دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۲۵

پنج‌شنبه ۱۴۰۰/۰۳/۲۷

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

آزمون اختصاصی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۳۵	مدت پاسخگویی: ۱۷۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	ریاضیات	۵۵	۱۰۱	۱۵۵	۸۵ دقیقه
۲	فیزیک	۴۵	۱۵۶	۲۰۰	۵۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۵	۲۰۱	۲۳۵	۳۵ دقیقه

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، بدون مجوز کتبی گاج ممنوع است (متی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

DriQ.com

ریاضیات

۱۰۱- در الگوی درجهٔ دوم ... ، ۲۰ ، ۱۱ ، ۴ ، ۱- جملهٔ بیستم کدام است؟

۱) ۴۳۶ ۲) ۴۴۰ ۳) ۴۴۴ ۴) ۴۹۱

۱۰۲- اگر $\alpha+\beta=3$ و $\alpha^2+\beta^2=7$ باشد، ریشه‌های کدام معادله $\{\alpha+\beta+1, \alpha\beta\}$ می‌باشد؟

۱) $x^2-5x+4=0$ ۲) $x^2+5x+4=0$

۳) $x^2-4x-5=0$ ۴) $x^2+4x-5=0$

۱۰۳- حدود m کدام باشد تا تابع $y=x^2-\frac{m-2}{m+1}x$ در بازهٔ $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ غیریکنوا باشد؟

۱) $m>0$ ۲) $m\neq -1$ و $m<0$

۳) $m>\frac{1}{2}$ ۴) $m\neq -1$ و $m<\frac{1}{2}$

۱۰۴- در مورد طول نقاط برخورد $f(x)=\sqrt{6-2x}$ و $g(x)=|\log_2(x+1)|$ کدام صحیح است؟

۱) سه نقطهٔ برخورد دارند.

۲) یک نقطهٔ برخورد با طول مثبت و یک نقطهٔ برخورد با طول منفی دارند.

۳) دو نقطهٔ برخورد با طول‌های مثبت دارند.

۴) دو نقطهٔ برخورد با طول‌های منفی دارند.

۱۰۵- اگر $f(x)=2x-x^2$ و $g(x)=2^x$ باشد، برد تابع $gof(x)$ کدام است؟

۱) $(-\infty, \frac{1}{2}]$ ۲) $(0, \frac{1}{2}]$ ۳) $(0, 2]$ ۴) $(0, 1]$

۱۰۶- تابع $f(x)=||x+3|-|x-1||$ در یک بازهٔ بسته صعودی اکید است. ضابطه و دامنهٔ تابع وارون در آن بازه کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}x+1; 0\leq x\leq 4$ ۲) $\frac{1}{2}x-1; 0\leq x\leq 4$

۳) $\frac{1}{2}x+1; -3\leq x\leq 1$ ۴) $\frac{1}{2}x-1; -3\leq x\leq 1$

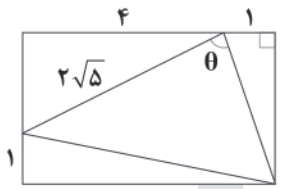
۱۰۷- در صورتی که $\tan(3\pi-\alpha)=-\frac{1}{4}$ باشد، حاصل عبارت $B=\sin(\frac{7\pi}{2}-\alpha)\sin(3\pi-\alpha)+\tan(\frac{11\pi}{2}-\alpha)$ کدام است؟

۱) $\frac{64}{19}$ ۲) $\frac{64}{17}$ ۳) $-\frac{64}{17}$ ۴) $-\frac{64}{19}$

۱۰۸- یکی از جواب‌های معادلهٔ $\frac{\tan x-\cot x}{\tan x+\cot x}=\frac{1}{2}$ کدام است؟

۱) $2k\pi+\frac{\pi}{3}$ ۲) $k\pi+\frac{\pi}{3}$ ۳) $2k\pi-\frac{\pi}{3}$ ۴) $k\pi+\frac{3\pi}{4}$

۱۰۹- در شکل زیر $\cot\theta$ کدام گزینه است؟



۱) ۷

۲) -7

۳) $\frac{1}{7}$

۴) $-\frac{1}{7}$

۱۱۰- اگر تابع $f(x)=a[x]-3[-x]$ در $x=2$ پیوستگی چپ داشته باشد، $f(1-\sqrt{2})$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) -3 ۲) صفر ۳) ۳ ۴) ۲

۱۱۱- اگر $f(x)=\frac{(a+\sqrt{a})x+6}{4x+a-20}$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=5$ باشد، حاصل $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ کدام است؟

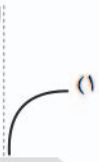
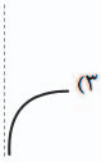
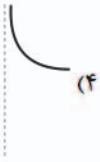
۱) $-\infty$ ۲) $+\infty$ ۳) ۱ ۴) صفر

۱۱۲- حاصل $\lim_{x\to\frac{3\pi}{4}} \frac{1+\sin 2x}{\cos 2x}$ کدام است؟

۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) صفر ۴) ۱

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱۳- نمودار تابع $f(x)=\frac{x-10}{x+|x|}$ در اطراف مجانب قائم به کدام صورت است؟

۱) 
۲)
۳) 
۴) 

۱۱۴- دو تابع $f(x)=\frac{x}{x-1}+bx$ و $g(x)=ax^3+b$ در نقطه‌ای به طول ۲ برهم مماس‌اند، مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $-\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $-\frac{1}{4}$

۱۱۵- اگر $\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{f(x)-2}=2$ باشد، در این صورت مشتق تابع $g(x)=\sqrt[3]{xf(x)}+\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-2}{x-1}$ در نقطهٔ $x=1$ کدام است؟

۱) $\frac{4}{3}$ ۲) $\frac{5}{3}$ ۳) $\frac{7}{3}$ ۴) $\frac{2}{3}$

۱۱۶- مشتق دوم تابع $f(x)=\sin^4 x+\cos^4 x$ به ازای $x=\frac{\pi}{24}$ کدام است؟

۱) $2\sqrt{3}$ ۲) $-2\sqrt{3}$ ۳) -2 ۴) 2

۱۱۷- مستطیلی به قطر ۵ را حول یکی از اضلاع آن دوران می‌دهیم، بیشترین حجم استوانه تولیدشده حاصل از این دوران چقدر است؟

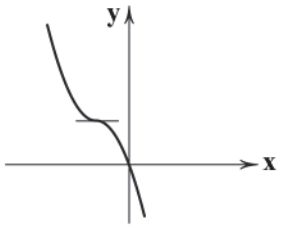
۱) $\frac{250\pi}{9\sqrt{3}}$ ۲) $\frac{250\pi}{3}$ ۳) $\frac{250\pi}{\sqrt{3}}$ ۴) $\frac{250\pi}{3\sqrt{3}}$

۱۱۸- در مورد تابع $f(x)=\begin{cases}x+4 & -4\le x<-2\\ \sqrt{2-x} & -2\le x\le 2\\ 1 & x>2\end{cases}$ چندتا از جملات زیر درست است؟

الف) تابع بی‌شمار نقطهٔ بحرانی دارد.
ب) تابع در $(0,2)$ مینیمم نسبی و در $(2,-2)$ ماکزیمم نسبی دارد.
ج) کم‌ترین مقدار تابع صفر و بیشترین آن ۲ است.
د) تابع در فاصلهٔ $[2,-2]$ صعودی اکید است.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۱

۱۱۹- نمودار تابع $y=-\frac{1}{3}x^3+ax^2-bx+a+2$ به صورت زیر است. $2a+b$ کدام است؟



۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

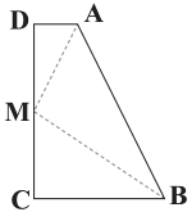
۱۲۰- اگر مساحت شش‌ضلعی منتظم محاط در یک دایره $3\sqrt{2}$ باشد، آن‌گاه مساحت شش‌ضلعی منتظم محیط بر این دایره کدام است؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) $3\sqrt{2}$ ۴) $4\sqrt{2}$

۱۲۱- در مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع واحد، دایره‌های محاطی داخلی و خارجی نظیر رأس A را رسم نموده‌ایم. طول مماس مشترک خارجی این دو دایره کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۵

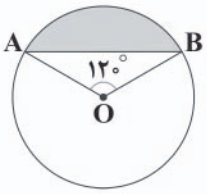
۱۲۲- در ذوزنقه قائم‌الزاویه ABCD، اندازه‌های $CD=8$، $BC=6$ و $AD=2$ هستند. نقطهٔ M روی ساق قائم CD متحرک است، کم‌ترین مقدار $MA+MB$ کدام است؟



۱) $5\sqrt{2}$
۲) $6\sqrt{2}$
۳) $7\sqrt{2}$
۴) $8\sqrt{2}$

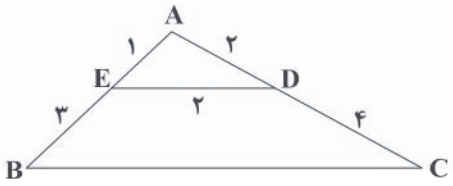
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
@Gozine_Sooroost

۱۲۳- اگر در شکل زیر O مرکز دایره و $AB=۳$ باشد، مساحت قسمت سایه‌زده کدام است؟



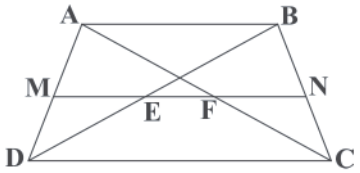
۱) $\pi-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۲) $\pi-\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$
۳) $\pi-\frac{۳\sqrt{۳}}{۴}$
۴) $\pi-\frac{\sqrt{۳}}{۴}$

۱۲۴- در شکل زیر، مساحت چهارضلعی BCDE کدام است؟



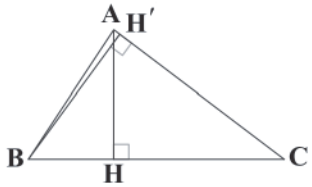
۱) $\frac{۱۱\sqrt{۱۵}}{۲}$
۲) $\frac{۱۱\sqrt{۱۵}}{۳}$
۳) $\frac{۱۱\sqrt{۱۵}}{۴}$
۴) $۱۱\sqrt{۱۵}$

۱۲۵- در ذوزنقهٔ زیر اگر M و N وسط ساق‌ها باشند و $MN=۱۵$ و $EF=۵$ باشد، حاصل $\frac{AB}{DC}$ کدام است؟



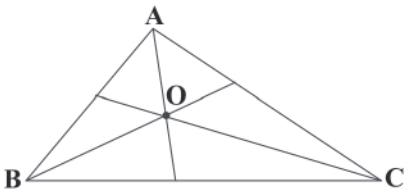
۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

۱۲۶- در مثلث ABC شکل زیر، AH و BH' به ترتیب ارتفاع‌های وارد بر BC و AC می‌باشند. اگر $CH=۱۲$، $AC=۱۵$ و $CB=۱۸$ باشد، طول BH' کدام است؟



۱) ۱۰/۸
۲) ۱۲
۳) ۱۲/۲
۴) ۱۲/۸

۱۲۷- محیط و مساحت مثلث شکل زیر به ترتیب ۲۴ سانتی‌متر و ۱۸ سانتی‌متر مربع است. اگر O محل برخورد نیمسازهای مثلث باشد، مجموع فواصل نقطهٔ O از سه ضلع مثلث چند سانتی‌متر است؟



۱) ۱/۷۵
۲) ۲
۳) ۴/۵
۴) ۲/۵

۱۲۸- سه نقطهٔ A، B و C غیرواقع بر یک خط راست مفروض‌اند. مکان هندسی نقاطی از فضا که از این سه نقطه به یک فاصله‌اند، کدام است؟

۱) یک نقطه ۲) یک خط ۳) یک صفحه ۴) یک دایره

۱۲۹- دترمینان ماتریس $A=\begin{bmatrix}-۲ & ۳ & ۴\\ ۰ & ۲ & ۵\\ ۰ & ۰ & ۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & ۰ & ۱\\ -۱ & ۲ & ۰\\ ۰ & -۲ & ۱\end{bmatrix}$ کدام است؟

۱) -۷۲ ۲) -۳۶ ۳) ۳۶ ۴) ۷۲

۱۳۰- اگر $۲A=\begin{bmatrix}-۶ & |A|\\ |A| & |A|\end{bmatrix}$ ماتریس وارون‌پذیر باشد، آن‌گاه مقدار دترمینان $\frac{۱}{۲}A^{۴}A^{-۱}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) صفر ۴) -۲

۱۳۱- دستگاه $\begin{cases}mx+۲y=m+۲\\ ۳x+(m+۵)y=۲\end{cases}$ به ازای کدام مقدار m جواب ندارد؟

۱) -۶ ۲) ۱ ۳) -۶ یا ۱ ۴) -۲

@Gozine_doroost
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۳۲- نقطهٔ $A(۳,۲)$ مرکز دایره‌ای است که بر روی خط $۲x+y=۳$ وتری به طول $۲\sqrt{۲}$ جدا می‌کند. این دایره خط $x=۱$ را با کدام عرض قطع می‌کند؟

۱) $۲\pm\sqrt{۳}$ ۲) $۲,-۲$ ۳) $۱\pm\sqrt{۲}$ ۴) $-۱\pm\sqrt{۳}$

۱۳۳- کانون‌های بیضی به صورت $F\left|\begin{matrix}۱+\sqrt{۵}\\ ۰\end{matrix}\right.$ و $F'\left|\begin{matrix}۱-\sqrt{۵}\\ ۰\end{matrix}\right.$ دو سر قطری از دایره‌اند. این دایره نیمساز ناحیهٔ اول را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) ۲ ۲) $۱+\sqrt{۳}$ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) ۳

۱۳۴- به‌ازای کدام مقدار k در سهمی به معادله $y^۲=۲x+ky$ خط هادی به معادلهٔ $x=-\frac{۵}{۲}$ است؟

۱) -۲ ۲) ۳ ۳) -۴ ۴) ۶

۱۳۵- اگر مساحت مثلث ساخته شده توسط بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر ۳ و $|a|=۲$ و $|b|=۳$ باشد، طول تصویر بردار $\vec{a}$ بر بردار $\vec{b}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) صفر

۱۳۶- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ۲ واحد، حاصل $|\overrightarrow{AB}\times(\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{BC})|$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) $۳\sqrt{۳}$ ۴) $۴\sqrt{۳}$

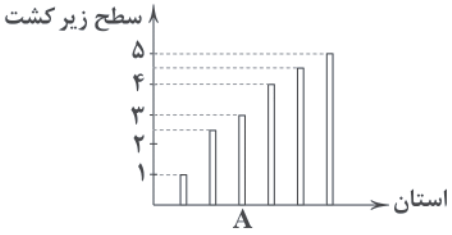
۱۳۷- طول مماس مشترک خارجی دو دایره $x^۲+y^۲-۴x+۳=۰$ و $x^۲+y^۲-۱۰x+۲۱=۰$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $۲\sqrt{۲}$

۱۳۸- در یک روز هفته برای ۳ مدرس در ۳ کلاس متمایز در ۳ جلسه متوالی، به چند طریق می‌توان برنامهٔ تدریس تعیین کرد؟

۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

۱۳۹- در مقایسهٔ سطح زیرکشت غله‌ای در شش استان، نمودار میله‌ای زیر رسم شده است. در نمودار دایره‌ای، زاویهٔ مرکزی متناظر استان A چند درجه است؟ (قسمت غیرصحیح در میلهٔ دوم و پنجم ۰/۵ است.)



۱) ۶۴
۲) ۵۴
۳) ۸۰
۴) ۹۶

۱۴۰- اگر میانگین داده‌های دسته‌بندی شده برابر ۱۶ باشد، واریانس کدام است؟

نمایندهٔ دسته	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
فراوانی	۵	۷	۱۰	a	۳

۱) ۴/۸۵ ۲) ۴/۹۲
۳) ۵/۵۵ ۴) ۵/۷۴

۱۴۱- کدام‌یک از گزاره‌های زیر همواره صحیح است؟ (p گزاره‌ای دلخواه)

۱) $p\Leftrightarrow(p\vee\sim p)$ ۲) $p\Rightarrow(p\wedge\sim p)$ ۳) $p\Rightarrow(p\Leftrightarrow\sim p)$ ۴) $p\Rightarrow(\sim p\Rightarrow p)$

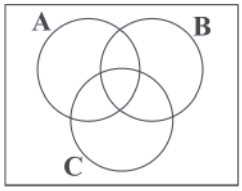
۱۴۲- نقیض گزارهٔ «اگر n عددی صحیح و مثبت و $n^۲$ زوج باشد، آن‌گاه n زوج است.» کدام است؟

۱) n عددی صحیح و مثبت نیست یا $n^۲$ فرد است و n زوج است.
۲) n عددی صحیح و مثبت به طوری که $n^۲$ زوج است و n فرد است.
۳) n عددی صحیح و مثبت به طوری که $n^۲$ زوج است یا n فرد است.
۴) n عددی صحیح و مثبت نیست یا $n^۲$ فرد است یا n زوج است.

۱۴۳- اگر $A=(۱,+\infty)$ باشد، آن‌گاه کدام‌یک از گزاره‌های سوری زیر نادرست است؟

۱) $\forall x\in A;\frac{x^۲-۹}{x+۳}=x-۳$ ۲) $\forall x\in A;x+|۲x|=۳x$ ۳) $\exists x\in A;\frac{۱}{x}-x\geq۰$ ۴) $\exists x\in A;\frac{\sqrt{x^۲-۳}}{۵-x}=۰$

۱۴۴- متمم مجموعهٔ $C\cup A'\cup B'$ نسبت به مجموعهٔ جهانی با کدام مجموعه برابر نیست؟



۱) $(A\cap B)-(A\cap C)$
۲) $(A-C)\cup(B-C)$
۳) $A\cap(B-C)$
۴) $(A\cap B)-C$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴۵- در پرتاب ۲ تاس می‌دانیم حاصل‌ضرب اعداد روشدهٔ تاس‌ها، عددی زوج است. احتمال این‌که مجموع ۲ تاس بر ۴ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۵}{۱۸}$ ۳) $\frac{۲}{۹}$ ۴) $\frac{۵}{۲۷}$

۱۴۶- ۲ سبد داریم که در سبد اول ۴ توپ قرمز و ۶ توپ سبز و در سبد دوم ۶ توپ قرمز و ۴ توپ سبز وجود دارد. یک سکهٔ سالم را پرتاب می‌کنیم. اگر رو آمد، توپی به تصادف از سبد اول انتخاب می‌کنیم و اگر پشت آمد، توپی به تصادف از سبد دوم انتخاب می‌کنیم. احتمال انتخاب یک توپ قرمز چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۴۷- عدد ۵ رقمی $N=\overline{a۷۳b۸}$ بر ۴۴ بخش‌پذیر است. باقی‌ماندهٔ تقسیم کوچک‌ترین عدد N بر ۹ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۴۸- به‌ازای چند عدد طبیعی دورقمی x رابطهٔ $x^۲-۸x \overset{۹}{\equiv} -۷$ برقرار است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۱۴۹- معادلهٔ $۲۵x+۱۲y=۱۱۱۰$ بر روی مجموعه اعداد طبیعی چند زوج جواب دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۵۰- اگر a یک عدد طبیعی باشد، حاصل $[(۶a^۲, ۱۲a^۳), (۳a^۴, ۱۲a^۳)]$ برحسب a چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۵۱- در یک گراف ۳- منتظم اندازهٔ گراف از ۵ برابر مرتبهٔ آن ۲۱ واحد کم‌تر است. مجموع مرتبه و اندازهٔ گراف کدام است؟

۱) ۲۱ ۲) ۱۸ ۳) ۱۵ ۴) ۱۲

۱۵۲- یک گراف ۴ ـ منتظم از مرتبهٔ ۶ چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال دارد؟

۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۵

۱۵۳- تعداد سه‌تایی‌های مرتب با مختصات صحیح و غیرمنفی به طوری‌که مجموع هر سه مختص برابر ۱۰ و هر مختص کم‌تر از ۶ باشد، کدام است؟

۱) ۱۷ ۲) ۱۸ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

۱۵۴- چند عضو از اعضای مجموعهٔ $\{۹۶, \ldots, ۳, ۲, ۱\}$ فقط بر دو عدد از بین اعداد ۲ ، ۳ ، ۵ بخش‌پذیر هستند؟

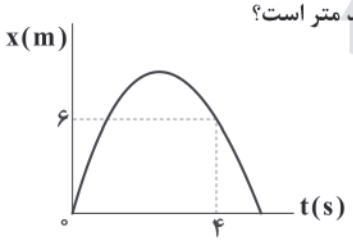
۱) ۱۶ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۲۲

۱۵۵- اگر هر یال از یال‌های گراف کامل $K_{۱۶}$ را با یکی از ۷ رنگ موجود رنگ‌آمیزی کنیم، آن‌گاه بزرگ‌ترین مقدار n به طوری‌که مطمئن شویم حداقل n یال در این گراف هم‌رنگ هستند، کدام است؟

۱) ۱۷ ۲) ۱۸ ۳) ۱۹ ۴) ۲۰

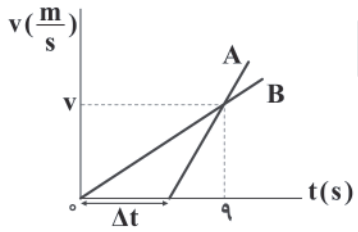
فیزیک

۱۵۶- نمودار مکان ـ زمان جسمی که روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل زیر می‌باشد. اگر در بازهٔ زمانی $t=۰$ تا $t=۴s$، تندی متوسط جسم، ۵ برابر اندازهٔ سرعت متوسط آن باشد، در لحظهٔ تغییر جهت حرکت، فاصلهٔ جسم از مبدأ چند متر است؟



۱) ۱۲
۲) ۱۸
۳) ۱۵
۴) ۱۳

۱۵۷- نمودار سرعت ـ زمان دو اتومبیل A و B که از یک نقطه و با اختلاف زمانی Δt شروع به حرکت کرده‌اند، مطابق شکل زیر است. اگر این دو اتومبیل در لحظهٔ $t=۱۵s$ به هم برسند، Δt چند ثانیه است؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۵
۴) ۷

DriQ.com
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۵۸- معادلهٔ سرعت متوسط برحسب زمان یک متحرک که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $v_{av}=4t+5$ است. در لحظه‌ای که تندی حرکت این متحرک به $7\frac{m}{s}$ می‌رسد، متحرک نسبت به نقطهٔ شروع حرکتش، چند متر جابه‌جا شده است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۲۵

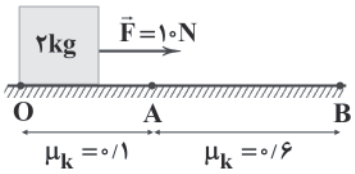
۱۵۹- معادلهٔ سرعت ـ زمان یک متحرک که روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $v=t^2-10t+25$ است. در کدام بازهٔ زمانی، تندی متوسط متحرک از اندازهٔ سرعت متوسط آن بزرگ‌تر است؟

۱) سه ثانیهٔ اول ۲) سه ثانیهٔ دوم ۳) سه ثانیهٔ چهارم ۴) هیچ‌کدام

۱۶۰- شخصی به جرم $90kg$ درون آسانسوری که رو به پایین در حرکت است، روی یک ترازو ایستاده است. ترازو عدد $450N$ را نمایش می‌دهد. اگر یک جسم ۲ کیلوگرمی را روی یک سطح افقی بدون اصطکاک با شتابی برابر با شتاب حرکت آسانسور از حال سکون به حرکت درآوریم، پس از چند ثانیه جسم ۱۰ متر روی این سطح پیشروی خواهد کرد؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۱/۵ ۴) ۳

۱۶۱- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $2kg$ در نقطهٔ O در حال سکون قرار دارد. این جسم در اثر نیروی $\vec{F}$ از نقطهٔ O تا نقطهٔ B جابه‌جا می‌شود. اگر بیشترین تندی این جسم در مسیر O تا B برابر با $2\frac{m}{s}$ باشد، مدت‌زمانی که جسم کندشونده حرکت می‌کند، چند برابر مدت‌زمانی است که به صورت تندشونده حرکت می‌کند؟ (سطح AB طولانی است و $g=10\frac{N}{kg}$)

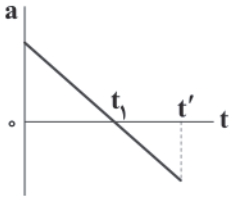


۱) ۲ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۴ ۴) $\frac{1}{4}$

۱۶۲- جعبه‌ای به جرم $30kg$ درون آسانسوری قرار دارد و آسانسور با شتاب ثابت $3\frac{m}{s^2}$ به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند، پس از $10m$ بالا رفتن، کاری که کف آسانسور بر روی جعبه انجام می‌دهد، چند کیلوژول است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۳/۹− ۲) ۳/۹ ۳) ۲/۷− ۴) ۲/۷

۱۶۳- نمودار شتاب ـ زمان جسمی در مدت‌زمان t' به صورت زیر است. اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر این جسم در این مدت چگونه تغییر کرده است؟



۱) پیوسته کاهش می‌یابد.
۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
۴) پیوسته افزایش می‌یابد.

۱۶۴- شخصی در فاصلهٔ d_1 از چشمهٔ صوتی قرار دارد. اگر این شخص ۱۵ متر از چشمهٔ صوت دورتر شود، تراز شدت صوت $32dB$ کاهش می‌یابد. d_1 چند متر است؟ ($\log 2=0/3$ و از جذب انرژی در محیط صرف‌نظر کنید.)

۱) $\frac{15}{39}$ ۲) $\frac{39}{15}$ ۳) $\frac{25}{16}$ ۴) $\frac{16}{25}$

۱۶۵- وزنه‌ای به جرم $16kg$ را با فنری به ثابت $4\frac{N}{m}$ روی یک سطح افقی بدون اصطکاک به نوسان در می‌آوریم. اندازهٔ سرعت متوسط وزنه در کدام بازه‌های زمانی با یک‌دیگر برابر است؟ $(\pi=3)$

۱) ثانیهٔ اول و چهارم ۲) ثانیهٔ دوم و پنجم ۳) ثانیهٔ اول و سوم ۴) ثانیهٔ دوم و چهارم

۱۶۶- معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر در SI به صورت $x=0/06\cos(\frac{\pi}{3}t)$ است. تندی متوسط این نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_1=1s$ تا $t_2=5s$ چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

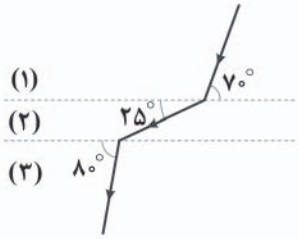
۱) ۱/۵ ۲) ۳/۵ ۳) ۴/۵ ۴) ۲/۵

۱۶۷- تندی صوت در آب در چه دمایی برحسب درجهٔ فارنهایت بیشتر است؟

۱) ۴ ۲) ۳۹/۲ ۳) ۳۰/۲ ۴) ۲۵/۲

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶۸- شکل زیر، مسیر پرتوی نور تک‌رنگی را در سه محیط شفاف (۱)، (۲) و (۳) نشان می‌دهد. اگر سرعت پرتوی نور در این سه محیط به ترتیب برابر با v_1 ، v_2 و v_3 و فرکانس پرتوی نور در این سه محیط به ترتیب برابر با f_1 ، f_2 و f_3 باشد، کدام گزینه صحیح است؟



۱) $v_2 < v_1 < v_3$ و $f_1 = f_2 = f_3$

۲) $v_2 = v_1 < v_3$ و $f_1 > f_2 > f_3$

۳) $v_3 < v_1 < v_2$ و $f_1 = f_2 = f_3$

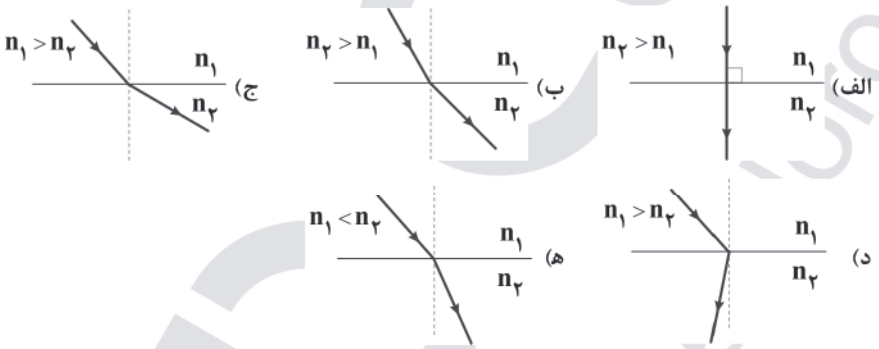
۴) $v_3 < v_1 < v_2$ و $f_1 < f_2 < f_3$

۱۶۹- پرتوهای نور موازی A و B با فاصلهٔ $d_1 = 5cm$ از یک‌دیگر از محیط شفافی به ضریب شکست n_1 با زاویهٔ تابش $\theta_1 = 37^\circ$ وارد محیط شفاف دیگری به ضریب شکست n_2 می‌شوند. اگر فاصلهٔ دو پرتو از یک‌دیگر پس از شکست به $d_2 = 3/75cm$ برسد، نسبت $\frac{n_1}{n_2}$ کدام است؟

$(\sin 53^\circ = 0/8 , \sin 37^\circ = 0/6)$

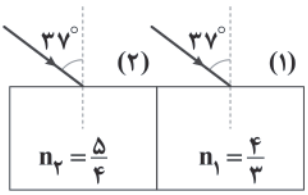
۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

۱۷۰- در هر کدام از شکل‌های زیر، پرتوی نوری از یک محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگری می‌شود. چه تعداد از شکست‌های زیر از نظر فیزیکی ممکن نیست؟



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۷۱- در شکل زیر، دو پرتوی نور با زاویهٔ تابش یکسان از هوا به دو محیط شفاف با ضریب شکست‌های متفاوت تابیده شده‌اند. در کدام گزینه مقایسهٔ بین زاویهٔ انحراف این دو پرتو پس از ورود به محیط دوم به درستی آمده است؟



۱) $\hat{D}_2 = \hat{D}_1$

۲) $\hat{D}_2 > \hat{D}_1$

۳) $\hat{D}_1 > \hat{D}_2$

۴) به فرکانس نور فرودی وابسته است.

۱۷۲- در یک آزمایش فوتوالکتریک، تابع کار فلزی ۲/۵۵eV و طول موج فوتون تابش‌شده به سطح این فلز ۴۰۰nm می‌باشد. بیشینهٔ تندی الکترون‌های جداشده از سطح این فلز چند متر بر ثانیه است؟ $(hc = 1200eV.nm , e = 1/6\times10^{-19}C , m_e = 9\times10^{-31}kg)$

۱) 2×10^5 ۲) $\frac{1}{2}\times10^5$ ۳) $\frac{1}{4}\times10^5$ ۴) 4×10^5

۱۷۳- در اتم هیدروژن، اختلاف کوتاه‌ترین طول موج فروسرخ گسیل‌شده با بلندترین طول موج رشتهٔ لیمان $(n' = 1)$ برابر با کدام گزینه است؟

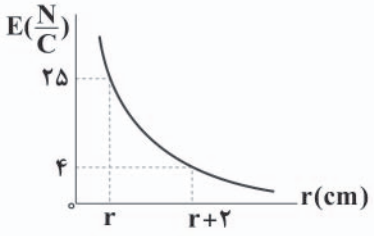
۱) $\frac{23}{3R}$ ۲) $\frac{45}{3R}$ ۳) $\frac{25}{4R}$ ۴) $\frac{36}{5R}$

۱۷۴- اگر بسامد پرتوی فرودی به سطح فلزی، پنج برابر بسامد آستانهٔ آن فلز باشد، نسبت انرژی سریع‌ترین فوتوالکترون گسیل‌شده از سطح این فلز به تابع کار این فلز برابر با کدام گزینه است؟

۱) ۴ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) ۵ ۴) $\frac{1}{5}$

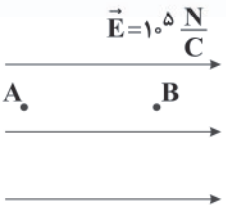
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۷۵- اگر نمودار اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از یک ذرهٔ باردار برحسب فاصله از آن به صورت زیر باشد، r چند سانتی‌متر است؟



۱) $\frac{۳}{۴}$
۲) $\frac{۴}{۳}$
۳) $\frac{۲}{۵}$
۴) $\frac{۵}{۲}$

۱۷۶- مطابق شکل زیر، ذرهٔ باردار $q=-۱\mu C$ به جرم ۲g از نقطهٔ A در جهت خطوط میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ با تندی $۲۰\frac{m}{s}$ پرتاب می‌گردد و در نقطهٔ B تندی ذره به $۱۵\frac{m}{s}$ می‌رسد. فاصلهٔ نقطهٔ A از نقطهٔ B برابر با چند سانتی‌متر است و پتانسیل الکتریکی در این جابه‌جایی چگونه تغییر می‌کند؟ (تنها نیروی وارد بر ذره، نیرویی الکتریکی است.)



۱) ۱۲۵ ـ افزایش
۲) ۱۲۵ ـ کاهش
۳) ۱۷۵ ـ افزایش
۴) ۱۷۵ ـ کاهش

۱۷۷- روی دو کرهٔ رسانای بسیار کوچک A و B که روی پایه‌های عایق و در فاصلهٔ ۴m از یک‌دیگر ثابت شده‌اند، بارهای $q_A=+۴nC$ و q_B قرار دارند. اگر دو کره به یک‌دیگر نیروی دافعه‌ای به بزرگی ۳۶μN وارد کنند، روی کرهٔ B ..... الکترون ..... از پروتون وجود دارد.

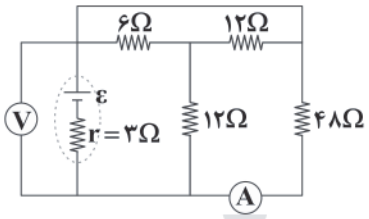
$(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C\ ,\ k=۹\times۱۰^۹\frac{N.m^۲}{C^۲})$

۱) $۱۰^{۱۴}$ ـ کم‌تر
۲) $۱۰^{۱۵}$ ـ بیشتر
۳) $۱۰^{۱۴}$ ـ بیشتر
۴) $۱۰^{۱۵}$ ـ کم‌تر

۱۷۸- خازن تختی داریم که فاصلهٔ بین صفحات آن ۱mm و فضای بین صفحات آن هوا است. اگر این خازن را از باتری جدا کنیم و پس از جدا کردن، فاصلهٔ بین صفحات آن را به ۵mm برسانیم و فضای بین صفحات آن را با دی‌الکتریکی با ثابت ۴ پر کنیم، انرژی الکتریکی ذخیره‌شده در خازن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۳۰ ـ افزایش
۲) ۲۵ ـ کاهش
۳) ۳۰ ـ کاهش
۴) ۲۵ ـ افزایش

۱۷۹- در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی مقاومت ۶Ω برابر با ۰/۹۶W باشد، ولت‌سنج و آمپرسنج به ترتیب از راست به چپ، چه اعدادی را برحسب SI نشان می‌دهند؟ (ولت‌سنج و آمپرسنج را آرمانی در نظر بگیرید.)



۱) ۹/۶ ـ ۰/۸
۲) ۶/۹ ـ ۰/۲
۳) ۶/۹ ـ ۰/۸
۴) ۹/۶ ـ ۰/۲

۱۸۰- در یک رعد و برق، ۶×۱۰^۸J انرژی تحت اختلاف پتانسیل الکتریکی ۲۰MV در بازهٔ زمانی ۰/۱۵s آزاد می‌شود. شدت جریان الکتریکی متوسط در طی رخ دادن این حادثه چند آمپر است؟

۱) ۵۰
۲) ۱۰۰
۳) ۱۵۰
۴) ۲۰۰

۱۸۱- از یک سیم مسی در مدت‌زمان ۱۰ ثانیه جریان ثابت ۲ آمپر عبور می‌کند. بار الکتریکی درون سیم چند کولن می‌باشد؟

۱) ۲۰
۲) −۲۰
۳) ۱۰
۴) صفر

۱۸۲- لامپ‌های روشنایی A و B از همهٔ جهات شبیه به هم هستند، جز این‌که رشتهٔ سیم B ضخیم‌تر از رشتهٔ سیم A است. اگر این لامپ‌ها را به برق ۲۲۰ ولت وصل کنیم، آن‌گاه کدام گزینه درست است؟ (دمای دو لامپ را ثابت و یکسان در نظر بگیرید.)

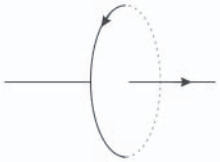
۱) لامپ A پرنورتر است، زیرا مقاومت آن بیشتر است.
۲) لامپ B پرنورتر است، زیرا مقاومت آن بیشتر است.
۳) لامپ A پرنورتر است، زیرا مقاومت آن کم‌تر است.
۴) لامپ B پرنورتر است، زیرا مقاومت آن کم‌تر است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
@Gozine_dersoost

۱۸۳- به ذره‌ای با بار مثبت که در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند، نیرویی مغناطیسی در جهت z+ وارد می‌شود. میدان مغناطیسی در کدام جهت خواهد بود؟

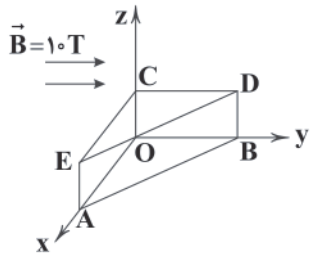
۱) میدان مغناطیسی الزاماً در جهت y+ است.
۲) میدان مغناطیسی الزاماً در جهت y− است.
۳) میدان مغناطیسی الزاماً در جهت z+ است.
۴) جهت میدان مغناطیسی را نمی‌توان به طور دقیق مشخص کرد.

۱۸۴- مطابق شکل زیر، از یک سیم راست بسیار طویل، جریانی از چپ به راست عبور می‌کند. این سیم بر محور یک حلقهٔ حامل جریان که در صفحهٔ قائم قرار دارد، منطبق است. در این حالت کدام گزینه درست است؟



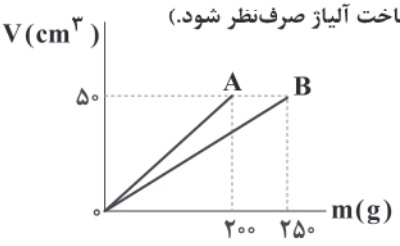
۱) حلقه به طرف راست حرکت می‌کند.
۲) حلقه به طرف چپ حرکت می‌کند.
۳) حلقه سر جای خود می‌چرخد.
۴) حلقه ساکن می‌ماند.

۱۸۵- مطابق شکل زیر، یک چندوجهی در کنج محورهای مختصات درون میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۱۰T که خطوط آن هم‌جهت با جهت مثبت محور yها است، قرار دارد. اگر $OC = OB = OA = 2m$ باشد، در این صورت مجموع شار مغناطیسی عبوری از کلیهٔ وجه‌ها چند وبر است؟



۱) −۴۰
۲) ۴۰
۳) ۸۰
۴) صفر

۱۸۶- نمودار حجم برحسب جرم، برای دو فلز A و B مطابق شکل زیر است. اگر از این دو فلز، آلیاژی با چگالی ۴/۶ گرم بر سانتی‌متر مکعب بسازیم، چند درصد از حجم این آلیاژ از فلز B تشکیل شده است؟ (از تغییر حجم در هنگام ساخت آلیاژ صرف‌نظر شود.)



۱) ۷۰
۲) ۶۰
۳) ۴۰
۴) ۳۰

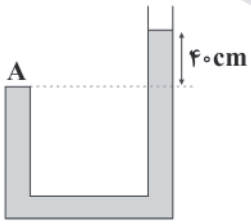
۱۸۷- گلوله‌ای به جرم 2kg را در شرایطی که مقاومت هوا مقدار ثابتی است، با سرعت اولیهٔ $30\frac{m}{s}$ از سطح زمین به صورت قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر گلوله تا ارتفاع ۳۰ متری از سطح زمین بالا رود و دوباره به سطح زمین بازگردد، کار نیروی مقاومت هوا بر روی گلوله در کل حرکت گلوله چند ژول است؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$

۱) −۳۰۰
۲) ۳۰۰
۳) −۶۰۰
۴) ۶۰۰

۱۸۸- خودرویی با سرعت ثابت $10\frac{cm}{s}$ بر روی یک جادهٔ افقی که اندازهٔ نیروی اصطکاک آن در مقابل حرکت خودرو برابر با 800N است، حرکت می‌کند. توان متوسط موتور این خودرو چند وات است؟

۱) 8×10^{3}
۲) 8×10^{2}
۳) ۸۰
۴) ۸

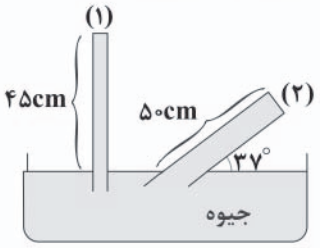
۱۸۹- حجم‌های برابری از دو مایع مخلوط‌شدنی A و B به ترتیب با چگالی‌های $\rho_A = 1/5\frac{g}{cm^3}$ و ρ_B را با هم مخلوط کرده و در ظرفی مطابق شکل زیر می‌ریزیم. اگر فشار کل در نقطهٔ A برابر با 79cmHg باشد، نسبت $\frac{\rho_A}{\rho_B}$ برابر با کدام گزینه است؟ ($P_0 = 75cmHg$, $\rho_{Hg} = 13/5\frac{g}{cm^3}$, $g = 10\frac{N}{kg}$ و کاهش حجم نداریم.)



۱) $\frac{4}{5}$
۲) $\frac{5}{4}$
۳) $\frac{2}{3}$
۴) $\frac{3}{2}$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹۰- در شکل زیر، دو لولهٔ یک انتها بسته درون یک ظرف حاوی جیوه به حال سکون قرار دارند. اگر قطر مقطع لولهٔ (۱) نصف قطر مقطع لولهٔ (۲) باشد، اندازهٔ نیروی وارد بر ته لولهٔ (۱) از طرف جیوه چند برابر اندازهٔ نیروی وارد بر ته لولهٔ (۲) از طرف جیوه است؟ ($P_0 = ۷۵cmHg$, $\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$)



۱) ۶
۲) $\frac{۱}{۶}$
۳) ۳
۴) $\frac{۱}{۳}$

۱۹۱- اگر لولهٔ مویینی را در یک ظرف حاوی آب قرار دهیم، سطح آب در لولهٔ مویین، ۲۰cm بالاتر از سطح آزاد آب در ظرف قرار می‌گیرد. اگر مساحت سطح مقطع این لوله $۰/۳mm^۲$ باشد، اندازهٔ نیروی چسبندگی سطحی بین مولکول‌های آب و شیشه چند نیوتون است؟ ($\rho_{آب} = ۱\frac{g}{cm^۳}$, $g = ۱۰\frac{N}{kg}$)

۱) ۲×۱۰^{-۴} ۲) ۴×۱۰^{-۴} ۳) ۶×۱۰^{-۴} ۴) ۸×۱۰^{-۴}

۱۹۲- اگر دمای یک میلهٔ فلزی به طول ۴m را به اندازهٔ $۵۰^\circ C$ افزایش دهیم، طولش $۵\times ۱۰^{-۳}m$ افزایش می‌یابد. اگر دمای کره‌ای توپر از جنس همین فلز به شعاع ۲ سانتی‌متر را $۱۰۰^\circ C$ افزایش دهیم، نسبت افزایش حجم کره به حجم اولیهٔ آن برابر با کدام گزینه است؟

۱) $۲/۵\times ۱۰^{-۳}$ ۲) $۴/۵\times ۱۰^{-۳}$ ۳) $۵/۵\times ۱۰^{-۳}$ ۴) $۷/۵\times ۱۰^{-۳}$

۱۹۳- دمای یک قطعه فلز به جرم ۲kg و گرمای ویژهٔ $۱۴۰۰\frac{J}{kg.^\circ C}$ توسط یک گرمکن که با توان ثابتی کار می‌کند، در مدت‌زمان ۵۴ ثانیه از $۲۲^\circ C$ به $۴۰^\circ C$ می‌رسد. چند ثانیه طول می‌کشد تا این گرمکن ۱۰۰g یخ با دمای $۰^\circ C$ را به آب با دمای $۲۰^\circ C$ تبدیل کند؟ ($c_{آب} = ۴۲۰۰\frac{J}{kg.^\circ C}$, $L_F = ۸۰c_{آب}$ و اتلاف انرژی نداریم.)

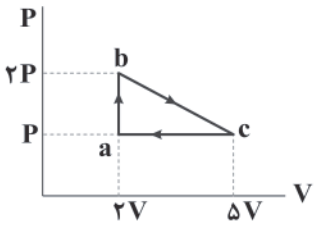
۱) ۳۵ ۲) ۴۵ ۳) ۵۵ ۴) ۷۵

۱۹۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر دربارهٔ انتقال گرما به روش همرفت، درست است؟

الف) پدیدهٔ همرفت بر اثر کاهش چگالی شاره با افزایش دما صورت می‌گیرد.
ب) همرفت فقط در مایعات رخ می‌دهد.
ج) در همرفت، برخلاف رسانش گرمایی، انتقال گرما با انتقال بخش‌هایی از خود ماده صورت می‌گیرد.
د) جریان‌های باد ساحلی، انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن مثال‌هایی از همرفت واداشته هستند.

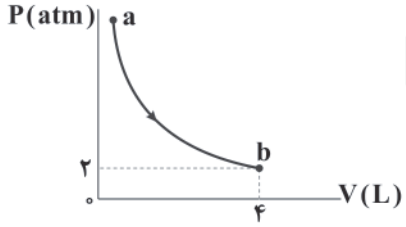
۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۹۵- یک مول گاز کامل دو اتمی، چرخهٔ ترمودینامیکی مطابق شکل زیر را طی می‌کند. اگر دمای گاز در حالت a برابر با ۶۰۰K باشد، تغییر انرژی درونی گاز طی فرایند bc چند ژول است؟ ($R = ۸\frac{J}{mol.K}$, $C_V = \frac{۵}{۲}R$)



۱) ۶۰۰۰
۲) ۳۰۰۰
۳) −۶۰۰۰
۴) −۳۰۰۰

۱۹۶- نمودار $P-V$ فرایند آرمانی بی‌درورویی که یک مول گاز کامل تک‌اتمی طی می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر دمای گاز در حالت a برابر با ۱۶۰K باشد، کاری که طی این فرایند روی گاز انجام می‌شود، برابر با چند ژول است؟ ($۱atm = ۱۰^۵Pa$, $C_V = \frac{۳}{۲}R$, $R = ۸\frac{J}{mol.K}$)



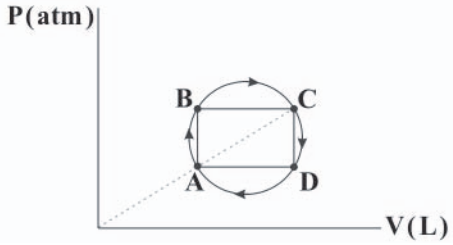
۱) +۷۲۰
۲) +۲۷۰
۳) −۷۲۰
۴) −۲۷۰

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹۷- در یک تراکم بی‌دررو، اندازهٔ کار انجام‌شده توسط ۰/۵mol گاز کامل تک اتمی برابر با ۶۶۰۰J است. دمای گاز در این فرایند چند درجهٔ فارنهایت افزایش می‌یابد؟ $(C_V=\frac{3}{2}R\ ,\ R=8\frac{J}{mol.K})$

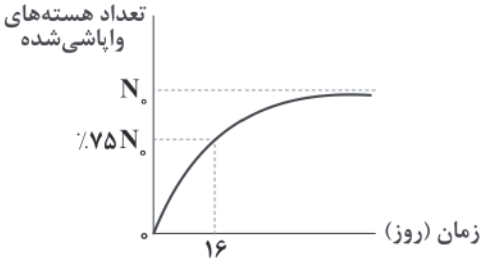
۱) ۱۹۸۰ ۲) ۱۲۳۰ ۳) ۱۸۷۰ ۴) ۱۸۹۰

۱۹۸- گاز کاملی، چرخه‌ای ترمودینامیکی به شکل دایره و در جهت ساعتگرد را مطابق شکل زیر طی می‌کند. نقاط A، B، C و D روی اضلاع مستطیلی قرار دارند و دماهای T_A و T_C معلوم هستند. نسبت دمای نقطهٔ B به دمای نقطهٔ D برابر با کدام گزینه است؟



۱) $\frac{T_A}{T_C}$
۲) ۱
۳) $\frac{T_C}{T_A}$
۴) $\sqrt{\frac{T_C}{T_A}}$

۱۹۹- نمودار تعداد هسته‌های واپاشی‌شدهٔ یک عنصر پرتوزا برحسب زمان مطابق شکل زیر است. پس از گذشت ۱۶ روز، چند روز دیگر طول می‌کشد تا $\frac{1}{16}$ هسته‌های اولیه باقی بماند؟



۱) ۴
۲) ۸
۳) ۱۶
۴) ۳۲

۲۰۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف) نیروی هسته‌ای کوتاه‌بُرد است و تنها در فاصله‌ای کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند.

ب) نیروی هسته‌ای مستقل از بار الکتریکی است.

ج) دلیل پایداری هسته، موازنهٔ نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی بین پروتون‌ها با نیروی جاذبهٔ بین نوکلئون‌ها که ناشی از نیروی هسته‌ای است، می‌باشد.

د) همهٔ هسته‌های سنگین با عدد اتمی بزرگ‌تر از ۸۳ ناپایدار هستند.

ه) انرژی لازم برای جدا کردن تنها پروتون‌های یک هسته، انرژی بستگی هسته‌ای می‌گویند.

و) انرژی نوکلئون‌های وابسته به هسته نیز مانند انرژی الکترون‌های وابسته به اتم، کوانتیده هستند.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

شیمی

۲۰۱- جرم اتمی ایزوتوپی از عنصر E، ۲/۵ برابر عدد اتمی آن و عدد اتمی این ایزوتوپ برابر عدد جرمی عنصر X است. اگر شمار نوترون‌های اتم X، ۱/۳۳ برابر عدد اتمی آن و برابر شمار نوترون‌های $^{82}_{34}Se$ باشد، نماد ایزوتوپ E در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) $^{200}_{80}E$ ۲) $^{210}_{84}E$ ۳) $^{205}_{82}E$ ۴) $^{195}_{78}E$

۲۰۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- فرمول سولفات عنصر $_{50}M$ با بالاترین عدد اکسایش آن به صورت $M(SO_4)_2$ است.
- نمک لیتیم کلرید رنگ شعله را قرمز و نمک خوراکی رنگ شعله را زرد می‌کند.
- هنگام تبدیل اتم کروم به یون کروم (II)، دو الکترون جدا می‌شود که مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی آن‌ها یکسان است.
- عدد اتمی دو عنصر نخست گروه پنجم به ترتیب برابر با ۲۳ و ۴۱ است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

DriQ.com
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۰۳- داده‌های جدول زیر مربوط به نتایج تجزیهٔ دو ترکیب مختلف متشکل از فسفر و اکسیژن است. با توجه به آن‌ها کدام عبارت درست است؟ $(P=31, O=16 : g.mol^{-1})$

ترکیب	جرم فسفر (g)	جرم اکسیژن (g)
A	۲/۵۸۱	۳/۳۲۲
B	۳/۷۱۸	۲/۸۸۱

۱) به ازای هر گرم فسفر، نسبت اکسیژن در این دو ترکیب به صورت $\frac{B}{A}=\frac{5}{3}$ است.

۲) تعداد اتم‌های اکسیژن در نمونهٔ B بیشتر از نمونهٔ A است.

۳) به ازای هر گرم فسفر، نسبت اکسیژن در این دو ترکیب به صورت $\frac{B}{A}=\frac{3}{5}$ است.

۴) داده‌های سؤال کافی نیست.

۲۰۴- عنصر A دارای دو ایزوتوپ با جرم‌های اتمی ۱۰/۰۱۳amu و ۱۱/۰۰۹amu است. اگر جرم اتمی میانگین A برابر با ۱۰/۸۱۰amu باشد، درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر ..... درصد ..... از درصد فراوانی ایزوتوپ دیگر است.

۱) ۷۰، بیشتر ۲) ۶۰، بیشتر ۳) ۷۰، کم‌تر ۴) ۶۰، کم‌تر

۲۰۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با هلیم درست است؟

- چگالی آن از تمامی گازها کم‌تر بوده و از نظر رنگ و بو شبیه گاز متان است.
- منابع زمینی هلیم از هواکره سرشارتر و بیشتر هلیم استخراج‌شده در ایران از منابع زمینی این گاز است.
- از هلیم برای خنک کردن قطعات در جوشکاری استفاده می‌شود.
- نقطهٔ جوش آن پایین‌تر از نقطهٔ جوش سایر اجزای سازندهٔ هواکره در لایهٔ تروپوسفر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۰۶- مقداری گاز متان در یک ظرف دربسته در دمای $25^{\circ}C$ و فشار ۲atm موجود است. اگر نمونه‌ای از گاز اکسیژن که جرم آن برابر با متان است به این ظرف اضافه کنیم، در همین دما، فشار درون ظرف چند اتمسفر خواهد شد؟ (حجم ظرف ثابت است.) $(C=12, H=1, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۳ ۲) ۳/۵ ۳) ۴ ۴) ۴/۵

۲۰۷- میانگین آنتالپی پیوند نیتروژن ـ اکسیژن در کدام‌یک از گونه‌های زیر، بیشتر از سایر گونه‌ها است؟

۱) NO_2^- ۲) NO_2^+ ۳) NO^+ ۴) NOCl

۲۰۸- نمونه‌ای از یک اسید دو پروتون‌دار به جرم ۴/۲۵g برای خنثی شدن به ۹۰mL محلول سدیم هیدروکسید ۱۰٪ جرمی با چگالی $1/1 g.mL^{-1}$ نیاز دارد. جرم مولی اسید چند گرم بر مول است؟ $(NaOH=40 g.mol^{-1})$

۱) ۶۱ ۲) ۱۲۲ ۳) ۹۸ ۴) ۳۴

۲۰۹- قطعهٔ کوچکی از فلز روی در ۵۰ میلی‌لیتر محلول ۱/۲ مولار نیتریک اسید حل می‌شود. پس از کامل شدن واکنش، مولاریتهٔ اسید در محلول اندازه‌گیری شده و برابر ۰/۸۰ مولار به دست آمده است. جرم قطعهٔ روی حل‌شده چند گرم بوده است؟ $(Zn=65 g.mol^{-1})$

$Zn(s)+HNO_3(aq) \rightarrow Zn(NO_3)_2(aq)+H_2(g)$ [موازنه شود]

۱) ۰/۳۲۵ ۲) ۲/۶ ۳) ۱/۳ ۴) ۰/۶۵

۲۱۰- چند میلی‌لیتر از محلول ۰/۱۵ مولار هیدروکلریک اسید را باید به ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲۸ مولار این اسید اضافه کرد تا مولاریتهٔ محلول نهایی برابر ۰/۲۱ شود؟

۱) ۸۸/۸۹ ۲) ۱۳۳/۳۳ ۳) ۱۱۶/۶۷ ۴) ۱۶۶/۶۷

۲۱۱- در فرایند اسمز معکوس، مولکول‌های حلال (آب) از محلول ..... به محلول ..... مهاجرت می‌کنند و این فرایند برخلاف فرایند اسمز با مصرف انرژی همراه ..... و از آن ..... برای شیرین‌سازی آب استفاده کرد.

۱) غلیظ ـ رقیق ـ است ـ نمی‌توان ۲) غلیظ ـ رقیق ـ است ـ می‌توان
۳) رقیق ـ غلیظ ـ نیست ـ نمی‌توان ۴) رقیق ـ غلیظ ـ نیست ـ می‌توان

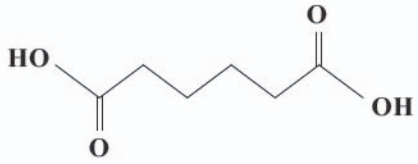
۲۱۲- خواص فیزیکی ..... عنصر گروه چهاردهم بیشتر به ..... عنصر دورهٔ سوم شبیه بوده در حالی که رفتار شیمیایی آن همانند ..... عنصر دورهٔ سوم است.

۱) دومین ـ ششمین ـ پنجمین ۲) سومین ـ دومین ـ سومین
۳) دومین ـ ششمین ـ نخستین ۴) سومین ـ سومین ـ هفتمین

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

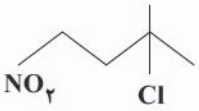
۲۱۳- از واکنش سیکلوهگزانون ($C_6H_{10}O$) با محلول نیتریک اسید در شرایط مناسب، دی‌اسید A، گاز نیتروژن مونوکسید و آب تولید می‌شود. اگر در این واکنش، ۱/۶ مول سیکلوهگزانون مصرف شود، با فرض بازده ۶۰٪ ، حجم گاز تولیدشده در شرایط STP به تقریب چند لیتر است؟

(A)



۱) ۳۰
۲) ۴۳
۳) ۶۰
۴) ۲۱/۵

۲۱۴- نام آیوپاک ترکیب آلی با ساختار مقابل کدام است؟



۱) ۳ ـ کلرو ـ ۳ ـ متیل ـ ۱ ـ نیترو بوتان
۲) ۲ ـ کلرو ـ ۲ ـ متیل ـ ۴ ـ نیترو بوتان
۳) ۲ ـ متیل ـ ۲ ـ کلرو ـ ۴ ـ نیترو بوتان
۴) ۱ـ نیترو ـ ۳ ـ کلرو ـ ۳ ـ متیل بوتان

۲۱۵- از واکنش گازهای آمونیاک، اکسیژن و پروپن در شرایط مناسب، ترکیب آلی X و بخار آب به دست می‌آید. اگر بدانیم ترکیب X مونومر پلیمری است که در تهیهٔ پتو به کار می‌رود، به ازای مصرف ۱۲۶kg پروپن ۸۰٪ خالص، چند کیلوگرم بخار آب تولید می‌شود؟ ($C=12, H=1, O=16, N=14 : g.mol^{-1}$)

۱) ۹۷/۲
۲) ۱۶۲
۳) ۱۲۹/۶
۴) ۶۴/۸

۲۱۶- ترکیب شیمیایی ناخالص A دارای ۲۳٪ جرمی آب است. هنگامی که با گرما مقدار آب آن را تا ۵٪ کاهش دهیم، مقدار ترکیب شیمیایی A به ۴۵٪ می‌رسد. درصد ناخالصی در نمونهٔ اولیهٔ A کدام است؟

۱) ۲۹/۹۹
۲) ۴۰/۵۲
۳) ۳۶/۲۵
۴) ۴۶/۳۴

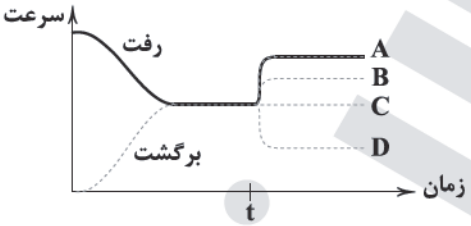
۲۱۷- اگر یک مول از کربوکسیلیک اسید آروماتیک موجود در تمشک با مقدار کافی گاز هیدروژن واکنش دهد، اسید سیرشدهٔ A تولید و طی آن ۲۷۰ کیلوژول گرما آزاد می‌شود. اگر آنتالپی سوختن گاز هیدروژن و اسید A به ترتیب برابر با ۲۸۶− و ۳۸۸۲− کیلوژول بر مول باشد، ارزش سوختی کربوکسیلیک اسید آروماتیک موجود در تمشک چند کیلوژول بر گرم است؟ ($C=12, H=1, O=16 : g.mol^{-1}$)

۱) ۲۷
۲) ۳۲
۳) ۳۶
۴) ۴۱

۲۱۸- کدام‌یک از موارد زیر به دما وابسته نیست؟

۱) ظرفیت گرمایی
۲) مولاریته
۳) گرمای واکنش
۴) ppm

۲۱۹- نمودار زیر سرعت مراحل رفت و برگشت یک واکنش را برحسب زمان نشان می‌دهد. در زمان t یک کاتالیزگر به سامانه اضافه می‌شود و واکنش رفت مطابق آنچه که نشان داده‌شده (نمودار توپر) تغییر می‌کند. کدام نمودار خط‌چین، تغییر واکنش برگشت را نشان می‌دهد؟



۱) A
۲) B
۳) C
۴) D

۲۲۰- ۵۰۰ گرم یخ $0^\circ C$ به ۵۰۰ گرم آب $64^\circ C$ اضافه می‌شود. هنگامی که دمای مخلوط به $0^\circ C$ می‌رسد، چند گرم از یخ در ظرف باقی می‌ماند؟ (گرمای ذوب یخ برابر $80 cal.g^{-1}$ است.)

۱) ۱۰۰
۲) ۴۰۰
۳) ۳۲۰
۴) همهٔ یخ ذوب می‌شود.

۲۲۱- کدام دو پلیمر زیر در شکل مقابل به کار رفته‌اند؟

a) پلی‌اتیلن
b) پلی‌وینیل کلرید
c) پلی‌اتیلن ترفتالات
d) پلی‌پروپن
e) پلی‌استیرن

۱) a ،c
۲) b ،c
۳) a ،d
۴) b ،e

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
@Gozine_boost

۲۲۲- ساختار زیر مربوط به یک پلیمر به نام پلی‌اتیلن اکسید (PEO) است. تفاوت جرم مولی مونومر آن با جرم مولی مونومر مربوط به پلیمری که در ساخت سرنگ از آن استفاده می‌شود، چند گرم بر مول است؟ $(C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1})$

۱) ۱۸
۲) ۱۶
۳) ۴
۴) ۲

۲۲۳- کدام‌یک از مطالب زیر درست است؟

۱) لباس‌های تهیه‌شده از پارچه‌های پلی‌استری برخلاف پلی‌آمیدی برای مدت‌های طولانی قابل استفاده است.
۲) مواد زیست تخریب‌پذیر موادی هستند که در طبیعت توسط واکنش با گونه‌های موجود در هواکره به مولکول‌های ساده و کوچک تبدیل می‌شوند.
۳) هر ترکیب آلی که فقط از اتم‌های C، H و N تشکیل شده باشد، یک آمین محسوب می‌شود.
۴) بوی ماهی به دلیل وجود شماری ترکیب آلی نیتروژن‌دار است که مولکول ساده‌ترین نوع آن شامل ۵ اتم هیدروژن است.

۲۲۴- pH محلولی از آمونیاک برابر ۱۱/۱ و درجهٔ یونش آن برابر $10^{-1/9}$ است. ۲ دسی‌لیتر از این محلول با چند میلی‌لیتر محلول ۲ مولار هیدروبرمیک اسید خنثی می‌شود؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۲۰ ۴) ۳۰

۲۲۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

• هوای پاک و خشک مخلوطی همگن از گازها و رنگ‌های پوششی یک مخلوط ناهمگن است.
• دلیل اصلی افزایش سرعت واکنش با افزایش دما این است که از این طریق، انرژی فعال‌سازی واکنش کاهش می‌یابد.
• هرگاه عاملی موجب برهم زدن حالت تعادل یک واکنش شود، واکنش در جهتی جابه‌جا می‌شود که با عامل مزاحم مقابله کرده و مجدداً به تعادل اولیه برسد.
• تنوع عدد اکسایش فلزها را می‌توان با مدل دریای الکترونی توجیه کرد.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۲۲۶- اگر ۰/۰۲ مول گاز هیدروژن کلرید را وارد ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول سود با pH = ۱۳ کنیم، pH محلول حاصل کدام خواهد بود؟

۱) ۱ ۲) ۰/۷ ۳) ۱/۳ ۴) ۲

۲۲۷- با توجه به پتانسیل‌های کاهشی داده‌شده، کدام واکنش‌های زیر به طور طبیعی انجام‌پذیرند؟

$E^\circ(Fe^{3+}/Fe^{2+}) = 0/78V \quad E^\circ(Sn^{4+}/Sn^{2+}) = 0/18V \quad E^\circ(V^{3+}/V^{2+}) = 0/36V$

a) $Sn^{4+} + Fe^{2+} \rightarrow$ b) $V^{3+} + Sn^{4+} \rightarrow$ c) $Sn^{4+} + V^{2+} \rightarrow$
d) $Sn^{2+} + Fe^{3+} \rightarrow$ e) $V^{2+} + Fe^{3+} \rightarrow$

۱) b ،a ۲) c ،b ۳) d ،c ۴) e ،d

۲۲۸- در واکنش $Cr_2O_7^{2-} + H^+ + H_2S \rightarrow Cr^{3+} + S + H_2O$ پس از موازنه، نسبت ضریب H_2S به Cr^{3+} کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) ۳ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۲۲۹- عدد اکسایش کربن و نیتروژن در HOCN به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) ۴+ و ۳+ ۲) ۴+ و ۳− ۳) ۲+ و ۱− ۴) ۳+ و ۲−

۲۳۰- در چه تعداد از تغییر حالت‌های زیر، پیوندهای کووالانسی شکسته می‌شوند؟

• تصعید یخ خشک • تصعید ید • تصعید الماس • تبخیر الکل

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۳۱- چه تعداد از ویژگی‌های زیر که مربوط به یک مادهٔ مولکولی است به نیروهای بین مولکولی بستگی دارد؟

• نقطهٔ ذوب • چگالی • درجهٔ سختی
• گرانروی • آنتالپی تبخیر

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۲۳۲- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) در ساختار سیلیس همانند سیلیسیم کربید فقط یک نوع پیوند اشتراکی وجود دارد.
۲) عدد اکسایش اتم‌های مرکزی مولکول گوگرد دی‌اکسید و یون سیلیکات با هم برابر است.
۳) چگالی بار و شعاع کاتیون X می‌تواند بیشتر از چگالی بار و شعاع کاتیون Y باشد.
۴) سیلیس در آب، نامحلول است، ولی در حلال آلی هگزان حل می‌شود.

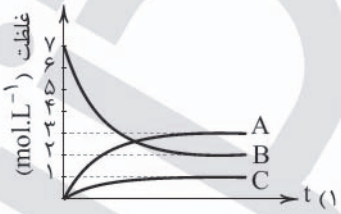
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

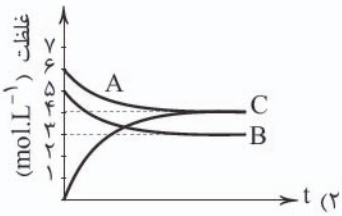
۲۳۳- چه تعداد از مواد زیر را می‌توان به طور مستقیم از اتن (اتیلن) تهیه کرد و از بین آن‌ها واکنش تهیهٔ چند ماده از نوع اکسایش ـ کاهش است؟

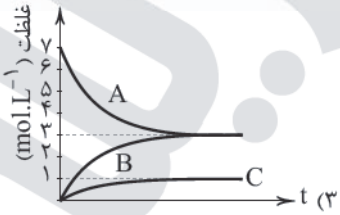
• اتانول • اتانوییک اسید • اتیل استات
• اتان • کلرواتان • پلی‌اتن

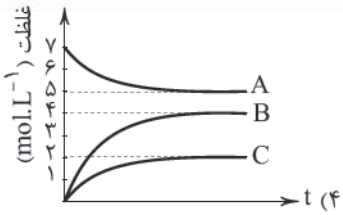
۱) ۵، ۳ ۲) ۵، ۴ ۳) ۴، ۳ ۴) ۴، ۲

۲۳۴- هر یک از نمودارهای زیر، مربوط به یک تعادل گازی با سه جزء A، B و C است. در کدام مورد با کاهش حجم ظرف، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود؟

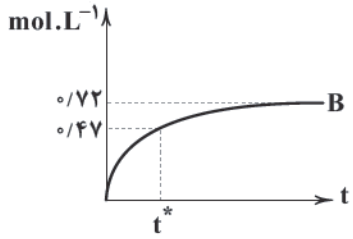
۱)


۲)


۳)


۴)


۲۳۵- نمودار زیر، تغییر غلظت مادهٔ B را در تعادل گازی: $2A \rightleftharpoons B$، در غیاب کاتالیزگر نشان می‌دهد. در صورتی که از کاتالیزگر استفاده شود، غلظت تعادلی A برابر ..... مول بر لیتر و غلظت B در لحظهٔ t^* می‌تواند برابر ..... مول بر لیتر باشد. (مقدار K در دمای آزمایش برابر ۱۱/۵۲ است.)



۱) ۰/۲۵، ۰/۵۷
۲) ۰/۲۵، ۰/۳۷
۳) ۰/۱۵، ۰/۵۷
۴) ۰/۱۵، ۰/۳۷

@Gozine_boost
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۲۵

پنج‌شنبه ۱۴۰۰/۰۳/۲۷

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۲۳۵	مدت پاسخگویی: ۲۵۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	فارسی	۲۵	۱	۲۵	۱۸ دقیقه
۲	زبان عربی	۲۵	۲۶	۵۰	۲۰ دقیقه
۳	دین و زندگی	۲۵	۵۱	۷۵	۱۷ دقیقه
۴	زبان انگلیسی	۲۵	۷۶	۱۰۰	۲۰ دقیقه
۵	ریاضیات	۵۵	۱۰۱	۱۵۵	۸۵ دقیقه
۶	فیزیک	۴۵	۱۵۶	۲۰۰	۵۵ دقیقه
۷	شیمی	۳۵	۲۰۱	۲۳۵	۳۵ دقیقه

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (متی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

ریاضیات

۱۰۱ ۱ دنبالهٔ تفاضلات را به دست می‌آوریم: ۵ , ۷ , ۹ , ...

دنبالهٔ تفاضلات حسابی است و قدرنسبت آن ۲ می‌باشد، پس در دنبالهٔ درجهٔ دوم ضریب n^2 برابر $\frac{2}{2}$ یعنی ۱ است. در نتیجه دنبالهٔ اصلی را به صورت $t_n = n^2 + bn + c$ در نظر می‌گیریم.

$$\begin{cases} t_1 = -1 \\ t_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1+b+c=-1 \\ 4+2b+c=4 \end{cases} \xrightarrow{(-)} 3+b=5 \Rightarrow b=2 \text{ و } c=-4$$

$$\Rightarrow t_n = n^2 + 2n - 4 \Rightarrow t_{20} = 400 + 40 - 4 = 436$$

۱۰۲ ۱

$$\alpha+\beta=3 \xrightarrow{\text{توان دو}} \alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta=9$$

$$\Rightarrow 7+2\alpha\beta=9 \Rightarrow \alpha\beta=1$$

$$S=(\alpha+\beta+1)+(\alpha\beta)=4+1=5$$

$$P=(\alpha+\beta+1)(\alpha\beta)=4\times1=4$$

معادله: $x^2-5x+4=0$

۱۰۳ ۳ بایستی رأس سهمی در بازهٔ $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ قرار گیرد.

$$-\frac{1}{2}<\frac{m-2}{2(m+1)}<\frac{1}{2} \Rightarrow -1<\frac{m-2}{m+1}<1 \Rightarrow \left|\frac{m-2}{m+1}\right|<1$$

$$\xrightarrow{m\neq-1} |m-2|<|m+1| \Rightarrow (m-2-m-1)(m-2+m+1)<0$$

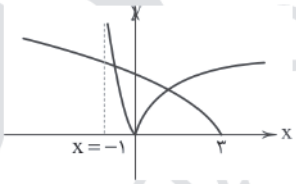
$$\Rightarrow 2m-1>0 \Rightarrow m>\frac{1}{2}$$

۱۰۴ ۲ نمودار $|\log_2(x+1)|$ را با مراحل زیر رسم می‌کنیم:

$$\log_2 x \rightarrow \log_2(x+1) \rightarrow |\log_2(x+1)|$$

و هم‌چنین تابع $\sqrt{6-2x}$ را با مراحل زیر رسم می‌کنیم.

$$\sqrt{x} \rightarrow \sqrt{x+6} \rightarrow \sqrt{6-2x}$$

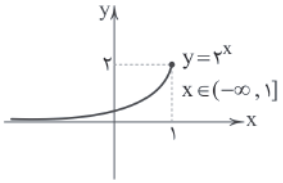


ملاحظه می‌کنید که دو تابع در دو نقطه با طول‌های مختلف‌العلامت متقاطع هستند.

۱۰۵ ۳ ابتدا برد تابع f را به دست می‌آوریم.

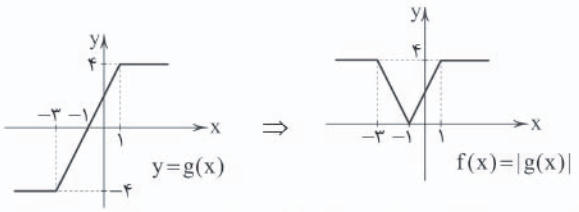
$$f(x)=2x-x^2 \Rightarrow R_f=(-\infty, \frac{-\Delta}{4a}]=(-\infty, 1]$$

برد تابع f را به عنوان دامنهٔ تابع g در نظر می‌گیریم. بهتر است تابع g را در بازهٔ $(-\infty, 1]$ رسم کنیم.



با توجه به نمودار، برد تابع gof برابر است با $[0, 2)$.

۱۰۶ ۲ فرض می‌کنیم $g(x)=|x+3|-|x-1|$ باشد، نمودار آن را ببینید:



ملاحظه می‌کنید که تابع $f(x)$ در فاصلهٔ $[-1, 1]$ صعودی اکید است و یک تابع خطی گذرا از دو نقطهٔ $(-1, 0)$ و $(1, 4)$ است، پس وارون آن از نقاط $(-1, 0)$ و $(1, 4)$ عبور خواهد کرد.

$$A(0,-1) \text{ و } B(4,1) \Rightarrow m_{AB}=\frac{-1-1}{0-4}=\frac{1}{2}$$

$$f^{-1}: y+1=\frac{1}{2}x \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{1}{2}x-1 ; 0\le x\le 4$$

۱۰۷ ۲

$$\tan(3\pi-\alpha)=-\frac{1}{4} \Rightarrow -\tan\alpha=-\frac{1}{4} \Rightarrow \tan\alpha=\frac{1}{4}$$

$$B=\sin(2\pi+\frac{3\pi}{2}-\alpha)\sin(2\pi+\pi-\alpha)+\tan(5\pi+\frac{\pi}{2}-\alpha)$$

$$B=\sin(\frac{3\pi}{2}-\alpha)\sin(\pi-\alpha)+\tan(\frac{\pi}{2}-\alpha)$$

$$B=(-\cos\alpha)(\sin\alpha)+\cot\alpha \Rightarrow B=-\frac{1}{2}\sin2\alpha+4$$

$$\Rightarrow B=-\frac{1}{2}\times\frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}+4=\frac{-\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{16}}+4=\frac{-4}{17}+4=\frac{64}{17}$$

۱۰۸ ۲ به راحتی می‌توان اثبات کرد:

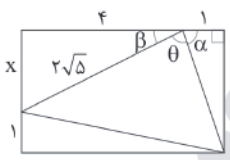
$$\tan\alpha+\cot\alpha=\frac{2}{\sin2\alpha} \text{ و } \tan\alpha-\cot\alpha=-2\cot2\alpha$$

پس معادلهٔ داده‌شده به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$\text{عبارت}=\frac{-2\cot2x}{\frac{2}{\sin2x}} \Rightarrow -\sin2x\cot2x=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos2x=-\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 2x=2k\pi+\frac{2\pi}{3} \Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{3} \\ 2x=2k\pi-\frac{2\pi}{3} \Rightarrow x=k\pi-\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

۱۰۹ ۳



$$(2\sqrt{5})^2=x^2+4^2 \Rightarrow x^2=20-16=4 \Rightarrow x=2$$

$$\tan\alpha=\frac{3}{1}=3 \text{ و } \tan\beta=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

$$\alpha+\beta+\theta=\pi \Rightarrow \theta=\pi-(\alpha+\beta) \Rightarrow \tan\theta=\tan(\pi-(\alpha+\beta))$$

$$\Rightarrow \tan\theta=-\tan(\alpha+\beta)=-\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=-\frac{3+\frac{1}{2}}{1-3\times\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \tan\theta=-\frac{\frac{7}{2}}{-\frac{1}{2}}=7 \Rightarrow \cot\theta=\frac{1}{7}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۱۰ ۲

$f(2)=2a+6$

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=a-3[-(2^-)]=a-3(-2)=a+6$

چون f در $x=2$ پیوستگی چپ دارد، پس:

$2a+6=a+6\Rightarrow a=0\Rightarrow f(x)=-3[-x]$

$f(1-\sqrt{2})=-3[\sqrt{2}-1]=-3\times 0=0$

۱۱۱ ۱

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5\Rightarrow\frac{a+\sqrt{a}}{4}=5\Rightarrow a+\sqrt{a}=20\Rightarrow a=16$

$\Rightarrow f(x)=\frac{20x+6}{4x-4}$

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\frac{26}{0^-}=-\infty$

۱۱۲ ۳

$$\lim_{x\to\frac{3\pi}{4}}\frac{1+2\sin x\cos x}{\cos^2 x-\sin^2 x}=\lim_{x\to\frac{3\pi}{4}}\frac{(\sin x+\cos x)^2}{(\cos x-\sin x)(\cos x+\sin x)}$$

$$=\lim_{x\to\frac{3\pi}{4}}\frac{\sin x+\cos x}{\cos x-\sin x}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{0}{-\sqrt{2}}=0$$

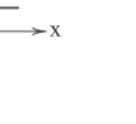
۱۱۳ ۳

$x+|x|=0\Rightarrow x\le 0\Rightarrow D_f=(0,+\infty)$

بنابراین $x=0$ مجانب قائم است:

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{x-10}{x+|x|}=\frac{-10}{0^+}=-\infty$$

در همسایگی چپ $x=0$ تابع تعریف نمی‌شود پس نمودار آن در همسایگی راست به صورت زیر است.



۱۱۴ ۲

$f(2)=g(2)\Rightarrow 2+2b=8a+b\Rightarrow 8a-2=b\quad(1)$

$f(x)=\frac{x}{x-1}+bx\Rightarrow f'(x)=-\frac{1}{(x-1)^2}+b\Rightarrow f'(2)=b-1$

$g'(x)=3ax^2\Rightarrow g'(2)=12a$

$f'(2)=g'(2)\Rightarrow b-1=12a$

$\xrightarrow{(1)} 12a=8a-2-1\Rightarrow 4a=-3\Rightarrow a=-\frac{3}{4}$

۱۱۵ ۲

فرض می‌کنیم $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=A$ باشد.

در این صورت:

$$A+\frac{1}{A}=2\Rightarrow A=1\Rightarrow\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-2}{x-1}=1\Rightarrow\begin{cases}f(1)=2\\ f'(1)=1\end{cases}$$

$g(x)=\sqrt[3]{x}f(x)\Rightarrow g'(x)=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}f(x)+\sqrt[3]{x}f'(x)$

$\Rightarrow g'(1)=\frac{f(1)}{3}+f'(1)=\frac{2}{3}+1=\frac{5}{3}$

۱۱۶ ۲

$f(x)=\sin^4 x+\cos^4 x+2\sin^2 x\cos^2 x-2\sin^2 x\cos^2 x$

$=(\sin^2 x+\cos^2 x)^2-2\sin^2 x\cos^2 x$

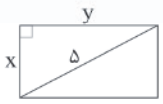
$\Rightarrow f(x)=1-2(\frac{1}{2}\sin 2x)^2\Rightarrow f(x)=1-\frac{1}{2}\sin^2 2x$

$\Rightarrow f'(x)=-\frac{1}{2}\times 2\times 2\cos 2x\sin 2x=-\sin 4x$

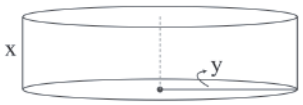
$\Rightarrow f''(x)=-4\cos 4x$

$\xrightarrow{x=\frac{\pi}{24}} f''(\frac{\pi}{24})=-4\cos(\frac{\pi}{6})=-4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=-2\sqrt{3}$

۱۱۷ ۴



$x^2+y^2=5^2=25\Rightarrow y^2=25-x^2$



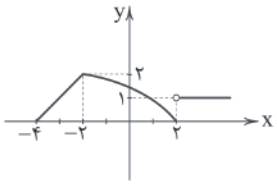
$V=\pi y^2 x\Rightarrow V=\pi x(25-x^2)=\pi(25x-x^3)$

$\Rightarrow V'=\pi(25-3x^2)=0\Rightarrow x=\frac{5}{\sqrt{3}}$

$V_{max}=\pi\times\frac{5}{\sqrt{3}}\times(25-\frac{25}{3})=\frac{250\pi}{3\sqrt{3}}$

۱۱۸ ۲

بهترین راه‌حل رسم تابع است.



طبق نمودار داریم:

ـ تابع سه نقطهٔ بحرانی با طول‌های $\{2,-2,-4\}$ و همچنین تمام نقاط روی خط افقی در بازهٔ $(2,+\infty)$ بحرانی است، پس بی‌شمار نقطهٔ بحرانی دارد.

ـ نقطهٔ $(0,2)$ مینیمم نسبی و نقطهٔ $(2,-2)$ ماکزیمم نسبی تابع است.

ـ بیشترین مقدار تابع ۲ و کم‌ترین مقدار صفر است.

ـ تابع در فاصلهٔ $[-2,-4]$ صعودی اکید و در فاصلهٔ $[2,-2]$ نزولی اکید است.

بنابراین عبارت‌های «الف»، «ب» و «ج» درست است.

۱۱۹ ۱

این تابع از مبدأ مختصات می‌گذرد، بنابراین:

$\xrightarrow[y=0]{x=0} a+2=0\Rightarrow a=-2\Rightarrow y=-\frac{1}{3}x^3-2x^2-bx$

$\Rightarrow y'=-x^2-4x-b$

$\Rightarrow y''=-2x-4=0\Rightarrow -2x=4\Rightarrow x=-2$ طول نقطهٔ عطف

در نقطهٔ عطف (چون خط مماس افقی شده) مشتق اول صفر است، بنابراین:

$\xrightarrow{x=-2} -4+8-b=0\Rightarrow b=4$

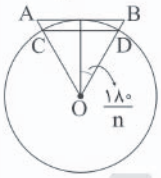
$\Rightarrow 2a+b=2(-2)+4=0$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

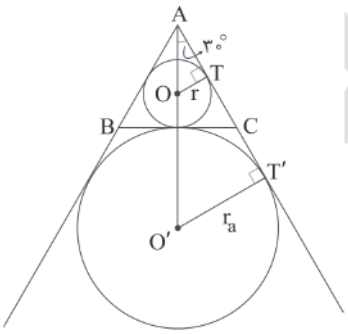
۱۲۰ ۴ **نکته:** اگر AB و CD اندازه‌های ضلع‌های n‌ضلعی منتظم محیطی و محاطی باشند آن‌گاه $AB=2r\tan\frac{180^\circ}{n}$ و $CD=2r\sin\frac{180^\circ}{n}$ که دو شش‌ضلعی منتظم محاطی و محیطی متشابه می‌باشند. بنابراین داریم:

$$\frac{\text{مساحت شش‌ضلعی منتظم محاطی}}{\text{مساحت شش‌ضلعی منتظم محیطی}}=\left(\frac{CD}{AB}\right)^2=\cos^2\frac{180^\circ}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{2}}{x}=\cos^2\frac{180^\circ}{6}\Rightarrow \frac{3\sqrt{2}}{x}=\frac{3}{4}\Rightarrow x=4\sqrt{2}$$



۱۲۱ ۱ **می‌دانید که:** در مثلث متساوی‌الاضلاع داریم:



$$r_{\text{محاطی}}=\frac{\sqrt{3}}{6}a\ ,\ r_a=\frac{\sqrt{3}}{2}a$$

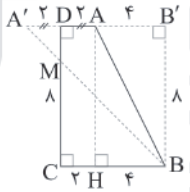
$$\overset{\Delta}{AOT}:\tan30^\circ=\frac{r}{AT}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{6}}{AT}\Rightarrow AT=\frac{1}{2}$$

حال تعمیم قضیه تالس را در مثلث $AO'T'$ می‌نویسیم.

$$\frac{r}{r_a}=\frac{AT}{AT'}\Rightarrow\frac{\frac{\sqrt{3}}{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{0/5}{AT'}\Rightarrow AT'=1/5$$

$$\Rightarrow TT'=AT'-AT=1/5-0/5=1$$

۱۲۲ ۴



طبق مسئله هرون، ابتدا بازتاب نقطهٔ A را نسبت به DC می‌یابیم. نقطهٔ A' مطابق شکل به دست می‌آید. اگر از A' به B وصل کنیم ضلع DC را در M قطع می‌کند و داریم:

$$MA+MB=MA'+MB=A'B$$

حال فاصلهٔ $A'B$ را با رابطه فیثاغورس حساب می‌کنیم. در مثلث $A'B'B$ داریم:

$$A'B^2=A'B'^2+BB'^2=8^2+8^2=2\times64\Rightarrow A'B=8\sqrt{2}$$

۱۲۳ ۳ ابتدا به کمک قضیهٔ کسینوس‌ها شعاع دایره را می‌یابیم.

$$AB^2=R^2+R^2-2\times R\times R\times\cos120^\circ\Rightarrow 9=2R^2-2R^2\times\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow 9=3R^2\Rightarrow R^2=3\Rightarrow R=\sqrt{3}$$

$$S_{\text{قطاع}}=\frac{\alpha}{360}\times\pi R^2=\frac{\pi}{3}\times(\sqrt{3})^2=\pi$$

$$S_{\overset{\Delta}{OAB}}=\frac{1}{2}\times R\times R\times\sin120^\circ=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{مساحت سایه‌زده}=S_{\text{قطاع}}-S_{\overset{\Delta}{OAB}}=\pi-\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

۱۲۴ ۳

$$\overset{\Delta}{AED}:DE^2=AE^2+AD^2-2AE\times AD\times\cos\hat{A}$$

$$\Rightarrow 4=1+4-2\times1\times2\times\cos\hat{A}\Rightarrow\cos\hat{A}=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow\sin\hat{A}=\sqrt{1-\frac{1}{16}}=\frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$S_{BCDE}=S_{ABC}-S_{ADE}$$

$$=\frac{1}{2}AB\times AC\times\sin\hat{A}-\frac{1}{2}AE\times AD\times\sin\hat{A}$$

$$=\frac{1}{2}\times4\times6\times\frac{\sqrt{15}}{4}-\frac{1}{2}\times1\times2\times\frac{\sqrt{15}}{4}=\frac{11\sqrt{15}}{4}$$

۱۲۵ ۱

$$MN\|DC\|AB\Rightarrow\overset{\Delta}{DAB}:\frac{ME}{AB}=\frac{1}{2}\quad(1)$$

$$\overset{\Delta}{ABC}:\frac{FN}{AB}=\frac{1}{2}\quad(2)$$

$$(1),(2)\Rightarrow FN=ME\xrightarrow[MN=15]{EF=5}ME=FN=5$$

$$\Rightarrow AB=10$$

حال در مثلث ADC قضیهٔ تالس را می‌نویسیم.

$$\frac{AM}{AD}=\frac{MF}{DC}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{10}{DC}=\frac{1}{2}\Rightarrow DC=20\Rightarrow\frac{AB}{DC}=\frac{1}{2}$$

۱۲۶ ۱

$$\overset{\Delta}{AHC}:AC^2=HC^2+AH^2\Rightarrow225=144+HA^2\Rightarrow AH=9$$

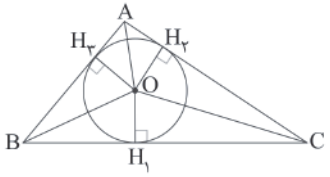
از طرفی دو مثلث قائم‌الزاویه AHC و $BH'C$ متشابه‌اند. (زاویهٔ C مشترک و $\hat{H}=\hat{H'}=90^\circ$) بنابراین داریم:

$$\frac{AH}{BH'}=\frac{AC}{BC}\Rightarrow\frac{9}{BH'}=\frac{15}{18}\Rightarrow BH'=\frac{9\times18}{15}=10/8$$

۱۲۷ ۳ **می‌دانید که:** الف) مجموع فواصل هر نقطه داخل مثلث از سه ضلع آن برابر ارتفاع آن می‌باشد. (هندسه ۱)

ب) مرکز دایره محاطی مثلث نقطهٔ همرسی سه نیمساز است. شعاع این دایره فاصلهٔ این نقطه از هر یک از سه ضلع مثلث می‌باشد. (هندسه ۲)

$$OH_1+OH_2+OH_3=3r=3\times\frac{S}{p}=3\times\frac{18}{12}=4/5$$



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۲۸ **۲** نقطه‌ای که از هر سه رأس مثلث به یک فاصله است، مرکز دایرهٔ محیطی مثلث است. خطی که در مرکز دایرهٔ محیطی بر صفحهٔ مثلث عمود است، مطلوب مسأله است.

۱۲۹ **۱** می‌دانید که: $|AB|=|A||B|$

$$\begin{bmatrix}۲ & ۰ & ۱\\ -۱ & ۲ & ۰\\ ۰ & -۲ & ۱\end{bmatrix}=۲\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ -۲ & ۱\end{bmatrix}+۰+۱\times\begin{bmatrix}-۱ & ۲\\ ۰ & -۲\end{bmatrix}=۴+۲=۶$$

$$\begin{bmatrix}-۲ & ۳ & ۴\\ ۰ & ۲ & ۵\\ ۰ & ۰ & ۳\end{bmatrix}=(-۲)(۲)(۳)=-۱۲$$

$$A=-۱۲\times۶=-۷۲$$

۱۳۰ **۴** یادآوری چند ویژگی:

۱) $|rA|=r^n|A| \quad r\in\mathbb{R}$

۲) $|A^n|=|A|^n$

۳) $|I|=۱$

$$۲A=\begin{bmatrix}|A| & -۶\\ |A| & |A|\end{bmatrix}\xrightarrow[\text{می‌گیریم}]{\text{از طرفین دترمینان}}۴|A|=|A|^۲+۶|A|$$

$$\Rightarrow |A|^۲+۲|A|=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}|A|=۰\Rightarrow \text{غیرقابل قبول}\\ |A|=-۲\Rightarrow|\frac{۱}{۲}A^۴A^{-۱}|=\frac{۱}{۴}|A|^۳=\frac{۱}{۴}\times(-۲)^۳=-۲\end{cases}$$

۱۳۱ **۲** برای این‌که دستگاه جواب نداشته باشد باید دو خط موازی باشند. بنابراین شرط موازی بودن دو خط را می‌نویسیم.

$$\frac{m}{۳}=\frac{۲}{m+۵}\neq\frac{m+۲}{۲}$$

۱) $\frac{m}{۳}=\frac{۲}{m+۵}\Rightarrow m^۲+۵m-۶=۰\Rightarrow m=۱$ یا $m=-۶$

مقادیر m به دست آمده در شرط زیر باید صدق کند.

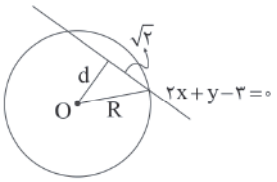
۲) $\frac{m}{۳}\neq\frac{m+۲}{۲}\Rightarrow m=۱\Rightarrow\frac{۱}{۳}\neq\frac{۳}{۲}$ قابل قبول

$m=-۶\Rightarrow\frac{-۶}{۳}=\frac{-۴}{۲}$ غیرقابل قبول

توجه کنید با جایگذاری گزینه‌ها هم می‌توانید به جواب برسید.

۱۳۲ **۱**

$$d=\frac{|۲(۳)+۲-۳|}{\sqrt{۴+۱}}=\frac{۵}{\sqrt{۵}}=\sqrt{۵}$$

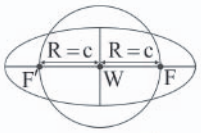


$$R^۲=(\sqrt{۵})^۲+(\sqrt{۲})^۲=۷$$

معادله دایره: $(x-۳)^۲+(y-۲)^۲=۷\xrightarrow[x=۱]{\text{برخورد با خط}}$

$$(۱-۳)^۲+(y-۲)^۲=۷\Rightarrow(y-۲)^۲=۳\Rightarrow y=۲\pm\sqrt{۳}$$

۱۳۳ **۱**



شعاع دایره $۲c=FF'=۲\sqrt{۵}\Rightarrow c=\sqrt{۵}=R$

مرکز دایره $=$ وسط $FF'=W\begin{vmatrix}۱\\ ۰\end{vmatrix}$

معادله دایره: $(x-۱)^۲+(y-۰)^۲=۵$

$$\xrightarrow[y=x]{\text{نقطه برخورد با}}x^۲-۲x+۱+x^۲=۵$$

$$\Rightarrow ۲x^۲-۲x-۴=۰\Rightarrow x^۲-x-۲=۰\Rightarrow x=۲,x=-۱$$

۱۳۴ **۳**

$$y^۲-ky=۲x\Rightarrow y^۲-ky+\frac{k^۲}{۴}=۲x+\frac{k^۲}{۴}$$

$$\Rightarrow(y-\frac{k}{۲})^۲=۲(x+\frac{k^۲}{۸})\Rightarrow S\begin{vmatrix}-\frac{k^۲}{۸}\\ \frac{k}{۲}\end{vmatrix},۴a=۲\Rightarrow a=\frac{۱}{۲}$$

خط هادی: $x=\frac{-k^۲}{۸}-\frac{۱}{۲}=\frac{-۵}{۲}\Rightarrow\frac{k^۲}{۸}=\frac{۴}{۲}\Rightarrow k^۲=۱۶\Rightarrow k=\pm۴$

۱۳۵ **۴** مساحت مثلث $=\frac{۱}{۲}|a\times b|=۳\Rightarrow|a\times b|=۶$

$$(a.b)^۲=|a|^۲|b|^۲-|a\times b|^۲=۴\times۹-۳۶=۰\Rightarrow a.b=۰$$

چون $a.b=۰$ است پس $a\perp b$ است و در نتیجه اندازه تصویر a بر b برابر صفر است.

۱۳۶ **۴** اگر $\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{BC}=\vec{u}$ این بردار بر AC و BC و لذا بر $\overrightarrow{AB}$ عمود است و مثلث ABC متساوی‌الاضلاع و زاویهٔ بین اضلاع $\frac{\pi}{۳}$ است.

بنابراین:

$$|AB\times(AC\times BC)|=|\overrightarrow{AB}||\vec{u}|\sin\frac{\pi}{۲}=۲|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{BC}|\sin\frac{\pi}{۳}$$

$$=۲\times۲\times۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=۴\sqrt{۳}$$

۱۳۷ **۴** ابتدا مرکز و شعاع هر دو دایره را می‌یابیم.

$$C:x^۲+y^۲-۴x+۳=۰\Rightarrow x^۲-۴x+۴+y^۲-۱=۰$$

$$\Rightarrow(x-۲)^۲+y^۲=۱\Rightarrow O(۲,۰),R=۱$$

$$C':x^۲+y^۲-۱۰x+۲۱=۰\Rightarrow x^۲-۱۰x+۲۵-۴+y^۲=۰$$

$$\Rightarrow(x-۵)^۲+y^۲=۴\Rightarrow O'(۵,۰),R'=۲$$

$$OO'=|۲-۵|=۳,R+R'=۱+۲=۳$$

بنابراین دو دایره مماس خارجند. $OO'=R+R'$ در این حالت طول مماس مشترک خارجی برابر است با:

$$TT'=۲\sqrt{RR'}=۲\sqrt{۱\times۲}=۲\sqrt{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۳۸ **۳** فرض کنید سطر اول مربع لاتین ۳×۳ به صورت زیر باشد که در آن a ، b ، c جایگشتی از اعداد ۱ ، ۲ ، ۳ است:

a	b	c

با توجه به این‌که اعداد سطرها و ستون‌ها باید متمایز باشد، مربع لاتین به یکی از ۲ صورت زیر است:

a	b	c
b	c	a
c	a	b

a	b	c
c	a	b
b	c	a

با در نظر گرفتن جایگشت سطر اول، تعداد مربع‌های لاتین ۱۲=۲×۳! است.

۱۳۹ **۲** سطح زیرکشت $=۱+۲/۵+۳+۴+۴/۵+۵=۲۰$

حالا به کمک تناسب زاویهٔ مرکزی متناسب با استان A را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۲۰}{۳۶۰}=\frac{۳}{\alpha}\Rightarrow\alpha=\frac{۳۶۰\times۳}{۲۰}=۵۴^\circ$$

۱۴۰ **۳** ابتدا ۱۶ واحد از نماینده‌های دسته کم می‌کنیم و جدول به صورت زیر می‌شود:

نمایندهٔ دسته	−۴	−۲	۰	۲	۴
فراوانی	۵	۷	۱۰	a	۳

میانگین این جدول را برابر صفر قرار می‌دهیم تا مقدار a به دست بیاید:

$$\overline{x}=\frac{۵\times(-۴)+۷\times(-۲)+۱۰\times۰+a\times۲+۳\times۴}{۵+۷+۱۰+a+۳}=۰$$

$$\Rightarrow -۲۰+(-۱۴)+۰+۲a+۱۲=۰\Rightarrow ۲a=۲۲\Rightarrow a=۱۱$$

از آن‌جایی که کم کردن مقدار ثابتی از داده‌ها، مقدار واریانس را تغییر نمی‌دهد، پس واریانس داده‌های جدید را به دست می‌آوریم:

$$\sigma^۲=\frac{۵\times(-۴-۰)^۲+(۷)\times(-۲-۰)^۲+۱۰(۰-۰)^۲}{۳۶}$$

$$+\frac{۱۱\times(۲-۰)^۲+۳\times(۴-۰)^۲}{۳۶}=\frac{۲۰۰}{۳۶}=۵/۵۵$$

۱۴۱ **۴**

p	~p	p∨~p	p⇔(p∨~p)	p∧~p	p⇒(p∧~p)
T	F	T	T	F	F
F	T	T	F	F	T

p⇔~p	p⇒(p⇔~p)	~p⇒p	p⇒(~p⇒p)
F	F	T	T
F	T	F	T

با توجه به جدول ارزش گزاره، گزینهٔ (۴) درست است.

۱۴۲ **۲** اگر گزاره‌های «n عددی صحیح و مثبت و $n^۲$ زوج است» و «n زوج است» را به ترتیب با p و q نشان دهیم، آن‌گاه با توجه به هم‌ارزی زیر، نقیض ترکیب شرطی $p\Rightarrow q$ را می‌توان به صورت گزاره «n عددی صحیح و مثبت به طوری که $n^۲$ زوج است و n فرد است.»، نوشت.

$$\sim(p\Rightarrow q)\equiv\sim(\sim p\vee q)=p\wedge\sim q$$

۱۴۳ **۳** زیرا هیچ مقداری در مجموعهٔ A وجود ندارد که $\frac{۱}{x}-x$ را مثبت یا صفر کند.

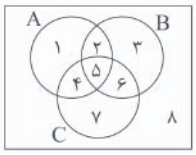
۱۴۴ **۲** مسأله را با عددگذاری حل می‌کنیم:

$$(C\cup A'\cup B')'=(\{۴,۵,۶,۷\}\cup\{۳,۶,۷,۸\}\cup\{۱,۴,۷,۸\})'$$
$$=\{۲\}$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم تا ببینیم کدام گزینه با صورت مسئله برابر نیست.

گزینهٔ (۲) با صورت مسئله برابر نیست:

$$(A-C)\cup(B-C)=\{۱,۲\}\cup\{۲,۳\}=\{۱,۲,۳\}\neq\{۲\}$$



۱۴۵ **۴** چون حاصل‌ضرب اعداد روشدهٔ دو تاس عددی زوج است، پس عددهای ۲ تاس نباید هر دو فرد باشند، بنابراین:

تعداد حالت‌هایی که هر دو تاس فرد هستند − تعداد کل حالت‌ها = فضای نمونه‌ای

$$\Rightarrow S=۳۶-۳\times۳=۲۷$$

از طرفی حالت‌هایی که حاصل‌ضرب اعداد روشده زوج و مجموع آن‌ها بر ۴ بخش‌پذیر باشد، به صورت زیر هستند:

$$\{(۲,۲),(۴,۴),(۶,۲),(۲,۶),(۶,۶)\}\Rightarrow ۵\text{ حالت}$$

$$\text{احتمال موردنظر}=\frac{۵}{۲۷}$$

۱۴۶ **۱** فرض کنیم R پیشامد این‌که توپ قرمز، H پیشامد روآمدن سکه و T پیشامد پشت آمدن سکه باشد. در این صورت داریم:

$$P(R)=P(R|H)\times P(H)+P(R|T)\times P(T)$$

$$=\frac{۴}{۱۰}\times\frac{۱}{۲}+\frac{۶}{۱۰}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}$$

۱۴۷ **۴** عددی بر ۴۴ بخش‌پذیر است که بر ۱۱ و ۴ بخش‌پذیر باشد:

$$\text{مضرب ۴۴}\begin{cases}\text{مضرب ۴}: b=۰,۲,۴,۶,۸\\ \text{مضرب ۱۱}: ۸-b+۳-۷+a\overset{۱۱}{\equiv}۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a-b=-۴\\ a-b=+۷\end{cases}$$

$b=۶$ و $a=۲$: کم‌ترین مقدار عدد

$$\Rightarrow\overline{a۷۳b۸}=۲۷۳۶۸\overset{۹}{\equiv}۲+۷+۳+۶+۸\overset{۹}{\equiv}۸$$

۱۴۸ **۳**

$$x^۲-۸x+۷\overset{۹}{=}۰\Rightarrow(x-۱)(x-۷)\overset{۹}{=}۰$$

حالت‌های زیر ممکن است رخ دهد:

$$۱)\ x-۱=۹k\Rightarrow x\overset{۹}{\equiv}۱$$

$$۲)\ x-۷=۹k'\Rightarrow x\overset{۹}{\equiv}۷$$

$$۳)\begin{cases}x-۱=۳k\\ x-۷=۳k'\end{cases}\Rightarrow\begin{matrix}x\overset{۳}{\equiv}۱\\ x\overset{۳}{\equiv}۷\overset{۳}{\equiv}۱\end{matrix}\Rightarrow x\overset{۳}{=}۱$$

از طرفی چون ۳|۹ است، پس در حالت‌های ۱ و ۲ داریم:

$$x\overset{۹}{\equiv}۱\xrightarrow{۳|۹}x\overset{۳}{\equiv}۱\quad\text{و}\quad x\overset{۹}{\equiv}۷\xrightarrow{۳|۹}x\overset{۳}{\equiv}۷\overset{۳}{\equiv}۱$$

پس $x\overset{۳}{=}۱$ در تمامی حالت‌های بالا صدق می‌کند و داریم:

$$x=۳k+۱\xrightarrow{\text{دورقمی‌ها}}۱۰\le۳k+۱\le۹۹\Rightarrow۳\le k\le۳۲$$

پس ۳۰ عدد دورقمی داریم که در معادله‌های موردنظر صدق می‌کنند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴۹ **۲**

$۲۵x+۱۲y=۱۱۱۰$ شرط داشتن جواب: $(۲۵,۱۲)|۱۱۱۰$

جواب اولیهٔ دلخواه: $x_۰=۶$ و $y_۰=۸۰$

$$x=x_۰+\frac{bk}{(a,b)}\Rightarrow x=۶+\frac{۱۲k}{۱}\Rightarrow ۶+۱۲k>۰\Rightarrow k\geq ۰$$

$$y=y_۰-\frac{ak}{(a,b)}\Rightarrow y=۸۰-\frac{۲۵k}{۱}\Rightarrow ۸۰-۲۵k>۰\Rightarrow k\leq ۳$$

مجموعه جواب‌های طبیعی این معادله به ازای $k=۰$، $k=۱$، $k=۲$ و $k=۳$ به دست می‌آید.

۱۵۰ **۳**

$$(۶a^۲,۱۲a^۳)=۶a^۲$$

$$(۳a^۴,۱۲a^۳)=۳a^۳,(a,۴)\Rightarrow\begin{cases}۱)\ ۳a^۳:a=۲k+۱\\ ۲)\ ۶a^۳:a=۴k+۲\\ ۳)\ ۱۲a^۳:a=۴k\end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$[(۶a^۲,۱۲a^۳),(۳a^۴,۱۲a^۳)]\Rightarrow\begin{cases}۱)\ [۶a^۲,۳a^۳]=۶a^۳\\ ۲)\ [۶a^۲,۶a^۳]=۶a^۳\\ ۳)\ [۶a^۲,۱۲a^۳]=۱۲a^۳\end{cases}$$

بنابراین ۲ مقدار برای عبارت فوق به دست می‌آید.

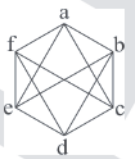
۱۵۱ **۳**

$$\begin{cases}۳p=۲q\Rightarrow q=\frac{۳}{۲}p\\ q=۵p-۲۱\end{cases}\Rightarrow\frac{۳}{۲}p=۵p-۲۱\Rightarrow p=۶\ \text{و}\ q=۹$$

$$\Rightarrow p+q=۱۵$$

۱۵۲ **۴**

گراف ۴ـ منتظم از مرتبهٔ ۶ یک گراف منحصر به فرد است و به شکل مقابل: (زیرا مکمل آن یک گراف منحصر به فرد است.)



عدد احاطه‌گری در این گراف بیش از یک است، زیرا در این گراف رأسی وجود ندارد که با همهٔ رئوس مجاور باشد.

$$\gamma(G)\geq\left\lceil\frac{۶}{۴+۱}\right\rceil=۲$$

از طرفی با هر ۲ رأس دلخواه می‌توان کل این گراف را احاطه کرد، پس مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم و در نتیجه مینیمال آن ۲ عضوی است، پس در این گراف باید تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی رئوس را به دست آوریم. یعنی: $\binom{۶}{۲}=۱۵$.

۱۵۳ **۴**

در این سؤال به دنبال جواب‌های معادلهٔ $x_۱+x_۲+x_۳=۱۰$ با شرط $۰\leq x_۱,x_۲,x_۳<۶$ هستیم:

ابتدا کل جواب‌ها را به دست می‌آوریم: $x_۱+x_۲+x_۳=۱۰$

$$\text{تعداد جواب‌ها}=\binom{۱۰+۳-۱}{۳-۱}=\binom{۱۲}{۲}=۶۶$$

حال فرض می‌کنیم $x_۱\geq ۶$ باشد، پس داریم:

$$x_۱+x_۲+x_۳=۱۰\xrightarrow{x_۱=y_۱+۶}y_۱+x_۲+x_۳=۴$$

$$\text{تعداد جواب‌ها}=\binom{۴+۳-۱}{۳-۱}=\binom{۶}{۲}=۱۵$$

$$\text{تعداد جواب‌های مطلوب}=۶۶-۳\times۱۵=۲۱$$

۱۵۴ **۴**

اگر A را مجموعهٔ مضارب ۲، B را مجموعهٔ مضارب ۳، C را مجموعهٔ مضارب ۵ در نظر بگیریم، داریم:

تعداد جواب‌های مطلوب: $|A\cap B\cap C'|+|A\cap B'\cap C|+|A'\cap B\cap C|$

$$=|A\cap B|+|A\cap C|+|B\cap C|-۳|A\cap B\cap C|$$

$$=[\frac{۹۶}{۶}]+[\frac{۹۶}{۱۰}]+[\frac{۹۶}{۱۵}]-۳\times[\frac{۹۶}{۳۰}]=۲۲$$

۱۵۵ **۲**

تعداد یال‌های گراف کامل مرتبهٔ ۱۶ برابر است با:

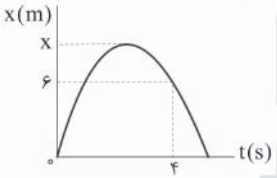
$$\binom{۱۶}{۲}=۱۲۰$$

اگر ۱۲۰ یال را معادل ۱۲۰ کبوتر و ۷ رنگ را معادل ۷ لانه فرض کنیم، آن‌گاه چون $۱+۷\times۱۷=۱۲۰$ است، پس حداقل $۱+۱۷=۱۸$ کبوتر در یک لانه قرار می‌گیرند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

فیزیک

۱۵۶ **۲** با توجه به شکل زیر، فرض می‌کنیم بیشترین فاصلهٔ جسم تا مبدأ مختصات برابر با x باشد، بنابراین:



$t=۴s$ مسافت طی‌شده تا لحظهٔ: $l=x+(x-۶)=۲x-۶$ (۱)

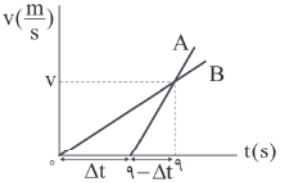
$t=۴s$ اندازه جابه‌جایی تا لحظهٔ: $|\Delta x|=۶m$ (۲)

با توجه به صورت سؤال، تندی متوسط جسم، ۵ برابر اندازهٔ سرعت متوسط آن است، بنابراین:

$$s_{av}=۵|v_{av}|\Rightarrow \frac{l}{\Delta t}=۵|\frac{\Delta x}{\Delta t}|\Rightarrow l=۵|\Delta x|$$

$$\xrightarrow{(۱)\text{ و }(۲)} ۲x-۶=۵\times۶\Rightarrow ۲x=۳۶\Rightarrow x=۱۸m$$

۱۵۷ **۳** با توجه به این‌که نمودار، نمودار سرعت ـ زمان است، بنابراین از طریق شیب نمودارها می‌توانیم شتاب متحرک‌ها را به دست آوریم:



$$\begin{cases} a_A=\frac{v}{۹-\Delta t} \\ a_B=\frac{v}{۹} \end{cases}$$

با برابر قرار دادن معادلهٔ مکان برحسب زمان دو متحرک در لحظهٔ $t'=۱۵s$ داریم:

$$\Delta x_A=\Delta x_B\Rightarrow \frac{۱}{۲}a_A(t-\Delta t)^۲=\frac{۱}{۲}a_B t^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\times(\frac{v}{۹-\Delta t})(۱۵-\Delta t)^۲=\frac{۱}{۲}\times(\frac{v}{۹})\times(۱۵)^۲\Rightarrow \Delta t^۲-۵\Delta t=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta t=۰ \\ \Delta t=۵s \end{cases}$$

۱۵۸ **۲** توجه داشته باشید که معادلهٔ داده‌شده معادلهٔ سرعت ـ زمان نیست، بلکه معادلهٔ سرعت متوسط برحسب زمان است. می‌دانیم سرعت متوسط از رابطهٔ $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ به دست می‌آید، بنابراین:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow{t_۰=۰} v_{av}=\frac{\Delta x}{t}\Rightarrow \Delta x=v_{av}.t=۴t^۲+۵t$$

حالا با مقایسهٔ معادلهٔ مکان ـ زمان به دست آمده با صورت کلی معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت، داریم:

$$\begin{cases} \Delta x=۴t^۲+۵t \\ \Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t \end{cases}\Rightarrow a=۸\frac{m}{s^۲}\ \text{و}\ v_۰=۵\frac{m}{s}$$

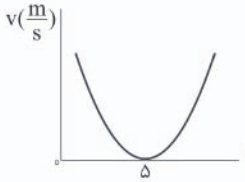
اکنون با نوشتن معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک را تا لحظه‌ای که سرعتش به $۷\frac{m}{s}$ می‌رسد، حساب می‌کنیم.

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\Rightarrow ۷^۲-۵^۲=۲\times۸\times\Delta x$$

$$\Rightarrow ۴۹-۲۵=۱۶\Delta x\Rightarrow \Delta x=۱/۵m$$

۱۵۹ **۴** در حرکت متحرک روی خط راست، اگر متحرک تغییر جهت ندهد، جابه‌جایی و مسافت طی‌شده و در نتیجه اندازهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک برابر خواهند بود و در صورتی‌که تغییر جهت اتفاق بیفتد، جابه‌جایی کم‌تر از مسافت طی‌شده و در نتیجه اندازهٔ سرعت متوسط کم‌تر از تندی متوسط خواهد بود.

بنابراین با رسم نمودار سرعت ـ زمان با توجه به معادلهٔ داده‌شده، لحظاتی که در آن جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند (سرعت تغییر علامت می‌دهد) را به دست می‌آوریم:



$$v=t^۲-۱۰t+۲۵\Rightarrow v=(t-۵)^۲$$

ریشهٔ مضاعف معادلهٔ سرعت ـ زمان است، بنابراین $t=۵s$ همواره مثبت است، بنابراین متحرک هیچ‌گاه تغییر جهت نمی‌دهد، بنابراین در هیچ بازهٔ زمانی تندی متوسط متحرک از اندازهٔ سرعت متوسط آن بزرگ‌تر نخواهد بود.

۱۶۰ **۱** در ابتدا با توجه به وزن ظاهری فرد روی ترازو و جرم فرد، شتاب حرکت آسانسور را به دست می‌آوریم:

$$W'_{\text{وزن ظاهری}}=mg'_{\text{شتاب ظاهری}}\Rightarrow ۴۵۰=۹۰g'\Rightarrow g'=۵\frac{m}{s^۲}$$

بنابراین: $g'=g-a\Rightarrow ۵=۱۰-a\Rightarrow a=۵\frac{m}{s^۲}$

جسمی به جرم $۲kg$ را روی سطح افقی بدون اصطکاک با همین شتاب $(a=۵\frac{m}{s^۲})$ به حرکت در آورده‌ایم. با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲\xrightarrow[a=۵\frac{m}{s^۲}]{\Delta x=۱۰m}۱۰=\frac{۱}{۲}\times۵\times t^۲\Rightarrow t^۲=۴\Rightarrow t=۲s$$

۱۶۱ **۳** ابتدا شتاب حرکت جسم در مسیرهای OA و AB را با استفاده از قانون دوم نیوتون محاسبه می‌کنیم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow \begin{cases} OA: F-f_{k_۱}=ma \\ \xrightarrow{f_k=\mu_k mg}۱۰-(۰/۱\times۲\times۱۰)=۲a_۱\Rightarrow a_۱=۴\frac{m}{s^۲} \\ AB: F-f_{k_۲}=ma \\ \Rightarrow ۱۰-(۰/۶\times۲\times۱۰)=۲a_۲\Rightarrow a_۲=-۱\frac{m}{s^۲} \end{cases}$$

شتاب حرکت جسم در مرحلهٔ اول مثبت و در مرحلهٔ دوم، منفی است، پس در مرحلهٔ اول، حرکت جسم تندشونده است و تندی حرکت آن از صفر به $۲\frac{m}{s}$ و در مرحلهٔ دوم، حرکت جسم کندشونده است و تندی آن از $۲\frac{m}{s}$ به صفر می‌رسد.

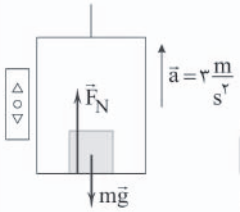
حال با استفاده از رابطهٔ $v=a\Delta t+v_۰$ مقادیر $\Delta t_۱$ و $\Delta t_۲$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} v_۱=a_۱(\Delta t_۱)+\cancel{v_۰}\Rightarrow ۲=۴\times\Delta t_۱\Rightarrow \Delta t_۱=\frac{۱}{۲}s \\ \cancel{v_۲}=a_۲(\Delta t_۲)+v_۱\Rightarrow ۰=(-۱)\times\Delta t_۲+۲\Rightarrow \Delta t_۲=۲s \end{cases}$$

بنابراین: $\frac{\Delta t_۲}{\Delta t_۱}=\frac{۲}{\frac{۱}{۲}}=۴$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶۲ ۲ در ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



چون در راستای عمود، حرکت شتابدار است، بنابراین قانون دوم نیوتون را در این راستا می‌نویسیم:

$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = m(g+a)$$

$$\xrightarrow[g=۱۰\frac{m}{s^۲}]{m=۳۰kg \text{ و } a=۳\frac{m}{s^۲}} F_N = ۳۰\times(۱۰+۳) = ۳۹۰N$$

اندازهٔ نیرویی که کف آسانسور به شخص وارد می‌کند، برابر با $F_N = ۳۹۰N$ است. کار هر نیرو از رابطهٔ $W_F = Fd\cos\theta$ به دست می‌آید. از آن‌جایی که کف آسانسور، نیرویی به سمت بالا به شخص وارد می‌کند و جابه‌جایی آسانسور نیز به سمت بالا است، بنابراین کار نیروی $\vec{F}_N$ مثبت است. (زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی صفر است، بنابراین $\cos\theta = ۱$)، لذا داریم:

$$W = F_N d\cos\theta = ۳۹۰\times۱۰\times۱ = ۳۹۰۰J = ۳/۹kJ$$

۱۶۳ ۲ طبق قانون دوم نیوتون $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$ می‌توان استدلال کرد:

از لحظهٔ صفر تا $t_۱$ شتاب جسم در حال کاهش است و به صفر می‌رسد. در نتیجه اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر جسم نیز در حال کاهش است. در بازهٔ زمانی مذکور، از لحظهٔ $t_۱$ تا لحظهٔ t' اندازهٔ شتاب جسم در حال افزایش است، بنابراین اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر جسم نیز در حال افزایش است.

۱۶۴ ۱ هر چقدر فاصله از منبع صوت افزایش یابد، تراز شدت صوت کاهش می‌یابد. از رابطهٔ تراز شدت صوت داریم:

$$\beta_۲ - \beta_۱ = ۱۰\log(\frac{d_۱}{d_۲})^۲ \xrightarrow{\beta_۲-\beta_۱=-۳۲dB} -۳۲ = ۱۰\log(\frac{d_۱}{d_۲})^۲$$

$$\Rightarrow -۳/۲ = \log(\frac{d_۱}{d_۲})^۲ \Rightarrow -(۲+۱/۲) = \log(\frac{d_۱}{d_۲})^۲$$

$$\Rightarrow -(\log۱۰^۲ + ۴\log۲) = \log(\frac{d_۱}{d_۲})^۲$$

$$\Rightarrow -(\log۱۰۰ + \log۱۶) = \log(\frac{d_۱}{d_۲})^۲ \Rightarrow -\log۱۶۰۰ = \log(\frac{d_۱}{d_۲})^۲$$

$$\Rightarrow \log\frac{۱}{۱۶۰۰} = \log(\frac{d_۱}{d_۲})^۲ \Rightarrow (\frac{d_۱}{d_۲})^۲ = \frac{۱}{۱۶۰۰}$$

$$\Rightarrow \frac{d_۱}{d_۲} = \frac{۱}{۴۰} \Rightarrow d_۲ = ۴۰d_۱$$

شخص ۱۵ متر دورتر می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} d_۲ = ۴۰d_۱ \\ d_۲ = ۱۵ + d_۱ \end{cases} \Rightarrow ۴۰d_۱ = ۱۵ + d_۱ \Rightarrow ۳۹d_۱ = ۱۵ \Rightarrow d_۱ = \frac{۱۵}{۳۹}m$$

۱۶۵ ۲ در ابتدا دورهٔ نوسان وزنه را از رابطهٔ $\omega = \frac{۲\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$ به دست می‌آوریم:

$$\frac{۲\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow[m=۱۶kg]{\pi=۳ \text{ و } k=۴\frac{N}{m}} \frac{۲\times۳}{T} = \sqrt{\frac{۴}{۱۶}} \Rightarrow T = ۱۲s$$

متحرک از $\Phi = ۰$ شروع به نوسان می‌کند، پس تغییر فاز آن را در تمام ۵ ثانیهٔ ابتدایی به دست می‌آوریم:

ثانیهٔ اول	$\Phi = ۰$ تا $\Phi = \frac{\pi}{۶}$	$x = ۰$ تا $x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}A$
ثانیهٔ دوم	$\Phi = \frac{\pi}{۶}$ تا $\Phi = \frac{\pi}{۳}$	$x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ تا $x = \frac{۱}{۲}A$
ثانیهٔ سوم	$\Phi = \frac{\pi}{۳}$ تا $\Phi = \frac{\pi}{۲}$	$x = \frac{۱}{۲}A$ تا $x = ۰$
ثانیهٔ چهارم	$\Phi = \frac{\pi}{۲}$ تا $\Phi = \frac{۲\pi}{۳}$	$x = ۰$ تا $x = -\frac{۱}{۲}A$
ثانیهٔ پنجم	$\Phi = \frac{۲\pi}{۳}$ تا $\Phi = \frac{۵\pi}{۶}$	$x = -\frac{۱}{۲}A$ تا $x = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$

واضح است که اندازهٔ جابه‌جایی ثانیه‌های دوم و پنجم با هم برابر است و در نتیجه سرعت متوسط هم در این بازه‌های زمانی با هم برابر است.

۱۶۶ ۳ تندی متوسط از رابطهٔ $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$ به دست می‌آید. برای این منظور باید مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۵s$ را محاسبه کنیم. ابتدا با قرار دادن زمان در معادلهٔ مکان ـ زمان، مکان نوسانگر را پیدا می‌کنیم:

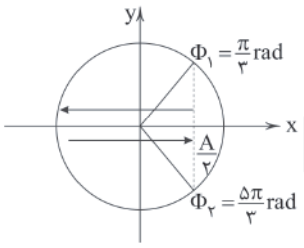
$$t_۱ = ۱s \Rightarrow x_۱ = ۰/۰۶\cos(\frac{\pi}{۳}\times۱) = ۰/۰۶\cos(\frac{\pi}{۳}) = ۰/۰۳m \Rightarrow x_۱ = \frac{A}{۲}$$

$$t_۲ = ۵s \Rightarrow x_۲ = ۰/۰۶\cos(\frac{\pi}{۳}\times۵) = ۰/۰۶\cos(\frac{۵\pi}{۳}) = ۰/۰۳m$$

$$\Rightarrow x_۲ = \frac{A}{۲}$$

با توجه به شکل زیر و فازهای تعیین‌شده می‌توان گفت که نوسانگر $\frac{A}{۲}$ را طی کرده و به مرکز نوسان می‌رسد، سپس $۲A$ طی کرده به مرکز نوسان باز می‌گردد و مجدداً با طی $\frac{A}{۲}$ به نقطهٔ شروع حرکتش در فاز $\frac{۵\pi}{۳}$ رادیان می‌رسد. در نتیجه مسافت طی‌شده به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$l = \frac{A}{۲} + ۲A + \frac{A}{۲} = ۳A \xrightarrow{A=۰/۰۶m} l = ۳\times۰/۰۶ = ۰/۱۸m$$

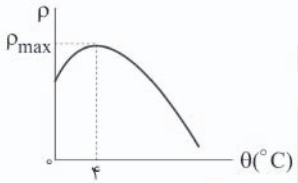


حال از طریق رابطهٔ تندی می‌توان نوشت:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۰/۱۸}{۴} = ۰/۰۴۵\frac{m}{s} \Rightarrow s_{av} = ۴/۵\frac{cm}{s}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۶۷ **۲** می‌دانیم نمودار چگالی برحسب دما برای آب به صورت زیر است:



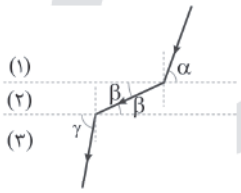
هرچه چگالی یک ماده بیشتر و سخت‌تر باشد، تندی موج صوتی در آن ماده بیشتر است، در نتیجه در دمای $4^\circ C$ که چگالی آب بیشترین مقدار ممکن را دارد، تندی موج صوتی در آب بیشتر از سایر دماها است.

سؤال دما را برحسب درجهٔ فارنهایت می‌خواهد، بنابراین:

$$F = 1/8\theta + 32 \xrightarrow{\theta = 4^\circ C} F = 1/8 \times 4 + 32 = 39/2^\circ F$$

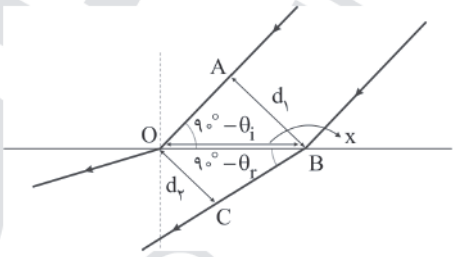
۱۶۸ **۳** در عبور پرتوی نور از چند محیط با مرزهای موازی، هرچه پرتو با مرز محیط‌ها زاویهٔ کم‌تری بسازد، زاویهٔ تابش یا زاویهٔ شکست آن بیشتر است. در نتیجه طبق قانون شکست عمومی، اگر در محیطی، پرتوی نور به خط عمود به مرزها نزدیک‌تر باشد، موج در آن محیط با تندی کم‌تری پیشروی می‌کند. با توجه به شکل زیر داریم:

$$\gamma > \alpha > \beta \Rightarrow v_3 < v_1 < v_2$$



توجه داشته باشید بسامد موج تنها به ویژگی‌های چشمهٔ موج بستگی دارد و در محیط‌های مختلف، ثابت است، بنابراین: $f_1 = f_2 = f_3$

۱۶۹ **۳** با توجه به شکل زیر، ضلع x در مثلث $\overset{\Delta}{OAB}$ و $\overset{\Delta}{OBC}$ مشترک است، یعنی وتر هر دو مثلث قائم‌الزاویه است.



در مثلث $\overset{\Delta}{OAB}$ می‌توان نوشت:

$$\overset{\Delta}{OAB}: \sin(90^\circ - \theta_i) = \frac{d_1}{x} \Rightarrow \cos\theta_i = \frac{d_1}{x} \Rightarrow d_1 = x\cos\theta_i \quad (1)$$

حال مثلث $\overset{\Delta}{OBC}$ را در نظر بگیرید:

$$\overset{\Delta}{OBC}: \sin(90^\circ - \theta_r) = \frac{d_2}{x} \Rightarrow \cos\theta_r = \frac{d_2}{x} \Rightarrow d_2 = x\cos\theta_r \quad (2)$$

با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) و همچنین مقادیر d_1 و d_2 می‌توانیم مقدار زاویهٔ شکست را محاسبه کنیم:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{\cos\theta_i}{\cos\theta_r} \xrightarrow[\theta_i = 37^\circ]{d_1 = 5cm \text{ و } d_2 = 3/75cm} \frac{4}{3} = \frac{0/8}{\cos\theta_r}$$

$$\Rightarrow \cos\theta_r = 0/6 \Rightarrow \theta_r = 53^\circ$$

حال با توجه به قانون شکست اسنل می‌توان نسبت $\frac{n_1}{n_2}$ را حساب کرد:

$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_r \Rightarrow n_1 \sin 37^\circ = n_2 \sin 53^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{0/8}{0/6} = \frac{4}{3}$$

۱۷۰ **۲** **بررسی نمودارها:**

الف) هرگاه پرتوی نور، عمود بر سطح جدایی دو محیط بتابد، به طور عمود وارد محیط دوم می‌شود و رقیق به غلیظ بودن یا غلیظ به رقیق بودن محیط اثری بر آن ندارد. (✓)

ب) هرگاه پرتوی نور با زاویهٔ غیرصفر از محیط رقیق به محیط غلیظ $(n_1 < n_2)$ وارد شود، پرتو به خط عمود بر سطح جدایی دو محیط، نزدیک‌تر می‌شود و هرگاه از محیط غلیظ به محیط رقیق وارد شود، از خط عمود بر سطح جدایی دو محیط، دور می‌شود. در شکل «ب» پرتو از محیط رقیق به محیط غلیظ وارد شده است، پس باید به خط عمود بر سطح جدایی دو محیط نزدیک شود، در حالی‌که دور شده است. (✗)

ج) پرتو از محیط غلیظ به محیط رقیق وارد شده است، بنابراین باید از خط عمود بر سطح جدایی دو محیط، دور شود. (✓)

د) توجه داشته باشید پرتو از هر ربع محیط که وارد می‌شود، باید به ربع مقابل برود. (✗)

ه) با توجه به این‌که پرتو از محیط رقیق به محیط غلیظ وارد شده است، بنابراین باید به خط عمود بر سطح جدایی دو محیط نزدیک شود. (✓)

۱۷۱ **۳** باتوجه به این‌که ضریب شکست‌ها یکسان نیست، پس زوایای انحراف یکسان نیست. از آن‌جایی که $n_1 > n_2$، پس مقایسهٔ بین زوایای انحراف برابر است با: $\hat{D}_1 > \hat{D}_2$

۱۷۲ **۴** حداکثر انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها از رابطهٔ $K_{max} = hf - W_0$ به دست می‌آید. همچنین $f = \frac{c}{\lambda}$ است، پس با ترکیب این دو رابطه می‌توان K_{max} را به دست آورد:

$$K_{max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\xrightarrow[W_0 = 2/55eV]{hc = 1200ev.nm \text{ و } \lambda = 400nm} K_{max} = \frac{1200}{400} - 2/55$$

$$\Rightarrow K_{max} = 3 - 2/55 = 0/45eV$$

دقت کنید: حداکثر انرژی جنبشی به دست آمده برحسب یکای الکترون ـ ولت است که باید آن را به ژول تبدیل کنیم. برای این‌کار کافی است آن را در واحد بار الکتریکی ضرب کنیم: $K_{max} = 0/45 \times 1/6 \times 10^{-19} J$

طبق رابطهٔ انرژی جنبشی $K = \frac{1}{2}mv^2$ اگر بخواهیم حداکثر تندی را محاسبه کنیم، باید انرژی جنبشی، ماکزیمم باشد، بنابراین:

$$K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2K_{max}}{m}}$$

$$\Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2 \times 0/45 \times 1/6 \times 10^{-19}}{9 \times 10^{-31}}} = \sqrt{16 \times 10^{10}} = 4 \times 10^5 \frac{m}{s}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۷۳ **۱** پرتوهای رشته‌های پاشن، براکت و پفوند در ناحیهٔ فروسرخ هستند. کوتاه‌ترین طول موج، مربوط به پرانرژی‌ترین فوتون می‌باشد که در گذار الکترون از لایهٔ $n=\infty$ به لایهٔ $n'=3$ ایجاد می‌شد، با توجه به رابطهٔ ریدبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda_{min}}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)=R\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{\infty}\right)=\frac{R}{9}\Rightarrow\lambda_{min}=\frac{9}{R}$$

بلندترین طول موج رشتهٔ لیمان نیز مربوط به کم‌انرژی‌ترین فوتون گسیل‌شده می‌باشد که در گذار از لایهٔ $n=2$ به لایهٔ $n'=1$ ایجاد می‌شود و داریم:

$$\frac{1}{\lambda_{max}}=R\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{4}\right)=\frac{3R}{4}\Rightarrow\lambda_{max}=\frac{4}{3R}$$

بنابراین اختلاف کوتاه‌ترین طول موج فروسرخ گسیل‌شده با بلندترین طول موج رشتهٔ لیمان برابر است با:

$$\lambda_{min}-\lambda_{max}=\frac{9}{R}-\frac{4}{3R}=\frac{23}{3R}$$

۱۷۴ **۱** انرژی سریع‌ترین فوتوالکترون‌های گسیل‌شده از سطح این فلز همان بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها است که طبق رابطهٔ $K_{max}=hf-W_0$ به دست می‌آید. هم‌چنین تابع کار فلز معادل است با $W_0=hf_0$ که f_0 بسامد آستانهٔ فلز است. حال می‌توان نوشت:

$$\frac{K_{max}}{W_0}=\frac{hf-W_0}{W_0}\xrightarrow{W_0=hf_0}\frac{K_{max}}{W_0}=\frac{hf-hf_0}{hf_0}=\frac{h(f-f_0)}{hf_0}$$

$$\xrightarrow{f=5f_0}\frac{K_{max}}{W_0}=\frac{5f_0-f_0}{f_0}=4$$

۱۷۵ **۲** اندازهٔ میدان الکتریکی یک ذرهٔ باردار از رابطهٔ $E=\frac{k|q|}{r^2}$ به دست می‌آید، بنابراین:

$$\frac{E_2}{E_1}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\xrightarrow[r_1=r\ ,\ r_2=r+2]{E_1=25\frac{N}{C}\ ,\ E_2=4\frac{N}{C}}\frac{4}{25}=\left(\frac{r}{r+2}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم}}\frac{2}{5}=\frac{r}{r+2}\Rightarrow 2r+4=5r\Rightarrow r=\frac{4}{3}\,cm$$

۱۷۶ **۴** با توجه به اطلاعات سؤال تنها نیرویی که بر روی ذره کار انجام می‌دهد، نیروی الکتریکی است، بنابراین قضیهٔ کار و انرژی جنبشی در این حالت به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$W_E=\Delta K=K_B-K_A\Rightarrow E|q|d\cos\theta=\frac{1}{2}m(v_B^2-v_A^2)$$

$$\xrightarrow[m=2g=2\times10^{-3}\,kg\ ,\ v_A=20\frac{m}{s}\ ,\ v_B=15\frac{m}{s}]{E=10^5\frac{N}{C}\ ,\ q=-10^{-6}\,C}$$

$$10^5\times10^{-6}\times d\times(-1)=\frac{1}{2}\times2\times10^{-3}\times(225-400)\Rightarrow10^2\times d=175$$

$$\Rightarrow d=175\times10^{-2}=175\,cm$$

چون ذره در جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کند، در نتیجه **پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد.**

۱۷۷ **۱** دو کرهٔ باردار A و B به یک‌دیگر نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که اندازهٔ این نیرو برابر است با:

$$F=\frac{k|q_A||q_B|}{r_{AB}^2}\Rightarrow36\times10^{-6}=\frac{9\times10^9\times4\times10^{-9}\times|q_B|}{16}$$

$$\Rightarrow|q_B|=16\times10^{-6}\,C=16\mu C$$

با توجه به این‌که نیرویی که دو ذره به یک‌دیگر وارد می‌کنند از جنس نیروی دافعه است، بنابراین $q_B>0$ است، پس تعداد الکترون‌های کرهٔ B از تعداد پروتون‌های آن کم‌تر است.

تعداد الکترون‌های یک ذرهٔ باردار از رابطهٔ $q=ne$ به دست می‌آید، بنابراین می‌توان نوشت: $q_B=ne\Rightarrow16\times10^{-6}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=10^{14}$

۱۷۸ **۴** ظرفیت خازن از رابطهٔ $C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$ به دست می‌آید، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{C_2}{C_1}=\frac{\kappa_2}{\kappa_1}\times\frac{A_2}{A_1}\times\frac{d_1}{d_2}\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=\frac{4}{1}\times1\times\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$$

می‌دانیم اگر خازنی از باتری جدا شود، بار الکتریکی آن ثابت خواهد ماند، بنابراین مطابق رابطهٔ $U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ داریم:

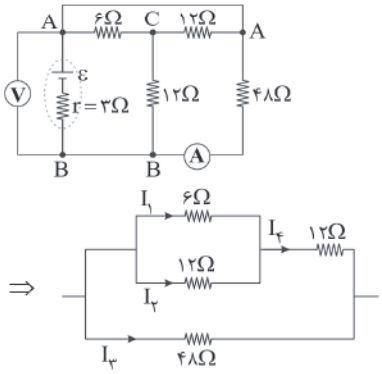
$$\frac{U_2}{U_1}=\frac{C_1}{C_2}\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=\frac{5}{4}\Rightarrow U_2=\frac{5}{4}U_1$$

بنابراین درصد تغییرات انرژی ذخیره‌شده در خازن برابر است با:

$$\frac{\Delta U}{U_1}\times100=\frac{\frac{5}{4}U_1-U_1}{U_1}\times100=\frac{1}{4}\times100=\%25$$

بنابراین **انرژی ذخیره‌شده در خازن ۲۵٪ افزایش می‌یابد.**

۱۷۹ **۴** برای حل این سؤال ابتدا گره‌ها را نام‌گذاری می‌کنیم و در ادامه مدار را به شکل سادهٔ زیر تبدیل می‌کنیم:



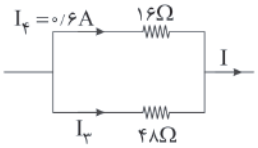
همان‌طور که مشخص است دو مقاومت 6Ω و 12Ω با یک‌دیگر موازی هستند. از آن‌جایی که توان مصرفی مقاومت 6Ω برابر با $0/96\,W$ است، با استفاده از رابطهٔ $P=RI^2$ می‌توانیم جریان این شاخه را به دست آوریم:

$$P=RI_1^2\Rightarrow0/96=6I_1^2\Rightarrow I_1^2=0/16\Rightarrow I_1=0/4A$$

اگر جریانی که از مقاومت 6Ω می‌گذرد برابر با $0/4A$ باشد، با توجه به قانون اهم و هم‌چنین موازی بودن دو مقاومت 6Ω و 12Ω می‌توان نوشت:

$$V_6=V_{12}\Rightarrow6\times0/4=12\times I_2\Rightarrow I_2=0/2A$$

با توجه به قانون گره‌ها در نقطهٔ C می‌توان نتیجه گرفت که جریان در شاخهٔ بالایی برابر با $0/6A$ می‌شود. مقاومت معادل شاخهٔ بالا برابر با 16Ω می‌شود، بنابراین باز طبق قانون اهم و هم‌چنین موازی بودن دو مقاومت 16Ω و 48Ω می‌توان جریان شاخهٔ پایین را نیز حساب کرد:



$$16\times0/6=48\times I_3$$

$$\Rightarrow I_3=0/2A$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

بنابراین جریان کل مدار برابر با $I=۰/۸A$ است. توجه کنید که آمپرسنج جریان $I_۴$ را نشان می‌دهد.

ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری را نشان می‌دهد، بنابراین:

$$R_{eq}=\frac{۱۶\times۴۸}{۱۶+۴۸}=۱۲\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\xrightarrow[r=۳\Omega]{I=۰/۸A}۰/۸=\frac{\varepsilon}{۱۲+۳}\Rightarrow\varepsilon=۱۲V$$

$$V=\varepsilon-Ir=۱۲-(۰/۸\times۳)=۹/۶V$$

۱۸۰ ۴ با توجه به رابطهٔ $U=VIt$ می‌توانیم شدت جریان الکتریکی مرتبط را به دست آوریم:

$$U=VI\Delta t\xrightarrow[V=۲۰MV=۲۰\times۱۰^۶V]{U=۶\times۱۰^۸J\ ,\ \Delta t=۱۵\times۱۰^{-۲}s}$$

$$\Rightarrow ۶\times۱۰^۸=۲۰\times۱۰^۶\times I\times۱۵\times۱۰^{-۲}\Rightarrow I=۲۰۰A$$

۱۸۱ ۴ عبور جریان در رساناها به این صورت است که اگر از مقطع A در رسانا یک الکترون وارد شود (به شکل زیر نگاه کنید)، به ازای آن یک الکترون نیز از مقطع B خارج می‌شود. به این جهت چون رسانا از ابتدا خنثی بوده، لذا بار وسایلی که دارای جریان است، خنثی خواهد بود.

۱۸۲ ۴ لامپی پرنورتر است که توان مصرفی آن بیشتر باشد. هر دو لامپ به یک اختلاف پتانسیل الکتریکی وصل شده‌اند، بنابراین طبق رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ لامپی که مقاومت کم‌تری دارد، نور بیشتری تولید می‌کند و طبق رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، لامپ B چون سیم ضخیم‌تری دارد، مقاومت کم‌تری خواهد داشت. (چرا؟)

۱۸۳ ۴ در این سؤال لزوماً میدان مغناطیسی در صفحهٔ xy قرار دارد. اما نمی‌توان به طور دقیق جهت آن را تعیین کرد، زیرا برای هر راستای میدانی که در ربع اول و دوم از صفحهٔ xy باشد، نیرو در جهت $+z$ خواهد بود.

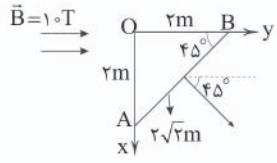
۱۸۴ ۴ از سیم جریان I عبور می‌کند، بنابراین در اطراف آن یک میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود. با توجه به قاعدهٔ دست راست، خطوط میدان مغناطیسی حاصل از جریان سیم، دایره‌ای‌شکل و بر حلقه مماس هستند، در نتیجه خطوط میدان مغناطیسی حاصل از جریان سیم با جریان حلقه موازی هستند، بنابراین طبق رابطهٔ $F=I\ell B\sin\theta$ نیروی وارد بر حلقه صفر خواهد شد، بنابراین حلقه ساکن می‌ماند.

۱۸۵ ۴ شار مغناطیسی عبوری از وجوه OAB، CDE و OCDB برابر با صفر است، زیرا زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر وجه و خطوط میدان ۹۰° می‌باشد.

در مورد وجه OCEA زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر وجه و خطوط میدان ۱۸۰° است. توجه داشته باشید نیم‌خط عمود را به گونه‌ای باید رسم کنیم که جهت آن به سمت خارج آن سطح بسته باشد، بنابراین خواهیم داشت:

$$\Phi_{OCEA}=BA\cos۱۸۰^\circ=۱۰\times(۲\times۲)\times(-۱)=-۴۰Wb$$

در مورد وجه ABDE زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر وجه و خطوط میدان ۴۵° است. برای فهم این زاویه می‌توان به این چندوجهی از بالا نگاه کرد، بنابراین خواهیم داشت:



$$\Phi_{ABDE}=BA\cos۴۵^\circ$$

$$=۱۰\times(۲\sqrt۲\times۲)\times\frac{\sqrt۲}{۲}=+۴۰Wb$$

بنابراین مجموع شار مغناطیسی عبوری از کلیهٔ وجه‌ها برابر صفر است.

۱۸۶ ۲ با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال، چگالی هر دو فلز برابر است با:

$$\rho_A=\frac{m_A}{V_A}=\frac{۲۰۰}{۵۰}=۴\ \frac{g}{cm^۳}$$

$$\rho_B=\frac{m_B}{V_B}=\frac{۲۵۰}{۵۰}=۵\ \frac{g}{cm^۳}$$

چگالی آلیاژ برابر است با:

$$\rho_{آلیاژ}=\frac{m'_A+m'_B}{V'_A+V'_B}=\frac{\rho_AV'_A+\rho_BV'_B}{V'_A+V'_B}\Rightarrow ۴/۶=\frac{۴V'_A+۵V'_B}{V'_B+V'_A}$$

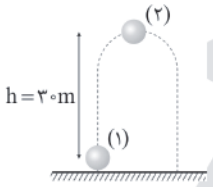
$$\Rightarrow ۰/۶V'_A=۰/۴V'_B\Rightarrow V'_B=\frac{۳}{۲}V'_A$$

بنابراین درصد حجم فلز B در آلیاژ برابر است با:

$$\text{درصد حجم فلز B در آلیاژ}=\frac{V'_B}{V_{کل}}\times۱۰۰=\frac{\frac{۳}{۲}V'_A}{\frac{۳}{۲}V'_A+V'_A}\times۱۰۰$$

$$=\frac{\frac{۳}{۲}V'_A}{\frac{۵}{۲}V'_A}\times۱۰۰=٪۶۰$$

۱۸۷ ۳ کار نیروی مقاومت هوا برابر با تغییرات انرژی مکانیکی گلوله است. ابتدا کار نیروی مقاومت هوا تا رسیدن به بالاترین نقطه از مسیر را محاسبه می‌کنیم. توجه داشته باشید چون کار نیروی مقاومت هوا را در کل مسیر می‌خواهد باید در انتها این مقدار کار را دو برابر کنیم.



$$W_f=E_۲-E_۱$$

$$\Rightarrow W_f=(U_۲+\cancel{K_۲})-(\cancel{U_۱}+K_۱)=mgh-\frac{۱}{۲}mv_۰^۲$$

$$\Rightarrow W_f=(۲\times۱۰\times۳۰)-(\frac{۱}{۲}\times۲\times۹۰۰)=-۳۰۰J$$

کار نیروی مقاومت هوا در کل مسیر $=۲\times(-۳۰۰)=-۶۰۰J$

@cozine_daroost
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۸۸ **۳** با توجه به این‌که سرعت خودروی موردنظر ثابت است، بنابراین طبق قانون اول نیوتون، برایند نیروهای وارد بر خودرو برابر با صفر است، بنابراین ابتدا نیروی موتور خودرو را حساب می‌کنیم:

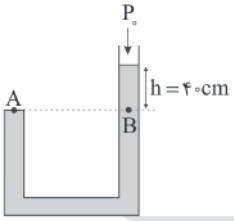
$$F_{net}=0 \Rightarrow F-f_k=0$$
$$\Rightarrow F=f_k=800\,N$$

از طرف دیگر، طبق تعریف توان $\left(\overline{P}=\frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}}\right)$ و هم‌چنین طبق رابطهٔ سرعت ثابت $\left(v=\frac{d}{t}\right)$ می‌توان نوشت:

$$\overline{P}=\frac{W}{t} \xrightarrow{W=Fd\cos 0^\circ} \overline{P}=\frac{Fd}{t} \xrightarrow{d=vt} \overline{P}=\frac{Fvt}{t}$$

$$\Rightarrow \overline{P}=Fv \xrightarrow[v=10\frac{cm}{s}=0/1\frac{m}{s}]{F=800\,N} \overline{P}=800\times 0/1=80\,W$$

۱۸۹ **۲** فشار در نقطهٔ A برابر با فشار در نقطهٔ B است (نقاط هم‌تراز)، بنابراین ابتدا فشار ستون مایع مخلوط بالای نقطهٔ B را برحسب cmHg می‌یابیم:



$$P_A=P_B \Rightarrow P_A=P_0+P'$$
$$\Rightarrow 79-75+P' \Rightarrow P'-4\,cmHg$$

همان‌طور که مشخص است فشار ستونی به ارتفاع ۴۰cm از مخلوط دو مایع، برابر فشار ستونی به ارتفاع ۴cm از جیوه است.

در این حالت به صورت زیر چگالی مخلوط دو مایع را حساب می‌کنیم:

$$\rho_{Hg}h_{Hg}=\rho_{\text{مخلوط}}h_{\text{مخلوط}}$$

$$\xrightarrow[h_{\text{مخلوط}}=40\,cm]{\rho_{Hg}=13/5\frac{g}{cm^3}\ ,\ h_{Hg}=4\,cm} 13/5\times 4=\rho_{\text{مخلوط}}\times 40$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}}=1/35\frac{g}{cm^3}$$

بنابراین چگالی مخلوط برابر است با:

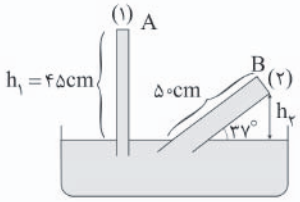
$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B} \xrightarrow{m=\rho V} \rho_{\text{مخلوط}}=\frac{\rho_A V_A+\rho_B V_B}{2V_A}$$

$$\xrightarrow[\rho_{\text{مخلوط}}=1/35\frac{g}{cm^3}]{\rho_A=1/5\frac{g}{cm^3}} 1/35=\frac{1/5+\rho_B}{2} \Rightarrow \rho_B=1/2\frac{g}{cm^3}$$

با توجه به این‌که $\rho_A=1/5\frac{g}{cm^3}$ و $\rho_B=1/2\frac{g}{cm^3}$، بنابراین:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{1/5}{1/2}=\frac{5}{4}$$

۱۹۰ **۲** با توجه به برابری نقاط هم‌تراز (هم‌فشار) یک مایع ساکن، ابتدا فشار در نقاط A و B را تعیین می‌کنیم:



$$P_A=P_0-h_1 \xrightarrow[h_1=45\,cm]{P_0=75\,cmHg} P_A=30\,cmHg$$

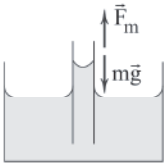
$$P_B=P_0-h_2 \xrightarrow[h_2=50\times\sin 37^\circ=30\,cm]{P_0=75\,cmHg} P_B=45\,cmHg$$

طبق رابطهٔ فشار $\left(P=\frac{F}{A}\right)$ نسبت اندازهٔ نیروهای وارد بر تـه لوله‌های (۱) و (۲) برابر است با:

$$F=PA \xrightarrow{A=\frac{\pi D^2}{4}} \frac{F_1}{F_2}=\frac{P_A}{P_B}\times\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{F_1}{F_2}=\frac{30}{45}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2}=\frac{1}{6}$$

۱۹۱ **۳** با توجه به طرح‌وارهٔ مقابل، نیروی مویینگی (دگرچسبی بین مولکول‌های آب و شیشه) نیروی وزن ستون آب را خنثی می‌کند و بزرگی آن برابر است با:



$$F_m=mg \xrightarrow{m=\rho V=\rho Ah} F_m=\rho ghA$$

$$\Rightarrow F_m=10^3\times 10\times 20\times 10^{-2}\times 0/3\times 10^{-6}=6\times 10^{-4}\,N$$

۱۹۲ **۴** با توجه به قسمت اول سؤال می‌توانیم با استفاده از رابطهٔ $\Delta L=L_1\alpha\Delta T$ به راحتی ضریب انبساط طولی فلز را حساب کنیم.

$$\Delta L=L_1\alpha\Delta T \xrightarrow[\Delta T=50^\circ C\ ,\ \Delta L=5\times 10^{-3}\,m]{L_1=4\,m} 5\times 10^{-3}=4\times\alpha\times 50$$

$$\Rightarrow \alpha=2/5\times 10^{-5}\frac{1}{K}$$

با توجه به این‌که نسبت تغییرات حجم کره نسبت به حجم اولیهٔ کره را می‌خواهیم، کافیست مقدار $\frac{\Delta V}{V_1}=3\alpha\Delta T$ را حساب کنیم، بنابراین:

$$\frac{\Delta V}{V_1}=3\alpha\Delta T=3\times 2/5\times 10^{-5}\times 100=7/5\times 10^{-3}$$

۱۹۳ **۲** در هر دو حالت توان گرمکن ثابت است، بنابراین:

$$\begin{cases} Q_1=mc\Delta\theta \\ Q_2=m'L_F+m'c'\Delta\theta \end{cases} \xrightarrow[Q_2=P\Delta t_2]{Q_1=P\Delta t_1} \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}=\frac{mc\Delta\theta}{m'L_F+m'c_{\text{آب}}\Delta\theta'}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}=\frac{2\times 1400\times 18}{0/1\times 4200\times(80+20)} \xrightarrow{\Delta t_1=54\,s} \frac{54}{\Delta t_2}=\frac{18}{15}$$

$$\Rightarrow \Delta t_2=45\,s$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir
@Gozine_dorost

۱۹۴ ۳ عبارت‌های «الف»و «ج» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) انتقال گرما به روش همرفت می‌تواند در همهٔ شاره‌ها چه مایع و چه گاز به وقوع بپیوندد.

د) جریان‌های باد ساحلی و انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن مثال‌هایی از همرفت طبیعی هستند.

۱۹۵ ۱ معادلهٔ حالت یک گاز کامل از رابطهٔ $PV=nRT$ به دست می‌آید. اگر این معادله را برای حالت a بنویسیم، خواهیم داشت:

$$P_aV_a=nRT_a \Rightarrow 2PV=1\times8\times600 \Rightarrow PV=2400J$$

انرژی درونی فقط تابع دمای مطلق گاز است و تغییرات انرژی درونی طی هر فرایندی برابر است با: $\Delta U=nC_V\Delta T$

بنابراین در فرایند bc داریم:

$$\Delta U_{bc}=U_c-U_b=nC_V\Delta T_{bc}=\frac{5}{2}nR(T_c-T_b)$$

$$\xrightarrow{T=\frac{PV}{nR}} \Delta U_{bc}=\frac{5}{2}(P_cV_c-P_bV_b)=\frac{5}{2}(5PV-4PV)=\frac{5}{2}PV$$

$$\xrightarrow{PV=2400J} \Delta U_{bc}=\frac{5}{2}\times2400=6000J$$

۱۹۶ ۳ با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، یعنی $\Delta U=Q+W$ و هم‌چنین با در نظر گرفتن این نکته که در یک فرایند بی‌دررو گرمایی بین گاز و محیط مبادله نمی‌شود $(Q=0)$ می‌توان نتیجه گرفت که تغییرات انرژی درونی همان کار صورت گرفته روی دستگاه است، بنابراین:

$$\Delta U=Q+W \xrightarrow{Q=0} \Delta U_{\text{بی‌دررو}}=W_{\text{بی‌دررو}}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}nR(T_B-T_a)=W$$

$$\Rightarrow W=\frac{3}{2}(nRT_b-nRT_a) \xrightarrow{PV=nRT} W=\frac{3}{2}(P_bV_b-nRT_a)$$

$$\Rightarrow W=\frac{3}{2}(2\times10^5\times4\times10^{-3}-(1\times8\times160))=-720J$$

دقت کنید: در نمودار، فشار برحسب اتمسفر و حجم برحسب لیتر داده شده است که باید این دو کمیت را به SI تبدیل کنیم.

۱۹۷ ۱ در یک فرایند بی‌دررو تبادل گرمایی بین محیط و دستگاه صورت نمی‌گیرد ($Q=0$)، بنابراین قانون اول ترمودینامیک به صورت $\Delta U=W$ نوشته می‌شود که بیانگر این موضوع است که کار انجام‌شده روی گاز در فرایند بی‌دررو با تغییرات انرژی درونی آن برابر است، بنابراین:

$$W=\Delta U=\frac{3}{2}nR\Delta T \Rightarrow +6600=\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}\times8\times\Delta T \Rightarrow \Delta T=1100K$$

می‌دانیم تغییرات دما برحسب درجهٔ سلسیوس و کلوین با یک‌دیگر برابر هستند $(\Delta T=\Delta\theta)$. بنابراین تغییرات دما برحسب درجهٔ فارنهایت برابر است با:

$$\Delta F=\frac{9}{5}\Delta\theta \xrightarrow{\Delta\theta=1100^\circ C} \Delta F=\frac{9}{5}\times1100=1980^\circ F$$

۱۹۸ ۲ با توجه به معادلهٔ حالت گاز کامل، یعنی $PV=nRT$ برای دو نقطهٔ B و D می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}P_BV_B=nRT_B\\P_DV_D=nRT_D\end{cases} \quad (1)$$

با توجه به این‌که نمودار، فشار برحسب حجم است، می‌توان نتیجه گرفت:

$$\begin{cases}P_B=P_C\ ,\ V_B=V_A\\P_D=P_A\ ,\ V_D=V_C\end{cases} \quad (2)$$

بنابراین از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{T_B}{T_D}=\frac{P_B}{P_D}\times\frac{V_B}{V_D}\Rightarrow\frac{T_B}{T_D}=\frac{P_C}{P_A}\times\frac{V_A}{V_C} \quad (3)$$

توجه داشته باشید همان‌طور که از شکل پیداست نقاط A و C بر روی یک خط راست قرار دارند که عرض از مبدأ صفر دارد و دارای شیب ثابت m است، پس می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}P_A=mV_A\\P_C=mV_C\end{cases}\Rightarrow\frac{P_A}{P_C}=\frac{V_A}{V_C} \quad (4)$$

با توجه به روابط (۳) و (۴) می‌توان نوشت:

$$\frac{T_B}{T_D}=\frac{P_C}{P_A}\times\frac{P_A}{P_C}=1$$

۱۹۹ ۳ وقتی ۷۵٪ هسته‌ها واپاشیده شده‌اند، پس ۲۵٪ هسته‌ها باقی مانده‌اند، بنابراین:

$$\frac{N}{N_0}=\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$$

با استفاده از طرح‌وارهٔ زیر ابتدا تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده برای واپاشی ۷۵٪ هسته‌های پرتوزای اولیه را محاسبه می‌کنیم.

$$N_0 \xrightarrow{T} \frac{N_0}{2} \xrightarrow{T} \frac{N_0}{4} \Rightarrow 2T=16 \Rightarrow T=8 \text{ روز (نیمه‌عمر)}$$

حال مراحل واپاشی را ادامه می‌دهیم تا تعداد هسته‌های باقی‌مانده به $\frac{1}{16}$ تعداد هسته‌های اولیه برسند، بنابراین:

$$\frac{N_0}{4} \xrightarrow{T} \frac{N_0}{8} \xrightarrow{T} \frac{N_0}{16}$$

بنابراین پس از گذشت مدت‌زمان 2T، یعنی ۱۶ روز، تعداد هسته‌های باقی‌مانده $\frac{1}{16}$ تعداد هسته‌های اولیه می‌شوند.

۲۰۰ ۳ عبارت‌های «الف»، «ب»، «ج» و «و» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

د) به‌جز توریم $(Z=90)$ و اورانیم $(Z=92)$ که در طبیعت یافت می‌شوند، سایر هسته‌های سنگین با عدد اتمی بزرگ‌تر از ۸۳ ناپایدار هستند.

ه) انرژی لازم برای **جدا کردن نوکلئون‌های یک هسته**، انرژی بستگی هسته‌ای نام دارد.

@Gozine_edu
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

شیمی

۲۰۱ ۲ مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$Z_E + N_E = ۲/۵Z_E \quad (a)$$

$$^{۸۲}_{۳۴}Se \Rightarrow N_{Se} = ۸۲ - ۳۴ = ۴۸ \Rightarrow ۴۸ = ۱/۳۳Z_X \Rightarrow Z_X = ۳۶$$

$$\Rightarrow A_X = Z_E = ۴۸ + ۳۶ = ۸۴$$

اکنون با توجه به رابطهٔ (a) می‌توان نوشت:

$$A_E = ۲/۵Z_E = ۲/۵(۸۴) = ۲۱۰ \Rightarrow E_{\text{نماد}} : {}^{۲۱۰}_{۸۴}E$$

۲۰۲ ۳ به‌جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

با توجه به آرایش الکترونی لایهٔ ظرفیت اتم $_{۲۴}Cr$ که به صورت $۳d^۵ ۴s^۱$ می‌باشد، هنگام تبدیل اتم Cr به یون $Cr^{۲+}$، نخست الکترون موجود در زیرلایهٔ ۴s و سپس یک الکترون از زیرلایهٔ ۳d جدا می‌شود:

$$۴s: n+l = ۴+۰ = ۴$$

$$۳d: n+l = ۳+۲ = ۵$$

۲۰۳ ۳ شمار مول‌های دو عنصر P و O را در دو ترکیب به دست می‌آوریم:

$$A\begin{cases} P = \frac{۲/۵۸۱}{۳۱} = ۰/۰۸۳ \text{mol P} \\ O = \frac{۳/۳۲۲}{۱۶} = ۰/۲۰۷ \text{mol O} \end{cases} \Rightarrow \frac{P}{O} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow A: P_۲O_۵$$

$$B\begin{cases} P = \frac{۳/۷۱۸}{۳۱} = ۰/۱۲ \text{mol P} \\ O = \frac{۲/۸۸۱}{۱۶} = ۰/۱۸ \text{mol O} \end{cases} \Rightarrow \frac{P}{O} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow B: P_۲O_۳$$

واضح است که به ازای جرم‌های برابر از فسفر، نسبت شمار مول‌ها یا اتم‌های اکسیژن در این دو ترکیب به صورت $\frac{B}{A} = \frac{۳}{۵}$ است.

۲۰۴ ۲ با توجه به داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$۱۰/۸۱۰ = ۱۰/۰۱۳ + F_۲(۱۱/۰۰۹ - ۱۰/۰۱۳)$$

$$\Rightarrow ۰/۷۹۷ = F_۲(۰/۹۹۶) \Rightarrow F_۲ \simeq ۰/۸ \Rightarrow F_۱ = ۰/۲$$

بنابراین درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر برابر ۲۰٪ و درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر برابر با ۸۰٪ است.

۲۰۵ ۱ فقط عبارت چهارم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- چگالی گاز $H_۲$ کم‌تر از گاز He است.
- متخصصان کشورمان تاکنون موفق به جداسازی و تهیهٔ گاز He نشده‌اند.
- از هلیم برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI استفاده می‌شود.

۲۰۶ ۱ جرم مولی گاز اکسیژن ($۳۲ g.mol^{-۱}$)، دو برابر جرم مولی گاز متان ($۱۶ g.mol^{-۱}$) است. بنابراین اگر جرم نمونه‌هایی از این دو گاز با هم برابر باشد، معنی آن این است که شمار مول‌های گاز $O_۲$، نصف شمار مول‌های گاز $CH_۴$ است. به این ترتیب فشار درون ظرف، ٪۵۰ افزایش می‌یابد و از ۲atm به ۳atm می‌رسد.

۲۰۷ ۳ در NO^+ پیوند نیتروژن ـ اکسیژن از نوع سه‌گانه است که در مقایسه با سایر گونه‌ها، آنتالپی پیوند آن بیشتر است:

$[\ddot{O}=\ddot{N}=\ddot{O}]^{\oplus}$ $\quad$ $[:\ddot{O}-\ddot{N}\equiv O:]^{\ominus}$

$:\ddot{Cl}-\ddot{N}=\ddot{O}:$ $\quad$ $[\ddot{N}\equiv\ddot{O}]^{\oplus}$

۲۰۸ ۴ فرمول شیمیایی اسید دو پرتون‌دار را $H_۲X$ در نظر می‌گیریم:

$$H_۲X + ۲NaOH \rightarrow .....$$

$$۴/۲۵ g H_۲X \times \frac{۱ mol H_۲X}{M g H_۲X} \times \frac{۲ mol NaOH}{۱ mol H_۲X}$$

$$X \frac{۴۰ g NaOH}{۱ mol NaOH} \times \frac{۱۰۰ g NaOH(aq)}{۱۰ g NaOH} \times \frac{۱ mL NaOH(aq)}{۱/۱ g NaOH(aq)}$$

$$= ۹۰ mL NaOH(aq) \Rightarrow \frac{۲ \times ۴/۲۵ \times ۴۰ \times ۱۰۰}{۱۰ \times ۱/۱ \times M} = ۹۰$$

$$\Rightarrow M = ۳۴ g.mol^{-۱}$$

۲۰۹ ۴

$$Zn(s) + ۲HNO_۳(aq) \rightarrow Zn(NO_۳)_۲(aq) + H_۲(g)$$

$$n_{HNO_۳} = M_۱V_۱ - M_۲V_۲ = ۵۰ mL(۱/۲ \frac{mol}{L} - ۰/۸۰ \frac{mol}{L})$$

$$= ۲۰ m mol HNO_۳$$

$$? g Zn = ۲۰ \times ۱۰^{-۳} mol HNO_۳ \times \frac{۱ mol Zn}{۲ mol HNO_۳} \times \frac{۶۵ g Zn}{۱ mol Zn}$$

$$= ۰/۶۵ g Zn$$

۲۱۰ ۳

$$n_{کل} = n_۱ + n_۲ \Rightarrow M_{کل}.V_{کل} = M_۱V_۱ + M_۲V_۲$$

$$\Rightarrow M_{کل}(V_۱ + V_۲) = M_۱V_۱ + M_۲V_۲$$

$$\Rightarrow ۰/۲۱(۱۰۰ + V_۲) = (۰/۲۸ \times ۱۰۰) + ۰/۱۵V_۲$$

$$\Rightarrow ۲۱ + ۰/۲۱V_۲ = ۲۸ + ۰/۱۵V_۲$$

$$\Rightarrow ۰/۰۶V_۲ = ۷ \Rightarrow V_۲ = ۱۱۶/۶۷ mL$$

۲۱۱ ۲ در فرایند اسمز معکوس، مولکول‌های حلال (آب) از محلول غلیظ به محلول رقیق مهاجرت می‌کنند و این فرایند برخلاف فرایند اسمز با مصرف انرژی همراه است و از آن می‌توان برای شیرین‌سازی آب استفاده کرد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱۲ **۴** دومین و سومین عنصر گروه چهاردهم به ترتیب شبه‌فلزهای $_{14}Si$ و $_{32}Ge$ هستند. خواص فیزیکی شبه‌فلزها بیشتر به فلزها شبیه بوده در حالی که رفتار شیمیایی آن‌ها همانند نافلزها است. در دورهٔ سوم جدول تناوبی (با چشم‌پوشی از گازهای نجیب) سه عنصر نخست جزو فلزها بوده و پنجمین، ششمین و هفتمین عنصر این دوره جزو نافلزها هستند.

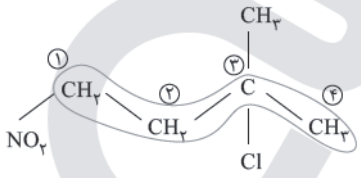
۲۱۳ **۲** فرمول مولکولی دی‌اسید A به صورت $C_6H_{10}O_4$ است. با توجه به داده‌های سؤال، معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش موردنظر به صورت زیر خواهد بود:

$$2HNO_3 + C_6H_{10}O \rightarrow 2NO + C_6H_{10}O_4 + H_2O$$

$$\frac{1/6\,mol\,C_6H_{10}O \times \frac{60}{100}}{1} = \frac{x\,L\,NO}{2\times 22/4}$$

$$\Rightarrow x \simeq 43\,L\,NO$$

۲۱۴ **۱** ساختار نیمه گستردهٔ ترکیب موردنظر به صورت زیر است:



۳ ـ کلرو ـ ۳ ـ متیل ـ ۱- نیترو بوتان

۲۱۵ **۳** ترکیب آلی X همان سیانواتن (C_3H_3N) است.

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش مورد نظر به صورت زیر است:

$$2C_3H_6(g) + 2NH_3(g) + 3O_2(g) \rightarrow 2C_3H_3N(g) + 6H_2O(g)$$

$$\frac{126\,kg\,C_3H_6 \times \frac{80}{100}}{2\times 42} = \frac{x\,kg\,H_2O}{6\times 18} \Rightarrow x = 129/6\,kg\,H_2O$$

۲۱۶ **۲** مطابق داده‌های سؤال هنگامی که مقدار آب آن ۵٪ است، مقدار ترکیب شیمیایی A برابر ۴۵٪ و در نتیجه مقدار ناخالصی آن برابر $100-(5+45)=50$ درصد می‌باشد. در هر دو حالت، نسبت جرم ناخالصی به جرم ترکیب A برابر است با:

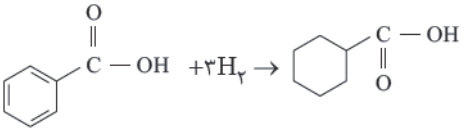
$$\frac{50}{45} = \frac{10}{9}$$

در نمونهٔ اولیه مجموع درصد جرمی ترکیب A و ناخالصی برابر است با:

$$100-23=77$$

بنابراین می‌توان نوشت: درصد ناخالصی $= 77\times\frac{10}{(10+9)} = \%40/52$

۲۱۷ **۱** کربوکسیلیک اسید آروماتیک موجود در تمشک همان بنزوئیک اسید $(C_7H_6O_2)$ است. با توجه به ساختار این اسید آلی، هر مول از آن در واکنش با ۳ مول گاز H_2 به یک اسید سیرشده $(C_7H_{12}O_2)$ تبدیل می‌شود.



$$\text{ΔH(واکنش)} = \left[\begin{matrix}\text{مجموع آنتالپی سوختن}\\ \text{مواد واکنش‌دهنده}\end{matrix}\right] - [\text{آنتالپی سوختن فراورده}]$$

$$-270 = \Delta H(C_7H_6O_2) + 3(-286) - [-(3882)]$$

$$\Rightarrow \Delta H(C_7H_6O_2) = -3294\,kJ.mol^{-1}$$

$$3294\frac{kJ}{mol}\times\frac{1\,mol}{122\,g} = 27\,kJ.g^{-1}$$

۲۱۸ **۴** غلظت برحسب ppm، گرم حل‌شونده را در 10^6 گرم از محلول نشان می‌دهد. از آن‌جا که با تغییر دما، جرم یک نمونه تغییر نمی‌کند، می‌توان گفت که ppm به دما وابسته نیست.

۲۱۹ **۱** کاتالیزگر هنگامی به سامانه اضافه شده که سرعت واکنش‌های رفت و برگشت با هم برابر بوده است، یعنی واکنش به تعادل رسیده است. از آن‌جا که کاتالیزگر، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت را به یک مقدار افزایش می‌دهد، نمودار خط‌چین A مربوط به واکنش برگشت نیز خواهد بود.

۲۲۰ **۱** مقدار گرمایی که ۵۰۰ گرم آب $64^\circ C$ از دست می‌دهد، می‌تواند بخشی یا تمام یخ را ذوب کند:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 500\,g\times 1\,cal.g^{-1}.C^{-1}\times 64^\circ C = 32000\,cal$$

این مقدار گرما توانایی ذوب کردن ۴۰۰g یخ را دارد:

$$32000\,cal\times\frac{1\,g}{80\,cal} = 400\,g$$

بنابراین هنگامی که دمای مخلوط به $0^\circ C$ می‌رسد، ۱۰۰g یخ در ظرف وجود دارد.

۲۲۱ **۱** در بطری آب از پلی‌اتیلن و بطری آب از پلی‌اتیلن ترفتالات ساخته می‌شود.

۲۲۲ **۴** پلیمری که در ساخت سرنگ از آن استفاده می‌شود، پلی‌پروپن $+C_3H_6+_n$ بوده و جرم مولی مونومر آن برابر است با:

$$C_3H_6 = 3(12)+6(1) = 42\,g.mol^{-1}$$

از طرفی مونومر PEO نیز دارای فرمول C_2H_4O بوده و جرم مولی آن برابر است با:

$$C_2H_4O: 2(12)+4(1)+(16) = 44\,g.mol^{-1}$$

تفاوت جرم مولی مونومرهای مورد نظر برابر $2\,g.mol^{-1}$ است.

۲۲۳ **۴** **بررسی سایر گزینه‌ها:**

۱) لباس‌های تهیه‌شده از پارچه‌های پلی‌استری **همانند** پلی‌آمیدی برای مدت‌های طولانی قابل استفاده است.

۲) مواد زیست تخریب‌پذیر موادی هستند که در طبیعت توسط **جانداران ذره‌بینی** به مولکول‌های ساده و کوچک تبدیل می‌شوند.

۳) سیانواتن (CH_2CHCN) فقط از اتم‌های C، H و N تشکیل شده اما آمین محسوب نمی‌شود.

@Gozine_aproost
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۲۴ ۲

$$pH=-\log[H^+]\Rightarrow[H^+]=10^{-11/1}\Rightarrow[OH^-]=10^{-2/9}$$

$$[OH^-]=\alpha[NH_3]\Rightarrow 10^{-2/9}=10^{-1/9}[NH_3]$$

$$\Rightarrow[NH_3]=10^{-1}$$

هر مول آمونیاک با یک مول هیدروبرمیک اسید خنثی می‌شود.

$$\underbrace{M_1V_1}_{NH_3}=\underbrace{M_2V_2}_{HBr}\Rightarrow 0/1\times 0/2=2\times V_2$$

$$\Rightarrow V_2=0/01L\equiv 10mL$$

۲۲۵ ۴ فقط عبارت نخست درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- فقط **کاتالیزگر** می‌تواند انرژی فعال‌سازی یک واکنش را کاهش دهد.
- هرگاه عاملی موجب برهم زدن حالت تعادلی یک واکنش شود، واکنش در جهتی جابه‌جا می‌شود که با عامل مزاحم مقابله کرده و **به یک تعادل جدید** می‌رسد.
- مدل دریای الکترونی فلزها برای توجیه **برخی رفتارهای فیزیکی** فلزها ارائه شده است. تنوع عدد اکسایش فلزها جزو رفتارهای شیمیایی این عنصرها است.

۲۲۶ ۱

$$NaOH: pH=13\Rightarrow[H^+]=10^{-13}\,mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow[OH^-]=10^{-1}\,mol.L^{-1}$$

$$?molOH^-=10^{-1}\frac{mol}{L}\times 0/1L=0/01molOH^-$$

۰/۰۱ مول یون هیدروکسید، ۰/۰۱ مول یون H^+ حاصل از یونش هیدروکلریک اسید را خنثی و مصرف می‌کند. در نتیجه ۰/۰۱ مول یون H^+ در محلول باقی می‌ماند.

$$[H^+]=\frac{0/01mol}{0/1L}=0/1mol.L^{-1}$$

$$pH=-\log[H^+]=-\log 0/1=1$$

۲۲۷ ۴ واکنش‌های d و e انجام‌پذیرند. زیرا E° کاهشی یون Fe^{3+} بیشتر از یون‌های Sn^{4+} و V^{3+} است.

$$d)Sn^{2+}+Fe^{3+}\rightarrow Fe^{2+}+Sn^{4+}$$

$$e)V^{2+}+Fe^{3+}\rightarrow Fe^{2+}+V^{3+}$$

۲۲۸ ۴ ابتدا تغییرات عدد اکسایش گونه‌های کاهنده و اکسنده را به دست می‌آوریم:

$$\overset{+6}{Cr_2O_7^{2-}}+H^+ +\overset{-2}{H_2S}\rightarrow\overset{+3}{Cr^{3+}}+\overset{0}{S}+H_2O$$

تغییر عدد اکسایش هر اتم Cr برابر با ۳ درجه است. اما چون در $Cr_2O_7^{2-}$، دو اتم Cr وجود دارد، عدد ۳ را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$3\times 2=6$$

اکنون دو عدد ۲ و ۶ را ساده می‌کنیم. به این ترتیب اعداد ۱ و ۳ را خواهیم داشت. عدد ۱ را به عنوان ضریب به $Cr_2O_7^{2-}$ و عدد ۳ را به عنوان ضریب به H_2S اختصاص می‌دهیم.

$$1Cr_2O_7^{2-}+?H^+ +3H_2S\rightarrow ?Cr^{3+}+?S+?H_2O$$

در ادامه با موازنهٔ اتم‌های Cr، ضریب ۲ به Cr^{3+} اختصاص داده می‌شود. به این ترتیب نسبت ضریب H_2S به Cr^{3+} برابر $\frac{3}{2}$ می‌شود.

۲۲۹ ۲ با توجه به ساختار لوویس HOCN و خاصیت نافلزی اتم‌های موجود در آن که به صورت $O>N>C>H$ است، عدد اکسایش اتم‌های این ترکیب به صورت زیر است:

$$\underset{+1}{H}-\underset{-2}{O}-\underset{+4}{C}\equiv\underset{-3}{N}$$

۲۳۰ ۲ الماس یک جامد کووالانسی است و در اثر تصعید آن، پیوندهای کووالانسی شکسته می‌شوند. سایر مواد جزو مواد مولکولی به شمار می‌آیند.

۲۳۱ ۱ خواص فیزیکی مولکول‌ها مانند نقطهٔ ذوب، چگالی، درجهٔ سختی، گرانروی و آنتالپی تبخیر به نیروهای بین مولکولی بستگی دارد.

۲۳۲ ۴ جامد کووالانسی SiO_2 در هیچ حلالی حل نمی‌شود.

بررسی گزینه‌های درست:

۱) در ساختار SiO_2 فقط پیوند Si — O و در ساختار SiC فقط پیوند Si — C وجود دارد.

۲) عدد اکسایش S در SO_2 همانند عدد اکسایش Si در SiO_4^{4-} برابر با ۴+ است.

۳) چون از بار الکتریکی کاتیون‌های X و Y اطلاعی در دست نیست، این عبارت درست است.

۲۳۳ ۳ به‌جز اتانوییک اسید و اتیل‌استات، سایر مواد را می‌توان به طور مستقیم از اتن تهیه کرد. از بین چهار مادهٔ اتانول، اتان، کلرواتان و پلی‌اتن، واکنش تهیهٔ سه مادهٔ نخست از اتن، از نوع اکسایش ـ کاهش است.

۲۳۴ ۱ کاهش حجم ظرف، معادل افزایش فشار است. با افزایش فشار، تعادل در جهت تعداد مول گازی کم‌تر جابه‌جا می‌شود. بنابراین باید به دنبال واکنشی باشیم که شمار مول فراورده‌های گازی آن، کم‌تر از شمار مول واکنش‌دهنده‌های گازی باشد. اندازهٔ تغییر غلظت مولی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌های هر چهار گزینه را به دست می‌آوریم تا از روی آن‌ها، معادلهٔ واکنش را مشخص کنیم.

@Cozine_droost
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

بررسی گزینه‌ها:

۱) $\left.\begin{array}{l}|\Delta[B]|=|۲-۷|=۵\\ \Delta[A]=۳-۰=۳\\ \Delta[C]=۱-۰=۱\end{array}\right\}\Rightarrow ۵B\rightleftharpoons ۳A+C$

۲) $\left.\begin{array}{l}|\Delta[A]|=|۴-۶|=۲\\ |\Delta[B]|=|۳-۵|=۲\\ \Delta[C]=۴-۰=۴\end{array}\right\}\Rightarrow A+B\rightleftharpoons ۲C$

۳) $\left.\begin{array}{l}|\Delta[A]|=|۳-۷|=۴\\ \Delta[B]=۳-۰=۳\\ \Delta[C]=۱-۰=۱\end{array}\right\}\Rightarrow ۴A\rightleftharpoons ۳B+C$

۴) $\left.\begin{array}{l}|\Delta[A]=|۵-۷|=۲\\ \Delta[B]=۴-۰=۴\\ \Delta[C]=۲-۰=۲\end{array}\right\}\Rightarrow A\rightleftharpoons ۲B+C$

۲۳۵ **۱** غلظت‌های تعادلی مواد شرکت‌کننده در یک واکنش تعادلی، در بود یا نبود کاتالیزگر یکسان است. ابتدا از روی K، غلظت تعادلی A را به دست می‌آوریم:

$$K=\frac{[B]}{[A]^۲}\Rightarrow ۱۱/۵۲=\frac{۰/۷۲}{[A]^۲}\Rightarrow [A]=۰/۲۵\,mol.L^{-۱}$$

در صورتی که از کاتالیزگر استفاده شود، غلظت فراوردهٔ B تا قبل از رسیدن به تعادل، بیشتر از حالتی خواهد بود که کاتالیزگر حضور نداشته است. زیرا کاتالیزگر شیب نمودار غلظت ـ زمان را افزایش می‌دهد. بنابراین غلظت B در لحظهٔ t^* بیشتر از ۰/۴۷ مول بر لیتر است.

@Gozine_gorgost
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir