

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۰

سال تحصیلی ۹۹-۰۰

آزمون آزمایشی ۱۴۰۰ خرداد ۲۱

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۵۵	۱۰۱	۱۵۵	۸۵ دقیقه
فیزیک	۴۵	۱۵۶	۲۰۰	۵۵ دقیقه
شیمی	۳۵	۲۰۱	۲۳۵	۳۵ دقیقه
تعداد کل پرسشها: ۱۳۵		مدت پاسخگویی: ۱۷۵ دقیقه		

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۰ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مرحله ۱۵

دفترچه شماره ۲



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی درس های عمومی و اختصاصی را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، پیش آزمون های آنلاین، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس [gozine2.ir](http://gozine2.ir) شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

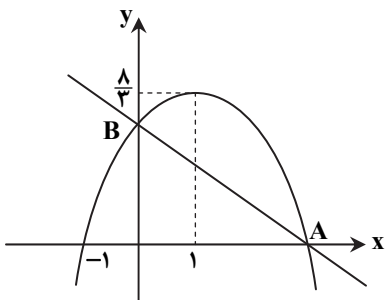
۱۰۱- فرض کنید  $A = \{1, 3\}$  و  $B = [1, 3]$  نمودار  $(A \times B) \cup (B \times A)$  به کدام صورت است؟

- (۱) سطح یک مربع (۲) محیط یک مربع (۳) چهار رأس یک مربع (۴) دو خط موازی محور عرض‌ها

۱۰۲- عکس و نقیض گزاره  $(p \vee q) \Rightarrow (\sim p \wedge q)$  کدام است؟

- (۱)  $(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow p \vee \sim q$   
 (۲)  $(\sim p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim p \vee \sim q$   
 (۳)  $(p \vee q) \Rightarrow p \vee \sim q$   
 (۴)  $(\sim p \wedge \sim q) \Rightarrow p \vee \sim q$

۱۰۳- نمودار تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$  به صورت شکل روبه‌رو است. معادله خط  $AB$  کدام است؟



(۱)  $2x + 3y = 2$

(۲)  $3x + 4y = 1$

(۳)  $3y + 2x = 6$

(۴)  $4x + 3y = 2$

۱۰۴- در تابع  $f(x) = 2x^2 - 4x$  ;  $x \leq 1$  اگر  $f^{-1}(x) = 1 + g(x)$  باشد، ضابطه تابع  $g$  کدام است؟

- (۱)  $-\sqrt{1 - \frac{x}{2}}$  (۲)  $\sqrt{1 - \frac{x}{2}}$  (۳)  $\sqrt{1 + \frac{x}{2}}$  (۴)  $-\sqrt{1 + \frac{x}{2}}$

۱۰۵- تابع  $f$  همانی و تابع  $g$  ثابت با دامنه  $\mathbb{R}$  هستند. اگر مجموع ریشه‌های معادله  $f(x) = g(x) - \frac{1}{x}$  برابر ۳ باشد، مقدار  $g(2)$  چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۶- هرگاه  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$  و  $g(x) = \sqrt{1-x}$  دامنه تعریف تابع  $(f-g) \circ g$  کدام است؟

- (۱)  $[0, 1]$  (۲)  $[-1, 1]$  (۳)  $\{0, 1\}$  (۴)  $(-\infty, 1]$

۱۰۷- اگر  $A = \sqrt{2\sqrt{3}-2} + \sqrt{2\sqrt{3}+2}$  حاصل  $A^2 - 6A$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{3}$  (۲)  $4\sqrt{3}$  (۳)  $2\sqrt{6}$  (۴)  $4\sqrt{6}$

۱۰۸- مقدار عددی عبارت  $(\tan x - \cot x)^2 \left( \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} \right)$  به ازای  $x = 30^\circ$  کدام است؟

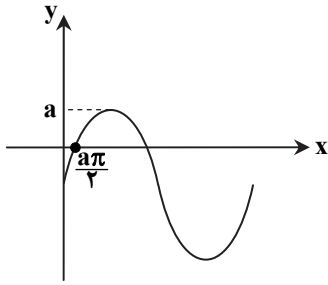
- (۱)  $\frac{32}{3}$  (۲)  $\frac{32}{9}$  (۳)  $\frac{64}{9}$  (۴)  $\frac{64}{3}$

۱۰۹- مجموع جواب‌های معادله  $\cos x + \sin(x - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

- (۱)  $2\pi$  (۲)  $\frac{2\pi}{3}$  (۳)  $\frac{8\pi}{3}$  (۴)  $\frac{11\pi}{3}$

محل انجام محاسبات

۱۱۰- قسمتی از نمودار تابع  $y = -a + b\sin(x - \frac{\pi}{3})$  به صورت زیر است. حاصل  $a + b$  کدام است؟



(۱) ۳

(۲) ۲

(۳)  $\frac{3}{2}$

(۴)  $\frac{9}{2}$

۱۱۱- مجموع  $n$  جمله اول ردیف فرد یک دنباله هندسی افزایشی از رابطه  $\frac{1}{4} - 4^{n-1}$  به دست می آید. مجموع دوازده جمله اول این دنباله چند برابر  $(2^{12} - 1)$  است؟

(۴)  $\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{4}{3}$

(۲)  $\frac{3}{4}$

(۱)  $\frac{3}{2}$

۱۱۲- طول سایه یک شخص در هر دقیقه ۴ درصد نسبت به دقیقه قبل کوتاه تر می شود. بعد از چه مدتی طول سایه به  $\frac{3}{4}$  مقدار اولیه خودش می رسد؟

( $\log 3 = 0.45$  ,  $\log 2 = 0.3$ )

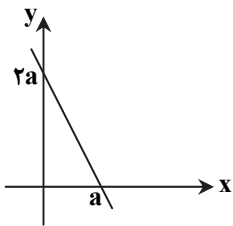
(۴) ۲ دقیقه و ۳۰ ثانیه

(۳) ۲ دقیقه و ۴۰ ثانیه

(۲) ۳ دقیقه و ۲۰ ثانیه

(۱) ۳ دقیقه

۱۱۳- نمودار تابع خطی  $f$ ، شکل روبه رو است. مقدار  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{xf(x) - 1}{x^2 - 1}$  کدام است؟



(۱) ۲

(۲) -۲

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۱۴- تابع  $f(x) = \begin{cases} ax \lfloor \frac{x}{2} \rfloor + 2 & |x| < 2 \\ bx - \frac{2a}{x} & |x| \geq 2 \end{cases}$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته است. حاصل  $a + b$  کدام است؟ [ ] نماد جزء صحیح است.

(۴) -۲

(۳) -۳

(۲) ۱

(۱) ۴

۱۱۵- تابع  $f(x) = \frac{2x-1}{x+a}$  مفروض است. به ازای کدام مقدار  $a$  نقطه برخورد مجانب های تابع  $f \circ f$  روی خط  $y = 7 - x$  قرار دارد؟

(۴) -۵

(۳) ۵

(۲) ۳

(۱) -۳

۱۱۶- هرگاه باقی مانده  $f(x)$  بر  $(x+1)^2$  برابر  $3 - 2x$  باشد، مشتق  $xf(-x)$  به ازای  $x = 1$  کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۷

(۲) ۳

(۱) ۵

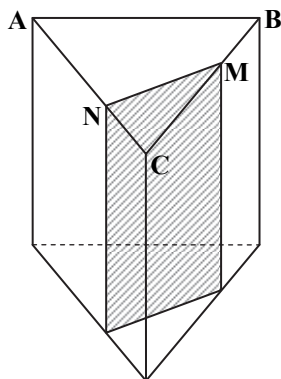
محل انجام محاسبات



۱۲۴- در مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$ ،  $BC = 4$  و  $\hat{A} = 90^\circ$  است. از نقطه دلخواه  $M$  روی  $BC$ ، عمودهای  $ME$  و  $MF$  را بر  $AB$  و  $AC$  رسم می‌کنیم. ماکزیمم مساحت چهارضلعی  $AEMF$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $2$  (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $4$

۱۲۵- در منشور قائم شکل زیر، تمام یال‌ها برابر ۳ می‌باشند. برشی قائم مطابق شکل بر این منشور زده‌ایم. اگر  $MB = NC = 1$  باشد، مساحت مقطع برش، کدام است؟



(۱)  $\sqrt{3}$

(۲) ۳

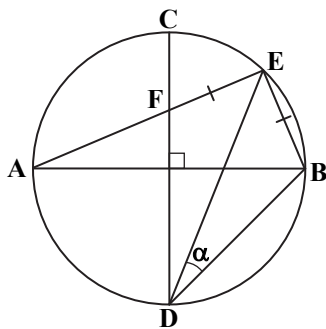
(۳)  $3\sqrt{3}$

(۴) ۶

۱۲۶- طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس بر هم، چهار برابر شعاع دایره کوچک‌تر است. نسبت شعاع‌های دو دایره کدام است؟

- ۱ (۱)  $2$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) ۴ (۴)  $2\sqrt{2}$

۱۲۷- در شکل روبه‌رو قطرهای  $AB$  و  $CD$  برهم عمودند و  $EF = EB$  است. زاویه  $\alpha$  چند درجه است؟



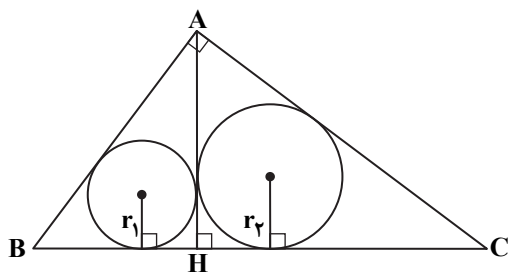
(۱) ۱۵

(۲)  $22/5$

(۳) ۳۰

(۴) ۴۵

۱۲۸- مساحت مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  برابر ۸ و مطابق شکل  $r_1 = 1$  و  $r_2 = \sqrt{3}$  است. محیط مثلث  $ABC$  کدام است؟



(۱) ۶

(۲) ۸

(۳) ۱۰

(۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

۱۲۹- نقاط  $A(1, 2)$ ،  $B(2, 3)$ ،  $C(3, 2)$  و  $D(2, 1)$  رؤس یک متوازی‌الاضلاع‌اند. اگر مجانس این متوازی‌الاضلاع را در تجانس به مرکز مبدأ مختصات و نسبت  $k = 3$  بیابیم، مساحت شکل تصویر کدام است؟

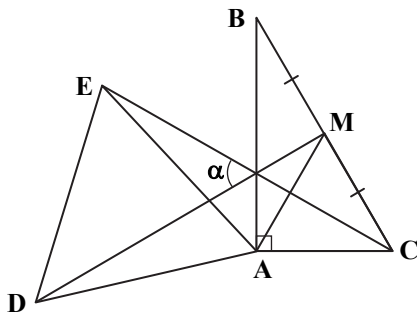
۲۷ (۴)

۱۸ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

۱۳۰- در شکل روبه‌رو  $ABC$  یک مثلث قائم‌الزاویه است که در آن  $\hat{B} = 30^\circ$  می‌باشد و مثلث  $AED$  نیز متساوی‌الاضلاع است. اگر  $M$  وسط  $BC$  باشد، زاویه  $\alpha$  چند درجه است و برای یافتن این زاویه از کدام تبدیل هندسی باید استفاده نمود؟



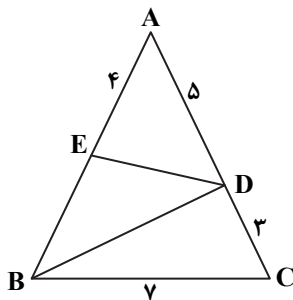
۶۰ (۱) تجانس

۳۰ (۲) دوران

۳۰ (۳) تجانس

۶۰ (۴) دوران

۱۳۱- در شکل روبه‌رو مثلث‌های  $ABC$  و  $BDC$  متساوی‌الساقین هستند. اندازه  $DE$  کدام است؟



$\sqrt{21}$  (۱)

$\sqrt{19}$  (۲)

$\sqrt{23}$  (۳)

$\sqrt{26}$  (۴)

۱۳۲- دایره‌ای به شعاع ۲ بر خط  $y = 1$  مماس بوده و مرکز آن روی خط  $y = x - 2$  است. معادله این دایره کدام می‌تواند باشد؟

$(x+5)^2 + (y+7)^2 = 4$  (۴)     $(x+1)^2 + (y+3)^2 = 4$  (۳)     $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$  (۲)     $(x-5)^2 + (y-3)^2 = 4$  (۱)

۱۳۳- در یک بیضی، طول قطر بزرگ و کوچک ۳۰ و ۲۴ است. اگر بدنه داخلی بیضی آینه‌ای باشد و پرتو نوری از یکی از کانون‌ها بر بدنه داخلی بیضی تابیده شود، انعکاس پرتو، قطر بزرگ بیضی را در یک نقطه قطع می‌کند. فاصله این نقطه تا دورترین نقطه بیضی کدام است؟

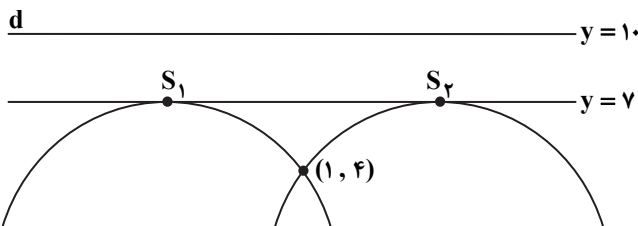
۳۶ (۴)

۲۴ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

۱۳۴- در شکل روبه‌رو خط  $d$ ، خط هادی دو سهمی است که از نقطه  $(1, 4)$  می‌گذرند. اندازه  $S_1 S_2$  کدام است؟



۸ (۱)

۱۰ (۲)

۱۲ (۳)

۱۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۳۵- اگر  $AB = BC$  و  $B$  ماتریسی وارون پذیر باشد، حاصل  $A^3$  با کدام برابر است؟

- (۱)  $C^3$  (۲)  $CB^3C^{-1}$  (۳)  $BC^3B^{-1}$  (۴)  $CA^3C^{-1}$

۱۳۶- در دستگاه  $\begin{cases} ax + by = m \\ cx + dy = 6 \end{cases}$ ، معکوس ماتریس ضرایب به صورت  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$  و  $y = 3$  است،  $x$  کدام می باشد؟

- (۱) ۲ (۲) -۴ (۳) ۶ (۴) -۱

۱۳۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} |A| & 0 & -1 \\ 2 & 2|A| & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه های ماتریس کدام می تواند باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۷

۱۳۸-  $D$  خطی است موازی محور  $Z$ ها که تصویر نقطه  $A(2, 3, 4)$  روی این خط، نقطه  $(1, 2, 4)$  است. معادله خط  $D$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$  (۲)  $\begin{cases} y = 2 \\ z = 4 \end{cases}$  (۳)  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$  (۴)  $\begin{cases} y = 3 \\ z = 4 \end{cases}$

۱۳۹-  $ABCD$  متوازی الاضلاعی است که در آن  $\overline{AC} = (2, -2, 4)$  و  $\overline{BD} = (-2, 0, 2)$  است. مساحت این متوازی الاضلاع کدام است؟

- (۱)  $3\sqrt{5}$  (۲)  $2\sqrt{11}$  (۳)  $6\sqrt{5}$  (۴)  $2\sqrt{22}$

۱۴۰- از مجموعه اعداد دورقمی، یک عدد به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال آنکه این عدد بر ۲ یا ۵ بخش پذیر باشد، ولی بر ۱۰ بخش پذیر نباشد چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{4}{9}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۴۱- ۵۳ نفر سوار تعدادی تاکسی شده اند، حداکثر تعداد تاکسی ها چند تا باشد تا مطمئن شویم حداقل ۴ نفر سوار یک تاکسی شده اند؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴) ۱۹

۱۴۲- تاسی را پرتاب می کنیم، سپس هر عددی ظاهر شد به همان تعداد سکه پرتاب می کنیم. اگر ۴ بار رو ظاهر شود، احتمال آنکه عدد روی تاس پنج ظاهر شده باشد کدام است؟

- (۱)  $\frac{17}{29}$  (۲)  $\frac{15}{64}$  (۳)  $\frac{19}{64}$  (۴)  $\frac{10}{29}$

۱۴۳- در یک آزمایش تصادفی،  $S = \{a, b, c, d\}$  فضای نمونه است. اگر  $P(a)$ ،  $P(b)$ ،  $P(c)$  و  $P(d)$  یک دنباله هندسی با قدرنسبت ۲ تشکیل داده باشند، احتمال وقوع متمم پیشامد  $\{a, c\}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{2}{5}$  (۴)  $\frac{3}{5}$

۱۴۴- خانواده ای دارای ۴ فرزند است. اگر فرزند اول پسر باشد، احتمال آنکه این خانواده حداکثر ۳ پسر داشته باشند چقدر است؟

- (۱)  $\frac{7}{16}$  (۲)  $\frac{7}{8}$  (۳)  $\frac{15}{16}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۴۵- دامنه میان چارکی داده های جدول روبه رو کدام است؟

داده	۶	۹	۱۰	۱۲	(۱) ۳	(۲) ۳/۵
فراوانی	۶	۵	۶	۵	(۳) ۴	(۴) ۵

محل انجام محاسبات

۱۴۶- در تقسیم عدد  $a$  به عدد طبیعی  $b$ ، باقی‌مانده ۱۳ و خارج‌قسمت ۲۴ است. اگر  $a$  مضرب ۵ باشد، رقم دهگان کوچک‌ترین عدد طبیعی  $a$  کدام است؟

- ۸ (۱)      ۷ (۲)      ۵ (۳)      ۴ (۴)

۱۴۷- اگر در سالی نوزدهم بهمن روز یکشنبه باشد، در همان سال، دوم اردیبهشت چه روزی بوده است؟

- دوشنبه (۱)      سه‌شنبه (۲)      چهارشنبه (۳)      جمعه (۴)

۱۴۸- اگر معادله سیاله خطی  $153x + 85y = 13a + 1$  در مجموعه  $\mathbb{Z}$  جواب داشته باشد، مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی  $a$  کدام است؟

- ۵ (۱)      ۶ (۲)      ۷ (۳)      ۸ (۴)

۱۴۹- در گراف کامل مرتبه ۶ با رأس‌های  $\{a, b, c, d, e, f\}$ ، چند زیرگراف از اندازه ۱۲ وجود دارد، به طوری که در آن درجه هر یک از رأس‌های  $a$  و  $b$  مساوی ۵ باشد؟

- ۹ (۱)      ۱۲ (۲)      ۱۸ (۳)      ۲۰ (۴)

۱۵۰- اگر تعداد یال‌های مکمل گراف  $C_n$  را  $a$ ، تعداد یال‌های مکمل گراف  $P_n$  را  $b$  و اندازه گراف کامل از مرتبه ۸ را  $c$  بنامیم، آنگاه  $c$  از  $a + b$  چند واحد بیشتر است؟

- ۸ (۱)      ۹ (۲)      ۱۰ (۳)      ۱۱ (۴)

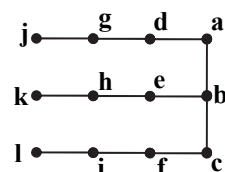
۱۵۱- گراف شکل روبه‌رو چند ۷-مجموعه «احاطه‌گر مینیمم» دارد؟

(۱) دارای احاطه‌گر مینیمم یکتا است.

۲ (۲)

۳ (۳)

۵ (۴)



۱۵۲- به چند طریق می‌توان ۱۰ خودکار یکسان را بین چهار نفر پخش کرد به طوری که فقط به یکی از افراد ۳ خودکار برسد و بقیه حداقل یک خودکار دریافت کنند؟

- ۱۵ (۱)      ۴۵ (۲)      ۶۰ (۳)      ۸۰ (۴)

۱۵۳- چهار موتور به شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۴، توسط چهار راننده موتورسیکلت به نام‌های  $d_1, d_2, d_3, d_4$  در چهار مسیر مختلف و در چهار روز اول هفته قرار است مسابقه دهند. جهت برنامه‌ریزی این مسئله کدام مربع لاتین روبه‌رو می‌تواند برنامه‌ریزی گفته‌شده را با این شرایط خاص کامل کند؟

$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$
۱	۴	۳	۲
۴	۱	۲	۳
۳	۲	۱	۴
۲	۳	۴	۱

(الف) هر راننده هر روز با یک موتور در یک مسیر رانندگی کند.

(ب) هر راننده با هر موتور دقیقاً یک روز رانندگی کند.

(ج) هر راننده هر روز دقیقاً در یک مسیر رانندگی کند.

(د) هر موتور در هر مسیر دقیقاً یک بار به کار گرفته شود.

۱	۳	۴	۲
۴	۲	۱	۳
۳	۱	۲	۴
۲	۳	۴	۱

(۴)

۳	۲	۱	۴
۱	۴	۳	۲
۴	۱	۲	۳
۲	۳	۴	۱

(۳)

۲	۳	۱	۴
۱	۴	۲	۳
۳	۱	۴	۲
۴	۲	۳	۱

(۲)

۴	۱	۳	۲
۱	۴	۲	۳
۲	۳	۱	۴
۳	۲	۴	۱

(۱)

محل انجام محاسبات

۱۵۴- به چند طریق می توان ۵ نفر را به سه اتاق مختلف فرستاد به طوری که هیچ اتاقی خالی نماند؟

- (۱) ۹۰ (۲) ۹۶ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱۵۲

۱۵۵- می خواهیم مشکلات معیشتی مردم روستاهای استان سیستان و بلوچستان را بررسی کنیم برای این منظور بیست درصد از مردم هریک از روستاهای این استان را به تصادف انتخاب کرده و مورد بررسی قرار می دهیم. در انتخاب این نمونه از کدام روش نمونه گیری استفاده می شود؟

- (۱) تصادفی ساده (۲) طبقه ای (۳) خوشه ای (۴) سامان مند

# ۵۵' فیزیک

زمان پیشنهادی

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۰ (یادرنظرگرفتن حذفیات سازمان سنجش)

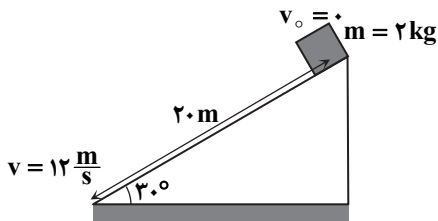
۱۵۶- کوچک ترین درجه یک خط کش ۰/۲ سانتی متر است. کدام یک از گزارش های اندازه گیری توسط این خط کش درست است؟

- (۱)  $32/4 \text{ cm} \pm 0/2 \text{ cm}$  (۲)  $32/4 \text{ cm} \pm 0/1 \text{ cm}$  (۳)  $32/45 \text{ cm} \pm 0/1 \text{ cm}$  (۴)  $32/45 \text{ cm} \pm 0/2 \text{ cm}$

۱۵۷- ظرفی لبریز از مایعی با چگالی ۱/۲ گرم بر سانتی متر مکعب است. جسم جامدی را با چگالی ۳۵۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب داخل آن می اندازیم و ۹۶۰ گرم مایع از ظرف بیرون می ریزد. جرم جسم جامد چند کیلوگرم است؟

- (۱) ۹/۶ (۲) ۳/۷ (۳) ۲/۸ (۴) ۱/۸

۱۵۸- مطابق شکل، از بالای سطح شیب داری که با افق زاویه ۳۰ درجه می سازد، جسمی به جرم ۲ کیلوگرم از حال سکون رها می شود و تندی آن پس از طی مسیر ۲۰ متر روی سطح شیب دار، به ۱۲ متر بر ثانیه می رسد. کار نیروی اصطکاک در این مسیر چند ژول است؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



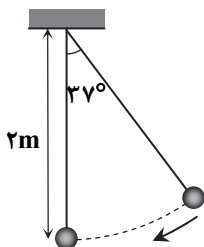
(۱) -۵۶

(۲) -۷۲

(۳) -۱۴۴

(۴) -۲۰۰

۱۵۹- مطابق شکل، گلوله ای به جرم ۲ کیلوگرم از ریسمانی به طول ۲ متر آویزان است. مجموعه نخ و گلوله را ۳۷ درجه نسبت به حالت قائم منحرف کرده و از حال سکون رها می کنیم. وقتی ریسمان به حالت قائم می رسد، بزرگی سرعت گلوله ۲/۵ متر بر ثانیه می شود. گرمای تولیدی ناشی از نیروی مقاومت هوا در این جابه جایی چند ژول است؟  $(\cos 37^\circ = 0/8, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



(۱) ۸

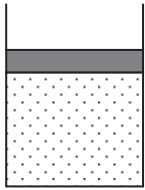
(۲) ۶/۲۵

(۳) ۴

(۴) ۱/۷۵

محل انجام محاسبات





۱۶۶- مطابق شکل، ۸ لیتر گاز آرمانی با دمای ۴۷ درجه سلسیوس، زیر یک پیستون بدون اصطکاک قرار دارد. دمای گاز را به آرامی و به تدریج به ۲۷ درجه سلسیوس می‌رسانیم. اگر کار انجام شده روی گاز در این فرایند، ۷۵ ژول باشد، فشار ناشی از وزن پیستون روی گاز محبوس چند پاسکال است؟ ( $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ : فشار هوای محیط)

(۱) صفر (۲)  $10^5$

(۳)  $2 \times 10^5$  (۴)  $5 \times 10^4$

۱۶۷- مقدار  $0.2$  مول گاز آرمانی دواتمی با دمای ۱۶۰ درجه سلسیوس را به‌طور هم‌دما متراکم نموده و سپس به‌صورت بی‌دررو، آن را منبسط کرده و به حجم اولیه بازمی‌گردانیم. اگر دمای نهایی گاز پس از طی این دو فرایند، به ۱۳۰ درجه سلسیوس برسد، تغییرات انرژی درونی گاز چند

ژول است؟ ( $C_V = \frac{5}{2}R$  ,  $R = \frac{25}{3} \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ )

(۱) -۲۵۰ (۲) -۱۷۵ (۳) -۱۵۰ (۴) -۱۲۵

۱۶۸- در یک یخچال با ضریب عملکرد  $K = 4$ ، کار انجام شده روی دستگاه در هر چرخه ۵۰۰ ژول است. گرمای داده شده به منبع دما بالا در ۲۰ چرخه کامل این یخچال، چند کیلوژول است؟

(۱)  $2/5$  (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۵۰

۱۶۹- در شکل روبه‌رو، دو بار نقطه‌ای در فاصله ۶ cm از یکدیگر روی یک خط راست قرار دارند. اگر بزرگی نیرویی که بار  $3q$  به بار  $q$  وارد می‌کند، ۳۰ نیوتون باشد، اندازه میدان الکتریکی خالص در

نقطه A چند نیوتون بر کولن است؟ ( $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$ )

(۱)  $10^7$

(۲)  $3 \times 10^7$

(۳)  $\sqrt{5} \times 10^7$

(۴)  $\sqrt{10} \times 10^7$

۱۷۰- بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای  $q$  در نقطه A برابر با E است. وقتی فاصله بین بار و نقطه A را نصف می‌کنیم، بزرگی میدان الکتریکی در نقطه A به اندازه  $6 \times 10^7$  نیوتون بر کولن افزایش می‌یابد. اگر فاصله بار تا نقطه A را دو برابر فاصله اولیه کنیم، بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار در نقطه A چند نیوتون بر کولن می‌شود؟

(۱)  $2 \times 10^7$  (۲)  $1/5 \times 10^7$  (۳)  $4 \times 10^6$  (۴)  $5 \times 10^6$

۱۷۱- گلوله‌ای به جرم  $m = 100 \text{ g}$  و بار  $q = -6 \mu\text{C}$  از ارتفاع ۸ متری نسبت به سطح زمین رها می‌شود و در یک میدان الکتریکی قائم و یکنواخت با سرعتی به بزرگی ۱۰ متر بر ثانیه به سطح زمین می‌رسد. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد، جهت میدان الکتریکی کدام است و بزرگی

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین نقطه رها شدن گلوله و سطح زمین چند ولت است؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

(۱) روبه بالا -  $3 \times 10^6$  (۲) روبه پایین -  $5 \times 10^5$  (۳) روبه بالا -  $5 \times 10^5$  (۴) روبه پایین -  $16 \times 10^5$

محل انجام محاسبات

۱۷۲- در یک خازن تخت که به‌طور کامل شارژ شده و سپس از مولد جدا شده است، ۱۵ میلی‌ژول کار لازم است تا فاصله بین دو صفحه خازن ۴ برابر شود. انرژی اولیه خازن چند میلی‌ژول بوده است؟

- ۱ (۱)      ۵ (۲)      ۱۶ (۳)      ۲۰ (۴)

۱۷۳- مقاومت الکتریکی سیمی ۱۵ اهم است. آن را از وسط می‌بریم تا طول آن نصف شود. سپس یکی از آن‌ها را از دستگاهی عبور می‌دهیم تا با نازک کردن سیم، طول آن دو برابر طول قبل از بریدن شود. اگر دمای سیم خارج شده از دستگاه را ۵۰ درجه سلسیوس افزایش دهیم،

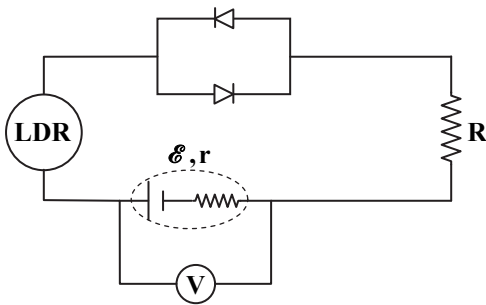
مقاومت الکتریکی این قطعه چند اهم می‌شود؟ (ضریب دمایی سیم  $\alpha = 0.004 \frac{1}{K}$  است.)

- ۷۲ (۱)      ۱۴۴ (۲)      ۲۴۰ (۳)      ۲۸۸ (۴)

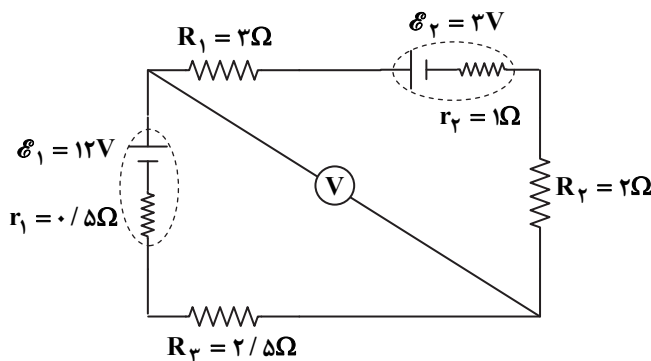
۱۷۴- در شکل روبه‌رو، دیودهای نوری خاموش هستند. اگر به LDR نور بتابانیم، دیود ..... تابش می‌کند و عدد نشان داده شده توسط

ولت‌سنج آرمانی .....

- (۱) پایینی - بیشتر می‌شود.  
(۲) بالایی - کمتر می‌شود.  
(۳) پایینی - کمتر می‌شود.  
(۴) بالایی - بیشتر می‌شود.



۱۷۵- در شکل روبه‌رو، عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، چند ولت است؟



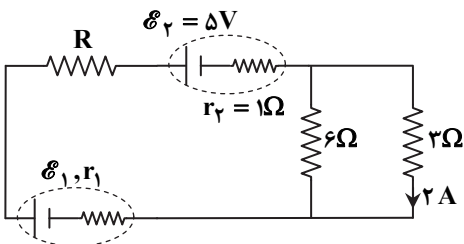
۱۱ (۱)

۹/۵ (۲)

۹ (۳)

۷ (۴)

۱۷۶- در مدار داده شده، توان ورودی مولد  $\mathcal{E}_2$  چند وات است؟



۲۴ (۱)

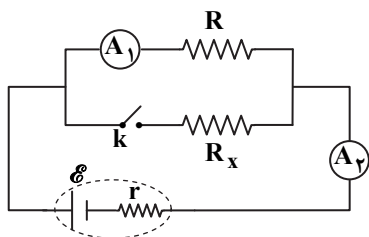
۱۶ (۲)

۸ (۳)

۶ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۷۷- در مدار شکل روبه‌رو، با وصل کردن کلید  $k$ ، عدد آمپرسنج آرمانی  $A_1$  تغییر نمی‌کند و عدد آمپرسنج آرمانی  $A_2$  سه برابر می‌شود. به ترتیب از راست به چپ، مقادیر مقاومت داخلی مولد ( $r$ ) و مقاومت  $R_x$  کدام است؟



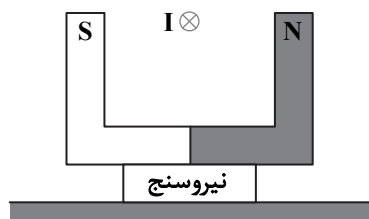
(۱) صفر -  $2R$

(۲)  $2R - R$

(۳) صفر - بی‌نهایت

(۴) صفر -  $\frac{R}{2}$

۱۷۸- مطابق شکل، سیم راست حامل جریان درون سوی  $I = 5 \text{ A}$  به طول  $80$  سانتی‌متر در میدان مغناطیسی یکنواخت یک آهنربای نعلی شکل به‌بزرگی  $0.2$  تسلا قرار دارد. با قطع جریان در سیم، عدد نشان داده‌شده توسط نیروسنج چقدر و چگونه تغییر می‌کند؟



(۱)  $20$  نیوتون بیشتر می‌شود.

(۲)  $0.8$  نیوتون بیشتر می‌شود.

(۳)  $0.8$  نیوتون کمتر می‌شود.

(۴)  $3/2$  نیوتون کمتر می‌شود.

۱۷۹- دو سیم راست که دارای طول یکسانی هستند، هر کدام به‌شکل یک پیچۀ مسطح درآمده و جریان یکسانی از آن‌ها عبور داده می‌شود. اگر تعداد حلقه‌های پیچۀ اولی، دو برابر تعداد حلقه‌های پیچۀ دومی باشد، بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچۀ اولی چند برابر بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچۀ دومی است؟

(۴)  $\frac{1}{4}$

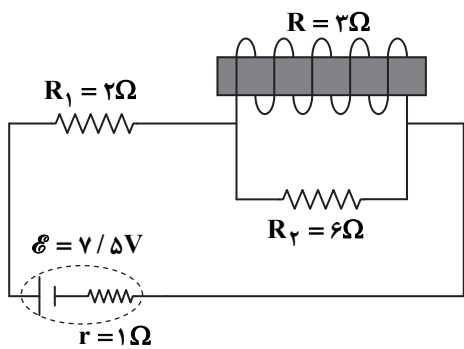
(۳)  $4$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۱)  $2$

۱۸۰- در شکل داده‌شده، مقاومت الکتریکی سیم‌لوله آرمانی برابر  $R = 2 \Omega$  است و در هر سانتی‌متر از طول آن،  $8$  حلقه دایره‌ای وجود دارد.

بزرگی میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله (روی محور و به دور از لبه‌ها) چند گاوس است؟  $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$



(۱)  $2\pi \times 10^{-4}$

(۲)  $3/2\pi \times 10^{-4}$

(۳)  $3/2\pi$

(۴)  $\frac{\pi}{2} \times 10^{-4}$

محل انجام محاسبات

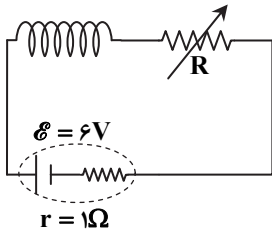
۱۸۱- سیم پیچی با مقاومت الکتریکی ۴۴ اهم و شامل ۲۰ حلقه، در یک میدان مغناطیسی متغیر قرار دارد و معادله شار مغناطیسی عبوری از

حلقه‌های آن در SI به صورت  $\Phi = \frac{\pi}{3}t^2 + 3\pi t$  است. جریان القایی متوسط عبوری از سیم پیچ در بازه زمانی  $1s \leq t < 4s$  چند آمپر است؟

- (۱)  $0.4\pi$  (۲)  $\frac{3}{4}\pi$  (۳)  $2/5\pi$  (۴)  $7/5\pi$

۱۸۲- در شکل روبه‌رو، مقاومت متغیر R را از ۳ اهم به ۲ اهم تغییر می‌دهیم و انرژی ذخیره شده در سیم پیچ آرمانی  $0.35$  ژول افزایش می‌یابد.

ضریب القاوری سیم پیچ چند هانری است؟



- (۱)  $0.2$  (۲)  $0.4$  (۳)  $0.7$  (۴)  $1/4$

۱۸۳- معادله حرکت متحرکی روی خط راست در SI به صورت  $x = t^2 - 4t + 5$  است. تندی متوسط متحرک در سه ثانیه اول حرکت آن چند

متر بر ثانیه است؟

- (۱)  $1$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $2$  (۴)  $\frac{5}{3}$

۱۸۴- قطار A به طول ۱۲۰ متر با سرعت ثابت ۲۰ متر بر ثانیه از کنار قطار B به طول ۱۰۰ متر که روی ریل مجاور ساکن است، می‌گذرد. وقتی قطار A،

۱۸۰ متر از قطار B جلو افتاد، قطار B با شتاب ثابت ۴ متر بر مربع ثانیه به دنبال قطار A به راه می‌افتد. قبل از رسیدن قطار B به قطار A،

حداکثر فاصله آن‌ها از هم چند متر است و قطار B چند ثانیه پس از به راه افتادن، به‌طور کامل از قطار A سبقت می‌گیرد؟

- (۱)  $200m, 2s$  (۲)  $200m, 1.0s$  (۳)  $230m, 2.0s$  (۴)  $230m, 15s$

۱۸۵- اتومبیلی از حال سکون، با شتاب ثابت ۲ متر بر مربع ثانیه، روی خط راست به حرکت درمی‌آید و پس از مدتی ترمز می‌کند و با شتابی

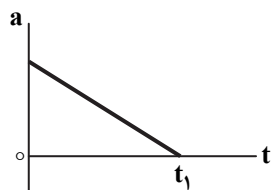
به‌بزرگی ۵ متر بر مربع ثانیه، سرعت آن کاهش یافته و متوقف می‌شود. اگر اتومبیل در کل مدت حرکتش، مسافت ۳۱۵ متر را طی کرده باشد،

مدت حرکت تندشونده اتومبیل چند ثانیه بوده است؟ (از زمان واکنش راننده صرف‌نظر کنید).

- (۱)  $6$  (۲)  $9$  (۳)  $15$  (۴)  $21$

۱۸۶- نمودار شتاب- زمان حرکت جسمی که در راستای محور x، روی خط راست حرکت می‌کند و در بازه زمانی صفر تا  $t_1$ ، نوع حرکت آن

کندشونده است، مطابق شکل است. سرعت متحرک در بازه زمانی صفر تا  $t_1$ ، .....



(۱) همواره منفی است.

(۲) همواره مثبت است.

(۳) ابتدا مثبت است و سپس منفی می‌شود.

(۴) ابتدا منفی است و سپس مثبت می‌شود.

۱۸۷- جرم و شعاع سیاره‌ای دو برابر جرم و شعاع کره زمین است. شتاب جاذبه در ارتفاع  $R_e$  از سطح سیاره چند برابر شتاب جاذبه روی سطح

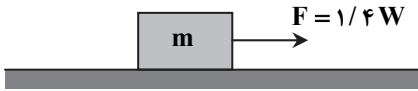
زمین است؟ ( $R_e$  شعاع کره زمین است).

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{2}{9}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

محل انجام محاسبات

۱۸۸- مطابق شکل، جسمی به وزن  $W$  توسط نیروی افقی و ثابت  $F = 1/4 W$  روی یک سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی  $\mu_k = 0/5$

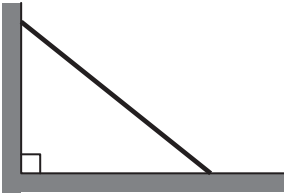
کشیده می‌شود. بزرگی شتاب حرکت جسم و بزرگی نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند، چقدر است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$



(۱)  $9 \frac{m}{s^2} W$  (۲)  $1/4 \frac{m}{s^2} W$

(۳)  $1/6 W$  (۴)  $9 \frac{m}{s^2} W$

۱۸۹- مطابق شکل، میله‌ای ساکن به جرم ۶ کیلوگرم، به یک دیوار بدون اصطکاک تکیه داده است و سر دیگر آن روی یک سطح افقی دارای اصطکاک قرار دارد. اگر بزرگی نیرویی که سطح دیوار به میله وارد می‌کند، ۲۵ نیوتون باشد، بزرگی نیرویی که سطح افقی به میله وارد می‌کند، چند نیوتون

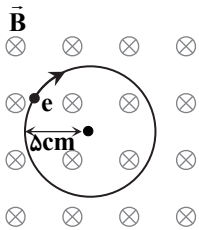


است؟  $(g = 10 \frac{N}{kg})$

(۱) ۸۵ (۲) ۶۵

(۳) ۶۰ (۴) ۳۵

۱۹۰- مطابق شکل، الکترونی در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی  $B$  حرکت می‌کند و از طرف



میدان، به آن نیروی  $F = 2 \times 10^{-15} N$  وارد می‌شود تا الکترون به‌طور یکنواخت در مسیر دایره‌ای به شعاع ۵ سانتی‌متر بچرخد. انرژی جنبشی الکترون چند ژول است؟ (اندازه بار الکتریکی

الکترون  $e = 1/6 \times 10^{-19} C$  و جرم آن  $m_e = 9 \times 10^{-31} kg$  است.)

(۱)  $10^{-18}$  (۲)  $4 \times 10^{-17}$

(۳)  $5 \times 10^{-17}$  (۴)  $2 \times 10^{-18}$

۱۹۱- جسمی به جرم ۱۰۰ گرم، دارای حرکت هماهنگ ساده است و معادله حرکت آن در SI به صورت  $x = 0/2 \cos 4\pi t$  است. در لحظه‌ای که

بزرگی سرعت جسم  $1/4$  مقدار بیشینه آن است، انرژی پتانسیل نوسانگر چند ژول است؟  $(\pi^2 = 10)$

(۱) ۲ (۲) ۸ (۳) ۲۴ (۴) ۳۰

۱۹۲- معادله نوسانات یک نوسانگر هماهنگ ساده در SI به صورت  $x = 0/02 \cos 100t$  است. اندازه بیشینه شتاب متوسط نوسانگر در مدت

نیم دوره، چند متر بر مربع ثانیه است؟

(۱)  $200/\pi$  (۲)  $400/\pi$  (۳)  $100\pi$  (۴)  $200\pi$

۱۹۳- مطابق شکل، جهت انتشار موج الکترومغناطیسی روبه پایین و جهت میدان مغناطیسی آن در این



لحظه، برون سو است. جهت میدان الکتریکی موج در این لحظه به سمت ..... است و بسامد

تغییرات میدان الکتریکی موج ..... بسامد تغییرات میدان مغناطیسی آن است.

(۱) راست - بیشتر از (۲) چپ - کمتر از

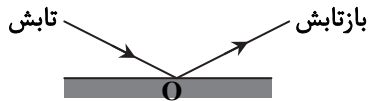
(۳) راست - برابر با (۴) چپ - برابر با

محل انجام محاسبات

۱۹۴- اگر فاصله یک شنونده از منبع صوتی که صدا را در تمام جهات منتشر می‌کند، نصف شود، تراز شدت صوت دریافتی شنونده چگونه تغییر می‌کند؟ (از هرگونه جذب یا اتلاف انرژی صوتی توسط محیط صرف نظر شود و  $\log 2 = 0.3$ )

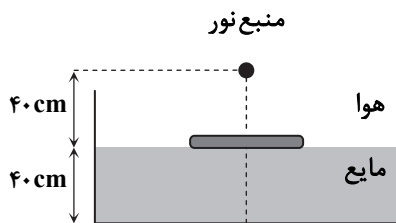
- (۱) ۴ دسی‌بل کاهش می‌یابد. (۲) ۶ دسی‌بل افزایش می‌یابد.  
 (۳) ۲ دسی‌بل کاهش می‌یابد. (۴) ۱۲ دسی‌بل افزایش می‌یابد.

۱۹۵- در شکل روبه‌رو، آینه تخت حول نقطه O، ۲۰ درجه در جهت عقربه‌های ساعت و پرتو تابش ۱۰ درجه در خلاف جهت عقربه‌های ساعت دوران می‌کنند. پرتو بازتابش نسبت به حالت اولیه خود، چند درجه و در چه جهتی دوران می‌کند؟



- (۱) ۵۰ درجه - ساعت‌گرد  
 (۲) ۳۰ درجه - ساعت‌گرد  
 (۳) ۶۰ درجه - ساعت‌گرد  
 (۴) ۶۰ درجه - پادساعت‌گرد

۱۹۶- مطابق شکل، درون ظرفی تا عمق ۴۰ سانتی‌متر مایع ریخته شده است و روی سطح مایع، یک قطعه چوب نازک و دایره‌ای شکل به قطر ۶۰ سانتی‌متر شناور است. یک منبع نور نقطه‌ای روی محور قائمی که از مرکز چوب می‌گذرد، در ارتفاع ۴۰ سانتی‌متری از مرکز چوب قرار دارد. اگر قطر سایه چوب در کف ظرف یک متر باشد، ضریب شکست مایع کدام است؟ (از ضخامت قطعه چوب صرف نظر کنید.)



- (۱)  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$   
 (۲)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$   
 (۳)  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$   
 (۴)  $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

۱۹۷- در تار دو سر بسته‌ای به طول L، موج ایستاده با بسامد ۲۰۰ هرتز تشکیل شده و ۵ گره در طول تار ایجاد شده است. اگر تندی انتشار موج عرضی در تار ۸۰ متر بر ثانیه باشد، فاصله نزدیک‌ترین شکم تا انتهای تار چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲/۵ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۱۹۸- کوتاه‌ترین طول موج رشته پاشن ( $n' = 3$ ) چند برابر کوتاه‌ترین طول موج رشته لیمان ( $n' = 1$ ) است؟ ( $R = 0.01 \text{ nm}^{-1}$ )

- (۱)  $\frac{27}{4}$  (۲) ۹ (۳)  $\frac{144}{7}$  (۴) ۳

۱۹۹- در یک آزمایش فوتوالکتریک، طول موج آستانه فلز ۵ برابر طول موج فوتون‌های تابشی است. بیشینه انرژی جنبشی الکترون‌های کنده‌شده از فلز چند برابر تابع کار فلز است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۰۰- تعداد هسته‌های فعال پرتوزای مواد A و B، هرکدام ۸۰ N است. پس از مدت زمان t، تعداد هسته‌های فعال ماده A برابر  $\frac{2}{5}N$  و تعداد هسته‌های فعال ماده B برابر ۵ N می‌شود. نیمه‌عمر ماده B چند برابر نیمه‌عمر ماده A است؟ (N یک عدد طبیعی ثابت است.)

- (۱) ۲ (۲) ۰/۸ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۱/۲۵

محل انجام محاسبات

۲۰۱- کدام عبارت‌ها درست هستند؟

الف) عدد جرمی سبک‌ترین ایزوتوپ هیدروژن، کمی بیشتر از ۱amu است.

ب) اگر بیرونی‌ترین زیرلایه اتم عنصری  $4p^2$  باشد، با عنصر X هم‌گروه و با عنصر Y هم‌دوره است.

پ) در دوره سوم جدول دوره‌ای، ۳ عنصر وجود دارد که بیرونی‌ترین زیرلایه اتم آن‌ها، دارای یک الکترون است.

ت) در یک مول کربن مانند یک مول گاز هلیوم،  $6/02 \times 10^{23}$  اتم وجود دارد.

۱) الف و پ (۲) ب و ت (۳) الف و ت (۴) ب و پ (۴)

۲۰۲- عنصر M دارای سه ایزوتوپ با نمادهای  $A^+M$ ،  $A^{+2}M$  و  $A^{+3}M$  است. اگر مجموع درصد فراوانی دو ایزوتوپ سبک‌تر، ۹۰ واحد بیشتر از درصد فراوانی سنگین‌ترین ایزوتوپ باشد و  $0/2$  مول از این عنصر، جرمی معادل  $(0/2A + 0/09)$  گرم داشته باشد، فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ چند درصد است؟ (جرم پروتون و نوترون را یکسان و برابر با ۱amu در نظر بگیرید.)

۸۰ (۱) ۸۵ (۲) ۷۵ (۳) ۷۰ (۴)

۲۰۳- در اتم عنصرهای گروه ۶ جدول دوره‌ای، ..... الکترون ظرفیتی، دارای  $I=0$  و ..... الکترون ظرفیتی، دارای  $I=2$  هستند.

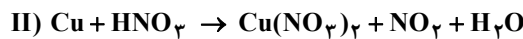
۵، ۲ (۱) ۵، ۱ (۲) ۴، ۲ (۳) ۴، ۱ (۴)

۲۰۴- عنصر A با عنصر فلئور (F)، ترکیبی یونی با فرمول شیمیایی  $AF_3$  و عنصر B با عنصر آلومینیم (Al)، ترکیبی یونی با فرمول شیمیایی  $Al_2B_3$  تشکیل می‌دهد. اگر عنصر A متعلق به دوره سوم جدول دوره‌ای باشد، کدام گزینه درست است؟  
۱) اتم عنصرهای A و B، دارای دو الکترون ظرفیتی هستند.  
۲) اتم عنصر A مانند اتم عنصر B، در بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی خود دارای ۲ الکترون است.  
۳) در آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم A مانند آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم B، ۲ تک نقطه وجود دارد.  
۴) در ترکیب یونی حاصل از عنصرهای A و B، نسبت شمار کاتیون‌ها به شمار آنیون‌ها برابر با  $\frac{2}{3}$  است.

۲۰۵- در ساختار لوویس مولکول  $XO_4Cl$ ، همه اتم‌ها از قاعده هشت‌تایی پیروی می‌کنند و ۴ جفت الکترون پیوندی وجود دارد. بر این اساس، فرمول شیمیایی ترکیب دوتایی حاصل از فلز پتاسیم و عنصر X که دارای یون‌های تک‌اتمی باشد، کدام است؟

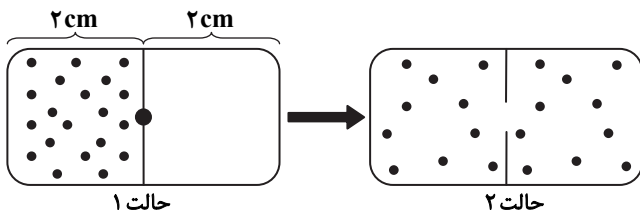
$K_3X$  (۱)  $K_2X$  (۲)  $KX$  (۳)  $KX_2$  (۴)

۲۰۶- پس از موازنه، نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادله واکنش (I) به مجموع ضرایب مواد در معادله واکنش (II) کدام است؟



۲/۴ (۱) ۱/۸ (۲) ۱/۶ (۳) ۲/۷ (۴)

۲۰۷- شکل زیر ظرفی دارای ۱ مول گاز هلیوم را نشان می‌دهد. اگر در دمای ثابت، حجم ظرف از حالت ۱ به حالت ۲ تغییر کند، چند گرم گاز نیتروژن باید به ظرف افزوده شود تا فشار گاز درون ظرف در حالت ۲ با فشار گاز هلیوم در حالت ۱، برابر باشد؟ ( $N = 14 g \cdot mol^{-1}$ )



۵۶ (۱)

۱۴ (۲)

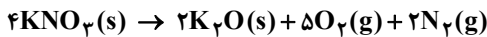
۲۸ (۳)

۴۲ (۴)

محل انجام محاسبات

## داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۰

۲۰۸- با توجه به فرایند زیر، برای تولید ۱۱/۲ لیتر گاز در فشار ۱ atm و دمای ۲۷۳ K، به تقریب چند گرم پتاسیم نیترات باید در واکنش مصرف شود؟ (N = ۱۴, O = ۱۶, K = ۳۹ g · mol<sup>-1</sup>)



۵۰/۳ (۴)

۴۰/۵ (۳)

۲۸/۹ (۲)

۸/۳ (۱)

۲۰۹- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول ۱ مولار سدیم سولفات و محلول ۱ مولار آمونیوم کربنات، برابر است.

ب) با افزودن محلول باریم نیترات به محلول سدیم کلرید، مقداری ماده جامد تشکیل و ته‌نشین می‌شود.

پ) برای تهیه محلول ۲ درصد جرمی سدیم کلرید، می‌توان ۲ گرم سدیم کلرید را در ۱۰۰ گرم آب خالص حل کرد.

ت) مواد کم محلول، انحلال‌پذیری بیشتر از ۰/۱ گرم و کمتر از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب در دمای اتاق دارند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۱۰- معادله انحلال‌پذیری ماده جامد X برحسب دما به صورت  $S = 0/25\theta + 15$  است. اگر ۱۵ گرم از این ماده با ۵۰ گرم آب در دمای ۴۰°C، مخلوط شده و خوب هم زده شود، .....  
 (۱) محلولی سیرنشده حاصل می‌شود که می‌تواند ۲/۵ گرم دیگر از ماده موردنظر را در خود حل کند.  
 (۲) محلولی حاصل می‌شود که می‌تواند ۱۰ گرم دیگر از ماده موردنظر را در خود حل کند.  
 (۳) محلولی سیرشده حاصل می‌شود و ۲/۵ گرم از ماده X ته‌لرّف باقی می‌ماند.  
 (۴) ۶۵ گرم محلول فراسیرشده حاصل می‌شود.

۲۱۱- مقایسه زیر در ارتباط با انحلال چند مورد از ترکیب‌های زیر در آب درست است؟

«میانگین قدرت پیوند یونی در ترکیب و پیوندهای هیدروژنی در آب &lt; نیروی جاذبه یون-دوقطبی در مخلوط»

الف) لیتیم سولفات

ب) آهن (III) کلرید

ب) کلسیم کلرید

ت) کلسیم فسفات

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۱۲- با توجه به جدول روبه‌رو که موقعیت برخی از عنصرها در جدول دوره‌ای را نشان می‌دهد، کدام دو عبارت درست هستند؟

الف) واکنش‌پذیری عنصر X از واکنش‌پذیری عنصرهای A و B، بیشتر است.

ب) شمار الکترون‌ها در بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی اتم عنصرهای A، B و C، یکسان است.

پ) در حالت جامد، عنصر C مانند عنصر D، سطحی تیره و کدر داشته و در اثر ضربه خرد می‌شود.

ت) در ترکیب حاصل از عنصرهای B و D، آنیون برخلاف کاتیون، آرایش الکترونی مشابه با گاز نجیب را دارد.

الف و ب (۱)

ب و پ (۳)

الف و پ (۲)

ب و ت (۴)

۲۱۳- در شرایطی معین، واکنش  $\text{Fe}_2\text{O}_3(\text{s}) + 3\text{CO}(\text{g}) \rightarrow 2\text{Fe}(\text{s}) + 3\text{CO}_2(\text{g})$  با بازده ۶۰ درصد انجام می‌شود. اگر ۳ تن سنگ معدن آهن با خلوص ۴۰ درصد در این واکنش مصرف شود؛ چند کیلوگرم آهن تولید خواهد شد و حجم گاز تولید شده با چگالی  $0/066 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ ، چند مترمکعب خواهد بود؟ (C = ۱۲, O = ۱۶, Fe = ۵۶ g · mol<sup>-1</sup>)

۵۴۰۰، ۵۰۴ (۴)

۹۰۰۰، ۵۰۴ (۳)

۵۴۰۰، ۸۴۰ (۲)

۹۰۰۰، ۸۴۰ (۱)

محل انجام محاسبات

۲۱۴- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- (الف) در آلکانهای راست‌زنجیر، هر اتم کربن حداقل به ۲ اتم هیدروژن متصل است.  
 (ب) آلکان  $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_4\text{CH}_3$ ، ۲-متیل‌هپتان نام دارد و با اوکتان همپار است.  
 (پ) ایزومری شاخه‌دار از هپتان که دارای شاخه اتیل است، ۳-اتیل‌پنتان نام دارد.  
 (ت) برای سوختن کامل یک مول نفتالن، به ۱۱ مول گاز اکسیژن نیاز است.

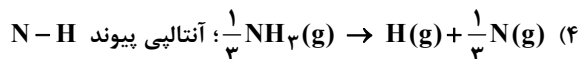
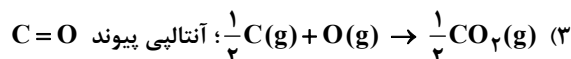
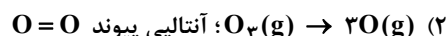
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۱۵- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) گرانروی و نقطه جوش گریس، کمتر از وازلین است.  
 (۲) هپتان در مقایسه با پنتان، فرآرتر است و گرانروی کمتری دارد.  
 (۳) نسبت شمار اتمهای هیدروژن به شمار اتمهای کربن در اوکتان، کمتر از اتان است.  
 (۴) تفاوت نقطه جوش نونان و اوکتان، کمتر از تفاوت نقطه جوش هگزان و پنتان است.  
 ۲۱۶- برای افزایش دمای ۵ لیتر مخلوط گازی شامل ۸۰ درصد حجمی گاز اکسیژن و ۲۰ درصد حجمی گاز کربن دی‌اکسید به‌اندازه ۲۰ درجه سلسیوس، چند ژول گرما لازم است؟ (گرمای ویژه گاز کربن دی‌اکسید و گاز اکسیژن به ترتیب ۰/۸ و ۰/۹ ژول بر گرم بر درجه سلسیوس و حجم مولی گازها در شرایط آزمایش، ۴۰ لیتر است.)

(۱) ۳۷/۶ (۲) ۷۵/۲ (۳) ۵۴/۸ (۴) ۶۷/۴

۲۱۷- در کدام مورد، گرمای مبادله‌شده در واکنش با آنتالپی پیوند ذکر شده، یکسان است؟



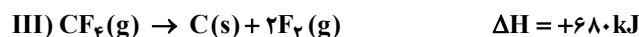
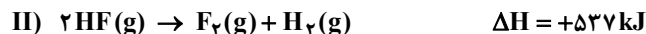
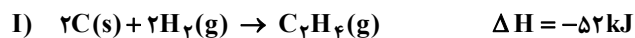
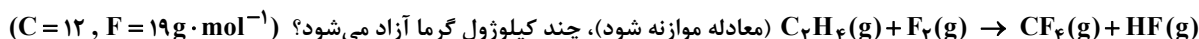
۲۱۸- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- (الف) گروه عاملی موجود در بنزآلدئید با گروه عاملی ۲-هپتانول یکسان است.  
 (ب) مجموع آنتالپی پیوندها در اتر و الکی با فرمول مولکولی  $\text{C}_7\text{H}_{16}\text{O}$ ، با هم برابر است.  
 (پ) با توجه به بیشتر بودن گرمای حاصل از سوختن کامل یک مول الماس نسبت به یک مول گرافیت، می‌توان نتیجه گرفت که آنتالپی پیوندهای کربن-کربن در ساختار الماس بیشتر است.

(ت) همپارها خواص شیمیایی متفاوت، اما به‌دلیل یکسان بودن فرمول مولکولی شان، خواص فیزیکی مشابهی دارند.

۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۲۱۹- با توجه به معادله‌های ترموشیمیایی داده‌شده، ضمن تولید ۴۴ گرم گاز کربن تترافلوئورید طی فرایند

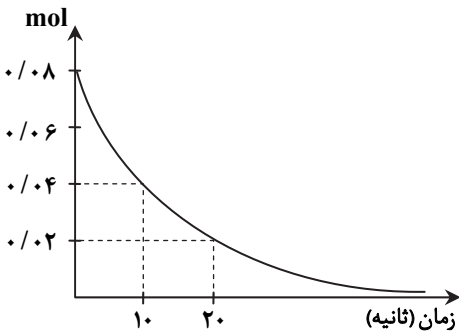


۱۷۸۰ (۱) ۷۵۱/۴ (۲) ۵۹۵/۵ (۳) ۱۱۹۱ (۴)

محل انجام محاسبات

## داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۰

۲۲۰- اگر سرعت تولید منیزیم کلرید در ۱۰ ثانیه دوم واکنش  $\text{Mg(s)} + 2\text{HCl(aq)} \rightarrow \text{MgCl}_2\text{(aq)} + \text{H}_2\text{(g)}$ ،  $0.12 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$  باشد، نمودار روبه‌رو مربوط به کدام واکنش دهنده است؟ و در ۲۰ ثانیه ابتدایی واکنش، جرم مخلوط مواد با سرعت چند میلی‌گرم بر ثانیه کاهش یافته است؟ ( $H = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )



(۱) منیزیم، ۶

(۲) منیزیم، ۱۲

(۳) هیدروکلریک اسید، ۶

(۴) هیدروکلریک اسید، ۱۲

۲۲۱- با توجه به داده‌های جدول، معادله شیمیایی واکنش انجام‌شده و تفاوت X و Y کدام است؟

شمار مول زمان (ثانیه)	A	B	D
۱۰	۰/۲	۰/۸	۰/۴
۲۰	۰/۴	۰/۵	X
۳۰	Y	۰/۳۵	۰/۱

(۱)  $0.2, 2B + 2D \rightarrow 2A$ (۲)  $0.3, 3B + 2D \rightarrow 2A$ (۳)  $0.2, 2B + 2D \rightarrow 2A$ (۴)  $0.3, 2B + 2D \rightarrow 2A$ 

۲۲۲- کدام عبارت درست است؟

(۱) امروزه با پیشرفت علم، می‌توان تعداد دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در یک واکنش پلیمری شدن را تعیین کرد.

(۲) در تولید پلیمرهایی مانند پلی‌سیانو اتن و کولار، آب به‌عنوان فرآورده جانبی تولید خواهد شد.

(۳) جاذبه‌های بین‌مولکولی پلی‌اتن، بسیار قوی‌تر از جاذبه‌های بین‌مولکولی موادی مانند آب و استیک اسید است.

(۴) تنها مولکول‌هایی در واکنش بسپارش شرکت می‌کنند که در زنجیر کربنی ساختار خود، پیوند دوگانه کربن-کربن داشته باشند.

۲۲۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با ترکیبی که فرمول ساختاری آن نمایش داده شده، درست است؟

(الف) یک ترکیب آلی محلول در آب است.

(ب) دارای گروه‌های عاملی هیدروکسیل، اتری و استری است.

(پ) شمار اتم‌های هیدروژن آن، ۵ واحد کمتر از مجموع شمار دیگر اتم‌ها است.

(ت) شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در آن با شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در مولکول گلوکز برابر است.

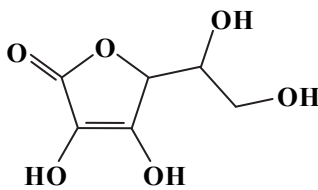
(ث) مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن برابر با +۴ است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



محل انجام محاسبات

۲۲۴- از سوزاندن کامل ۲۵/۴ گرم از یک اسید چرب تک‌عاملی که در زنجیر هیدروکربنی خود یک پیوند دوگانه کربن-کربن دارد، ۷۰/۴ گرم گاز کربن دی‌اکسید حاصل می‌شود. فرمول شیمیایی صابون جامدی که با استفاده از این اسید چرب تهیه می‌شود، کدام است؟

(H = 1, C = 12, O = 16 g · mol<sup>-1</sup>)



۲۲۵- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

(الف) اسیدها و بازهای آرنیوس، ترکیب‌های محلول در آبی هستند که در ساختار خود به ترتیب H و OH دارند.

(ب) مقدار درجه یونش یک اسید در محدوده ۰ ≤ α ≤ ۱ قرار دارد.

(پ) ثابت یونش اسیدهای قوی، به عدد یک و ثابت یونش اسیدهای ضعیف، به عدد صفر، نزدیک است.

(ت) در دمای اتاق، غلظت یون هیدرونیوم در محلول‌های ۰/۱ مولار سدیم اکسید و ۰/۲ مولار سدیم هیدروکسید برابر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۲۶- اگر در محلول آبی اسید HX با pH = ۴/۳، نسبت غلظت مولی یون X<sup>-</sup> به غلظت مولی مولکول‌های HX برابر با ۰/۱ باشد، ثابت یونش اسید HX در این شرایط کدام است؟ (log 5 = ۰/۷)

۲/۵ × ۱۰<sup>-۵</sup> (۴)

۲/۵ × ۱۰<sup>-۷</sup> (۳)

۵ × ۱۰<sup>-۵</sup> (۲)

۵ × ۱۰<sup>-۷</sup> (۱)

۲۲۷- ۷۵ میلی‌گرم لیتیم اکسید جامد در مقداری آب حل شده و سپس با افزودن آب خالص، یک لیتر محلول در دمای اتاق تهیه شده است. pH محلول تهیه‌شده کدام است و برای خنثی کردن ۲۰۰ میلی‌لیتر از این محلول، به چند میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید با pH = ۲ نیاز

است؟ (Li = ۷, O = ۱۶ g · mol<sup>-1</sup>, log 2 = ۰/۳)

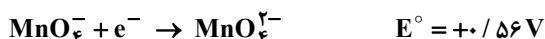
۲۰۰، ۱۱/۷ (۴)

۱۰۰، ۱۱/۷ (۳)

۲۰۰، ۱۱/۳ (۲)

۱۰۰، ۱۱/۳ (۱)

۲۲۸- با توجه به نیم‌واکنش‌های داده‌شده، به ترتیب از راست به چپ، قوی‌ترین اکسنده و قوی‌ترین کاهنده در بین گونه‌های نمایش داده‌شده، کدام گونه‌ها هستند؟



۲۲۹- تیغه‌هایی از جنس‌های متفاوت A، B و C در محلول‌های یکسانی از هیدروکلریک اسید ۱ مولار با دمای ۲۵ درجه سلسیوس قرار داده شده‌اند. اگر تغییر دمای محلول پس از مدت زمانی معین، مطابق جدول زیر باشد، کدام گزینه درست است؟

(۱) قدرت اکسندهی کاتیون‌های A، کمتر از یون‌های هیدرونیوم است.  
(۲) در سلول گالوانی «B - C»، جهت حرکت الکترون‌ها از الکترود C به الکترود B است.

(۳) در سلول گالوانی «C - SHE» با گذشت زمان، خاصیت اسیدی محلول الکترولیت نیم‌سلول هیدروژن افزایش می‌یابد.

(۴) در سلول گالوانی «C - A»، الکترود A قطب مثبت سلول است و با گذشت زمان، محلول الکترولیت آن رقیق‌تر می‌شود.

جنس تیغه	دمای محلول (درجه سلسیوس)
A	۲۵
B	۲۹
C	۲۷

محل انجام محاسبات

۲۳۰- در تولید منیزیم از آب دریا به روش برقکافت، به ازای مبادله  $9/03 \times 10^{20}$  الکترون، چند میلی گرم فراورده در قطب مثبت سلول

الکترولیتی به دست می آید؟ ( $Mg = 24, Cl = 35/5 g \cdot mol^{-1}$ )

۱۰۶/۵ (۱) ۵۳/۲۵ (۲) ۳۶ (۳) ۱۸ (۴)

۲۳۱- کدام عبارت‌ها درست هستند؟

الف) سختی و نقطه ذوب الماس بیشتر از سیلیس است.

ب) آنتالپی پیوندهای اشتراکی در ساختار سیلیسیم خالص، بیشتر از آنتالپی پیوندهای اشتراکی در ساختار سیلیس است.

پ) برخلاف سختی، چگالی الماس، کمتر از چگالی گرافیت است.

ت) ساختار سیلیسیم کربید و الماس مشابه، ولی سختی سیلیسیم کربید به دلیل پیوندهای اشتراکی ضعیف‌تر، کمتر است.

۱) الف و ب ۲) الف و ت ۳) ب و ت ۴) ب و پ

۲۳۲- کدام عبارت نادرست است؟

۱) توزیع الکترون‌های پیوندی بین دو اتم کربن و اکسیژن در مولکول کربن دی‌اکسید، نامتقارن، ولی توزیع الکترون‌ها در کل مولکول، متقارن است.

۲) در مولکول کربن تتراکلرید برخلاف مولکول متان، تراکم الکترون‌ها روی اتم مرکزی مولکول است.

۳) گشتاور دوقطبی مولکول‌های کربونیل سولفید و گوگرد دی‌اکسید، بیشتر از مولکول گوگرد تری‌اکسید است.

۴) در ساختار آمونیاک، به اتم مرکزی مولکول می‌توان بار جزئی منفی نسبت داد.

۲۳۳- اگر در شرایطی معین، با صرف  $474/75$  کیلوژول گرما بتوان ۵ گرم منیزیم اکسید را به یون‌های گازی منیزیم و اکسید و با صرف ۹۲

کیلوژول گرما،  $4/2$  گرم سدیم فلئورید را به یون‌های گازی سدیم و فلئورید تبدیل کرد، آنتالپی فروپاشی شبکه بلور منیزیم اکسید

به تقریب چند برابر آنتالپی فروپاشی شبکه بلور سدیم فلئورید است؟ ( $O = 16, F = 19, Na = 23, Mg = 24 g \cdot mol^{-1}$ )

۲/۱ (۱) ۱/۸ (۲) ۴/۱ (۳) ۳/۷ (۴)

۲۳۴-  $5/4$  گرم گاز دی‌نیتروژن پنتااکسید در ظرفی به حجم ۵ لیتر وارد شده تا به گازهای نیتروژن دی‌اکسید و اکسیژن تجزیه شود. اگر پس از

مدت‌زمان کافی،  $4/32$  گرم گاز دی‌نیتروژن پنتااکسید در مخلوط تعادلی وجود داشته باشد، مقدار ثابت تعادل برقرار شده در ظرف کدام است؟

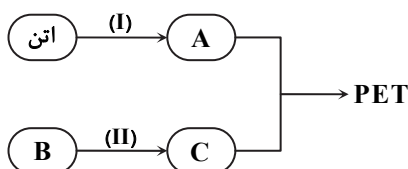
( $N = 14, O = 16 g \cdot mol^{-1}$ )

$1/25 \times 10^{-9}$  (۱)  $4 \times 10^{-7}$  (۲)  $1/25 \times 10^{-7}$  (۳)  $4 \times 10^{-9}$  (۴)

۲۳۵- با توجه به شکل روبه‌رو که فرایند کلی سنتز پلی‌اتیلن ترفتالات را نشان می‌دهد، در فرایند (II)، مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن چند

واحد تغییر می‌کند و اگر ۲۰ مول A و ۲۰ مول C در شرایط مناسب با هم واکنش دهند، چند کیلوگرم پلیمر به دست می‌آید؟

( $H = 1, C = 12, O = 16 g \cdot mol^{-1}$ )



۳/۸۴، ۶ (۱)

۳/۸۴، ۱۲ (۲)

۷/۶۸، ۶ (۳)

۷/۶۸، ۱۲ (۴)

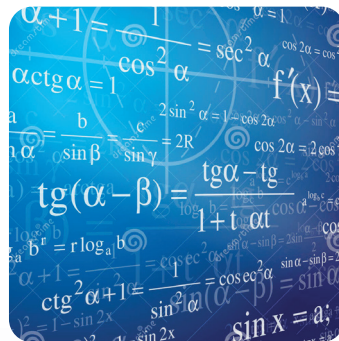
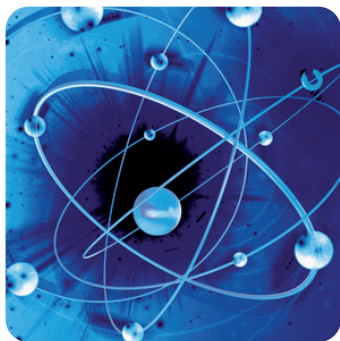
محل انجام محاسبات

# دفترچه پاسخ‌های تشریحی

آزمون آزمایشی ۲۱ خرداد ۱۴۰۰ (مرحله ۱۵)

ویژه داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۰

گروه آزمایشی علوم ریاضی



# پاسخ تشریحی درس‌های اختصاصی آزمون ۲۱ خرداد ۱۴۰۰ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

## ریاضیات

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸ آمار و احتمال

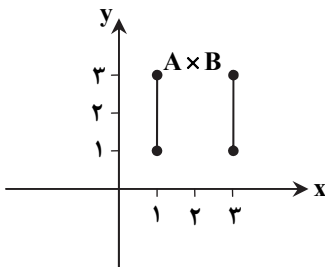
نکته: ضرب دکارتی دو مجموعه A و B به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$$

نکته: در حالت کلی  $A \times B \neq B \times A$ .

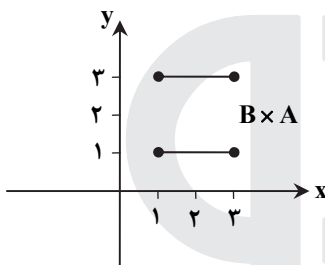
نکته: اگر  $A \times B = B \times A$ ، آنگاه  $A = B$  یا  $A = \emptyset$  یا  $B = \emptyset$ .

با توجه به نکات، ابتدا  $A \times B$  و  $B \times A$  را رسم می‌کنیم:



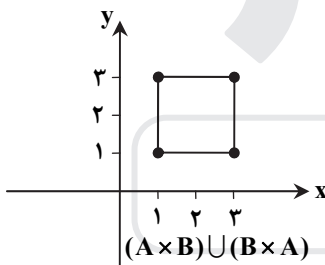
$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$$

$$\Rightarrow A \times B = \{(x, y) \mid x = 1, x = 3, 1 \leq y \leq 3\}$$



$$B \times A = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 3, y = 1, y = 3\}$$

بنابراین:



$$(A \times B) \cup (B \times A)$$

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه‌های ۴ تا ۱۲ آمار و احتمال

نکته (قانون دمورگان):  $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

نکته: عکس و نقیض گزاره  $p \Rightarrow q$  عبارت است از:  $\sim q \Rightarrow \sim p$

با توجه به نکات، عکس و نقیض گزاره  $(p \vee q) \Rightarrow (\sim p \wedge q)$  عبارت است از:

$$\sim(p \vee q) \Rightarrow \sim(\sim p \wedge q) \xrightarrow{\text{دمورگان}} (\sim p \wedge \sim q) \Rightarrow (p \vee \sim q)$$

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۸۰ ریاضی ۱

نکته: معادله هر سهمی که مختصات رأس آن  $(\alpha, \beta)$  باشد به صورت  $y = k(x - \alpha)^2 + \beta$  است.

ابتدا ضابطه سهمی را با داشتن مختصات رأس آن یعنی نقطه  $S(1, \frac{1}{3})$  و نقطه  $M(-1, 0)$  می‌نویسیم:

$$y = k(x - 1)^2 + \frac{1}{3} \xrightarrow[\text{روی سهمی}]{\text{نقطه M}} 0 = k(-1 - 1)^2 + \frac{1}{3} \Rightarrow 4k = -\frac{1}{3} \Rightarrow k = -\frac{1}{12}$$

پس معادله سهمی به صورت  $y = -\frac{1}{12}(x - 1)^2 + \frac{1}{3}$  است. حال مختصات نقاط A و B را به دست می‌آوریم. نقطه A محل برخورد سهمی با

محور xها است که مختصات آن به صورت  $A(3, 0)$  و B هم محل برخورد سهمی با محور yها است که به صورت  $B(0, 2)$  است. حال معادله خط گذرا از این دو نقطه را به دست می‌آوریم:

$$y = -\frac{1}{3}x + 2 \xrightarrow{\times 3} 3y + x = 6$$

نکته: برای به دست آوردن وارون تابع  $f(x)$ ، ابتدا  $x$  را بر حسب  $y$  به دست آورده و سپس جای  $x$  و  $y$  را عوض می‌کنیم.

ابتدا تابع  $f$  را به صورت مربع کامل می‌نویسیم:

$$f(x) = y = 2x^2 - 4x = 2(x-1)^2 - 2 \quad x \leq 1$$

دامنه این تابع  $x \leq 1$  است، پس برد تابع  $f^{-1}$  به صورت  $y \leq 1$  است. حال وارون تابع  $f$  را به دست می‌آوریم:

$$y = 2(x-1)^2 - 2 \Rightarrow (x-1)^2 = \frac{y+2}{2} \xrightarrow{x \leq 1} x-1 = -\sqrt{\frac{y+2}{2}} \Rightarrow x = 1 - \sqrt{\frac{y+2}{2}} \Rightarrow f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{\frac{x+2}{2}}$$

$$g(x) = -\sqrt{\frac{x+2}{2}} = -\sqrt{1 + \frac{x}{2}}$$

بنابراین:

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۱۱۰ ریاضی ۱ و ۸ حسابان ۱

نکته: هر تابع با ضابطه  $f(x) = x$  را تابع همانی گوئیم.

نکته: هر تابع به صورت  $f(x) = c$  را که  $c \in \mathbb{R}$  یک تابع ثابت گوئیم.

نکته: اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  باشند، آنگاه:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$x = m - \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 - mx + 1 = 0$$

با توجه به نکات فرض کنید  $f(x) = x$  و  $g(x) = m$ ، در این صورت داریم:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = m \Rightarrow m = 3 \Rightarrow g(x) = 3$$

اگر ریشه‌های این معادله را  $x_1$  و  $x_2$  فرض کنیم، داریم:

$$g(2) = 3$$

بنابراین:

۱۰۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۶۴ و ۶۷ حسابان ۱

$$\text{نکته: } D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$$\text{نکته: } D_{f-g} = D_f \cap D_g$$

$$D_{(f-g) \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_{f-g}\}$$

برای حل ابتدا طبق نکات داریم:

حال دامنه توابع  $f$  و  $g$  و سپس دامنه تابع  $f-g$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} D_g = (-\infty, 1] \\ D_f = [-1, 1] \end{cases} \Rightarrow D_{f-g} = D_f \cap D_g = [-1, 1]$$

حال برای به دست آوردن دامنه تابع  $(f-g) \circ g$  داریم:  $x \geq 0 \Rightarrow 1-x \leq 1 \Rightarrow \sqrt{1-x} \leq 1 \Rightarrow -1 \leq \sqrt{1-x} \leq 1$

$$D_{(f-g) \circ g} = \underbrace{(-\infty, 1]}_{\text{بدیهی}} \cap [0, +\infty) = [0, 1]$$

بنابراین:

۱۰۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۶۲ ریاضی ۱

$$\text{نکته: } \begin{cases} (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b) \\ a^3 - b^3 = (a-b)(a+b) \end{cases}$$

ابتدا عدد  $A$  را به توان ۳ می‌رسانیم. به کمک نکته داریم:

$$A^3 = \sqrt[3]{(2\sqrt{3}-2)^3} + \sqrt[3]{(2\sqrt{3}+2)^3} + 3\sqrt[3]{(2\sqrt{3}-2)(2\sqrt{3}+2)(\sqrt[3]{2\sqrt{3}+2} + \sqrt[3]{2\sqrt{3}-2})}$$

$$\Rightarrow A^3 = 2\sqrt{3}-2 + 2\sqrt{3}+2 + (3\sqrt[3]{12-4})(A) \Rightarrow A^3 = 4\sqrt{3}+6A \Rightarrow A^3-6A = 4\sqrt{3}$$

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۴۳ ریاضی ۱

۱۰۸- پاسخ: گزینه ۳

$$\text{نکته: } \sin^2 x + \cos^2 x = 1, \quad \tan x \cdot \cot x = 1 \quad (x \neq \frac{k\pi}{2}) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

راه حل اول: مقدار  $x = 30^\circ$  را جای گذاری می‌کنیم:

$$\left(\frac{1}{\sin^2 30^\circ} + \frac{1}{\cos^2 30^\circ}\right)(\tan 30^\circ - \cot 30^\circ)^2 = \left(\frac{1}{\frac{1}{4}} + \frac{1}{\frac{3}{4}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}\right)^2 = \left(4 + \frac{4}{3}\right)\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \left(\frac{16}{3}\right)\left(\frac{12}{9}\right) = \frac{64}{9}$$

راه حل دوم: ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم سپس مقدار  $x = 30^\circ$  را جای گذاری می‌کنیم:

$$A = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} (\tan^2 x + \cot^2 x - 2 \tan x \cot x) = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} (\tan^2 x + \cot^2 x - 2)$$

$$\xrightarrow{x=30^\circ} A = \frac{1}{\frac{1}{4} \times \frac{3}{4}} \left(\frac{1}{3} + 3 - 2\right) = \frac{16}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{64}{9}$$

نکته:  $\text{Sin} x = \text{Sin} \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases}$   
 نکته:  $\text{Sin}(\alpha \pm \beta) = \text{Sin} \alpha \text{Cos} \beta \pm \text{Cos} \alpha \text{Sin} \beta$

با ساده کردن معادله داریم:

$$\text{Cos} x + \text{Sin}(x - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Cos} x + \text{Sin} x \text{Cos} \frac{\pi}{6} - \text{Sin} \frac{\pi}{6} \text{Cos} x = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Cos} x + \text{Sin} x (\frac{\sqrt{3}}{2}) - \text{Cos} x (\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{Sin} x (\frac{\sqrt{3}}{2}) + \text{Cos} x (\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Sin} x \text{Cos} \frac{\pi}{6} + \text{Cos} x \text{Sin} \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Sin}(x + \frac{\pi}{6}) = \text{Sin}(\frac{\pi}{6}) \Rightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = 0, 2\pi \\ x + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

بنابراین مجموع جوابها در بازه  $[0, 2\pi]$  برابر  $\frac{2\pi}{3} + 0 + 2\pi = \frac{8\pi}{3}$  است.

نکته: توابع  $y = a \text{Sin} bx + c$  و  $y = a \text{Cos} bx + c$  دارای مقدار ماکزیمم  $|a| + c$  و مقدار مینیمم  $-|a| + c$  و دوره تناوب  $\frac{2\pi}{|b|}$  هستند.  
 در همسایگی محور  $y$ ها، تابع صعودی است، پس  $b > 0$  است.

از طرفی مطابق نمودار، ماکزیمم تابع برابر  $a$  است:  
 $-a + |b| = a \xrightarrow{b > 0} -a + b = a \Rightarrow b = 2a$   
 $y = -a + 2a \text{Sin}(x - \frac{\pi}{3})$

با جای گذاری این رابطه در ضابطه تابع داریم:

مطابق نمودار، تابع از نقطه  $(\frac{a\pi}{2}, 0)$  عبور می کند:

$$\begin{cases} x = \frac{a\pi}{2} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow 0 = -a + 2a \text{Sin}(\frac{a\pi}{2} - \frac{\pi}{3}) \Rightarrow \text{Sin}(\frac{a\pi}{2} - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = 2$$

$a + b = 3$

بنابراین:

نکته: مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله هندسی با جمله اول  $a_1$  و قدرنسبت  $q$  از رابطه زیر به دست می آید:  
 ابتدا با توجه به رابطه داده شده جملات  $a_1$  و  $a_3$  را به دست می آوریم:

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \quad S_1 = a_1 = \frac{3}{4} \quad S_2 = a_1 + a_2 = \frac{3}{4} + a_2 = \frac{15}{4} \Rightarrow a_2 = 3 \Rightarrow \frac{3}{4} q^2 = 3 \Rightarrow q = \pm 2$$

با توجه به اینکه دنباله افزایشی است،  $q = 2$  قابل قبول است و داریم:

$$S'_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S'_{12} = \frac{\frac{3}{4}(1-2^{12})}{1-2} = \frac{3}{4}(2^{12} - 1)$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۱ نکته:  $a = b^c \Leftrightarrow \log_b a = c$       ۲ نکته:  $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$

۳ نکته:  $\log_c ab = \log_c a + \log_c b$  ،  $\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$       ۴ نکته:  $\log_b a^n = n \log_b a$

فرض کنیم اندازه سایه در ابتدا  $A$  بوده باشد، بعد از  $n$  دقیقه طول سایه به  $A \times (\frac{96}{100})^n$  خواهد رسید، در نتیجه پس از  $n$  دقیقه می خواهیم  $\frac{3}{4}$  طول سایه بماند، به همین جهت:

$$\frac{3}{4} A = A \times (\frac{96}{100})^n \Rightarrow \frac{3}{4} = (\frac{96}{100})^n \xrightarrow{\text{نکته ۱}} \log_{\frac{96}{100}} \frac{3}{4} = n \xrightarrow{\text{نکته ۲}} n = \frac{\log \frac{3}{4}}{\log \frac{96}{100}} \Rightarrow n = \frac{\log 3 - \log 4}{\log 96 - \log 100}$$

$$= \frac{\log 3 - 2 \log 2}{\log 3 + \log 32 - 2} = \frac{\log 3 - 2 \log 2}{\log 3 + 5 \log 2 - 2} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \frac{0.45 - 2 \times 0.3}{0.45 + 5 \times 0.3 - 2} = \frac{-1.5}{-5} = 3$$

ابتدا معادله خط را بر حسب  $a$  پیدا می‌کنیم. این خط از دو نقطه  $(a, 0)$  و  $(0, 2a)$  می‌گذرد، پس معادله آن به صورت  $f(x) = -2x + 2a$  است. حال می‌توان نوشت:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(2a - 2x) - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x^2 + 2ax - 1}{x^2 - 1}$$

با توجه به اینکه هر ۴ گزینه عددی حقیقی است و مخرج به‌ازای  $x = 1$  صفر می‌شود، پس صورت نیز به‌ازای  $x = 1$  باید صفر شود:

$$-2 + 2a - 1 = 0 \Rightarrow 2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

با جای‌گذاری مقدار  $a$  داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x^2 + 3x - 1}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(-2x+1)}{(x-1)(x+1)} = -\frac{1}{2}$$

کافی است پیوستگی در نقاط  $x = 2$  و  $x = -2$  را بررسی کنیم:

$$f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2b - a$$

$$f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2 \end{cases} \Rightarrow 2b - a = 2$$

$$f(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) \Rightarrow \begin{cases} f(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -2b + a \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +2a + 2 \end{cases} \Rightarrow a + 2b = -2$$

بنابراین با حل دستگاه معادلات به‌دست‌آمده داریم:

$$\begin{cases} -a + 2b = 2 \\ a + 2b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow a + b = -2$$

نکته ۱ (مجانب قائم): خط  $x = a$  را مجانب قائم نمودار تابع  $f(x)$  گویند هرگاه حداقل یکی از شرایط زیر برقرار باشد:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$

نکته ۲ (مجانب افقی): خط  $y = L$  را مجانب افقی نمودار  $y = f(x)$  می‌نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$  برقرار باشد.

نکته ۳: در توابع هموگرافیک به فرم  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، مجانب افقی خط  $y = \frac{a}{c}$  و مجانب قائم خط  $x = -\frac{d}{c}$  می‌باشد.

ابتدا تابع  $f \circ f$  را تشکیل می‌دهیم:

$$(f \circ f)(x) = \frac{2\left(\frac{2x-1}{x+a}\right) - 1}{\frac{2x-1}{x+a} + a} = \frac{2x - 2 - a}{(2+a)x + a^2 - 1}$$

حال مجانب قائم و افقی این تابع برابر است با:

$$\text{قائم: } x = \frac{1-a^2}{2+a}$$

$$\text{افقی: } y = \frac{3}{2+a}$$

محل برخورد این مجانب‌ها روی خط  $y = 7 - x$  قرار دارد، بنابراین:

$$\frac{3}{2+a} = 7 - \frac{1-a^2}{2+a}$$

$$a \neq -2 \Rightarrow 3 = 7(2+a) - (1-a^2) \Rightarrow a^2 + 7a + 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ a = -2 \text{ غقی} \end{cases}$$

دقت کنید مقدار  $a = -2$  قابل‌قبول نیست، زیرا در این صورت مجانب قائم و افقی برای تابع  $f \circ f$  تعریف نمی‌شود.

$$(fg)'(a) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$$

ابتدا مشتق  $y = xf(-x)$  را به دست آورده و سپس  $x = 1$  را قرار می‌دهیم: (\*)  $y' = f(-x) - f'(-x) \cdot x \Rightarrow y'(1) = f(-1) - f'(-1)$  با توجه به تساوی به دست آمده، ما به مقدار  $f(-1)$  و  $f'(-1)$  نیاز داریم. به همین منظور ابتدا رابطه تقسیم را می‌نویسیم:

$$f(x) = (x+1)^2 q(x) + 3 - 2x$$

$$f(-1) = 5$$

با قرار دادن  $x = -1$  داریم:

$$f'(x) = 2(x+1)q(x) + q'(x)(x+1)^2 - 2 \xrightarrow{x=-1} f'(-1) = -2$$

حال از طرفین مشتق می‌گیریم:

$$5 - (-2) = 7$$

با قرار دادن مقادیر به دست آمده در تساوی (\*) داریم:

۱۱۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* صفحه ۱۰۴ حسابان ۲

اگر  $f$  را به صورت  $f(x) = ax^2 + bx + c$  در نظر بگیریم، داریم:

$$f(x+1) - f(x-1) = 8x + 2 \Rightarrow a(x+1)^2 + b(x+1) + c - a(x-1)^2 - b(x-1) - c = 8x + 2$$

$$\Rightarrow ax^2 + 2ax + a + bx + b + c - ax^2 + 2ax - a - bx + b - c = 8x + 2 \Rightarrow 4ax + 2b = 8x + 2 \Rightarrow \begin{cases} 4a = 8 \Rightarrow a = 2 \\ 2b = 2 \Rightarrow b = 1 \end{cases}$$

حال حاصل  $f'(4) - f'(2)$  را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = 2x^2 + x + c \Rightarrow f'(x) = 4x + 1$$

$$\begin{cases} f'(4) = 17 \\ f'(2) = 9 \end{cases} \Rightarrow f'(4) - f'(2) = 17 - 9 = 8$$

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۱۱۷ حسابان ۲

۱۱۸- پاسخ: گزینه ۲

تابع در ریشه ساده داخل قدرمطلق یعنی  $x = 4$  و ریشه ساده عبارت زیر رادیکال با فرجه ۳، یعنی  $x = 0$  نقطه بحرانی دارد، زیرا تابع در هر دوی این نقاط تعریف شده است و مشتق ناپذیر است. حال مشتق تابع را به دست می‌آوریم و برابر صفر قرار می‌دهیم. برای این کار ابتدا تابع را به صورت دوضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x}(x-4) & x \geq 4 \\ -\sqrt[3]{x}(x-4) & x < 4 \end{cases} \quad f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}(x-4) + \sqrt[3]{x} = \frac{x-4+3x}{3\sqrt[3]{x^2}} & x > 4 \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1 * \\ \frac{-1}{3\sqrt[3]{x^2}}(x-4) - \sqrt[3]{x} = \frac{-x+4-3x}{3\sqrt[3]{x^2}} & x < 4 \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \checkmark \end{cases}$$

پس طول نقاط بحرانی تابع  $\{0, 4, 1\}$  است و با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۲ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۳۱ حسابان ۲

۱۱۹- پاسخ: گزینه ۱

$$f''(a) = 0, \quad f(a) = b$$

نکته ۱: در تابع چند جمله‌ای  $f$  اگر  $A(a, b)$  نقطه عطف تابع باشد، آنگاه:

نکته ۲: فرض کنید  $f$  بر بازه‌ای مانند  $I (I \subseteq D_f)$  پیوسته باشد و  $c \in I$  یک نقطه بحرانی تابع  $f$  باشد. هرگاه  $f$  بر این بازه جز احتمالاً در نقطه  $c$ ، مشتق پذیر باشد، در این صورت:

الف) اگر به ازای تمام مقادیر  $x$  در بازه‌ای مانند  $(a, c)$ ،  $f'(x) > 0$  و به ازای تمام مقادیر  $x$  در بازه‌ای مانند  $(c, b)$ ،  $f'(x) < 0$ ، در این صورت  $f(c)$  یک مقدار ماکزیمم نسبی تابع  $f$  است.

ب) اگر به ازای تمام مقادیر  $x$  در بازه‌ای مانند  $(a, c)$ ،  $f'(x) < 0$  و به ازای تمام مقادیر  $x$  در بازه‌ای مانند  $(c, b)$ ،  $f'(x) > 0$ ، در این صورت  $f(c)$  یک مقدار مینیمم نسبی تابع  $f$  است.

ج) اگر  $f'$  در نقطه  $c$  تغییر علامت ندهد، به طوری که  $f'$  در هر دو طرف  $c$  مثبت یا در هر دو طرف آن منفی باشد، آنگاه  $f(c)$  نه مینیمم نسبی است و نه ماکزیمم نسبی.

نقطه  $A$ ، نقطه عطف تابع پیوسته و مشتق پذیر  $f$  است، پس اولاً  $f''(2) = 0$  و همچنین  $f(2) = -1$ . ابتدا مشتق دوم تابع را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow f''(x) = 6x + 2a$$

$$f''(2) = 0 \Rightarrow 12 + 2a = 0 \Rightarrow a = -6$$

$$f(2) = -1 \Rightarrow 8 - 24 + 2b + 15 = -1 \Rightarrow b = 0$$

با به دست آوردن مقادیر  $a$  و  $b$ ، تابع مشتق اول به صورت زیر است که به کمک جدول تعیین علامت آن، مینیمم نسبی را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = 3x^2 - 12x \Rightarrow 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow 3x(x-4) = 0 \Rightarrow x = 0, 4$$

$x$		0		4	
$f'$	+	0	-	0	+
$f$	↗		↘		↗
		Max		Min	

$$f(4) = -17$$

بنابراین  $x = 4$  طول مینیمم نسبی تابع است و مقدار آن برابر است با:

نکته: برای تابع چند جمله‌ای  $f$  اگر  $\alpha$  طول نقطه اکسترمم نسبی و  $\beta$  طول نقطه عطف باشد، آنگاه:

$$f'(\alpha) = 0, f''(\beta) = 0$$

مطابق نمودار،  $x = 3$  طول اکسترمم نسبی تابع است، یعنی  $f'(3) = 0$ ، پس:

$$f'(x) = 4x^2 + 2ax^2 \xrightarrow{f'(3)=0} 108 + 27a = 0 \Rightarrow a = -4$$

حال به کمک مشتق دوم، طول نقاط عطف را به دست می‌آوریم:

$$f''(x) = 12x^2 + 6ax = 12x^2 - 24x$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow 12x(x-2) = 0 \Rightarrow x = 0, 2$$

با توجه به اینکه طول نقطه عطف ناحیه چهارم را می‌خواهیم، داریم:

$$\begin{cases} f(2) = -16 & \text{ناحیه چهارم} \\ f(0) = 0 & \text{روی مرکز محور مختصات} \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

نکته ۱: در دو مثلث متشابه نسبت میانه‌های متناظر برابر نسبت تشابه است.

نکته ۲ (تعمیم قضیه تالس): در مثلث  $ABC$  اگر  $MN$  موازی قاعده  $BC$  رسم شود، داریم:

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$$

نکته ۳ (ترکیب نسبت در مخرج):

ابتدا شکل مسئله را ترسیم می‌کنیم و سپس با توجه به نکته ۱ داریم:

$$\begin{cases} AB \parallel DC, \text{ مورب } AC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow \triangle ABO \sim \triangle DOC \\ AB \parallel DC, \text{ مورب } BD \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{نسبت اجزای متناظر}} \frac{AO}{OC} = \frac{BO}{DO}$$

$$\xrightarrow[\text{ترکیب نسبت در مخرج}]{\text{نکته ۳}} \frac{AO}{AO+OC} = \frac{BO}{BO+DO} \Rightarrow \frac{AO}{AC} = \frac{BO}{BD} \quad (*)$$

اکنون پاره خط  $EF$  را از محل تلاقی دو قطر موازی قاعده‌ها رسم می‌کنیم و طبق نکته ۲ داریم:

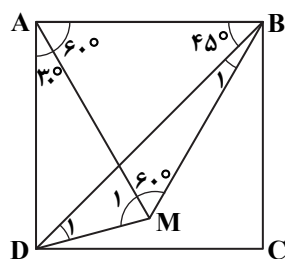
$$\begin{cases} \triangle ADC: \frac{EO}{DC} = \frac{AO}{AC} \\ \triangle DBC: \frac{FO}{DC} = \frac{BO}{BD} \end{cases} \xrightarrow{(*)} \frac{EO}{DC} = \frac{FO}{DC} \Rightarrow EO = FO$$

بنابراین پاره خط  $MN$  از محل تلاقی قطرهای  $AC$  و  $BD$  می‌گذرد. بنابراین خواسته مسئله همان  $ON$  یعنی میانه مثلث  $DOC$  می‌باشد، پس طبق نکته ۱ داریم:

$$ON = x \Rightarrow OM = 8 - x \Rightarrow \frac{ON}{OM} = \frac{DC}{AB} \Rightarrow \frac{x}{8-x} = \frac{9}{3} \Rightarrow 3x = 72 - 9x \Rightarrow 12x = 72 \Rightarrow x = 6$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

مثلث  $AMB$  متساوی‌الاضلاع و مثلث  $ADM$  در رأس  $A$ ، متساوی‌الساقین است.



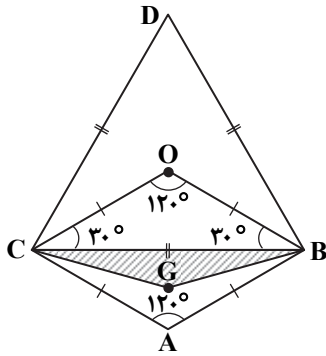
$$\triangle ADM: \hat{A} = 30^\circ \Rightarrow \hat{M}_1 = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$$

$$\hat{BMD} = 60^\circ + 75^\circ = 135^\circ$$

$$\triangle ADB: \hat{A} = 90^\circ, AB = AD \Rightarrow \hat{ABD} = 45^\circ, \hat{B}_1 = \hat{ABM} - 45^\circ = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$$

$$\triangle BDM: \hat{D}_1 = 180^\circ - 135^\circ - 15^\circ = 30^\circ$$

$$\text{جواب} = \frac{135^\circ}{15^\circ} = 9$$



۱۲۳- پاسخ: گزینه ۳  
 ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۶۷ هندسه ۱  
 اگر O مرکز ثقل مثلث متساوی الاضلاع DBC باشد، دو مثلث OCB و ABC همنهشت‌اند و چون طبق ویژگی میانه‌ها  $S_{\triangle OBC} = \frac{1}{3} S_{\triangle DBC}$ ، پس:

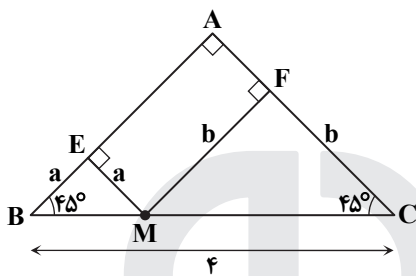
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle DBC}$$

$$S_{\triangle GBC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} S_{\triangle DBC} = \frac{1}{9} S_{\triangle DBC}$$

از طرفی:

$$\frac{S_{\triangle GBC}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{9} S_{\triangle DBC}}{S_{\triangle DBC} + \frac{1}{3} S_{\triangle DBC}} = \frac{\frac{1}{9}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{4}{3}} = \frac{1}{12}$$

بنابراین:



۱۲۴- پاسخ: گزینه ۳  
 ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* صفحه ۶۵ هندسه ۱  
 مثلث متساوی الساقین ABC که در رأس A قائم‌الزاویه است یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی الساقین با زوایای  $\hat{B} = \hat{C} = 45^\circ$  است.

$$ME = BE = a \Rightarrow MB = \sqrt{2}a, MF = FC = b \Rightarrow MC = \sqrt{2}b$$

$$MB + MC = BC \Rightarrow \sqrt{2}(a + b) = 4 \Rightarrow a + b = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

برای ماکزیمم شدن مساحت مستطیل AEMF باید ab ماکزیمم شود. بر طبق

نامساوی  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$  که همان  $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$  است، چون  $a + b = 2\sqrt{2}$

$$2\sqrt{2} \geq 2\sqrt{ab} \Rightarrow \sqrt{ab} \leq \sqrt{2} \Rightarrow ab \leq 2$$

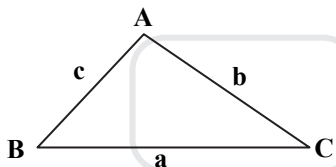
در نتیجه ماکزیمم ab برابر ۲ است:

$$S_{\max} = 2$$

۱۲۵- پاسخ: گزینه ۳  
 ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۹۲ و ۹۴ هندسه ۱ و ۶۶ و ۶۷ هندسه ۲

نکته (قضیه کسینوس‌ها): بر طبق قضیه کسینوس‌ها در هر مثلث مجذور اندازه یک ضلع برابر است با مجموع مجذورات دو ضلع دیگر منهای

۲ برابر حاصل ضرب اندازه دو ضلع در کسینوس زاویه بین آن‌ها.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

چون تمام یال‌ها برابر ۳ است، پس قاعده‌ها مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۳ می‌باشند، در مثلث

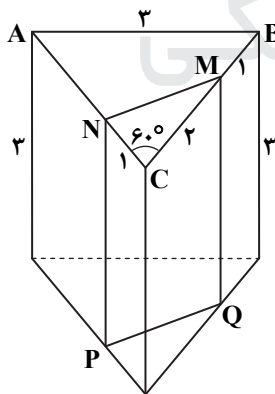
MNC قضیه کسینوس‌ها را می‌نویسیم:

$$MN^2 = NC^2 + MC^2 - 2NC \cdot MC \cdot \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow MN^2 = 1 + 4 - 2 \times 1 \times 2 \times \frac{1}{2} = 5 - 2 = 3$$

$$\Rightarrow MN = \sqrt{3}$$

$$S_{MNPQ} = MN \times NP = \sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3}$$



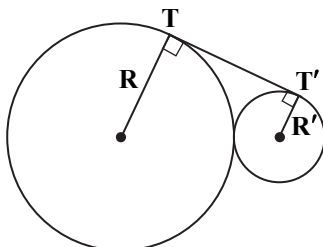
۱۲۶- پاسخ: گزینه ۳  
 ▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۲۲ هندسه ۲

نکته: طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس برهم به شعاع‌های R و R' برابر است با:

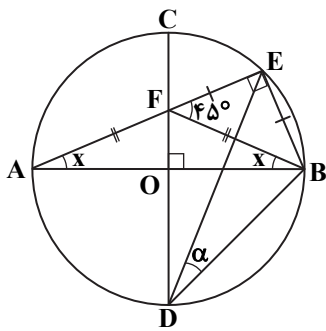
$$TT' = 2\sqrt{RR'}$$

طبق فرض سؤال داریم:

$$2\sqrt{RR'} = 4R' \Rightarrow \sqrt{RR'} = 2R' \Rightarrow RR' = 4R'^2 \Rightarrow \frac{R}{R'} = 4$$



نکته: اندازه هر زاویه محاطی در دایره، برابر نصف اندازه کمان روبه‌روی آن زاویه است.



$$\hat{E} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

مثلث EFB قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است.  $EF = EB \Rightarrow$

$$\hat{F} = 45^\circ$$

$AB \perp CD \Rightarrow AF = FB \Rightarrow \Delta ABF$ : زاویه خارجی  $\hat{F} = 2x = 45^\circ \Rightarrow x = 22.5^\circ$

$$\hat{\alpha} = \frac{\widehat{EB}}{2} = \hat{A} = \hat{x} = 22.5^\circ$$

نکته ۱: در هر مثلث قائم‌الزاویه، با رسم ارتفاع وارد بر وتر، دو مثلث قائم‌الزاویه به‌وجود می‌آیند که با مثلث اصلی و با یکدیگر متشابه‌اند.

نکته ۲: در هر مثلث به مساحت S و محیط ۲P شعاع دایره محاطی داخلی برابر است با:

$$r = \frac{S}{P}$$

$$\Delta ABH \sim \Delta AHC \sim \Delta ABC$$

طبق نکته ۱ داریم:

اگر دو مثلث متشابه باشند، نسبت شعاع دایره محاطی آن‌ها با نسبت تشابه برابر است. اگر شعاع دایره محاطی مثلث ABC را r فرض کنیم:

$$\begin{cases} \Delta ABH \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{r_1}{r} = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{r_1^2}{r^2} = \frac{c^2}{a^2} \\ \Delta ACH \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{r_2}{r} = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{r_2^2}{r^2} = \frac{b^2}{a^2} \end{cases}$$

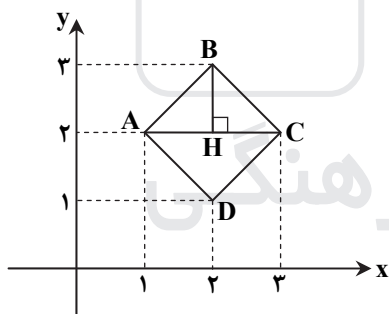
$$\Rightarrow \frac{r_1^2}{r^2} + \frac{r_2^2}{r^2} = \frac{b^2 + c^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} = 1$$

$$r^2 = r_1^2 + r_2^2 \Rightarrow r = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow \frac{S}{P} = 2 \Rightarrow \frac{A}{P} = 2 \Rightarrow 2P = A$$

برای یافتن مساحت متوازی‌الاضلاع، ابتدا مساحت مثلث ABC را می‌یابیم.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \times BH = \frac{1}{2} \times (3-1) \times (3-2) = 1$$

$$S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABC} = 2$$



در تجانس با نسبت k، مساحت شکل تصویر،  $k^2$  برابر مساحت شکل اول است:

$$S' = k^2 \cdot S = 3^2 \times 2 = 18$$

در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است، پس:

$$AM = \frac{1}{2} BC = MC, \hat{C} = 60^\circ$$

پس مثلث AMC متساوی‌الاضلاع است:

$$AM = AC, \hat{CAM} = 60^\circ$$

از طرفی دیگر مثلث AED نیز متساوی‌الاضلاع است:

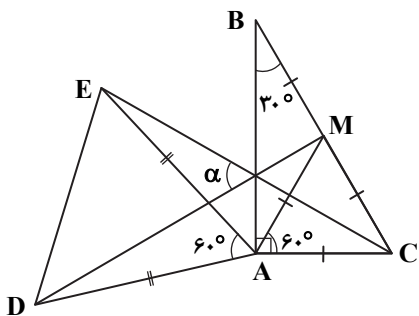
$$AE = AD, \hat{EAD} = 60^\circ$$

پس در شکل دورانی به مرکز A و زاویه ۶۰ در این دوران:

$$C \rightarrow M, E \rightarrow D \Rightarrow CE \rightarrow DM$$

در دوران، زاویه بین خط و دوران یافته‌اش، همواره با زاویه دوران برابر است، پس:

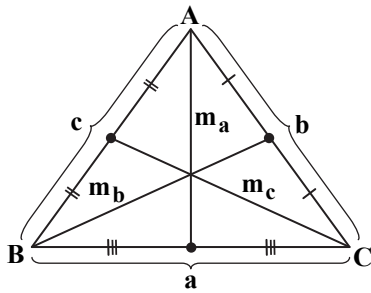
$$\alpha = 60^\circ$$



۱۳۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۶۹ هندسه ۲

نکته (قضیه میانه‌ها): بر طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC، داریم:



$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2}$$

$$a^2 + c^2 = 2m_b^2 + \frac{b^2}{2}$$

$$a^2 + b^2 = 2m_c^2 + \frac{c^2}{2}$$

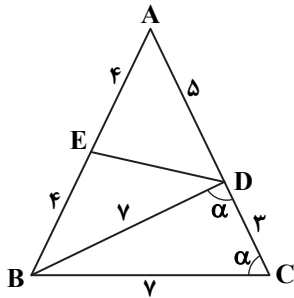
با توجه به اندازه‌های داده شده، در مثلث متساوی‌الساقین ABC،  $AB = AC$  و در مثلث متساوی‌الساقین BDC،  $BD = BC$  است.

$$BE + 4 = 5 + 3 \Rightarrow BE = 4$$

در مثلث ABD، DE میانه است و قضیه میانه‌ها را در این مثلث می‌نویسیم:

$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 5^2 + 7^2 = 2DE^2 + \frac{8^2}{2} \Rightarrow 25 + 49 = 2DE^2 + 32$$

$$\Rightarrow 2DE^2 = 42 \Rightarrow DE = \sqrt{21}$$



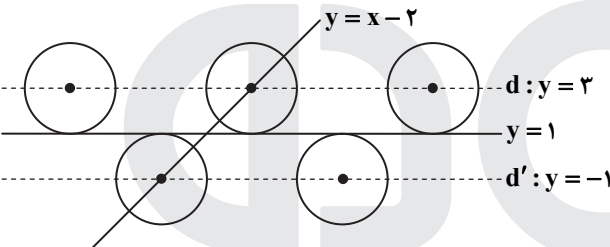
۱۳۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۳۸ و ۴۰ هندسه ۳

مکان هندسی مرکز دایره‌هایی به شعاع ۲ که بر خط  $y = 1$

مماس‌اند، دو خط موازی  $y = 1$  به فاصله ۲ از آن است.

باید خط  $y = x - 2$  را با  $d$  و  $d'$  قطع دهیم:



$$\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow O_1 = (5, 3), \begin{cases} y = x - 2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow O_2 = (1, -1)$$

$$\begin{cases} (x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 4 \\ (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4 \end{cases}$$

۱۳۳- پاسخ: گزینه ۳

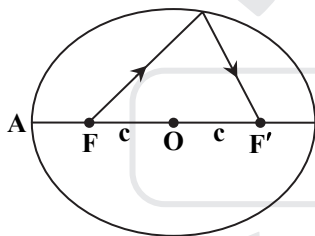
▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه‌های ۴۸ و ۵۰ هندسه ۳

$$\begin{cases} 2a = 30 \Rightarrow a = 15 \\ 2b = 24 \Rightarrow b = 12 \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = 9$$

بر طبق خاصیت بازتابندگی در بیضی‌ها، اگر پرتو نوری از یکی از کانون‌ها، بر بدنه داخلی

بیضی بتابد، پرتو بازتابش از کانون دیگر بیضی می‌گذرد.

دورترین نقطه بیضی از یک کانون، یکی از رئوس کانونی است.



$$AF' = a + c = 15 + 9 = 24$$

۱۳۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* صفحه‌های ۵۲ و ۵۳ هندسه ۳

باید معادله سهمی قائم به رأس  $(\alpha, \gamma)$  و فاصله کانونی  $a = 3$  را بنویسیم:

$$(x - \alpha)^2 = -12(y - \gamma)$$

نقطه  $(1, 4)$  باید در این معادله صدق کند:

$$(1 - \alpha)^2 = -12(4 - \gamma) \Rightarrow (1 - \alpha)^2 = 36 \Rightarrow \begin{cases} 1 - \alpha = 6 \\ 1 - \alpha = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -5 \\ \alpha = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_1(-5, 7) \\ S_2(7, 7) \end{cases} \Rightarrow S_1 S_2 = 12$$

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه‌های ۲۰ و ۲۲ هندسه ۳

۱۳۵- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱: برای هر ماتریس وارون‌پذیر A داریم:

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

نکته ۲:  $AI = IA = A$

$$\text{نکته ۳: } A^n = A \times A^{n-1} = A \times A \times A^{n-2} = \underbrace{A \times A \times \dots \times A}_n$$

$$AB = BC \xrightarrow{\times B^{-1}} A = BCB^{-1}$$

$$A^2 = (BCB^{-1})^2 = BCB^{-1} \underbrace{BCB^{-1}}_I BCB^{-1} = BC^2 B^{-1}$$

نکته: دستگاه معادلات  $\begin{cases} ax + by = a' \\ cx + dy = b' \end{cases}$  را می توان به فرم معادله ماتریسی  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}$  یا معادله  $AX = B$  نوشت که ماتریس جواب آن از رابطه  $X = A^{-1}B$  به دست می آید.

$$\begin{cases} ax + by = m \\ cx + dy = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ 6 \end{bmatrix} : AX = B$$

$$X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m - 6 \\ 2m \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2m = 3 \Rightarrow m = 1 \\ x = 2m - 6 = 2 - 6 = -4 \end{cases}$$

نکته: برای محاسبه دترمینان ماتریس  $A_{3 \times 3}$  می توان از بسط دادن نسبت به هر سطر یا ستون استفاده کرد. به عنوان مثال، دترمینان ماتریس زیر با بسط نسبت به سطر اول برابر است با:

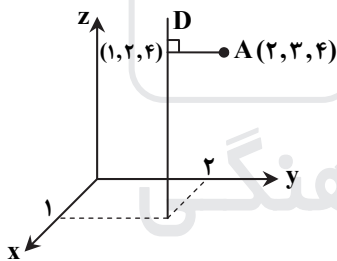
$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = a_{11}(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12}(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}(-1)^{1+3} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

تذکر: سعی می کنیم بسط را نسبت به سطر یا ستونی انجام دهیم که صفر بیشتری دارد.

$$A = \begin{bmatrix} |A| & 0 & -1 \\ 2 & 2|A| & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} |A| & 0 & -1 \\ 2 & 2|A| & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow |A| = |A|(6|A| - 2) - (6 + 2|A|) = 6|A|^2 - 4|A| - 6$$

$$\Rightarrow 6|A|^2 - 5|A| - 6 = 0 \Rightarrow (3|A| + 2)(2|A| - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = -\frac{2}{3} \\ |A| = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{مجموع درایه ها} = 3|A| - 1 + 2 + 1 - 1 + 2 + 3 = 3|A| + 7 = \begin{cases} -2 + 7 = 5 \\ 9 + 7 = \frac{23}{2} \end{cases}$$



مطابق شکل معادله خط D به صورت  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$  است.

نکته ۱: مساحت متوازی الاضلاع برابر است با اندازه حاصل ضرب خارجی بردارهای دو ضلع مجاور آن.

نکته ۲: حاصل ضرب خارجی دو بردار  $\vec{V}_1 = (a_1, b_1, c_1)$  و  $\vec{V}_2 = (a_2, b_2, c_2)$  را می توان از رابطه دترمینان زیر به دست آورد.

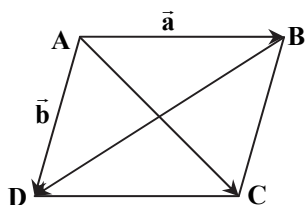
$$\vec{V}_1 \times \vec{V}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = (b_1c_2 - c_1b_2)\vec{i} - (a_1c_2 - c_1a_2)\vec{j} + (a_1b_2 - b_1a_2)\vec{k}$$

$$|V| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

نکته ۳: اندازه بردار  $\vec{V} = (a, b, c)$  برابر است با:

$$\overline{AB} = \vec{a}, \quad \overline{AD} = \vec{b}$$

$$\begin{cases} \overline{AC} = \vec{a} + \vec{b} \\ \overline{BD} = \vec{b} - \vec{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\vec{b} = \overline{AC} + \overline{BD} \\ 2\vec{a} = \overline{AC} - \overline{BD} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\vec{b} = (0, -2, 6) \\ 2\vec{a} = (4, -2, 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{b} = (0, -1, 3) \\ \vec{a} = (2, -1, 1) \end{cases}$$



$$S = |\vec{a} \times \vec{b}| = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{vmatrix} = |-2\vec{i} - 6\vec{j} - 2\vec{k}| = \sqrt{4 + 36 + 4} = 2\sqrt{11}$$

نکته: در اعداد طبیعی  $n, 2, 1, \dots$ ، تعداد اعداد بخش‌پذیر بر  $k$  برابر  $\left[ \frac{n}{k} \right]$  است.

اگر  $A$  پیشامد بخش‌پذیر بودن اعداد بر ۲ و  $B$  پیشامد بخش‌پذیر بودن اعداد بر ۵ باشد، احتمال آنکه  $A$  یا  $B$  انجام شود و دو پیشامد  $A$  و  $B$  هم‌زمان انجام نشوند به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$= \frac{\left[ \frac{99}{2} \right] - \left[ \frac{9}{2} \right]}{90} + \frac{\left[ \frac{99}{5} \right] - \left[ \frac{9}{5} \right]}{90} - 2 \frac{\left[ \frac{99}{10} \right] - \left[ \frac{9}{10} \right]}{90} = \frac{45 + 18 - 18}{90} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵ ریاضیات گسسته

۱۴۱- پاسخ: گزینه ۲

نکته (اصل لانه کبوتری): اگر  $m$  کبوتر و  $n$  لانه داشته باشیم و  $m > n$  و همه کبوترها درون لانه‌ها قرار بگیرند در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل ۲ کبوتر در آن قرار گرفته است.

نکته (تعمیم اصل لانه کبوتری): هرگاه  $(kn + 1)$  کبوتر یا بیشتر در  $n$  لانه قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل  $(k + 1)$  کبوتر در آن قرار گرفته است.

اگر ۵۳ نفر سوار ۱۸ تاکسی شوند، ممکن است در هر تاکسی حداکثر ۳ نفر سوار شده باشند؛ زیرا  $53 \leq 18 \times 3$ ، اما اگر ۵۳ نفر سوار ۱۷ تاکسی شوند، چون  $53 > 17 \times 3$ ، پس طبق اصل لانه کبوتری حداقل ۴ نفر سوار یک تاکسی شده‌اند یا مطابق تعمیم اصل لانه کبوتری هرگاه

$(17 \times 3 + 1)$  کبوتر یا بیشتر در ۱۷ لانه قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل  $3 + 1 = 4$  کبوتر در آن قرار گرفته است.

▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ آمار و احتمال

۱۴۲- پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$$

نکته: احتمال  $k$  بار موفقیت در  $n$  پرتاب یک سکه برابر است با:

چون احتمال شرطی داریم که فضای نمونه آن به ۶ حالت مجزا افزاش شده، پس این مسئله از قانون بیز حل می‌شود و داریم:



بنابراین:

$$P(4 \text{ بار رو ظاهر شود} \mid \text{عدد ۵ ظاهر شود}) = \frac{\frac{1}{6} \times \frac{5}{32}}{\frac{1}{6} \times 0 + \frac{1}{6} \times 0 + \frac{1}{6} \times 0 + \frac{1}{6} \times \frac{1}{16} + \frac{1}{6} \times \frac{5}{32} + \frac{1}{6} \times \frac{15}{64}} = \frac{\frac{5}{32}}{\frac{1}{16} + \frac{5}{32} + \frac{15}{64}} = \frac{10}{29}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱ آمار و احتمال

۱۴۳- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به صورت سؤال، فضای نمونه  $S$  به ۴ زیرمجموعه  $a, b, c, d$  افزاش شده است، پس داریم:

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \xrightarrow{\text{دنباله هندسی با قدرنسبت ۲}} P(a) + 2P(a) + 4P(a) + 8P(a) = 1 \Rightarrow P(a) = \frac{1}{15}$$

$$\Rightarrow P(c) = 4P(a) = \frac{4}{15} \Rightarrow P\{a, c\} = P(a) + P(c) = \frac{1+4}{15} = \frac{1}{3}$$

$$1 - P\{a, c\} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

بنابراین احتمال وقوع متمم پیشامد  $\{a, c\}$  برابر است با:



این مسئله را به کمک احتمال شرطی و فضای نمونه کاهش یافته حل می‌کنیم. چون فرزند اول پسر است، پس فضای نمونه جدید ما به جای ۱۶ عضو دارای ۸ عضو است. فقط در یکی از حالات سه فرزند دیگر پسر هستند که این تنها حالت نامطلوب است، پس تعداد حالت‌های مطلوب ۷ پیشامد است که به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$A = \{(پ, د, د, د, د), (پ, د, د, د, پ), (پ, د, پ, پ, پ), (پ, د, د, پ, پ), (پ, د, پ, د, پ), (پ, د, پ, پ, د), (پ, د, پ, د, د)\}$$

پس با فرض پسر بودن فرزند اول، احتمال حداکثر ۳ پسر برابر می‌شود با:  $\frac{۷}{۸}$

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

$$۶ + ۵ + ۶ + ۵ = ۲۲$$

نکته: دامنه میان چارکی همواره برابر است با: تعداد کل داده‌ها برابر است با: پس میانگین داده‌های یازدهم و دوازدهم برابر چارک دوم است و میانه بین یازده داده اول، چارک اول است که مساوی ۶ می‌شود و میانه بین یازده داده دوم، چارک سوم است که مساوی ۱۰ می‌شود، پس  $Q_3 - Q_1 = ۱۰ - ۶ = ۴$  دامنه میان چارکی خواهد شد.

$$a = bq + r \quad (0 \leq r < b)$$

با توجه به نکته و اینکه باید  $r < b$  باشد، داریم:

$$\begin{cases} a = 24b + 13 \quad (r < b) \Rightarrow b > 13 \\ a = 5k \Rightarrow 5k = 24b + 13 \end{cases}$$

طرفین را به پیمانه ۵ می‌بریم:

$$5k \equiv 24b + 13 \Rightarrow 0 \equiv 4b + 3 \Rightarrow -3 \equiv 4b \Rightarrow 4b \equiv -8 \Rightarrow b \equiv -2 \Rightarrow b = 5k - 2 \xrightarrow[k=4]{b>13} b = 18$$

$$\Rightarrow a = (24 \times 18) + 13 = 445$$

بنابراین رقم دهگان برابر ۴ است.

در حل این‌گونه مسائل روز شروع را صفر در نظر گرفته و با توجه به تکرار شدن روزهای هفته پس از ۷ روز از همنهشتی به پیمانه ۷ کمک گرفته و باقی‌مانده اختلاف روز مبدأ و پایانی را به پیمانه ۷ می‌بریم. ابتدا روز یکشنبه را به عنوان مبدأ و روز صفر در نظر می‌گیریم. یکشنبه ← ۰ / دوشنبه ← ۱ / سه‌شنبه ← ۲ / چهارشنبه ← ۳ / پنج‌شنبه ← ۴ / جمعه ← ۵ / شنبه ← ۶ فاصله دوم اردیبهشت تا نوزدهم بهمن را محاسبه می‌کنیم:

$$(31 - 3 + 1) + 31 \times 4 + 4 \times 30 + 19 = 292$$

روزهای اردیبهشت

حال چون تاریخ قبل را خواسته‌ایم قرینه این عدد را به پیمانه ۷ می‌بریم.

$$-292 \equiv -292 + (42 \times 7) \equiv 2$$

بنابراین روز دوم اردیبهشت سه‌شنبه بوده است.

$(a, b) | c$

نکته: شرط لازم و کافی برای آنکه معادله سیاله  $ax + by = c$  در مجموعه  $Z$  جواب داشته باشد، آن است که:

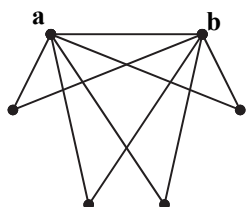
با توجه به نکته داریم:

$$(153, 85) | 13a + 1 \Rightarrow 17 | 13a + 1 \Rightarrow 13a + 1 \equiv 0 \Rightarrow 13a \equiv -1 \Rightarrow -4a \equiv -1 + 17 \Rightarrow a \equiv -4 \Rightarrow a = 17k - 4$$

$$\xrightarrow{k=7} a = 119 - 4 = 115$$

بنابراین مجموع ارقام این عدد برابر ۷ است.

نکته: گراف H را زیرگراف G می‌خوانیم هرگاه رأس‌ها و یال‌هایش زیرمجموعه رأس‌ها و یال‌های گراف G باشد. مطابق شکل روبه‌رو، این زیرگراف شامل ۹ یال با شرط  $\deg(a) = \deg(b) = 5$  می‌باشد، پس:



$$\binom{6}{2} - 9 = 6$$

۶ یال دیگر لازم داریم تا گراف کامل شود. از طرفی زیرگراف‌هایی را می‌خواهیم که ۱۲ یال داشته باشند،

$$\binom{6}{3} = 20$$

پس از بین ۶ یال باقی مانده ۳ تای دیگر را انتخاب می‌کنیم:

پس ۲۰ زیرگراف با مشخصات خواسته‌شده وجود دارد.

۱۵۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰ ریاضیات گسسته

نکته: مکمل گراف  $G$  که با علامت  $\bar{G}$  نمایش می‌دهیم، گرافی است که رأس‌های آن با گراف  $G$  مشترک، ولی یال‌هایی را دارد که  $G$  فاقد آن است.

نکته:  $q_G + q_{\bar{G}} = \binom{P}{2}$

گراف  $C_6$  به شکل روبه‌رو است:



$$q(C_6) = 6 \Rightarrow q(\bar{C}_6) = \binom{6}{2} - 6 = 9$$

گراف  $P_6$  به شکل روبه‌رو است:



$$q(P_6) = 5 \Rightarrow q(\bar{P}_6) = \binom{6}{2} - 5 = 11$$

از طرفی تعداد یال‌های یک گراف  $K_8$  برابر است با:

$$\binom{8}{2} = 28$$

پس اگر به مجموع یال‌های مکمل گراف  $C_6$  و  $P_6$ ،  $9 + 11 = 20$  یال اضافه کنیم گراف کامل مرتبه ۸ حاصل می‌شود.

۱۵۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۴۷ تا ۵۱ ریاضیات گسسته

نکته: در هر گراف اگر  $n$  تعداد رأس‌ها و  $\Delta$  بزرگ‌ترین درجه باشد، داریم:

$$\gamma \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil$$

در این گراف  $\left\lceil \frac{12}{4} \right\rceil = 3$ ؛ چنانچه ملاحظه می‌شود با ۳ رأس همه رأس‌های این گراف احاطه نمی‌شود. از طرفی با انتخاب رأس‌های  $\{g, h, i, b\}$  کل رأس‌ها احاطه می‌شود، پس  $\gamma = 4$  می‌شود. این گراف دارای یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم دیگر می‌باشد و آن  $\{k, g, i, b\}$  است.

۱۵۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۵۸ تا ۶۱ ریاضیات گسسته

نکته: تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله  $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$  برابر است با:

$$\binom{n+k-1}{k-1}$$

ابتدا یکی از افراد را به ۴ حالت انتخاب کرده و ۳ خودکار به او می‌دهیم، سپس ۷ خودکار باقی‌مانده را بین ۳ نفر توزیع می‌کنیم به طوری که به هر نفر حداقل یک خودکار برسد. تعداد جواب‌های این معادله با تعداد جواب‌های معادله زیر با شرط  $x_i \geq 1$  برابر است:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_i \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی: } \binom{n-1}{k-1} = \binom{7-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15$$

بنابراین در کل  $\binom{4}{1} \times 15 = 60$  حالت داریم.

انتخاب فرد با ۳ خودکار

۱۵۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* صفحه‌های ۶۷ تا ۷۱ ریاضیات گسسته

برای حل این مسئله لازم است دو مربع لاتین متعامد  $4 \times 4$  داشته باشیم که سطر و ستون آن شامل اسامی رانندگان و روزهای مسابقه است و اعداد داخل آن معرف شماره‌های موتورسیکلت و کل مربع‌ها معرف مسیره‌ها و موتورها باشند. از ترکیب این دو مربع، برنامه‌ریزی این مسئله حاصل می‌شود. دقت کنید مربعی قابل قبول است، که خود مربع لاتین باشد و با ترکیب مربع اولیه مربعی حاصل شود که عدد دورقمی تکراری نداشته باشد.

	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$
شنبه	۱	۴	۳	۲
یکشنبه	۴	۱	۲	۳
دوشنبه	۳	۲	۱	۴
سه‌شنبه	۲	۳	۴	۱

مسیره‌ها

	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$
شنبه	۳	۲	۱	۴
یکشنبه	۱	۴	۳	۲
دوشنبه	۴	۱	۲	۳
سه‌شنبه	۲	۳	۴	۱

موتورها

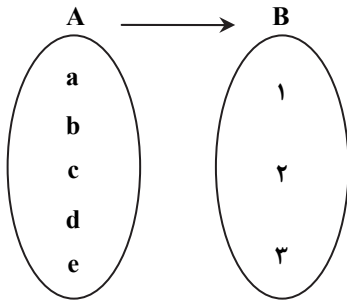
	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$
شنبه	۱۳	۴۲	۳۱	۲۴
یکشنبه	۴۱	۱۴	۲۳	۳۲
دوشنبه	۳۴	۲۱	۱۲	۴۳
سه‌شنبه	۲۲	۳۳	۴۴	۱۱

چون مربع حاصل، یک مربع لاتین است و اعداد دورقمی تکراری ندارد، پس گزینه ۳ پاسخ است.

۱۵۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۷۴ تا ۷۹ ریاضیات گسسته

اگر ۵ نفر را اعضای دامنه و ۳ اتاق را مجموعه هم‌دامنه در نظر بگیریم، تعداد پاسخ این مسئله مانند تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۵ عضوی به ۳ عضوی است.



نکته: برای محاسبه تعداد توابع پوشا به کمک اصل شمول، تعداد توابع غیر پوشا را محاسبه کرده و از کل تعداد توابع کم می‌کنیم: A, B و C را به ترتیب تعداد توابعی در نظر بگیرید که هریک از اعضای ۱, ۲, ۳ در مجموعه B را نپوشاند.

$$\begin{aligned} |A \cup B \cup C| &= |S| - |A \cup B \cup C| \\ &= |S| - (|A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|) \\ &= 3^5 - (2^5 \times 3 - 1^5 \times 3 + 0) = 243 - (96 - 3 + 0) = 150 \end{aligned}$$

۱۵۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۸ آمار و احتمال

نکته: در نمونه‌گیری طبقه‌ای از تمام مجموعه‌های تشکیل‌دهنده جامعه به تعدادی مشخص یا با یک ضریب ثابت تعدادی انتخاب می‌شود و مورد بررسی قرار می‌گیرد.

نکته: در نمونه‌گیری خوشه‌ای از بین کل شاخه‌ها تعدادی را انتخاب کرده و تمام جزئیات را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

نکته: در نمونه‌گیری تصادفی ساده از بین تمام افراد به تصادف چند نفر را انتخاب می‌کنیم.

نکته: در نمونه‌گیری سامان‌مند، کل افراد را از شماره ۱ تا n در نظر می‌گیریم و اگر می‌خواهیم k نفر را انتخاب کنیم، مقدار  $\left[ \frac{n}{k} \right]$  را محاسبه کرده فرض کنیم حاصل آن d شود. از بین افراد ۱ تا d شخصی را به تصادف انتخاب می‌کنیم و سپس با قدرنسبت d که به شماره نفر قبلی اضافه می‌کنیم بقیه افراد انتخاب می‌شوند. با توجه به نکات، پاسخ گزینه ۲ است.

## “ فیزیک ”

۱۵۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۱۴ فیزیک ۱

دقت اندازه‌گیری این وسیله، همان کوچک‌ترین درجه اندازه‌گیری آن یعنی ۰/۲ cm است. خطای اندازه‌گیری آن، نصف دقت اندازه‌گیری یعنی ۰/۱ cm است و مرتبه رقم غیرقطعی همانند مرتبه خطای اندازه‌گیری، یعنی دهم سانتی‌متر است؛ پس گزینه ۲ صحیح است.

۱۵۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۲۱ فیزیک ۱

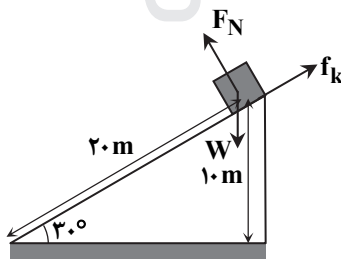
حجم جسم جامد که به‌طور کامل در مایع فرو می‌رود، برابر با حجم مایع بیرون ریخته شده است و بنابراین داریم:

$$\rho_{\text{جسم}} = 3500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 3/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$V_{\text{جسم}} = V_{\text{مایع بیرون ریخته}} \Rightarrow \frac{m_{\text{جسم}}}{\rho_{\text{جسم}}} = \frac{m_{\text{مایع بیرون ریخته}}}{\rho_{\text{مایع}}} \Rightarrow \frac{m_{\text{جسم}}}{3/5} = \frac{960}{1/2} \Rightarrow m_{\text{جسم}} = \frac{3/5 \times 960}{1/2} = 2800 \text{g} = 2/8 \text{kg}$$

۱۵۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۳۵ فیزیک ۱



$$W_f = \Delta K: \text{ قضیه کار و انرژی جنبشی}$$

$$\Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = \frac{1}{2}mv^2 - 0 \Rightarrow mgh + W_{f_k} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow 2 \times 10 \times 10 + W_{f_k} = \frac{1}{2} \times 2 \times (12)^2 \Rightarrow W_{f_k} = 144 - 200 = -56 \text{J}$$

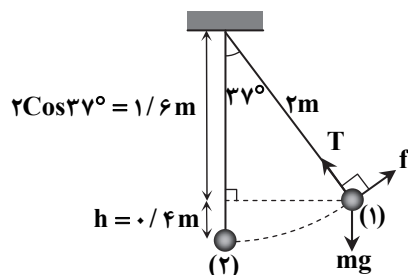
۱۵۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۳۵ فیزیک ۱

$$W_f = \Delta K: \text{ قضیه کار و انرژی جنبشی}$$

$$\Rightarrow W_T + W_f + W_{mg} = \frac{1}{2}mv^2 - 0 \Rightarrow W_f + mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

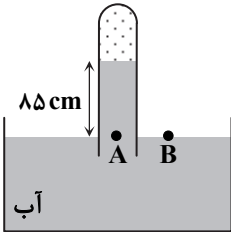
$$\Rightarrow W_f = \frac{1}{2}mv^2 - mgh \Rightarrow W_f = \frac{1}{2} \times 2 \times 6 / 25 - 2 \times 10 \times 0/4 = -1/75 \text{J}$$

$$\Rightarrow Q = |W_f| = 1/75 \text{J}$$



$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_0 + \rho g \times 20}{P_0 + \rho g \times 10} = \frac{13}{9} \Rightarrow 13P_0 + 13 \cdot \rho g = 9P_0 + 18 \cdot \rho g \Rightarrow 5 \cdot \rho g = 4P_0 \quad (1)$$

$$P_{\Delta} = P_0 + (\rho g \times 50) \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} P_{\Delta} = P_0 + 4P_0 = 5P_0 \Rightarrow \frac{P_{\Delta}}{P_0} = 5$$



$$P_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} \times g \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1 \times 85 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{85}{13/6} = 6/25 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \text{فشار حاصل از ۸۵ سانتی متر آب} = P_{\text{آب}} = 6/25 \text{ cmHg}$$

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_{\text{آب}} = P_0 = 76 \text{ cmHg}$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} + 6/25 = 76 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = 76 - 6/25 = 69/25 \text{ cmHg}$$

چه چوب داخل ظرف باشد و چه روی آب شناور باشد، نیروی شناوری کل برابر با مجموع وزن ظرف شناور و چوب شناور است. پس ارتفاع  $h$  تغییری نمی‌کند چون در هر دو حالت، حجم آب جابه‌جا شده یکسان است.

$$\Delta V = \Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = V_1(\beta - 3\alpha)\Delta\theta \Rightarrow 7/5 = 6 \times 10^{-3} \times (\beta - 3\alpha) \times 50 = 3 \times 10^{-5} \times (\beta - 3\alpha)$$

$$\Rightarrow \beta - 3\alpha = 2/5 \times 10^{-5} \Rightarrow 4 \times 10^{-5} - 3\alpha = 2/5 \times 10^{-5} \Rightarrow 1/5 \times 10^{-5} = 3\alpha \Rightarrow \alpha = 5 \times 10^{-6} \frac{1}{K}$$

$$R_a = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مصرفی}}} \Rightarrow \frac{84}{100} = \frac{P_{\text{مفید}}}{250} \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 210 \text{ W}$$

$$Q = P_{\text{مفید}} \times \Delta t = 210 \times (6 \times 60 + 40) = 84000 \text{ J}$$

$$Q = mL_F + mc\Delta\theta \Rightarrow 84000 = m(336000 + 4200 \times 20)$$

$$\Rightarrow 84000 = m(336000 + 84000) \Rightarrow 84000 = m \times 420000$$

$$\Rightarrow m = \frac{84000}{420000} = 0.2 \text{ kg} = 200 \text{ g}$$

بشم شیشه را با زیروند ۱ و آجر را با زیروند ۲ نشان می‌دهیم:

$$H_1 = H_2 \Rightarrow \frac{k_1 A(\theta - 30)}{L_1} = \frac{k_2 A(-10 - \theta)}{L_2} \Rightarrow \frac{0.5(\theta - 30)}{0.5} = \frac{0.7(-10 - \theta)}{0.1}$$

$$\Rightarrow \theta - 30 = -70 - 7\theta \Rightarrow 8\theta = -40 \Rightarrow \theta = -5^\circ \text{C}$$

$$\text{فشار گاز ثابت است: } \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{8}{(273 + 47)} = \frac{V_2}{(273 + 27)} \Rightarrow V_2 = 7/5 \text{ L}$$

$$W = -P\Delta V = -P \times (7/5 - 8) \times 10^{-3} = 75 \Rightarrow P = 1/5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

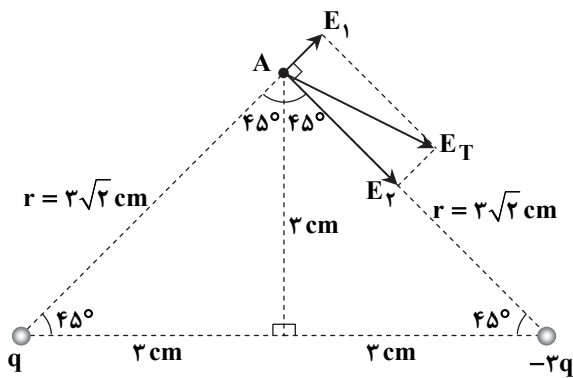
$$P_{\text{پیستون}} + P_{\text{هوا}} = 1/5 \times 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow P_{\text{پیستون}} + 10^5 = 1/5 \times 10^5 \Rightarrow P_{\text{پیستون}} = 5 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$\Delta U = n \times C_V \times \Delta T \Rightarrow \Delta U = 0.2 \times \frac{5}{2} \times \frac{25}{3} \times (130 - 160) \Rightarrow \Delta U = -125 \text{ J}$$

$$K = \frac{Q_L}{W} \Rightarrow 4 = \frac{Q_L}{500} \Rightarrow Q_L = 2000 \text{ J}$$

$$|Q_H| = Q_L + W = 2000 + 500 = 2500 \text{ J}$$

$$|Q_H|_{\text{کل}} = 20 \times 2500 = 50000 \text{ J} = 50 \text{ kJ}$$



$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F = \frac{k \times q \times 2q}{d^2}$$

$$\Rightarrow 20 = \frac{9 \times 10^9 \times 2q^2}{36 \times 10^{-4}} = \frac{3}{4} \times 10^{13} q^2 \Rightarrow q^2 = 4 \times 10^{-12}$$

$$\Rightarrow q = 2 \times 10^{-6} \text{ C}, |2q| = 6 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow -2q = -6 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{kq}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{18 \times 10^{-4}} = 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}} \\ E_2 = \frac{k(2q)}{r^2} = 2E_1 = 2 \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}} \end{cases}$$

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = 10^7 \sqrt{1+9} \Rightarrow E_T = \sqrt{10} \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow E + 6 \times 10^7 = \frac{k|q|}{\frac{r^2}{4}} = \frac{4k|q|}{r^2} = 4E \Rightarrow E = 2 \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E' = \frac{k|q|}{(2r)^2} = \frac{E}{4} = \frac{2}{4} \times 10^7 = 5 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\text{قضیه کار و انرژی جنبشی: } W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_E = \frac{1}{2}mv^2 - 0 \Rightarrow mgh + W_E = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow 0.1 \times 10 \times 8 + W_E = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 100 \Rightarrow W_E = -3 \text{ J}$$

منفی بودن کار نیروی میدان یعنی نیروی میدان خلاف جهت حرکت گلوله است، پس نیروی میدان روبه بالا است و چون بار گلوله منفی است،

طبق رابطه  $\vec{F} = q\vec{E}$  نیروی میدان خلاف جهت میدان است؛ بنابراین جهت میدان الکتریکی روبه پایین است.

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} = \frac{-W_E}{q} = \frac{-(-3)}{-6 \times 10^{-6}} = -5 \times 10^5 \text{ V} \Rightarrow |\Delta V| = 5 \times 10^5 \text{ V}$$

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_1}$$

$$U_2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_2} \xrightarrow[C = \frac{k\epsilon_0 A}{d}]{d_2 = 4d_1} U_2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\frac{C_1}{4}} = 4U_1$$

$$W_{\text{لازم}} = \Delta U \Rightarrow 15 \times 10^{-3} = 4U_1 - U_1 = 3U_1 \Rightarrow U_1 = 5 \times 10^{-3} \text{ J} = 5 \text{ mJ}$$

پس از نصف شدن طول سیم، مقاومت آن  $\frac{15}{4} = 7/5$  اهم می‌شود و وقتی آن را از دستگاه عبور می‌دهیم، طول آن ۴ برابر طول سیم

نصف شده می‌شود:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{4}$$

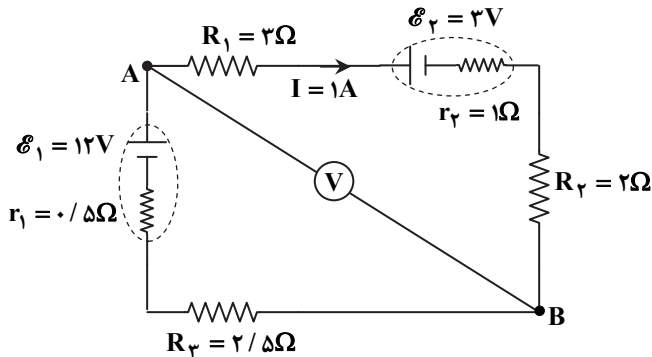
$$\rho_2 = \rho_1 (1 + \alpha \Delta \theta) = \rho_1 (1 + 0.004 \times 50) = 1/2 \rho_1$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} = 1/2 \times 4 \times 4 = 19/2 \Rightarrow R_2 = 7/5 \times 19/2 = 144 \Omega$$

۱۷۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۵۹، ۶۰ و ۶۴ فیزیک ۲

با تابش نور بر مقاومت نوری (LDR)، مقاومت آن کاهش می‌یابد و جریان خوبی از مدار می‌گذرد که دیود نوری پایینی اجازه عبور این جریان را می‌دهد، ولی دیود نوری بالایی اجازه عبور جریان را نمی‌دهد، بنابراین LED پایینی تابش نور می‌کند و چون جریان خوبی از مولد می‌گذرد، اختلاف پتانسیل دو سر آن طبق رابطه  $V = \mathcal{E} - Ir$  کاهش می‌یابد و ولت‌سنج آرمانی عدد کمتری را نشان می‌دهد.

۱۷۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۶۶ فیزیک ۲



$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_{eq} + (r_1 + r_2)}$$

$$\Rightarrow I = \frac{12 - 3}{(3 + 2 + 2/5) + 1/5} = 1A$$

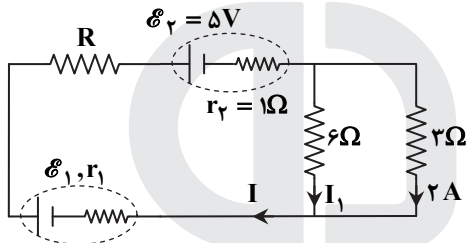
$$V_B - IR_2 - Ir_2 + \mathcal{E}_1 = V_A$$

$$\Rightarrow V_B - 1 \times 2/5 - 1 \times 0.5 + 12 = V_A$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = 9V$$

۱۷۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۶۹ فیزیک ۲

دو مقاومت ۳ اهمی و ۶ اهمی، موازی هستند:



$$6I_1 = 3 \times 2 \Rightarrow I_1 = 1A$$

$$I = 1 + 2 = 3A$$

$$\mathcal{E}_2 + Ir_2 = V \Rightarrow V = 5 + (3 \times 1) = 8V$$

$$P = VI = 8 \times 3 = 24W$$

۱۷۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۶۴، ۶۵ و ۷۲ فیزیک ۲

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R برابر اختلاف پتانسیل دو سر مولد است. با وصل کردن کلید k، مقاومت معادل کل مدار کاهش یافته و جریان افزایش می‌یابد و باعث کم شدن اختلاف پتانسیل دو سر باتری می‌شود. مگر آنکه مقاومت داخلی مولد صفر باشد و اختلاف پتانسیل دو سر مولد ثابت و برابر نیروی محرکه باشد. در این صورت، سه برابر شدن I در آمپرسنج A2 (جریان کل) به این معناست که جریانی که از  $R_x$  می‌گذرد، دو برابر جریانی است که از R می‌گذرد و چون  $R_x$  موازی هستند، داریم:

$$I_1 R = I_x R_x \xrightarrow{I_x = 2I_1} R_x = \frac{R}{2}$$

۱۷۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۹۳ فیزیک ۲

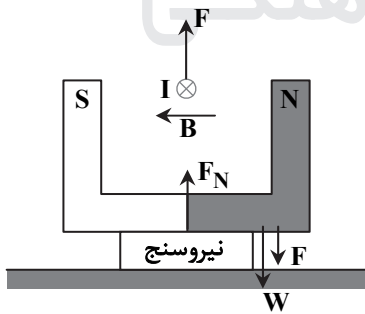
از طرف میدان آهنربا به سیم نیروی  $F = I l B \sin 90^\circ = 5 \times 0.8 \times 0.2 = 0.8N$  روبرو به بالا وارد می‌شود و عکس‌العمل آن به آهنربا و روبرو به پایین وارد می‌شود؛ بنابراین نیروی مجموع وزن آهنربا و F را نشان می‌دهد.

$$F_{N1} = W + F$$

با قطع جریان در سیم، F از بین می‌رود، یعنی به اندازه  $F = 0.8N$  عدد نیروی سنج کاهش می‌یابد.

$$F_{N2} = W$$

۱۷۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۹۸ فیزیک ۲



$$N = \frac{L}{2\pi R} \Rightarrow L = 2\pi NR$$

$$L_1 = L_2 \Rightarrow 2\pi N_1 R_1 = 2\pi N_2 R_2 \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{R_2}{R_1} = 2 \quad (1)$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} \frac{B_1}{B_2} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = (2^2) = 4$$

ابتدا جریان الکتریکی عبوری از سیم‌لوله را به دست می‌آوریم:

$$R_{eq} = \frac{6 \times 3}{6+3} + 2 = 4 \Omega$$

$$I_{eq} = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{7/5}{4+1} = 1/5 \text{ A} \quad (1) \text{ رابطه}$$

دو مقاومت R و R<sub>۲</sub> موازی‌اند:

$$IR = I_2 R_2 \Rightarrow 3I = 6I_2 \Rightarrow I_2 = 0.5I \quad (2) \text{ رابطه}$$

$$I_{eq} = I_2 + I \xrightarrow{\text{رابطه‌های (1) و (2)}} 1/5 = 0.5I + I \Rightarrow I = 1 \text{ A}$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1 \times 1 \times 1}{0.1} \Rightarrow B = 4\pi \times 10^{-7} \times 1 \times 1 \times 1 \Rightarrow B = 3/2\pi \times 10^{-4} \text{ T} = 3/2\pi \text{ G}$$

$$\begin{cases} \Phi_{(1)} = \frac{\pi}{2} + 3\pi = \frac{7\pi}{2} \text{ Wb} \\ \Phi_{(2)} = 8\pi + 12\pi = 20\pi \text{ Wb} \end{cases} \Rightarrow \Delta\Phi = \Phi_{(2)} - \Phi_{(1)} = 16/5\pi \text{ Wb}$$

$$|\mathcal{E}| = N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 20 \times \frac{16/5\pi}{4-1} = 110\pi \text{ V}$$

$$\bar{I} = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{110\pi}{44} = 2.5\pi \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r} = \frac{6}{3+1} = 1.5 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + r} = \frac{6}{2+1} = 2 \text{ A}$$

$$U_2 - U_1 = \frac{1}{2} LI_2^2 - \frac{1}{2} LI_1^2 \Rightarrow 0.35 = \frac{1}{2} L(2^2 - 1.5^2) = \frac{1}{2} L \Rightarrow L = \frac{8 \times 0.35}{1} = 0.4 \text{ H}$$

$$x = t^2 - 4t + 5$$

$$v = 2t - 4 = 0 \Rightarrow t = 2 \text{ s} \text{ لحظه توقف}$$

$$x_0 = 5 \text{ m}, \quad x(2) = 4 - 8 + 5 = 1 \text{ m}, \quad x(3) = 9 - 12 + 5 = 2 \text{ m}$$

$$l = |x_3 - x_0| + |x_2 - x_3| = 4 + 1 = 5 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{5 \text{ m}}{3 \text{ s}}$$

بیشترین فاصله قطارها قبل از رسیدن قطار B به قطار A، لحظه‌ای است که سرعت قطار B به ۲۰ متر بر ثانیه می‌رسد:

$$v_B = at + v_0 = 4t = 20 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

$$\text{در مدت ۵ ثانیه: } \Delta x_A = v_A t = 20 \times 5 = 100 \text{ m}$$

$$\text{در مدت ۵ ثانیه: } \Delta x_B = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 25 = 50 \text{ m}$$

$$\text{فاصله قطارها: } l = (100 - 50) + 180 = 230 \text{ m}$$

پس از به راه افتادن قطار B داریم:

$$\text{مکان ابتدای قطار A: } x_A = 20t + (120 + 180 + 100) = 20t + 400$$

$$\text{مکان انتهای قطار B: } x_B = \frac{1}{2} \times 4t^2 = 2t^2$$

در لحظه‌ای که سبقت کامل می‌شود، داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow 20t + 400 = 2t^2 \Rightarrow t^2 - 10t - 200 = 0 \Rightarrow t = 20 \text{ s}$$

$$\begin{cases} v^2 - 0 = 2 \times 2 \times d_1 \\ 0 - v^2 = 2 \times (-5) \times d_2 \end{cases} \Rightarrow 2d_1 = 5d_2 \Rightarrow d_2 = \frac{2}{5}d_1 \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$d_1 + d_2 = 315 \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} d_1 + \frac{2}{5}d_1 = 315 \Rightarrow \frac{7}{5}d_1 = 315 \Rightarrow d_1 = \frac{5 \times 315}{7} = 225 \text{ m}$$

$$d_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_1 t \Rightarrow 225 = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 + 0 \Rightarrow t = 15 \text{ s}$$

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه ۲۱ فیزیک ۳

۱۸۶- پاسخ: گزینه ۱

در حرکت کندشونده، علامت شتاب و سرعت مخالف یکدیگر است. با آنکه شتاب متحرک لحظه به لحظه کم می‌شود، ولی در بازه زمانی صفر تا  $t_1$  مثبت است؛ بنابراین سرعت حرکت جسم در این بازه باید منفی باشد.

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۵۶ فیزیک ۳

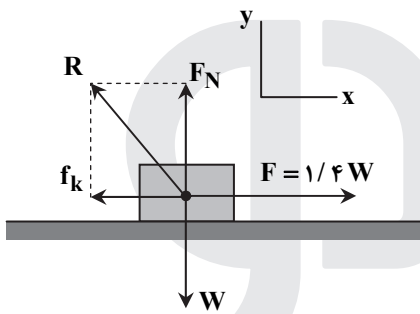
۱۸۷- پاسخ: گزینه ۳

$$g_e = \frac{GM_e}{R_e^2} \text{ روی سطح زمین}$$

$$g' = \frac{GM'}{(R' + R_e)^2} = \frac{G \times 2M_e}{(2R_e + R_e)^2} = \frac{2}{9} \times \frac{GM_e}{R_e^2} = \frac{2}{9} g_e$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۳۲ و ۴۱ فیزیک ۳

۱۸۸- پاسخ: گزینه ۱



$$F_N = mg$$

$$f_k = \mu_k \times F_N = 0.5 mg$$

$$F = 1/4 W = 1/4 mg$$

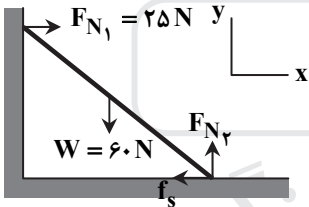
$$(F_{net})_x = ma \Rightarrow F - f_k = ma$$

$$\Rightarrow 1/4 mg - 0.5 mg = ma \Rightarrow a = -0.9g = -9 \frac{m}{s^2}$$

$$\text{بزرگی نیروی سطح: } R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{W^2 + 0.25W^2} = W \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} W$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۴۵ فیزیک ۳

۱۸۹- پاسخ: گزینه ۲



$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow f_s = F_{N1} = 25 \text{ N}$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_{N2} = W = mg = 6 \times 10 = 60 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_{N2}^2} = \sqrt{625 + 3600} \Rightarrow R = \sqrt{4225} = 65 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۸۹ فیزیک ۲ و ۵۲ فیزیک ۳

۱۹۰- پاسخ: گزینه ۳

چون نیروی وارد بر الکترون از طرف میدان مغناطیسی، عمود بر مسیر حرکت الکترون است و الکترون در مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند، نیروی  $F$  یک نیروی مرکزگرا است:

$$F = qvB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow 2 \times 10^{-15} = \frac{mv^2}{5 \times 10^{-2}} \Rightarrow mv^2 = 10^{-16} \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} K = \frac{1}{2} \times 10^{-16} = 5 \times 10^{-17} \text{ J}$$

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۶۶ و ۶۷ فیزیک ۳

۱۹۱- پاسخ: گزینه ۴

$$x = A \cos \omega t = 0.2 \cos 4\pi t \Rightarrow \begin{cases} A = 0.2 \text{ m} \\ \omega = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$E = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 0.4 \times 1600 \pi^2 = 32 \text{ J}$$

$$v = \frac{1}{4} v_{\max} \Rightarrow K = \frac{1}{16} K_{\max} = \frac{1}{16} E = \frac{1}{16} \times 32 = 2 \text{ J}$$

$$E = K + U \Rightarrow 32 = 2 + U \Rightarrow U = 30 \text{ J}$$

$$x = A \cos \omega t = 0.2 \cos 100\pi t \Rightarrow \begin{cases} A = 0.2 \text{ m} \\ \omega = 100 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{100} = \frac{\pi}{50} \text{ s}$$

بیشینه شتاب متوسط نوسانگر در نیم دوره، در بازه‌ای رخ می‌دهد که بیشترین تغییرات سرعت را داشته باشد، یعنی حرکت از مرکز نوسان و بازگشت مجدد به مرکز نوسان:

$$\begin{cases} v_1 = -A\omega \\ v_2 = A\omega \end{cases} \Rightarrow |a_{av}| = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{2A\omega}{\frac{T}{2}} = \frac{4A\omega}{T} \Rightarrow |a_{av}| = \frac{4 \times 0.2 \times 100}{\frac{\pi}{50}} = \frac{400}{\pi} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

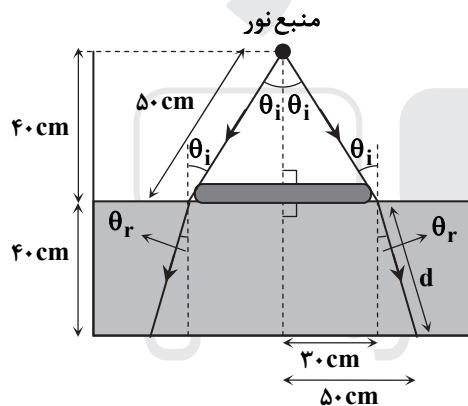
مطابق با قاعده دست راست، جهت میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی در این لحظه رو به سمت راست است و بسامد تغییرات میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج برابر است.

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \left(\frac{d_1}{\frac{1}{2}d_1}\right)^2 = 4$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log 4 = 10 \times \log 2^2 = 20 \log 2 = 20 \times 0.3 = +6 \text{ dB}$$

وقتی آینه به اندازه  $\alpha$  دوران کند، پرتوی بازتاب به اندازه  $2\alpha$  هم جهت با آینه دوران می‌کند. وقتی پرتوی تابش به اندازه  $\beta$  دوران کند، پرتوی بازتابش در خلاف آن به اندازه  $\beta$  دوران می‌کند:

به صورت ساعت گرد  $\Delta\theta = 2\alpha + \beta = 2 \times 20 + 10 = 50^\circ$  پرتوی بازتابش



$$40^2 + 30^2 = 2000 = d^2 \Rightarrow d = 20\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n}{1} \Rightarrow \frac{\frac{30}{20\sqrt{5}}}{\frac{40}{20\sqrt{5}}} = \frac{3\sqrt{5}}{4} = n$$

$n+1=5 \Rightarrow n=4$  (شماره هماهنگ)

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow 200 = \frac{4 \times 300}{2L} \Rightarrow L = 0.3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} = \frac{2 \times 30}{4} = 15 \text{ cm}$$

فاصله نزدیک‌ترین شکم تا گره (انتهای تار):  $\frac{\lambda}{4} = \frac{15}{4} = 3.75 \text{ cm}$

$$\begin{cases} \text{در رشته پاشن: } \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{9}{R} \\ \text{در رشته لیمان: } \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{1}{R} \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_{\min}(\text{پاشن})}{\lambda_{\min}(\text{لیمان})} = \frac{\frac{9}{R}}{\frac{1}{R}} = 9$$

$$W_0 = hf_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$E_{\text{فوتون‌ها}} = hf = \frac{hc}{\lambda} \xrightarrow{\lambda_0 = 5\lambda} E_{\text{فوتون‌ها}} = \frac{hc}{\frac{1}{5}\lambda_0} \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} E_{\text{فوتون‌ها}} = 5W_0$$

$$K_{\text{max}} = E_{\text{فوتون‌ها}} - W_0 = 5W_0 - W_0 = 4W_0$$

$$N = \frac{N_0}{r^n} \Rightarrow \begin{cases} 2/\Delta N = \frac{\lambda_0 N}{r^{nA}} \Rightarrow r^{nA} = 32 \Rightarrow n_A = 5 = \frac{t}{T_{1/2,A}} \\ \Delta N = \frac{\lambda_0 N}{r^{nB}} \Rightarrow r^{nB} = 16 \Rightarrow n_B = 4 = \frac{t}{T_{1/2,B}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_{1/2,B}}{T_{1/2,A}} = \frac{5}{4} = 1/25$$

## شیمی

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) عدد جرمی یکا ندارد.

پ) در دوره سوم جدول دوره‌ای، ۲ عنصر ( ${}_{11}\text{Na}$  و  ${}_{13}\text{Al}$ ) وجود دارند که بیرونی‌ترین زیرلایه اتم آن‌ها، دارای یک الکترون است.

مقدار عددی جرم مولی یک عنصر با جرم اتمی میانگین آن برابر است.

$$\text{جرم مولی عنصر} = \frac{(0/2A + 0/9)g}{0/2 \text{ mol}} = (A + 0/45)g \cdot \text{mol}^{-1}$$

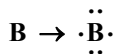
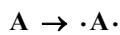
$$F_1 + F_2 + F_3 = 100 \xrightarrow{F_1 + F_2 = F_3 + 90} F_3 = 5$$

$$M = M_1 + \frac{F_2}{100}(M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100}(M_3 - M_1)$$

$$\Rightarrow A + 0/45 = A + 0/2F_2 + 0/15 \Rightarrow F_2 = 15 \Rightarrow F_1 = 80$$

آرایش الکترونی اتم عنصرهای گروه ۶ جدول دوره‌ای به  $(n-1)d^5 ns^1$  ختم می‌شود. از این ۶ الکترون ظرفیتی، ۱ الکترون دارای  $l=0$  (زیرلایه s) و ۵ الکترون دارای  $l=2$  (زیرلایه d) است.

عنصر A فلز گروه دوم (منیزیم) و عنصر B نافلز گروه ۱۶ جدول دوره‌ای است؛ در آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم A مانند آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم B، ۲ تک نقطه وجود دارد.

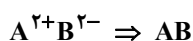


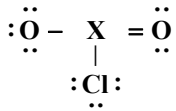
بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) عنصر A دارای ۲ و عنصر B، دارای ۶ الکترون ظرفیتی است.

(۲) اتم عنصر A ( $ns^2$ ) در بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی خود، دارای ۲ الکترون و اتم عنصر B ( $ns^2 np^4$ ) در بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی خود، ۴ الکترون دارد.

(۴) در ترکیب یونی حاصل از عنصرهای A و B، نسبت شمار کاتیون‌ها به شمار آنیون‌ها برابر با ۱ است.

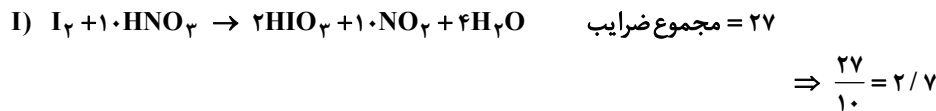




$$\text{شمار کل الکترون‌های ظرفیت} = 24 = X + 2(6) + 7 \Rightarrow X = 5$$

با توجه به اطلاعات داده شده، X دارای ۵ الکترون ظرفیتی و عنصری از گروه ۱۵ جدول دوره‌ای است که در ترکیب‌های یونی به صورت آنیون  $X^{3-}$  است؛ پس فرمول شیمیایی ترکیب آن با پتاسیم، به صورت  $K_3X$  می‌باشد.

۲۰۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* دشوار \* صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰ شیمی ۱  
معادله‌های موازنه شده به صورت زیر هستند:



۲۰۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳ شیمی ۱

با توجه به شکل، حجم ظرف در دمای ثابت دو برابر شده است؛ بنابراین فشار گاز باید نصف شده باشد. برای جلوگیری از کاهش فشار گاز، شمار مول گاز درون ظرف را دو برابر می‌کنیم؛ یعنی باید ۲ مول گاز درون ظرف باشد، پس باید ۱ مول گاز نیتروژن ( $N_2$ ) یعنی ۲۸ گرم گاز نیتروژن به ظرف اضافه شود.

۲۰۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۸۴ و ۸۵ شیمی ۱

$$11 / 2 \text{ L gas} \times \frac{1 \text{ mol gas}}{22 / 4 \text{ L gas}} \times \frac{4 \text{ mol KNO}_3}{7 \text{ mol gas}} \times \frac{101 \text{ g KNO}_3}{1 \text{ mol KNO}_3} = 28 / 9 \text{ g KNO}_3$$

۲۰۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۸ شیمی ۱

فقط عبارت «الف» درست است.

الف) مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول ۱ مولار سدیم سولفات: ( $Na_2SO_4$ ) و محلول ۱ مولار آمونیوم کربنات: ( $(NH_4)_2CO_3$ )، برابر با ۳ مولار است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) با افزودن محلول باریم نیترات به محلول سدیم کلرید، واکنش شیمیایی رخ نمی‌دهد و رسوبی تشکیل نمی‌شود. (باریم کلرید و سدیم نیترات هر دو، در آب محلول هستند.)

پ) برای ساختن محلول ۲ درصد جرمی سدیم کلرید، می‌توان ۲ گرم سدیم کلرید را در مقداری آب خالص حل کرد و سپس با افزودن آب به آن، جرم محلول را به ۱۰۰ گرم رساند.

ت) مواد کم محلول، انحلال پذیری بیشتر از ۰/۱ گرم و کمتر از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب در دمای اتاق دارند.

۲۱۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۰ شیمی ۱

در دمای  $40^\circ C$ ، انحلال پذیری ماده X، ۲۵ گرم در ۱۰۰ گرم آب است؛ یعنی در ۵۰ گرم آب، حداکثر ۱۲/۵ گرم از این جامد را می‌توان حل و محلولی سیر شده تهیه کرد؛ بنابراین ۲/۵ گرم از ماده X در ته ظرف به صورت حل نشده باقی می‌ماند.

۲۱۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۱۸ تا ۱۲۱ شیمی ۱

رابطه داده شده، برای ترکیب‌های نامحلول در آب برقرار است. فقط کلسیم فسفات، نامحلول در آب است.

۲۱۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۷ تا ۹ شیمی ۲

عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

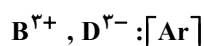
الف) در گروه فلزها از بالا به پایین، واکنش پذیری افزایش می‌یابد؛ بنابراین واکنش پذیری فلز X از A بیشتر است. همچنین واکنش پذیری فلز قلیایی خاکی X از فلز واسطه B بیشتر می‌باشد.

ب) آرایش الکترونی عنصرهای A، B و C به ترتیب به زیرلایه‌های  $3s^2$ ،  $4s^2$  و  $3p^2$  ختم می‌شود.

بررسی عبارت‌های نادرست:

پ) در حالت جامد، عنصر C (سیلیسیم) برخلاف عنصر D (فسفر) سطحی درخشان داشته، ولی مانند عنصر D در اثر ضربه خرد می‌شود.

ت) در ترکیب حاصل از عناصر B و D، کاتیون و آنیون، آرایش الکترونی مشابه گاز نجیب را دارند.



۲۱۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ شیمی ۲

$$300 \text{ kg Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{40 \text{ kg Fe}_2\text{O}_3}{100 \text{ kg Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{2 \text{ mol Fe}}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} \times \frac{60}{100} = 504 \text{ kg Fe}$$

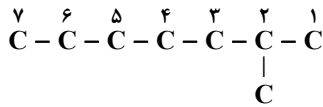
$$504000 \text{ g Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{2 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol Fe}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{1 \text{ L CO}_2}{0.066 \text{ g CO}_2} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ L}} = 9000 \text{ m}^3$$

۲۱۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۳۲ تا ۴۲ شیمی ۲

عبارت‌های «الف»، «ب» و «پ» درست هستند.

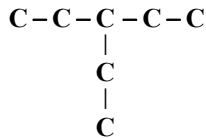
الف) با توجه به اینکه در آلکان‌های راست‌زنجیر، هر اتم کربن حداکثر به ۲ اتم کربن دیگر متصل است، شمار اتم‌های هیدروژن متصل به هر اتم کربن، حداقل برابر ۲ است، زیرا هر اتم کربن در آلکان‌ها به ۴ اتم دیگر متصل است.

ب) آلکان داده شده ۸ کربنی است و با اوکتان ( $C_8H_{18}$ )، ایزومر یا همپار است.



۲- متیل هپتان

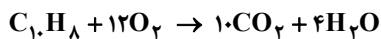
پ) ساختار ترکیب موردنظر به صورت زیر است:



۳- اتیل پنتان یا اتیل پنتان

بررسی عبارت نادرست:

ت) برای سوختن کامل یک مول نفتالن، ۱۲ مول گاز اکسیژن لازم است.



۲۱۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶ شیمی ۲

هپتان ( $C_7H_{16}$ ) در مقایسه با پنتان ( $C_5H_{12}$ )، فرآریت کمتر و گران‌روی بیشتری دارد.

۲۱۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸ شیمی ۲

$$\text{جرم گاز اکسیژن} = 5L \times \frac{80}{100} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{40L O_2} \times \frac{32g O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 3/2g O_2$$

$$\text{جرم گاز کربن دی‌اکسید} = 5L \times \frac{20}{100} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{40L CO_2} \times \frac{44g CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 1/1g CO_2$$

$$Q = Q_{O_2} + Q_{CO_2} = (3/2 \times 0/9 \times 20) + (1/1 \times 0/8 \times 20) = 75/2J$$

۲۱۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷ شیمی ۲

باید واکنش گرماگیری که گرمای آن صرف شکستن یک مول از پیوند اشتراکی موردنظر بین دو اتم در حالت گازی و تبدیل آن به اتم‌های گازی جدا از هم شود را انتخاب کنیم.

بررسی گزینه‌های نادرست:

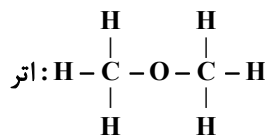
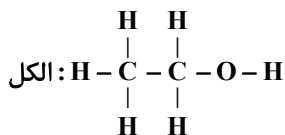


۲۱۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۶۸ و ۶۹ شیمی ۲

همه عبارت‌ها نادرست هستند.

الف) گروه عاملی موجود در بنزآلدهید (عامل آلدهیدی) با گروه عاملی ۲- هپتانول (عامل کتونی) متفاوت است.

ب) مجموع آنتالپی پیوندها در اتر و الکی با فرمول مولکولی  $C_2H_6O$ ، با هم متفاوت است، زیرا نوع همه پیوندها در این دو ترکیب یکسان نیست.



پ) در شرایط یکسان، گرمای حاصل از سوزاندن کامل یک مول الماس بیشتر از گرمای حاصل از سوزاندن کامل یک مول گرافیت است، یعنی مجموع آنتالپی‌های پیوندهای کربن-کربن در ساختار الماس کمتر است.

ت) همپارها، خواص شیمیایی و خواص فیزیکی متفاوتی دارند.

۲۱۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۷۲ و ۷۳ شیمی ۲

ابتدا باید آنتالپی واکنش  $C_2H_4(g) + 6F_2(g) \rightarrow 2CF_4(g) + 4HF(g)$  را با استفاده از قانون هس محاسبه کنیم؛ با وارون کردن معادله I  $(-\Delta H_I)$ ؛ وارون و دو برابر کردن معادله II  $(-2 \times \Delta H_{II})$ ؛ وارون و دو برابر کردن معادله III  $(-2 \times \Delta H_{III})$  و سپس جمع کردن آن‌ها می‌توان معادله واکنش هدف و از مجموع آنتالپی‌های حاصل، آنتالپی آن را محاسبه کرد:

$$\Delta H = -\Delta H_I - (2 \times \Delta H_{II}) - (2 \times \Delta H_{III}) = 52 - 1074 - 1360 = -2382kJ$$

$$44g CF_4 \times \frac{1 \text{ mol } CF_4}{88g CF_4} \times \frac{2382kJ}{2 \text{ mol } CF_4} = 595/5kJ$$

با توجه به سرعت متوسط تولید منیزیم کلرید، در ده ثانیه دوم ۰/۰۲ مول از این ماده تولید شده است:

$$\bar{R}(\text{MgCl}_2) = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{x}{10 \times \frac{1}{60}} = 0/12 \Rightarrow x = 0/02 \text{ mol}$$

با توجه به معادله  $\text{Mg(s)} + 2\text{HCl(aq)} \rightarrow \text{MgCl}_2(\text{aq}) + \text{H}_2(\text{g})$ ، در این بازه زمانی، ۰/۰۴ مول  $\text{HCl}$  و ۰/۰۲ مول منیزیم باید مصرف شده باشد؛ پس نمودار مربوط به  $\text{Mg}$  است.

کاهش جرم مخلوط مواد با جرم گاز هیدروژنی که تولید می‌شود، برابر است:

$$\text{سرعت کاهش جرم مخلوط} = \frac{\Delta n(\text{H}_2)}{\Delta t} = \frac{0/06}{20} = 0/003 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1} \times \frac{2 \text{ g}}{1 \text{ mol}} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 6 \text{ mg} \cdot \text{s}^{-1}$$

با توجه به چگونگی تغییرات مقدار مواد، A فراورده و B و D واکنش‌دهنده‌های واکنش هستند. از مقایسه تغییر شمار مول مواد در بازه‌های زمانی یکسان، می‌توان ضرایب مواد در معادله واکنش را به دست آورد.

$$\text{ضریب B, } 1/5 \text{ برابر A است. } \Rightarrow |\Delta n(\text{B})| = 0/3, \quad |\Delta n(\text{A})| = 0/2 \text{ (در } 10-20 \text{ s)}$$

$$\text{ضریب B, } 1/5 \text{ برابر D است. } \Rightarrow |\Delta n(\text{D})| = 0/3, \quad |\Delta n(\text{B})| = 0/45 \text{ (در } 10-30 \text{ s)}$$

بنابراین ضریب A و D در معادله واکنش برابر است و ضریب B، ۱/۵ برابر هر یک از آنها است.

ضرایب A و D را ۲ و ضریب B را ۳ در نظر می‌گیریم:



در بازه زمانی ۱۰ تا ۲۰ ثانیه، مقدار A، ۰/۲ مول تغییر کرده است؛ بنابراین مقدار D هم باید ۰/۲ مول تغییر کند؛ در نتیجه مقدار X برابر با ۰/۲ - ۰/۴ = ۰/۲ است. در بازه زمانی ۱۰ تا ۳۰ ثانیه، مقدار D، ۰/۳ مول تغییر کرده است؛ بنابراین مقدار A هم باید ۰/۳ مول تغییر کند؛ در نتیجه مقدار Y برابر با ۰/۲ + ۰/۳ = ۰/۵ است.

$$Y - X = 0/5 - 0/2 = 0/3$$

پلی‌اتن درشت مولکول است و نیروی بین مولکولی قوی تری نسبت به مولکول‌های کوچکی مانند آب و استیک اسید دارد.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(۱) فرمول مولکولی پلیمرها را نمی‌توان تعیین کرد.

(۲) در تولید پلیمرهایی مانند پلی‌سیانو اتن که پلیمر با زنجیر کربنی هستند، برخلاف کولار که پلی‌آمید است، آب به‌عنوان فراورده جانبی تولید نمی‌شود.

(۴) مونومرهای سازنده پلی‌استرها و پلی‌آمیدها، لزوماً در ساختار خود پیوند  $\text{C}=\text{C}$  ندارند.

عبارت‌های «الف»، «ت» و «ث» درست هستند.

الف) به دلیل داشتن بخش‌های قطبی زیاد، محلول در آب است.

ت) ترکیب داده شده مانند گلوکز ( $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ )، دارای ۶ اتم اکسیژن و در نتیجه،  $6 \times 2 = 12$  جفت الکترون ناپیوندی است.

ث) فرمول مولکولی ترکیب،  $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6$  است:

$$6\text{C} + 8(+1) + 6(-2) = 0 \Rightarrow 6\text{C} = +4$$

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) در ترکیب مورد نظر، عامل اتری ( $-\text{O}-$ ) وجود ندارد.

پ) شمار اتم‌های هیدروژن (۸ تا)، ۴ واحد کمتر از مجموع شمار دیگر اتم‌های مولکول آن ( $6\text{C} + 6\text{O} = 12$ ) است.

فرمول شیمیایی اسیدهای چرب تک‌عاملی که در زنجیر کربنی خود یک پیوند دوگانه دارند، به صورت  $\text{C}_x\text{H}_{2x-1}\text{COOH}$  یا  $\text{C}_n\text{H}_{2n-2}\text{O}_2$  است.

از سوختن کامل هر مول از این ترکیب، n مول کربن دی‌اکسید تولید خواهد شد:

$$25/4 \text{ g A} \times \frac{1 \text{ mol A}}{(14n+30) \text{ g A}} \times \frac{n \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol A}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 70/4 \text{ g CO}_2 \Rightarrow n = 16$$

$$\Rightarrow \text{اسید چرب: } \text{C}_{16}\text{H}_{31}\text{O}_2 \text{ یا } \text{C}_{15}\text{H}_{29}\text{COOH}$$

فرمول شیمیایی صابون جامد حاصل از این اسید چرب، به صورت  $\text{C}_{15}\text{H}_{29}\text{COONa}$  یا  $\text{C}_{16}\text{H}_{31}\text{O}_2\text{Na}$  است.

۲۲۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۱۳ تا ۲۳ شیمی ۳

فقط عبارت «ت» درست است.

ت) در محلول‌های ۰/۱ مولار سدیم اکسیدید ( $\text{Na}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{Na}^+ + 2\text{OH}^-$ ) و ۰/۲ مولار سدیم هیدروکسیدید ( $\text{NaOH} \rightarrow \text{Na}^+ + \text{OH}^-$ )، غلظت یون هیدروکسیدید ۰/۲ مولار است؛ بنابراین غلظت یون هیدرونیوم در این دو محلول برابر می‌باشد.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) اسیدها و بازهای آرنیوس، ترکیب‌های محلول در آبی هستند که با انحلال در آب به ترتیب غلظت یون هیدرونیوم و یون هیدروکسیدید را افزایش می‌دهند. در ساختار این ترکیب‌ها، لزوماً  $\text{H}$  یا  $\text{OH}$  وجود ندارد.

ب) مقدار درجه یونش یک اسید نمی‌تواند صفر باشد، یعنی درجه یونش اسید در محدوده  $0 < \alpha \leq 1$  قرار دارد.

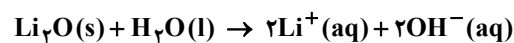
پ) ثابت یونش اسیدهای قوی، بسیار بزرگ و ثابت یونش اسیدهای ضعیف، بسیار کوچک است.

۲۲۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸ شیمی ۳

$$\text{pH} = 4/3 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-4/3} = 5 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{X}^-]}{[\text{HX}]} = (5 \times 10^{-5}) \times (0/01) = 5 \times 10^{-7}$$

۲۲۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰ شیمی ۳



$$0/075 \text{ g Li}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol Li}_2\text{O}}{30 \text{ g Li}_2\text{O}} \times \frac{2 \text{ mol OH}^-}{1 \text{ mol Li}_2\text{O}} = 0/005 \text{ mol OH}^-$$

$$[\text{OH}^-] = 0/005 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \Rightarrow [\text{H}^+] = 2 \times 10^{-12} \Rightarrow \text{pH} = 11/7$$

غلظت مولی محلول هیدروکلریک اسید، ۰/۰۱ مولار است:

$$200 \text{ mL Li}_2\text{O}(\text{aq}) \times \frac{0/005 \text{ mol OH}^-}{1 \text{ Li}_2\text{O}(\text{aq})} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol OH}^-} \times \frac{1 \text{ L HCl}(\text{aq})}{0/01 \text{ mol HCl}} = 100 \text{ mL HCl}(\text{aq})$$

۲۲۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه ۴۷ شیمی ۳

قوی‌ترین اکسنده، در سمت چپ نیم‌واکنشی است که پتانسیل کاهش استاندارد بزرگ‌تری دارد. قوی‌ترین کاهنده در سمت راست نیم‌واکنشی است که پتانسیل کاهش استاندارد کوچک‌تری دارد.

۲۲۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸ شیمی ۳

با توجه به اندازه تغییر دما در جدول داده‌شده، مقایسه قدرت کاهندگی به صورت  $B > C > \text{H}_2 > A$  است؛ بنابراین در سلول گالوانی

( $C - A$ )، الکتروود A نقش کاتد (قطب مثبت) را دارد و با گذشت زمان، غلظت یون‌های  $A^{n+}$  در آن کاهش می‌یابد.

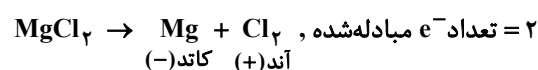
بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) قدرت اکسندگی کاتیون‌های A بیشتر از یون‌های هیدرونیوم است.

۲) در سلول گالوانی « $B - C$ »، الکتروود B که قدرت کاهندگی بیشتری دارد، آند و الکتروود C کاتد است و جهت حرکت الکترون‌ها از الکتروود B به الکتروود C می‌باشد.

۳) در سلول گالوانی « $C - \text{SHE}$ » که C آند دستگاه است، با گذشت زمان و مصرف یون‌های  $\text{H}^+$ ، خاصیت اسیدی محلول الکتروولیت نیم‌سلول هیدروژن کاهش می‌یابد.

۲۳۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۵۵ و ۵۶ شیمی ۳



$$9/03 \times 10^{20} e^- \times \frac{1 \text{ mol } e^-}{6/02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{2 \text{ mol } e^-} \times \frac{71 \text{ g Cl}_2}{1 \text{ mol Cl}_2} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 53/25 \text{ mg Cl}_2$$

۲۳۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰ شیمی ۳

عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) آنتالپی پیوندهای اشتراکی در ساختار سیلیسیم خالص ( $\text{Si} - \text{Si}$ )، کمتر از آنتالپی پیوندهای اشتراکی در ساختار سیلیس ( $\text{Si} - \text{O}$ ) است.

پ) سختی و جگالی الماس بیشتر از گرافیت است.

۲۳۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* ساده \* صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵ شیمی ۳

در مولکول کربن تتراکلرید (CCl<sub>4</sub>) برخلاف مولکول متان (CH<sub>4</sub>)، تراکم الکترون‌ها روی اتم‌های اطراف اتم مرکزی مولکول است، زیرا خاصیت نافلزلی کربن از کلر کمتر و از هیدروژن بیشتر است.

۲۳۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۷۹ و ۸۰ شیمی ۳

آنتالپی فروپاشی شبکه بلور، گرمای مصرف‌شده برای تبدیل یک مول جامد یونی به یون‌های گازی در فشار ثابت است:

$$\begin{aligned} 1 \text{ mol MgO(s)} \times \frac{40 \text{ g MgO(s)}}{1 \text{ mol MgO(s)}} \times \frac{474 / 75 \text{ kJ}}{\Delta \text{g MgO(s)}} &= 3798 \text{ kJ} \\ 1 \text{ mol NaF(s)} \times \frac{42 \text{ g NaF(s)}}{1 \text{ mol NaF(s)}} \times \frac{92 \text{ kJ}}{4 / 2 \text{ g NaF(s)}} &= 920 \text{ kJ} \end{aligned} \Rightarrow \frac{3798}{920} = 4 / 12$$

۲۳۴- پاسخ: گزینه ۴

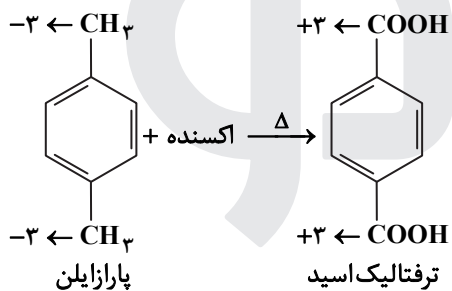
▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳ شیمی ۳

معادله تعادل برقرارشده در ظرف،  $2\text{N}_2\text{O}_5(\text{g}) \rightleftharpoons 4\text{NO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g})$ ، مقدار تعادل برقرارشده در ظرف،  $\text{N}_2\text{O}_5$  مول ۰/۰۵ وارد ظرف شده و پس از تبدیل مقداری از آن به نیتروژن دی‌اکسید و گاز اکسیژن، تعادلی برقرار شده که دارای ۰/۰۴ مول  $\text{N}_2\text{O}_5$  است. یعنی تا برقرار شدن تعادل، ۰/۰۱ مول از  $\text{N}_2\text{O}_5$  مصرف شده است؛ بنابراین با توجه به ضرایب مواد در معادله واکنش، ۰/۰۲ مول نیتروژن دی‌اکسید و ۰/۰۰۵ مول گاز اکسیژن تولید شده است:

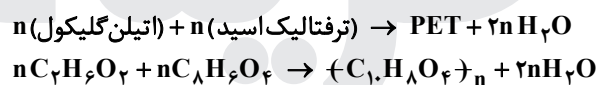
$$K = \frac{[\text{NO}_2]^4 [\text{O}_2]}{[\text{N}_2\text{O}_5]^2} = \frac{(\frac{0.02}{5})^4 \times (\frac{0.005}{5})}{(\frac{0.04}{5})^2} = 4 \times 10^{-9}$$

۲۳۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: \* متوسط \* صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶ شیمی ۳



فرایند (III)، تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید را نشان می‌دهد که در آن، مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن ۱۲ واحد ( $12 = 2 \times 6$ ) تغییر می‌کند.



$$\text{جرم PET} = 192n = 192 \times 20 = 3840 \text{ g} = 3 / 84 \text{ kg}$$

مؤسسه آموزشی فرهنگی