\sqrt{3}+3$

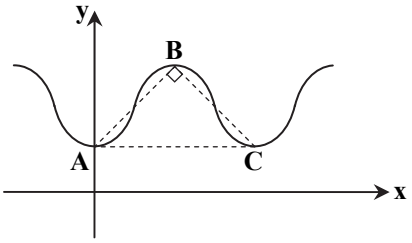
۳) $3\sqrt{3}$

۴) $2\sqrt{3}+3$

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۱۱- بخشی از نمودار تابع $f(x)=۱+aSin^{۲}\frac{\pi}{۳}x$ به‌صورت زیر است. اگر مثلث ABC یک مثلث قائم‌الزاویه باشد، مقدار a کدام است؟



۱) ۲/۵

۲) ۲

۳) ۱/۵

۴) ۳

۱۱۲- جواب کلی معادلهٔ $Sin۲x+Sin(x-\frac{\pi}{۴})=۰$ به‌صورت $۲k\pi+\frac{i\pi}{۱۲}$ است. مجموعهٔ تمام مقادیر i کدام است؟ $(k\in\mathbb{Z})$

۱) $\{۱,۹,۱۷\}$ ۲) $\{۱,۹\}$ ۳) $\{۱,۳,۹\}$ ۴) $\{۱,۱۷\}$

۱۱۳- اگر $\log(x+۱)=\log(۵-x)-\log(x^{۲}-۱)$، حاصل لگاریتم $۴x-۳$ در چه پایه‌ای برابر ۴ است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) $\sqrt{۳}$

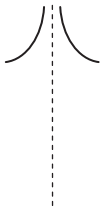
۱۱۴- حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{۱}{۲}^{+}}\frac{|Cot\pi x|}{۲x-۱}$ چه عددی است؟

۱) $-\pi$ ۲) π ۳) $\frac{\pi}{۲}$ ۴) $-\frac{\pi}{۲}$

۱۱۵- تابع $f(x)=(\frac{x^{۲}-۱+a}{[x]-۴})[x]$ روی بازهٔ $[۲,۳]$ پیوسته است. مقدار a کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) ۴- ۲) ۸- ۳) ۳- ۴) ۶-

۱۱۶- نمودار $y=\frac{x-۳}{f(x)}$ در مجاورت $x=۱$ به‌صورت روبه‌رو است. ضابطهٔ $f(x)$ کدام می‌تواند باشد؟



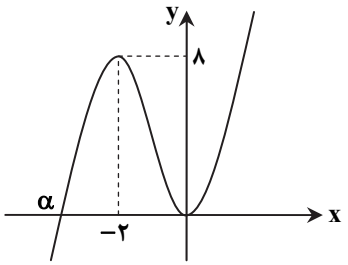
۱) $(x-۱)^{۲}(x+۲)$

۲) $(x-۱)^{۲}(x-۲)$

۳) $(x-۱)^{۳}(x-۲)$

۴) $(x-۱)^{۳}(x-۳)$

۱۱۷- نمودار تابع چندجمله‌ای درجه سوم f به‌صورت روبه‌رو است. مقدار $f'(\alpha)$ چقدر است؟



۱) ۱۸

۲) ۹

۳) ۳

۴) ۶

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۱۸- فاصلهٔ نقطهٔ اکسترمم نسبی تابع $y = (x-۲)\sqrt[۳]{x}$ از مماس قائم آن چقدر است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۲

۱۱۹- اگر تقعر تابع $f(x) = ax^۲ + ۲\cos ۲x$ همواره روبه بالا باشد، حدود a کدام است؟

۱) $a \le ۲$ ۲) $a \ge ۲$ ۳) $a > ۴$ ۴) $a < ۴$

۱۲۰- اگر $f(۱) = ۲f'(۱) = -۲$ و $g(۱) = g'(۱) = ۳$، مشتق $fo(f+g)$ در $x = ۱$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) -۲

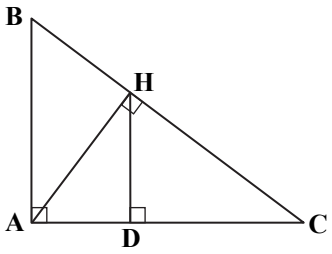
۱۲۱- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x + \frac{۴}{x}$ در بازهٔ $[۱, a]$ با آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع در $x = ۲$ برابر است. مقدار $f(a)$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۱۲۲- چند مستطیل با طول قطر ۱۰ سانتی‌متر و طول یک ضلع ۶ سانتی‌متر قابل‌رسم است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) هیچ ۴) بی‌شمار

۱۲۳- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، $AB = ۶$ و $AC = ۸$ است. ارتفاع‌های AH و HD را در دو مثلث رسم کرده‌ایم. اندازهٔ AD کدام است؟



۱) ۲/۴

۲) ۲/۸۸

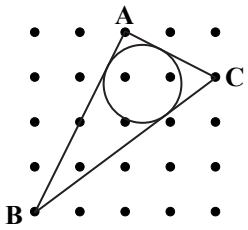
۳) ۳/۲

۴) ۳/۶۵

۱۲۴- تعداد قطرهای یک چندضلعی، دو برابر تعداد اضلاع آن است. حداکثر چند زاویهٔ داخلی این چندضلعی، می‌تواند بیشتر از ۱۲۰° باشد؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۲۵- شعاع دایرهٔ مماس بر اضلاع مثلث شبکه‌ای ABC کدام است؟



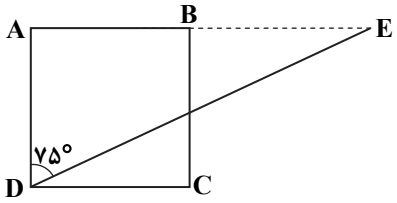
۱) $\frac{۲\sqrt{۵}}{۳}$

۲) $\frac{۳\sqrt{۵}-۵}{۲}$

۳) $\frac{۳\sqrt{۵}}{۲}$

۴) $\frac{۵\sqrt{۵}-۳}{۲}$

۱۲۶- در مربع ABCD، خطی که از D گذشته و امتداد AB را در E قطع کرده، با ضلع AD زاویهٔ ۷۵° می‌سازد. اگر $BE = ۵\sqrt{۲}$ باشد، طول DE کدام است؟



۱) ۸

۲) $۶\sqrt{۲}$

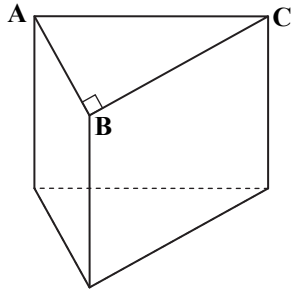
۳) ۱۰

۴) $۱۲\sqrt{۲}$

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۲۷- قاعده‌های یک منشور قائم، مثلث قائم‌الزاویه است. در این شکل یال **AB** بر چند یال دیگر عمود است و با آن‌ها متنافر نیز می‌باشد؟



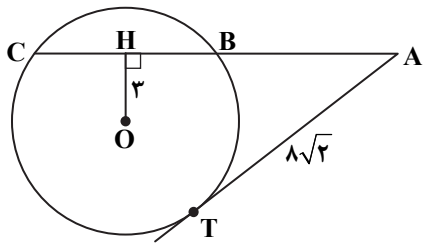
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) هیچ

۱۲۸- از نقطهٔ **A** بر دایرهٔ $C(O\ ,\ ۵)$ یک مماس و یک قاطع رسم کرده‌ایم. با توجه به اندازه‌ها، طول **AC** کدام است؟



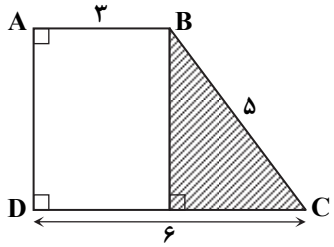
۱) ۱۲

۲) ۱۴

۳) ۱۶

۴) ۱۸

۱۲۹- اگر ذوزنقهٔ **ABCD** حول ساق **AD** دوران کند، حجم شکل حاصل از دوران کامل قسمت هاشورزده کدام است؟



۱) ۳۶π

۲) ۴۲π

۳) ۴۸π

۴) ۵۴π

۱۳۰- در مثلث **ABC** به مساحت **S**، نقطهٔ **O** وسط میانهٔ **AM** است. اگر این مثلث را با بردار **AO** انتقال دهیم، مساحت ناحیهٔ مشترک بین مثلث **ABC** و تصویرش کدام است؟

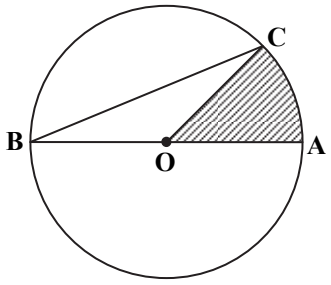
۱) **S**

۲) $\frac{۱}{۲}S$

۳) $\frac{۱}{۳}S$

۴) $\frac{۱}{۴}S$

۱۳۱- در شکل روبه‌رو **AB** قطر دایره است و نقطهٔ **C** طوری قرار گرفته که طـول کمـان **AC** برابر π و مساحت قطاع هاشورزده برابر ۳π است. مساحت مثلث **OBC** کدام می‌باشد؟



۱) $۹\sqrt{۳}$

۲) ۹

۳) $۱۲\sqrt{۳}$

۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۳۲- دایرهٔ C و مربع ABCD به ضلع واحد مفروض‌اند. اگر بازتاب دایرهٔ C نسبت به AD دایرهٔ C' و بازتاب دایرهٔ C' نسبت به ضلع BC دایرهٔ C'' باشد، طول مماس مشترک خارجی دایره‌های C و C'' کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

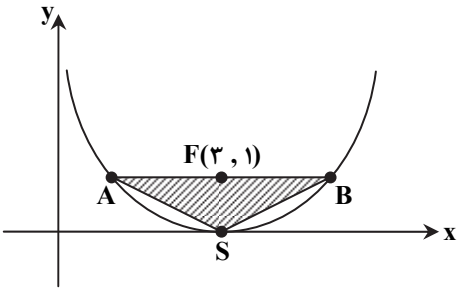
۱۳۳- حداکثر چند نقطه روی دایرهٔ C به قطر ۶ وجود دارد که از خط d به فاصلهٔ ۳ باشد؟

۱) دو نقطه ۲) سه نقطه ۳) یک نقطه ۴) چهار نقطه

۱۳۴- دو دایره از نقطهٔ (۱ , ۲) گذشته و بر محورهای مختصات مماس‌اند. طول خط‌المرکزین دو دایره کدام است؟

۱) ۲ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) ۴ ۴) $۴\sqrt{۲}$

۱۳۵- در سهمی شکل روبه‌رو، AB وتری موازی محور طول‌هاست که از کانون سهمی گذشته است. مساحت مثلث ABS کدام است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۶

۱۳۶- اگر حاصل‌ضرب $\begin{bmatrix} m & -۱ \\ n & ۴ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۴ & ۱ \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix}$، یک ماتریس اسکالر باشد، ماتریس $\begin{bmatrix} m+۱ & m-۱ \\ n-۲m & n-۱ \end{bmatrix}$ چه ماتریسی است؟

۱) همانی ۲) اسکالر ۳) قطری ۴) صفر

۱۳۷- A و B دو ماتریس وارون‌پذیرند به‌طوری که $A+B-AB=\overline{O}$ است. اگر $A=\begin{bmatrix} ۳ & ۱ \\ ۵ & ۲ \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس B کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۳۸- دترمینان $\begin{vmatrix} bc & ۱ & a \\ ca & ۱ & b \\ ab & ۱ & c \end{vmatrix}$ با کدام‌یک از دترمینان‌های زیر برابر است؟

۱) $\begin{vmatrix} a & ۱ & a^۳ \\ b & ۱ & b^۳ \\ c & ۱ & c^۳ \end{vmatrix}$ ۲) $\begin{vmatrix} ۱ & a & a^۲ \\ ۱ & b & b^۲ \\ ۱ & c & c^۲ \end{vmatrix}$ ۳) $\begin{vmatrix} a^۳ & ۱ & a \\ b^۳ & ۱ & b \\ c^۳ & ۱ & c \end{vmatrix}$ ۴) $\begin{vmatrix} a^۲ & a & ۱ \\ b^۲ & b & ۱ \\ c^۲ & c & ۱ \end{vmatrix}$

۱۳۹- نقاط $A(۵ , -۱ , ۲)$، $B(۳ , -۱ , ۲)$ و $C(۵ , -۱ , -۲)$ روی کدام صفحه قرار دارند؟

۱) صفحه‌ای عمود بر محور xها به فاصلهٔ ۵ از مبدأ
۲) صفحه‌ای موازی صفحهٔ xz به فاصلهٔ ۱ از آن
۳) صفحه‌ای موازی صفحهٔ yz به فاصلهٔ ۲ از آن
۴) صفحه‌ای عمود بر محور yها به فاصلهٔ ۲ از مبدأ

۱۴۰- a، b و c سه بردار غیرصفرند به‌طوری که $(\vec{a}-\vec{c})\times\vec{b}=\vec{a}\times\vec{c}$. در این صورت سه بردار a، b و c، نسبت به هم چگونه‌اند؟

۱) دوبه‌دو عمودند. ۲) هم‌اندازه‌اند. ۳) هم‌صفحه‌اند. ۴) موازی‌اند.

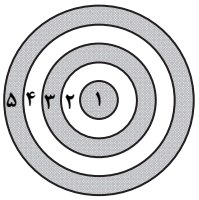
محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۴۱- احتمال اصابت تیرهای شلیک‌شدهٔ دو تیرانداز A و B به هدف، به‌ترتیب $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۲}$ است. اگر A و B هر دو شلیک کنند، احتمال اصابت حداقل یکی از دو تیر به هدف، چند برابر احتمال آن است که فقط یکی از آن‌ها به هدف اصابت کنند؟

۱) $\frac{۵}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) ۱

۱۴۲- در پرتاب یک دارت به صفحه‌ای دایره‌شکل به‌صورت روبه‌رو، احتمال اصابت دارت به ناحیهٔ kاُم برابر $x(۱-۲k)$ است، احتمال آنکه علی و رضا هر دو در پرتاب دارت خود به ناحیهٔ دوم بزنند کدام است؟



۱) $\frac{۹}{۱۲۵}$ ۲) $\frac{۶۴}{۱۲۵}$
۳) $\frac{۶۴}{۶۲۵}$ ۴) $\frac{۹}{۶۲۵}$

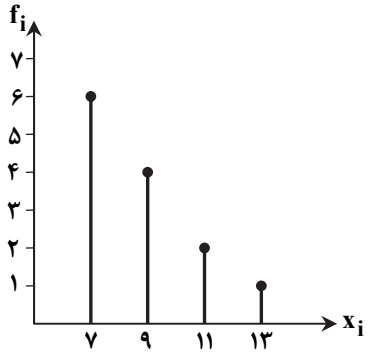
۱۴۳- در یک ظرف دو دسته کارت موجود است. دستهٔ اول، ۲ کارت دو رو آبی و دستهٔ دوم ۸ کارت یک رو آبی و یک رو قرمز. یک کارت به‌تصادف از میان آن‌ها انتخاب می‌کنیم و ملاحظه می‌کنیم یک روی آن آبی است، احتمال آنکه روی دوم آن نیز آبی باشد چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۴۴- اگر $S=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}$ و $A\subseteq S$ باشد، برای هر عدد $n\in A$ حاصل $\frac{n^۲(n+۱)^۲}{۹}$ عددی صحیح و زوج است. A حداکثر چند عضو دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۴۵- دامنهٔ میان‌چارکی داده‌های مربوط به نمودار جعبه‌ای رسم‌شده از داده‌های نمودار میله‌ای روبه‌رو کدام است؟



۱) ۳
۲) ۴
۳) ۴/۵
۴) ۵

۱۴۶- اگر a و b اعداد طبیعی باشند، حاصل $\left[(a^۲,b),(a^۳,a^۵)\right]$ کدام است؟

۱) $a^۲$ ۲) $|ab|$ ۳) $|a^۵b|$ ۴) $|a^۳|$

۱۴۷- اگر $a+۵۰^{۵۰}\times ۱۷\,|\,۴۳$، آنگاه کمترین مقدار طبیعی a کدام است؟

۱) ۱۷ ۲) ۲۷ ۳) ۲۹ ۴) ۳۱

۱۴۸- مقدار a چند عضو از مجموعهٔ $\{۱,۲,۳,\cdots,۵۰\}$ می‌تواند باشد تا معادلهٔ همنهشتی $ax \overset{۱۲}{\equiv} ۳۰$ در مجموعهٔ اعداد صحیح، جواب داشته باشد؟

۱) ۲۸ ۲) ۳۵ ۳) ۳۸ ۴) ۴۰

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۴۹- در گراف K_6 با رأس‌های $\{a,b,c,d,e,f\}$ چند زیرگراف از مرتبهٔ ۶ می‌توان رسم کرد به‌طوری که $N_G[f]=\{f\}$ و $deg(a)=4$ باشد؟

۱) ۸ ۲) ۳۲ ۳) ۶۳ ۴) ۶۴

۱۵۰- در یک گراف ۴- منتظم با مرتبهٔ p با اضافه کردن ۱۲ یال، به یک گراف کامل از مرتبهٔ p تبدیل می‌شود. در این گراف کامل حاصل $\Delta(G)+\delta(G)+\gamma(G)$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۱۴ ۳) ۱۵ ۴) ۱۷

۱۵۱- در یک جامعه انحراف‌معیار برآورد میانگین با نمونه‌های ۶۴تایی مساوی ۰/۲ شده است. اگر میانگین یک نمونهٔ تصادفی ۶۴عضوی برابر ۲۰ شده باشد، میانگین این جامعه با ضریب اطمینان ۹۵٪ در کدام بازه قرار دارد؟

۱) $[19/6,20/7]$ ۲) $[18/5,20/2]$ ۳) $[18/9,20/4]$ ۴) $[19/6,20/4]$

۱۵۲- چند مربع لاتین به‌شکل

۲		
	۲	
		۲

وجود دارد که با مربع

۲	۱	۳
۱	۳	۲
۳	۲	۱

متعامد باشد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۵۳- یک مجموعهٔ ۶عضوی را به چند طریق می‌توان به دو زیرمجموعه که هر کدامشان حداقل دو عضو دارند افراز کرد؟

۱) ۳۵ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۱۵

۱۵۴- به چند طریق می‌توان ۴ جایزهٔ مختلف را بین ۵ نفر توزیع کرد به‌طوری که به هر نفر حداکثر یک جایزه برسد؟

۱) ۶۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۴۰ ۴) ۱۵۰

۱۵۵- حداقل چند عضو از مجموعهٔ $\{1,2,3,\cdots,12\}$ به‌تصادف انتخاب شود تا مطمئن شویم تفاضل حداقل دو تا از آن‌ها ۵ می‌شود؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

فیزیک ۵۵′

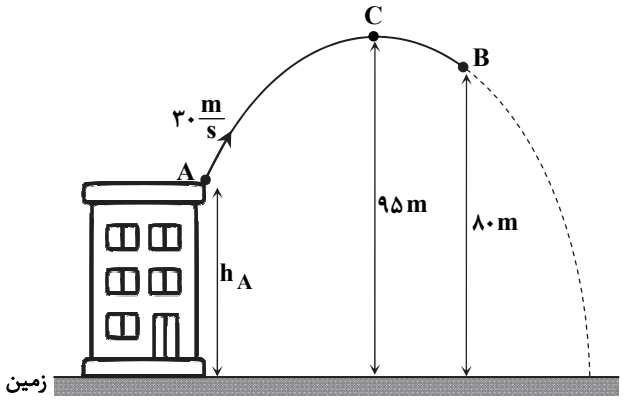
زمان پیشنهادی

جامع مطابق محدودهٔ آزمون سراسری سال ۱۴۰۰ (با در نظر گرفتن حذفیات سازمان سنجش)

۱۵۶- وقتی یک ترازوی دیجیتال (رقمی) عدد $6/74\,kg$ را نشان می‌دهد، عددی که باید گزارش شود، کدام است؟

۱) $6/7\pm0/1\,kg$ ۲) $6/7\pm0/05\,kg$ ۳) $6/74\pm0/01\,kg$ ۴) $6/74\pm0/05\,kg$

۱۵۷- مطابق شکل، گلوله‌ای از نقطهٔ A با تندی $30\frac{m}{s}$ به‌طور مایل پرتاب می‌شود و با تندی $20\frac{m}{s}$ از نقطهٔ B عبور می‌کند. اگر بیشترین ارتفاع گلوله از سطح زمین $95\,m$ باشد، به‌ترتیب از راست به چپ، ارتفاع محل پرتاب از سطح زمین (h_A) و کمترین تندی گلوله در طول مسیر کدام است؟ (مقاومت هوا ناچیز است و $g=10\frac{m}{s^2}$)



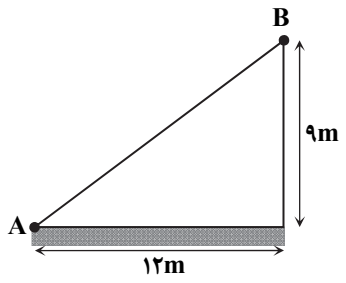
۱) $40\,m$، صفر ۲) $55\,m$، صفر

۳) $55\,m$، $10\frac{m}{s}$ ۴) $40\,m$، $10\frac{m}{s}$

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۵۸- مطابق شکل، یک دستگاه پله برقی در هر دقیقه به‌طور متوسط ۱۵ نفر را از نقطهٔ A به B می‌رساند. اگر جرم هریک از این افراد به‌طور متوسط $80kg$ و توان الکتریکی (ورودی) متوسط موتور دستگاه ۳ کیلووات باشد، درصد بازده دستگاه کدام است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$



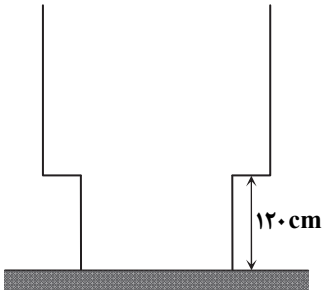
۱) ۸۰

۲) ۶۰

۳) ۵۰

۴) ۴۰

۱۵۹- یک مخزن آب که دهانهٔ بالایی آن در مجاورت هوا قرار دارد، مطابق شکل از دو قسمت استوانه‌ای تشکیل شده است. مساحت قاعده در قسمت پایینی مخزن، $\frac{2}{3}$ مترمربع و در قسمت بالایی آن ۲ مترمربع است. اگر ۵۲۰۰ لیتر آب داخل این مخزن بریزیم، فشار کل در کف مخزن چند سانتی‌متر جیوه می‌شود؟ $(\rho_{آب} = 1\frac{g}{cm^3}\ ,\ \rho_{جیوه} = 13/6\frac{g}{cm^3}\ ,\ P_\circ = 70cmHg)$



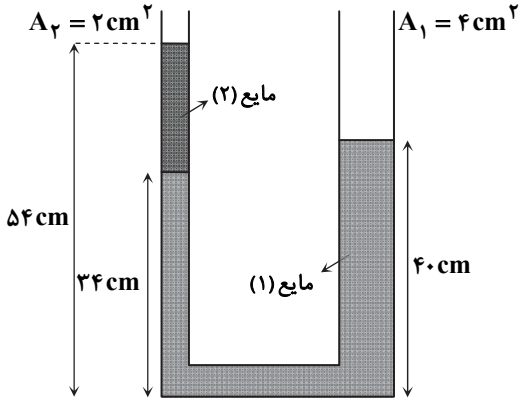
۱) ۹۵

۲) ۹۰

۳) ۸۵

۴) ۸۰

۱۶۰- مطابق شکل، دو مایع مخلوط‌نشدنی درون لولهٔ U شکل در حال تعادل هستند. سطح مقطع لولهٔ سمت راست $A_1 = 4cm^2$ و سطح مقطع لولهٔ سمت چپ $A_2 = 2cm^2$ است. اگر مقداری از مایع (۲) داخل لولهٔ سمت راست بریزیم تا سطح آزاد مایع در دو طرف هم‌تراز شود، در این صورت ارتفاع سطح آزاد مایع از کف لوله چند سانتی‌متر می‌شود؟



۱) ۵۶

۲) ۵۸

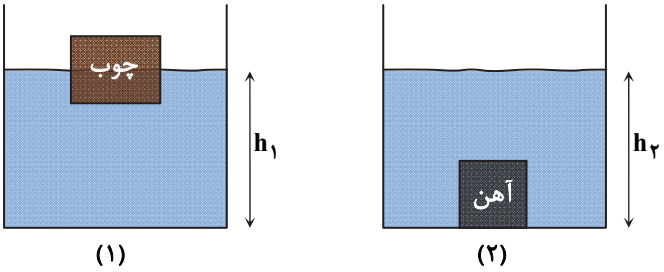
۳) ۶۰

۴) ۶۲

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۶۱- مطابق شکل، در دو ظرف استوانه‌ای مشابه، به مقدار مساوی آب ریخته‌ایم. در ظرف اول، یک مکعب چوبی به جرم $2kg$ و در ظرف دوم، یک مکعب آهنی به جرم $2kg$ وارد می‌کنیم و آب از هیچ‌یک از دو ظرف، سرریز نمی‌شود. پس از برقراری تعادل، سطح آب در کدام ظرف بالاتر قرار می‌گیرد و نیروی وارد بر کف کدام ظرف بیشتر است؟



۱) $h_1 = h_2$ و $F_1 = F_2$

۲) $h_1 > h_2$ و $F_1 > F_2$

۳) $h_1 > h_2$ و $F_1 = F_2$

۴) $h_1 = h_2$ و $F_1 < F_2$

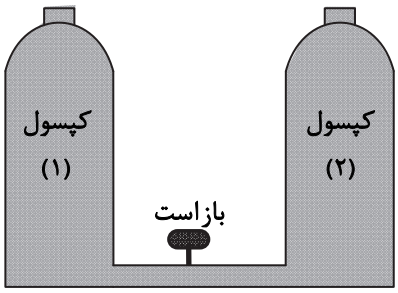
۱۶۲- اگر ۶۰۰ گرم آب $40^\circ C$ را روی $2kg$ یخ موجود درون ظرف بریزیم، پس از برقراری تعادل، ۸۵۰ گرم آب داخل ظرف خواهیم داشت. دمای اولیهٔ یخ چند درجهٔ سلسیوس بوده است؟ $(L_F = 336\frac{J}{g}\ ,\ c_{آب} = 4/2\frac{kJ}{kg\cdot K}\ ,\ c_{یخ} = 2100\frac{J}{kg\cdot K})$

۱) -۶ ۲) -۴ ۳) -۳ ۴) -۲

۱۶۳- یک مکعب فلزی در اختیار داریم که طول ضلع آن در دمای صفر درجهٔ سلسیوس، برابر $20cm$ است و روی یکی از وجه‌های آن، مربعی به ضلع $10cm$ رسم شده است. هنگامی که دمای مکعب را از صفر درجهٔ سلسیوس تا ۱۵۰ درجهٔ سلسیوس بالا می‌بریم، مساحت مربع رسم‌شده روی وجه مکعب، $6cm^2$ افزایش می‌یابد. اگر دمای مکعب را از $0^\circ C$ تا $60^\circ C$ بالا ببریم، حجم آن چند سانتی‌متر مکعب زیاد می‌شود؟

۱) ۱۹۲ ۲) ۲۸۸ ۳) ۳۲۴ ۴) ۴۳۲

۱۶۴- کپسول (۱) حاوی ۲۰ لیتر اکسیژن در دمای $127^\circ C$ و فشار ۴ اتمسفر است. در کپسول دوم، ۱۶۰ گرم اکسیژن وجود دارد. اگر دو کپسول، مطابق شکل توسط یک لوله به هم وصل شوند، پس از برقراری تعادل، فشار گاز ۳/۵ اتمسفر و دمای آن $7^\circ C$ می‌شود. حجم کپسول دوم چند لیتر است؟ (از حجم لولهٔ رابط صرف‌نظر کنید ، $R = 8\frac{J}{mol\cdot K}\ ,\ 1atm = 10^5 Pa\ ,\ M_{O_2} = 32\frac{g}{mol}$)



۱) ۲۴

۲) ۲۸

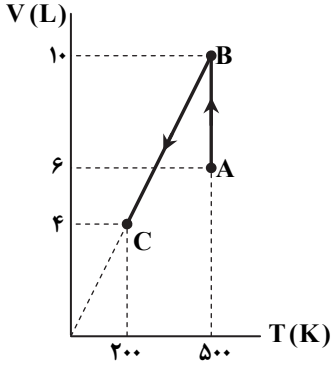
۳) ۳۰

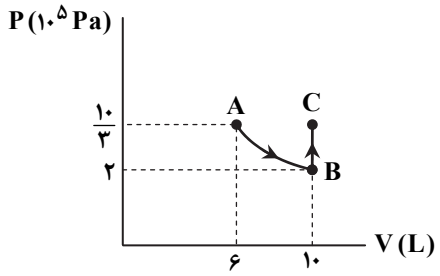
۴) ۳۲

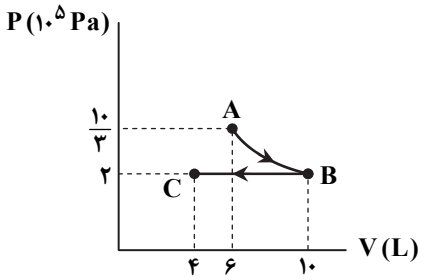
محل انجام محاسبات

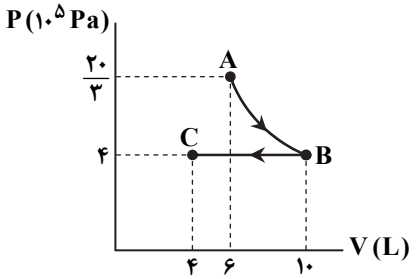
@MrKonkori

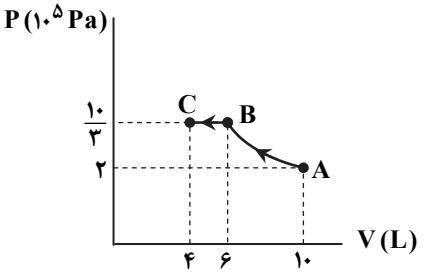
۱۶۵- نمودار روبه‌رو، مربوط به ۰/۵ مول گاز آرمانی (کامل) است. نمودار P-V این فرایند کدام است؟ $(R = ۸\frac{J}{mol \cdot K})$



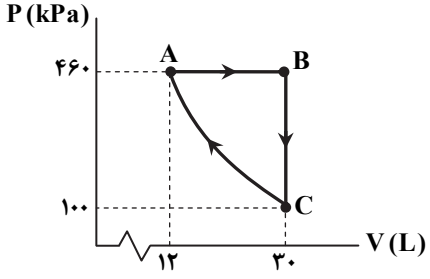
۱)


۲)


۳)


۴)


۱۶۶- نمودار روبه‌رو، مربوط به یک گاز آرمانی (کامل) تک‌اتمی است. اگر CA یک فرایند بی‌دررو باشد، گاز در یک چرخهٔ کامل، چند کیلوژول کار انجام می‌دهد؟ $(C_V = \frac{۳}{۲}R)$



۱) ۱۳/۵

۲) ۶/۵

۳) ۴/۵

۴) ۲/۵

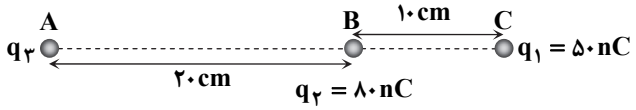
محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۶۷- یک ماشین گرمایی در هر چرخه ۳۰۰۰ ژول گرما از منبع دمابالا دریافت می‌کند و ۱۲۰۰ ژول کار انجام می‌دهد. دمای دو منبع گرمایی آن برحسب سلسیوس کدام گزینه ممکن است باشد؟

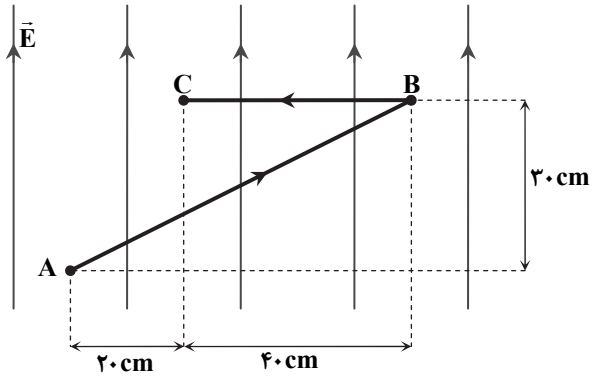
۱) ۱۲۷°C و ۳۲۷°C ۲) ۲۲۷°C و ۴۲۷°C ۳) ۱۲۷°C و ۵۲۷°C ۴) ۲۲۷°C و ۵۲۷°C

۱۶۸- سه بار نقطه‌ای، مطابق شکل روی یک خط راست قرار دارند. اگر برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار نقطه‌ای q_1 صفر باشد، بزرگی برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 چند نیوتون است؟ $(k = 9\times10^9 \frac{N\cdot m^2}{C^2})$



۱) $1/656\times10^{-4}$ ۲) $1/656\times10^{-2}$
۳) $9/36\times10^{-5}$ ۴) $9/36\times10^{-3}$

۱۶۹- در شکل روبه‌رو، بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت برابر $E = 2\times10^6 \frac{N}{C}$ است. اگر بار نقطه‌ای $q = -20nC$ در مسیر نشان داده‌شده از نقطهٔ A به نقطهٔ B و سپس به نقطهٔ C برده شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند میلی‌ژول و چگونه تغییر می‌کند؟



۱) ۸ میلی‌ژول زیاد می‌شود.

۲) ۸ میلی‌ژول کم می‌شود.

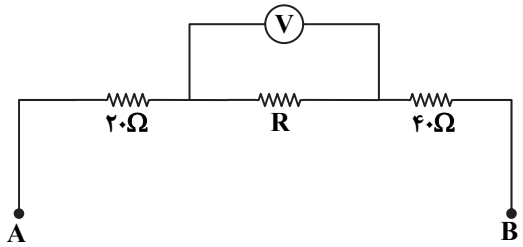
۳) ۱۲ میلی‌ژول زیاد می‌شود.

۴) ۱۲ میلی‌ژول کم می‌شود.

۱۷۰- دو خازن تخت (۱) و (۲) به‌ترتیب دارای ظرفیت‌های C_1 و $C_2 = 2C_1$ هستند که مساحت صفحه‌های آن‌ها برابر است و ثابت دی‌الکتریک دومی، ۳ برابر اولی است. اگر بار خازن دوم ۵ برابر بار خازن اول باشد، بزرگی میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ خازن (۲) چند برابر خازن (۱) است؟

۱) $\frac{10}{3}$ ۲) $\frac{15}{2}$ ۳) $\frac{5}{6}$ ۴) $\frac{5}{3}$

۱۷۱- در مدار داده‌شده، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطهٔ A و B برابر ۲۰۰ ولت است و ولت‌سنج آرمانی مقدار ۲۰ ولت را نشان می‌دهد. در مدت ۵ دقیقه، چند ژول گرما در مقاومت ۲۰ اهمی تولید می‌شود؟



۱) ۱۰۸۰۰۰

۲) ۷۲۰۰۰

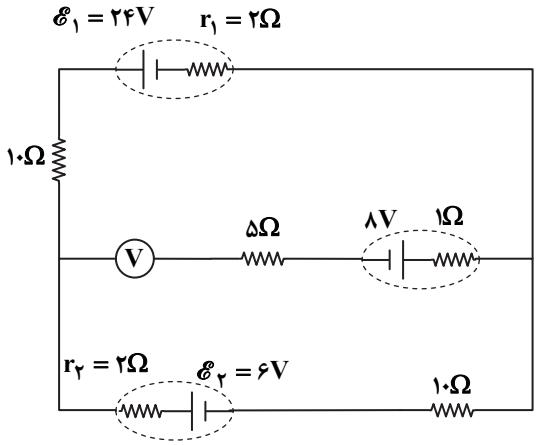
۳) ۵۴۰۰۰

۴) ۳۶۰۰۰

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۷۲- در مدار روبه‌رو، ولت‌سنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهد؟



۱) ۱۲

۲) ۱۵

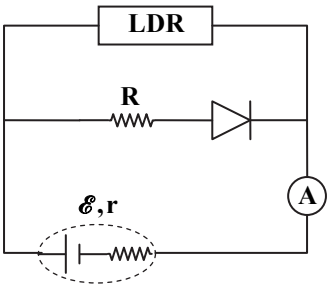
۳) ۱۹

۴) ۲۳

۱۷۳- یک سیم به طول L و مقاومت R را به دو قسمت با طول‌های $L_1 = \frac{۱}{۳}L$ و $L_2 = \frac{۲}{۳}L$ تقسیم می‌کنیم و سپس هر قسمت را جداگانه از دستگاهی عبور می‌دهیم تا به‌طور یکنواخت باریک شوند و طول هر دو به $۲L$ برسد و مقاومت الکتریکی آن‌ها به‌ترتیب R_1 و R_2 شود. مقدار $\frac{R_1 - R_2}{R}$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۹ ۳) ۶ ۴) ۳

۱۷۴- مدار روبه‌رو، ابتدا در تاریکی مطلق قرار داشته است. اگر در دمای ثابت، بر LDR نور با شدت زیاد بتابد، .....



۱) عددی که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، کم می‌شود.

۲) شدت نور LED تغییر می‌کند.

۳) توان مصرفی در مقاومت R تغییر نمی‌کند.

۴) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری تغییر نمی‌کند.

۱۷۵- کدام گزینه درمورد خواص مغناطیسی مواد مختلف، درست است؟

۱) مواد فرومغناطیس سخت برای ساختن آهن‌رباهای دائمی مناسب هستند.

۲) در مواد پارامغناطیس، حوزه‌های مغناطیسی در اثر میدان مغناطیسی خارجی قوی همسو می‌شوند، ولی با حذف میدان مغناطیسی خارجی، جهت‌گیری حوزه‌ها به وضع قبل بازمی‌گردد.

۳) در مواد پارامغناطیس، دوقطبی‌های مغناطیسی آن‌ها در خلاف جهت میدان مغناطیسی خارجی قوی جهت‌گیری می‌کنند.

۴) در مواد فرومغناطیس سخت، قبل از آنکه میدان مغناطیسی خارجی بر آن‌ها اثر کند، حوزه‌های مغناطیسی وجود ندارد.

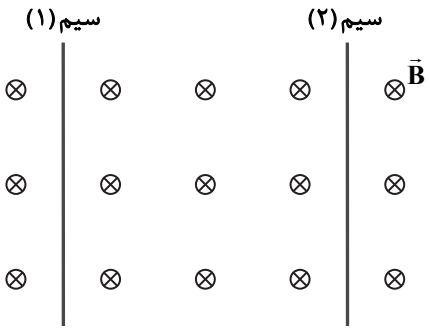
محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۷۶- از یک سیم به طول ۶ متر، سیم‌لوله‌ای آرمانی به قطر مقطع $5\,cm$ و طول ۵۰ سانتی‌متر ساخته‌ایم. اگر از سیم‌لوله جریان ۸۰۰ میلی‌آمپر عبور کند، بزرگی میدان مغناطیسی در داخل سیم‌لوله و به دور از لبه‌ها چند گاوس می‌شود؟ $(\mu_{\circ} = 4\pi\times10^{-3}\,\frac{G\cdot m}{A})$

۱) $7/68\times10^{-3}$ ۲) $3/48\times10^{-3}$ ۳) $3/48\times10^{-1}$ ۴) $7/68\times10^{-1}$

۱۷۷- در شکل داده‌شده، سیم‌های راست و بسیار بلند (۱) و (۲) موازی هستند. وقتی از هیچ‌یک از آن‌ها جریان الکتریکی عبور نمی‌کند، در تمام صفحهٔ دو سیم (صفحهٔ کاغذ) میدان مغناطیسی یکنواخت با بزرگی ۱۰۰ گاوس به‌صورت عمود بر صفحه و درون‌سو (⊗) برقرار است. اگر فقط از سیم (۱) جریان I_1 عبور کند، میدان مغناطیسی خالص در فاصلهٔ بین دو سیم ۱۲۰ گاوس و به‌صورت درون‌سو (⊗) می‌شود. اگر از هر دو سیم به‌ترتیب جریان‌های I_1 و I_2 عبور کند، میدان مغناطیسی خالص در فاصلهٔ بین دو سیم ۱۵۰ گاوس و به‌صورت درون‌سو (⊗) می‌شود. اگر جهت I_1 در هر دو حالت یکسان باشد، جهت I_1 و I_2 در حالت دوم کدام است؟



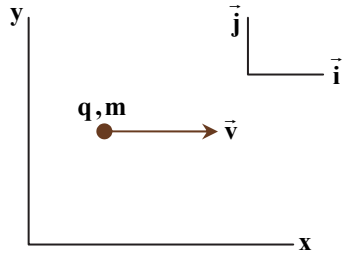
۱) $I_1\uparrow$ و $I_2\downarrow$

۲) $I_1\downarrow$ و $I_2\uparrow$

۳) هر دو $\uparrow$

۴) هر دو $\downarrow$

۱۷۸- در محلی که میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = (3\vec{i}+4\vec{j})\times10^{-2}$ در SI برقرار است، ذره‌ای به جرم $m = 0/2\,g$ با بار الکتریکی $q = -0/05\,\mu C$ با سرعت $\vec{v} = (4\times10^{5}\,\frac{m}{s})\vec{i}$ پرتاب می‌شود. اگر تنها نیروی مؤثر بر ذره، نیروی مغناطیسی باشد، بزرگی و جهت شتاب ذره کدام خواهد بود؟



۱) $2\,\frac{m}{s^2}$، ⊗

۲) $2\,\frac{m}{s^2}$، ⊙

۳) $4\,\frac{m}{s^2}$، ⊙

۴) $4\,\frac{m}{s^2}$، ⊗

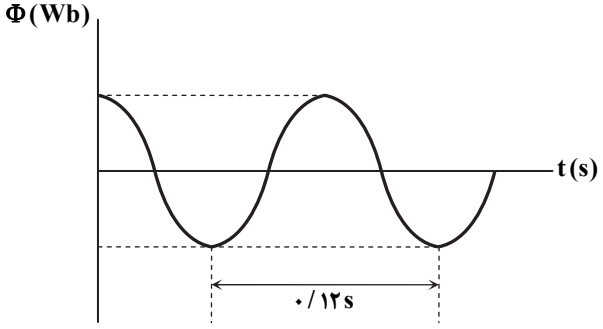
۱۷۹- یک قاب مستطیل‌شکل به مساحت $3000\,cm^2$ که دارای ۲۰۰۰ دور سیم است، در کف اتاق قرار دارد و به‌صورت مایل به دیوار تکیه داده شده است؛ به‌طوری که با سطح دیوار زاویهٔ 30° می‌سازد. اگر در این محل میدان مغناطیسی یکنواخت در راستای قائم برقرار باشد و در مدت ۰/۵ ثانیه از $0/04\,T$ رو به پایین تا $0/08\,T$ رو به بالا تغییر کند، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در قاب چند ولت می‌شود؟

۱) ۴۸ ۲) ۷۲ ۳) $72\sqrt{3}$ ۴) ۱۴۴

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۸۰- در یک مولد جریان متناوب، بیشینهٔ نیروی محرکهٔ القایی ۱۰۰۰ ولت و نمودار شار مغناطیسی عبوری برحسب زمان مطابق شکل است. اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی در سیم‌پیچ در لحظهٔ $t = ۰/۰۷s$ چند ولت است؟



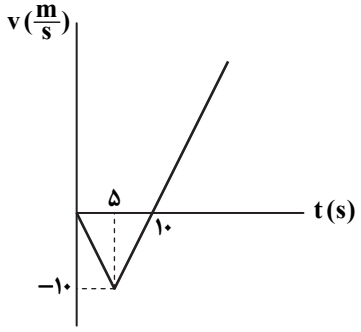
۱) ۱۰۰۰

۲) ۵۰۰

۳) $۵۰۰\sqrt{۲}$

۴) $۵۰۰\sqrt{۳}$

۱۸۱- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند و در لحظهٔ $t = ۰$ از مکان $x = ۲۰m$ می‌گذرد، مطابق شکل است. این متحرک در چه لحظه‌ای از مکان $x = ۳۷۰m$ عبور می‌کند؟



۱) $t = ۴۵s$

۲) $t = ۳۵s$

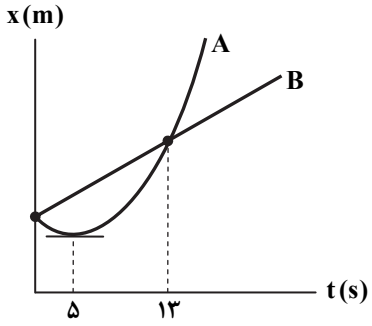
۳) $t = ۳۰s$

۴) $t = ۴۰s$

۱۸۲- متحرکی روی محور xها با شتاب ثابت $a = -۲\frac{m}{s^۲}$ حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی متحرک در ۴ ثانیهٔ سوم حرکت صفر باشد، مسافت طی‌شده توسط متحرک در مدت $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۲۰s$ چند متر است؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۲۴۰

۱۸۳- مطابق شکل، نمودار مکان- زمان متحرک A یک سهمی و نمودار مکان- زمان متحرک B یک خط راست است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟



۱) سرعت دو متحرک A و B در $t = ۶/۵s$ برابر است.

۲) در مدت $t = ۰$ تا $t = ۱۳s$، شتاب متوسط دو متحرک A و B برابر است.

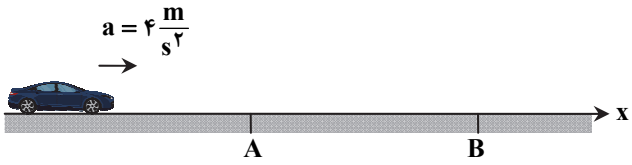
۳) در مدت $t = ۰$ تا $t = ۱۳s$، جابه‌جایی متحرک A بیشتر از جابه‌جایی متحرک B است.

۴) سرعت دو متحرک A و B در $t = ۱۳s$ برابر است.

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۸۴- متحرکی روی مسیر مستقیم با شتاب ثابت $a = ۴\frac{m}{s^۲}$ حرکت می‌کند. اگر متحرک با تندی $v_A = ۱۰\frac{m}{s}$ از نقطهٔ A و با تندی $v_B = ۳۰\frac{m}{s}$ از نقطهٔ B عبور کند، ۳ ثانیه پس از آنکه متحرک از نقطهٔ A عبور می‌کند، فاصلهٔ آن از نقطهٔ B چند متر است؟



۱) ۱۰۰
۲) ۶۰
۳) ۵۲
۴) ۴۸

۱۸۵- وقتی وزنه‌ای به جرم m توسط یک فنر از سقف اتاق آویخته می‌شود، در حالتی که وزنه ساکن است، طول فنر ۶۵ سانتی‌متر می‌شود. اگر به‌وسیلهٔ همین فنر، همان وزنه را با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ به‌صورت تندشونده بالا ببریم، طول فنر ۶۷ سانتی‌متر می‌شود. اگر همین وزنه را روی سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی $\mu_k = ۰/۳$، به‌وسیلهٔ همین فنر با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ به‌صورت تندشونده حرکت دهیم، طول فنر چند سانتی‌متر می‌شود؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۵۸ ۲) ۶۰ ۳) ۶۲ ۴) ۶۴

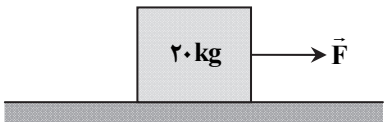
۱۸۶- شخصی داخل آسانسور ایستاده است و آسانسور با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^۲}$ به‌صورت تندشونده پایین می‌رود. در کدام‌یک از حالت‌های زیر، بزرگی نیرویی که کف آسانسور بر شخص وارد می‌کند، دو برابر حالت فوق است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) آسانسور با شتاب ثابت $۶\frac{m}{s^۲}$ به‌صورت تندشونده بالا برود.
۲) آسانسور با شتاب ثابت $۸\frac{m}{s^۲}$ به‌صورت کندشونده پایین برود.
۳) آسانسور با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ به‌صورت تندشونده بالا برود.
۴) آسانسور با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^۲}$ به‌صورت کندشونده پایین برود.

۱۸۷- یک چترباز که در راستای قائم پایین می‌آید، مدتی بعد از پریدن، چتر خود را باز می‌کند و در این لحظه بزرگی شتاب آن $۵g$ می‌شود. در این لحظه، بزرگی نیروی مقاومت هوا که بر چترباز وارد می‌شود، چند برابر زمانی است که چترباز به تندی حدی می‌رسد؟ (g شتاب گرانش زمین است.)

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۳

۱۸۸- در شکل روبه‌رو، جسمی به جرم ۲۰kg توسط نیروی ثابت و افقی $\vec{F}$ کشیده می‌شود و اندازهٔ نیرویی که سطح تکیه‌گاه بر جسم وارد می‌کند، $۱۰۰\sqrt{۵}$ نیوتون است. اگر ضرایب اصطکاک بین سطح افقی و جسم $\mu_s = \frac{۳}{۴}$ و $\mu_k = \frac{۳}{۸}$ باشد، بزرگی نیروی افقی $\vec{F}$ چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۱۴۰ ۲) ۱۲۰
۳) ۱۰۰ ۴) ۸۰

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۸۹- اگر نیروی مرکزگرای وارد بر یک ماهواره به جرم ۳۲۰ کیلوگرم که در مدار دایره‌ای معیّن به دور زمین می‌گردد، ۱۸۰۰ نیوتون باشد، فاصلهٔ ماهواره از سطح زمین چند برابر شعاع کرهٔ زمین است؟ (بزرگی شتاب جاذبه در سطح زمین $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$ است.)

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۹۰- جسمی به جرم m به فنری با ثابت k بسته شده و روی یک سطح بدون اصطکاک با بسامد ۵ هرتز نوسان می‌کند. اگر وزنه‌ای به جرم ۷۰۰ گرم به آن اضافه کنیم، بسامد نوسان آن $\frac{۵}{۴}$ هرتز تغییر می‌کند. ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ $(\pi = \sqrt{۱۰})$

۱) ۱۴۰۰ ۲) ۱۲۰۰ ۳) ۹۰۰ ۴) ۷۰۰

۱۹۱- یک موج عرضی با دامنهٔ ۱cm و تندی $v = ۵ \frac{m}{s}$ در یک تار منتشر می‌شود. اگر یک نقطه از تار در مدت $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۰/۸s$ مسافت ۲۰cm را طی کند، طول موج چند سانتی‌متر است؟

۱) ۶۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۸۰ ۴) ۱۶۰

۱۹۲- یک منبع صوت، صوت را به‌صورت یکنواخت در همهٔ جهات فضا پخش می‌کند. اگر در فاصله‌های $d_۱$ و $d_۲ = d_۱ + x$ از منبع صوت، صوت آن به‌ترتیب با ترازهای شدت ۵۴ دسی‌بل و ۳۶ دسی‌بل دریافت شود، نسبت $\frac{x}{d_۱}$ کدام است؟ (تلفات انرژی صوتی ناچیز است و $\log ۲ = ۰/۳$)

۱) ۷ ۲) ۵ ۳) ۳ ۴) ۱

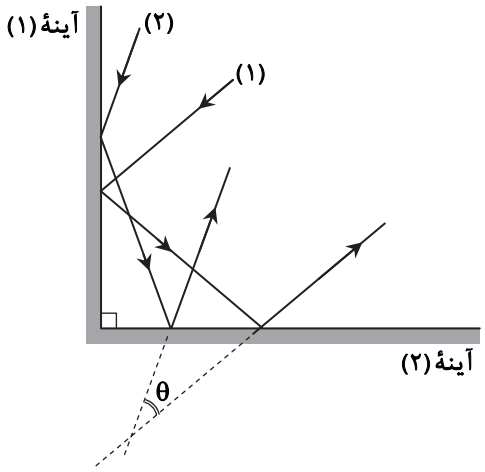
۱۹۳- وزنه‌ای به جرم ۷۵۰ گرم به انتهای فنری با ثابت ۱۶۰۰ نیوتون بر متر بسته شده و روی یک سطح افقی بدون اصطکاک نوسان می‌کند. بیشترین و کمترین طول فنر در این حرکت نوسانی به‌ترتیب ۶۰cm و ۵۰cm است. در لحظه‌ای که انرژی جنبشی وزنه ۳ برابر انرژی پتانسیل کشسانی است، تندی وزنه چند متر بر ثانیه می‌شود؟

۱) $۲\sqrt{۳}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) ۴

۱۹۴- طول یک تار دوسربسته ۱۶۰ سانتی‌متر و تندی انتشار موج عرضی در آن ۴۰ متر بر ثانیه است. هنگام ارتعاش تار با بسامد ۱۰۰ هرتز، چند شکم در طول تار تشکیل می‌شود؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۱۹۵- سطح دو آینهٔ تخت مطابق شکل، بر هم عمود است. اگر زاویه‌های تابش پرتوهای (۱) و (۲) بر آینهٔ اول به‌ترتیب ۴۰° و ۷۰° باشد، زاویهٔ میان پرتوهای بازتابش آن‌ها از آینهٔ دوم (θ) چند درجه است؟



۱) ۱۵

۲) ۳۰

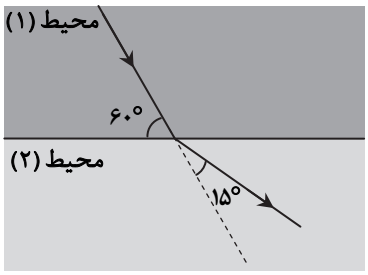
۳) ۴۵

۴) ۶۰

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۱۹۶- با توجه به شکل روبه‌رو که عبور پرتوی نور در دو محیط مختلف را نشان می‌دهد، طول موج نور در محیط (۲) چند برابر طول موج نور در محیط (۱) است؟



۱) $\sqrt{۲}$

۲) $\frac{\sqrt{۶}}{۳}$

۳) $\frac{\sqrt{۶}}{۲}$

۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۱۹۷- طول موج سومین خط رشتهٔ پاشن $(n' = ۳)$ در طیف اتمی هیدروژن تقریباً چند نانومتر است و این طول موج در کدام ناحیهٔ طیف امواج الکترومغناطیسی قرار دارد؟ $(R = ۰/۰۱۱(nm)^{-۱})$

۱) ۱۰۹۰، فروسرخ ۲) ۸۲۰، فروسرخ ۳) ۱۰۹۰، فرابنفش ۴) ۸۲۰، فرابنفش

۱۹۸- بسامد آستانه برای دو فلز A و B به‌ترتیب برابر ۹۰۰ و ۱۲۰۰ تراهرتز است. وقتی پرتویی با طول موج λ بر سطح فلز A می‌تابد، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها $۵eV$ می‌شود. اگر همین پرتو بر سطح فلز B بتابد، بیشینهٔ انرژی جنبشی الکترون‌های خروجی از فلز چند الکترون‌ولت می‌شود؟ $(h = ۴\times۱۰^{-۱۵} eV\cdot s\ ,\ c = ۳\times۱۰^{۸}\ \frac{m}{s})$

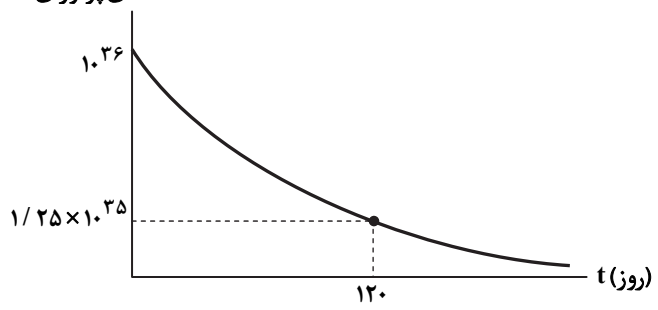
۱) ۵/۲ ۲) ۴/۶ ۳) ۳/۸ ۴) از فلز B الکترونی خارج نمی‌شود.

۱۹۹- اگر یک هستهٔ پرتوزا، ۳ ذرهٔ آلفا و ۱ ذرهٔ پوزیترون گسیل نماید، به هستهٔ $^{۱۹۶}_{۷۹}X$ تبدیل می‌شود. هستهٔ اولیه چند نوترون و چند پروتون داشته است؟

۱) ۱۲۳ نوترون و ۸۵ پروتون ۲) ۱۲۲ نوترون و ۸۶ پروتون

۳) ۱۲۲ نوترون و ۸۵ پروتون ۴) ۱۲۳ نوترون و ۸۶ پروتون

۲۰۰- نمودار روبه‌رو، مربوط به واپاشی طبیعی هستهٔ پرتوزای M است. در چه زمانی برحسب روز، تعداد هسته‌های پرتوزای آن تقریباً برابر $۳/۹\times۱۰^{۳۳}$ می‌شود؟



۱) ۱۶۰

۲) ۲۴۰

۳) ۳۲۰

۴) ۴۰۰

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۲۰۱- اگر یک نمونهٔ طبیعی از عنصر هیدروژن، شامل ۲۰ درصد جرمی $_{1}^{2}H$ و ۸۰ درصد جرمی $_{1}^{1}H$ باشد، جرم اتمی میانگین هیدروژن در این نمونه به‌تقریب کدام است؟

۱) ۱/۱۱ ۲) ۱/۲ ۳) ۱/۸۹ ۴) ۱/۸

۲۰۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟ $(H=1, C=12, N=14, O=16 g\cdot mol^{-1})$

الف) تعداد اتم‌ها در ۴ گرم متان با تعداد اتم‌ها در ۷/۵ گرم اوره برابر است.

ب) در یک اتم، می‌تواند ۸ الکترون با $l=0$ و ۱۶ الکترون با $l\neq 0$ وجود داشته باشد.

پ) در آرایش الکترون- نقطه‌ای همهٔ اتم‌هایی که آرایش الکترونی آن‌ها به ns^2 ختم می‌شود، ۲ الکترون تک (جفت‌نشده) وجود دارد.

ت) در همهٔ تناوب‌های جدول دوره‌ای، حداقل یک عنصر فلزی و یک عنصر نافلزی وجود دارد.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۰۳- در آرایش الکترونی اتم عنصری، ۲۷ الکترون با $l>0$ مشاهده می‌شود. کدام توصیف دربارهٔ این عنصر نادرست است؟

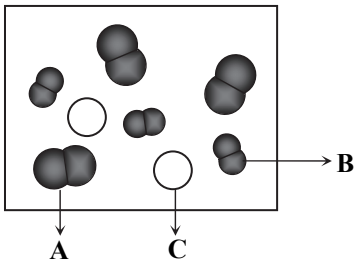
۱) در آنیون حاصل از آن با فرم کلی XO_4^{n-}، n برابر با ۱ است.

۲) در دمای اتاق به‌حالت مایع است و می‌تواند برای شناسایی هیدروکربن‌های سیرنشده از هیدروکربن‌های سیرشده به‌کار رود.

۳) سی و پنجمین عنصر تناوب خود در جدول دوره‌ای محسوب می‌شود.

۴) حالت فیزیکی عنصرهای هم‌گروه آن در جدول دوره‌ای، جامد یا گاز است.

۲۰۴- با توجه به شکل روبه‌رو که سه جزء اصلی هوای پاک و خشک را نشان می‌دهد، کدام گزینه نادرست است؟ (نسبت درست درصد حجمی گازها در هوا، در این شکل رعایت نشده است.)



۱) از گاز B برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی استفاده می‌شود.

۲) در ستون تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع، ابتدا مادهٔ A جدا می‌شود.

۳) جرم مولی گاز A کمتر از جرم مولی گاز B است.

۴) گاز C همانند کربن مونوکسید، بی‌رنگ و بی‌بو است.

۲۰۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) بخش عمده‌ای از پرتوهای خورشیدی که وارد جوّ زمین می‌شوند، توسط زمین و بخش اندکی از آن توسط هواکره جذب می‌شود.

ب) در صنعت، از آلوتروپی از اکسیژن که نقطهٔ جوش بالاتری دارد، برای گندزدایی میوه‌ها و سبزیجات استفاده می‌شود.

پ) در ساختار CH_2O، تعداد الکترون‌های ناپیوندی با تعداد پیوندهای اشتراکی برابر است.

ت) روغن‌های گیاهی، نمونه‌ای از سوخت‌های سبز هستند و به‌وسیلهٔ جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر تجزیه می‌شوند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۰۶- فلز منیزیم در دمای اتاق به‌سختی با آب وارد واکنش می‌شود، اما در دمای $54/6^{\circ}C$ به‌آسانی واکنش می‌دهد. در این شرایط، ۴/۸ گرم فلز منیزیم در واکنش با آب، چند لیتر گاز هیدروژن آزاد می‌کند و حجم مولی گازها در این شرایط چند لیتر است؟ $(Mg=24 g\cdot mol^{-1})$
(واکنش در یک ظرف درباز و فشار ۱atm انجام می‌شود و فراوردهٔ دیگر واکنش، منیزیم هیدروکسید است.)

۱) ۲۶/۸۸ ، ۸/۹۶ ۲) ۴/۴۸ ، ۸/۹۶ ۳) ۲۶/۸۸ ، ۵/۳۷۶ ۴) ۴/۴۸ ، ۵/۳۷۶

۲۰۷- در یک وسیلهٔ گازسوز، اگر متان به‌طور کامل بسوزد، $CO_2(g)$ و $H_2O(g)$ و در صورتی که ناقص بسوزد، $CO(g)$ و $H_2O(g)$ حاصل می‌شود. اگر $\frac{4}{15}$ مول از گازهای حاصل از سوختن مقدار معیّنی متان، کربن دی‌اکسید باشد، چند درصد متان اولیه به‌طور کامل سوخته است؟

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۲۰۸- به $400\,mL$ محلول ۰/۲ مولار پتاسیم سولفات، $100\,mL$ محلول ۰/۴ مولار پتاسیم کلرید و ۱۰/۱ گرم پتاسیم نیترات جامد اضافه می‌کنیم. با فرض ثابت ماندن حجم پس از اضافه نمودن پتاسیم نیترات، غلظت مولی K^+ در محلول نهایی چند مولار است و اگر چگالی محلول حاصل، $1/17\,g\cdot mL^{-1}$ باشد، غلظت یون K^+ چند ppm است؟ $(N=14\,,\,O=16\,,\,K=39\,g\cdot mol^{-1})$

۱) ۰/۳ ، ۱۰۰۰۰ ۲) ۰/۳ ، ۲۰۰۰۰ ۳) ۰/۶ ، ۱۰۰۰۰ ۴) ۰/۶ ، ۲۰۰۰۰

۲۰۹- محلولی شامل ۶۰ درصد جرمی حل‌شونده است. اگر با ۵ برابر شدن مقدار حلال در این محلول، یک محلول سیرشده حاصل گردد، انحلال‌پذیری حل‌شونده در این شرایط، چند گرم به‌ازای ۱۰۰ گرم حلال است؟

۱) ۱۲ ۲) ۳۰ ۳) ۶۰ ۴) ۱۵۰

۲۱۰- انحلال‌پذیری لیتیم سولفات در دماهای $40^\circ C$ و $70^\circ C$ به‌ترتیب برابر با ۳۰ و ۲۵ گرم و انحلال‌پذیری سدیم کلرید در دماهای $10^\circ C$ و $100^\circ C$ به‌ترتیب برابر با ۳۵ و ۴۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. نمودار انحلال‌پذیری این دو نمک در چه دمایی (برحسب درجهٔ سلسیوس) یکدیگر را قطع می‌کنند؟ (نمودار انحلال‌پذیری هر دو نمک به‌صورت خط راست است.)

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۴۰ ۴) نمودارها یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

۲۱۱- همهٔ عبارت‌های زیر درست هستند، به‌جز .....

۱) گشتاور دوقطبی H_2O از H_2S بیشتر و گشتاور دوقطبی I_2 اندکی کمتر از هگزان (C_6H_{14}) است.

۲) نیروی بین‌مولکولی در ید، قوی‌تر از یخ و در HF، قوی‌تر از HCl است.

۳) در فرایند اسمز معکوس، با جابه‌جایی آب بین دو محلول، در نهایت غلظت محلول‌ها با هم برابر می‌شود.

۴) نیروی جاذبهٔ میان مولکول‌ها در محلول اتانول و آب، از میانگین نیروی جاذبهٔ میان مولکول‌های آب خالص و اتانول خالص قوی‌تر است.

۲۱۲- در کدام مورد، توصیف ارائه‌شده با عنصر ذکرشده، هم‌خوانی ندارد؟

۱) در اثر ضربه خرد می‌شود و در واکنش با دیگر اتم‌ها، الکترون به اشتراک می‌گذارد- ژرمانیم

۲) رسانای خوب جریان برق است، سطح درخشان دارد و شکننده است- سیلیسیم

۳) جامدی شکل‌پذیر است و رسانای خوب گرما و برق است- سرب

۴) در دمای اتاق به‌حالت جامد است و نوع سفید آن، در زیر آب نگه‌داری می‌شود- فسفر

۲۱۳- نمونه‌های ناخالصی از کلسیم کربنات و هیدروژن پراکسید با جرم برابر، در اثر تجزیهٔ گرمایی، جرم یکسانی گاز تولید می‌کنند. نسبت درصد خلوص هیدروژن پراکسید به کلسیم کربنات کدام است؟ $(H=1\,,\,C=12\,,\,O=16\,,\,Ca=40\,g\cdot mol^{-1})$

$$CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$$

$$H_2O_2(l) \rightarrow H_2O(l) + O_2(g)$$ (معادله موازنه شود.)

۱) ۰/۴۶۸ ۲) ۰/۶۸ ۳) ۰/۹۳۵ ۴) ۱/۸۷

۲۱۴- با توجه به ساختارهای دو ترکیب a و b، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟ $(H=1\,,\,C=12\,g\cdot mol^{-1})$

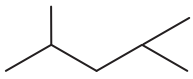
الف) نام آیوپاک ترکیب b، ۲- اتیل- ۳- متیل هپتان است.

ب) تفاوت جرم مولی دو ترکیب a و b برابر با ۴۲ گرم است.

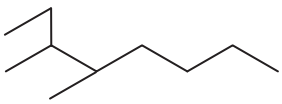
پ) شمار پیوندهای $C-H$ در ترکیب b، ۲/۳۷۵ برابر شمار این پیوندها در ترکیب a است.

ت) شمار گروه‌های $-CH_3$ در این دو ترکیب، یکسان است.

a



b



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

محل انجام محاسبات

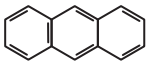
@MrKonkori

۲۱۵- کدام گزینه درست است؟

۱) در کشاورزی از آلکین‌ها به‌عنوان عمل‌آورنده استفاده می‌شود.

۲) از واکنش گاز اتن با هیدروژن در حضور سولفوریک اسید، می‌توان اتانول تولید کرد.

۳) فراوردهٔ واکنش برم با اتن، ۱، ۲- دی‌برمو اتن است و در این فرایند، رنگ قرمز برم از بین می‌رود.

۴) ترکیبی با ساختار  ، آروماتیک است و فرمول مولکولی آن، $C_{14}H_{10}$ می‌باشد.

۲۱۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) در شرایط یکسان، در اثر کاهش یک درجهٔ سلسیوس دمای آب، نسبت به کاهش یک درجهٔ سلسیوس دمای روغن زیتون، گرمای بیشتری آزاد می‌شود.

ب) گرمای مبادله‌شده در واکنش: $CH_4(g)+2O_2(g) \rightarrow CO_2(g)+2H_2O(g)$، هم‌ارز با آنتالپی سوختن متان در دمای اتاق است.

پ) گرمای حاصل از سوختن ۲ مول اتان از ۱ مول بوتان و گرمای حاصل از سوختن ۱ گرم متان از ۱ گرم اتان بیشتر است.

ت) در ساختار بنزآلدهید همانند ۲- هپتانون، گروه کربونیل وجود دارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۱۷- اگر آنتالپی سوختن اتان $-1560\,kJ\cdot mol^{-1}$ باشد، با گرمای حاصل از سوختن هر گرم اتان، به تقریب دمای چند میلی‌لیتر آب با چگالی $1\,g\cdot mL^{-1}$ به‌میزان $50^\circ C$ افزایش می‌یابد و اگر ۲۰ درصد از گرمای آزادشده تلف شود، دمای همان مقدار آب چند درجهٔ سلسیوس افزایش خواهد یافت؟ $(H=1, C=12\,g\cdot mol^{-1}$ و $c_{H_2O}=4/2\,J\cdot g^{-1}\cdot{}^\circ C^{-1})$

۱) ۲۰°C ، ۲۴۸ ۲) ۴۰°C ، ۲۴۸ ۳) ۲۰°C ، ۵۱۳ ۴) ۴۰°C ، ۵۱۳

۲۱۸- با توجه به داده‌های زیر، آنتالپی پیوند $C-C$ در اتان کدام است؟

I) $C(s) \rightarrow C(g)$ $\Delta H=a$

II) $H_2(g) \rightarrow 2H(g)$ $\Delta H=b$

III) $C(g)+2H_2(g) \rightarrow CH_4(g)$ $\Delta H=c$

IV) $2C(s)+3H_2(g) \rightarrow C_2H_6(g)$ $\Delta H=d$

۱) $a+2d+3c$ ۲) $\frac{4a+3c-2d}{2}$ ۳) $\frac{a+3c-d}{2}$ ۴) $\frac{3c-2d}{2}$

۲۱۹- کدام عبارت نادرست است؟

۱) شعلهٔ آتش باعث سوختن گرد آهن موجود در کپسول چینی می‌شود.

۲) الیاف آهن داغ و سرخ شده در اکسیژن خالص می‌سوزد.

۳) در واکنش تجزیهٔ هیدروژن پراکسید، می‌توان از پتاسیم یدید به‌عنوان کاتالیزگر استفاده کرد.

۴) آنزیم‌ها در نقش کاتالیزگر می‌توانند هضم غذا را سریع و کامل کنند.

۲۲۰- در شرایط معیّن، سرعت متوسط واکنش $2NH_3(g) \rightarrow N_2(g)+3H_2(g)$ در هر ۱۰ ثانیه، نصف ۱۰ ثانیهٔ قبل است و پس از گذشت یک دقیقه از ابتدای واکنش، ۱۲۶ گرم از گاز سبک‌تر تولید می‌شود. سرعت متوسط واکنش برحسب $mol\cdot s^{-1}$ در ۱۰ ثانیهٔ پنجم این واکنش کدام است؟ $(H=1, N=14\,g\cdot mol^{-1})$

۱) ۰/۲ ۲) $\frac{16}{15}$ ۳) ۳/۲ ۴) $\frac{1}{15}$

۲۲۱- اگر به‌جای هیدروژن‌های ساده‌ترین عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک اسیدها، گروه متیل قرار گیرد، ترکیبی به‌دست می‌آید که .....

۱) نام آن، متیل متانوات است.

۲) مجموع عددهای اکسایش اتم‌های کربن در آن برابر با ۲+ است.

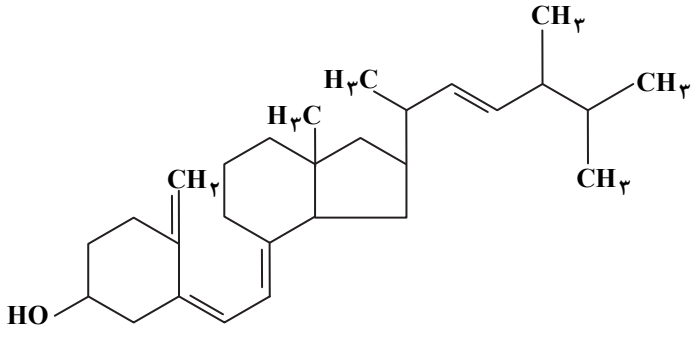
۳) نقطهٔ جوش کمتری نسبت به پروپانوئیک اسید دارد.

۴) در ساختار آن، ۱۲ پیوند اشتراکی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۲۲۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد ویتامین دی (D) با ساختار داده‌شده درست است؟



الف) هر مول از آن در واکنش با ۴ مول گاز هیدروژن به یک هیدروکربن سیرشده تبدیل می‌شود.

ب) فرمول مولکولی آن $C_{۲۸}H_{۴۴}O$ است.

پ) گروه عاملی موجود در آن، در ویتامین (آ) و ویتامین (کا) نیز وجود دارد.

ت) در ساختار آن، ۱۰ اتم کربن تنها به یک اتم هیدروژن متصل هستند.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۲۲۳- مونومرهای نوعی پلی‌استر، $C_۲H_۲O_۴$ و $C_۳H_۸O_۲$ هستند. اگر زنجیر پلیمری شامل ۲۰۰ واحد تکرارشونده باشد، جرم مولی این پلی‌استر چند گرم بر مول است؟ $(H=۱, C=۱۲, O=۱۶ g\cdot mol^{-۱})$

۱) ۳۳۲۰۰ ۲) ۲۶۰۰۰ ۳) ۲۹۶۰۰ ۴) ۲۲۴۰۰

۲۲۴- کدام عبارت نادرست است؟

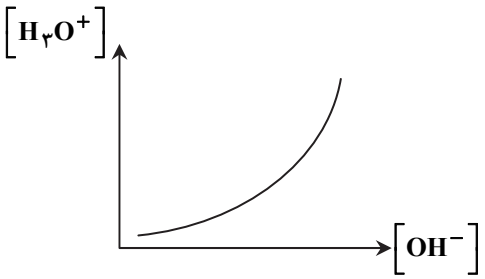
۱) مخلوط آب و روغن ناپایدار، اما مخلوط آب، روغن و صابون پایدار است.

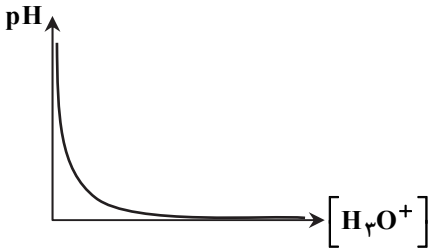
۲) پخش نور از ویژگی‌های مشترک بین کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها محسوب می‌شود.

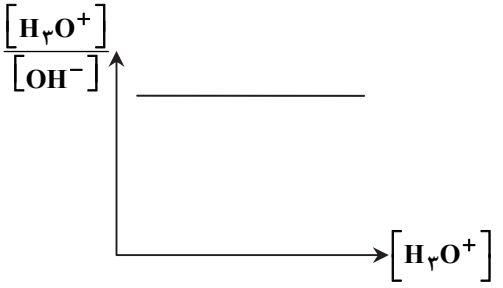
۳) جزء آنیونی صابون مانند یک مولکول است که قابلیت انحلال در آب و چربی را دارد.

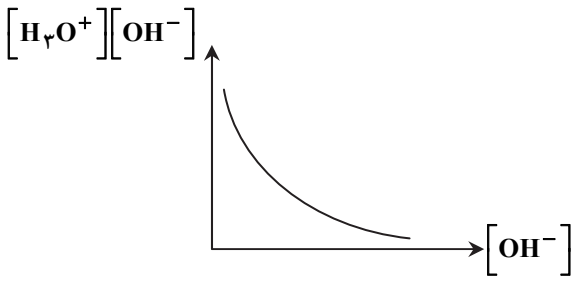
۴) ترکیبی با فرمول شیمیایی $C_{۱۵}H_{۲۹}O_۲K$، می‌تواند یک صابون جامد باشد که بخش هیدروکربنی آن، ۱۴ اتم کربن دارد.

۲۲۵- کدام‌یک از نمودارهای تقریبی زیر برای یک محلول آبی در دمای اتاق درست است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۲۲۶- ۱۰ سی‌سی محلول نیم‌مولار پتاسیم هیدروکسید را با ۲۰ سی‌سی محلول ۰/۰۲ مولار باریم هیدروکسید مخلوط می‌کنیم. چند میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار سولفوریک اسید را باید به مخلوط بازی اضافه کنیم تا آن را خنثی کند؟

۱) ۲/۵ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۱۴/۵ ۴) ۱۸

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

۲۲۷- کدام عبارت‌ها درست هستند؟ $(NaOH = 40\,g\cdot mol^{-1})$

الف) در دمای $25^\circ C$، pH محلول 10^{-4} مولار KOH، ۵ برابر pH محلول 10^{-2} مولار HCl است.

ب) برای خنثی کردن ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول HCN با $pH = 4$، ۰/۸ میلی‌گرم $NaOH$ لازم است.

پ) رسانایی الکتریکی محلول ۰/۱ مولار اتانوئیک اسید ($K_a = 10^{-5}$)، کمتر از محلول ۰/۰۱ مولار HCl است.

ت) در دمای $25^\circ C$، غلظت یون هیدرونیوم در محلول ۰/۱ مولار اسید HA ($\alpha = 0/2$)، 4×10^{12} برابر غلظت یون هیدروکسید است.

۱) الف و پ ۲) ب و ت ۳) الف و ب ۴) پ و ت

۲۲۸- کدام گزینه نادرست است؟

۱) در سلول گالوانی $Al-Cu$، به‌ازای مصرف ۰/۲ مول از فلز آند، $3/612\times10^{23}$ الکترون مبادله می‌شود.

۲) پس از موازنهٔ معادلهٔ واکنش $HNO_3(aq)+Cu(s)\rightarrow Cu(NO_3)_2(aq)+NO(g)+H_2O(l)$ مجموع ضریب واکنش‌دهنده‌ها برابر با ۵ است.

۳) در سلول گالوانی $Zn-Fe$، با گذشت زمان حاصل $\frac{[Fe^{2+}]}{[Zn^{2+}]}$ کاهش می‌یابد.

۴) در فرایند خوردگی آهن در محیط اسیدی، نیم‌واکنش کاتدی به‌صورت $O_2(g)+4e^-+4H^+(aq)\rightarrow 2H_2O(l)$ است.

۲۲۹- اگر در آبکاری قاشق آهنی با نقره، به‌جای تیغهٔ نقره در آند از الکترود گرافیتی استفاده شود و نیم‌واکنش آندی مربوط به اکسایش آب باشد، به‌ازای قرار گرفتن ۰/۲۱۶ گرم نقره بر سطح قاشق، چند میلی‌لیتر گاز در آند در شرایط STP آزاد می‌شود؟ $(Ag = 108\,g\cdot mol^{-1})$

۱) ۵/۶ ۲) ۱۱/۲ ۳) ۲۲/۴ ۴) ۴۴/۸

۲۳۰- در کدام گزینه، شمار مولکول‌های قطبی با شمار مولکول‌هایی که ساختار خطی دارند، برابر است؟

۱) SO_3، SCO، NH_3 ۲) C_2H_2، SCO، O_3 ۳) CS_2، H_2O، SO_2 ۴) C_2H_4، $CHCl_3$، HCN

۲۳۱- اگر آنتالپی فروپاشی شبکهٔ سدیم فلوئورید و منیزیم اکسید به‌ترتیب برابر با ۹۲۶ و ۳۷۹۸ کیلوژول بر مول باشد، کدام عددها (برحسب کیلوژول بر مول) را می‌توان به‌ترتیب از راست به چپ، به آنتالپی فروپاشی شبکه‌های منیزیم فلوئورید و سدیم اکسید نسبت داد؟

۱) ۲۹۶۵ ، ۲۴۸۸ ۲) ۱۸۲۰ ، ۴۲۳۵ ۳) ۷۱۷ ، ۳۲۱۶ ۴) ۸۷۳ ، ۳۸۲۵

۲۳۲- کدام گزینه نادرست است؟

۱) واکنش‌های گرماده، آنتالپی و انرژی فعال‌سازی بیشتری نسبت به واکنش‌های گرماگیر دارند.

۲) واکنش $2CO(g)+O_2(g)\rightarrow 2CO_2(g)$، در هر دو مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی و دیزلی انجام می‌شود.

۳) جنس مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی، سرامیکی است و بر روی آن‌ها، فلزهای Pt، Pd و Rh نشانده شده است.

۴) کارایی مبدل‌های کاتالیستی در دماهای پایین، کاهش می‌یابد.

۲۳۳- اگر در دمای ثابت، حجم سامانهٔ تعادلی $A(g)+B(s)\rightleftharpoons 2C(g)$ را به نصف کاهش دهیم، .....

۱) غلظت C کاهش و غلظت A افزایش می‌یابد.

۲) غلظت C و A افزایش می‌یابد، اما غلظت B ثابت می‌ماند.

۳) ثابت تعادل کاهش، اما سرعت‌های تعادلی افزایش می‌یابد.

۴) پس از کاهش حجم، سرعت واکنش رفت کاهش و سرعت واکنش برگشت افزایش می‌یابد تا مجدداً واکنش به تعادل برسد.

۲۳۴- در شرایط بهینهٔ فرایند هابر، ۱۰۰ مول گاز نیتروژن و ۳۰۰ مول گاز هیدروژن در ظرفی وارد می‌شوند. اگر در شرایط بهینه، درصد مولی آمونیاک در مخلوط تعادلی ۲۸ درصد باشد، بازده درصدی این فرایند کدام است؟

۱) ۲۸ ۲) ۴۳/۷۵ ۳) ۵۶ ۴) ۸۷/۵

۲۳۵- مونومرهای سازندهٔ پلی‌اتیلن ترفتالات (PET) در کدام مورد، مشابه هستند؟

۱) مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن ۲) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی

۳) شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول شیمیایی ۴) وجود حلقهٔ بنزنی در ساختار

محل انجام محاسبات

@MrKonkori

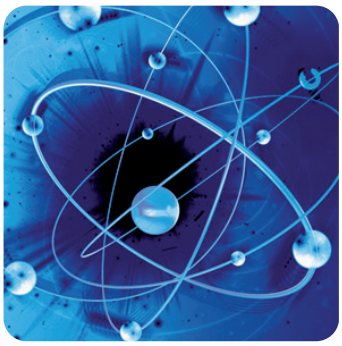
گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

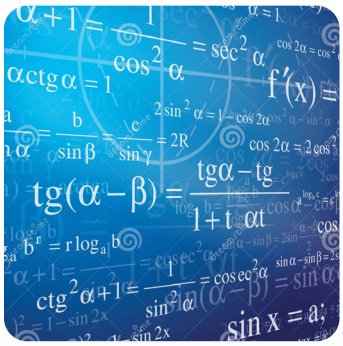
دفترچهٔ پاسخ‌های تشریحی

آزمون آزمایشی ۲۷ خرداد ۱۴۰۰ (مرحلهٔ ۱۷)

ویژهٔ داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۰

گروه آزمایشی علوم ریاضی





سال تحصیلی
۹۹-۰۰

@MrKonkori

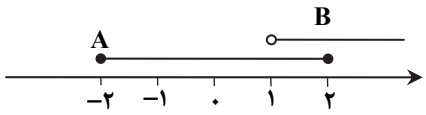
ریاضیات

۱۰۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۲ تا ۹ ریاضی ۱

ابتدا هرکدام از مجموعه‌ها را به‌صورت بازه مشخص کرده و سپس به‌کمک محور اعداد مجموعهٔ خواسته‌شده را به‌دست می‌آوریم:

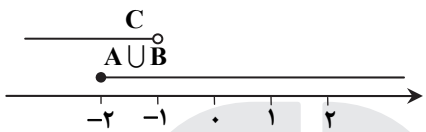
$$\begin{cases} A=\{x\in\mathbb{R}\mid |x|\le 2\} \Rightarrow x\in[-2,2] \\ B=\{x\in\mathbb{R}\mid x>1\} \Rightarrow x\in(1,+\infty) \\ C=\{x\in\mathbb{R}\mid x<-1\} \Rightarrow x\in(-\infty,-1) \end{cases}$$

مجموعهٔ $A\cup B$ را به‌دست می‌آوریم:



$$\Rightarrow A\cup B=[-2,+\infty)$$

حال $(A\cup B)\cap C$ را به‌دست می‌آوریم:



$$\Rightarrow (A\cup B)\cap C=[-2,-1)$$

با توجه به گزینه‌ها، گزینهٔ ۳ پاسخ است.

۱۰۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۳ تا ۱۸ آمار و احتمال

نکته: نقیض گزاره‌های سوری به‌صورت زیر است:

$$\sim(\forall x: p(x))\equiv \exists x:\sim p(x)$$
$$\sim(\exists x: p(x))\equiv \forall x:\sim p(x)$$

تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم. می‌دانیم برای سور عمومی $(\forall)$ کافی است یک مثال نقض برای نادرستی پیدا کنیم و برای سور وجودی $(\exists)$ یک مثال پیدا کنیم تا نشان دهیم رابطه درست است.

در گزینهٔ ۱ تنها $x=\pm\sqrt{8}$ در تساوی صدق می‌کنند که عدد صحیح نیستند.

در گزینهٔ ۲ مثال نقض $x=1$ است.

در گزینهٔ ۴ نقیض سور وجودی، سور عمومی است که به‌شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\sim(\exists x\in\mathbb{R}: x^2+1\neq 0)\equiv(\forall x\in\mathbb{R}: x^2+1=0)$$

نقیض سور عمومی در گزینهٔ ۳ به‌درستی بیان شده است و گزینهٔ ۳ پاسخ است.

۱۰۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۲ تا ۹ آمار و احتمال

نکتهٔ ۱: جدول ارزش ترکیب فصلی، عطفی، شرطی و دو شرطی دو گزاره به‌صورت زیر است:

p	q	$p\wedge q$	$p\vee q$	$p\Rightarrow q$	$p\Leftrightarrow q$
د	د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن	د	د

نکتهٔ ۲: ترکیب شرطی دو گزاره زمانی به انتفای مقدم درست است که مقدم نادرست باشد.

با توجه به نکتهٔ ۲، گزارهٔ داده‌شده زمانی به انتفای مقدم نادرست است که $p\Leftrightarrow q$ دارای ارزش نادرست باشد. ترکیب دوشرطی دو گزاره زمانی نادرست است که دو گزاره هم‌ارزش نباشند، پس p و q هم‌ارزش نیستند. از طرفی $r\wedge p$ ممکن است درست باشد (p و r هر دو درست) یا نادرست باشد (حداقل یکی از p یا r نادرست است). حال به سراغ تحلیل گزینه‌ها می‌رویم:

گزینهٔ ۱: $p\Leftrightarrow q$ حتماً نادرست است ولی $r\vee(p\wedge q)$ ممکن است درست یا نادرست باشد، پس ارزش گزاره چون $p\wedge q$ نادرست است به ارزش r بستگی دارد و هم‌ارزش $r\sim$ است.

گزینهٔ ۲: چون p و q هم‌ارزش نیستند، پس $p\wedge q$ حتماً نادرست است و $r\wedge(p\wedge q)$ نیز حتماً نادرست است. بنابراین ارزش کل گزاره به انتفای مقدم درست است.

گزینه‌های ۳ و ۴: در این دو گزینه ارزش قطعی گزاره را نمی‌توان تعیین کرد.

@MrKonkori

۱۰۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحهٔ ۱۳ حسابان ۱

$x=-۲$ ریشهٔ معادله است، پس در آن صدق می‌کند: $x=-۲ \Rightarrow ۲x^۳+۵x^۲+ax-۲=۰ \Rightarrow -۱۶+۲۰-۲a-۲=۰ \Rightarrow a=۱$

چون $x=-۲$ ریشهٔ معادله است، پس عبارت $۲x^۳+۵x^۲+x-۲$ بر $x+۲$ بخش‌پذیر است و داریم:

$$\begin{array}{r|l} ۲x^۳+۵x^۲+x-۲ & x+۲ \\ \hline -\ (۲x^۳+۴x^۲) & ۲x^۲+x-۱ \\ \hline x^۲+x-۲ & \\ -\ (x^۲+۲x) & \\ \hline -x-۲ & \\ -\ (-x-۲) & \\ \hline ۰\quad ۰ & \end{array} \Rightarrow ۲x^۳+۵x^۲+x-۲=(x+۲)(۲x^۲+x-۱)$$

حال ریشه‌های دیگر معادله را به‌دست می‌آوریم: $(x+۲)(۲x^۲+x-۱)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=-۲ \\ x_۱=-۱ \\ x_۲=\frac{۱}{۲} \end{cases} \Rightarrow |x_۱-x_۲|=۱/۵$

۱۰۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۴۹ و ۵۰ حسابان ۱

باید ضابطهٔ دو تابع را برابر هم قرار دهیم تا ببینیم در چه محدوده‌ای بر هم منطبق هستند. با توجه به اینکه ضابطهٔ تابع g دارای قدرمطلق است، می‌توان این تساوی را در دو بازه نوشت:

$$\begin{cases} x\geq ۰ \Rightarrow g(x)=۰ \Rightarrow f(x)=۰ \Rightarrow ۲x[x]=۰ \Rightarrow ۰\leq x<۱ \\ x<۰ \Rightarrow g(x)=-۲x \Rightarrow f(x)=-۲x \Rightarrow ۲x[x]=-۲x \Rightarrow [x]=-۱ \Rightarrow -۱\leq x<۰ \end{cases}$$

از اجتماع این دو بازه، می‌توان نتیجه گرفت نمودار دو تابع در بازهٔ $[-۱,۱)$ برهم منطبق است، بنابراین حداکثر $\beta-\alpha$ برابر ۲ است.

۱۰۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۵۸ و ۵۹ حسابان ۱

نکته: در تابع وارون‌پذیر f اگر $f(a)=b$، آنگاه: $f^{-۱}(b)=a$

ابتدا فرض می‌کنیم: $f^{-۱}(۸)=\alpha$، آنگاه مطابق نکته $f(\alpha)=۸$. حال می‌توان نوشت:

$$f(x)=۲g^{-۱}(۱-۲x) \Rightarrow f(\alpha)=۲g^{-۱}(۱-۲\alpha) \Rightarrow ۸=۲g^{-۱}(۱-۲\alpha) \Rightarrow g^{-۱}(۱-۲\alpha)=۴ \Rightarrow g(۴)=۱-۲\alpha$$

مطابق ضابطهٔ تابع g داریم $g(۴)=\frac{۱}{۴}$، بنابراین: $\frac{۱}{۴}=۱-۲\alpha \Rightarrow ۲\alpha=\frac{۳}{۴} \Rightarrow \alpha=\frac{۳}{۸}$

در نتیجه: $f^{-۱}(۸)=\frac{۳}{۸}$

۱۰۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۶۷ و ۶۸ حسابان ۱

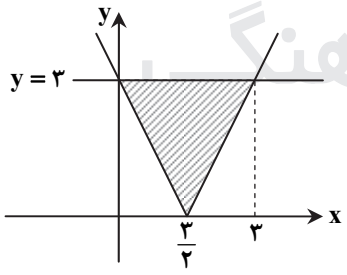
ابتدا تابع gof را به‌دست می‌آوریم:

$$(gof)(x)=\sqrt{۴(x^۲-۳x)+۹}=\sqrt{۴x^۲-۱۲x+۹}=\sqrt{(۲x-۳)^۲}=|۲x-۳|$$

نمودار تابع gof و خط $y=۳$ را رسم می‌کنیم و نقاط تقاطع دو تابع را به‌دست می‌آوریم:

$$|۲x-۳|=۳ \Rightarrow x=۰,۳$$

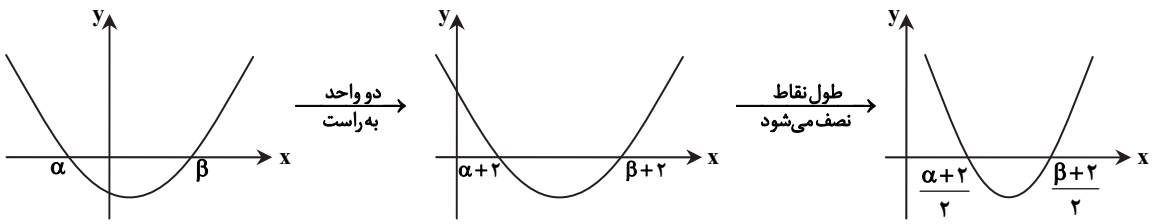
مطابق شکل مساحت ناحیهٔ محدود برابر است با:



$$S=\frac{۱}{۲}\times ۳\times ۳=۴/۵$$

۱۰۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۸ حسابان ۱ و صفحه‌های ۶ تا ۱۰ حسابان ۲

یک نمودار فرضی برای f در نظر می‌گیریم و تبدیلات گفته‌شده را انجام می‌دهیم:



پس صفرهای جدید تابع به‌صورت $\frac{۲+\alpha}{۲}$ و $\frac{۲+\beta}{۲}$ است که حاصل‌ضرب آن‌ها برابر است با:

$$(\frac{۲+\alpha}{۲})(\frac{۲+\beta}{۲})=\frac{\alpha\beta+۲(\alpha+\beta)+۴}{۴} \overset{\alpha+\beta=۴}{\underset{\alpha\beta=-۳}{=}} \frac{-۳+۸+۴}{۴}=\frac{۹}{۴}=۲/۲۵$$

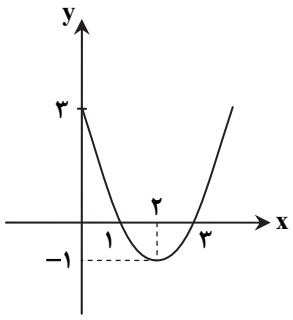
@MrKonkori

۱۰۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحهٔ ۱۱۷ ریاضی ۱

فرض کنید ضابطهٔ سهمی به‌صورت $f(x)=ax^2+bx+c$ باشد. با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

$$\begin{cases} f(1)=0 \Rightarrow a+b+c=0 \\ f(2)=-1 \Rightarrow 4a+2b+c=-1 \xrightarrow{c=3} \begin{cases} a+b=-3 \\ 4a+2b=-4 \end{cases} \Rightarrow a=1\ ,\ b=-4 \\ f(0)=3 \Rightarrow c=3 \end{cases}$$

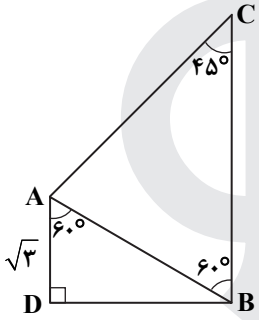
پس ضابطهٔ تابع به‌صورت $f(x)=x^2-4x+3$ است. با رسم تابع برد آن را به‌دست می‌آوریم.



بنابراین برد تابع به‌صورت $[-1\ ,+\infty)$ است.

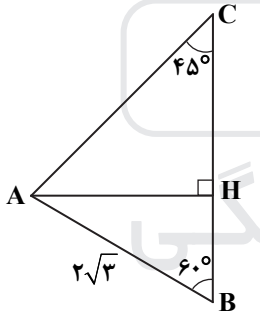
۱۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴ ریاضی ۱

در مثلث ABD داریم:



$$\cos\hat{A}=\frac{AH}{AB} \Rightarrow AB=\frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow AB=2\sqrt{3}$$

از طرفی در مثلث ABC، با رسم ارتفاع AH داریم:



$$\overset{\Delta}{AHB}:\begin{cases} \cos 60^\circ=\frac{BH}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{BH}{2\sqrt{3}} \Rightarrow BH=\sqrt{3} \\ \sin 60^\circ=\frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{AH}{2\sqrt{3}} \Rightarrow AH=3 \end{cases}$$

$$\overset{\Delta}{AHC}:\tan 45^\circ=\frac{AH}{CH} \Rightarrow 1=\frac{3}{CH} \Rightarrow CH=3$$

بنابراین:

$$BC=BH+HC=\sqrt{3}+3$$

۱۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحهٔ ۲۷ حسابان ۲

نکته: در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است.

نکته: در توابع به فرم $y=a\sin bx+c$ و $y=a\cos bx+c$، بیشترین مقدار برابر $|a|+c$ و کمترین مقدار برابر $-|a|+c$ و دوره تناوب آن $T=\frac{2\pi}{|b|}$ می‌باشد.

با توجه به ضابطهٔ تابع، دورهٔ تناوب برابر ۳ است، زیرا $T=\frac{\pi}{\frac{\pi}{3}}=3$، پس $AC=T=3$. از طرفی مثلث قرار است در رأس B قائم‌الزاویه باشد. و این مثلث قائم‌الزاویه با وتر $AC=3$ است، پس میانه وارد بر وتر نصف وتر و برابر ۱/۵ است.

از ضابطهٔ تابع می‌توان فهمید مختصات نقطهٔ A (محل برخورد با محور yها) به‌صورت (۱ , ۰) است. در نتیجه عرض نقطهٔ B یا همان بیشترین مقدار برابر $1+1/5=2/5$ است، بنابراین مطابق نکته داریم:

$$1+|a|=2/5 \Rightarrow |a|=1/5 \xrightarrow{a>0} a=1/5$$

@MrKonkori

۱۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۳۷ حسابان ۲

نکته: $\text{Sin}(-x) = -\text{Sin}\,x$

نکته: $\text{Sin}\,x = \text{Sin}\,\alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

معادله را ساده کرده و سپس حل می‌کنیم:

$$\text{Sin}\,2x = -\text{Sin}(x - \frac{\pi}{4}) = \text{Sin}(\frac{\pi}{4} - x) \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \Rightarrow x = \frac{\pi}{12}, \frac{9\pi}{12}, \frac{17\pi}{12} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} + x \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{9\pi}{12} \end{cases}$$

پس i برابر یکی از اعداد ۱، ۹ یا ۱۷ است.

۱۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۸۷ حسابان ۱

نکته:

۱) $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$

۲) $\log_b a^m = m \log_b a$

ابتدا به‌کمک نکته، معادله را حل می‌کنیم:

$$\log(x^2 - 1) - \log(x + 1) = \log(5 - x) \Rightarrow \log \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \log(5 - x) \Rightarrow \log(x - 1) = \log(5 - x) \Rightarrow x - 1 = 5 - x \Rightarrow x = 3$$

جواب در معادلهٔ اولیه صدق می‌کند و قابل‌قبول است، بنابراین:

$$\log_a(4x - 3) = 4 \Rightarrow \log_a 9 = 4 \Rightarrow a^4 = 9 \Rightarrow a = \pm\sqrt{3}$$

دقت کنید که چون a نمی‌تواند عدد منفی باشد، پس فقط $a = \sqrt{3}$ قابل‌قبول است.

۱۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۱۳۹ حسابان ۱

ابتدا برای اینکه قدرمطلق را از بین ببریم. با توجه به اینکه وقتی $x \to \frac{1}{2}^+$ داریم: $\text{Cot}\,\pi x < 0$ می‌توان نوشت:

$$\lim_{x \to \frac{1}{2}^+} \frac{|\text{Cot}\,\pi x|}{2x - 1} = \lim_{x \to \frac{1}{2}^+} \frac{-\text{Cot}\,\pi x}{2x - 1}$$

با توجه به اینکه حد $\frac{0}{0}$ است، برای رفع ابهام با تغییر متغیر $t = x - \frac{1}{2}$ داریم:

$$x = t + \frac{1}{2}$$

$$x \to \frac{1}{2}^+ \Rightarrow t \to 0^+$$

$$\lim_{t \to 0^+} \frac{-\text{Cot}(\pi(t + \frac{1}{2}))}{2(t + \frac{1}{2}) - 1} = \lim_{t \to 0^+} \frac{-\text{Cot}(\pi t + \frac{\pi}{2})}{2t} = \lim_{t \to 0^+} \frac{\tan(\pi t)}{2t} = \lim_{t \to 0^+} \frac{\text{Sin}(\pi t)}{2t\text{Cos}(\pi t)} = \lim_{t \to 0^+} \frac{\text{Sin}(\pi t)}{\frac{2}{\pi} \times \pi t \times \text{Cos}(\pi t)}$$

$$= \frac{\pi}{2} \lim_{t \to 0^+} \frac{\text{Sin}(\pi t)}{\pi t} \times \lim_{t \to 0^+} \frac{1}{\text{Cos}\,\pi t} = \frac{\pi}{2} \times 1 \times 1 = \frac{\pi}{2}$$

۱۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۴۹ حسابان ۱

نکته: تابع f به شرطی روی بازهٔ $[a, b]$ پیوسته است که در $x = a$ پیوستگی راست و در $x = b$ پیوستگی چپ و در هر نقطهٔ (a, b) پیوسته باشد.

برای اینکه تابع f در بازهٔ $[2, 3]$ پیوسته باشد، کافی است مطابق نکته:

الف) f در $x = 2$ پیوستگی راست داشته باشد که دارد $(f(2) = \lim_{x \to 2^+} f(x))$

ب) f در نقاط بین بازه پیوسته باشد که هست.

پ) f در $x = 3$ پیوستگی چپ داشته باشد، یعنی:

$$f(3) = \lim_{x \to 3^-} f(x) \Rightarrow \frac{8 + a}{3 - 4} \times 3 = \frac{8 + a}{2 - 4} \times 2 \Rightarrow -3(8 + a) = -(8 + a) \Rightarrow 2(8 + a) = 0 \Rightarrow 8 + a = 0 \Rightarrow a = -8$$

@MrKonkori

۱۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۵۵ و ۵۶ حسابان ۲

با توجه به نمودار داریم:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-3}{f(x)}=+\infty$$

که می‌توان نتیجه گرفت باید $x=1$ ریشهٔ مضاعف مخرج باشد و همچنین تابع در مجاورت $x=1$ همواره مثبت باشد.

دقت کنید که اگر مخرج فقط عامل $(x-1)^2$ باشد، صورت وقتی $x\to 1$، مقداری منفی می‌شود، پس در مخرج هم باید عاملی وجود داشته باشد که وقتی $x\to 1$، مقداری منفی شود که با منفی صورت، مقدار $+\infty$ را برای حد راست و چپ داشته باشیم. با توجه به گزینه‌ها، گزینهٔ ۲ می‌تواند ضابطهٔ تابع f باشد.

۱۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۴، ۹۳ و ۱۳۸ حسابان ۲

با توجه به اینکه تابع f در مبدأ بر محور xها مماس است، پس ضابطهٔ آن به‌صورت $f(x)=x^2(ax+b)$ است. از طرفی مطابق نمودار داریم:

$$f(-2)=8 \Rightarrow 4(-2a+b)=8 \Rightarrow -2a+b=2$$

همچنین مشتق تابع در $x=-2$ برابر صفر است:

$$f'(x)=2x(ax+b)+ax^2$$
$$f'(-2)=0 \Rightarrow -4(\underbrace{-2a+b}_{2})+4a=0 \Rightarrow a=2 \Rightarrow b=6$$

پس ضابطهٔ تابع به‌صورت $f(x)=x^2(2x+6)$ است و α صفر دیگر تابع، یعنی ۳- است، بنابراین:

$$f'(\alpha)=f'(-3)=18$$

۱۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۱۲۳ حسابان ۲

با توجه به آنکه ریشهٔ زیر رادیکال با فرجهٔ ۳، مماس قائم است، پس در این تابع خط $x=0$ مماس قائم تابع است. حال اکسترمم نسبی تابع را می‌یابیم. برای این کار ابتدا مشتق تابع را به‌دست می‌آوریم:

$$y'=\sqrt[3]{x}+\frac{x-2}{3\sqrt[3]{x^2}}=\frac{4x-2}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

حال مشتق را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$y'=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

بنابراین فاصلهٔ نقطهٔ اکسترمم نسبی از مماس قائم برابر $\frac{1}{2}$ است.

۱۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۱۲۹ حسابان ۲

نکته: فرض کنیم $f''(x)$ به‌ازای هر نقطه x از بازهٔ I موجود باشد.

الف) اگر به‌ازای هر x از I، $f''(x)>0$، آنگاه نمودار f روی بازهٔ I تقعر رو به بالا دارد.

ب) اگر به‌ازای هر x از I، $f''(x)<0$، آنگاه نمودار f روی بازهٔ I تقعر رو به پایین دارد.

پ) اگر به‌ازای هر x از I، $f''(x)=0$، آزمون بی‌نتیجه است.

برای اینکه تقعر تابع همواره رو به بالا باشد، باید:

$$\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ f''(x)>0$$

پس ابتدا f'' را می‌یابیم.

$$f'(x)=2ax-4\sin 2x \Rightarrow f''(x)=2a-8\cos 2x$$
$$f''(x)=2(a-4\cos 2x)$$

برای اینکه این امر $f''(x)>0$ باشد، کافی است حداقل تابع مثبت باشد، یعنی:

$$a-4>0 \Rightarrow a>4$$

البته دقت کنید اگر $a\geq 4$، تقعر تابع در همهٔ نقاط روبه‌بالا نخواهد بود، بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ است.

۱۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۹۶ حسابان ۲

نکته: اگر f و g توابع مشتق‌پذیر باشند، آنگاه:

$$(fog)'(\alpha)=g'(\alpha)\cdot f'(g(\alpha))$$

ابتدا مشتق $fo(f+g)$ را به‌دست می‌آوریم، سپس $x=1$ را جایگزین می‌کنیم:

$$y=fo(f+g) \Rightarrow y'(1)=(f+g)'(1)\cdot f'(f(1)+g(1)) \Rightarrow y'(1)=(f'(1)+g'(1))f'(-2+3)$$
$$\Rightarrow y'(1)=((-1)+3)f'(1)=2f'(1)=-2 \Rightarrow y'(1)=-2$$

@MrKonkori

۱۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحهٔ ۱۰۴ حسابان ۲

نکته: آهنگ تغییر متوسط f بر بازهٔ $[a , b]$ برابر $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ و آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x=\alpha$ برابر $f'(\alpha)$ است.

با توجه به نکته داریم: $\frac{f(a)-f(1)}{a-1}=f'(2)$ (*)

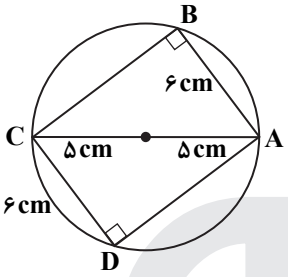
از آنجایی که $f'(x)=1-\frac{4}{x^2}$ و $f'(2)=0$، با جای‌گذاری در (*) داریم:

$$\frac{a+\frac{4}{a}-5}{a-1}=f'(2)=0 \Rightarrow a+\frac{4}{a}-5=0 \Rightarrow a^2-5a+4=0 \Rightarrow \begin{cases}a=1\\a=4\end{cases}$$

دقت کنید که a نمی‌تواند ۱ باشد، زیرا بازه بی‌معنا می‌شود، بنابراین $a=4$ قابل‌قبول است. در نتیجه مقدار $f(a)$ برابر است با:

$$f(4)=4+\frac{4}{4}=5$$

۱۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحهٔ ۱۶ هندسه ۱

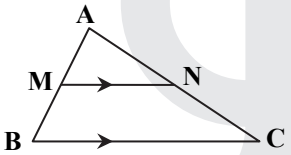


برای آنکه طول قطر مستطیل ۱۰cm باشد، ابتدا دایره‌ای به قطر AC (۱۰cm) رسم می‌کنیم. نقطهٔ دلخواه A را روی دایره در نظر می‌گیریم و از نقطهٔ A کمانی به شعاع ۶cm رسم می‌کنیم تا دایره را در نقطهٔ B قطع کند. به همین ترتیب از نقطهٔ C نیز کمانی به شعاع ۶cm رسم می‌کنیم تا دایره را در نقطهٔ D قطع کند.

مستطیل ABCD تنها جواب مسئله است. $(10\,cm > 6\,cm)$

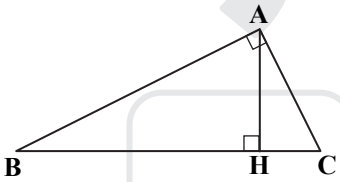
۱۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۳۴ و ۴۲ هندسه ۱

نکتهٔ ۱: در مثلث ABC اگر $MN \parallel BC$ باشد، داریم:



$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

نکتهٔ ۲: در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC روابط طولی زیر برقرار است:

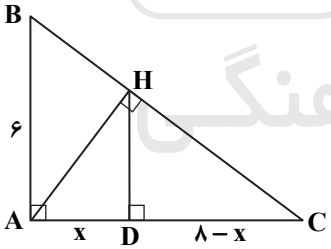


۱) $AB^2=BC\cdot BH$

۲) $AC^2=BC\cdot CH$

۳) $AH^2=BH\cdot CH$

۴) $AB^2+AC^2=BC^2$



اگر طول AD را x در نظر بگیریم، داریم:

$$AD=x\ ,\ DC=8-x$$

با توجه به نکتهٔ ۲ می‌توان نوشت:

$$\overset{\Delta}{AHC}: HD^2=AD\times DC=x(8-x) \Rightarrow HD=\sqrt{x(8-x)}$$

با توجه به نکتهٔ ۱، داریم:

$$\overset{\Delta}{ABC}: \frac{HD}{AB}=\frac{DC}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{x(8-x)}}{6}=\frac{8-x}{8} \Rightarrow 4\sqrt{x(8-x)}=3(8-x) \Rightarrow 16x(8-x)=9(8-x)^2 \Rightarrow 16x=9(8-x)$$

$$\Rightarrow 25x=72 \Rightarrow x=\frac{72}{25}=2/88$$

۱۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحهٔ ۵۵ هندسه ۱

نکته: تعداد اقطار یک n‌ضلعی محدب برابر است با: $\frac{n(n-3)}{2}$

نکته: مجموع زوایای داخلی یک n‌ضلعی محدب برابر است با: $(n-2)180^\circ$

با توجه به نکات می‌توان نوشت:

$$\frac{n(n-3)}{2}=2n \Rightarrow n-3=4 \Rightarrow n=7$$

$$(n-2)\times 180^\circ=(7-2)180^\circ=900^\circ=\hat{x}_1+\hat{x}_2+\hat{x}_3+\hat{x}_4+\hat{x}_5+\hat{x}_6+\hat{x}_7$$

چون $840^\circ=7\times 120^\circ$ است، پس هر هفت زاویه می‌توانند بیشتر از 120° باشند.

@MrKonkori

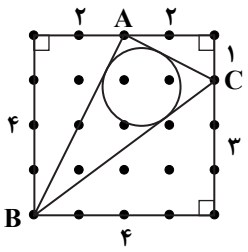
۱۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحهٔ ۷۰ هندسه ۱ و ۲۵ هندسه ۲

نکتهٔ ۱: مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای با b نقطهٔ مرزی و i نقطهٔ درونی برابر است با: $S=\frac{b}{2}+i-1$

نکتهٔ ۲: در یک n ضلعی محیطی با مساحت S و محیط $2P$، شعاع دایرهٔ محاطی برابر است با: $r=\frac{S}{P}$

با توجه به نکتهٔ ۱ داریم: $S_{\Delta ABC}=\frac{b}{2}+i-1=\frac{4}{2}+4-1=5$ $\quad b=4\ ,\ i=4$

طول اضلاع مثلث را به‌دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} AB=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5} \\ AC=\sqrt{2^2+1}=\sqrt{5} \\ BC=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5 \end{cases}$$

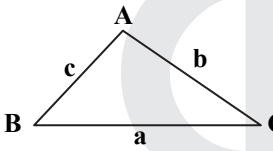
با توجه به نکتهٔ ۲ داریم:

$$2P=AB+AC+BC=3\sqrt{5}+5 \Rightarrow P=\frac{3\sqrt{5}+5}{2} \quad : \text{محیط}$$

$$r=\frac{S}{P}=\frac{5}{\frac{3\sqrt{5}+5}{2}}=\frac{10}{3\sqrt{5}+5}=\frac{10(3\sqrt{5}-5)}{20}=\frac{3\sqrt{5}-5}{2} \quad : \text{شعاع دایره محاطی}$$

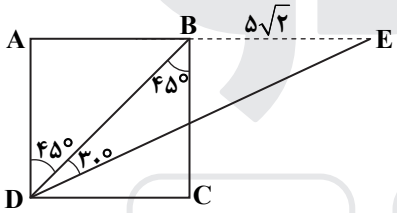
۱۲۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۶۴ هندسه ۲

نکته (قضیهٔ سینوس‌ها): در مثلث دلخواه ABC داریم: $\frac{AC}{\sin\hat{B}}=\frac{AB}{\sin\hat{C}}=\frac{BC}{\sin\hat{A}}$



ابتدا زوایای مثلث DBE را به‌دست می‌آوریم:

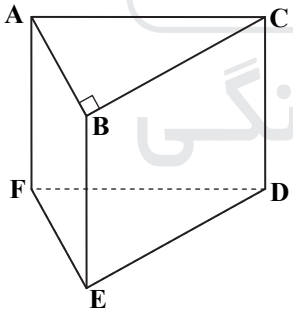
$$\begin{cases} B\hat{D}E=75^\circ-45^\circ=30^\circ \\ D\hat{B}E=45^\circ+90^\circ=135^\circ \end{cases}$$



در مثلث DBE قضیه سینوس‌ها را می‌نویسیم:

$$\frac{DE}{\sin 135^\circ}=\frac{5\sqrt{2}}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \frac{DE}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow DE=5\times 2=10$$

۱۲۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۸۵ و ۸۶ هندسه ۱



یال CD بر صفحهٔ ABC عمود است، پس بر تمام خطوط این صفحه عمود می‌باشد، بنابراین CD بر AB عمود است و با آن متنافر نیز می‌باشد.

یال AB بر یال BC عمود است، پس بر تمام خطوط موازی BC نیز عمود می‌باشد (یال DE).

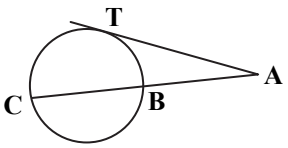
بنابراین یال DE نیز بر AB عمود است و با آن متنافر نیز می‌باشد.

بنابراین گزینهٔ ۲ پاسخ است.

۱۲۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ هندسه ۲

نکته: بر طبق روابط طولی در دایره، اگر از نقطهٔ A مماس AT و قاطع ABC را بر دایره رسم کنیم، آنگاه مربع طول قطعهٔ مماس برابر است با حاصل‌ضرب قطعات قاطع ABC:

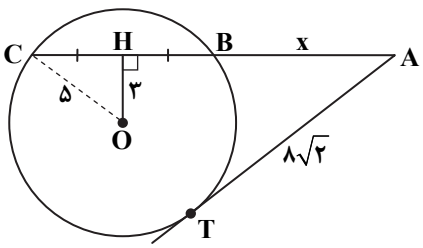
$$AT^2=AB\times AC$$



شعاع دایره برابر ۵ است، پس داریم:

$$CH=\sqrt{OC^2-OH^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$$

$$CB=2CH=2\times 4=8$$



طول AB را x در نظر می‌گیریم و طبق روابط طولی داریم:

$$AB\times AC=AT^2 \Rightarrow x(x+8)=(8\sqrt{2})^2 \Rightarrow x^2+8x-128=0$$

$$\Rightarrow (x-8)(x+16)=0 \Rightarrow x=8$$

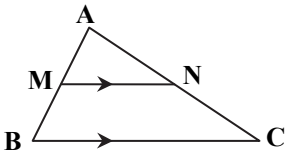
$$\Rightarrow AC=AB+BC=8+8=16$$

@MrKonkori

۱۲۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحهٔ ۹۵ هندسه ۱

نکته (تعمیم قضیهٔ تالس): در مثلث ABC اگر $MN \parallel BC$ باشد، داریم:

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

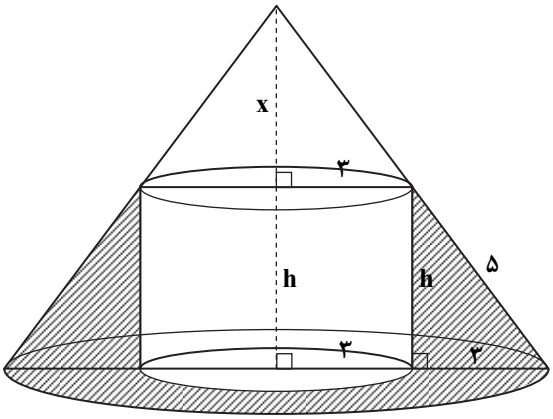


شکل حاصل، مخروط ناقصی است که یک استوانه از داخل آن برداشته شده است:

$$h=\sqrt{۲۵-۹}=\sqrt{۱۶}=۴$$

مطابق تعمیم قضیهٔ تالس، می‌توان نوشت:

$$\frac{x}{x+۴}=\frac{۳}{۶} \Rightarrow ۲x=x+۴ \Rightarrow x=۴$$



حال می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} V_{\text{مخروط بزرگ}}=\frac{۱}{۳}\pi R^۲H=\frac{۱}{۳}\pi\times ۶^۲\times ۸=۹۶\pi \\ V_{\text{مخروط کوچک بالا}}=\frac{۱}{۳}\pi r^۲h=\frac{۱}{۳}\pi\times ۳^۲\times ۴=۱۲\pi \\ V_{\text{استوانه}}=\pi r^۲h=\pi\times ۳^۲\times ۴=۳۶\pi \end{cases}$$

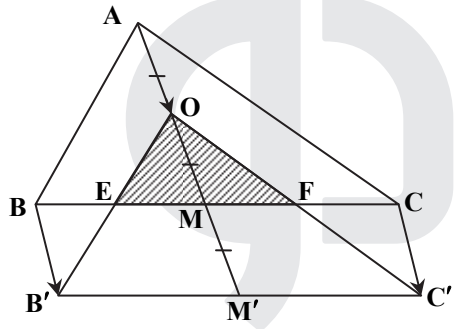
$$\Rightarrow \text{حجم حاصل}=۹۶\pi-۱۲\pi-۳۶\pi=۴۸\pi$$

۱۳۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۴۱ هندسه ۲

انتقال یک تبدیل طولپاست، پس: $\overset{\Delta}{ABC}\cong\overset{\Delta}{OB'C'}$

در نتیجه میانه‌های متناظر دو مثلث نیز برابرند.

$$AM=OM' \Rightarrow MM'=OM=OA$$



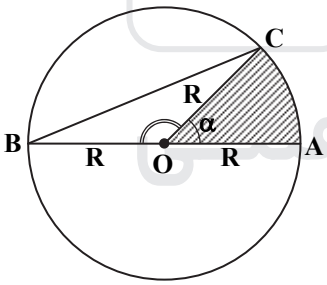
دو مثلث OEF و $OB'C'$ متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها با نسبت میانه‌های متناظر برابر است، پس داریم:

$$\text{نسبت تشابه } K=\frac{OM}{OM'}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{OEF}}}{S_{\overset{\Delta}{OB'C'}}}=(\frac{۱}{۲})^۲=\frac{۱}{۴} \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{OEF}}=\frac{۱}{۴}S$$

۱۳۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۲ و ۲۳ هندسه ۲

نکته: در دایره‌ای با شعاع R، طول کمان مقابل به زاویهٔ α رادیان از رابطهٔ $L=R\cdot\alpha$ و مساحت قطاع به زاویهٔ α رادیان از رابطهٔ $S=\frac{۱}{۲}R^۲\alpha$ به‌دست می‌آید.

با توجه به نکته و اطلاعات سؤال داریم:



مساحت قطاع: $S=\frac{۱}{۲}R^۲\cdot\alpha=۳\pi$ طول کمان: $L=R\cdot\alpha=\pi$

با تقسیم دو رابطه برهم می‌توان نوشت:

$$\frac{\frac{۱}{۲}R^۲\cdot\alpha}{R\cdot\alpha}=۳ \Rightarrow \frac{R}{۲}=۳ \Rightarrow R=۶ \Rightarrow ۶\alpha=\pi \Rightarrow \alpha=\frac{\pi}{۶}$$

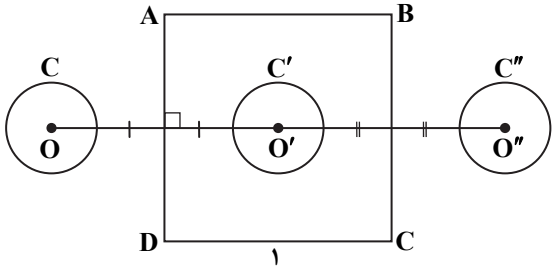
حال مساحت مثلث OBC را به‌دست می‌آوریم:

$$S_{\overset{\Delta}{OBC}}=\frac{۱}{۲}OB\cdot OC\cdot Sin(\pi-\alpha)=\frac{۱}{۲}\times ۶\times ۶\times Sin۱۵۰^\circ=\frac{۳۶}{۴}=۹$$

۱۳۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۴۴ هندسه ۳

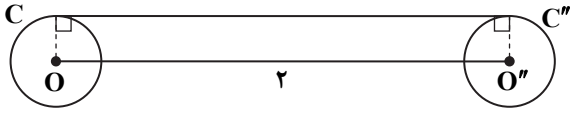
نکته: ترکیب دو بازتاب، با محورهای موازی، انتقالی است با برداری عمود بر دو محور و به طول دو برابر فاصلهٔ دو محور.

با توجه به اطلاعات مسئله، شکل روبه‌رو را داریم:



با توجه به نکته: $OO''=۲DC=۲$

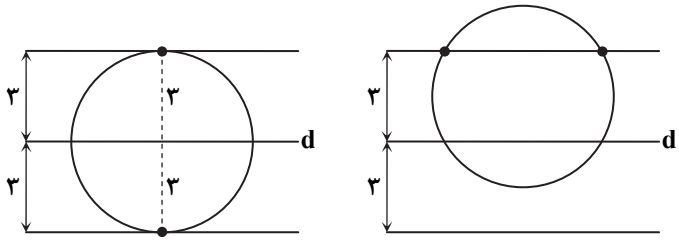
بنابراین طول مماس مشترک خارجی آن‌ها با طول خط‌المرکزین برابر است.



@MrKonkori

۱۳۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحهٔ ۳۸ هندسه ۳

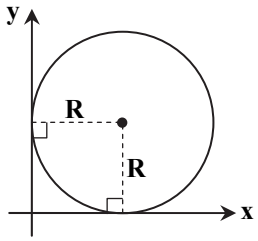
نکته: مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط **d** به فاصلهٔ ℓ باشند، دو خط موازی با خط **d** (در دو سمت خط) و به فاصلهٔ ℓ از آن می‌باشند.



مکان هندسی نقاطی از صفحه، که از خط **d** به فاصلهٔ ۳ باشد، دو خط موازی **d** به فاصلهٔ ۳ از آن است. در این تست باید این دو خط را با دایرهٔ **C** قطع دهیم که حداکثر نقاط تلاقی، مطابق شکل‌ها، با توجه به شعاع دایره، ۲ است.

۱۳۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۴۰ هندسه ۳

نکتهٔ ۱: معادلهٔ دایره‌ای به شعاع **R** که بر محورهای مختصات در ربع اول مماس است، به‌صورت زیر است:



$$(x-R)^2+(y-R)^2=R^2$$

نکتهٔ ۲: طول خط‌المرکزین دو دایره با مختصات مراکز $O_1(\alpha_1\ ,\ \beta_1)$ و $O_2(\alpha_2\ ,\ \beta_2)$ برابر است با:

$$O_1O_2=\sqrt{(\alpha_2-\alpha_1)^2+(\beta_2-\beta_1)^2}$$

با توجه به صورت سؤال و نکتهٔ ۱، نقطهٔ $(1\ ,\ 2)$ باید در این دایره صدق کند:

$$(2-R)^2+(1-R)^2=R^2 \Rightarrow R^2-6R+5=0 \Rightarrow (R-1)(R-5)=0 \Rightarrow \begin{cases} R=1 \Rightarrow O_1(1\ ,\ 1) \\ R=5 \Rightarrow O_2(5\ ,\ 5) \end{cases}$$

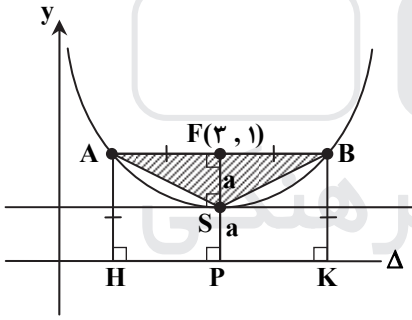
بنابراین طول خط‌المرکزین این دو دایره برابر است با:

$$O_1O_2=\sqrt{(5-1)^2+(5-1)^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$$

۱۳۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحهٔ ۵۱ هندسه ۳

نکته: سهمی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطهٔ ثابت غیرواقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله است.

مطابق شکل داده‌شده داریم:



$$a=FS=1$$

بر طبق تعریف سهمی فاصلهٔ نقاط **A** و **B** از کانون با فاصلهٔ آن‌ها تا خط هادی برابر است، پس:

$$AH=AF\ ,\ BK=FB$$

از طرفی AFPH و FBKP مربع می‌باشند و $FB=BK=2a$ و $AF=AH=2a$، بنابراین:

$$AB=4a \Rightarrow S_{\Delta ABS}=\frac{1}{2}AB\times FS=\frac{1}{2}\times 4a\times a=2a^2=2$$

۱۳۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ هندسه ۳

ابتدا حاصل‌ضرب دو ماتریس را حساب می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} m & -1 \\ n & 4 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 4m+n & 0 \\ n-2m & 6 \end{bmatrix}$$

با توجه به اینکه ماتریس اسکالر است، داریم:

$$\begin{cases} 4m+n=6 \\ n-2m=0 \end{cases} \Rightarrow 6m=6 \Rightarrow m=1\ ,\ n=2$$

با جای‌گذاری مقدار **n** و **m** در ماتریس داده‌شده، داریم:

$$\begin{bmatrix} m+1 & m-1 \\ n-2m & n-1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین این ماتریس، یک ماتریس قطری است.

@MrKonkori

۱۳۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۲۲ و ۲۳ هندسه ۳

نکته: وارون ماتریس وارون‌پذیر $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ به‌صورت $A^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ است.

نکته: $AA^{-1}=A^{-1}A=I$

ابتدا از تساوی داده‌شده، داریم: $A+B-AB=\bar{O} \Rightarrow A=AB-B \Rightarrow A=(A-I)B$

دو طرف تساوی را در $(A-I)^{-1}$ ضرب می‌کنیم: $(A-I)^{-1}A=B$

با به‌دست آوردن سمت چپ تساوی، ماتریس B به‌دست می‌آید:

$$A-I=\begin{bmatrix} ۳ & ۱ \\ ۵ & ۲ \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۲ & ۱ \\ ۵ & ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow (A-I)^{-1}=\frac{۱}{۲-۵}\begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ -۵ & ۲ \end{bmatrix}=-\frac{۱}{۳}\begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ -۵ & ۲ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B=(A-I)^{-1}A=-\frac{۱}{۳}\begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ -۵ & ۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ & ۱ \\ ۵ & ۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{۲}{۳} & \frac{۱}{۳} \\ \frac{۵}{۳} & \frac{۱}{۳} \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های این ماتریس برابر است با: $\frac{۲}{۳}+\frac{۱}{۳}+\frac{۵}{۳}+\frac{۱}{۳}=\frac{۹}{۳}=۳$

۱۳۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحهٔ ۳۱ هندسه ۳

a را در سطر اول، b را در سطر دوم و c را در سطر سوم ضرب می‌کنیم و در یک $\frac{۱}{abc}$ نیز ضرب می‌کنیم تا حاصل دترمینان تغییری نکند:

$$\begin{vmatrix} bc & ۱ & a \\ ca & ۱ & b \\ ab & ۱ & c \end{vmatrix}=\frac{abc}{abc}\begin{vmatrix} bc & ۱ & a \\ ca & ۱ & b \\ ab & ۱ & c \end{vmatrix}=\frac{۱}{abc}\begin{vmatrix} abc & a & a^۲ \\ abc & b & b^۲ \\ abc & c & c^۲ \end{vmatrix}$$

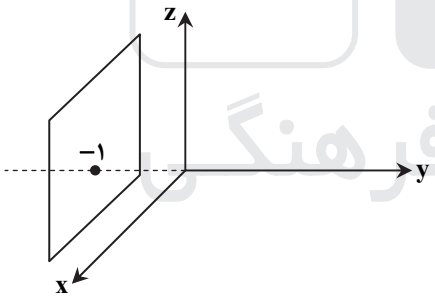
حال از ستون اول abc را فاکتور می‌گیریم که با $\frac{۱}{abc}$ پشت دترمینان ساده می‌شود:

$$\text{حاصل}=\frac{abc}{abc}\begin{vmatrix} ۱ & a & a^۲ \\ ۱ & b & b^۲ \\ ۱ & c & c^۲ \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} ۱ & a & a^۲ \\ ۱ & b & b^۲ \\ ۱ & c & c^۲ \end{vmatrix}$$

بنابراین گزینهٔ ۲ پاسخ است.

۱۳۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحهٔ ۶۷ و ۶۸ هندسه ۳

هر سه نقطه دارای عرض $y=-۱$ می‌باشند، پس هر سه در صفحه‌ای عمود بر محور yها در نقطهٔ ۱- و یا صفحه‌ای موازی صفحهٔ xz به فاصلهٔ ۱ از آن قرار دارند.



۱۴۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحهٔ ۸۴ هندسه ۳

نکتهٔ ۱:

$$\vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a} \qquad \vec{a}\times(\vec{b}\pm\vec{c})=\vec{a}\times\vec{b}\pm\vec{a}\times\vec{c}$$

نکتهٔ ۲: حاصل‌ضرب خارجی دو بردار، برداری است که بر هر دوی آن‌ها عمود است.

نکتهٔ ۳: حاصل‌ضرب داخلی دو بردار عمود بر هم، برابر صفر است.

نکتهٔ ۴: سه بردار هم‌صفحه‌اند، هرگاه حاصل‌ضرب داخلی هریک از آن‌ها در حاصل‌ضرب خارجی دو بردار دیگر برابر صفر شود.

ابتدا از تساوی داده‌شده داریم: $(\vec{a}-\vec{c})\times\vec{b}=\vec{a}\times\vec{c} \Rightarrow \vec{a}\times\vec{b}-\vec{c}\times\vec{b}=\vec{a}\times\vec{c} \Rightarrow \vec{a}\times\vec{b}+\vec{b}\times\vec{c}=\vec{a}\times\vec{c}$

طرفین این تساوی را در بردار a ضرب داخلی می‌کنیم: $\vec{a}\cdot\left[\vec{a}\times\vec{b}+\vec{b}\times\vec{c}\right]=\vec{a}\cdot(\vec{a}\times\vec{c}) \Rightarrow \vec{a}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})+\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})=\vec{a}\cdot(\vec{a}\times\vec{c})$

بردارهای $\vec{a}\times\vec{b}$ و $\vec{a}\times\vec{c}$ بر بردار a عمودند، پس:

$$\begin{cases}\vec{a}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})=۰\\ \vec{a}\cdot(\vec{a}\times\vec{c})=۰\end{cases}$$

در نتیجه $\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})=۰$ است و سه بردار a، b و c در یک صفحه واقع‌اند.

@MrKonkori

۱۴۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۴۲ تا ۴۷ آمار و احتمال

نکتهٔ ۱: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

نکتهٔ ۲: اگر دو پیشامد A و B مستقل از هم باشند، داریم:

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$$

نکتهٔ ۳: $P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)\ ,\ P(B-A)=P(B)-P(B\cap A)$

با توجه به نکات و اطلاعات سؤال داریم:

$$P(A\cup B)=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}-(\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۲})=\frac{۵}{۸}\quad (I)$$

مفهوم پیشامد فقط A یا فقط B به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P(A-B)+P(B-A)=P(A)+P(B)-۲P(A\cap B)=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}-۲(\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۲})=\frac{۱}{۲}\quad (II)$$

بنابراین داریم:

$$\frac{(I)}{(II)}=\frac{\frac{۵}{۸}}{\frac{۱}{۲}}=\frac{۱۰}{۸}=\frac{۵}{۴}$$

۱۴۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱ آمار و احتمال

نکته: برای هر دو پیشامد مستقل A و B داریم: $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

نکته: در فضای نمونه‌ای متناهی با احتمال غیرهم‌شانس، اگر $S=\{S_۱,\cdots,S_n\}$ فضای نمونه‌ای و $A=\{a_۱,a_۲,\cdots,a_k\}$ زیرمجموعهٔ kعضوی از S باشد، داریم:

$$P(a_۱)+P(a_۲)+\cdots+P(a_k)=۱$$

با توجه به نکته داریم:

$$\Rightarrow P(۱)+P(۲)+P(۳)+P(۴)+P(۵)=۱$$

با توجه به رابطهٔ داده‌شده که احتمال اصابت به ناحیهٔ kاُم برابر $x(۲k-۱)$ است، داریم:

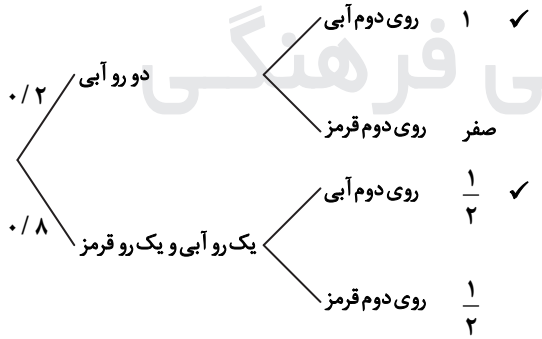
$$\Rightarrow x+۳x+۵x+۷x+۹x=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۲۵}\Rightarrow P(\text{اصابت به ناحیهٔ دوم})=\frac{۳}{۲۵}$$

پیشامد اصابت دارت علی و رضا به ناحیهٔ دوم مستقل از هم هستند و مقدار احتمال آن برابر است با: $\frac{۳}{۲۵}\times\frac{۳}{۲۵}=\frac{۹}{۶۲۵}$

۱۴۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴ آمار و احتمال

نکته: $P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

این سؤال قانون بیز است که می‌توان به‌کمک نمودار درختی آن را ساده‌تر حل کرد:



بنابراین احتمال شرطی خواسته‌شده برابر است با: $P(\text{روی اول آبی}\mid\text{روی دوم آبی})=\frac{۰/۲\times۱}{۰/۲\times۱+۰/۸\times\frac{۱}{۲}}=\frac{۰/۲}{۰/۶}=\frac{۱}{۳}$

۱۴۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۴ و ۵ ریاضیات گسسته

به‌کمک روش «در نظر گرفتن همهٔ حالت‌ها» تمام اعضای مجموعهٔ S را امتحان می‌کنیم:

$$n=۱\Rightarrow\frac{۱\times۴}{۹}\notin\mathbb{Z}\qquad n=۲\Rightarrow\frac{۴\times۹}{۹}=۴\in\mathbb{Z}\qquad n=۳\Rightarrow\frac{۹\times۱۶}{۹}=۱۶\in\mathbb{Z}$$

$$n=۴\Rightarrow\frac{۱۶\times۲۵}{۹}\notin\mathbb{Z}\qquad n=۵\Rightarrow\frac{۲۵\times۳۶}{۹}=۱۰۰\in\mathbb{Z}\qquad n=۶\Rightarrow\frac{۳۶\times۴۹}{۹}=۱۹۶\in\mathbb{Z}$$

بنابراین اعداد ۶،۵،۳،۲ قابل‌قبول هستند، یعنی A حداکثر ۴ جواب دارد.

@MrKonkori

۱۴۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۸۶ تا ۹۸ ریاضیات گسسته

نکته: دامنهٔ میان‌چارکی برابر اختلاف چارک سوم و اول است: $IQR = Q_3 - Q_1$

نکته: در داده‌های مرتب‌شده، میانه را چارک دوم، میانهٔ داده‌های قبل از میانه را چارک اول (Q_1) و میانهٔ داده‌های بعد از میانه را چارک سوم (Q_3) می‌نامیم.

اگر داده‌ها را از نمودار میله‌ای استخراج و به‌صورت مرتب‌شده بنویسیم، داریم:

$$۷,۷,۷,۷,۷,۷,۷,۹,۹,۹,۹,۱۱,۱۱,۱۳$$

حال Q_1، Q_2 و Q_3 را در آن مشخص می‌کنیم:

$$\underbrace{۷,۷,۷,۷,۷,۷,۷}_{Q_1=\frac{۷+۷}{۲}=۷},\ \underbrace{\boxed{۹}}_{Q_2=۹},\ \underbrace{۹,۹,۹,۱۱,۱۱,۱۳}_{Q_3=\frac{۹+۱۱}{۲}=۱۰}$$

دامنهٔ میان‌چارکی این داده‌ها برابر است با: $IQR = Q_3 - Q_1 = ۱۰ - ۷ = ۳$

۱۴۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۱۳ ریاضیات گسسته

نکته: اگر $a \mid b$، آنگاه: $(a,b) = |a|\ ,\ [a,b] = |b|$

با توجه به نکته داریم:

$$(a^۳, a^۵) = |a^۳|$$

ب.م.م دو عبارت $a^۲$ و b عددی است که مقسوم‌علیه هر دو عدد $a^۲$ و b می‌باشد. یعنی اگر:

$$(a^۲, b) = d \Rightarrow d \mid a^۲ \Rightarrow d \mid a^۳ \Rightarrow [d, |a^۳|] = |a^۳|$$

۱۴۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۸ تا ۲۵ ریاضیات گسسته

نکته: اگر a و b به پیمانهٔ m هم‌نهشت باشند، داریم:

$$\begin{cases} a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow a^n \overset{m}{\equiv} b^n & n \in \mathbb{N} \\ a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow ka \overset{m}{\equiv} kb & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

نکته: $m \mid a-b \Leftrightarrow a \overset{m}{\equiv} b$

نکته: $a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow a = mk + b\ (k \in \mathbb{Z})$

مطابق فرض سؤال و نکات داریم:

$$۱۷ \times ۵۰^{۵۰} + a \overset{۴۳}{\equiv} ۰$$

$$\begin{cases} ۵۰ \overset{۴۳}{\equiv} ۷ \quad \text{می‌دانیم} \\ ۷^۳ = ۳۴۳ \overset{۴۳}{\equiv} -۱ \xrightarrow{\text{توان ۱۶}} ۷^{۴۸} \overset{۴۳}{\equiv} ۱ \xrightarrow{\times ۷^۲} ۷^{۵۰} \overset{۴۳}{\equiv} ۴۹ \overset{۴۳}{\equiv} ۶ \end{cases}$$

حال می‌توان نوشت:

$$۱۷ \times ۶ + a \overset{۴۳}{\equiv} ۰ \Rightarrow ۱۰۲ + a \overset{۴۳}{\equiv} ۰ \Rightarrow ۱۶ + a \overset{۴۳}{\equiv} ۰ \Rightarrow a \overset{۴۳}{\equiv} -۱۶ \Rightarrow a = ۴۳k - ۱۶ \xrightarrow{k=۱} a = ۲۷$$

بنابراین کمترین مقدار طبیعی a برابر ۲۷ است.

۱۴۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹ ریاضیات گسسته

نکته: شرط داشتن جواب هر معادلهٔ هم‌نهشتی به فرم $ax \overset{m}{\equiv} b$ آن است که: $(a,m) \mid b$

با توجه به نکته داریم:

$$(a,۱۲) \mid ۳۰ \Rightarrow (a, ۲^۲ \times ۳) \mid ۲ \times ۳ \times ۵ \Rightarrow a \neq ۴k$$

اگر a مضرب ۴ باشد، آنگاه ب.م.م آن با عدد ۱۲ عامل ۴ خواهد داشت و ۳۰ بر ۴ بخش‌پذیر نیست، ولی هر عدد دیگری می‌تواند باشد؛ بنابراین مطابق اصل متمم داریم:

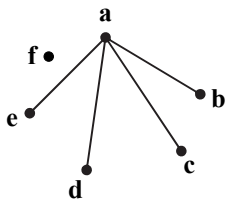
$$\text{تعداد حالات مطلوب} = ۵۰ - \underbrace{\left[\frac{۵۰}{۴}\right]}_{\text{مضارب ۴}} = ۵۰ - ۱۲ = ۳۸$$

@MrKonkori

۱۴۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحهٔ ۳۷ ریاضیات گسسته

نکته: به مجموعه رأس‌هایی از گراف G که به رأس v متصل باشد همسایگی باز رأس v و با $N_G(v)$ نمایش می‌دهیم، همچنین اگر خود رأس v را نیز به آن مجموعه اضافه کنیم به آن همسایگی بسته رأس v گفته می‌شود و با $N_G[v]$ نمایش می‌دهیم.

نکته: هر زیرگراف از گراف G، گرافی است که هم مجموعه رأس‌های آن و هم مجموعه یال‌های آن زیرمجموعهٔ مجموعه رأس و یال‌های گراف G باشند.



وقتی همسایهٔ بسته رأس f تنها خود رأس f است، یعنی رأس f از درجه صفر است و با توجه به درجه رأس a، ۴ یال ae, ad, ac, ab را همواره داریم ولی یال‌های ce, ed, be, cd, bd, bc نیز می‌توانند رسم شوند و هم رسم نشوند، یعنی هر ۶ یال باقی‌مانده دو حالتی هستند، پس مطابق اصل ضرب $۲^۶ = ۶۴$ حالت برای رسم این ۶ یال وجود دارد که همان تعداد زیرگراف‌های خواسته‌شده است.

۱۵۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۳۳ تا ۵۱ ریاضیات گسسته

نکتهٔ ۱: در هر گراف r- منتظم از مرتبهٔ p و q یال، داریم: $rp = ۲q$

نکتهٔ ۲: تعداد یال‌های هر گراف کامل p رأسی برابر است با: $q = \frac{p(p-۱)}{۲}$

با توجه به نکتهٔ ۱، در این گراف ۴- منتظم، داریم:

$$۴p = ۲q \Rightarrow q = ۲p$$

از طرفی مطابق نکتهٔ ۲ داریم:

$$۲p + ۱۲ = \frac{p(p-۱)}{۲} \Rightarrow ۴p + ۲۴ = p^۲ - p \Rightarrow p^۲ - ۵p - ۲۴ = ۰ \Rightarrow (p-۸)(p+۳) = ۰ \Rightarrow p = ۸$$

در گراف کامل مرتبهٔ ۸ همواره $\Delta = \delta = p - ۱ = ۷$ و عدد احاطه‌گری نیز همیشه برابر ۱ است، پس:

$$\Delta(G) + \delta(G) + \gamma(G) = ۷ + ۷ + ۱ = ۱۵$$

۱۵۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲ آمار و احتمال

نکتهٔ ۱: در هر جامعهٔ نامتناهی انحراف‌معیار جامعه تقسیم بر جذر اندازهٔ نمونه برابر است با انحراف‌معیار میانگین:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

نکتهٔ ۲: اگر نمونهٔ تصادفی به‌اندازهٔ n در اختیار داشته باشیم، با اطمینان بیش از ۹۵٪ می‌توانیم بگوییم:

$$\bar{x} - \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x} + \frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}$$ (در این رابطه μ میانگین جامعه، $\bar{x}$ میانگین نمونه و σ انحراف‌معیار جامعه است.)

با توجه به نکتهٔ ۱ داریم:

$$۰/۲ = \frac{\sigma}{\sqrt{۶۴}} \Rightarrow \sigma = ۱/۶$$

با توجه به نکتهٔ ۲ داریم:

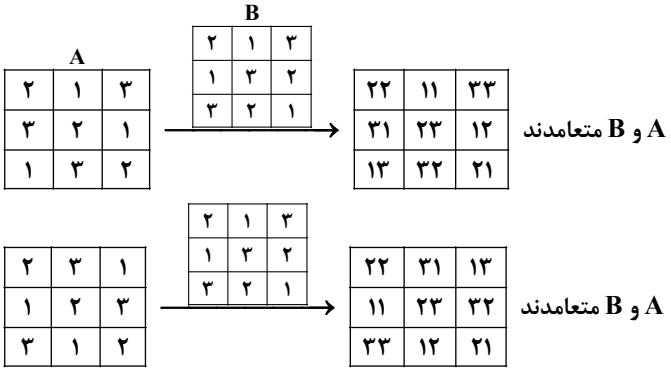
$$۲۰ - \frac{۲\times ۱/۶}{۸} \le \mu \le ۲۰ + \frac{۲\times ۱/۶}{۸} \Rightarrow ۲۰ - ۰/۴ \le \mu \le ۲۰ + ۰/۴ \Rightarrow ۱۹/۶ \le \mu \le ۲۰/۴$$

بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ است.

۱۵۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۶۴ ریاضیات گسسته

نکته: اگر A و B دو مربع لاتین هم‌مرتبه باشند به‌طوری که از کنار هم قرار دادن درایه‌های نظیر این دو مربع، مربع جدیدی از همان مرتبه حاصل شود و اعداد ۲رقمی ساخته شده «یکان از A و دهگان از B» تکراری نباشند، آنگاه A و B دو مربع لاتین متعامدند.

با توجه به نکته، دو مربع لاتین A زیر را می‌توان در نظر گرفت که با مربع لاتین B متعامد باشند:



@MrKonkori

۱۵۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۵۶ تا ۶۱ ریاضیات گسسته

نکته: فرض کنیم $A \neq \varnothing$ یک مجموعه و A_1، A_2 و ... و A_n زیرمجموعه‌های A باشند، مجموعهٔ A بـه n زیرمجموعـهٔ A_1، A_2، ... و A_n افراز شده است، هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد:

$$I)\ \forall 1 \le i \le n\ ;\ A_i \neq \varnothing \qquad II)\ \forall i,j (i \neq j\ ;\ A_i \cap A_j = \varnothing) \qquad III)\ A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^{n} A_i = A$$

به دو شکل مقابل می‌توان یک مجموعهٔ ۶عضوی را به دو زیرمجموعه با حداقل ۲ عضو افراز کرد، یکی مجموعه‌های دو و چهارعضوی و دیگری دو زیرمجموعهٔ ۳عضوی و تعداد افرازهای ساخته‌شده روی آن‌ها برابر است با:

برای هر حالت، تعداد حالات را به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l} \text{یک مجموعهٔ ۲عضوی و یک مجموعهٔ ۴عضوی (حالت اول}: \binom{6}{2}\times\binom{4}{4} = 15 \\ \text{دو مجموعهٔ ۳عضوی (حالت دوم}: \dfrac{\binom{6}{3}\times\binom{3}{3}}{2!} = 10 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{کل حالات} = 15+10 = 25$$

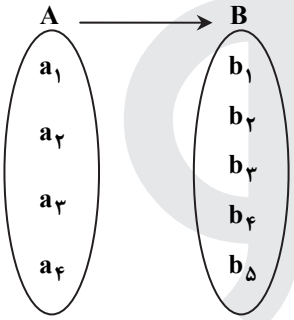
دقت کنید که در حالت دوم مجموعهٔ ۳عضوی نصف حالات ما تکراری می‌شود و به همین جهت تقسیم بر ۲ شده است.

۱۵۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۷۴ تا ۷۹ ریاضیات گسسته

نکته: در این گونه مسائل مفهوم به هر نفر حداکثر یک جایزه برسد تابع یک‌به‌یک و مفهوم به هر نفر حداقل یک جایزه برسد مفهوم تابع پوشا است.

نکته: تعداد حالت‌های توزیع nشیء مختلف بین k نفر به‌طرزی که به هر نفر حداکثر یک جایزه برسد با تعداد توابع یک‌به‌یک از یک مجموعهٔ nعضوی به مجموعهٔ kعضوی برابر است که با فرمول $P(k,n)$ محاسبه می‌شود.

با توجه به صورت سؤال، ما جوایز را a_1، a_2، a_3 و a_4 و نفرات را b_1 تا b_5 در نظر می‌گیریم. داریم:



$$\underset{a_1}{\boxed{5}} \times \underset{a_2}{\boxed{4}} \times \underset{a_3}{\boxed{3}} \times \underset{a_4}{\boxed{2}} = P(5,4) = \frac{5!}{1!} = 120$$

۱۵۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵ ریاضیات گسسته

نکته (اصل لانه کبوتری): اگر m کبوتر و n لانه داشته باشیم و $m > n$ و همهٔ کبوترها درون لانه‌ها قرار بگیرند در این صورت لانه‌ای وجـود دارد که حداقل دو کبوتر در آن قرار دارد.

اگر کل اعضای این مجموعه را به‌صورت زیرمجموعه‌های دوعضوی و یک‌عضوی به‌شکل زیر تقسیم کنیم، داریم:

$$\{1,6\},\{2,7\},\{3,8\},\{4,9\},\{5,10\},\{11\},\{12\}$$

در بدترین حالت یا همان مطمئن‌ترین حالت اگر از هرکدام از آن‌ها یک عضو برداریم مثلاً $\{1,2,3,4,5,11,12\}$ تفاضل هیچ‌کدام از آن‌ها ۵ نمی‌شود اما انتخاب عضوی دیگر لزوماً مطابق اصل لانه کبوتری «هفت لانه و هشت کبوتر» باعث می‌شـود دوتـای آن‌هـا در یـک مجموعـهٔ دوعضوی باشند و تفاضل آن‌ها عدد ۵ شود.

پس اگر هشت عضو انتخاب شود قطعاً تفاضل دو تای آن‌ها ۵ خواهد شد.

فیزیک

۱۵۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحهٔ ۱۴ فیزیک ۱

در وسایل اندازه‌گیری دیجیتال، مقدار خطا هم‌اندازهٔ دقت وسیله یعنی کوچک‌ترین مرتبهٔ (ارزش مکانی) عدد اندازه‌گیری‌شده در نظر گرفته می‌شود. در اینجا پایین‌ترین ارزش مکانی مربوط به رقم ۴ و از مرتبهٔ صدم kg است.

۱۵۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۴۵ فیزیک ۱

$$E_A = E_B \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \Rightarrow \frac{1}{2}\times 900 + 10h_A = \frac{1}{2}\times 400 + 10\times 80$$

$$\Rightarrow 45 + h_A = 20 + 80 \Rightarrow h_A = 55\,m$$

کمترین تندی مربوط به بالاترین نقطهٔ مسیر یعنی نقطهٔ C است:

$$E_C = E_B \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \Rightarrow \frac{1}{2}\times v_C^2 + 10\times 95 = \frac{1}{2}\times 20^2 + 10\times 80 \Rightarrow \frac{1}{2}v_C^2 = 50 \Rightarrow v_C = 10\,\frac{m}{s}$$

دقت کنید تندی در نقطهٔ C صفر نیست (بردار سرعت افقی است، یعنی $v_x \neq 0$ و $v_y = 0$)؛ پس با توجه به گزینه‌ها، پس از حساب‌کـردن $h_A = 55\,m$، معلوم بود که گزینهٔ ۳ درست است.

@MrKonkori

۱۵۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۴۰ و ۵۱ فیزیک ۱

کاری که دستگاه در هر دقیقه برای بالا بردن این افراد انجام می‌دهد:

$$W = mg\Delta h = ۱۵\times۸۰\times۱۰\times۹ = ۸\times۹\times۱۵\times۱۰^۲\ J$$

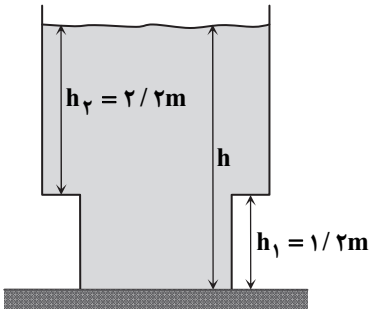
انرژی الکتریکی مصرفی دستگاه در هر دقیقه برابر است با:

$$E_{\text{ورودی}} = \bar{P}\cdot t = ۳\times۱۰^۳\times۶۰ = ۱۸\times۱۰^۴ J$$

$$Ra = \frac{W}{E_{\text{ورودی}}} = \frac{۸\times۹\times۱۵\times۱۰^۲}{۱۸\times۱۰^۴} = \frac{۴\times۱۵}{۱۰^۲} = ۰/۶$$

بازده دستگاه ۶۰ درصد است.

۱۵۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۷۲ فیزیک ۱



حجم آب درون استوانهٔ پایینی: $V_۱ = A_۱h_۱ = \frac{۲}{۳}\times۱/۲ = ۰/۸ m^۳$

حجم آب درون استوانهٔ بالایی: $V_۲ = ۵/۲ - ۰/۸ = ۴/۴ m^۳$

$$V_۲ = A_۲h_۲ \Rightarrow ۴/۴ = ۲h_۲ \Rightarrow h_۲ = ۲/۲ m$$

$$h = h_۱ + h_۲ = ۱/۲ + ۲/۲ = ۳/۴ m$$

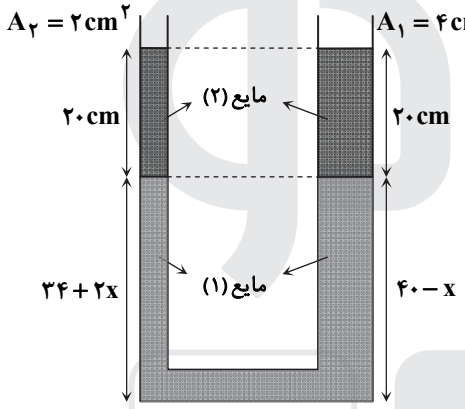
ابتدا فشار ناشی از $۳/۴ m$ ستون آب را برحسب سانتی‌متر جیوه به‌دست می‌آوریم:

$$(\rho gh)_{\text{آب}} = (\rho gh)_{\text{جیوه}} \Rightarrow \rho_{\text{آب}}h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}}h_{\text{جیوه}} \Rightarrow ۱\times۳/۴ = ۱۳/۶\times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{۱}{۴}m = ۲۵cm \Rightarrow P_{\text{آب}} = ۲۵ cmHg$$

حالا فشار کل در کف مخزن را به‌دست می‌آوریم: $P_{\text{کل}} = P_{\circ} + P_{\text{آب}} = ۷۰ + ۲۵ = ۹۵ cmHg$

۱۶۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحهٔ ۷۳ فیزیک ۱



برای آنکه سطح آزاد مایع در دو طرف هم‌تراز شود، لازم است وضعیت مطابق شکل مقابل باشد. (چرا؟)

اگر سطح مایع (۱) در شاخهٔ سمت راست x سانتی‌متر پایین برود، در شاخهٔ سمت چپ باید به‌اندازهٔ $۲x$ بالا برود.

حجم مایع (۱) ثابت است. $\Rightarrow A_۲x_۲ = A_۱x_۱ \Rightarrow x_۲ = ۲x_۱$

$$۳۴ + ۲x = ۴۰ - x \Rightarrow ۳x = ۶ \Rightarrow x = ۲cm$$

ارتفاع سطح آزاد مایع تا کف لوله: $h = ۲۰ + \underbrace{۴۰-x}_{۳۸} = ۵۸cm$

۱۶۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۷۹ و ۸۰ فیزیک ۱

■ نیروی وارد بر کف ظرف‌ها در هر دو حالت برابر است با وزن آب به علاوهٔ وزن مکعب؛ بنابراین $F_۱ = F_۲$ است.

■ در ظرف (۱)، حجم آب جابه‌جاشده به‌اندازه‌ای است که وزن آن (آب) برابر وزن مکعب شود؛ یعنی در حدود ۲ لیتر آب جابه‌جا شده است؛ ولی در ظرف (۲)، حجم آب جابه‌جاشده به‌اندازهٔ حجم مکعب آهنی است. چون چگالی آهن بیشتر از آب است، پس جرم آب جابه‌جاشده کمتر از ۲ کیلوگرم و در نتیجه حجم آن کمتر از حدود ۲ لیتر خواهد بود.

با توجه به اینکه دو تا ظرف کاملاً مشابه هستند، ارتفاع $h_۲$ کمتر از ارتفاع $h_۱$ خواهد بود.

۱۶۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۰۶، ۱۰۹ و ۱۱۴ فیزیک ۱

دقت کنید جرم آب در انتهای آزمایش ۸۵۰ گرم است، یعنی فقط ۲۵۰ گرم یخ ذوب شده است و بقیهٔ آن جامد مانده، پس دمای تعادل مجموعه، صفر درجهٔ سلسیوس است.

$$(\theta_۱ \text{ یخ } ۲kg) \xrightarrow{Q_۱=(mc\Delta\theta)_{\text{یخ}}} (۰^\circ C \text{ یخ } ۲kg)$$

$$(۰^\circ C \text{ گرم یخ } ۲۵۰) \xrightarrow{Q_۲=mL_F} (۰^\circ C \text{ گرم آب } ۲۵۰)$$

$$(۴۰^\circ C \text{ گرم آب } ۶۰۰) \xrightarrow{Q_۳=(mc\Delta\theta)_{\text{آب}}} (۰^\circ C \text{ گرم آب } ۶۰۰)$$

$$Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ = ۰ \Rightarrow ۲\times۲۱۰۰\times(۰-\theta_۱) + ۲۵۰\times۳۳۶ + ۶۰۰\times۴/۲\times(۰-۴۰) = ۰$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم بر } ۴/۲} -۱۰۰۰\theta_۱ + (۲۵۰\times۸۰) + (-۴۰\times۶۰۰) = ۰ \Rightarrow \theta_۱ = \frac{۶\times۴\times۱۰^۳ - ۲\times۱۰^۴}{-۱۰۰۰} = -۴^\circ C$$

۱۶۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۱ فیزیک ۱

$$\left.\begin{array}{l}\Delta A = A_۱\times۲\alpha\times\Delta\theta \\ \Delta V = V_۱\times۳\alpha\times\Delta\theta\end{array}\right\} \xrightarrow{\substack{\frac{\Delta A}{A_۱\Delta\theta}=۲\alpha \\ \frac{\Delta V}{V_۱\Delta\theta}=۳\alpha}} \frac{۶}{۲\times۱۰۰\times۱۵۰} = \frac{\Delta V}{۸۰۰۰\times۳\times۶۰} \Rightarrow \Delta V = ۲۸۸ cm^۳$$

@MrKonkori

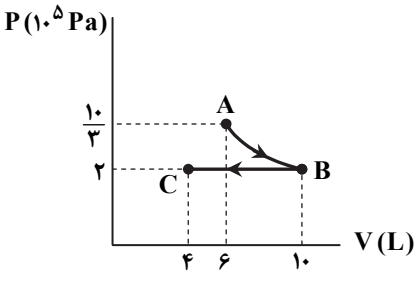
۱۶۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۱۳۵ فیزیک ۱

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT}\ ,\ n_۲ = \frac{m_۲}{M_۲} = \frac{۱۶۰}{۳۲} = ۵\,mol$$

$$\frac{P_۱V_۱}{RT_۱} + n_۲ = \frac{PV}{RT} \Rightarrow \frac{۴\times۱۰^۵\times۲۰\times۱۰^{-۳}}{۸\times(۲۷۳+۱۲۷)} + ۵ = \frac{۳/۵\times۱۰^۵\times(V_۲+۲۰)\times۱۰^{-۳}}{۸\times(۲۷۳+۷)} \Rightarrow \frac{۸۰۰۰}{۸\times۴۰۰} + ۵ = \frac{۳۵۰\times(V_۲+۲۰)}{۸\times۲۸۰}$$

$$\Rightarrow ۷/۵\times۸\times۲۸۰ = ۳۵۰\times(V_۲+۲۰) \Rightarrow V_۲ + ۲۰ = \frac{۸\times۷/۵\times۴}{۵} = ۴۸ \Rightarrow V_۲ = ۲۸\,L$$

۱۶۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۴۸ و ۱۵۳ فیزیک ۱



فرایند AB هم‌دما و فرایند BC هم‌فشار است. در فرایند AB، حجم گاز افزایش و فشار کاهش می‌یابد و سپس در فرایند BC، حجم و دمای گاز کم می‌شوند (رد گزینه‌های ۱ و ۴).

$$PV = nRT$$

$$\text{در نقطهٔ A}: P_A\times۶\times۱۰^{-۳} = ۰/۵\times۸\times۵۰۰ \Rightarrow P_A = \frac{۱۰}{۳}\times۱۰^۵\,Pa$$

$$P_AV_A = P_BV_B \Rightarrow \frac{۱۰}{۳}\times۱۰^۵\times۶\times۱۰^{-۳} = P_B\times۱۰\times۱۰^{-۳} \Rightarrow P_B = ۲\times۱۰^۵\,Pa$$

۱۶۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۵۴ و ۱۵۷ فیزیک ۱

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = ۰ \Rightarrow Q_{\text{کل}} + W_{\text{کل}} = ۰ \Rightarrow W_{\text{کل}} = -(Q_{AB} + Q_{BC} + \cancel{Q_{CA}}^{\,۰})$$

$$\Rightarrow W_{\text{کل}} = -(\frac{۵}{۲}P\Delta V + \frac{۳}{۲}V\Delta P) = -\left[\frac{۵}{۲}\times۴۶۰\times۱۸ + \frac{۳}{۲}\times۳۰\times(-۳۶۰)\right] = -۲۰۷۰۰ + ۱۶۲۰۰ = -۴۵۰۰\,J = -۴/۵\,kJ$$

گاز در هر چرخه ۴/۵ کیلوژول کار انجام می‌دهد.

۱۶۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۱۶۵ فیزیک ۱

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{۱۲۰۰}{۳۰۰۰} = \frac{۲}{۵}$$

$$\eta \le ۱ - \frac{T_L}{T_H} \Rightarrow ۱ - \frac{T_L}{T_H} \ge \frac{۲}{۵} \Rightarrow \frac{T_L}{T_H} \le \frac{۳}{۵}$$

گزینهٔ ۱:

$$\left.\begin{array}{l} T_L = ۲۷۳+۱۲۷ = ۴۰۰\,K \\ T_H = ۲۷۳+۳۲۷ = ۶۰۰\,K \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{T_L}{T_H} = \frac{۴۰۰}{۶۰۰} = \frac{۲}{۳}$$ نادرست

گزینهٔ ۲:

$$\left.\begin{array}{l} T_L = ۲۲۷+۲۷۳ = ۵۰۰\,K \\ T_H = ۴۲۷+۲۷۳ = ۷۰۰\,K \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{T_L}{T_H} = \frac{۵۰۰}{۷۰۰} = \frac{۵}{۷}$$ نادرست

گزینهٔ ۳:

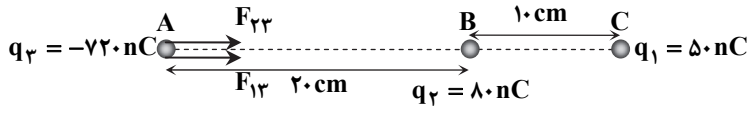
$$\left.\begin{array}{l} T_L = ۱۲۷+۲۷۳ = ۴۰۰\,K \\ T_H = ۵۲۷+۲۷۳ = ۸۰۰\,K \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{T_L}{T_H} = \frac{۴۰۰}{۸۰۰} = \frac{۱}{۲}$$ درست

گزینهٔ ۴:

$$\left.\begin{array}{l} T_L = ۲۲۷+۲۷۳ = ۵۰۰\,K \\ T_H = ۵۲۷+۲۷۳ = ۸۰۰\,K \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{T_L}{T_H} = \frac{۵۰۰}{۸۰۰} = \frac{۵}{۸}$$ نادرست

۱۶۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۶ و ۸ فیزیک ۲

نیروی خالص وارد بر بار $q_۱$ صفر است، پس $F_{۳۱}$ به‌اندازهٔ $F_{۲۱}$ و در خلاف جهت آن است؛ بنابراین $q_۳$ منفی است:



$$F = \frac{k|q||q'|}{r^۲} \Rightarrow \frac{k|q_۳||q_۱|}{(۰/۳)^۲} = \frac{k|q_۲||q_۱|}{(۰/۱)^۲} \Rightarrow |q_۳| = ۹|q_۲| = ۷۲۰\,nC \Rightarrow q_۳ = -۷۲۰\,nC$$

$$F_۳ = F_{۲۳} + F_{۱۳} = ۹\times۱۰^۹\times۷۲۰\times۱۰^{-۹}\times۱۰^{-۹}\times(\frac{۸۰}{(۰/۲)^۲} + \frac{۵۰}{(۰/۳)^۲}) = ۹\times۷۲۰\times۱۰^{-۹}\times(\frac{۸۰۰۰}{۴} + \frac{۵۰۰۰}{۹}) = ۱/۶۵۶\times۱۰^{-۲}\,N$$

@MrKonkori

۱۶۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۲۳ فیزیک ۲

در محاسبهٔ انرژی پتانسیل الکتریکی و کار میدان، مسیر انتقال بار مهم نیست و فقط اندازهٔ جابه‌جایی در امتداد میدان مهم است کـه در اینجا $۳۰\,cm$ است. ضمناً پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A از نقطهٔ C بیشتر است، زیرا جهت خط‌های میدان از پتانسیل الکتریکی بیشتر بـه کمتر است:

$$\Delta U = q\cdot\Delta V = q(V_C - V_A) = -۲۰\times۱۰^{-۹}\times(-۲\times۱۰^{+۶}\times ۰/۳) = ۱۲\times۱۰^{-۳}\,J = ۱۲\,mJ$$

ΔU مثبت است، یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی زیاد می‌شود.

۱۷۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۳۳ و ۳۶ فیزیک ۲

راه‌حل اول:

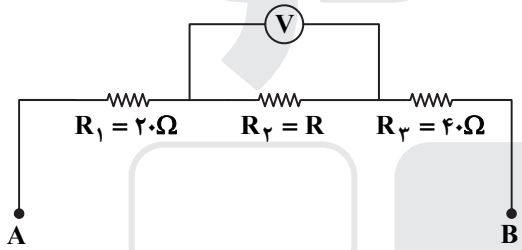
$$\left.\begin{array}{l} C=\dfrac{\kappa\varepsilon_\circ A}{d} \\ C_۲ = ۲C_۱ \\ \kappa_۲ = ۳\kappa_۱ \\ A_۲ = A_۱ \end{array}\right\} \Rightarrow ۲ = \frac{۳\times۱}{(\frac{d_۲}{d_۱})} \Rightarrow \frac{d_۲}{d_۱} = \frac{۳}{۲}$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{d_۲}{d_۱} = \dfrac{۳}{۲} \\ Q = CV \Rightarrow ۵ = ۲\times\dfrac{V_۲}{V_۱} \Rightarrow \dfrac{V_۲}{V_۱} = \dfrac{۵}{۲} \end{array}\right\} \xrightarrow{E=\frac{V}{d}} \frac{E_۲}{E_۱} = \frac{\frac{۵}{۲}}{\frac{۳}{۲}} = \frac{۵}{۳}$$

راه‌حل دوم:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{\frac{Q}{C}}{d} = \frac{Q}{Cd} = \frac{Q}{\frac{\kappa\varepsilon_\circ A}{d}\cdot d} = \frac{Q}{\kappa\varepsilon_\circ A} \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = \frac{\frac{Q_۲}{Q_۱}}{\frac{\kappa_۲}{\kappa_۱}\cdot\frac{A_۲}{A_۱}} = \frac{۵}{۳\times۱} = \frac{۵}{۳}$$

۱۷۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۶۷ و ۷۰ فیزیک ۲



$$V_۱ + V_۲ + V_۳ = V_{AB} \Rightarrow V_۱ + ۲۰ + V_۳ = ۲۰۰\,V$$

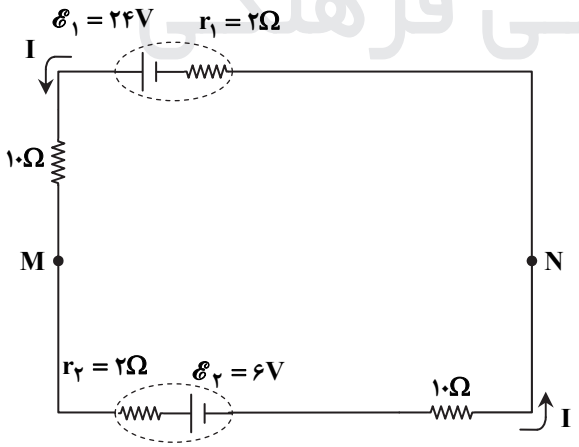
$$\Rightarrow V_۱ + V_۳ = ۱۸۰\,V \xrightarrow[V_۳ = R_۳I = ۴۰I]{V_۱ = R_۱I = ۲۰I} V_۱ + ۲V_۱ = ۱۸۰$$

$$\Rightarrow V_۱ = ۶۰\,V$$

$$U = P\cdot\Delta t = \frac{V^۲}{R}\cdot\Delta t = \frac{۶۰\times۶۰}{۲۰}\times(۵\times۶۰) = ۵۴۰۰۰\,J$$

۱۷۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحهٔ ۶۶ فیزیک ۲

از ولت‌سنج آرمانی جریانی عبور نمی‌کند، پس مسیر عبـور جریـان به‌ترتیب زیر است:

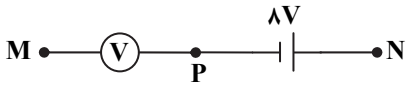


$$I = \frac{۲۴-۶}{۲+۱۰+۲+۱۰} = \frac{۱۸}{۲۴} = \frac{۳}{۴}\,A$$

$$V_M - ۲I - ۶ - ۱۰I = V_N$$

$$\Rightarrow V_M - ۱۲\times\frac{۳}{۴} - ۶ = V_N \Rightarrow V_N = V_M - ۱۵ \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

چون در شاخهٔ ولت‌سنج هیچ جریانی نداریم، دو سر مقاومت‌های ۱Ω و ۵Ω هم‌پتانسیل است $(V = IR = ۰\times R = ۰)$:



$$V_P = V_N - ۸ \xrightarrow{\text{رابطهٔ (۱)}} V_P = V_M - ۱۵ - ۸ = V_M - ۲۳$$

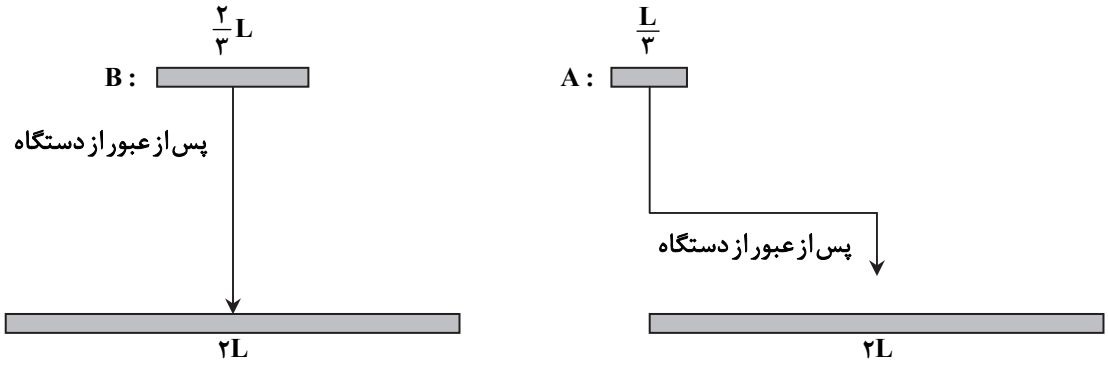
ولت‌سنج اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ M و P یعنی ۲۳ ولت را نشان می‌دهد.

موسسه آموزشی فرهنگ

@MrKonkori

۱۷۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۵۲ فیزیک ۲

وقتی طول یک قطعه سیم را بدون تغییر جرم، k برابر می‌کنیم، مساحت مقطع آن $\frac{1}{k}$ برابر می‌شود (جرم و حجم ثابت است) و مقاومت الکتریکی آن k^2 برابر می‌شود. اگر دو قطعهٔ ایجادشده را A و B بنامیم، داریم:



پس از عبور از دستگاه، طول قطعهٔ B سه برابر می‌شود، یعنی مقاومت آن 3^2 برابر می‌شود: $R_2 = 9R_B \xrightarrow{R=\rho\frac{L}{A}} R_2 = 9\times\frac{2}{3}R = 6R$

پس از عبور از دستگاه، طول قطعهٔ A شش برابر می‌شود، یعنی مقاومت آن 6^2 برابر می‌شود:

$$R_1 = 36R_A \xrightarrow{R=\rho\frac{L}{A}} R_1 = 36\times\frac{1}{3}R = 12R$$

$$\left.\begin{matrix}\frac{R_1}{R}=12\\ \frac{R_2}{R}=6\end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{R_1-R_2}{R}=6$$

۱۷۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۵۹ و ۶۰ فیزیک ۲

با تابش نور بر LDR، مقاومت آن کم می‌شود، پس مقاومت معادل مدار هم کم می‌شود و در نتیجه جریان کل مدار افزایش می‌یابد. بنابراین عدد آمپرسنج زیاد می‌شود و در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر باتری مطابق رابطهٔ $V = \mathscr{E} - rI$ کاهش می‌یابد. با کاهش مقاومت LDR، جریان در شاخهٔ موازی با آن کم می‌شود و شدت نور LED کاهش می‌یابد و توان مصرفی مقاومت R نیز کم می‌شود.

۱۷۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳ فیزیک ۲

۱۷۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۱۰۰ فیزیک ۲

$$B = \mu_\circ \frac{NI}{L} = 4\pi\times10^{-3}\times\frac{120}{\pi}\times\frac{0/8}{0/5} = \frac{480\times8}{5}\times10^{-3} = 7/68\times10^{-1}\,G$$

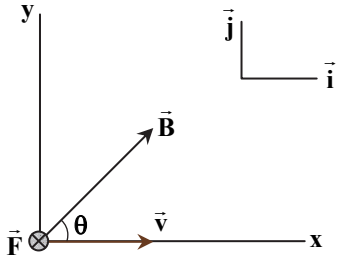
$$N = \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط هر حلقه}} = \frac{600}{5\pi} = \frac{120}{\pi}$$

۱۷۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحهٔ ۹۵ فیزیک ۲

جهت میدان مغناطیسی حاصل از هر دو سیم در فاصلهٔ بین دو سیم، به‌صورت درون‌سو (⊗) است؛ پس طبق قاعدهٔ دست راست، جهت جریان‌ها به‌صورت I_1: ↑ و I_2: ↓ است.

۱۷۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۸۹ فیزیک ۲

با توجه به جهت $\vec{v}$ و $\vec{B}$ و منفی بودن بار ذره، جهت $\vec{F}$ به‌طرف داخل صفحه است؛ یعنی درون‌سو (⊗)؛ پس بردار شتاب هم درون‌سو (⊗) است.

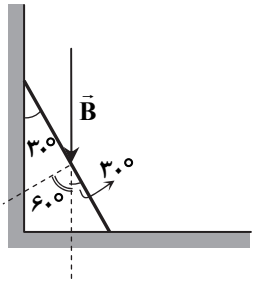


$$F = |q|\,v\underbrace{B\sin\theta}_{B_y} \Rightarrow F = 5\times10^{-8}\times4\times10^{5}\times4\times10^{-2} = 8\times10^{-4}\,N$$

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{8\times10^{-4}}{0/2\times10^{-3}} = 4\,\frac{m}{s^2}$$

۱۷۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۳ فیزیک ۲

زاویهٔ میان خطوط میدان و نیم‌خط عمود بر سطح قاب در یک حالت ۶۰° و در حالت دیگر ۱۲۰° است.



$$\left.\begin{matrix}|\bar{\mathscr{E}}| = \left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|\\ \Phi = BA\cos\theta\end{matrix}\right\} \Rightarrow |\bar{\mathscr{E}}| = \left|\frac{2000\times3000\times10^{-4}\times(0/08\times(-\frac{1}{2})-0/04\times\frac{1}{2})}{0/5}\right| = 72\,V$$

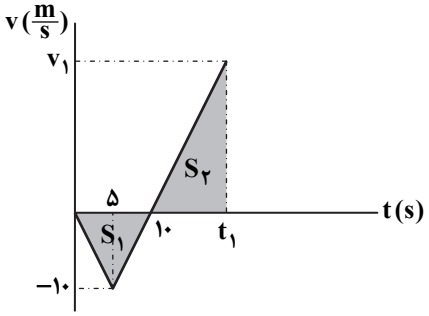
@MrKonkori

۱۸۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۱۲۳ فیزیک ۲

دورهٔ تناوب $T = ۰/۱۲s$ است. با توجه به اینکه دورهٔ تناوب برای نیروی محرکهٔ القایی و شار مغناطیسی یکسان است، داریم:

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_{max}Sin(\frac{۲\pi}{T}t) \Rightarrow \mathscr{E}_{(t=۰/۰۷s)} = ۱۰۰۰\times Sin(\frac{۲\pi\times ۰/۰۷}{۰/۱۲}) = ۱۰۰۰\times(-\frac{۱}{۲}) = -۵۰۰V \Rightarrow |\mathscr{E}_{(t=۰/۰۷s)}| = ۵۰۰V$$

۱۸۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۹ و ۲۰ فیزیک ۳



مساحت زیر نمودار سرعت- زمان $= \Delta x$

$$\Rightarrow ۳۷۰-۲۰ = -S_۱ + S_۲ \Rightarrow ۳۵۰ = \frac{-۱۰\times ۱۰}{۲} + S_۲ \Rightarrow S_۲ = ۴۰۰m$$

توجه کنید که شیب خط در مدت $t = ۵s$ تا $t = t_۱$ ثابت و برابر با ۲ است؛ پس داریم:

$$۴۰۰ = \frac{(t_۱-۱۰)\times ۲(t_۱-۱۰)}{۲} \Rightarrow (t_۱-۱۰)^۲ = ۴۰۰$$

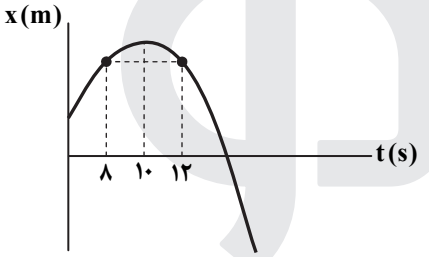
$$\Rightarrow t_۱-۱۰ = ۲۰ \Rightarrow t_۱ = ۳۰s$$

۱۸۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۱۵ و ۱۷ فیزیک ۳

$$\Delta x = v_{av}\cdot\Delta t \Rightarrow ۰ = \frac{v(۱۲)+v(۸)}{۲}\times ۴ \Rightarrow v(۱۲)+v(۸) = ۰ \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

$$v = at + v_۰ \xrightarrow{\text{رابطهٔ (۱)}} (-۲\times ۸ + v_۰) + (-۲\times ۱۲ + v_۰) = ۰ \Rightarrow -۱۶ + v_۰ - ۲۴ + v_۰ = ۰ \Rightarrow v_۰ = ۲۰\frac{m}{s}$$

با توجه به تقارن سهمی مقابل (نمودار مکان- زمان) و با توجه به اینکه $x(۱۲) = x(۸)$ است، می‌توان گفت رأس سهمی در $t = ۱۰s$ است؛ یعنی $v(۱۰) = ۰$ و به این ترتیب $v_۰$ ساده‌تر به‌دست می‌آمد.



$$v = at + v_۰$$

$$\Rightarrow -۲\times ۱۰ + v_۰ = ۰ \Rightarrow v_۰ = ۲۰\frac{m}{s}$$

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ = -t^۲ + ۲۰t + x_۰$$

$$\ell = |x(۱۰)-x(۰)| + |x(۲۰)-x(۱۰)| = ۲|x(۱۰)-x(۰)|$$

$$\Rightarrow \ell = ۲\times(-۱۰۰+۲۰۰) = ۲۰۰m$$

۱۸۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۵ و ۱۷ فیزیک ۳

- حرکت متحرک A با شتاب ثابت انجام می‌شود و شتاب آن صفر نیست. حرکت متحرک B بدون شتاب است؛ پس شتاب متوسط آن‌ها در هیچ بازهٔ زمانی برابر نیست.
- جابه‌جایی و سرعت متوسط دو متحرک در مدت $t = ۰$ تا $t = ۱۳s$ برابر است.
- در یک حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در مدت $t_۱$ تا $t_۲$ برابر است با سرعت لحظه‌ای در وسط بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$. یعنی در اینجا برای متحرک A می‌توان گفت که سرعت در لحظهٔ $t = ۶/۵s$ با سرعت متوسط در مدت $t = ۰$ تا $t = ۱۳s$ برابر است و آن هم با v_B برابر است.

$$t = t_۱ \text{ تا } t = t_۲ \text{ سرعت متوسط در مدت: } v_{av} = \frac{v(t_۱)+v(t_۲)}{۲} = \frac{(at_۱+v_۰)+(at_۲+v_۰)}{۲}$$

$$\Rightarrow a(\frac{t_۱+t_۲}{۲}) + v_۰ = v(\frac{t_۱+t_۲}{۲}) = \text{سرعت در لحظهٔ وسط } t_۱ \text{ و } t_۲$$

۱۸۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۱۸ فیزیک ۳

ابتدا تندی متحرک ۳ ثانیه پس از عبور از نقطهٔ A را حساب می‌کنیم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v_{(۳)} = ۴\times ۳ + ۱۰ = ۲۲\frac{m}{s}$$

$$v_B^۲ - v_{(۳)}^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۳۰^۲ - ۲۲^۲ = ۲\times ۴\times\Delta x$$

$$\Rightarrow (۳۰-۲۲)(۳۰+۲۲) = ۸\Delta x \Rightarrow ۸\times ۵۲ = ۸\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۵۲m$$

۱۸۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحهٔ ۴۳ فیزیک ۳

حالت اول: $F_۱ - mg = ۰ \Rightarrow F_۱ = mg \Rightarrow kx_۱ = ۱۰m$

حالت دوم: $F_۲ - mg = ma \Rightarrow F_۲ = mg + ma \Rightarrow kx_۲ = ۱۲m$

حالت سوم: $F_۳ - mg\mu_k = ma \Rightarrow F_۳ = mg\mu_k + ma \Rightarrow kx_۳ = ۵m$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} k(x_۲-x_۱) = ۲m \\ k(x_۱-x_۳) = ۵m \end{matrix}\right\} \Rightarrow x_۱ - x_۳ = \frac{۵}{۲}(x_۲-x_۱) \Rightarrow ۶۵ - \ell_۳ = \frac{۵}{۲}\times(۶۷-۶۵) \Rightarrow \ell_۳ = ۶۰cm$$

@MrKonkori

۱۸۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۳۸ فیزیک ۳

وقتی آسانسور به‌صورت تندشونده پایین می‌رود، جهت شتاب به‌طرف پایین است، پس جهت نیروی خالص هم به‌طرف پایین است.

وقتی آسانسور با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^۲}$ به‌صورت تندشونده پایین می‌رود: $F_{net}=mg-F_N=ma \Rightarrow ۱۰m-F_N=۴m \Rightarrow F_N=۶m$

در حالت دوم $F_N=۱۲m$ یعنی بیشتر از mg است، یعنی شتاب آسانسور به‌طرف بالا است. به‌طرف بالا بودن شتاب در یکی از دو حالت زیر رخ می‌دهد:

۱) حرکت تندشونده رو به بالا ۲) حرکت کندشونده به‌طرف پایین

البته در هر دو صورت، نیروی خالص وارد بر شخص (جسم) رو به بالا است: $F_{net}=F_N-mg=ma \Rightarrow ۱۲m-۱۰m=ma \Rightarrow a=۲\frac{m}{s^۲}$

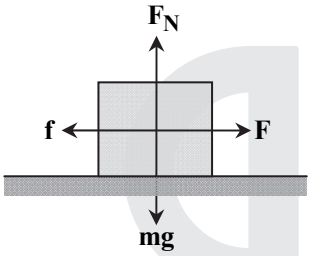
۱۸۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۳۶ و ۳۷ فیزیک ۳

وقتی چترباز به تندی حدی می‌رسد، بزرگی نیروی مقاومت هوا برابر وزن چترباز است $(f'_D=mg)$ و در لحظهٔ باز کردن چتر، وضعیت به‌ترتیب مقابل است:

$$F_{net}=f_D-mg=ma \Rightarrow f_D-mg=m\times ۵g \Rightarrow f_D=۶mg$$
$$\frac{f_D}{f'_D}=\frac{۶mg}{mg}=۶$$

۱۸۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۴۱ و ۴۲ فیزیک ۳

$$F_{(net)_y}=F_N-mg=۰ \Rightarrow F_N=۲۰۰N$$



$$\begin{cases} R=\sqrt{F_N^۲+f^۲}=۱۰۰\sqrt{۵} \Rightarrow ۲۰۰^۲+f^۲=۵\times ۱۰^۴ \Rightarrow f^۲=۱۰^۴ \Rightarrow f=۱۰۰N \\ f_{s,max}=F_N\times \mu_s=۲۰۰\times \frac{۳}{۴}=۱۵۰N \end{cases} \Rightarrow f<f_{s,max}$$

اینکه مقدار نیروی اصطکاک برابر ۱۰۰ نیوتون است، نشان می‌دهد که وزنه هنوز نلغزیده است و اصطکاک وارد بر آن از نوع ایستایی است:

$$F-f_s=۰ \Rightarrow F=۱۰۰N$$

۱۸۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۵۴ و ۵۶ فیزیک ۳

نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره همان نیروی گرانش (وزن) وارد بر آن در مدار معین است.

$$W=\frac{GM_em}{(R_e+h)^۲}$$
$$\frac{W_{\text{در سطح زمین}}}{W_{\text{در محل ماهواره}}}=(\frac{R_e+h}{R_e})^۲ \Rightarrow \frac{۳۲۰۰}{۱۸۰۰}=(\frac{R_e+h}{R_e})^۲$$
$$\Rightarrow \frac{۱۶}{۹}=(\frac{R_e+h}{R_e})^۲ \Rightarrow \frac{R_e+h}{R_e}=\frac{۴}{۳} \Rightarrow ۳h=R_e \Rightarrow h=\frac{۱}{۳}R_e$$

۱۹۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۶۲ و ۶۵ فیزیک ۳

رابطهٔ (۱) $f=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow ۵=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow ۴\pi^۲\times ۲۵=\frac{k}{m} \xrightarrow{\pi^۲=۱۰} \frac{k}{m}=۱۰۰۰(\frac{rad}{s})^۲$

با افزایش جرم وزنه، بسامد نوسان کم می‌شود؛ یعنی داریم:

$$f_۲=۵-\frac{۵}{۴}=\frac{۱۵}{۴}Hz$$
$$\frac{f_۲}{f_۱}=\sqrt{\frac{m_۱}{m_۲}} \Rightarrow (\frac{\frac{۱۵}{۴}}{۵})^۲=\frac{m}{m+۷۰۰} \Rightarrow \frac{۹}{۱۶}=\frac{m}{m+۷۰۰}$$
$$\Rightarrow ۹m+۹\times ۷۰۰=۱۶m \Rightarrow ۷m=۹\times ۷۰۰ \Rightarrow m=۹۰۰g$$

حالا با استفاده از رابطهٔ (۱)، ثابت فنر را حساب می‌کنیم:

$$k=۱۰۰۰m=۱۰۰۰\times ۰/۹=۹۰۰\frac{N}{m}$$

۱۹۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۷۱ فیزیک ۳

هر نقطه از تار سر جای خودش، حرکت نوسانی انجام می‌دهد و در هر دوره، مسافت $۴A$ را طی می‌کند که در اینجا می‌شود ۴ سانتی‌متر؛ پس این مسافت ۲۰ سانتی‌متر، ۵ برابر $۴A$ می‌شود؛ یعنی مدت‌زمان ۰/۸ ثانیه، برابر پنج دوره است.

$$۵T=۰/۸ \Rightarrow T=۰/۱۶s$$
$$\lambda=v\cdot T=۵\times \frac{۱۶}{۱۰۰}=۰/۸m=۸۰cm$$

@MrKonkori

۱۹۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۸۰ فیزیک ۳

$$\frac{I_2}{I_1}=(\frac{d_1}{d_2})^2$$

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}\Rightarrow -18=10\log\frac{I_2}{I_1}=20\log\frac{d_1}{d_2}\Rightarrow \log\frac{d_1}{d_2}=-0/9=3\log\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{d_1}{d_2}=(\frac{1}{2})^3=\frac{1}{8}\Rightarrow d_2=8d_1\Rightarrow d_1+x=8d_1\Rightarrow \frac{x}{d_1}=7$$

۱۹۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۶۶ و ۶۷ فیزیک ۳

$$E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}\times1600\times(\frac{5}{100})^2=800\times25\times10^{-4}=2J$$

$$\begin{cases}K=3U\\U+K=E\end{cases}\Rightarrow K=\frac{3}{4}E=\frac{3}{4}\times2=1/5J$$

$$K=\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow 1/5=\frac{1}{2}\times0/75\times v^2\Rightarrow v^2=4\Rightarrow v=2\frac{m}{s}$$

۱۹۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۷۱ و ۱۰۷ فیزیک ۳

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{40}{100}=0/4m=40cm$$

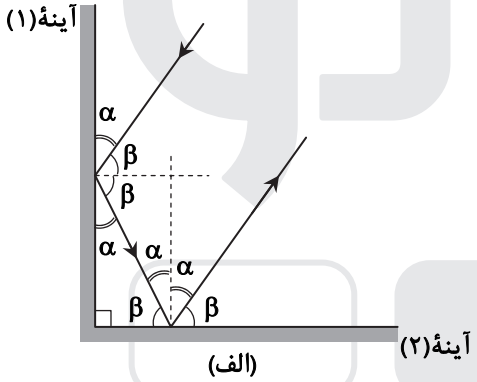
$$L=\frac{n\lambda}{2}\Rightarrow 160=n\times20\Rightarrow n=8$$

در طول تار ۸ شکم و ۹ گره تشکیل می‌شود.

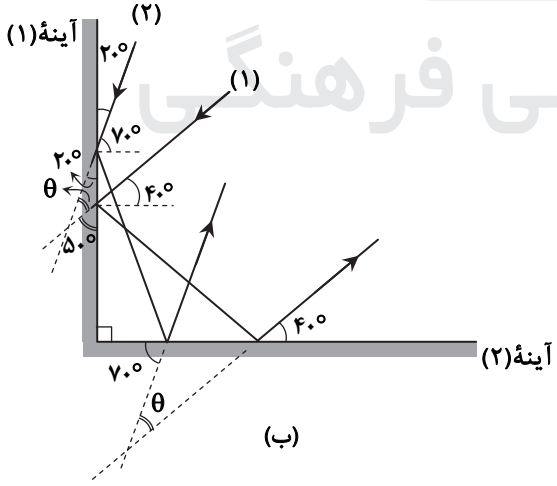
۱۹۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحهٔ ۹۱ فیزیک ۳

وقتی دو آینهٔ تخت بر هم عمود هستند، هر پرتو با دومین بازتابش خودش موازی است.

پس زاویهٔ میان دومین پرتوهای بازتابش برابر زاویهٔ میان اولین پرتوهای تابش است، یعنی نیازی به رسم پرتوهای بازتاب نیست.



(الف)



(ب)

با توجه به شکل (ب) داریم: $50=\theta+20\Rightarrow\theta=30^\circ$

البته اگر پرتوهای بازتاب را رسم کنیم، به‌ترتیب روبه‌رو می‌شود که همان جواب $\theta=30^\circ$ به‌دست می‌آید.

وضعیت پرتوهای بازتاب از آینهٔ دوم به‌شکل روبه‌رو است:

$$\theta+40=70\Rightarrow\theta=30^\circ$$

۱۹۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۹۶ و ۹۸ فیزیک ۳

$$\theta_1=90-60=30^\circ$$

$$\theta_2=30+15=45^\circ$$

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=\frac{v_1}{v_2}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\Rightarrow\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\sqrt{2}$$

@MrKonkori

۱۹۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحهٔ ۱۲۳ فیزیک ۳

در هر رشتهٔ طیف، kاُمین خط یعنی $n = n' + k$.

سومین خط رشتهٔ پاشن: $n = n' + ۳ = ۳ + ۳ = ۶$

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{۳^۲} - \frac{۱}{۶^۲}) = \frac{R}{۱۲} \Rightarrow \lambda = \frac{۱۲}{R} = \frac{۱۲}{۰/۰۱۱} = \frac{۱۲\times۱۰^۳}{۱۱} \simeq ۱۰۹۰ nm$$

محدودهٔ طول موج‌های مرئی تقریباً از ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر است و طول موج‌های فروسرخ بالاتر از ۷۰۰ نانومتر هستند.

۱۹۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۱۱۸ فیزیک ۳

$$K_{max} = h(f - f_\circ) \xrightarrow{\text{f پرتو یکسان است}} K_{max_B} - K_{max_A} = h(f_{\circ_A} - f_{\circ_B})$$

$$\Rightarrow K_{max_B} - ۵ = ۴\times۱۰^{-۱۵}\times(۹۰۰ - ۱۲۰۰)\times۱۰^{۱۲}$$

$$\Rightarrow K_{max_B} - ۵ = ۴\times۱۰^{-۱۵}\times(۰/۹ - ۱/۲)\times۱۰^{۱۵} \Rightarrow K_{max_B} - ۵ = -۱/۲ \Rightarrow K_{max_B} = ۳/۸ eV$$

۱۹۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۱۴۲ و ۱۴۴ فیزیک ۳

$$^A_Z Y \rightarrow ۳(^۴_۲\alpha) + ۱(^\circ_{+۱}e) + ^{۱۹۶}_{۷۹}X$$

$$\begin{cases} A = ۳\times۴ + ۰ + ۱۹۶ = ۲۰۸ \\ Z = ۳\times۲ + ۱ + ۷۹ = ۸۶ \end{cases} \Rightarrow N = ۲۰۸ - ۸۶ = ۱۲۲$$

۱۲۲ نوترون و ۸۶ پروتون

۲۰۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷ فیزیک ۳

$$\frac{N}{N_\circ} = (\frac{۱}{۲})^n \Rightarrow \frac{۱/۲۵\times۱۰^{۳۵}}{۱۰^{۳۶}} = \frac{۱}{۸} = \frac{۱}{۲^n} \Rightarrow n = ۳$$

$$t = nT_{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow ۱۲۰ = ۳T_{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow T_{\frac{۱}{۲}} = ۴۰ \text{ روز}$$

$$\frac{N'}{N_\circ} = (\frac{۱}{۲})^{n'} \Rightarrow \frac{۳/۹\times۱۰^{۳۳}}{۱۰^{۳۶}} = ۳/۹\times۱۰^{-۳} \simeq \frac{۱}{۲۵۶} = (\frac{۱}{۲})^۸ = (\frac{۱}{۲})^{n'} \Rightarrow n' = ۸$$

$$t' = n'T_{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow t' = ۸\times۴۰ = ۳۲۰ \text{ روز}$$

شیمی ۲

۲۰۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹ شیمی ۱

در رابطهٔ جرم اتمی میانگین، به‌جای فراوانی ایزوتوپ‌ها، می‌توان شمار مول‌های آن‌ها را قرار داد.

$$\text{۱۰۰ g هیدروژن} \Rightarrow \begin{cases} ۲۰ g\ ^۲_۱H \Rightarrow \frac{۲۰}{۲} = ۱۰ mol \\ ۸۰ g\ ^۱_۱H \Rightarrow \frac{۸۰}{۱} = ۸۰ mol \end{cases}$$

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{(۸۰\times۱) + (۱۰\times۲)}{۹۰} = \frac{۱۰۰}{۹۰} \simeq ۱/۱۱$$

۲۰۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۹ تا ۳۵ شیمی ۱

همهٔ عبارت‌های داده‌شده، نادرست هستند.

الف)

$$\text{تعداد اتم‌ها در ۴ گرم متان} = \frac{۴}{۱۶}\times۵\times N_A = \frac{۵}{۴}N_A$$

$$\text{تعداد اتم‌ها در ۷/۵ گرم اوره } (CO(NH_۲)_۲) = \frac{۷/۵}{۶۰}\times۸\times N_A = N_A$$

ب) بر اساس اطلاعات داده‌شده، آرایش الکترونی اتم موردنظر باید به‌صورت $[Ar]۳d^۴۴s^۲$ باشد که نادرست است.

پ) آرایش الکترون- نقطه‌ای هلیم $(۱s^۲)$ به‌صورت : He است که الکترون تک ندارد.

ت) در تناوب اول جدول دوره‌ای، فقط عنصرهای نافلزی هیدروژن و هلیم وجود دارد.

@MrKonkori

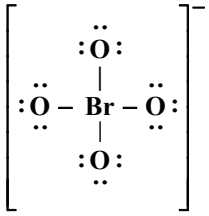
۲۰۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۲۷ تا ۳۴ و ۱۰۰ شیمی ۱ و ۴۰ شیمی ۲

در این اتم، ۲۷ الکترون در زیرلایه‌هایی غیر از s وجود دارند؛ بنابراین اتم موردنظر، برم با آرایش الکترونی زیر است:

$$_{35}Br: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^5$$

برم، هفدهمین عنصر دورهٔ چهارم است.

بررسی گزینهٔ ۱: برای اینکه همهٔ اتم‌ها در یون BrO_4^{n-} از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی کنند، n باید برابر با ۱ باشد:



۲۰۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۴۸ تا ۵۴ شیمی ۱

با توجه به اینکه حجم گاز A (دواتمی) بیشتر از حجم گاز B (دواتمی) است، نتیجه می‌گیریم که A گاز N_2 و B گاز O_2 است. C نیز گاز تک‌اتمی Ar است؛ بنابراین تنها عبارت گزینهٔ ۱ نادرست است، زیرا از گاز N_2 (A) برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی استفاده می‌شود.

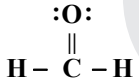
۲۰۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۶۵ و ۷۴ تا ۷۹ شیمی ۱

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست هستند.

بررسی عبارت‌های «ب» و «پ»:

ب) آلوتروپی از اکسیژن که نقطهٔ جوش بالاتری دارد، اوزون (O_3) است که از آن برای گندزدایی میوه‌ها و سبزیجات استفاده می‌شود.

پ) در ساختار CH_2O، ۲ جفت الکترون ناپیوندی (۴ الکترون ناپیوندی) و ۴ پیوند اشتراکی وجود دارد:



۲۰۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۸۱ تا ۸۵ شیمی ۱

ابتدا از رابطهٔ $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$، حجم مولی گازها را در شرایط مسئله به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{1\times 22/4}{273} = \frac{1\times V}{273+54/6} \Rightarrow V = 22/4\times 1/2 = 26/88L$$

$$Mg + 2H_2O \rightarrow Mg(OH)_2 + H_2$$

$$\frac{4/8}{24} = \frac{x}{26/88} \Rightarrow x = 5/376L$$

۲۰۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۸۴ و ۸۵ شیمی ۱

مقدار اولیهٔ متان $= 100mol$

سوختن کامل متان: $xCH_4 + 2xO_2 \rightarrow xCO_2 + 2xH_2O$

سوختن ناقص متان: $(100-x)CH_4 + \frac{(300-3x)}{2}O_2 \rightarrow (100-x)CO + (200-2x)H_2O$

مول $CO_2 = x$

کل مول‌های گازی $= 300$

$$\frac{x}{300} = \frac{4}{15} \Rightarrow x = 80mol \Rightarrow$$ ۸۰ درصد متان به‌طور کامل سوخته است.

۲۰۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ شیمی ۱

$$mol\ K_2SO_4 = 0/2\times 0/4 = 0/08 \Rightarrow mol\ K^+ = 0/16$$

$$mol\ KCl = 0/1\times 0/4 = 0/04 \Rightarrow mol\ K^+ = 0/04$$

$$mol\ KNO_3 = \frac{10/1}{101} = 0/1 \Rightarrow mol\ K^+ = 0/1$$

$$\left[K^+\right]_{کل} = \frac{0/16+0/04+0/1}{0/5} = 0/6\ mol\cdot L^{-1}$$

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{چگالی}\times\text{درصد جرمی}\times 10}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow 0/6 = \frac{10\times a\times 1/17}{39} \Rightarrow a = 2 \Rightarrow ppm\ K^+ = 2000$$

@MrKonkori

۲۰۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹ شیمی ۱

$$\text{در محلول اولیه}\begin{cases}\text{۶۰ g نمک}\\ \text{۴۰ g حلال}\end{cases}\Rightarrow \text{در محلول سیرشده}\begin{cases}\text{۶۰ g نمک}\\ \text{۲۰۰ g حلال}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{انحلال‌پذیری} = \frac{۶۰}{۲۰۰}\times ۱۰۰ = ۳۰\,g$$

۲۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۱ شیمی ۱

ابتدا معادلهٔ انحلال‌پذیری دو نمک را به‌دست می‌آوریم:

$$Li_۲SO_۴ : S - ۳۰ = \frac{-۵}{۳۰}(\theta - ۴۰) \Rightarrow S = -\frac{۱}{۶}\theta + \frac{۱۱۰}{۳}$$

$$NaCl : S' - ۳۵ = \frac{۵}{۹۰}(\theta - ۱۰) \Rightarrow S' = \frac{۱}{۱۸}\theta + \frac{۳۱۰}{۹}$$

با برابر قرار دادن انحلال‌پذیری دو نمک، خواهیم داشت:

$$-\frac{۱}{۶}\theta + \frac{۱۱۰}{۳} = \frac{۱}{۱۸}\theta + \frac{۳۱۰}{۹} \Rightarrow \frac{۴}{۱۸}\theta = \frac{۲۰}{۹} \Rightarrow \theta = ۱۰\,^\circ C$$

۲۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۹ و ۱۲۹ شیمی ۱

در فرایند اسمز معکوس، آب از سمت محلول غلیظ به محلول رقیق جابه‌جا می‌شود؛ بنابراین غلظت دو محلول هیچ‌وقت با هم برابر نخواهد شد.

۲۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۷ و ۸ شیمی ۲

سیلیسیم رسانایی الکتریکی کمی دارد.

۲۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴ شیمی ۲

$$CaCO_۳ \rightarrow CaO + CO_۲ \quad , \quad ۲H_۲O_۲ \rightarrow ۲H_۲O + O_۲$$

جرم هر دو نمونهٔ ناخالص را ۱۰۰ گرم و درصد خلوص $CaCO_۳$ و $H_۲O_۲$ را به‌ترتیب $p_۱$ و $p_۲$ در نظر می‌گیریم:

$$\text{جرم گاز } CO_۲ : ۱۰۰\,g\times\frac{p_۱}{۱۰۰}\times\frac{۱\,mol\,CaCO_۳}{۱۰۰\,g\,CaCO_۳}\times\frac{۱\,mol\,CO_۲}{۱\,mol\,CaCO_۳}\times\frac{۴۴\,g\,CO_۲}{۱\,mol\,CO_۲} = ۰/۴۴p_۱\,g$$

$$\text{جرم گاز } O_۲ : ۱۰۰\,g\times\frac{p_۲}{۱۰۰}\times\frac{۱\,mol\,H_۲O_۲}{۳۴\,g\,H_۲O_۲}\times\frac{۱\,mol\,O_۲}{۲\,mol\,H_۲O_۲}\times\frac{۳۲\,g\,O_۲}{۱\,mol\,O_۲} = \frac{۱۶p_۲}{۳۴}\,g$$

$$۰/۴۴p_۱ = \frac{۱۶p_۲}{۳۴} \Rightarrow ۱۴/۹۶p_۱ = ۱۶p_۲ \Rightarrow \frac{p_۲}{p_۱} = ۰/۹۳۵$$

۲۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹ شیمی ۲

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

ب)

$$(C_۷H_{۱۶})\ a \text{ جرم مولی ترکیب}: (۷\times۱۲)+(۱۶\times۱) = ۱۰۰\,g\cdot mol^{-۱}$$

$$(C_{۱۰}H_{۲۲})\ b \text{ جرم مولی ترکیب}: (۱۰\times۱۲)+(۲۲\times۱) = ۱۴۲\,g\cdot mol^{-۱}$$

$$a \text{ و } b \text{ تفاوت جرم مولی} = ۱۴۲ - ۱۰۰ = ۴۲\,g$$

ت) هر دو ترکیب، دارای ۴ گروه $-CH_۳$ هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) نام آیوپاک ترکیب b، ۳، ۴- دی‌متیل اوکتان است.

پ)

$$\text{ترکیب } a : C_۷H_{۱۶} \rightarrow ۱۶C-H$$

$$\Rightarrow \frac{۲۲}{۱۶} = ۱/۳۷۵$$

$$\text{ترکیب } b : C_{۱۰}H_{۲۲} \rightarrow ۲۲C-H$$

۲۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲ شیمی ۲

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) از گاز اتن (نوعی آلکن)، به‌عنوان عمل‌آورنده استفاده می‌شود.

۲) اتانول از واکنش گاز اتن با آب تولید می‌شود.

۳) نام فراوردهٔ واکنش اتن با برم، ۱، ۲- دی‌برمو اتان است.

@MrKonkori

۲۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۵۶، ۵۷ و ۶۸ تا ۷۱ شیمی ۲

عبارت‌های «الف»، «پ» و «ت» درست هستند.

الف) گرمای ویژهٔ آب از روغن زیتون بیشتر است.

پ) جرم ۲ مول اتان ($۲C_۲H_۶$) بیشتر از ۱ مول بوتان ($C_۴H_۸$) است؛ بنابراین گرمای حاصل از سوختن ۲ مول اتان بیشتر است. در ضمن در بین هیدروکربن‌های هم‌خانواده، هرچه جرم مولی ترکیب کمتر باشد، گرمای حاصل از سوختن ۱ گرم از آن (ارزش سوختی) بیشتر است.

ت) در آلدهیدها و کتون‌ها، گروه کربونیل ($-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-$) وجود دارد.

بررسی عبارت نادرست:

ب) در تعیین آنتالپی سوختن، باید حالت فیزیکی $H_۲O$ مایع باشد.

۲۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۷۱ شیمی ۲

جرم مولی اتان ($C_۲H_۶$)، $۳۰ g\cdot mol^{-۱}$ است:

مقدار گرما به‌ازای سوختن ۱ گرم اتان: $\frac{۱۵۶۰}{۳۰} = ۵۲ kJ = ۵۲۰۰۰ J$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow ۵۲۰۰۰ = m \times ۴/۲ \times ۵۰ \Rightarrow m = \frac{۵۲۰۰۰}{۲۱۰} \simeq ۲۴۸ g \xrightarrow{d=۱ g\cdot mL^{-۱}} V = ۲۴۸ mL$$

$$۵۲۰۰۰ \times \frac{۸۰}{۱۰۰} = \frac{۵۲۰۰۰}{۲۱۰} \times ۴/۲ \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = ۴۰^\circ C$$

۲۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۶۷، ۶۸ و ۷۳ تا ۷۵ شیمی ۲

ابتدا به‌کمک واکنش‌های (II) و (III)، آنتالپی پیوند $C-H$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{(III) واکنش } \Delta H : ۲\Delta H(H-H) - ۴\Delta H(C-H) \Rightarrow c = ۲b - ۴\Delta H(C-H) \Rightarrow \Delta H(C-H) = \frac{۲b-c}{۴}$$

حالا از واکنش‌های (I) و (IV) برای محاسبهٔ آنتالپی پیوند $C-C$ استفاده می‌کنیم. با وارونه و دو برابر کردن واکنش (I) خواهیم داشت:

$$I')\ ۲C(g) \rightarrow ۲C(s) \qquad \Delta H = -۲a$$
$$IV)\ ۲C(s) + ۳H_۲(g) \rightarrow C_۲H_۶(g) \qquad \Delta H = d$$
$$۲C(g) + ۳H_۲(g) \rightarrow C_۲H_۶(g) \qquad \Delta H = -۲a + d$$

$$\Delta H = ۳\Delta H(H-H) - \left[\Delta H(C-C) + ۶\Delta H(C-H)\right] \Rightarrow -۲a + d = ۳b - \Delta H(C-C) - ۶\left(\frac{۲b-c}{۴}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta H(C-C) = ۲a + \frac{۳}{۲}c - d = \frac{۴a + ۳c - ۲d}{۲}$$

۲۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۸۰ و ۸۱ شیمی ۲

شعلهٔ آتش، گرد آهن موجود در کپسول چینی را داغ و سرخ می‌کند.

۲۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۹۰ و ۹۱ شیمی ۲

گاز سبک‌تر، $H_۲$ است و با فرض اینکه در ۱۰ ثانیهٔ اول واکنش، m گرم گاز $H_۲$ تولید می‌شود. می‌توان نوشت:

$$۱۲۶ = m + \frac{m}{۲} + \frac{m}{۴} + \frac{m}{۸} + \frac{m}{۱۶} + \frac{m}{۳۲} \Rightarrow ۱۲۶ = \frac{۳۲m + ۱۶m + ۸m + ۴m + ۲m + m}{۳۲} \Rightarrow ۱۲۶ = \frac{۶۳m}{۳۲} \Rightarrow m = ۶۴ g$$

در ۱۰ ثانیهٔ پنجم، $\frac{m}{۱۶}$ گرم گاز هیدروژن تولید شده است:

$$\Delta n(H_۲) = \frac{۶۴}{۱۶} g\ H_۲ \times \frac{۱ mol\ H_۲}{۲ g\ H_۲} = ۲ mol\ H_۲ \Rightarrow \overline{R}(H_۲) = \frac{۲}{۱۰} mol\cdot s^{-۱}$$

$$\overline{R}(\text{واکنش}) = \frac{\overline{R}(H_۲)}{۳} = \frac{۲ mol\ H_۲}{۳} \times \frac{۱}{۱۰ s} = \frac{۱}{۱۵} mol\cdot s^{-۱}$$

۲۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۰ شیمی ۲

ساده‌ترین عضو خانواده اسیدهای آلی، متانوئیک اسید است.

$$H-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-H \xrightarrow{H \rightarrow CH_۳} CH_۳-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-CH_۳$$

متیل اتانوات ($C_۳H_۶O_۲$)

متیل اتانوات با پروپانوئیک اسید ($CH_۳CH_۲COOH$) ایزومر است، اما برخلاف آن، نمی‌تواند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی برقرار کند؛ به همین دلیل نقطهٔ جوش کمتری دارد.

@MrKonkori

۲۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲ شیمی ۲

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) ترکیب حاصل مانند ویتامین دی، اتم اکسیژن دارد و هیدروکربن محسوب نمی‌شود.

پ) در ویتامین «کا»، گروه عاملی هیدروکسیل (OH) وجود ندارد.

۲۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴ شیمی ۲

$C_2H_2O_4$، دی‌اسید و $C_3H_8O_2$، دی‌الکل سازندهٔ پلی‌استر است؛ بنابراین فرمول پلیمر به‌صورت $+C_5H_6O_4+_{200}$ است:

$$\text{جرم مولی پلیمر} = 200\times\left[(5\times12)+(6\times1)+(4\times16)\right]=26000\,g\cdot mol^{-1}$$

۲۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحهٔ ۶ تا ۸ شیمی ۳

صابون‌های پتاسیم به‌حالت مایع هستند.

۲۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰ شیمی ۳

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) در دمای اتاق، غلظت H_3O^+ با غلظت OH^-، رابطهٔ وارونه دارد. (نمودار باید نزولی باشد.)

۳) با افزایش غلظت H_3O^+، نسبت $\frac{[H_3O^+]}{[OH^-]}$ نیز افزایش می‌یابد.

۴) حاصل‌ضرب غلظت H_3O^+ و OH^- در دمای اتاق، فقط وابسته به دما است و با تغییر غلظت یکی از یون‌ها، دچار تغییر نمی‌شود.

۲۲۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰ شیمی ۳

رابطهٔ خنثی شدن اسید و باز را برای سولفوریک اسید و هر دو باز پتاسیم هیدروکسید و باریم هیدروکسید می‌نویسیم:

$$n_a\cdot M_a\cdot V_a = n_b\cdot M_b\cdot V_b$$

$$\begin{cases} I)\ \underbrace{2\times0/2\times V_a}_{H_2SO_4}=\underbrace{1\times0/5\times10}_{KOH}\Rightarrow V_{a_1}=\frac{50}{4}=12/5\,mL \\ II)\ \underbrace{2\times0/2\times V_a}_{H_2SO_4}=\underbrace{2\times0/02\times20}_{Ba(OH)_2}\Rightarrow V_{a_2}=2\,mL \end{cases} \Rightarrow V_a=12/5+2=14/5\,mL$$

۲۲۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹ و ۲۲ تا ۳۰ شیمی ۳

عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

الف)

$$\begin{cases} KOH & [OH^-]=10^{-4}\Rightarrow[H^+]=10^{-10}\Rightarrow pH=10 \\ HCl & [H^+]=10^{-2}\Rightarrow pH=2 \end{cases} \Rightarrow \frac{10}{2}=5$$

پ) در محلول ۰/۱ مولار اتانوئیک اسید با $K_a=10^{-5}$، مجموع غلظت یون‌ها ۰/۰۰۲ مولار؛ ولی در محلول ۰/۰۱ مولار هیدروکلریک اسید، مجموع غلظت یون‌ها ۰/۰۲ مولار است؛ بنابراین رسانایی الکتریکی محلول ۰/۰۱ مولار HCl بیشتر است.

$$K_a:\text{ در محلول اتانوئیک اسید}\quad K_a\simeq\frac{[H^+]^2}{M}\Rightarrow[H^+]=10^{-3}\Rightarrow \text{مجموع غلظت یون‌ها}=2\times10^{-3}=0/002\,mol\cdot L^{-1}$$

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) برای خنثی کردن محلول یک اسید قوی با این مشخصات، ۰/۸ میلی‌گرم NaOH $\left(\frac{0/8\times10^{-3}}{40}=2\times10^{-5}\,mol\right)$ مصرف می‌شود؛ ولی با توجه به ضعیف بودن HCN، مقدار NaOH لازم، بیش از این مقدار است. اگر درجهٔ یونش HCN در محلول، α باشد، خواهیم داشت:

$$n_a\cdot M_a\cdot V_a=n_b\cdot M_b\cdot V_b\Rightarrow 1\times\frac{10^{-4}}{\alpha}\times0/2\neq1\times2\times10^{-5}$$

ت)

$$[OH^-]=\frac{10^{-14}}{[H^+]}=\frac{10^{-14}}{2\times10^{-2}}=5\times10^{-13}\,mol\cdot L^{-1}\qquad [H^+]=M\alpha=0/1\times0/2=2\times10^{-2}\,mol\cdot L^{-1}$$

$$\frac{[H^+]}{[OH^-]}=\frac{2\times10^{-2}}{5\times10^{-13}}=4\times10^{10}$$

@MrKonkori

۲۲۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷ و ۵۲ تا ۵۷ شیمی ۳

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش گزینهٔ ۲ به‌صورت زیر و مجموع ضریب واکنش‌دهنده‌ها در آن برابر با ۱۱ است.

$$۸HNO_۳(aq)+۳Cu(s) \rightarrow ۳Cu(NO_۳)_۲(aq)+۲NO(g)+۴H_۲O(l)$$

بررسی گزینهٔ ۱:

$$Al \rightarrow Al^{۳+}+۳e^-$$

$$۰/۲mol\ Al \times \frac{۳mol\ e^-}{۱mol\ Al} \times \frac{۶/۰۲\times ۱۰^{۲۳}e^-}{۱mol\ e^-} = ۳/۶۱۲\times ۱۰^{۲۳}e^-$$

۲۲۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۶۰ تا ۶۲ شیمی ۳

بر اساس اطلاعات سؤال، نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی به‌صورت زیر هستند:

نیم‌واکنش کاتدی: $۴Ag^+(aq)+۴e^- \rightarrow ۴Ag(s)$

نیم‌واکنش آندی: $۲H_۲O(l) \rightarrow O_۲(g)+۴H^+(aq)+۴e^-$

$$\Rightarrow \quad ۴Ag \sim ۱O_۲$$

$$\frac{۰/۲۱۶}{۴\times ۱۰۸} = \frac{x}{۲۲۴۰۰} \Rightarrow x = ۱۱/۲mL$$

۲۳۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵ شیمی ۳

دو مولکول SCO و $O_۳$، قطبی‌اند و دو مولکول $C_۲H_۲$ و SCO، ساختار خطی دارند.

۲۳۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۸۰ و ۸۱ شیمی ۳

مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکه:

$$\underset{۳۷۹۸}{MgO} > \underset{۲۹۶۵}{MgF_۲} > \underset{۲۴۸۸}{Na_۲O} > \underset{۹۲۶}{NaF}$$

۲۳۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: * ساده * صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ شیمی ۳

به‌طور کلی، رابطه‌ای بین E_a و ΔH واکنش‌های گرماگیر و گرماده وجود ندارد.

۲۳۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵ شیمی ۳

با کاهش حجم (افزایش فشار)، غلظت گونه‌های گازی افزایش می‌یابد و غلظت مواد جامد، همواره ثابت است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) غلظت C و A هر دو افزایش می‌یابد.

۳) ثابت تعادل فقط به دما وابسته است و با تغییر حجم، تغییری نمی‌کند.

۴) با کاهش حجم، سرعت واکنش رفت و برگشت هر دو افزایش می‌یابد.

۲۳۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: * دشوار * صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷ شیمی ۳

	$N_۲$	+	$۳H_۲$	$\rightleftharpoons$	$۲NH_۳$
مقدار مول اولیه	۱۰۰		۳۰۰		۰
مقدار مول تعادلی	$۱۰۰-x$		$۳۰۰-۳x$		$۲x$

درصد مولی آمونیاک: $\frac{۲x}{۴۰۰-۲x} = \frac{۲۸}{۱۰۰} \Rightarrow ۲۵۶x = ۲۸\times ۴۰۰ \Rightarrow x = ۴۳/۷۵$

بازده درصدی $= \frac{\text{مقدار مول مصرف‌شدهٔ } N_۲}{\text{مقدار مول اولیهٔ } N_۲} \times ۱۰۰ = \frac{۴۳/۷۵}{۱۰۰} \times ۱۰۰ = ۴۳/۷۵$

۲۳۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: * متوسط * صفحهٔ ۱۱۳ تا ۱۱۵ شیمی ۳

مونومرهای سازندهٔ PET، ترفتالیک اسید $(C_۸H_۶O_۴)$ و اتیلن گلیکول $(C_۲H_۶O_۲)$ است که هر دوی آن‌ها، دارای ۶ اتم هیدروژن هستند.

@MrKonkori