



الف

A

آمادگی کنکور ۱۴۰۰

P17F

۳



گروه آموزشی ماز

با ما ماریج کنکور را آسان طی کنید

آزمون ماز – مرحله ۱۷ (چهارشنبه ۱۹/۳/۰۰)

دفترچه اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۱۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۱۳۵

درس	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان
ریاضیات	۵۵	۱۰۱	۱۵۵	۸۵ دقیقه
فیزیک	۴۵	۱۵۶	۲۰۰	۵۵ دقیقه
شیمی	۳۵	۲۰۱	۲۳۵	۳۵ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

۱۰۱- در یک دنباله هندسی صعودی مجموع جملات دوم و پنجم ۱۲ و تفاضل جملات دوم و هشتم ۸۴ است. قدرنسبت دنباله کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{5}{2}$

۱۰۲- اگر  $-1 < a < 0$  باشد و بدانیم  $x = a\sqrt{-a}$  و  $y = \frac{a}{\sqrt{-a}}$  آنگاه کدام رابطه صحیح است؟

- (۱)  $y < a < x$  (۲)  $y < x < a$  (۳)  $a < y < x$  (۴)  $x < a < y$

۱۰۳- به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$  نمودار سهمی  $y = (m+1)x^2 + 4x - 1$  همواره بالای محور  $x$  ها است؟

- (۱)  $m > -1$  (۲)  $-5 < m < -1$  (۳)  $m > -5$  (۴) به ازای هیچ مقدار  $m$

۱۰۴- دو کارگر قرار است یک اتاق را رنگ کنند. اگر ۳ روز اول را فقط کارگر اول و ۶ روز بعدی را فقط کارگر دوم کار کند ۰/۲ اتاق رنگ می شود و اگر ۶ روز اول را فقط کارگر اول و ۳ روز بعدی را فقط کارگر دوم کار کند ۰/۲۵ اتاق رنگ می شود. کارگر سریع تر به تنهایی در چند روز اتاق را رنگ می کند؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۳۶ (۴) ۲۴

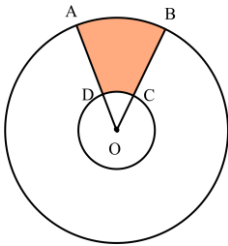
۱۰۵- اگر  $f = \{(2, 8), (6, 4), (4, 10), (3, 2)\}$  و  $g(x) = 2x + \sqrt{x}$  باشد، مقدار  $a$  در تساوی  $(f^{-1} \circ g)(2a) = 4$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۶- اگر  $\log_{1/2} k = k$ ، حاصل  $\log_{3/4} k$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1+k}{2-k}$  (۲)  $\frac{1-k}{2+k}$  (۳)  $\frac{1+k}{2-2k}$  (۴)  $\frac{1-k}{2+2k}$

۱۰۷- در شکل مقابل، اگر شعاع دایره کوچک و بزرگ به ترتیب ۲ و ۸ و محیط قسمت رنگی ۱۷ باشد، زاویه  $\theta$  تقریباً چند درجه است؟



- (۱)  $22/6^\circ$  (۲)  $28/6^\circ$  (۳)  $34/6^\circ$  (۴)  $40/6^\circ$

۱۰۸- تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 2x}{1 + \cos x} & x \neq \pi \\ b & x = \pi \end{cases}$  در  $x = \pi$  پیوسته است. مقدار  $b$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۲ (۴) ۱۶

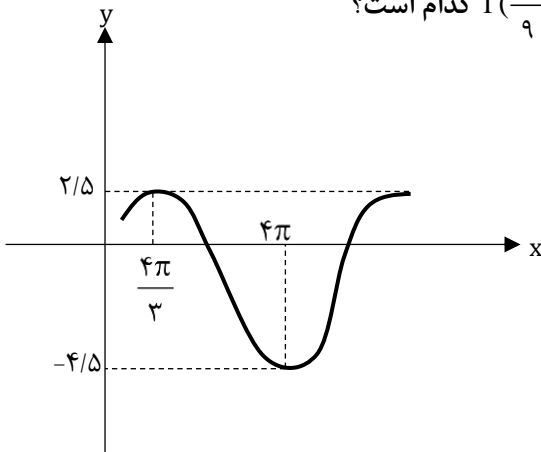
۱۰۹- نمودار تابع  $y = |x-1| + 1$  را ۴ واحد به چپ و ۲ واحد به بالا می‌بریم. سپس آن را نسبت به محور Xها قرینه می‌کنیم. نمودار حاصل و نمودار اولیه، نسبت به چه نقطه‌ای، قرینه هم هستند؟

- (۱)  $(-2, -1)$       (۲)  $(-1, -1)$       (۳)  $(-1, -2)$       (۴)  $(\frac{-1}{2}, \frac{-3}{2})$

۱۱۰- تابع  $f(x) = \frac{x^3 - x}{|x-1|}$  در بازه  $(a, b)$  نزولی اکید است. حداکثر مقدار  $b-a$  کدام است؟

- (۱)  $0/5$       (۲)  $1$       (۳)  $1/5$       (۴)  $2$

۱۱۱- نمودار مقابل مربوط به تابع  $f(x) = a \sin(bx) + c$  است. مقدار  $f(\frac{4\pi}{9})$  کدام است؟



(۱) ۱

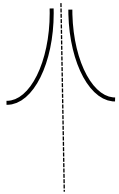
(۲)  $\frac{3}{2}$

(۳)  $\frac{3}{4}$

(۴)  $\frac{5}{4}$

۱۱۲- معادله  $8 \sin^3 x + 27 = 13(2 \sin x + 3)$  در بازه  $[-\pi, 2\pi]$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۶



۱۱۳- نمودار تابع  $f(x) = \frac{ax}{\sin x - b}$  حوالی  $x = \frac{\pi}{2}$  با کدام شرایط به شکل مقابل است؟

- (۱)  $a < 0, b = 1$       (۲)  $a < 0, b = -1$       (۳)  $a > 0, b = 1$       (۴)  $a > 0, b = -1$

۱۱۴- برای تابع  $f(x) = \frac{a(x-3)}{\sqrt{x^2 + 7} - b}$  داریم  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 4$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  کدام است؟

- (۱) ۴      (۲) -۴      (۳) -۳      (۴) ۳

۱۱۵- اگر  $y = f\left(\sqrt{1 - \frac{1}{x}}\right)$  و  $y'(\frac{4}{3}) = -6$  باشد،  $f'(\frac{1}{2})$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{16}{9}$  (۲)  $-\frac{32}{9}$  (۳)  $-\frac{16}{3}$  (۴)  $-\frac{32}{3}$

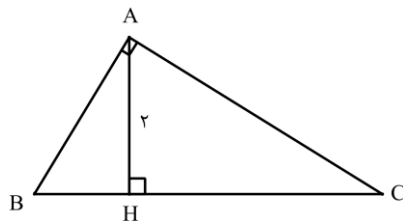
۱۱۶- آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = \frac{1}{x+1}$  در بازه  $[1, h]$  با آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع در  $x = 2$  برابر است. مقدار  $h$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲)  $\frac{3}{5}$  (۳) ۴ (۴)  $\frac{4}{5}$

۱۱۷- کدام تابع نقطه بحرانی دارد؟

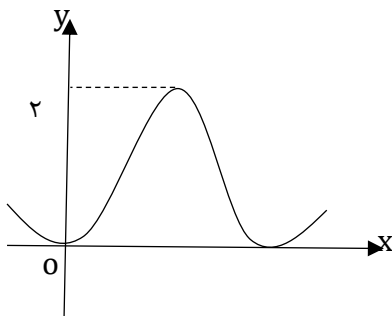
- (۱)  $y = 3^{-x}$  (۲)  $y = \log x$  (۳)  $y = \frac{x^2}{x+5}$  (۴)  $y = \frac{x^2 - 4}{x-1}$

۱۱۸- حداقل مساحت مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  کدام است؟



- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳) ۴ (۴) ۶

۱۱۹- شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع  $y = \frac{a \sin^2 x}{\cos 2x + 2}$  است.  $a$  کدام است؟



- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲) ۱ (۳)  $2\sqrt{3}$  (۴) ۲

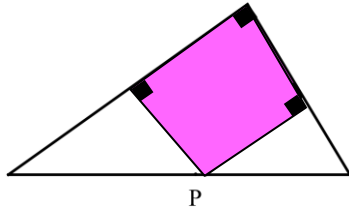
۱۲۰- نقطه‌ی  $O$  مرکز دایره‌ی محاطی داخلی مثلث  $ABC$  است. اگر از  $O$  به رأس‌های مثلث وصل کنیم، سه زاویه متناسب با  $7, 8$  و  $9$  حول  $O$  ایجاد می‌شود. زاویه‌های مثلث  $ABC$  با چه عددهایی متناسبند؟

- (۱) ۱، ۲ و ۳ (۲) ۳، ۴ و ۵ (۳) ۵، ۶ و ۷ (۴) ۷، ۸ و ۹

۱۲۱- مثلث  $ABC$  به اضلاع  $AB = 15, BC = 13, AC = 14$  را در نظر گرفته، دایره‌ای به مرکز  $B$  و شعاع  $21$  رسم می‌کنیم تا خطی را که از  $A$  به موازات  $BC$  رسم می‌شود را در نقطه‌ی  $D$  قطع کند. فاصله‌ی رأس  $C$  از  $BD$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲)  $\frac{7}{75}$  (۳)  $\frac{7}{5}$  (۴)  $\frac{7}{25}$

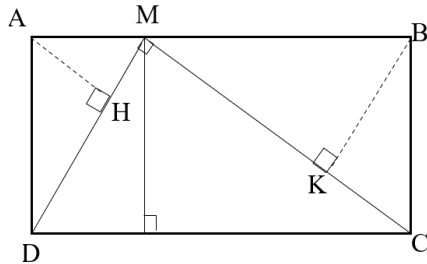
۱۲۲- در شکل زیر، نقطه‌ی P وتر مثلث قائم‌الزاویه را به نسبت ۱ و ۲ تقسیم کرده است. مساحت مستطیل مشخص شده، چه کسری از مساحت بزرگترین مثلث قائم‌الزاویه است؟



(۲)  $\frac{2}{3}$   
(۴)  $\frac{4}{9}$

(۱)  $\frac{1}{2}$   
(۳)  $\frac{3}{5}$

۱۲۳- در شکل زیر نقطه‌ی M طوری روی ضلع AB از مستطیل ABCD قرار دارد که MC و MD برهم عمودند و  $\frac{MA}{AB} = \frac{1}{5}$ . حاصل  $\frac{AH}{BK}$  کدام است؟



(۲)  $\frac{1}{3}$   
(۴)  $\frac{1}{5}$

(۱)  $\frac{1}{2}$   
(۳)  $\frac{1}{4}$

۱۲۴- یک مخروط قائم به شعاع قاعده‌ی ۲ و ارتفاع ۴ را با صفحه‌ای افقی به فاصله‌ی ۲ از رأس مخروط برش می‌دهیم. حجم قسمت باقی‌مانده در زیر این صفحه، کدام است؟

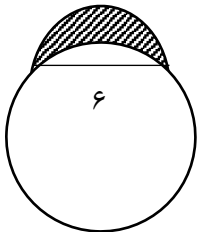
(۴)  $6\pi$

(۳)  $5\pi$

(۲)  $\frac{16}{3}\pi$

(۱)  $\frac{14}{3}\pi$

۱۲۵- در شکل زیر دایره‌ای به شعاع ۶ رسم و وتری هم طول با شعاع در آن در نظر گرفته و سپس نیم‌دایره‌ای به قطر این وتر رسم کرده‌ایم. مساحت قسمت رنگی کدام است؟



(۲)  $3\pi + 9\sqrt{3}$

(۱)  $9\sqrt{3} - \frac{3}{2}\pi$

(۴)  $\frac{3}{2}\pi + 9\sqrt{3}$

(۳)  $9\sqrt{3} - 3\pi$

۱۲۶- در دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۷، طول مماس مشترک داخلی برابر با  $2\sqrt{22}$  است. بیشترین فاصله‌ی بین نقاط این دو دایره کدام است؟

(۴) ۲۵

(۳) ۲۴

(۲) ۲۳

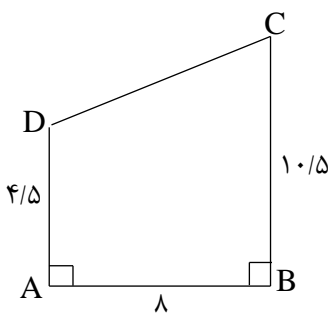
(۱) ۲۲

۱۲۷- مساحت دایره محیطی یک شش ضلعی منتظم، چند برابر مساحت دایره محاطی آن است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۲

۱۲۸- در شکل زیر،  $M$  نقطه‌ی متغیر، واقع بر  $AB$  است. کمترین مقدار امکان پذیر برای محیط

مثلث  $MCD$  کدام است؟



- (۱) ۲۷ (۲) ۲۶ (۳) ۲۴ (۴) ۲۵

۱۲۹- در مثلثی به اضلاع ۵، ۷ و ۸ فاصله‌ی مرکز دایره‌ی محیطی، از ضلع متوسط به کدام عدد نزدیکتر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۱/۵ (۳) ۲ (۴) ۲/۵

۱۳۰- در مثلث  $ABC$ ، میانه‌ی  $AM$  را رسم می‌کنیم. اگر نیمسازهای دو زاویه‌ی  $AMB$  و  $AMC$  به ترتیب اضلاع  $AB$  و  $AC$

را در  $P$  و  $Q$  قطع کنند طول  $PQ$  با کدام گزینه برابر نیست؟

- (۱)  $\sqrt{MP^2 + MQ^2}$  (۲)  $\frac{AP \cdot BC}{AB}$  (۳)  $2OM$  (۴)  $\frac{1}{2}(AP + AQ)$

۱۳۱- اگر  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ،  $B = \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ -9 & 10 \end{pmatrix}$ ، آنگاه ستون اول ماتریس  $A^{-1}B + BA^{-1}$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} -7 \\ 9 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 7 \\ -9 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -14 \\ 18 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 14 \\ -18 \end{bmatrix}$

۱۳۲- اگر  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ ، آنگاه از معادله‌ی ماتریسی  $AX = A - A^{-1}$ ، مجموع درایه‌های ماتریس  $X$  کدام است؟

- (۱) ۲/۵ (۲) ۲/۷۵ (۳) ۳ (۴) ۳/۲۵

۱۳۳- اگر  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ ، آنگاه دترمینان ماتریس  $\frac{1}{3}A$  کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۲/۵ (۴) ۱/۲۵

۱۳۴- دایره‌ی به معادله‌ی  $x^2 + y^2 - 2x + y = c$  روی محور  $x$ ها وترى به طول  $2\sqrt{2}$  ایجاد می‌کند. طول بزرگترین وترى که از تقاطع یک خط با این دایره حاصل می‌شود، کدام است؟

- (۱)  $4/5$  (۲)  $3/5$  (۳)  $4$  (۴)  $3$

۱۳۵- کانون سهمی به معادله‌ی  $2x^2 - 4x + 3y = b$  روی نیمساز ناحیه‌ی اول قرار دارد.  $b$  کدام است؟

- (۱)  $2/8$  (۲)  $-1/8$  (۳)  $5/2$  (۴)  $-1/2$

۱۳۶-  $F'$  و  $F$  کانون‌های یک بیضی و  $M$  و  $M'$  نزدیک‌ترین نقاط آن به مرکز هستند. اگر مساحت چهارضلعی‌ای که این چهار نقطه رأس‌های آن هستند ۴ واحد مربع و طول قطر کانونی بیضی ۴ واحد باشد، خروج از مرکز آن کدام است؟

- (۱)  $1/2$  (۲)  $\sqrt{2}/2$  (۳)  $1/3$  (۴)  $\sqrt{3}/3$

۱۳۷- اگر  $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{k}$ , آنگاه حجم متوازی‌السطوحی که روی سه بردار  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  و  $\vec{a} \times \vec{b}$  ساخته می‌شود، کدام است؟

- (۱)  $12$  (۲)  $15$  (۳)  $18$  (۴)  $21$

۱۳۸- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه با مرجع  $U$  باشند، ساده شده‌ی عبارت  $(A - B') \cup [(A \cup B) - (A' \cap B)]'$  کدام است؟

- (۱)  $B' \cup A$  (۲)  $A' \cup B$  (۳)  $A$  (۴)  $B$

۱۳۹- اگر در یک کلاس ۱۵ نفره، ۵ نفر به فوتبال و ۷ نفر به بسکتبال علاقه‌مند باشند و ۶ نفر به هیچ‌یک از این دو رشته ورزشی علاقه‌ای نداشته باشند، چند نفر در کلاس هستند که به هر دو رشته علاقه دارند؟

- (۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴)  $4$

۱۴۰- کدام گزینه هم‌ارز منطقی گزاره‌ی  $p \Rightarrow \sim q \Rightarrow \sim p$  می‌باشد؟

- (۱)  $p \Rightarrow q$  (۲)  $q \Rightarrow p$  (۳)  $p \Leftrightarrow q$  (۴)  $p \vee q$

۱۴۱- پنج نوع گل داریم به چند طریق می‌توان یک دسته گل با ۱۰ شاخه گل ایجاد کرد به شرطی که از هر ۵ نوع گل در آن شاخه‌ای باشد؟

- (۱)  $126$  (۲)  $630$  (۳)  $756$  (۴)  $1001$

۱۴۲- تاس سالمی را دو بار پرتاب می‌کنیم، احتمال اینکه تفاضل اعداد رو شده مضرب ۳ باشد، چند است؟

- (۱)  $1/12$  (۲)  $1/6$  (۳)  $1/3$  (۴)  $2/3$

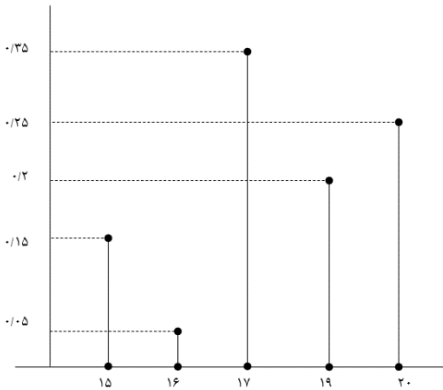
۱۴۳- در ظرف A، ۷ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارد و در ظرف B، ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارد یک ظرف را به تصادف انتخاب کرده و از آن دو مهره خارج می‌کنیم با چه احتمالی مهره‌ها هم‌رنگ نیستند؟

$\frac{215}{396}$  (۴)       $\frac{215}{792}$  (۳)       $\frac{430}{496}$  (۲)       $\frac{71}{132}$  (۱)

۱۴۴- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند و داشته باشیم  $P(A \cup B) = 0.4$  و  $P(A \cup B') = 0.8$ ،  $P(A - B)$  چقدر است؟

$0.45$  (۴)       $0.3$  (۳)       $0.2$  (۲)       $0.15$  (۱)

۱۴۵- با توجه به نمودار میله‌ای فراوانی نسبی داده‌های کمی گسسته، اختلاف میانه از مد چقدر است؟



- (۱) صفر
- (۲) ۰/۵
- (۳) ۱
- (۴) ۲

۱۴۶- در داده‌های مرتب شده‌ی ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۷، ۸، ۱۲، ۱۳، ۱۳، ۱۵، ۱۵، ۱۶، ۱۶، ۱۷، ۲۰ واریانس داده‌های داخل جعبه چقدر است؟

$13/75$  (۴)       $13/25$  (۳)       $12/75$  (۲)       $12/25$  (۱)

۱۴۷- به ازای چند عدد دو رقمی n عدد  $1 - 3^n$  بر ۱۱۹ بخش‌پذیر است؟

۸ (۴)      ۴ (۳)      ۲ (۲)      ۱ (۱)

۱۴۸- اگر ۱۳ برابر عدد پنج رقمی  $\overline{aa \cdot aa}$  مربع کامل باشد، a چند است؟

۳ (۱)      ۵ (۲)      ۷ (۳)      ۴ نشدنی (۴)

۱۴۹- باقیمانده تقسیم A بر ۱۷ و ۱۳ به ترتیب ۹ و ۵ می‌باشد، مجموع ارقام کوچکترین عدد سه رقمی A کدام است؟

۴ (۱)      ۶ (۲)      ۹ (۳)      ۱۳ (۴)

۱۵۰- مجموع اعداد دو رقمی n که به ازای آنها  $7n + 5$  و  $12n + 1$  نسبت به هم اول نیستند، چقدر است؟

۲۲ (۱)      ۵۳ (۲)      ۷۵ (۳)      ۹۷ (۴)

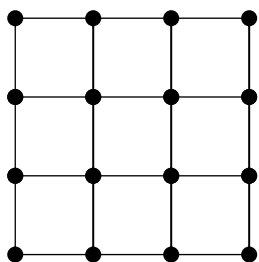
۱۵۱- گرافی با درجه رأس‌های ۴ و ۴ و ۳ و ۳ و ۳ و ۳ که هیچ یک از دو رأس با درجه‌های برابر مجاور نباشند، چند دور به طول ۴ دارد؟

۳۶ (۴)

۱۸ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)



۱۵۲- عدد احاطه‌گری گراف روبه‌رو کدام است؟

۴ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)

۱	۲		
۲	۱		

۱۵۳- مربع لاتین روبه‌رو را به چند طریق می‌توان تکمیل کرد؟

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۱۵۴- چند عدد طبیعی کوچکتر مساوی ۱۰۰ داریم که نسبت به ۶۰ اول باشند؟

۴۱ (۴)

۳۵ (۳)

۲۹ (۲)

۲۶ (۱)

۱۵۵- در کیسه‌ای ۳ گوی آبی، ۴ گوی قرمز، ۶ گوی زرد و ۵ گوی سبز داریم، حداقل چند گوی انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم همواره حداقل سه گوی با رنگ متفاوت داریم؟

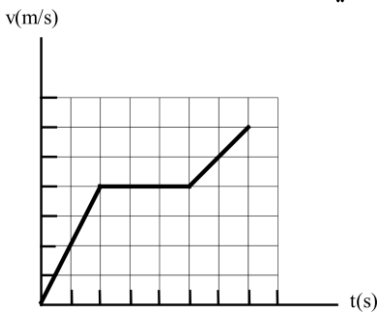
۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۷ (۲)

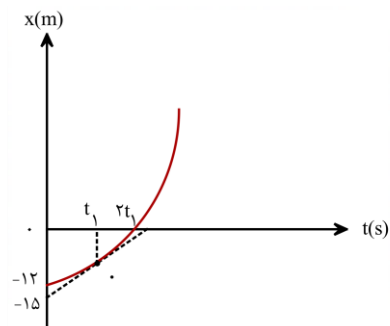
۴ (۱)

۱۵۶- نمودار سرعت - زمان متحرکی مطابق شکل مقابل است. اگر بیشینه شتاب متحرک در طول مسیر  $\frac{2}{5} \frac{m}{s^2}$  باشد و مسافت  $240m$  را با سرعت ثابت طی کرده باشد، بیشینه سرعت متحرک چند متر بر ثانیه است؟



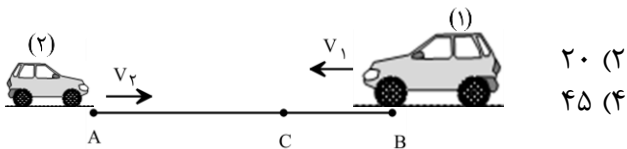
- (۱) ۲۰
- (۲) ۳۰
- (۳) ۴۰
- (۴) ۸۰

۱۵۷- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند و خط مماس بر منحنی در لحظه  $t_1$ ، مطابق شکل روبه رو است. اگر سرعت متوسط متحرک در  $t_1$  ثانیه اول  $1 \frac{m}{s}$  و در  $t_1$  ثانیه دوم  $3 \frac{m}{s}$  باشد، سرعت متحرک در لحظه  $t_1$  چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۲
- (۲) ۲/۴
- (۳) ۳
- (۴) ۳/۶

۱۵۸- دو متحرک با سرعت های ثابت  $v_1$  و  $v_2 = 2|v_1|$  هم زمان از نقاط A و B به سمت یکدیگر حرکت می کنند و در نقطه C از کنار یکدیگر عبور می کنند. در ادامه، متحرک اول پس از یک دقیقه به نقطه A می رسد. چند ثانیه طول می کشد تا متحرک دوم از C به B برسد؟

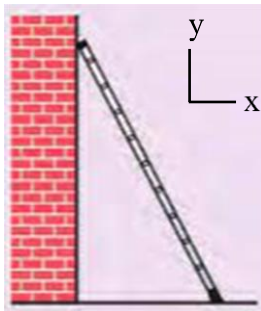


- (۱) ۱۵
- (۲) ۲۰
- (۳) ۳۰
- (۴) ۴۵

۱۵۹- جسمی به جرم  $2kg$  از ارتفاع معینی رها می شود و پس از  $2s$  با سرعت  $8 \frac{m}{s}$  به سطح زمین می رسد. نیروی وزن جسم چند برابر نیروی مقاومت هوای متوسط وارد بر آن است؟

- (۱) ۱
- (۲)  $\frac{4}{3}$
- (۳)  $\frac{5}{3}$
- (۴)  $\frac{5}{2}$

۱۶۰- در شکل روبه‌رو، نردبانی به جرم  $12\text{kg}$  به دیوار قائمی با ضریب اصطکاک ایستایی  $0/4$  تکیه داده شده است. ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح زمین و پای نردبان  $0/5$  است و نردبان در آستانه سرخوردن روی زمین و دیوار است. بردار نیرویی که از طرف نردبان به سطح زمین وارد می‌شود، کدام است؟  $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



(۱)  $(25\text{N})\vec{i} + (-50\text{N})\vec{j}$

(۲)  $(50\text{N})\vec{i} + (-100\text{N})\vec{j}$

(۳)  $(-25\text{N})\vec{i} + (-10\text{N})\vec{j}$

(۴)  $(-50\text{N})\vec{i} + (100\text{N})\vec{j}$

۱۶۱- وزنه‌ای به جرم  $2\text{kg}$  را به انتهای فنری می‌بندیم و فنر را از سقف یک آسانسور آویزان می‌کنیم. اگر آسانسور با سرعت ثابت  $2\text{m/s}$  رو به بالا حرکت کند، طول فنر به  $13\text{cm}$  و اگر با شتاب ثابت  $2\text{m/s}^2$  شروع به حرکت به سمت بالا کند،

طول فنر به  $13/2\text{cm}$  می‌رسد. ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟  $(g = 10\text{m/s}^2)$

(۴)  $2000$

(۳)  $1000$

(۲)  $20$

(۱)  $10$

۱۶۲- طول عقربه دقیقه شمار یک ساعت دیواری  $\frac{7}{4}$  برابر طول عقربه ساعت شمار آن است. سرعت خطی نوک عقربه ساعت شمار چند برابر سرعت خطی نوک عقربه دقیقه شمار است؟

(۴)  $\frac{1}{42}$

(۳)  $42$

(۲)  $\frac{1}{21}$

(۱)  $21$

۱۶۳- وزنه‌ای روی پاره خطی به طول  $8\text{cm}$  روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. وزنه از مکان  $x = +4\text{cm}$  از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و در لحظه  $t_1 = 6\text{s}$  برای اولین بار از  $2$  سانتی‌متری مرکز نوسان عبور می‌کند. وزنه چند ثانیه پس از لحظه  $t_1$  برای دومین بار در فاصله  $2$  سانتی‌متری مرکز نوسان قرار می‌گیرد؟

(۴)  $16$

(۳)  $12$

(۲)  $8$

(۱)  $6$

۱۶۴- بیشترین مسافتی که یک نوسانگر هماهنگ ساده در مدت  $\frac{T}{6}$  طی می‌کند چند برابر کم‌ترین مسافتی است که در همین مدت طی می‌کند؟

(۴)  $2 + \sqrt{3}$

(۳)  $2 - \sqrt{3}$

(۲)  $2$

(۱)  $\sqrt{3}$

۱۶۵- دو آونگ ساده A و B در کنار هم نوسان می‌کنند. به ازای هر  $3$  نوسان آونگ A، آونگ B یک نوسان بیشتر از A انجام می‌دهد. طول آونگ B چند برابر طول آونگ A است؟

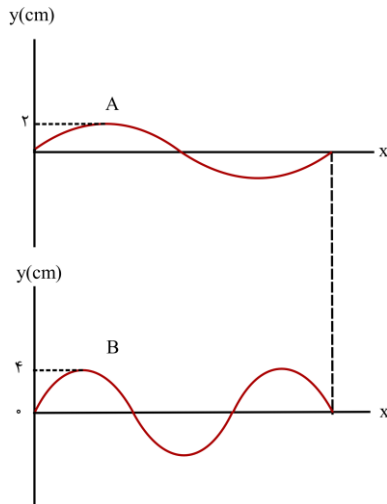
(۴)  $\frac{4}{9}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

(۲)  $\frac{9}{16}$

(۱)  $\frac{3}{4}$

۱۶۶- در شکل زیر، دو موج عرضی با بسامدهای مساوی در دو طناب A و B منتشر می‌شوند. در مدت زمانی که موج ۶m در طول طناب A پیش می‌رود، مسافت چند متر را در طناب B طی می‌کند؟

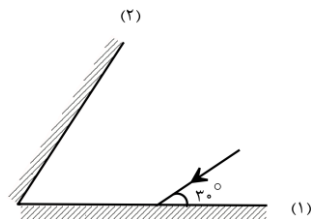


- ۴ (۱)
- ۶ (۲)
- ۸ (۳)
- ۹ (۴)

۱۶۷- دو موج مکانیکی A و B در یک محیط کشسان منتشر می‌شوند، اگر طول موج B، ۲ برابر طول موج A باشد، بسامد و تندی انتشار موج B چند برابر موج A است؟ (از راست به چپ)

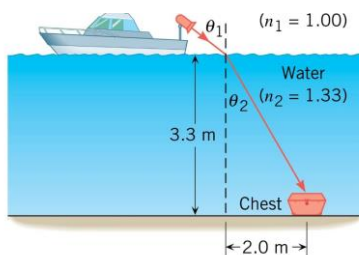
- $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$  (۴)
- $1, \frac{1}{2}$  (۳)
- $1, 4$  (۲)
- $2, 1$  (۱)

۱۶۸- در شکل روبه‌رو زاویه‌ی بین دو آینه چند درجه باشد تا پرتو بازتابش از آینه‌ی (۲) موازی آینه‌ی (۱) باشد؟



- ۳۰ (۱)
- ۴۵ (۲)
- ۶۰ (۳)
- ۷۵ (۴)

۱۶۹- در شکل روبه‌رو، از یک قایق ردیاب برای روشن کردن صندوقی در کف دریا استفاده شده است. نور پرتوافکن باید تقریباً تحت چه زاویه‌ای ( $\theta_1$ ) به سطح آب دریا تابانده شود؟ (ضریب شکست آب  $\frac{4}{3}$  و ضریب شکست هوا ۱ است و  $2\sqrt{3} \approx 3.3$ )



- $2\sqrt{3} \approx 3.3$
- ۳۰ (۱)
- ۳۷ (۲)
- ۴۲ (۳)
- ۵۳ (۴)

۱۷۰- شخصی در فاصله ۵ متری از یک چشمه صوت قرار دارد و امواج صوتی حاصل از چشمه را با تراز ۸۰dB دریافت می کند.

توان چشمه چند وات است؟ (از جذب انرژی توسط محیط صرف نظر می شود،  $\pi = 3$  و  $I = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$  است.)

- (۱)  $3 \times 10^{-2}$  (۲)  $3 \times 10^2$  (۳)  $7/5 \times 10^{-3}$  (۴) ۷۵

۱۷۱- تار کشیده ای به طول ۰/۵ متر و قطر ۵mm با چگالی  $4 \frac{g}{cm^3}$  بین دو نقطه محکم بسته شده است. اگر بسامد صوت اصلی ۵۰Hz باشد، کشش تار چند نیوتون است؟ ( $\pi = 3$ )

- (۱) ۱۲۲/۵ (۲) ۳۷۵ (۳) ۷۵۰ (۴) ۱۸۷/۵

۱۷۲- در یک آزمایش فوتوالکتریک بلندترین طول موجی که بتواند از یک فلز، الکترون جدا کند، ۷۷۵nm است. با تاباندن چه طول موجی بر حسب نانومتر بر این فلز، انرژی جنبشی بیشینه فوتوالکترون ها  $6/4 \times 10^{-20} J$  می شود؟

$$(hc = 1240 \text{ nm.eV}, e = 1/6 \times 10^{-19} C)$$

- (۱) ۶۲۰ (۲) ۳۱۰ (۳) ۱۵۵ (۴) ۷۷/۵

۱۷۳- در اتم هیدروژن، اگر الکترون در مدار  $n = 6$  قرار داشته باشد، با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن اگر این اتم به حالت پایه برود، تعداد فوتون هایی که ممکن است در ناحیه فرابنفش تابش کند چند برابر تعداد فوتون هایی است که ممکن است در ناحیه فروسرخ تابش کند؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{6}{15}$  (۳)  $\frac{5}{6}$  (۴)  $\frac{6}{5}$

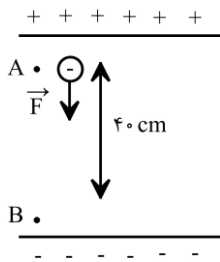
۱۷۴- در تابش سومین خط رشته بالمر ( $n' = 2$ ) شعاع مدار الکترون چند برابر می شود؟

- (۱)  $\frac{4}{9}$  (۲)  $\frac{9}{4}$  (۳)  $\frac{4}{25}$  (۴)  $\frac{25}{4}$

۱۷۵- نیمه عمر ماده پرتوزا ۵ ساعت است. پس از چند ساعت، تعداد هسته های واپاشیده شده ۱۵ برابر تعداد هسته های باقی مانده از ماده اولیه می شود؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۳۰

۱۷۶- در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی  $E = 100 \frac{kN}{C}$  ذره‌ای به جرم ۲۵۰ گرم و دارای بار الکتریکی  $10 \mu C$  را از حال سکون به وسیله نیروی خارجی  $\vec{F}$  از نقطه A تا B جابه‌جا می‌کنیم. اگر تندی ذره در نقطه B به  $2\sqrt{2} \frac{m}{s}$  برسد، بزرگی نیروی  $\vec{F}$  کدام است؟



۲۰ (۱)

۱۰ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

۱۷۷- بر روی یکی از صفحات یک خازن به ظرفیت  $10 \mu F$ ، تعداد  $5 \times 10^{15}$  الکترون اضافی قرار دارد و پتانسیل آن  $(-20V)$  است. پتانسیل نقطه‌ای مانند A که در فاصله‌ی میان صفحات این خازن بوده و از هر دو صفحه فاصله یکسانی دارد، چند ولت است؟

۴۰ (۴)

-۴۰ (۳)

-۱۰ (۲)

۲۰ (۱)

۱۷۸- ظرفیت خازنی  $20 \mu F$  و اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه آن  $V_1$  است. اگر  $20 \mu C$  بار الکتریکی را از صفحه منفی آن به صفحه مثبت انتقال دهیم، انرژی ذخیره شده در آن  $70 \mu J$  تغییر می‌کند.  $V_1$  چند ولت است؟

۸ (۴)

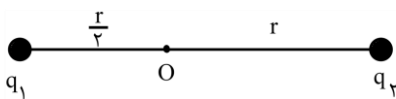
۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۷۹- مطابق شکل زیر، دو ذره باردار  $q_1 = -q$  و  $q_2 = 8q$  در فاصله  $\frac{3r}{2}$  از یکدیگر قرار دارند و بزرگی میدان خالص ناشی از دو ذره در نقطه O برابر  $E_{T_1}$  است. اگر فاصله بار  $q_2$  تا نقطه O را دو برابر کرده و ۵۰ درصد از بار  $q_2$  را به بار  $q_1$

منتقل کنیم، بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطه O برابر  $E_{T_2}$  می‌شود.  $\frac{E_{T_2}}{E_{T_1}}$  کدام است؟



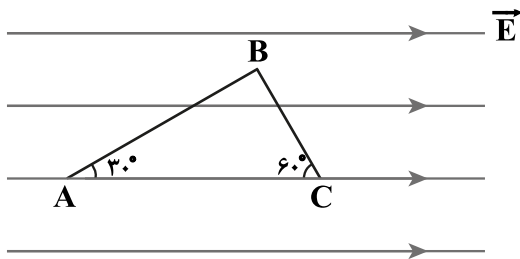
$\frac{12}{11}$  (۲)

$\frac{36}{11}$  (۱)

$\frac{11}{36}$  (۴)

$\frac{11}{12}$  (۳)

۱۸۰- در شکل روبرو، بار  $q = 12 \mu\text{C}$  در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی  $E = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$  به ترتیب مسیره‌های AB و BC را طی می‌کند. انرژی پتانسیل الکتریکی بار در این جابه‌جایی چند ژول و چگونه تغییر می‌کند؟ ( $AB = 40\sqrt{3} \text{ cm}$ )



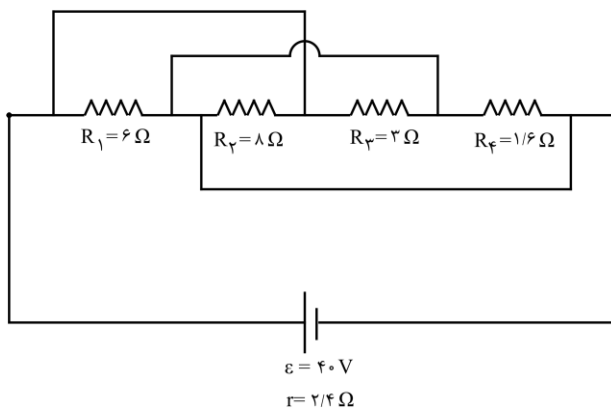
(۲) ۹/۶ ، افزایش

(۱) ۰/۹۶ ، افزایش

(۴) ۹/۶ ، کاهش

(۳) ۰/۹۶ ، کاهش

۱۸۱- مجموعه مدار مقاومتی زیر را به عنوان گرمکن مورد استفاده قرار داده‌ایم. با فرض آنکه تلفات گرما نداشته باشیم، چه مدت بر حسب ثانیه طول می‌کشد تا این گرمکن بتواند دمای ۱ کیلوگرم از مایعی به گرمای ویژه  $3200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}}$  را به میزان  $20\text{K}$  افزایش دهد؟



(۱) ۱۰۰

(۲) ۲۰۰

(۳) ۳۰۰

(۴) ۴۰۰

۱۸۲- یک سیم رسانای بدون روکش به طول  $l$  را به اختلاف پتانسیل ثابت  $V$  متصل می‌کنیم و مشاهده می‌کنیم که در مدت  $t$  ثانیه بهای برق مصرفی آن  $x$  ریال می‌شود. اگر طول این سیم را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کرده و آن را روی هم پیچیده و به همان اختلاف پتانسیل  $V$  متصل کنیم، بهای برق مصرفی در مدت  $4t$  ثانیه،  $y$  ریال می‌شود. نسبت  $\frac{x}{y}$  کدام است؟

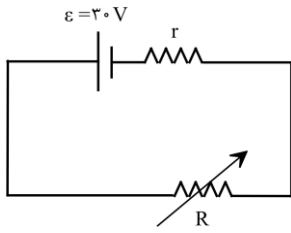
(۴) ۱۰۰

(۳)  $\frac{4}{25}$

(۲)  $\frac{25}{4}$

(۱)  $\frac{1}{100}$

۱۸۳- با تغییر مقاومت متغیر از  $15\Omega$  به  $25\Omega$ ، بازده مدار (نسبت توان مصرفی در مقاومت  $R$  به توان تولیدی باتری) از  $\frac{10}{9}$  برابر می‌شود. مقاومت درونی باتری چند اهم است؟



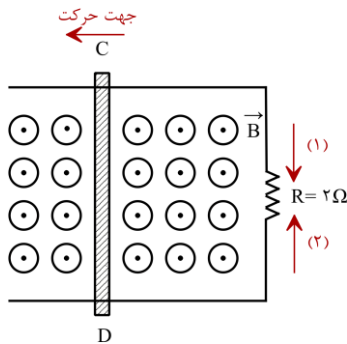
(۲) ۱۰

(۴) ۵

(۱)  $\frac{15}{2}$

(۳)  $\frac{5}{2}$

۱۸۴- در شکل زیر، میله رسانای  $CD$  به طول  $30\text{cm}$  با تندی  $8\frac{\text{m}}{\text{s}}$  به طرف چپ حرکت می‌کند. اگر میدان مغناطیسی یکنواخت  $2\text{T}$  در این محل برقرار باشد، با چشم‌پوشی از مقاومت میله‌های رسانا، جریان القایی متوسط در مقاومت  $R$  چند آمپر و در کدام جهت است؟



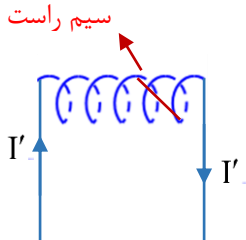
(۱)  $0.24\text{A}$  و جهت (۲)

(۲)  $0.12\text{A}$  و جهت (۱)

(۳)  $0.24\text{A}$  و جهت (۱)

(۴)  $0.12\text{A}$  و جهت (۲)

۱۸۵- مطابق شکل زیر، سیم‌لوله‌ای به طول  $l$  و تعداد حلقه‌های  $N$ ، به اختلاف پتانسیلی ثابت متصل است و جریان  $I$  از آن عبور می‌کند و درون این سیم‌لوله، سیم راست حامل جریانی به طول  $20$  سانتی‌متر و دارای جریان  $5\text{A}$  که زاویه‌ی  $30^\circ$  درجه با محور سیم‌لوله دارد، واقع است. اگر سیم‌لوله را نصف کنیم، با فرض اینکه کل سیم در سیم‌لوله باقی بماند، نیروی وارد بر آن چند برابر می‌شود؟ ( $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}$ )



(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۸

(۴) ۱

۱۸۶- با استفاده از سیمی به طول  $144$  سانتی‌متر، سیم‌لوله‌ای به شعاع  $4\text{cm}$  و طول  $30\text{cm}$  می‌سازیم. دو سر سیم‌لوله را به صورت موازی به مولدی با نیروی محرکه  $45$  ولت و مقاومت درونی  $1/5$  اهم متصل می‌کنیم. اگر مقاومت الکتریکی سیم‌لوله  $3$  اهم باشد، بزرگترین میدان مغناطیسی سیم‌لوله در نزدیکی محور اصلی چند گاوس است؟ ( $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}$ )

(۴)  $2/4$

(۳)  $4/8$

(۲)  $1/2$

(۱)  $3/6$

۱۸۷- آمپرسنجی رقمی شدت جریانی را که از یک مدار می‌گذرد،  $5/040$  میلی‌آمپر نشان می‌دهد. دقت این اندازه‌گیری چند دسی‌آمپر است؟

- (۱)  $1000$  (۲) ۱ (۳)  $10^{-3}$  (۴)  $10^{-5}$

۱۸۸- در هر دوره برداشت از هر هکتار زمین شالیزار تقریباً  $8/3$  تن از نوعی برنج می‌توان برداشت کرد. اگر جرم هر دانه از این نوع برنج  $24$  میلی‌گرم باشد، تعداد دانه‌های برنج برداشت‌شده از هر هکتار در یک دوره از چه مرتبه‌ای است؟ (با تخمین زدن)

- (۱)  $10^{16}$  (۲)  $10^{14}$

- (۳)  $10^{12}$  (۴)  $10^9$

۱۸۹- توپی به جرم  $350$  گرم از ارتفاع  $9$  متری سطح زمین رها می‌شود و پس از برخورد با سطح زمین حداکثر  $5$  متر بالا می‌آید. اگر در اثر برخورد با سطح زمین اتلاف انرژی ناچیز بوده و بزرگی نیروی مقاومت هوا در مسیر حرکت ثابت باشد، نیروی مقاومت هوا چند نیوتون بوده است؟

- (۱) ۱ (۲)  $1/2$

- (۳)  $1/6$  (۴) ۲

۱۹۰- چه تعداد از گزاره‌های زیر نادرست است؟

الف- اگر پوست پرتغالی را از آن جدا کنیم، چگالی پرتغال پوست‌کنده شده از چگالی پرتغال اولیه بیشتر می‌شود.

ب- هم چسبی بین مولکول‌های جیوه از دگر چسبی بین جیوه و شیشه کمتر است.

پ- شیشه از نوع جامد آمورف و یخ از نوع جامد بلورین است.

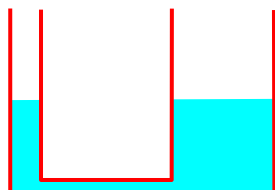
ت- نیروی بین مولکولی کوتاه برد است.

د- به ازای حجمی معین، گره نسبت به هر شکل هندسی دیگری، کوچک‌ترین مساحت سطح را دارد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹۱- در شکل روبه‌رو، مایعی با چگالی  $1/20 \frac{g}{cm^3}$  درون لوله وجود دارد. قطر لوله‌های دو طرف  $2cm$  و  $5cm$  است. چند گرم

از روغن به چگالی  $0/80 \frac{g}{cm^3}$  در لوله‌ی سمت چپ بریزیم تا سطح مایع در لوله‌ی سمت راست  $8$  میلی‌متر بالاتر بیاید؟ ( $\pi \cong 3$ )



- (۱)  $16/84$  (۲)  $18/56$

- (۳)  $20/88$  (۴)  $24/56$

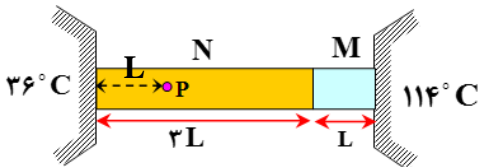
۱۹۲- کدام گزینه درست است؟

- (۱) فاصله ذرات سازنده مایع بسیار بیشتر از فاصله ذرات سازنده جامد است.
- (۲) فاصله میانگین مولکول‌های گاز تقریباً با اندازه مولکول‌های آن‌ها برابر است.
- (۳) افزایش دما نیروی هم‌چسبی را کاهش می‌دهد.
- (۴) افزودن مایع شوینده به آب، نیروی هم‌چسبی را افزایش می‌دهد.

۱۹۳- دو کره فلزی توپر A و B با چگالی‌های  $\rho_A = 9000 \text{ kg/m}^3$  و  $\rho_B = 8000 \text{ kg/m}^3$  است و گرمای ویژه  $c_A = 300 \text{ J/kg.K}$  و  $c_B = 400 \text{ J/kg.K}$  درون یک کوره قرار دارند. آن‌ها را از کوره درآورده و درون یک ظرف آب می‌اندازیم. اگر تا رسیدن به تعادل، گرمایی که کره A از دست می‌دهد، ۲ برابر گرمای از دست داده شده توسط B باشد، قطر کره A چند برابر قطر کره B است؟

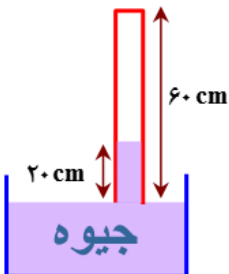
- (۱)  $\frac{4}{9}$       (۲)  $\frac{3}{4}$       (۳)  $\frac{4}{3}$       (۴)  $\frac{9}{4}$

۱۹۴- در شکل مقابل، دو میله رسانای گرمای M و N به ثابت رسانندگی  $k_M$  و  $k_N = 3k_M$  به یکدیگر متصل شده و بین دو دمای  $36^\circ\text{C}$  و  $114^\circ\text{C}$  قرار گرفته‌اند. اگر گرما فقط در امتداد طول میله‌ها منتقل شود، دمای نقطه P چند درجه سانتی‌گراد است؟ (از اتلاف گرما نیز صرف‌نظر می‌شود.)



- (۱) ۴۸      (۲) ۴۹      (۳) ۵۱      (۴) ۵۲

۱۹۵- در شکل مقابل، فشار هوای آزاد ۷۶ سانتی‌متر جیوه و طول لوله‌ی استوانه‌ای قائم ۶۰cm است. چند سانتی‌متر لوله را درون جیوه وارد نماییم تا طول ستون جیوه درون لوله ۱۶cm شود؟ (دما ثابت فرض می‌شود.)



- (۱)  $\frac{32}{5}$       (۲)  $\frac{21}{5}$       (۳)  $\frac{28}{3}$       (۴)  $\frac{20}{3}$

۱۹۶- به  $0.5 \text{ kg}$  آب  $2^\circ \text{C}$  مقدار  $4/2 \text{ kJ}$  گرما می‌دهیم. چگالی آب چگونه تغییر می‌کند؟ ( $c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}}$ )

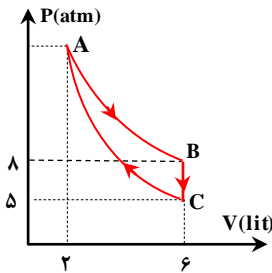
(۱) کاهش می‌یابد.

(۲) افزایش می‌یابد.

(۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۱۹۷- نمودار مقابل چرخه‌ی مربوط به  $0.5$  مول گاز کامل است. این چرخه شامل فرایندهای هم‌حجم، هم‌دما و بی‌دررو است. اگر انرژی درونی گاز در فرایند  $BC$  به اندازه‌ی  $2700$  ژول تغییر کرده باشد، کار انجام‌شده توسط گاز در فرایند بی‌دررو کدام است؟



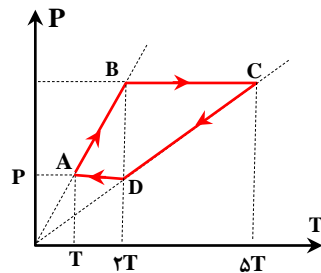
(۱)  $2700 \text{ J}$

(۲)  $-2700 \text{ J}$

(۳)  $1350 \text{ J}$

(۴)  $-1350 \text{ J}$

۱۹۸- نمودار مقابل فرایندهای مربوط به چرخه‌ی مقدار معینی از یک گاز کامل است. اگر فشار، حجم و دمای مطلق گاز در حالت  $A$  به ترتیب  $P$ ،  $V$  و  $T$  باشد، مقدار گرمایی که گاز در این چرخه مبادله می‌کند کدام است؟



(۱)  $1/5 PV$

(۲)  $2/5 PV$

(۳)  $3 PV$

(۴)  $5 PV$

۱۹۹- بازده یک ماشین گرمایی  $25$  درصد و در مدت  $5$  ثانیه  $100$  چرخه انجام می‌دهد. اگر این ماشین در هر چرخه  $240$  ژول گرما به منبع دمایی بدهد. توان خروجی این ماشین چند وات است؟

(۱)  $1200$

(۲)  $1500$

(۳)  $1600$

(۴)  $1800$

۲۰۰- ضریب عملکرد یک یخچال  $4$  و توان مفید آن  $125 \text{ W}$  است. این یخچال در چه مدت می‌تواند  $2 \text{ kg}$  آب  $20^\circ \text{C}$  را به یخ  $10^\circ \text{C}$  تبدیل کند؟ (گرمای ویژه‌ی آب  $c_w = 4200 \text{ J/kg.K}$ ، گرمای ویژه‌ی یخ  $c_i = 2100 \text{ J/kg.K}$ ، گرمای نهان ویژه‌ی انجماد

آب  $(L_F = 336000 \text{ J/kg})$

(۱)  $1764$  ثانیه

(۲)  $1324$  ثانیه

(۳)  $882$  ثانیه

(۴)  $785$  ثانیه

۲۰۱- با توجه به جدول زیر، داده‌های چند مورد از ردیف‌های آن درست است؟

ردیف	ویژگی‌ها	${}^{40}_{20}D$	${}^{31}_{15}C$	${}^{64}_{29}B$	${}^{45}_{21}A$
۱	مجموع گروه و دوره عنصر در جدول تناوبی	۶	۱۸	۱۵	۷
۲	تفاوت شمار ذرات زیراتمی در هسته اتم	۰	۱	۶	۳
۳	مجموع شمار الکترون‌ها با $l = 1$ و $l = 2$	۱۲	۹	۲۲	۱۳
۴	کلرید با بالاترین عدد اکسایش	$DCl_2$	$CCl_2$	$BCl_2$	$ACl_2$
۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)		

۲۰۲- کدام مطلب درست است؟

- (۱) فراوان ترین نافلز موجود در سیاره زمین، در ساختار سیاره مشتری یافت نمی‌شود.  
 (۲) هر چه نیم‌عمر یک ایزوتوپ از یک عنصر خاص کوتاه‌تر باشد، آن ایزوتوپ پایدارتر است.  
 (۳) احتمال جذب گلوکز معمولی توسط توده سرطانی با احتمال جذب مولکول‌های گلوکز نشان‌دار یکسان است.  
 (۴) نسبت نوترون به پروتون در ناپایدارترین ایزوتوپ طبیعی هیدروژن، برابر با شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در هیدروژن سیانید است.

۲۰۳- در یون  ${}^{200}A^{2+}$ ، شمار ذره‌های زیراتمی خنثی  $1/5$  برابر عدد اتمی است. در یک نمونه  $64$  گرمی از این یون تک اتمی، چند مول الکترون وجود دارد؟

- (۱)  $24/96$  (۲)  $25/6$  (۳)  $49/66$  (۴)  $38/4$

۲۰۴- ارتفاع دو لایه تروپوسفر و استراتوسفر به ترتیب برابر با  $11/5$  و  $12/6$  کیلومتر است. اگر میانگین دما در سطح زمین در حدود  $14^\circ C$  در نظر گرفته شود و به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع در لایه استراتوسفر،  $5$  درجه سلسیوس افزایش دما رخ دهد، دما در انتهای لایه استراتوسفر برابر با چند کلون می‌شود؟

- (۱)  $218$  (۲)  $248$  (۳)  $281$  (۴)  $294$

۲۰۵- نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ساختار چند ترکیب از ترکیب‌های داده شده با هم برابر است؟

- $NO_2Cl$   $SCO$   $SO_2$   $SO_2$   $POCl_3$   $NF_3$   
 (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۰۶- در یک کارخانه روزانه از مخلوطی به جرم  $31$  کیلوگرم از منیزیم‌اکسید و کلسیم‌اکسید برای تبدیل گاز کربن دی‌اکسید حاصل از سوختن کامل گاز متان به مواد معدنی استفاده می‌شود. اگر در مخلوط اولیه شمار کاتیون‌های فلز با فعالیت شیمیایی بیشتر،  $1/5$  برابر شمار یون‌های فلز دیگر باشد، روزانه حداکثر چند کیلوگرم گاز متان در این کارخانه مصرف می‌شود؟

( $Ca = 40, Mg = 24, O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$ )

- (۱)  $6/4$  (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)  $11/2$

۲۰۷- مقدار کافی کلسیم کلرید، با ۴۰۰ گرم محلول سدیم فسفات ۸/۲ درصد جرمی واکنش می‌دهد و سدیم کلرید، یکی از فراورده‌های این واکنش است. با توجه به فرایند انجام شده، کدام یک از مطالب زیر درست است؟ (از تغییر حجم محلول چشم‌پوشی کنید.)  
 $(Ca = 40, Cl = 35/5, P = 31, Na = 23, O = 16 : g.mol^{-1})$

(آ) طی این فرایند به تقریب ۶۲ گرم رسوب کلسیم فسفات به دست می‌آید.

(ب) در این واکنش شیمیایی،  $10^{22} \times 1/204$  یون چنداتی فسفات مصرف می‌شود.

(پ) مشابه فرایند انحلال اتیلن گلیکول در آب، نیروی جاذبه یون-دوقطبی سبب انحلال فراورده‌ها در آب می‌شوند.

(ت) با انحلال مقدار مشابه کلسیم کلرید در ۵ کیلوگرم آب، محلولی با غلظت تقریبی  $4260 ppm$  از یون کلرید بدست می‌آید.

(۱) آ و ب (۲) آ و پ (۳) ب و ت (۴) پ و ت

۲۰۸- کدام مطلب زیر، نادرست است؟

(۱) از بین دو مولکول قطبی اتانول و استون، مولکولی با جرم مولی کمتر، نقطه جوش بالاتری دارد.

(۲) گشتاور دوقطبی هگزان ناچیز و در حدود صفر بوده و از این ماده به عنوان رقیق کننده رنگ استفاده می‌شود.

(۳) میانگین قدرت پیوند یونی در  $BaSO_4$  و پیوندهای هیدروژنی در آب، از نیروی جاذبه یون-دوقطبی در مخلوط این دو ماده بیشتر است.

(۴) ترکیب‌های هیدروژن دار حاصل از عناصر گروه ۱۵ قطبی بوده و نقطه جوش آن‌ها با افزایش جرم مولی این ترکیب‌ها مرتباً افزایش می‌یابد.

۲۰۹- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

(آ) با افزایش درصد جرمی نمک موجود در آب دریا، انحلال پذیری گاز اکسیژن در آن کاهش پیدا می‌کند.

(ب) انحلال پذیری گازهای مختلف در آب با فشار گاز رابطه مستقیم داشته و با دما رابطه عکس دارد.

(پ) گاز حاصل از واکنش قرص جوشان با آب، اصلی ترین گاز گلخانه‌ای موجود در هواکره به شمار می‌رود.

(ت) برخلاف پتاسیم نیترات و پتاسیم کلرید، کاهش دما انحلال پذیری لیتیم سولفات را در آب افزایش می‌دهد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱۰- با توجه به واکنش‌های زیر، اگر ۲۰۰ میلی لیتر محلول ۱۸/۹ درصد جرمی نیتریک اسید با چگالی  $1 g.mL^{-1}$ ، با مقدار کافی گاز  $NO$  واکنش دهد، ..... گرم گاز  $NO_2$  تشکیل شده و اگر نصف گاز  $NO_2$  تولید شده با مقدار کافی گاز اکسیژن وارد واکنش شود، ..... لیتر گاز دی نیتروژن پنتاکسید در شرایط استاندارد بدست می‌آید. ( $O = 16, N = 14, H = 1 : g.mol^{-1}$ )

معادله واکنش موازنه شود  $HNO_3(aq) + NO(g) \rightarrow NO_2(g) + H_2O(l)$

معادله واکنش موازنه شود  $NO_2(g) + O_2(g) \xrightarrow{\text{نور خورشید}} N_2O_5(g)$

(۱) ۲۰/۷ - ۵/۰۴ (۲) ۲۰/۷ - ۱۰/۰۸ (۳) ۴۱/۴ - ۵/۰۴ (۴) ۴۱/۴ - ۱۰/۰۸

۲۱۱- در یک واحد صنعتی، در هر ثانیه ۲۵۶۰ گرم نفتالن در شرایط مناسب با مقدار کافی گاز هیدروژن در مجاورت کاتالیزگر نیکل واکنش داده و بطور کامل هیدروژن دار می‌شود. در صورتی که درصد خلوص نفتالن مصرف شده برابر با ۸۰٪ باشد، در هر ساعت چند کیلوگرم گاز هیدروژن در این واکنش مصرف می‌شود؟ ( $O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$ )

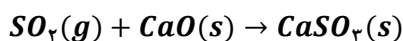
(۱) ۲۸۸ (۲) ۳۴۵/۶ (۳) ۵۷۶ (۴) ۶۹۱/۲

۲۱۲- کدام مطلب درست است؟ ( $O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1}$ )

- (۱) نام آلکانی با فرمول ساختاری  $CH_3CH(C_7H_5)CH_2CH_3$ ، به صورت ۲-اتیل بوتان بوده و این ماده همپار هگزان است.
- (۲) تفاوت جرم مولی چهارمین عضو خانواده سیکلوآلکان‌ها با جرم مولی پنجمین عضو خانواده آلکین‌ها برابر ۱۴ گرم بر مول است.
- (۳) از آلومینیم مذاب تولید شده در واکنش ترمیت برای جوش دادن قطعات فلزی موجود در خطوط راه آهن استفاده می‌شود.
- (۴) بر اثر سوختن کامل یک مول از سیکلوآلکانی که در ساختار آن ۱۵ پیوند اشتراکی وجود دارد، ۲۲۰ گرم  $CO_2$  آزاد می‌شود.

۲۱۳- برای تهیه مس خام از سنگ معدن سرچشمه کرمان، واکنش موازنه نشده  $Cu_2S + O_2 \rightarrow Cu + SO_2$  انجام می‌شود. با مصرف ۴ تن مس (I) سولفید با خلوص ۷۵٪، چند تن فلز مس تولید شده و برای به دام انداختن گاز  $SO_2$  تولید شده در این فرایند، به چند تن کلسیم اکسید نیاز است؟ (بازده واکنش تهیه مس خام را برابر با ۸۰٪ در نظر بگیرید.)

( $Cu = ۶۴, Ca = ۴۰, S = ۳۲, O = ۱۶ : g.mol^{-1}$ )



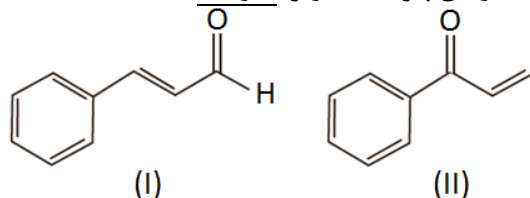
۱/۶۸ - ۱/۹۲ (۴)

۰/۸۴ - ۱/۹۲ (۳)

۱/۶۸ - ۰/۹۶ (۲)

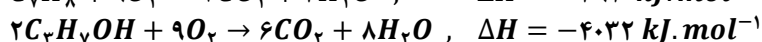
۰/۸۴ - ۰/۹۶ (۱)

۲۱۴- کدام مطلب، درباره ترکیب‌هایی با ساختارهای پیوند-خط زیر، نادرست است؟



- (۱) برخلاف زوج ترکیب‌های ۲-هپتانون و بنزالدهید، این دو ترکیب مولکولی نیز همپار به شمار می‌روند.
- (۲) ترکیب (I) در دارچین یافت می‌شود و گروه عاملی مشابه ترکیب آلی موجود در بادام دارد.
- (۳) نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن در این دو ترکیب یکسان، ولی محتوای انرژی این دو ترکیب متفاوت است.
- (۴) برای سوختن کامل ۱۹/۸ گرم از ترکیب (II)، ۳۸/۲۵ لیتر گاز اکسیژن در شرایط استاندارد مصرف می‌شود.

۲۱۵- با توجه به معادله‌های واکنش‌های گرمایشیمیایی زیر:



ارزش سوختی تولوئن ( $C_7H_8$ ) تقریباً چند برابر پروپانول بوده و با سوختن ۱۸ گرم پروپانول، چند کیلوگرم آب با دمای  $40^\circ C$  را

در فشار ۱ atm می‌توان به جوش آورد؟ ( $c_p = 4/2J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$ ،  $O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1}$ )

۳/۶ - ۲/۹۷ (۴)

۲/۴ - ۲/۹۷ (۳)

۳/۶ - ۱/۲۶ (۲)

۲/۴ - ۱/۲۶ (۱)

۲۱۶- مقدار  $\Delta H$  واکنش سوختن بخار استون در حضور اکسیژن کافی به تقریب برابر با چند کیلوکالری است؟ (آنتالپی پیوند  $O = O$

و میانگین آنتالپی پیوندهای  $C = O, C - C, C - H$  و  $O - H$  به ترتیب برابر با ۴۹۵، ۸۰۰، ۳۴۸، ۴۱۵ و ۴۶۳ کیلوژول بر مول بوده و هر کالری معادل با ۴/۲ ژول است.)

-۷۵۴/۶ (۴)

-۱۶۱۲/۴ (۳)

-۴۶۵/۲ (۲)

-۳۸۳/۸ (۱)

۲۱۷- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) سطح تماس یک ماده، در مقایسه با حجم آن ماده نقش مهم‌تری در سرعت انجام واکنش سوختن آن ماده دارد.  
 (ب) در شرایط یکسان، گرمای حاصل از واکنش هیدرازین با  $H_2$  از گرمای حاصل از واکنش  $N_2$  با  $H_2$  کمتر است.  
 (پ) گرافیت نوعی ماده کووالانسی بوده و گرمای حاصل از سوختن یک مول از آن بیشتر از یک مول الماس است.  
 (ت) علامت تغییر انرژی در فرایند ذوب یک ماده خالص، مشابه به فرایند فرازش آن ماده خواهد بود.  
 (ث) با افزایش شعاع اتمی فلزهای قلیایی، سرعت واکنش آن‌ها با آب سرد افزایش پیدا می‌کند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱۸- مقداری گاز  $NOBr$  را در یک ظرف سر بسته وارد می‌کنیم تا واکنش شیمیایی زیر با سرعت متوسط  $1/2 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$  انجام شود. اگر در ثانیه ۴۰ پس از شروع واکنش، مجموعاً ۱۵ مول فراورده در ظرف وجود داشته باشد، حجم ظرف مورد نظر برابر چند لیتر است؟



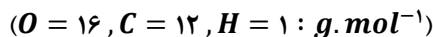
(۱) ۳/۲۵ (۲) ۶/۲۵ (۳) ۹/۲۵ (۴) ۱۲/۵

۲۱۹- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) ویتامین (کا)، همانند ویتامین (آ) در ساختار خود دارای یک حلقه کربنی آروماتیک است.  
 (ب) حدود ۵۰٪ از لباس‌های تولید شده در جهان با استفاده از پنبه و الیاف سلولزی موجود در آن تهیه می‌شوند.  
 (پ) استیرن ترکیبی با ۴ پیوند دوگانه بوده و پلیمر حاصل از بسپارش آن در ساخت ظروف یکبار مصرف استفاده می‌شود.  
 (ت) نشاسته، برخلاف کولار یک پلیمر زیست‌تخریب‌پذیر بوده و در طبیعت به مولکول‌های ساده و کوچک تجزیه می‌شود.  
 (ث) از اتصال پشت سر هم مولکول‌های اتن به یکدیگر در شرایط مناسب، پلی‌اتن سبک بدست می‌آید.

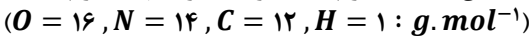
(۱) آ، ب، ت (۲) ب، پ، ت (۳) آ، ب، پ، ت (۴) ب، پ، ت، ث

۲۲۰- مقدار  $13/54$  گرم مخلوطی از ویتامین C با فرمول مولکولی  $C_6H_8O_6$  و ویتامین A با فرمول مولکولی  $C_{20}H_{30}O$  را در یک لیتر هگزان ریخته و به شدت هم‌زده و سپس صاف می‌کنیم. اگر از سوختن کامل جامد جمع شده روی کاغذ صافی ۲۶۸۸ میلی‌لیتر گاز کربن‌دی‌اکسید در شرایط استاندارد آزاد شود، درصد جرمی ویتامین A در مخلوط اولیه تقریباً کدام است؟



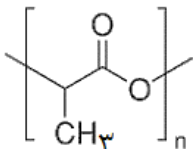
(۱) ۳۷ (۲) ۴۴ (۳) ۵۶ (۴) ۷۴

۲۲۱- اگر از واکنش  $30/5$  گرم بنزنوئیک‌اسید با خلوص ۸۰٪ با مقدار کافی متیل‌آمین،  $20/25$  گرم آمید تولید شود، چند گرم آب در این واکنش تولید شده و بازده این واکنش کدام است؟



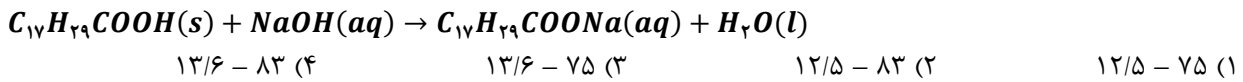
(۱)  $75 - 2/7$  (۲)  $80 - 2/7$  (۳)  $75 - 3/6$  (۴)  $80 - 3/6$

۲۲۲- با توجه به فرمول ساختاری زیر که مربوط به پلی‌لاکتیک‌اسید است، کدام مطلب نادرست است؟



- (۱) در ساختار این پلیمر، تعداد برابری از گروه‌های متیل و گروه‌های استری وجود دارد.  
 (۲) نوعی پلیمر سبز بوده و آن را از فراورده‌های کشاورزی مانند سیب زمینی، ذرت و نیشکر تهیه می‌کنند.  
 (۳) ظرف‌های پلاستیکی ساخته شده آن امکان تبدیل شدن به کود را داشته و ردپای کوچک‌تری در محیط زیست برجای می‌گذارند.  
 (۴) از نوعی مونومر با ساختار قطبی تشکیل شده و ۴۰ درصد از جرم ذرات سازنده آن از اتم‌های کربن تشکیل شده است.

۲۲۳- نمونه‌ای به جرم ۱/۳۹ گرم از اسیدچرب  $C_{17}H_{35}COOH$  با  $2/5 mL$  از محلول سود با درصدجرمی ۸٪ و چگالی  $1/2 g \cdot mL^{-1}$  به طور کامل واکنش می‌دهد. به تقریب چند درصد از سود در واکنش شرکت کرده و  $pH$  محلول نهایی کدام است؟ (از تغییر حجم محلول چشم‌پوشی کنید،  $Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$ )



۲۲۴- کدام مطالب زیر درست‌اند؟ ( $S = 32, O = 16, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$ )

(آ) همهٔ اسیدهای آرنیوس، در ساختار خود دارای اتم‌هایی از فراوان‌ترین عنصر موجود در جهان هستند.

(ب) در دما و غلظت یکسان، مقدار  $pH$  محلول سود در مقایسه با مقدار  $pH$  محلول آمونیاک پایین‌تر است.

(پ) به علت گرماده بودن و تولید گاز  $H_2$ ، از واکنش مخلوط  $Al$  و سود برای از بین بردن رسوب چربی استفاده می‌شود.

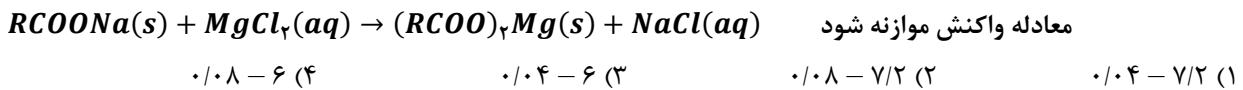
(ت) ۲ لیتر محلول  $4900 ppm$  از سولفوریک اسید با چگالی  $1 g \cdot mL^{-1}$ ، با  $0/2$  مول سدیم هیدروکسید خنثی می‌شود.

(۱) آ و ب                      (۲) آ و پ                      (۳) ب و ت                      (۴) پ و ت

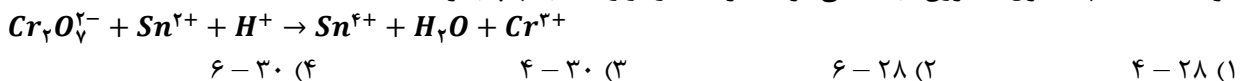
۲۲۵-  $pH$  یک نمونهٔ یک لیتری از محلول  $5/68$  گرم بر لیتر از یک اسید چرب سیرشده برابر  $2/5$  است. اگر درصد یونش این اسید برابر با ۱۵٪ باشد، تعداد اتم‌های هیدروژن این اسید و مقدار تقریبی ثابت یونش آن به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید،  $O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$ )

$5/3 \times 10^{-4} - 36$  (۴)                       $4/3 \times 10^{-4} - 36$  (۳)                       $5/3 \times 10^{-4} - 34$  (۲)                       $4/3 \times 10^{-4} - 34$  (۱)

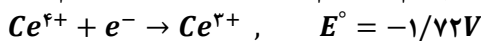
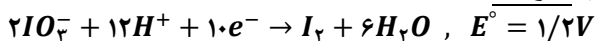
۲۲۶- به ۴۰۰ میلی‌لیتر آب سخت با چگالی  $1 g \cdot mL^{-1}$  که دارای یون‌های  $Mg^{2+}$  با غلظت  $252 \cdot ppm$  است،  $4/72$  گرم از صابون با جرم‌مولی  $236 g \cdot mol^{-1}$  اضافه شده است. طی این فرایند، چند گرم رسوب با خلوص ۷۵٪ تولید شده و غلظت نهایی یون منیزیم باقیمانده در محلول چند مول بر لیتر می‌شود؟ ( $Mg = 24, Na = 23 : g \cdot mol^{-1}$ )



۲۲۷- مجموع ضریب‌های استوکیومتری مواد در واکنش اکسایش-کاهش زیر چقدر بوده و در نیم‌واکنش کاهش آن، به ازای هر مول گونهٔ اکسند، چند مول الکترون مبادله می‌شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



۲۲۸- دربارهٔ واکنش اکسایش-کاهش بین گونه‌های داده شده، کدام مطلب نادرست است؟ ( $I = 127 : g \cdot mol^{-1}$ )



(۱) در این واکنش اکسایش-کاهش، کاتیون  $Ce^{3+}$  در نقش کاهنده است.

(۲) قدرت اکسندگی  $IO_3^-$  در مقایسه با قدرت اکسندگی  $Ce^{4+}$  کمتر است.

(۳)  $E^\circ$  واکنش برابر  $2/92$  ولت بوده و این واکنش به صورت خودبه‌خودی پیشرفت می‌کند.

(۴) به ازای تولید  $25/4$  گرم ید در این واکنش، یک مول الکترون مبادله می‌شود.

۲۲۹- در تولید صنعتی هر تن آلومینیم به روش هال، به تقریب چند کیلوگرم گرافیت با خلوص ۸۰٪ نیاز است و طی این فرایند، چند متر مکعب گاز کربن‌دی‌اکسید با چگالی ۲ گرم بر لیتر تولید می‌شود؟ ( $Al = 27, O = 16, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$ )

$611 - 467$  (۴)                       $625 - 417$  (۳)                       $625 - 467$  (۲)                       $611 - 417$  (۱)

۲۳۰- چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟

(آ) کربونیل سولفید دارای ۴ پیوند اشتراکی بوده و گشتاور دوقطبی آن از گشتاور دوقطبی مولکول اتین بزرگتر است.  
 (ب) در تولید برق با استفاده از انرژی خورشیدی، شارۀ مولکولی برای جذب انرژی خورشید مناسب‌تر از شارۀ یونی است.  
 (پ) کلروفرم از مولکول‌های قطبی تشکیل شده و به اتم مرکزی موجود در ساختار آن می‌توان بار جزئی منفی نسبت داد.  
 (ت) عدد کوئوردیناسیون هر یک از یون‌های  $Na^+$  و  $Cl^-$  موجود در بلور سدیم کلرید با هم مساوی و برابر با ۶ است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۳۱- در کدام گزینه، انرژی شبکه بلور (آنتالپی فروپاشی شبکه بلور) به درستی مقایسه نشده است؟

(۱)  $LiF > NaF$  (۲)  $Na_2O > Na_2S$  (۳)  $LiCl > NaF$  (۴)  $MgF_2 > Na_2O$

۲۳۲- در یک نمونه از آلیاژ نیتینول، به ازای هر ۱۰ اتم تیتانیوم، ۱۲ اتم نیکل وجود دارد. درصد جرمی فلز سبک‌تر در این آلیاژ به تقریب کدام است؟ ( $Ni = 59, Ti = 48 : g.mol^{-1}$ )

۱ (۱) ۲۵/۲ (۲) ۴۰/۴ (۳) ۵۰/۵ (۴) ۶۰/۶

۲۳۳- انرژی فعال‌سازی واکنش  $2CO(g) + O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g)$ ، برابر ۳۳۴ کیلوژول است. اگر تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌های این واکنش برابر با ۵۶۶ کیلوژول باشد، چند مورد از مطالب زیر، درست‌اند؟  
 (آ) آنتالپی واکنش و انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت به ترتیب برابر با ۵۶۶- و ۹۰۰ کیلوژول است.

(ب) به ازای مصرف ۱۱/۲ لیتر گاز اکسیژن در شرایط استاندارد، ۱۶۷ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

(پ) با استفاده از کاتالیزگر، نسبت انرژی فعال‌سازی به قدر مطلق آنتالپی واکنش کاهش پیدا می‌کند.

(ت) با استفاده از کاتالیزگر، شمار مولکول‌های گاز  $CO$  که در واحد زمان به  $CO_2$  تبدیل می‌شوند، افزایش می‌یابد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۳۴- در صورت استفاده از مبدل کاتالیستی در یک خودرو، مقدار گاز  $NO$  خارج شده از اگزوز به ازای طی یک کیلومتر از ۱/۰۴ به ۰/۰۴ گرم می‌رسد. اگر سرعت تولید گاز نیتروژن در مبدل کاتالیستی این خودرو در شرایط  $STP$  برابر با ۰/۳۳۶ لیتر بر دقیقه باشد، سرعت این خودرو چند کیلومتر در ساعت است؟ ( $O = 16, N = 14 : g.mol^{-1}$ )

۱ (۱) ۴۲ (۲) ۲۷ (۳) ۸۴ (۴) ۵۴

۲۳۵- مقدار ۵۶ گرم گاز  $CO$  و ۳۶ گرم بخار آب در یک ظرف دو لیتری مخلوط شده‌اند تا واکنش تعادلی زیر انجام شود. درصد پیشرفت واکنش مورد نظر و مجموع شمار مولکول‌های فراورده‌های واکنش پس از برقراری تعادل در ظرف واکنش به تقریب کدام

است؟ ( $CO(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons CO_2(g) + H_2(g) ; K = 4$  ( $O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$ ))

۱ (۱)  $1/2 \times 10^{24} - 75$  (۲)  $1/2 \times 10^{24} - 66$  (۳)  $1/6 \times 10^{24} - 75$  (۴)  $1/6 \times 10^{24} - 66$

۱۰۱- در یک دنباله هندسی صعودی مجموع جملات دوم و پنجم ۱۲ و تفاضل جملات دوم و هشتم ۸۴ است. قدرنسبت دنباله کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{5}{2}$  (۴)

۱۰۱. پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ۱۰۱)

مجموع جملات دوم و پنجم برابر ۱۲ است:

$$a_2 + a_5 = 12 \Rightarrow a_1q + a_1q^4 = 12 \Rightarrow a_1q(1+q^3) = 12 \quad (*)$$

تفاضل جملات دوم و هشتم ۸۴ است:

$$a_8 - a_2 = 84 \Rightarrow a_1q^7 - a_1q = 84 \Rightarrow a_1q(q^6 - 1) = 84 \quad (**)$$

با تقسیم (\*\*\*) بر (\*) داریم:

$$\frac{a_1q(q^6 - 1)}{a_1q(1+q^3)} = \frac{84}{12} \Rightarrow \frac{(q^3 - 1)(q^3 + 1)}{1+q^3} = 7 \Rightarrow q^3 - 1 = 7$$

$$q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$$

۱۰۲- اگر  $-1 < a < 0$  باشد و بدانیم  $x = a\sqrt{-a}$  و  $y = \frac{a}{\sqrt{-a}}$  آنگاه کدام رابطه صحیح است؟

- ۱)  $y < a < x$  ۲)  $y < x < a$  ۳)  $a < y < x$  ۴)  $x < a < y$

۱۰۲. پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ۱۰۳)

بهترین کار در حل اینگونه سؤالها عددگذاری است. اگر  $a = -\frac{1}{4}$  فرض کنیم:

$$x = a\sqrt{-a} = -\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{8}$$

$$y = \frac{a}{\sqrt{-a}} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

بنابراین چون  $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{4} < -\frac{1}{8}$  است یعنی  $y < a < x$  می باشد.

۱۰۳- به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$  نمودار سهمی  $y = (m+1)x^2 + 4x - 1$  همواره بالای محور  $x$ ها است؟

- ۱)  $m > -1$  ۲)  $-5 < m < -1$  ۳)  $m > -5$  ۴) به ازای هیچ مقدار  $m$

۱۰۳. پاسخ: گزینه ۴ (ساده ۱۰۴)

شرط آنکه نمودار سهمی همواره بالای محور  $x$ ها باشد این است که  $\Delta < 0$

و  $a > 0$  باشد.

$$m+1 > 0 \rightarrow m > -1 \quad (I)$$

$$\Delta = 4^2 + 4(m+1) < 0 \rightarrow 4 + (m+1) < 0 \rightarrow m < -5 \quad (II)$$

شرط (I) و (II) نمی توانند همزمان برقرار باشند. پس به ازای هیچ مقدار  $m$  این اتفاق رخ نمی دهد.

۱۰۴- دو کارگر قرار است یک اتاق را رنگ کنند. اگر ۳ روز اول را فقط کارگر اول و ۶ روز بعدی را فقط کارگر دوم کار کند ۰/۲ اتاق رنگ می شود و اگر ۶ روز اول را فقط کارگر اول و ۳ روز بعدی را فقط کارگر دوم کار کند ۰/۲۵ اتاق رنگ می شود. کارگر سریع تر به تنهایی در چند روز اتاق را رنگ می کند؟

- ۱) ۱۵ ۲) ۳۰ ۳) ۳۶ ۴) ۲۴

۱۰۴. پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ۱۱۱)

فرض کنیم کارگر اول اتاق را در  $x$  روز و کارگر دوم اتاق را در  $y$  روز رنگ کند. در این صورت:

۱) ۳ روز اول فقط کارگر اول و ۶ روز بعدی فقط کارگر دوم کار کند ۰/۲ اتاق رنگ می شود:

$$\frac{3}{x} + \frac{6}{y} = 0.72 \Rightarrow \frac{6}{y} = \frac{2}{10} - \frac{3}{x} \xrightarrow{\div 2} \frac{3}{y} = \frac{1}{10} - \frac{3}{2x} \quad (*)$$

۶ روز اول فقط کارگر اول و ۳ روز بعدی فقط کارگر دوم کار کند ۰/۲۵ اتاق رنگ می‌شود:

$$\frac{6}{x} + \frac{3}{y} = 0.25 \Rightarrow \frac{3}{y} = \frac{25}{100} - \frac{6}{x} \quad (**)$$

از (\*) و (\*\*): داریم:

$$\frac{1}{10} - \frac{3}{2x} = \frac{25}{100} - \frac{6}{x} \Rightarrow \frac{6}{x} - \frac{3}{2x} = \frac{25}{100} - \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{12-3}{2x} = \frac{15}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2x} = \frac{15}{100} \Rightarrow 3 \cdot x = 90 \Rightarrow x = 30 \xrightarrow{(*)} y = 60$$

پس کارگر سریع‌تر کار را در ۳۰ روز انجام می‌دهد.

۱۰۵- اگر  $f = \{(2, 8), (6, 4), (4, 10), (3, 2)\}$  و  $g(x) = 2x + \sqrt{x}$  باشد، مقدار  $a$  در تساوی  $(f^{-1} \circ g)(2a) = 4$  کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۵. پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ۱۱۲)

می‌دانیم اگر  $f^{-1}(b) = a$ ، آن‌گاه  $f(a) = b$  است، پس:

$$f^{-1}(g(2a)) = 4 \rightarrow f(4) = g(2a) \rightarrow g(2a) = 10 \rightarrow 4a + \sqrt{2a} = 10 \xrightarrow{\text{گزینه‌ها}} a = 2$$

۱۰۶- اگر  $\log_{1/2}^3 k = \log_{1/2}^2 6$  حاصل،  $\log_{1/2}^2 k$  کدام است؟

۱ (۱)  $\frac{1+k}{2-k}$  ۲ (۲)  $\frac{1-k}{2+k}$  ۳ (۳)  $\frac{1+k}{2-2k}$  ۴ (۴)  $\frac{1-k}{2+2k}$

۱۰۶. پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ۱۱۳)

عبارت خواسته شده را به پایه ۱۲ می‌بریم:

$$\log_{1/2}^2 k = \frac{\log_{1/2}^2 k}{\log_{1/2}^2 6} = \frac{\log_{1/2}^2 k}{\log_{1/2}^{12 \times 2}} = \frac{\log_{1/2}^2 k}{\log_{1/2}^2 + \log_{1/2}^2} = \frac{\log_{1/2}^2 k}{1 + \log_{1/2}^2} \quad (*)$$

می‌دانیم  $\log_{1/2}^3 k = k$ ، با کمک این مقدار، مقدار  $\log_{1/2}^2 k$  را می‌یابیم:

$$\log_{1/2}^2 k = 1 \Rightarrow \log_{1/2}^{2 \times 3} k = 1 \Rightarrow 2 \log_{1/2}^2 k + \log_{1/2}^3 k = 1 \Rightarrow 2 \log_{1/2}^2 k + k = 1$$

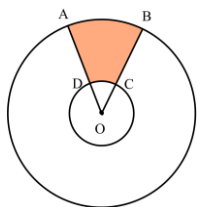
$$\Rightarrow 2 \log_{1/2}^2 k = 1 - k \Rightarrow \log_{1/2}^2 k = \frac{1-k}{2}$$

در نتیجه حاصل (\*) برابر است با:

$$\frac{\log_{1/2}^2 k}{1 + \log_{1/2}^2 k} = \frac{\frac{1-k}{2}}{1+k} = \frac{1-k}{2+2k}$$

۱۰۷- در شکل مقابل، اگر شعاع دایره کوچک و بزرگ به ترتیب ۲ و ۸ و محیط قسمت رنگی ۱۷ باشد، زاویه  $\theta$  تقریباً چند درجه است؟

۱ (۱)  $22/6^\circ$  ۲ (۲)  $28/6^\circ$  ۳ (۳)  $34/6^\circ$  ۴ (۴)  $40/6^\circ$



۱۰۷. پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ۱۱۴)

محیط قسمت رنگی، از ۴ قسمت تشکیل شده است. اگر زاویه  $\theta$  را با شعاع کوچک و بزرگ را به ترتیب با  $r_1$  و  $r_2$  نشان دهیم، داریم:

$$\text{محیط} = AB + BC + CD + DA \Rightarrow \text{محیط} = r_2 \theta + (r_2 - r_1) \theta + r_1 \theta + (r_2 - r_1) \theta \rightarrow$$

$$\text{محیط} = \theta(r_1 + r_2) + 2(r_2 - r_1) \rightarrow 17 = \theta(8 + 2) + 2(8 - 2) \rightarrow 17 = 10\theta + 12 \rightarrow \theta = \frac{1}{2} \text{ rad}$$

زاویه را به درجه تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow D = \frac{180 \times \frac{1}{2}}{\pi} = \frac{90}{\pi} \approx 28.6$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 2x}{1 + \cos x} & x \neq \pi \\ b & x = \pi \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{تابع} \\ \text{تابع} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 108 \\ 108 \end{matrix}$$

۱۶ (۴)

۲ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

(متوسط ۱۱۵)

۱۰۸. پاسخ: گزینه ۲

باید حد و مقدار تابع در  $x = \pi$  باهم برابر باشند:

$$\begin{aligned} f(\pi) = \lim_{x \rightarrow \pi} f(x) \rightarrow b &= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 2x}{1 + \cos x} \rightarrow b = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(2 \sin x \cdot \cos x)^2}{1 + \cos x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{4 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}{1 + \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{4(1 - \cos^2 x) \cos^2 x}{1 + \cos x} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{4(1 - \cos x)(1 + \cos x) \cos^2 x}{1 + \cos x} = \frac{4(2)(1)}{1} = 8 \end{aligned}$$

۱۰۹. نمودار تابع  $y = |x - 1| + 1$  را ۴ واحد به چپ و ۲ واحد به بالا می‌بریم. سپس آن را نسبت به محور  $x$  قرینه می‌کنیم. نمودار حاصل و نمودار اولیه، نسبت به چه نقطه‌ای، قرینه هم هستند؟

$(\frac{-1}{2}, \frac{-3}{2})$  (۴)

$(-1, -2)$  (۳)

$(-1, -1)$  (۲)

$(-2, -1)$  (۱)

(متوسط ۱۲۱)

۱۰۹. پاسخ: گزینه ۲

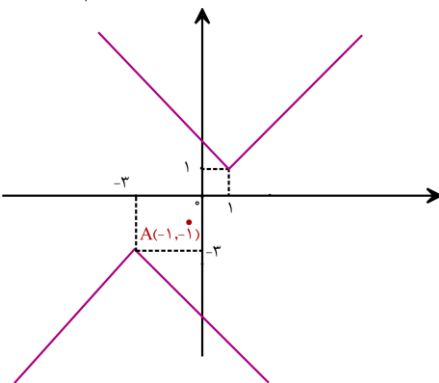
ضابطه تابع جدید را بدست می‌آوریم:

$$y = |x - 1| + 1 \xrightarrow{\text{۴ واحد به چپ}} y = |x + 3| + 1 \xrightarrow{\text{۲ واحد به بالا}} y = |x + 3| + 3 \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x} y = -|x + 3| - 3$$

هر دو تابع را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:

کافیست دقت کنید که رأس‌ها نسبت به نقطه  $A(-1, -1)$  متقارن هستند.

$$\frac{(-3, -3) + (1, 1)}{2} = (-1, -1)$$



نمودار تابع، نسبت به نقطه  $A(-1, -1)$  قرینه‌اند.

۱۱۰. تابع  $f(x) = \frac{x^2 - x}{|x - 1|}$  در بازه  $(a, b)$  نزولی اکید است. حداکثر مقدار  $b - a$  کدام است؟

۲ (۴)

۱/۵ (۳)

۱ (۲)

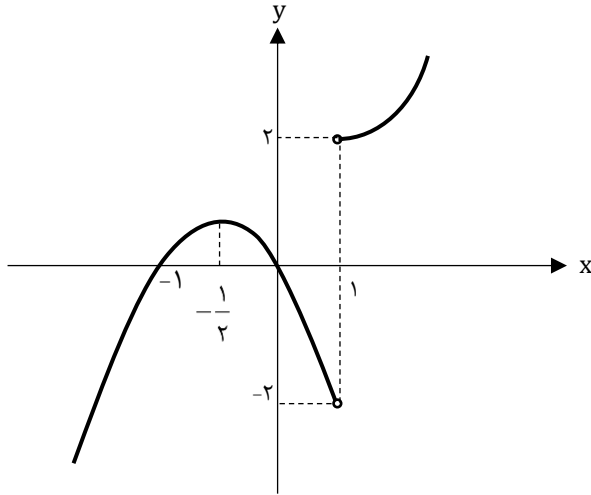
۰/۵ (۱)



تابع f را دو ضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x) = \frac{x^2 - x}{|x-1|} = \frac{x(x+1)(x-1)}{|x-1|} = \begin{cases} x(x+1) & x > 1 \\ -x(x+1) & x < 1 \end{cases}$$

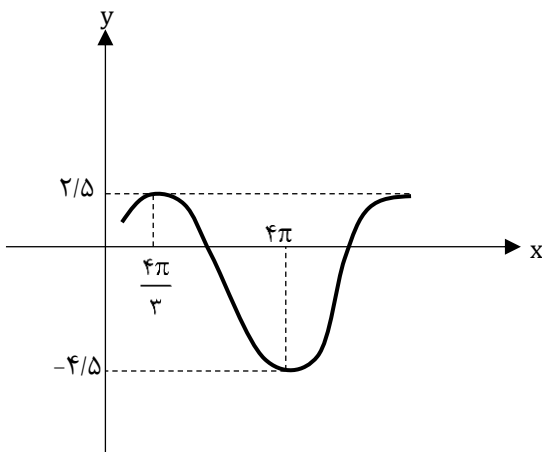
نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:



تابع f در بازه  $(-\frac{1}{2}, 1)$ ، نزولی اکید است، پس:

$$\max(b-a) = 1 - (-\frac{1}{2}) = 1/5$$

۱۱۱. نمودار مقابل مربوط به تابع  $f(x) = a \sin(bx) + c$  است. مقدار  $f(\frac{4\pi}{9})$  کدام است؟



- (۱) ۱
- (۲)  $\frac{3}{2}$
- (۳)  $\frac{3}{4}$
- (۴)  $\frac{5}{4}$



مقدار min و max تابع به ترتیب  $-4/5$  و  $2/5$  است، پس:

$$\begin{cases} \min = -4/5 \rightarrow -|a| + c = -4/5 \\ \max = 2/5 \rightarrow |a| + c = 2/5 \end{cases} \rightarrow |a| = \frac{3}{2}, c = -1$$

چون شروع نمودار سینوسی، صعودی است، پس  $ab > 0$  است.

بازه  $x = \frac{4\pi}{3}$  تا  $x = 4\pi$ ، نصف دوره تناوب است:

$$\frac{T}{2} = 4\pi - \frac{4\pi}{3} \rightarrow T = \frac{16\pi}{3}$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{16\pi}{3} \rightarrow |b| = \frac{3}{8}$$

چون  $ab > 0$  است، پس  $\begin{cases} a = \frac{7}{2} \\ b = \frac{3}{8} \end{cases}$  یا  $\begin{cases} a = -\frac{7}{2} \\ b = -\frac{3}{8} \end{cases}$  است.

در نتیجه:  $f(x) = \frac{7}{2} \sin\left(\frac{3}{8}x\right) - 1 \rightarrow f\left(\frac{4\pi}{9}\right) = \frac{7}{2} \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) - 1 = \frac{7}{4} - 1 = \frac{3}{4}$

۱۱۲ - معادله  $8\sin^3 x + 27 = 13(2\sin x + 3)$  در بازه  $[-\pi, 2\pi]$  چند جواب دارد؟

- ۲(۱)      ۳(۲)      ۴(۳)      ۶(۴)

(سخت ۱۲۲)

۱۱۲. پاسخ: گزینه ۳

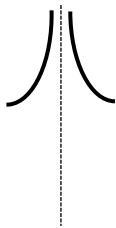
سمت چپ تساوی را به کمک اتحاد چاق و لاغر تجزیه می‌کنیم:

$$(2\sin x + 3)(4\sin^2 x - 6\sin x + 9) = 13(2\sin x + 3)$$

چون  $2\sin x + 3$  مخالف صفر است، پس می‌توانیم آن را از دو طرف ساده کنیم:

$$4\sin^2 x - 6\sin x + 9 = 13 \rightarrow 4\sin^2 x - 6\sin x - 4 = 0 \rightarrow (2\sin x + 1)(\sin x - 2) = 0 \rightarrow$$

$$\begin{cases} \sin x = -\frac{1}{2} & -\pi \leq x \leq 2\pi \rightarrow \frac{-5\pi}{6}, \frac{-\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \\ \sin x = 2 & \text{خ} \end{cases}$$



۱۱۳ - نمودار تابع  $f(x) = \frac{ax}{\sin x - b}$  حوالی  $x = \frac{\pi}{2}$  با کدام شرایط به شکل مقابل است؟

- ۱)  $a < 0, b = 1$       ۲)  $a < 0, b = -1$   
۳)  $a > 0, b = 1$       ۴)  $a > 0, b = -1$

(متوسط ۱۲۳)

۱۱۳. پاسخ: گزینه ۱

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) = +\infty \rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{ax}{\sin x - b} = +\infty$$

مخرج کسر باید به صفر میل کند:

$$1 - b = 0 \rightarrow b = 1$$

ضمناً مخرج کسر  $(\sin x - 1)$  عبارتی نامثبت است، چون:

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \rightarrow -2 \leq \sin x - 1 \leq 0$$

پس:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{ax}{\sin x - 1} = \frac{a\left(\frac{\pi}{2}\right)}{0^-} = +\infty \rightarrow a\left(\frac{\pi}{2}\right) < 0 \rightarrow a < 0$$

۱۱۴ - برای تابع  $f(x) = \frac{a(x-3)}{\sqrt{x^2+7}-b}$  داریم  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 4$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  کدام است؟

- ۴(۱)      -۴(۲)      -۳(۳)      ۳(۴)

(متوسط ۱۲۳)

۱۱۴. پاسخ: گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{a(x-3)}{\sqrt{x^2+7}-b} = 4$$

چون صورت کسر به صفر میل می‌کند، مخرج کسر هم باید به صفر میل کند تا حاصل حد، غیر صفر باشد:

$$\sqrt{x^2 + y} - b = 0 \rightarrow x - b = 0 \rightarrow b = x$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{a(x-3)}{\sqrt{x^2 + y} - b} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{a}{\frac{2x}{2\sqrt{x^2 + y}}} = \frac{a}{\frac{3}{4}} = 4 \rightarrow a = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a(x-3)}{\sqrt{x^2 + y} - b} \xrightarrow{\text{بر توان}} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{|x|} = -a = -3$$

۱۱۵- اگر  $y = f\left(\sqrt{1 - \frac{1}{x}}\right)$  و  $y'(\frac{4}{3}) = -6$  باشد،  $f'(\frac{1}{2})$  کدام است؟

۳ (۴)  $-\frac{32}{3}$

۳ (۳)  $-\frac{16}{3}$

۲ (۲)  $-\frac{32}{9}$

۱ (۱)  $-\frac{16}{9}$

(متوسط ۱۲۴)

۱۱۵. پاسخ: گزینه ۴



$$y = f\left(\sqrt{1 - \frac{1}{x}}\right) \rightarrow y' = \frac{\frac{1}{x^2}}{\sqrt{1 - \frac{1}{x}}} \times f'\left(\sqrt{1 - \frac{1}{x}}\right) \xrightarrow{x = \frac{4}{3}} y'(\frac{4}{3}) = \frac{9}{16} f'(\frac{1}{2})$$

$$\rightarrow -6 = \frac{9}{16} f'(\frac{1}{2}) \rightarrow f'(\frac{1}{2}) = -6 \times \frac{16}{9} = -\frac{32}{3}$$

۱۱۶- آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = \frac{1}{x+1}$  در بازه  $[1, h]$  با آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع در  $x = 2$  برابر است. مقدار  $h$  کدام است؟

۴ (۴)  $\frac{4}{5}$

۳ (۳) ۴

۲ (۲)  $\frac{3}{5}$

۱ (۱) ۳

(ساده ۱۲۴)

۱۱۶. پاسخ: گزینه ۲



$$\rightarrow \frac{\frac{1}{h+1} - \frac{1}{2}}{h-1} \rightarrow \text{آهنگ تغییر متوسط در بازه } [1, h]$$

$$x = 2 \rightarrow \text{آهنگ تغییر لحظه‌ای در } x = 2 \rightarrow f'(x) = \frac{-1}{(x+1)^2} \rightarrow f'(2) = -\frac{1}{9}$$

$$\rightarrow \frac{\frac{1}{h+1} - \frac{1}{2}}{h-1} = -\frac{1}{9} \rightarrow \frac{1-h}{2(h+1)} = -\frac{1}{9}$$

$$\rightarrow \frac{-1}{2(h+1)} = -\frac{1}{9} \rightarrow 2(h+1) = 9 \rightarrow h+1 = \frac{4}{5} \rightarrow h = \frac{3}{5}$$

۱۱۷- کدام تابع نقطه بحرانی دارد؟

۴ (۴)  $y = \frac{x^2 - 4}{x - 1}$

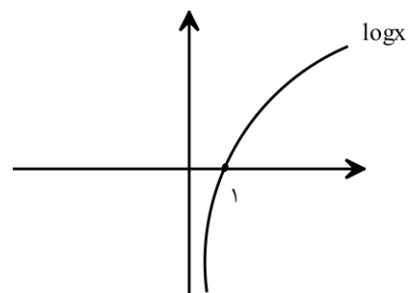
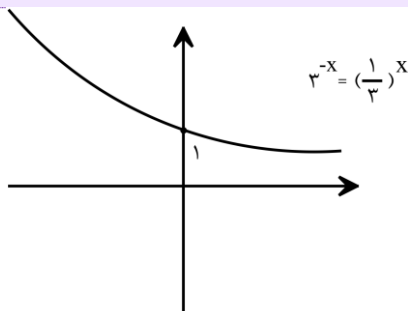
۳ (۳)  $y = \frac{x^2}{x + 5}$

۲ (۲)  $y = \log x$

۱ (۱)  $y = 3^{-x}$

(متوسط ۱۲۵)

۱۱۷. پاسخ: گزینه ۳



توابع گزینه‌های ۱ و ۲ را رسم کرده‌ایم و مشخص است که نقطه بحرانی ندارند.

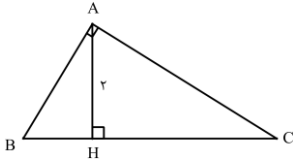
گزینه ۳:

$$y = \frac{x^2}{x+5} \rightarrow y' = \frac{2x(x+5) - (1)x^2}{(x+5)^2} = \frac{x^2 + 10x}{(x+5)^2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} y' = 0 \rightarrow x = 0, -10 \\ y' = \text{ناموجود} \rightarrow x = -5 \notin D \end{cases} \rightarrow \text{نقطه بحرانی ۲}$$

گزینه ۴:

$$y = \frac{x^2 - 4}{x-1} \rightarrow y' = \frac{2x(x-1) - (x^2 - 4)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x + 4}{(x-1)^2} \rightarrow \begin{cases} y' = 0 \rightarrow \Delta < 0 \rightarrow \text{ریشه ندارد} \\ \text{صورت} \\ y' = \text{ناموجود} \rightarrow x = 1 \notin D \end{cases} \rightarrow \text{نقطه بحرانی ندارد}$$



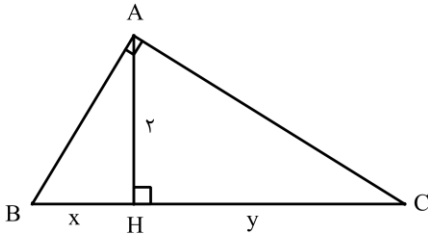
۱۱۸ - حداقل مساحت مثلث قائم الزاویه ABC کدام است؟

۲)  $2\sqrt{3}$   
۴) ۶

۱)  $\sqrt{3}$   
۳) ۴

(متوسط ۱۲۵)

۱۱۸. پاسخ: گزینه ۳

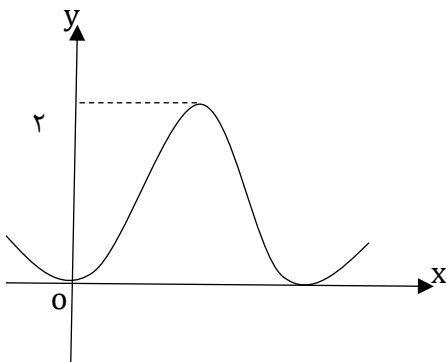


$$AH^2 = BH \times HC \rightarrow h^2 = xy$$

$$S = \frac{h(x+y)}{2} = x+y$$

می‌دانیم وقتی حاصل ضرب دو عدد مقدار ثابتی است، حاصل جمع آنها زمانی حداقل می‌شود که باهم برابر باشند.

$$x = y = h \rightarrow s = 4$$



۱۱۹ - شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع  $y = \frac{a \sin^2 x}{\cos 2x + 2}$  است. a کدام است؟

۱) ۲

۲) ۴

۱)  $\sqrt{3}$

۳)  $2\sqrt{3}$

(سخت ۱۲۵)

۱۱۹. پاسخ: گزینه ۴



باید نقطه‌ای که به ازای آن تابع ماکسیممی برابر ۲ دارد را پیدا کنیم. مشتق را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$y = \frac{a \sin^2 x}{\cos 2x + 2} \rightarrow y' = \frac{\overbrace{\sin 2x}^{\sin 2x}}{a(2 \sin x \cos x)} (\cos 2x + 2) + 2 \sin 2x (a \sin^2 x) \cdot (-1)$$

$$(\cos 2x + 2)^2$$

صورت کسر باید صفر باشد. به علاوه می‌توانیم صورت را بر a تقسیم کنیم تا رابطه ساده‌تر باشد.

$$\sin 2x (\cos 2x + 2) + 2 \sin 2x (\sin^2 x) = 0$$

از  $\sin 2x$  فاکتور می‌گیریم.

$$\sin 2x (\cos 2x + 2 + 2 \sin^2 x) = 0$$

عبارت  $\cos 2x + 2 + 2\sin^2 x$  همواره مثبت است و ریشه‌ای ندارد.

$$\sin 2x = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

ماکسیمم تابع به ازای  $x = \frac{\pi}{2}$  رخ می‌دهد.

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \rightarrow \frac{a \times \sin^2 \frac{\pi}{2}}{\cos \pi + 2} = \frac{a(1)}{-1+2} = a = 2$$

۱۲۰- نقطه‌ی O مرکز دایره‌ی محاطی داخلی مثلث ABC است. اگر از O به رأس‌های مثلث وصل کنیم، سه زاویه متناسب با ۷، ۸ و ۹ حول O ایجاد می‌شود. زاویه‌های مثلث ABC با چه عددهایی متناسبند؟

۹ و ۸، ۷ (۴)

۷ و ۶، ۵ (۳)

۵ و ۴، ۳ (۲)

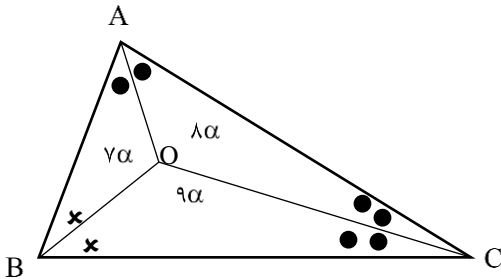
۳ و ۲، ۱ (۱)

(ساده ۱۱۱)

۱۲۰. پاسخ: گزینه ۱

نکته: O نقطه هم‌مرسی نیم‌سازهای داخلی مثلث ABC است.

با توجه به شکل، داریم:



$$7\alpha + 8\alpha + 9\alpha = 360^\circ \Rightarrow \alpha = 15^\circ$$

$$\triangle OBC: \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} + 135^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

به کمک استدلال مشابه، داریم  $\hat{B} = 60^\circ$  و  $\hat{C} = 30^\circ$ ، یعنی زاویه‌های مثلث ABC با اعداد ۳، ۲، ۱ متناسبند.

۱۲۱- مثلث ABC به اضلاع  $AB = 15$ ،  $BC = 13$ ،  $AC = 14$  را در نظر گرفته، دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۲۱ رسم می‌کنیم تا خطی را که از A به موازات BC رسم می‌شود را در نقطه‌ی D قطع کند. فاصله‌ی رأس C از BD کدام است؟

۷/۲۵ (۴)

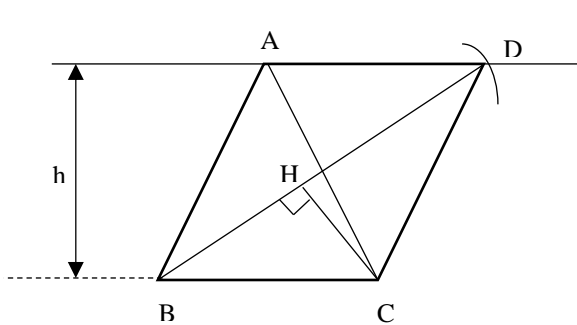
۷/۵ (۳)

۷/۷۵ (۲)

۸ (۱)

(متوسط ۱۱۳ و ۱۰۲)

۱۲۱. پاسخ: گزینه ۱



مساحت دو مثلث ABC و DBC باهم برابر است (هر دوی آنها می‌شود  $\frac{1}{2}h \cdot BC$ )

طبق رابطه‌ی هرون، مساحت مثلث ABC را بدست می‌آوریم:

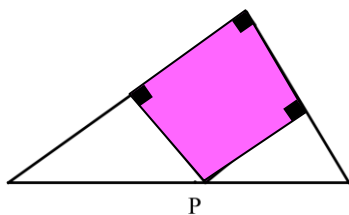
$$P = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21$$

$$= S = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = 84$$

حالا در مثلث DBC داریم:

$$S_{DBC} = \frac{1}{2} CH \cdot BD \Rightarrow 84 = \frac{1}{2} CH \times 21 \Rightarrow CH = \frac{2 \times 84}{21} = 8$$

۱۲۲- در شکل زیر، نقطه‌ی P وتر مثلث قائم‌الزاویه را به نسبت ۱ و ۲ تقسیم کرده است. مساحت مستطیل مشخص شده، چه کسری از مساحت بزرگترین مثلث قائم‌الزاویه است؟



$\frac{2}{3}$  (۲)

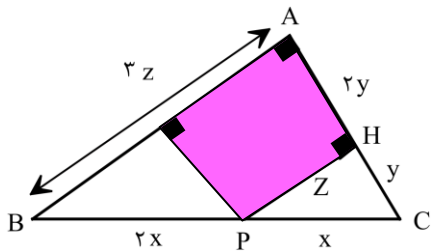
$\frac{1}{2}$  (۱)

$\frac{4}{9}$  (۴)

$\frac{3}{5}$  (۳)

۹

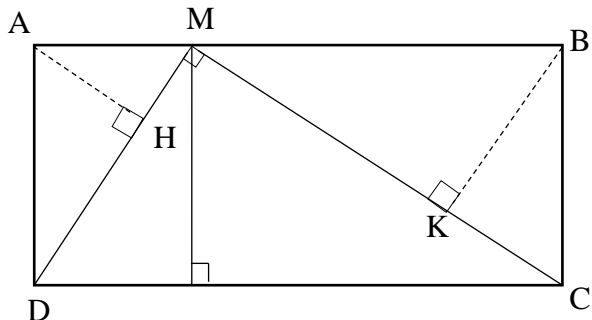
۵



$$PH \parallel BA \xrightarrow{\text{تالس}} \begin{cases} CH = y, AH = 2y \\ PH = 2z, AB = 3z \end{cases}$$

$$\frac{S(AHPK)}{S(ABC)} = \frac{(2y)(z)}{\frac{1}{2}(3y)(3z)} = \frac{4}{9}$$

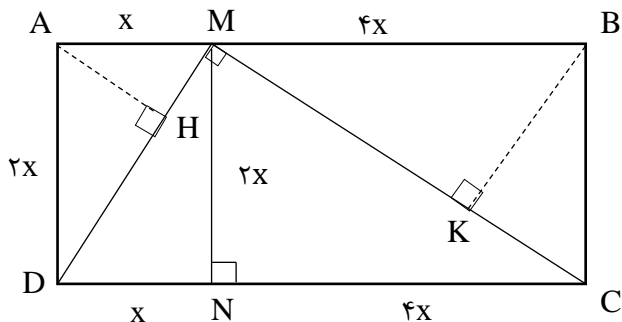
۱۲۲- در شکل زیر نقطه M طوری روی ضلع AB از مستطیل ABCD قرار دارد که MD و MC برهم عمودند و  $\frac{MA}{AB} = \frac{1}{5}$  حاصل  $\frac{AH}{BK}$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{2}$
- (۲)  $\frac{1}{3}$
- (۳)  $\frac{1}{4}$
- (۴)  $\frac{1}{5}$



از  $\frac{MA}{AB} = \frac{1}{5}$  می‌توانیم در نظر بگیریم  $MA = x$  و  $MB = 4x$  در مثلث قائم‌الزاویه MCD داریم:



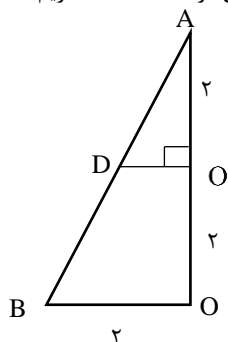
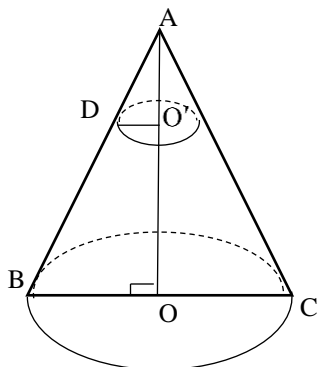
$MN^2 = DN \cdot CN \Rightarrow MN^2 = 4x^2 \Rightarrow MN = 2x$   
 دو مثلث قائم‌الزاویه متشابه AMD و BCM.  
 نسبت دو ارتفاع متناظر AH و BK را می‌خواهیم  
 که برابر با نسبت تشابه است:

۱۲۴- یک مخروط قائم به شعاع قاعده‌ی ۲ و ارتفاع ۴ را با صفحه‌ای افقی به فاصله‌ی ۲ از رأس مخروط برش می‌دهیم. حجم قسمت باقی‌مانده در زیر این صفحه، کدام است؟

- (۱)  $\frac{14}{3} \pi$
- (۲)  $\frac{16}{3} \pi$
- (۳)  $5\pi$
- (۴)  $6\pi$



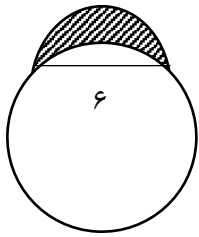
با توجه به شکل با استفاده از قضیه‌ی تالس در مثلث ABO، داریم:  $DO' = 1$



پس حجم موردنظر برابر است با:

$$\frac{1}{3}\pi \cdot BO^2 \cdot AO - \frac{1}{3}\pi \cdot O'D^2 \cdot AO' = \frac{1}{3}\pi(4 \times 4 - 1 \times 2) = \frac{14\pi}{3}$$

۱۲۵- در شکل زیر دایره‌ای به شعاع ۶ رسم و وتری هم طول با شعاع در آن در نظر گرفته و سپس نیم‌دایره‌ای به قطر این وتر رسم کرده‌ایم. مساحت قسمت رنگی کدام است؟



$$3\pi + 9\sqrt{3} \quad (2)$$

$$9\sqrt{3} - \frac{3}{2}\pi \quad (1)$$

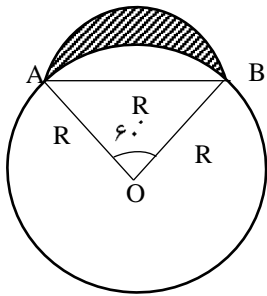
$$\frac{3}{2}\pi + 9\sqrt{3} \quad (4)$$

$$9\sqrt{3} - 3\pi \quad (3)$$

(سخت ۱۱۱)

۱۲۵. پاسخ: گزینه ۱

از آنجا که  $AB = R$ ، مثلث  $OAB$  متساوی‌الاضلاع است و داریم:



$$S = \frac{1}{2}\pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 - \left( \frac{1}{6}\pi R^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}R^2 \right)$$

مساحت نیم دایره  
مساحت مثلث  
مساحت قطاع  
OAB  
۶۰°

$$\Rightarrow S = \frac{1}{8}\pi R^2 - \frac{1}{6}\pi R^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}R^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}R^2 - \frac{1}{24}\pi R^2 \xrightarrow{R=6} S = 9\sqrt{3} - \frac{3}{2}\pi$$

۱۲۶- در دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۷، طول مماس مشترک داخلی برابر با  $2\sqrt{22}$  است. بیشترین فاصله‌ی بین نقاط این دو دایره کدام است؟

$$25 \quad (4)$$

$$24 \quad (3)$$

$$23 \quad (2)$$

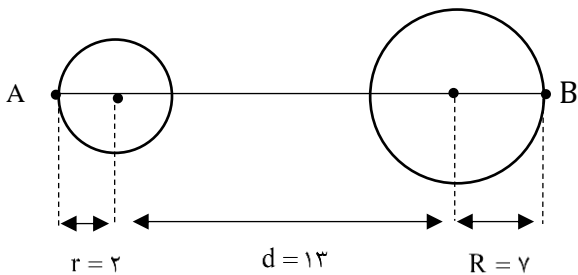
$$22 \quad (1)$$

(ساده ۱۱۱)

۱۲۶. پاسخ: گزینه ۱

$$L = \sqrt{d^2 - (R + R')^2} \Rightarrow 2\sqrt{22} = \sqrt{d^2 - (7 + 2)^2} \Rightarrow 88 = d^2 - 81 \Rightarrow d^2 = 169 \Rightarrow d = 13$$

با توجه به شکل، بیشترین فاصله‌ی بین نقاط دو دایره برابر با  $AB = 22$  است.



۱۲۷- مساحت دایره‌ی محیطی یک شش ضلعی منتظم، چند برابر مساحت دایره‌ی محاطی آن است؟

$$2 \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

(ساده ۱۱۱)

۱۲۷. پاسخ: گزینه ۲

در شش ضلعی منتظم به طول ضلع  $a$ ، شعاع دایره‌ی محیطی  $R = a$  و شعاع دایره‌ی محاطی  $r = \frac{\sqrt{3}}{2}a$  است، پس نسبت مساحت دایره‌ی محیطی به

مساحت دایره‌ی محاطی برابر است با:

$$\frac{\pi R^2}{\pi r^2} = \frac{\pi a^2}{\pi \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2} = \frac{4}{3}$$



به دلیل اینکه M وسط BC و PQ با BC موازی است، نقطه‌ی O وسط

PQ و MO میانه‌ی وارد بر وتر است، پس  $PQ=2OM$ .

۱۳۱- اگر  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ،  $B = \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ -9 & 10 \end{pmatrix}$ ، آنگاه ستون اول ماتریس  $A^{-1}B + BA^{-1}$  کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 14 \\ -18 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} -14 \\ 18 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$\begin{bmatrix} 7 \\ -9 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} -7 \\ 9 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

(متوسط ۱۲۱)

۱۳۱. پاسخ: گزینه ۴



$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

$$\Rightarrow A^{-1} = (A^T)^{\Delta} = I^{\Delta} = I, A^{-1} = A^{-1} \cdot A = IA = A$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow A^{-1}B + BA^{-1} &= IB + BA = B + BA = \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ -9 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ -9 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ -9 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & -8 \\ -9 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 0 \\ -18 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

۱۳۲- اگر  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ ، آنگاه از معادله‌ی ماتریسی  $AX = A - A^{-1}$ ، مجموع درایه‌های ماتریس X کدام است؟

$$3/25 \quad (۴)$$

$$3 \quad (۳)$$

$$2/75 \quad (۲)$$

$$2/5 \quad (۱)$$

(سخت ۱۲۱)

۱۳۲. پاسخ: گزینه ۳



طرفین معادله‌ی  $AX = A - A^{-1}$  را از سمت چپ در  $A^{-1}$  ضرب می‌کنیم:

$$A^{-1}(AX) = A^{-1}(A - A^{-1}) \Rightarrow X = I - (A^{-1})^T$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{6-4} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow (A^{-1})^T = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 13 & -5 \\ -20 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 13 & -5 \\ -20 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 5 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌های } X = \frac{-9}{4} + \frac{5}{4} + 5 - 1 = 3$$

۱۳۳- اگر  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ ، آنگاه دترمینان ماتریس  $\frac{1}{2}A$  کدام است؟

$$1/25 \quad (۴)$$

$$2/5 \quad (۳)$$

$$5 \quad (۲)$$

$$10 \quad (۱)$$



با بسط نسبت به ستون دوم، داریم:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix} = -(-2)(-5) - 4(-5) = 10$$

$$\left| \frac{1}{2}A \right| = \left( \frac{1}{2} \right)^3 |A| = \frac{1}{8} \times 10 = \frac{5}{4} = 1/25$$

۱۳۴- دایره‌ی به معادله‌ی  $x^2 + y^2 - 2x + y = c$  روی محور  $x$ ها وترى به طول  $2\sqrt{2}$  ایجاد می‌کند. طول بزرگترین وترى که از تقاطع یک خط با این دایره حاصل می‌شود، کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

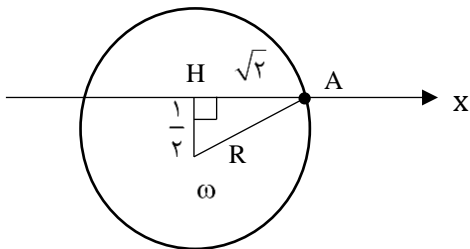
۳/۵ (۲)

۴/۵ (۱)



$x^2 + y^2 - 2x + y - c = 0$  دایره‌ی به مرکز  $\omega \left( 1, -\frac{1}{2} \right)$  و شعاع  $R = \sqrt{1 + \frac{1}{4} + c} = \sqrt{\frac{5}{4} + c}$  را مشخص می‌کند.

با توجه به شکل، در مثلث  $\Delta \omega H$  داریم:



$$R^2 = \left( \frac{1}{2} \right)^2 + \left( \sqrt{2} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4} + c = \frac{1}{4} + 2 \Rightarrow c = 1$$

بزرگترین وترى که از تقاطع یک خط با دایره‌ای به شعاع  $R$  ایجاد می‌شود، برابر با  $2R$  است:

$$2R = 2\sqrt{\frac{5}{4} + 1} = 3$$

۱۳۵- کانون سهمی به معادله‌ی  $2x^2 - 4x + 3y = b$  روی نیمساز ناحیه‌ی اول قرار دارد.  $b$  کدام است؟

$-\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{5}{2}$  (۳)

$-\frac{1}{8}$  (۲)

$\frac{2}{8}$  (۱)



$$2x^2 - 4x + 3y = b \Rightarrow 2((x-1)^2 - 1) = -3y + b$$

$$\Rightarrow 2(x-1)^2 = -3y + b + 2 \Rightarrow (x-1)^2 = -\frac{3}{2} \left( y + \frac{b+2}{-3} \right)$$

$$\Rightarrow S \left( 1, \frac{b+2}{3} \right), 4P = \frac{3}{2} \Rightarrow P = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow y_F = \frac{b+2}{3} - \frac{3}{8} \xrightarrow{y_F = x_F} \frac{b+2}{3} - \frac{3}{8} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{b+2}{3} = \frac{11}{8} \Rightarrow b = \frac{33}{8} - 2 = \frac{17}{8} = \frac{16+1}{8} = 2\frac{1}{8}$$

۱۳۶-  $F'$  و  $F$  کانون‌های یک بیضی  $M$  و  $M'$  نزدیک‌ترین نقاط آن به مرکز هستند. اگر مساحت چهارضلعی‌ای که این چهار نقطه رأس‌های آن هستند ۴ واحد مربع و طول قطر کانونی بیضی ۴ واحد باشد، خروج از مرکز آن کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۴)

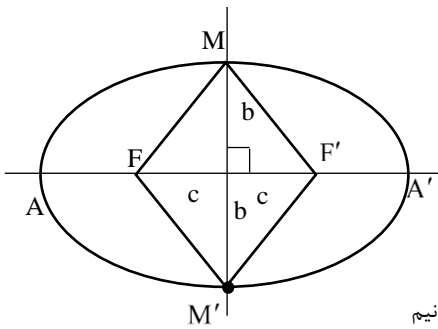
$\frac{1}{3}$  (۳)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

در واقع M و M' همان رأس‌های غیر کانونی بیضی هستند.

با توجه به شکل و صورت سوال داریم:



$$S(MFM'F') = 4 \Rightarrow \frac{1}{2}(2b)(2c) = 4 \Rightarrow bc = 2$$

$$\Rightarrow b = \frac{2}{c}$$

$$2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$\text{می‌دانیم: } a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 4 = c^2 + \frac{4}{c^2} \Rightarrow c^4 - 4c^2 + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (c^2 - 2)^2 = 0 \Rightarrow c^2 = 2 \Rightarrow c = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۱۳۷- اگر  $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ ،  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{k}$ ، آنگاه حجم متوازی‌السطوحی که روی سه بردار  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  و  $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{a} \times \vec{b}$  ساخته می‌شود، کدام است؟

۲۱ (۴)

۱۸ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

(متوسط ۱۲۳)

۱۳۷. پاسخ: گزینه ۳

$$\vec{a} = (1, -1, 1), \vec{b} = (2, 0, 1) \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 3$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (-1, 1, 2)$$

پس باید حجم متوازی‌السطوح ساخته شده روی سه بردار  $(1, -1, 1)$ ،  $(2, 0, 1)$  و  $(-3, 3, 6)$  را حساب کنیم که برابر است با قدرمطلق دترمینان زیر:

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -3 & 3 & 6 \end{vmatrix} = -3 + 15 + 6 = 18 \Rightarrow V = 18$$

۱۳۸- اگر A و B دو مجموعه با مرجع U باشند، ساده شده عبارت  $(A - B') \cup [(A \cup B) - (A' \cap B)]'$  کدام است؟

B (۴)

A (۳)

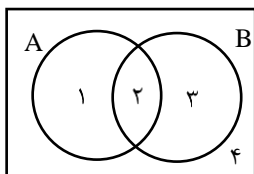
A' ∪ B (۲)

B' ∪ A (۱)

(متوسط ۱۱۱)

۱۳۸. پاسخ: گزینه ۲

راه اول: مجموعه‌ی U و مجموعه‌های A و B را به صورت روبه‌رو رسم می‌کنیم و ۴ ناحیه ۱ و ۲ و ۳ و ۴ را همانند شکل نامگذاری می‌کنیم. سپس برای ساده کردن عبارت داده شده اعضای هر یک را می‌نویسیم که داریم:



$$\begin{aligned} (A - B') \cup [(A \cup B) - (A' \cap B)]' &= \underbrace{[\{1, 2\} - \{1, 4\}]}_{\{2\}} \cup \underbrace{[\{1, 2, 3\} - (\{3, 4\} \cap \{2, 3\})]}_{\{3\}} \\ &= \{2\} \cup \underbrace{[\{1, 2, 3\} - \{3\}]}_{\{1, 2\}} = \{2\} \cup \{3, 4\} = \{2, 3, 4\} \end{aligned}$$

حال با بررسی گزینه‌ها داریم:

$$B' \cup A = \{1, 4\} \cup \{1, 2\} = \{1, 2, 4\} \neq \{2, 3, 4\} \text{ گزینه ۱:}$$

$$A' \cup B = \{3, 4\} \cup \{2, 3\} = \{2, 3, 4\} \text{ گزینه ۲:}$$

به وضوح مجموعه‌ی  $\{2, 3, 4\}$  با هیچ یک از دو مجموعه A و B برابر نیست پس گزینه‌های ۳ و ۴ نیز پاسخ سؤال ما نیستند.

راه دوم: با استفاده از قواعد جبر مجموعه داریم:

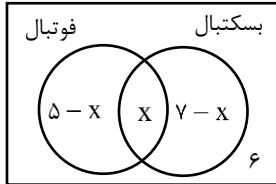
$$(A - B') \cup [(A \cup B) - (A' \cap B)]' = (A \cap B) \cup [(A \cup B) \cap (A \cup B)']' = (A \cap B) \cup (A')$$

$$= (\overline{A \cup A'}) \cap (B \cup A') = B \cup A'$$

۱۳۹- اگر در یک کلاس ۱۵ نفره، ۵ نفر به فوتبال و ۷ نفر به بسکتبال علاقه‌مند باشند و ۶ نفر به هیچ‌یک از این دو رشته ورزشی علاقه‌ای نداشته باشند، چند نفر در کلاس هستند که به هر دو رشته علاقه دارند؟

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۱۳۹. پاسخ: گزینه ۳ (ساده ۱۰۱)



با رسم نمودار و نوشتن تعداد اعضای هر یک از قسمت‌ها داریم:  
توجه کنید که چون تعداد اعضای اشتراک را نداریم به جای آن  $X$  نوشتیم و تعداد اعضای سایر قسمت‌هایی که وابسته به  $A \cap B$  بود را برحسب آن محاسبه کردیم.  
چون در کل ۱۵ نفر در کلاس داریم، پس جمع تمام اعداد موجود در نمودار باید ۱۵ باشد. پس داریم:  
 $۵ - x + x + ۷ - x + ۶ = ۱۵ \rightarrow ۱۸ - x = ۱۵ \rightarrow x = ۳$   
پس ۳ نفر به هر دو رشته علاقه دارند

۱۴۰- کدام گزینه هم‌ارز منطقی گزاره‌ی  $(p \Rightarrow \sim q) \Rightarrow \sim p$  می‌باشد؟

۱ (۱)  $p \Rightarrow q$       ۲ (۲)  $q \Rightarrow p$       ۳ (۳)  $p \Leftrightarrow q$       ۴ (۴)  $p \vee q$

۱۴۰. پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ۱۱۱)

با استفاده از قوانین جبر گزاره‌ها و استفاده از رابطه‌ی  $(p \Rightarrow q) \equiv \sim p \vee q$  داریم:

$$(p \Rightarrow \sim q) \Rightarrow \sim p \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee \sim p \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee \sim p \equiv (p \wedge q) \vee \sim p$$

$$\equiv (\underbrace{p \vee \sim p}_T) \wedge (q \vee \sim p) \equiv T \wedge (q \vee \sim p) \equiv q \vee \sim p \equiv p \vee q \equiv p \Rightarrow q$$

دقت کنید که  $p \vee \sim p$  همواره درست است چون بین  $p$  و  $\sim p$  همواره یکی درست است و ترکیب  $T \wedge r$  همواره هم‌ارز  $r$  می‌باشد چون اگر  $r$  درست باشد ارزش ترکیب درست است و اگر  $r$  دارای ارزش نادرست باشد،  $T \wedge r$  نیز نادرست است، پس:

$$T \wedge r \equiv r$$

۱۴۱- پنج نوع گل داریم به چند طریق می‌توان یک دسته گل با ۱۰ شاخه گل ایجاد کرد به شرطی که از هر ۵ نوع گل در آن شاخه‌ای باشد؟

۱ (۱) ۱۲۶      ۲ (۲) ۶۳۰      ۳ (۳) ۷۵۶      ۴ (۴) ۱۰۰۱

۱۴۱. پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ۱۲۳)

تعداد شاخه‌های گل نوع ۱ را  $X_1$  و تعداد شاخه‌های گل نوع ۲ را  $X_2$  و ..... و تعداد شاخه‌های گل نوع ۵ را  $X_5$  در نظر می‌گیریم، حال چون می‌خواهیم دسته گل دارای ۱۰ شاخه باشد پس  $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 10$  می‌باشد و چون می‌خواهیم از همه ۵ نوع گل شاخه‌ای در دسته گل باشد، پس  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 1$  می‌باشد.

برای بدست آوردن تعداد جواب‌ها ابتدا یک شاخه گل از هر نوع برمی‌داریم، پس برای ۵ شاخه دیگر داریم:

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 5$$

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی این معادله برابر است با:

$$\binom{5+4}{4} = \binom{9}{4} = \frac{9!}{4! \times 5!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5!} = 126$$

۱۴۲- تاس سالمی را دو بار پرتاب می‌کنیم، احتمال اینکه تفاضل اعداد رو شده مضرب ۳ باشد، چند است؟

۱ (۱)  $\frac{1}{12}$       ۲ (۲)  $\frac{1}{6}$       ۳ (۳)  $\frac{1}{3}$       ۴ (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۴۲. پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ۱۰۷)

می‌دانیم فضای نمونه‌ای آزمایش  $6 \times 6 = 36$  عضو دارد. برای پیدا کردن تعداد اعضای پیشامد مطلوب داریم: (دقت کنید عدد صفر مضرب ۳ می‌باشد)

پرتاب اول	پرتاب دوم
۱	۱/۴
۲	۲/۵
۳	۳/۶
۴	۱/۴
۵	۲/۵
۶	۳/۶

پس پیشامد ۱۲ عضو دارد. پس داریم:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

۱۴۳- در ظرف A، ۷ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارد و در ظرف B، ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارد یک ظرف را به تصادف انتخاب کرده و از آن دو مهره خارج می‌کنیم با چه احتمالی مهره‌ها هم‌رنگ نیستند؟

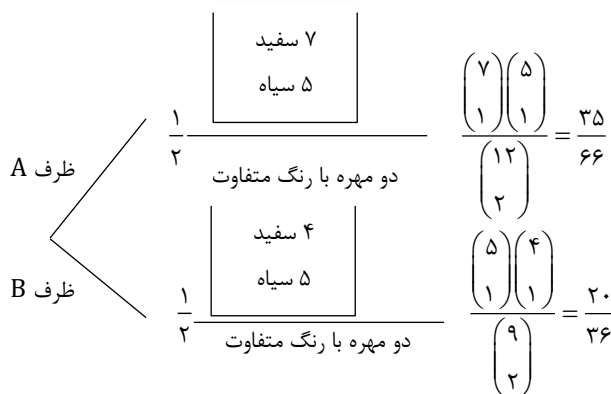
(۱)  $\frac{71}{132}$  (۲)  $\frac{430}{496}$  (۳)  $\frac{215}{792}$  (۴)  $\frac{215}{396}$

(متوسط ۱۱۲)

۱۴۳. پاسخ: گزینه ۴



با رسم نمودار فوق داریم:



$$p(\text{مهره‌ها هم‌رنگ نباشند}) = \frac{1}{2} \times \frac{35}{66} + \frac{1}{2} \times \frac{20}{36} = \frac{210 + 220}{2 \times 66 \times 11} = \frac{430}{792} = \frac{215}{396}$$

۱۴۴- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند و داشته باشیم  $P(A \cup B) = 0.4$  و  $P(A \cap B) = 0.8$ ،  $P(A - B)$  چقدر است؟

(۱) ۰/۱۵ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۳ (۴) ۰/۴۵

(متوسط ۱۱۲)

۱۴۴. پاسخ: گزینه ۱



با توجه به اینکه A و B دو پیشامد مستقل هستند، پس  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$  می‌باشد، پس داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = 0.4$$

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B') = P(A) + (1 - P(B)) - P(A) \times (1 - P(B))$$

$$= 1 + P(A) - P(B) - P(A) + P(A) \times P(B) = 1 - P(B) + P(A) \times P(B) = 0.8$$

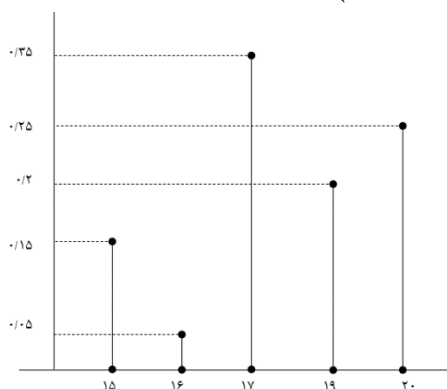
$$\Rightarrow \begin{cases} P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = 0.4 \\ 1 - P(B) + P(A) \times P(B) = 0.8 \end{cases} \xrightarrow{+} 1 + P(A) = 1.2 \rightarrow P(A) = 0.2$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.2 + P(B) - 0.2 \times P(B) = 0.4 \Rightarrow 0.8P(B) = 0.2P(B) = \frac{2}{8} = 0.25$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - P(A) \times P(B) = 0.2 - 0.2 \times 0.25 = 0.2 - 0.05 = 0.15$$

۱۴۵- با توجه به نمودار میله‌ای فراوانی نسبی داده‌های کمی گسسته، اختلاف میانه از مد چقدر است؟

(۱) صفر (۲) ۰/۵ (۳) ۱ (۴) ۲



۱۴۵. پاسخ: گزینه ۱ (ساده ۱۱۳)

مد داده‌ای است که بیشترین فراوانی را داشته باشد، پس در این داده‌ها ۱۷ مد است چون بیشترین فراوانی را دارد. برای پیدا کردن میانه لازم است بدانیم دقیقاً وسط داده‌ها کجاست، چون فراوانی نسبی را داریم باید از ابتدا آغاز کنیم و جایی که فراوانی ۰/۵ برسیم میانه آنجا قرار دارد. یعنی ابتدا ۰/۱۵ داده‌ها ۱۵ هستند و سپس ۰/۰۵ داده‌ها ۱۶ می‌باشند، پس تاکنون  $0/2 = 0/15 + 0/05$  داده‌ها را بررسی کردیم، و ۰/۳۵ داده‌ها ۱۷ می‌باشند که به همراه ۰/۲ قبلی ۰/۵۵ داده‌ها را شامل می‌شود پس حتماً میانه در گروه سوم قرار دارد یعنی میانه ۱۷ است. پس اختلاف میانه و مد صفر است.

۱۴۶- در داده‌های مرتب شده‌ی ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۷، ۸، ۱۲، ۱۳، ۱۳، ۱۵، ۱۵، ۱۶، ۱۶، ۱۷، ۲۰ واریانس داده‌های داخل جعبه چقدر است؟

- ۱۳/۷۵ (۴)      ۱۳/۲۵ (۳)      ۱۲/۷۵ (۲)      ۱۲/۲۵ (۱)

۱۴۶. پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ۱۱۳)

۱۶ داده داریم، پس میانگین داده‌ی هشتم و نهم، میانه است. برای پیدا کردن چارک اول سراغ ۸ داده‌ی اول می‌رویم که میانگین داده‌های چهارم و پنجم  $Q_1$  است یعنی  $Q_1 = \frac{4+5}{2} = 4.5$  پس از داده‌ی پنجم درون جعبه خواهد بود. همچنین میانه‌ی نیمه دوم را محاسبه می‌کنیم  $Q_3 = \frac{15+16}{2} = 15.5$  پس تا عدد ۱۵ درون جعبه خواهد بود.

$$1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 12, 13, 13, 15, 15, 16, 16, 17, 20$$

$$Q_1 = 4.5 \quad Q_3 = 15.5$$

پس داده‌های درون جعبه ۵، ۷، ۸، ۱۲، ۱۳، ۱۳، ۱۵، ۱۵ هستند و برای محاسبه واریانس ابتدا میانگین را محاسبه می‌کنیم و ابتدا فرض می‌کنیم میانگین ۱۰ است. از همه ۱۰ واحد کم می‌کنیم. پس داریم:

$$\frac{-8 - 7 - 7 + 7 + 3 + 7 + 8 + 5}{8} = \frac{8}{8} = 1 \rightarrow \bar{x} = 10 + 1 = 11$$

حال داریم:

$$\sigma^2 = \frac{(5-11)^2 + (7-11)^2 + (8-11)^2 + (12-11)^2 + (13-11)^2 + (13-11)^2 + (15-11)^2 + (15-11)^2}{8}$$

$$= \frac{36 + 16 + 9 + 1 + 4 + 4 + 16 + 16}{8} = \frac{102}{8} = \frac{51}{4} = 12.75$$

۱۴۷- به ازای چند عدد دو رقمی  $n$  عدد  $2^n - 1$  بر ۱۱۹ بخشپذیر است؟

- ۸ (۴)      ۴ (۳)      ۲ (۲)      ۱ (۱)

۱۴۷. پاسخ: گزینه ۳ (سخت ۱۲۱)

با توجه به اینکه  $119 = 7 \times 17$  پس داریم

$$\left. \begin{array}{l} 2^7 \equiv 8 \equiv 1 \rightarrow 2^{24} \equiv 1 \\ 2^8 \equiv 16 \equiv -1 \rightarrow 2^8 \equiv 1 \rightarrow 2^{24} \equiv 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 2^{24} \equiv 1 \Rightarrow 2^{119} \equiv 1$$

$$\Rightarrow 2^{24k} \equiv 1 \Rightarrow 2^{24k} - 1 \equiv 119 \Rightarrow n = 24k \rightarrow \begin{cases} n = 24 \\ n = 48 \\ n = 72 \\ n = 96 \end{cases}$$

۱۴۸- اگر ۱۳ برابر عدد پنج رقمی  $aa^0aa$  مربع کامل باشد،  $a$  چند است؟

- ۴ (نشدنی)      ۷ (۳)      ۵ (۲)      ۳ (۱)

۱۴۸. پاسخ: گزینه ۳ (سخت ۱۲۱)

عدد پنج رقمی  $aa^0aa$  برابر است با:  $11011a = 10000a + 1000a + 100a + 10a + a$  با تجزیه‌ی ۱۱۰۱۱ داریم:

$$\left. \begin{array}{l} 11011 = 7 \times 1573 \\ 1573 = 11 \times 143 \\ 143 = 11 \times 13 \end{array} \right\} 11011 = 7 \times 11 \times 11 \times 13 = 7 \times 13 \times 11^2$$

حالا چون ۱۳ برابر این عدد مربع کامل است، پس داریم:

$$13 \times \overline{aa \cdot aa} = 13 \times 7 \times 13 \times 11^2 \times a = 13^2 \times 11^2 \times 7 \times a$$

پس  $a$  باید ۷ باشد. (توجه کنید که  $a$  عددی بین ۱ تا ۹ است)

۱۴۹- باقیمانده تقسیم  $A$  بر ۱۷ و ۱۳ به ترتیب ۹ و ۵ می باشد، مجموع ارقام کوچکترین عدد سه رقمی  $A$  کدام است؟

- ۴ (۱)      ۶ (۲)      ۹ (۳)      ۱۳ (۴)

۱۴۹. پاسخ: گزینه ۲ (متوسط) 

$$\left. \begin{array}{l} A \equiv 9 \rightarrow A + 8 \equiv 17 \equiv 0 \\ A \equiv 5 \rightarrow A + 8 \equiv 13 \equiv 0 \end{array} \right\} \Rightarrow A + 8 \equiv 0 \pmod{[17, 13]} \Rightarrow A + 8 \equiv 221$$


$$A + 8 = 221K \rightarrow A = 221K - 8 \rightarrow A$$

کوچکترین عدد سه رقمی  $A = 221 - 8 = 213$

مجموع ارقام = ۶

۱۵۰- مجموع اعداد دو رقمی  $n$  که به ازای آنها  $7n + 5$  و  $12n + 1$  نسبت به هم اول نیستند، چقدر است؟

- ۲۲ (۱)      ۵۳ (۲)      ۷۵ (۳)      ۹۷ (۴)

۱۵۰. پاسخ: گزینه ۴ (سخت) 

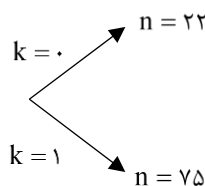
اگر  $d = \gcd(7n + 5, 12n + 1)$  فرض کنیم، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} d \mid 7n + 5 \xrightarrow{\times 12} d \mid 84n + 60 \\ d \mid 12n + 1 \xrightarrow{\times 7} d \mid 84n + 7 \end{array} \right\} \xrightarrow{-} d \mid 53 \xrightarrow{d \neq 1} d = 53$$

پس باید  $53 \mid 7n + 5$  و  $53 \mid 12n + 1$  که کافی است یکی از بخشپذیری‌ها را حل کنیم. پس داریم:

$$53 \mid 12n + 1 \rightarrow 12n + 1 \equiv 0 \pmod{53} \rightarrow 12n \equiv -1 + 53 \equiv 52$$


$$\xrightarrow{\div 4} 3n \equiv 13 \pmod{53} \rightarrow 3n \equiv 66 \pmod{53} \xrightarrow{\div 3} n \equiv 22 \pmod{53} \rightarrow n = 53k + 22$$



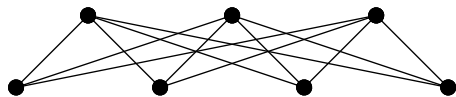
مجموع مقادیر دو رقمی  $n$  برابر است با  $22 + 75 = 97$

۱۵۱- گرافی با درجه رأس‌های ۴ و ۴ و ۳ و ۳ و ۳ و ۳ که هیچ یک از دو رأس با درجه‌های برابر مجاور نباشند، چند دور به طول ۴ دارد؟

- ۳ (۱)      ۶ (۲)      ۱۸ (۳)      ۳۶ (۴)

۱۵۱. پاسخ: گزینه ۳ (ساده) 

گراف را رسم می کنیم:

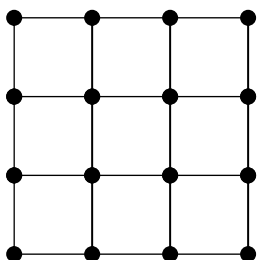


برای اینکه دوری به طول ۴ داشته باشیم لازم است دو رأس از رأس‌های با درجه‌ی ۳ و ۲ رأس از رأس‌های با درجه‌ی ۴ را انتخاب کنیم. هر انتخاب شما یک دور را

نشان می دهد پس در کل  $\binom{4}{2} \times \binom{4}{2} = 3 \times 6 = 18$  دور به طول ۴ داریم.

۱۵۲- عدد احاطه‌گری گراف روبه‌رو کدام است؟

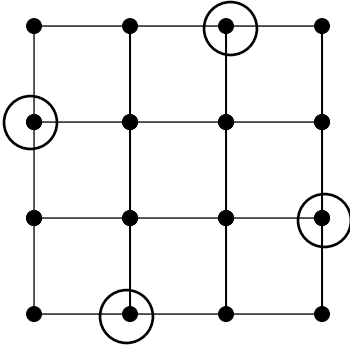
- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۷ (۴)





در گراف داده شده  $\Delta = 4, P = 16$  پس عدد احاطه‌گری گراف باید بزرگتر یا مساوی  $\left\lceil \frac{16}{4+1} \right\rceil = 4$  باشد. به کمک ۴ رأس که در شکل زیر

مشخص شده است می‌توان گراف را احاطه کرد، پس عدد احاطه‌گری ۴ می‌باشد.



۱	۲		
۲	۱		

۱۵۲- مربع لاتین روبه‌رو را به چند طریق می‌توان تکمیل کرد؟

۴ (۲)  
۱۶ (۴)

۲ (۱)  
۸ (۳)



چون سطر اول دو عدد ۱ و ۲ را دارد پس دو درایه دیگر سطر اول باید با اعداد ۳ و ۴ پر شوند که این کار به دو طریق امکان‌پذیر است و چون در سطر دوم هم اعداد ۱ و ۲ را داریم دو درایه‌ی دیگر سطر دوم باید اعداد ۳ و ۴ را داشته باشیم ولی ترتیب قرارگیری اعداد ۳ و ۴ کاملاً برعکس سطر اول باید باشد پس برای این دو درایه ۱ حالت داریم.

۱	۲	۳	۴
۲	۱	۴	۳

۱	۲	۴	۳
۲	۱	۳	۴

۳	۴
۴	۳

۴	۳
۳	۴

۱	۲
۲	۱

۲	۱
۱	۲

حال به سراغ درایه‌های سوم و چهارم ستون اول می‌رویم که همانند سطر اول باید دو عدد ۳ و ۴ در آنها قرار بگیرند که این کار به ۲ طریق امکان‌پذیر است یا ۳ و ۴ یا ۴ و ۳ و در دو درایه سوم و چهارم ستون دوم دو عدد ۳ و ۴ کاملاً برعکس ستون اول باید باشد. پس این ۴ درایه به دو صورت روبه‌رو قابل تکمیل شده است.

جهت تکمیل درایه‌های سطر سوم و چهارم و ستون سوم و چهارم هم باید در هر سطر اعداد ۱ و ۲ باشد هم در ستون اعداد ۱ و ۲ باشند، پس ایجاد ۴ درایه به یکی از دو صورت روبه‌رو می‌شوند. پس در کل مربع را به  $2 \times 2 \times 2 = 8$  طریق می‌توان تکمیل کرد

۱۵۴- چند عدد طبیعی کوچکتر مساوی ۱۰۰ داریم که نسبت به ۶۰ اول باشند؟

۲۶ (۱)

۲۹ (۲)

۳۵ (۳)

۴۱ (۴)

(سخت ۱۲۳)

۱۵۴. پاسخ: گزینه ۱



در تجزیه ۶۰ به عوامل اول داریم  $60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1$  پس برای اینکه عددی نسبت به ۶۰ اول باشد باید بر ۲ بخشپذیر نباشد و بر ۳ بخشپذیر نباشد و بر ۵ بخشپذیر نباشد. پس مجموعه A را اعداد طبیعی کوچکتر مساوی ۱۰۰ در نظر می‌گیریم که مضرب ۲ هستند و مجموعه B را اعداد طبیعی کوچکتر مساوی ۱۰۰ در نظر می‌گیریم که مضرب ۳ هستند و مجموعه C را اعداد طبیعی کوچکتر مساوی ۱۰۰ در نظر می‌گیریم که مضرب ۵ هستند، پس به دنبال تعداد اعضای  $A' \cap B' \cap C'$  هستیم. که داریم:

$$\begin{aligned} n(A' \cap B' \cap C') &= n((A \cup B \cup C)') = n(S) - n(A \cup B \cup C) \\ &= n(S) - (n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)) \\ n(S) &= 100 \end{aligned}$$

$$n(A) = \left[ \frac{100}{2} \right] = 50 \quad n(B) = \left[ \frac{100}{3} \right] = 33 \quad n(C) = \left[ \frac{100}{5} \right] = 20$$

$$n(A \cap B) = \left[ \frac{100}{6} \right] = 16 \quad n(A \cap C) = \left[ \frac{100}{10} \right] = 10 \quad n(B \cap C) = \left[ \frac{100}{15} \right] = 6 \quad n(A \cap B \cap C) = \left[ \frac{100}{30} \right] = 3$$

پس داریم:

$$\begin{aligned} n(A' \cap B' \cap C') &= n(S) - (n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)) \\ &= 100 - \left( \underbrace{50 + 33 + 20}_{103} - \underbrace{16 - 10 - 6}_{-32} + 3 \right) = 100 - 74 = 26 \end{aligned}$$

۱۵۵- در کیسه‌ای ۳ گوی آبی، ۴ گوی قرمز، ۶ گوی زرد و ۵ گوی سبز داریم، حداقل چند گوی انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم همواره حداقل سه گوی با رنگ متفاوت داریم؟

۴ (۱)

۷ (۲)

۱۱ (۳)

۱۲ (۴)

(ساده ۱۲۳)

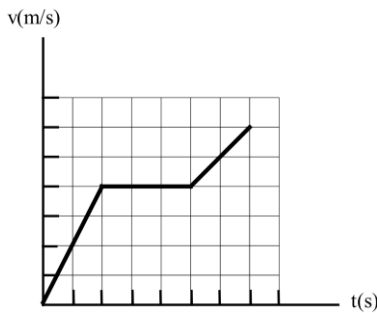
۱۵۵. پاسخ: گزینه ۴



در بدترین حالت ۶ گوی اول را انتخاب می‌کنیم همگی زرد هستند و ۵ گوی بعدی همگی سبز هستند یعنی می‌توان ۱۱ گوی برداشت که از دو رنگ باشند ولی گوی دوازدهم هر چه باشد رنگی غیر از زرد و سبز دارد، پس حداقل ۳ گوی با رنگ متفاوت خواهیم داشت، پس باید حداقل ۱۲ گوی انتخاب کنیم.

۱۵۶- نمودار سرعت- زمان متحرکی مطابق شکل مقابل است. اگر بیشینه شتاب متحرک در طول مسیر  $\frac{2}{5} \frac{m}{s^2}$  باشد و مسافت  $240m$

را با سرعت ثابت طی کرده باشد، بیشینه سرعت متحرک چند متر بر ثانیه است؟



- ۲۰ (۱)
- ۳۰ (۲)
- ۴۰ (۳)
- ۸۰ (۴)

۱۵۶ پاسخ: گزینه ۲

شتاب متحرک در مرحله اول حرکت بیشینه و برابر شیب نمودار  $v-t$  در این مرحله است:

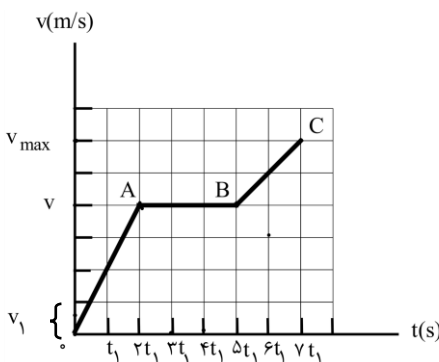
$$OA_{\text{شیب}} = \frac{v}{2t_1} \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{v}{2t_1} \rightarrow v = \Delta t_1$$

متحرک در مرحله  $AB$  با سرعت ثابت  $v$  حرکت کرده است:

$$\Delta x = v\Delta t = v(t_B - t_A)$$

$$240 = \Delta t_1 \times (\Delta t_1 - 2t_1) \rightarrow 240 = 1\Delta t_1^2 \rightarrow t_1^2 = 16 \rightarrow t_1 = 4s$$

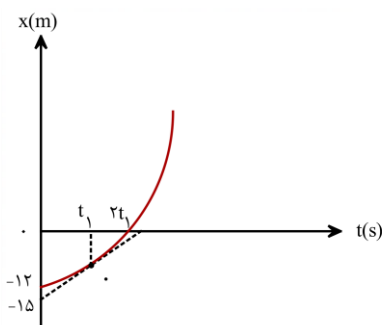
$$v = \Delta t_1 = 5 \times 4 = 20 \frac{m}{s}$$



$$\frac{v_{\max}}{v} = \frac{6v_1}{4v_1} \rightarrow \frac{v_{\max}}{20} = \frac{6}{4} \rightarrow v_{\max} = 30 \frac{m}{s}$$

۱۵۷- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند و خط مماس بر منحنی در لحظه  $t_1$ ، مطابق شکل روبه‌رو است. اگر سرعت متوسط

متحرک در  $t_1$  ثانیه اول  $1 \frac{m}{s}$  و در  $t_1$  ثانیه دوم  $3 \frac{m}{s}$  باشد، سرعت متحرک در لحظه  $t_1$  چند متر بر ثانیه است؟



- ۲ (۱)
- ۲/۴ (۲)
- ۳ (۳)
- ۳/۶ (۴)

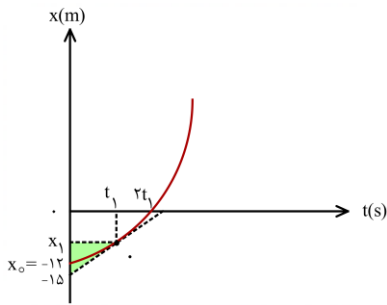
۱۵۷ پاسخ: گزینه ۱

گام اول: فرض کنید متحرک در لحظه  $t_1$  در مکان  $x_1$  قرار دارد. سرعت متوسط متحرک در  $t_1$  ثانیه اول برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_1 - x_0}{t_1} = \frac{x_1 - (-12)}{t_1} \rightarrow \frac{x_1 + 12}{t_1} = 1 \rightarrow x_1 + 12 = t_1 \quad (I)$$

گام دوم: متحرک در  $t_1$  ثانیه دوم (بازه زمانی  $t_1$  تا  $2t_1$ ) از مکان  $x_1$  به مکان  $x = 0$  منتقل می‌شود.

سرعت متوسط آن در این مدت برابر است با:



$$v'_{av} = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{0 - x_1}{2t_1 - t_1}$$

$$3 = \frac{-x_1}{t_1} \rightarrow x_1 = -3t_1 \quad (II)$$

گام سوم: از ترکیب روابط (I) و (II) خواهیم داشت:

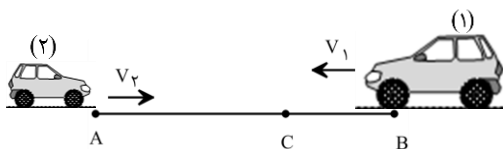
$$-3t_1 + 12 = t_1 \rightarrow 4t_1 = 12 \rightarrow t_1 = 3s$$

$$x_1 = -3t_1 = -3 \times 3 = -9m$$

گام چهارم: شیب خط مماس بر نمودار در لحظه  $t_1$  سرعت متحرک در این لحظه را نشان می‌دهد. برای محاسبه شیب این خط از مثلث سایه خورده استفاده می‌کنیم.

$$v_{t_1} = \frac{x_1 - (-15)}{t_1 - 0} = \frac{-9 + 15}{3} = 2 \frac{m}{s}$$

۱۵۸- دو متحرک با سرعت‌های ثابت  $v_1$  و  $v_2 = 2|v_1|$  هم‌زمان از نقاط A و B به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و در نقطه C از کنار یکدیگر عبور می‌کنند. در ادامه، متحرک اول پس از یک دقیقه به نقطه A می‌رسد. چند ثانیه طول می‌کشد تا متحرک دوم از C به B برسد؟



$$20 \quad (2)$$

$$45 \quad (4)$$

$$15 \quad (1)$$

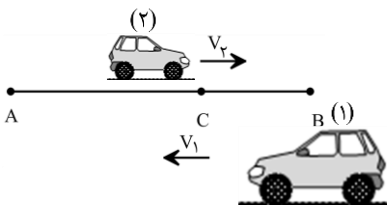
$$30 \quad (3)$$

۱۵۸ پاسخ: گزینه ۱

فرض می‌کنیم دو متحرک پس از  $\Delta t$  ثانیه به نقطه C برسند.

$$\begin{cases} d_r = v_r \Delta t_r \rightarrow AC = v_r \Delta t \\ d_l = v_l \Delta t_l \rightarrow BC = |v_l| \Delta t \end{cases} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{v_r}{|v_l|} = \frac{2|v_1|}{|v_1|} = 2$$

حالا وضعیتی را در نظر بگیرید که مطابق شکل روبه‌رو دو متحرک به نقطه C رسیده‌اند. زمانی که طول می‌کشد تا متحرک اول از C تا A جابه‌جا شود با  $\Delta t_1$  و زمانی که طول می‌کشد تا متحرک دوم از C تا B جابه‌جا شود با  $\Delta t_2$  نمایش می‌دهیم:



$$\begin{cases} CA = |v_1| \Delta t_1 \Rightarrow \frac{CA}{CB} = \frac{|v_1|}{v_2} \times \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} \\ CB = v_2 \Delta t_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times \frac{60}{\Delta t_2} \rightarrow \Delta t_2 = 15s$$

۱۵۹- جسمی به جرم  $2kg$  از ارتفاع معینی رها می‌شود و پس از  $2s$  با سرعت  $8 \frac{m}{s}$  به سطح زمین می‌رسد. نیروی وزن جسم چند برابر نیروی مقاومت هوای متوسط وارد بر آن است؟

$$\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$\frac{5}{3} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۱۵۹ پاسخ: گزینه ۳

جسم از حال سکون رها می‌شود ( $v_0 = 0$ ). شتاب متوسط جسم برابر است با:

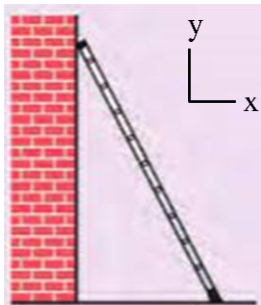
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{8 - 0}{2} = 4 \frac{m}{s^2}$$

طبق قانون دوم نیوتون:

$$F_{\text{net}} = ma \rightarrow mg - f_D = ma \rightarrow 2 \times 10 - f_D = 2 \times 4 \rightarrow f_D = 12 \text{ N}$$

$$\frac{W}{f_D} = \frac{mg}{f_D} = \frac{2 \times 10}{12} = \frac{5}{3}$$

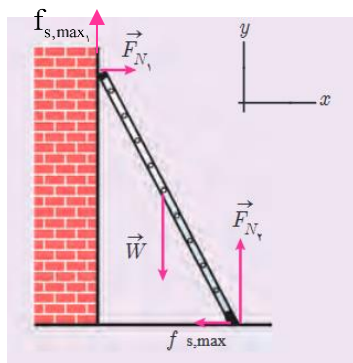
۱۶۰- در شکل روبه‌رو، نردبانی به جرم  $12 \text{ kg}$  به دیوار قائمی با ضریب اصطکاک ایستایی  $0/4$  تکیه داده شده است. ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح زمین و پای نردبان  $0/5$  است و نردبان در آستانه سرخوردن روی زمین و دیوار است. بردار نیرویی که از طرف نردبان به سطح زمین وارد می‌شود، کدام است؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )



- می‌شود، کدام است؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )
- (۱)  $(25 \text{ N})\vec{i} + (-50 \text{ N})\vec{j}$
  - (۲)  $(50 \text{ N})\vec{i} + (-100 \text{ N})\vec{j}$
  - (۳)  $(-25 \text{ N})\vec{i} + (-10 \text{ N})\vec{j}$
  - (۴)  $(-50 \text{ N})\vec{i} + (100 \text{ N})\vec{j}$

۱۶۰ پاسخ: گزینه ۲

نیروهای وارد بر نردبان را مطابق شکل روبه‌رو رسم می‌کنیم. این نیروها عبارت‌اند از: نیروهای عمودی سطح دیوار  $(\vec{F}_{N_r})$ ، نیروی اصطکاک بین دیوار و نردبان  $(f_{s, \text{max}_r})$ ، نیروی وزن نردبان  $(\vec{W})$ ، نیروی عمودی سطح زمین  $(\vec{F}_{N_s})$ ، نیروی اصطکاک بین زمین و نردبان  $(f_{s, \text{max}_s})$ . چون نردبان به حال تعادل است، نیروی خالص وارد بر آن در راستای قائم و افقی صفر است:



$$F_x = 0 \rightarrow F_{N_r} = f_{s, \text{max}_r} \rightarrow F_{N_r} = \mu_s F_{N_s} \rightarrow F_{N_r} = 0/5 F_{N_s}$$

$$F_y = 0 \rightarrow f_{s, \text{max}_s} + F_{N_s} - W = 0 \rightarrow \mu_s F_{N_r} + F_{N_s} - mg = 0$$

$$\rightarrow 0/4 \times 0/5 F_{N_s} + F_{N_s} - 12 \times 10 = 0 \rightarrow 1/2 F_{N_s} = 120 \rightarrow F_{N_s} = 100 \text{ N}$$

نیرویی که سطح زمین بر نردبان وارد می‌کند، برابر است با:

$$\vec{R} = (-f_{s, \text{max}_s})\vec{i} + (F_{N_s})\vec{j} = (-50 \text{ N})\vec{i} + (100 \text{ N})\vec{j}$$

واکنش این نیرو از طرف نردبان به سطح زمین وارد می‌شود:

$$\vec{R}' = -\vec{R} = (50 \text{ N})\vec{i} + (-100 \text{ N})\vec{j}$$

۱۶۱- وزنه‌ای به جرم  $2 \text{ kg}$  را به انتهای فنری می‌بندیم و فنر را از سقف یک آسانسور آویزان می‌کنیم. اگر آسانسور با سرعت ثابت  $2 \text{ m/s}$  رو به بالا حرکت کند، طول فنر به  $13 \text{ cm}$  و اگر با شتاب ثابت  $2 \text{ m/s}^2$  شروع به حرکت به سمت بالا کند، طول فنر به  $13/2 \text{ cm}$  می‌رسد. ثابت فنر

چند نیوتون بر متر است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

۲۰۰۰ (۴)

۱۰۰۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

۱۶۱ پاسخ: گزینه ۴

روش اول:

وقتی آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند، نیروی کشسانی فنر با وزن وزنه متصل به آن موازنه می‌شود:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e - W = ma \Rightarrow k\Delta l_1 = mg \Rightarrow k(l_1 - l_0) = 2 \times 10 \Rightarrow k(13 - l_0) = 20 \quad (1)$$

وقتی آسانسور با شتاب ثابت  $2 \text{ m/s}^2$  به سمت بالا حرکت می‌کند، نیروی بالا بر کشسانی بزرگ‌تر از نیروی پایین بر وزن می‌شود و داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e - W = m \times a \Rightarrow k\Delta l_2 - mg = ma \Rightarrow k(l_2 - l_0) - 2 \times 10 = 2 \times 2 \Rightarrow k(13/2 - l_0) = 24 \quad (2)$$

رابطه‌های (۱) و (۲) را بر هم تقسیم کنید تا مزاحم (k) حذف شود!

$$\frac{(1)}{(2)}: \frac{k(13-1)}{k(13/2-1)} = \frac{20}{24} \Rightarrow \frac{13-1}{13/2-1} \Rightarrow 12 \times 13 - 121 = 10 \times 13/2 - 101 \Rightarrow 156 - 132 = 121 - 101$$

$$\Rightarrow 21 = 24 \Rightarrow l = 12 \text{ cm}$$

حالا از رابطه (۱) یا (۲)، k را حساب کنید:

$$k(13-1) = 20 \Rightarrow k(13-12) = 20 \Rightarrow k = 20 \text{ N/cm} = \frac{20 \cdot \text{N}}{1 \text{ m}} = 2000 \text{ N/m}$$

روش دوم:

اگر در سرعت ثابت، طول فنر  $L_1$  و در شتاب ثابت، طول فنر  $L_2$  باشد، همواره داریم:

$$k|L_1 - L_2| = ma \Rightarrow k \times 2 \times 10^{-2} = 2 \times 2 \Rightarrow k = 2000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

۱۶۲- طول عقربه دقیقه شمار یک ساعت دیواری  $\frac{7}{4}$  برابر طول عقربه ساعت شمار آن است. سرعت خطی نوک عقربه ساعت شمار چند برابر سرعت خطی نوک عقربه دقیقه شمار است؟

$$\frac{1}{42} \quad (4)$$

$$42 \quad (3)$$

$$\frac{1}{21} \quad (2)$$

$$21 \quad (1)$$

۱۶۲ پاسخ: گزینه ۲



$$V = r\omega = r \times \frac{2\pi}{T}$$

در حرکت دایره‌ای یکنواخت سرعت خطی از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$\frac{V_h}{V_{min}} = \frac{r_h}{r_{min}} \times \frac{T_{min}}{T_h} = \frac{4}{7} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{21}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

۱۶۳- وزنه‌ای روی پاره‌خطی به طول  $8 \text{ cm}$  روی سطح افقی بدون اصطکاکی حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. وزنه از مکان  $x = +4 \text{ cm}$  از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و در لحظه  $t_1 = 6 \text{ s}$  برای اولین بار از  $2$  سانتی‌متری مرکز نوسان عبور می‌کند. وزنه چند ثانیه پس از لحظه  $t_1$  برای دومین بار در فاصله  $2$  سانتی‌متری مرکز نوسان قرار می‌گیرد؟

$$16 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

۱۶۳ پاسخ: گزینه ۱



$$A = \frac{\lambda}{2} = 4 \text{ cm}$$

راه حل اول: دامنه حرکت نوسانگر برابر نصف طول پاره خط نوسان است:

$$x = A \cos \omega t \rightarrow x_{(cm)} = 4 \cos \omega t$$

معادله حرکت نوسانگر برابر است با:

نوسانگر در لحظه  $t_1 = 6 \text{ s}$  برای اولین بار در مکان  $x_1 = 2 \text{ cm}$  قرار می‌گیرد:

$$2 = 4 \cos \omega \times 6 \Rightarrow \cos 6\omega = \frac{1}{2} \rightarrow 6\omega = \frac{\pi}{3} \rightarrow \omega = \frac{\pi \text{ rad}}{18 \text{ s}} \rightarrow x_{(cm)} = 4 \cos\left(\frac{\pi}{18} t\right)$$

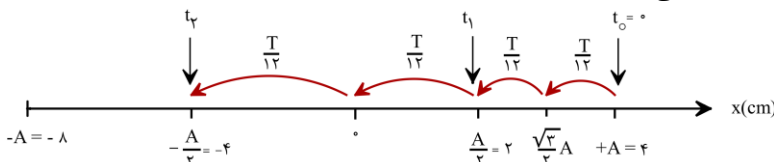
نوسانگر در لحظه  $t_2$  برای اولین بار از مکان  $x_2 = -2 \text{ cm}$  عبور می‌کند (برای دومین بار در فاصله  $2$  سانتی‌متری مرکز تعادل قرار می‌گیرد).

$$x = 4 \cos\left(\frac{\pi}{18} t_2\right) = -2 \rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{18} t_2\right) = -\frac{1}{2} \rightarrow \frac{\pi}{18} t_2 = \pi - \frac{\pi}{3} \rightarrow \frac{\pi}{18} t_2 = \frac{2\pi}{3} \rightarrow t_2 = 12 \text{ s}$$

بازه زمانی  $\Delta t = t_2 - t_1$  مورد سؤال قرار گرفته است:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 12 - 6 = 6 \text{ s}$$

راه حل دوم: شکل زیر زمان جابه‌جایی بین مکان‌های تابلو را نشان می‌دهد!



با توجه به شکل داریم:

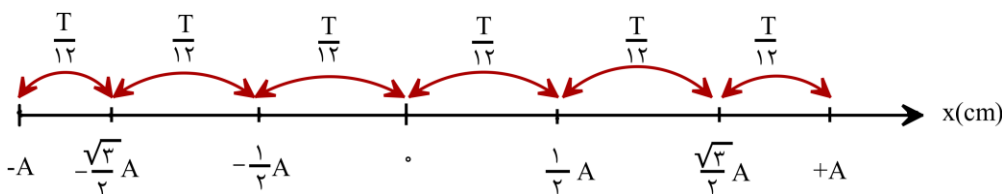
$$\begin{cases} t_1 = 2 \frac{T}{12} \\ t_2 = 4 \frac{T}{12} \end{cases} \Rightarrow t_2 = 2t_1 = 2 \times 6 = 12s \rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = 12 - 6 = 6s$$

۱۶۴- بیشترین مسافتی که یک نوسانگر هماهنگ ساده در مدت  $\frac{T}{6}$  طی می کند چند برابر کم ترین مسافتی است که در همین مدت طی می کند؟

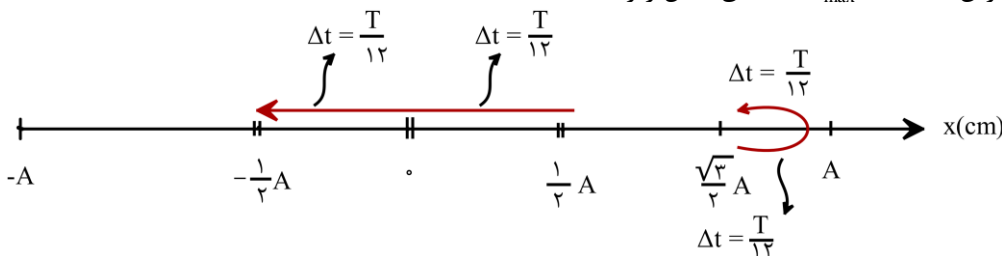
(۱)  $\sqrt{3}$  (۲) ۲ (۳)  $2 - \sqrt{3}$  (۴)  $2 + \sqrt{3}$

۱۶۴ پاسخ: گزینه ۴

گام اول: شکل زیر بسیار مهم است؛ نشان می دهد نوسانگر در زمان های  $\frac{T}{12}$  متوالی چگونه جابه جا می شود.



گام دوم: مسافت طی شده توسط نوسانگر در یک بازه زمانی  $0 < \Delta t < \frac{T}{2}$  وقتی بیشینه است که نوسانگر حول نقطه تعادل (که تندی اش بیشینه است) حرکت کند به طوری که نیمه از زمان حرکتش را در یک طرف و نیم دیگر را در طرف دیگر نقطه تعادل سپری کند. مسافت طی شده در مدت  $\Delta t$  وقتی کمینه است که نوسانگر حول یک انتهای مسیر (که تندی اش حداقل است) حرکت کند، طوری که در نیمه از زمان حرکتش به یک انتهای مسیر نزدیک و نیم دیگر از همان نقطه دور شود. با این حساب، نحوه جابه جایی نوسانگر برای دستیابی به کم ترین مسافت ( $L_{min}$ ) یا بیشترین مسافت ( $L_{max}$ ) مطابق شکل زیر است:



$$\begin{cases} L_{max} = 2 \times \frac{1}{2} A = A \\ L_{min} = 2 \times (A - \frac{\sqrt{3}}{2} A) = (2 - \sqrt{3})A \end{cases} \Rightarrow \frac{L_{max}}{L_{min}} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} \times \left( \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \right) = \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 + \sqrt{3}$$

۱۶۵- دو آونگ ساده A و B در کنار هم نوسان می کنند. به ازای هر ۳ نوسان آونگ A، آونگ B یک نوسان بیشتر از A انجام می دهد. طول آونگ B چند برابر طول آونگ A است؟

(۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{9}{16}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{4}{9}$

۱۶۵ پاسخ: گزینه ۲

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

بسامد زاویه ای آونگ ساده از رابطه مقابل به دست می آید:

$$\frac{\omega_A}{\omega_B} = \sqrt{\frac{L_B}{L_A}} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \sqrt{\frac{L_B}{L_A}}$$

از آنجایی که شتاب گرانش برای هر دو آونگ یکسان است می توان نوشت:

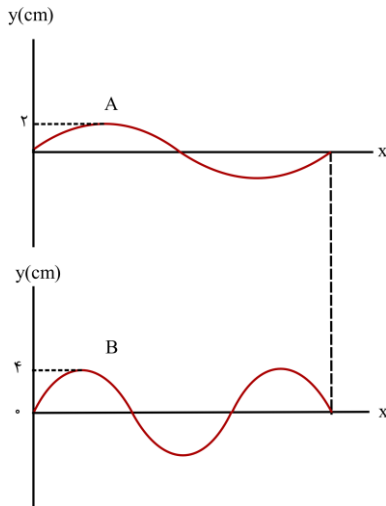
به ازای هر ۳ نوسان آونگ A، آونگ B ۴ نوسان انجام می‌دهد؛ بنابراین:

$$\frac{f_A}{f_B} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} = \sqrt{\frac{L_B}{L_A}} \Rightarrow \frac{L_B}{L_A} = \frac{9}{16}$$

بنابراین:

۱۶۶- در شکل زیر، دو موج عرضی با بسامدهای مساوی در دو طناب A و B منتشر می‌شوند. در مدت زمانی که موج ۶m در طول طناب A پیش می‌رود، مسافت چند متر را در طناب B طی می‌کند؟

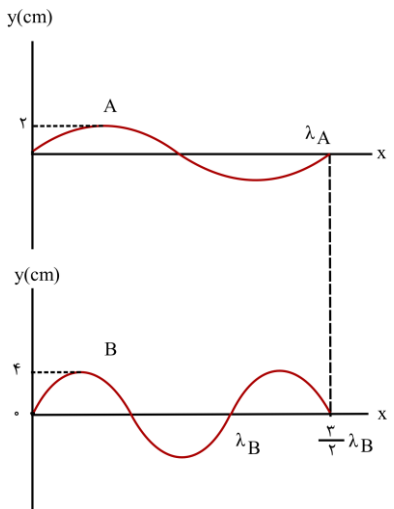


- (۱) ۴  
(۲) ۶  
(۳) ۸  
(۴) ۹

۱۶۶ پاسخ: گزینه ۱



با توجه به شکل روبه‌رو، می‌نویسیم:



$$\lambda_A = \frac{3}{2} \lambda_B$$

$$\frac{v_A}{f_A} = \frac{3}{2} \left( \frac{v_B}{f_B} \right) \xrightarrow{(f_A=f_B)} v_B = \frac{2}{3} v_A$$

$$\Delta x = v \Delta t \xrightarrow{(\Delta t_A = \Delta t_B)} \frac{\Delta x_B}{\Delta x_A} = \frac{v_B}{v_A} \rightarrow \frac{\Delta x_B}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \Delta x_B = 4 \text{ m}$$

۱۶۷- دو موج مکانیکی A و B در یک محیط کشسان منتشر می‌شوند، اگر طول موج B، ۲ برابر طول موج A باشد، بسامد و تندی انتشار موج B چند برابر موج A است؟ (از راست به چپ)

(۴)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$

(۳)  $1, \frac{1}{2}$

(۲)  $1, 4$

(۱)  $2, 1$

۱۶۷ پاسخ: گزینه ۳



تندی انتشار موج یکی از ویژگی‌های محیط انتشار موج است. از آنجایی که هر دو موج در یک محیط منتشر شده‌اند می‌توان نتیجه گرفت

$$\left( \frac{v_B}{v_A} = 1 \right) \text{ تندی انتشار هر دو موج یکسان است.}$$

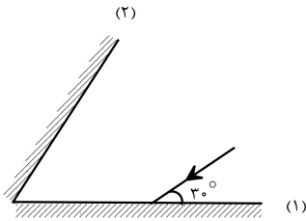
ولی بسامد (فرکانس) موج یکی از ویژگی‌های منبع موج می‌باشد و برای دو موج A و B، متفاوت است.

$$\frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{f_A}{f_B} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = 2 \Rightarrow \frac{f_B}{f_A} = \frac{1}{2}$$

طبق رابطه  $\lambda = \frac{v}{f}$  می توان نتیجه گرفت:

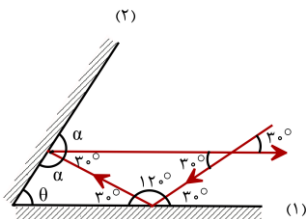
۱۶۸- در شکل روبه‌رو زاویه‌ی بین دو آینه چند درجه باشد تا پرتو بازتابش از آینه‌ی (۲) موازی آینه‌ی (۱) باشد؟

- (۱) ۳۰  
(۲) ۴۵  
(۳) ۶۰  
(۴) ۷۵



۱۶۸ پاسخ: گزینه ۴

در شکل روبه‌رو، مسیر حرکت پرتو را کامل کرده‌ایم. بر اساس شکل، داریم:



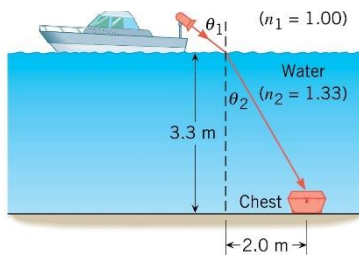
$$\alpha + \alpha + 30^\circ = 180^\circ$$

$$2\alpha = 150^\circ \rightarrow \alpha = 75^\circ$$

$$\alpha + \theta + 30^\circ = 180^\circ \rightarrow 75^\circ + \theta + 30^\circ = 180^\circ \rightarrow \theta = 75^\circ$$

۱۶۹- در شکل روبه‌رو، از یک قایق ردیاب برای روشن کردن صندوقی در کف دریا استفاده شده است. نور پرتوفاکن باید تقریباً تحت چه زاویه‌ای ( $\theta_1$ )

به سطح آب دریا تابانده شود؟ (ضریب شکست آب  $\frac{4}{3}$  و ضریب شکست هوا ۱ است و  $2\sqrt{3} \approx 3.3$ )



- (۱) ۳۰  
(۲) ۳۷  
(۳) ۴۲  
(۴) ۵۳

۱۶۹ پاسخ: گزینه ۳

باید زاویه  $\theta_1$  به اندازه‌ای باشد که پرتو مسیر از شکست به صندوق برسد. بر اساس شکل صورت تست، داریم:

$$\tan \theta_r = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

بنا بر قانون اسنل:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_r$$

$$1 \times \sin \theta_1 = \frac{4}{3} \times \sin 30^\circ \rightarrow \sin \theta_1 = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3} = 0.67$$

نمی‌دانیم سینوس چه زاویه‌ای ۰/۶۷ است ولی با اندکی شناخت ریاضی می‌توانیم به گزینه درست برسیم.  $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.7$  است.

پس  $\theta_1$  کمی از ۴۵ کوچک‌تر است که تنها گزینه نزدیک به ۴۵ گزینه ۳ (یعنی ۴۲) است.

۱۷۰- شخصی در فاصله ۵ متری از یک چشمه صوت قرار دارد و امواج صوتی حاصل از چشمه را با تراز ۸۰dB دریافت می‌کند. توان چشمه چند وات

است؟ (از جذب انرژی توسط محیط صرف‌نظر می‌شود،  $\pi = 3$  و  $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$  است.)

(۴) ۷۵

(۳)  $7/5 \times 10^{-3}$

(۲)  $3 \times 10^2$

(۱)  $3 \times 10^{-2}$



گام اول: شدت صوت را در محل قرارگیری شخص به دست می آوریم:

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \rightarrow 10 = 10 \cdot \log \frac{I}{10^{-12}} \rightarrow \log \frac{I}{10^{-12}} = 1 \rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^1 \rightarrow I = 10^{-11} \frac{W}{m^2}$$

گام دوم: امواج صوتی به شکل کره‌ای (با مساحت  $4\pi r^2$ ) منتشر می‌شوند؛ پس:

$$I = \frac{P}{A} \rightarrow P = IA = I(4\pi r^2) = 10^{-11} \times (4 \times 3 \times 5^2) = 3 \times 10^{-9} W$$

۱۷۱- تار کشیده‌ای به طول ۰/۵ متر و قطر ۵mm با چگالی  $\frac{4}{3} \frac{g}{cm^3}$  بین دو نقطه محکم بسته شده است. اگر بسامد صوت اصلی ۵۰Hz باشد، کشش تار چند نیوتون است؟ ( $\pi = 3$ )

- ۱) ۱۲۲/۵ (۲) ۳۷۵ (۳) ۷۵۰ (۴) ۱۸۷/۵



هنگامی که تار با بسامد اصلی خود به ارتعاش در آمده است طول تار برابر است با:

$$L = \frac{\lambda}{2}$$

$$0.5 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 1m$$

بنابراین:

$$v = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow v = 50 \cdot \frac{m}{s}$$

با توجه به رابطه  $\lambda = \frac{v}{f}$  می‌توان نوشت:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

برای محاسبه نیروی کشش تار باید از رابطه مقابل استفاده کنیم:

$$50 = \sqrt{\frac{F}{4000 \times 3 \times (\frac{5}{100})^2 \times 10^{-6}}} \Rightarrow F = 187/5 N$$

بنابراین:

۱۷۲- در یک آزمایش فوتوالکتریک بلندترین طول موجی که بتواند از یک فلز، الکترون جدا کند، ۷۷۵nm است. با تاباندن چه طول موجی برحسب نانومتر بر این فلز، انرژی جنبشی بیشینه فوتوالکترونها  $6/4 \times 10^{-20} J$  می‌شود؟

$$(hc = 1240 \text{ nm.eV}, e = 1/6 \times 10^{-19} C)$$

- ۱) ۶۲۰ (۲) ۳۱۰ (۳) ۱۵۵ (۴) ۷۷/۵



$$K_{\max} = 6/4 \times 10^{-20} J = \frac{6/4 \times 10^{-20}}{1/6 \times 10^{-19}} = 0.4 eV$$

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + K_{\max}$$

$$\frac{1240}{\lambda} = \frac{1240}{775} + 0.4 \Rightarrow \frac{1240}{\lambda} = 2 \Rightarrow \lambda = 620 \text{ nm}$$

۱۷۳- در اتم هیدروژن، اگر الکترون در مدار  $n = 6$  قرار داشته باشد، با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن اگر این اتم به حالت پایه برود، تعداد فوتون‌هایی که ممکن است در ناحیه فرابنفش تابش کند چند برابر تعداد فوتون‌هایی است که ممکن است در ناحیه فروسرخ تابش کند؟

- ۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{6}{15}$  (۳)  $\frac{5}{6}$  (۴)  $\frac{6}{5}$



تمام گذارهای الکترون از مدارهای  $n > 1$  به مدار  $n' = 1$  با تابش یکی از خطوط رشته لیمان (در ناحیه فرابنفش) همراه است:

$$(6 \rightarrow 1), (5 \rightarrow 1), (4 \rightarrow 1), (3 \rightarrow 1), (2 \rightarrow 1)$$

۵ تا فرابنفش

از انتقال الکترون از مدارهای ۳، ۴، ۵ و ۶ به مدار  $n' = 2$  یکی از خطوط رشته بالمر در ناحیه مرئی تابش می‌شود:

$$(6 \rightarrow 1), (5 \rightarrow 1), (4 \rightarrow 1), (3 \rightarrow 1)$$

۴ تا مرئی

هر انتقالی از الکترون به مدارهای بزرگ‌تر از ۲ باعث تابش فوتونی در ناحیه فرورسرخ می‌شود.

$$(6 \rightarrow 3), (5 \rightarrow 3), (4 \rightarrow 3), (6 \rightarrow 4), (5 \rightarrow 4), (6 \rightarrow 5)$$

۶ تا فرورسرخ

$$\frac{\text{تعداد فوتون‌های فرابنفش}}{\text{تعداد فوتون‌های فرورسرخ}} = \frac{5}{6}$$

توجه: تعداد فوتون‌هایی که ممکن است از انتقال الکترون از مدار  $n$  به مدارهای پایین‌تر تابش شود از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

در این تست، انواع فوتون‌هایی که ممکن است تابش شوند، برابر است با:

$$\text{تعداد فوتون‌ها} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

تعداد فوتون‌های فرابنفش ۵ تا است:

$$(n = 6, 5, 4, 3, 2) \rightarrow n' = 1$$

هیدروژن ۴ تا فوتون در ناحیه بالمر دارد. پس تعداد فوتون‌های فرورسرخ که ممکن است تابش شوند برابر است با:

$$15 - 5 - 4 = 6$$

۱۷۴- در تابش سومین خط رشته بالمر ( $n' = 2$ ) شعاع مدار الکترون چند برابر می‌شود؟

$$\frac{25}{4} \quad (4) \qquad \frac{4}{25} \quad (3) \qquad \frac{9}{4} \quad (2) \qquad \frac{4}{9} \quad (1)$$

۱۷۴ پاسخ: گزینه ۳



گام اول: سومین خط رشته بالمر در صورت انتقال الکترون از مدار  $n = 5$  به  $n' = 2$  تابش می‌شود.

$$\text{شماره خط} = n - n' \rightarrow 3 = n - 2 \rightarrow n = 5$$

گام دوم: شماره مدار الکترون از رابطه  $r_n = n^2 r_1$  به دست می‌آید.

$$\begin{cases} r_{n'} = n'^2 r_1 = 2^2 r_1 = 4 r_1 \\ r_n = n^2 r_1 = 5^2 r_1 = 25 r_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{r_{n'}}{r_n} = \frac{4}{25}$$

۱۷۵- نیمه عمر ماده پرتوزا ۵ ساعت است. پس از چند ساعت، تعداد هسته‌های واپاشیده شده ۱۵ برابر تعداد هسته‌های باقی‌مانده از ماده اولیه می‌شود؟

$$30 \quad (4) \qquad 25 \quad (3) \qquad 20 \quad (2) \qquad 15 \quad (1)$$

۱۷۵ پاسخ: گزینه ۲



گام اول: اگر تعداد هسته‌های اولیه را با  $N_0$ ، تعداد هسته‌های باقی‌مانده را با  $N$  و تعداد هسته‌های واپاشیده شده را با  $N'$  نشان دهیم،

رابطه مقابل برقرار است:

$$N = \frac{N_0}{2^n}, \quad n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}, \quad N' = N_0 - N$$

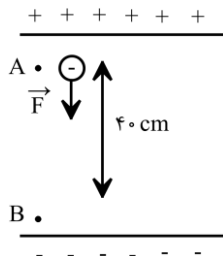
گام دوم: طبق اطلاعات تست  $N' = 15N$  است؛ پس:

$$N_1 = N + N' = N + 15N = 16N$$

$$N = \frac{N_1}{3^n} \rightarrow N = \frac{16N}{3^n} \rightarrow 3^n = 3^4 \rightarrow n = 4 \rightarrow \frac{t}{T_{\frac{1}{3}}} = 4 \rightarrow \frac{t}{5} = 4 \rightarrow t = 20 \text{ h}$$

۱۷۶- در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی  $E = 100 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$  ذره‌ای به جرم ۲۵۰ گرم و دارای بار الکتریکی  $10 \mu\text{C}$  را از حال سکون به وسیله

نیروی خارجی  $\vec{F}$  از نقطه A تا B جابه‌جا می‌کنیم. اگر تندی ذره در نقطه B به  $2\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$  برسد، بزرگی نیروی  $\vec{F}$  کدام است؟



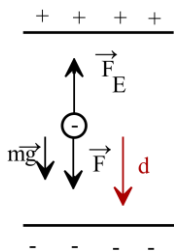
- ۲۰ (۱)  
۱۰ (۲)  
۲ (۳)  
۱ (۴)

شماره صفحه‌های کتاب درسی: ۲۰ تا ۲۵

۱۷۶ پاسخ: گزینه ۴



نیروهای وارد بر ذره، علاوه بر نیروی خارجی  $\vec{F}$  عبارت‌اند از نیروی وزن و نیروی وارد از سوی میدان الکتریکی که برای بار منفی در خلاف جهت خطوط میدان وارد می‌شود. با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، برای ذره باردار داده شده داریم:



$$W_t = \Delta k \rightarrow W_{mg} + W_F + W_{E_e} = \Delta k$$

$$\rightarrow mgd \cos \theta_1 + Fd \cos \theta_2 + E |q| d \cos \theta_3 = \frac{1}{2} m (V_B^2 - V_A^2)$$

در رابطه بالا،  $\theta_1$  زاویه بین نیروی وزن و جابه‌جایی ذره،  $\theta_2$  زاویه بین نیروی F و جابه‌جایی ذره،  $\theta_3$  رابطه‌ی بین نیروی میدان و جابه‌جایی ذره است. همچنین می‌دانیم که ذره در نقطه A از حال سکون رها شده است. بنابراین:

$$mgd \cos 0 + Fd \cos 0 + E |q| d \cos 180 = \frac{1}{2} m (V_B^2 - 0)$$

$$mgd + Fd - E |q| d = \frac{1}{2} m V_B^2 = 0.25 \times 10 \times \frac{4}{10} + F \times \frac{4}{10} - 10^5 \times 10 \times 10^{-6} \times \frac{4}{10} = \frac{1}{2} \times 0.25 \times (2\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{4}{10} F - 0.4 = 1 \Rightarrow \frac{4}{10} F = \frac{4}{10} \rightarrow F = 1 \text{ N}$$

۱۷۷- بر روی یکی از صفحات یک خازن به ظرفیت  $10 \mu\text{F}$ ، تعداد  $5 \times 10^{15}$  الکترون اضافی قرار دارد و پتانسیل آن  $(-20 \text{ V})$  است. پتانسیل نقطه‌ای مانند A که در فاصله‌ی میان صفحات این خازن بوده و از هر دو صفحه فاصله یکسانی دارد، چند ولت است؟

- ۲۰ (۱)      -۱۰ (۲)      -۴۰ (۳)      ۴۰ (۴)

شماره صفحه‌های کتاب درسی: ۲۸ تا ۳۳

۱۷۷ پاسخ: گزینه ۱



با توجه به داشتن تعداد الکترون‌های اضافی یک صفحه، می‌توان بار آن صفحه را به دست آورد:

$$q = -ne = -5 \times 10^{15} \times 1.6 \times 10^{-19} = -8 \times 10^{-4} \text{ C}$$

بنابراین می‌توان گفت بار خازن  $q = 8 \times 10^{-4} \text{ C}$  است.

حال با داشتن بار و ظرفیت خازن، می‌توان اختلاف پتانسیل بین صفحات آن را به دست آورد:

$$V = \frac{q}{C} = \frac{8 \times 10^{-4}}{10 \times 10^{-6}} = \frac{8}{10} \times 10^2 = 80 \text{ V}$$

از آنجایی که در خازن  $V = Ed$  بنابراین  $V \propto d$  در نتیجه می‌توان گفت چون پتانسیل نقطه‌ی میانی خواسته شده بنابراین:

$$\frac{\Delta V_2}{\Delta V_1} = \frac{d}{2} \rightarrow \frac{\Delta V_2}{80} = \frac{1}{2} \rightarrow \Delta V_2 = 40 \text{ V}$$

$$V_{\text{نقطه میانی}} = 40 - 20 = 20 \text{ V}$$

۱۷۸- ظرفیت خازنی  $20 \mu\text{F}$  و اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه آن  $V_1$  است. اگر  $+20 \mu\text{C}$  بار الکتریکی را از صفحه منفی آن به صفحه مثبت انتقال دهیم، انرژی ذخیره شده در آن  $70 \mu\text{J}$  تغییر می‌کند.  $V_1$  چند ولت است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۷۸ پاسخ: گزینه ۱



اگر بار  $+q$  را از صفحه منفی کنده و به صفحه مثبت منتقل کنیم، بار خازن به اندازه  $q$  افزایش می‌یابد.

با توجه به رابطه  $U = \frac{q^2}{2C}$ ، چون ظرفیت خازن ثابت و بار الکتریکی آن افزایش یافته است، می‌توانیم نتیجه بگیریم انرژی خازن باید افزایش یافته باشد.

$$\Delta U = \frac{q_2^2}{2C} - \frac{q_1^2}{2C} = \frac{q_2^2 - q_1^2}{2C}$$

بنابراین:

در مورد این چنین مسائل که همگی واحدها از ضریب میکرو هستند، پیشنهاد می‌شود کل سوال را با ضریب میکرو حل کنید؛ یعنی به صورت زیر:

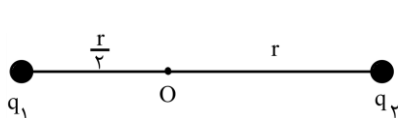
$$\Delta U = \frac{q_2^2 - q_1^2}{2C} = \frac{(q_1 + 20)^2 - q_1^2}{2 \times 20} = \frac{40q_1 + 400}{40} = q_1 + 10 = 70 \Rightarrow q_1 = 60 \mu\text{C}$$

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow 20 = \frac{60}{V} \Rightarrow V = 3 \text{ V}$$

۱۷۹- مطابق شکل زیر، دو ذره باردار  $q_1 = -q$  و  $q_2 = 8q$  در فاصله  $\frac{3r}{2}$  از یکدیگر قرار دارند و بزرگی میدان خالص ناشی از دو ذره در نقطه  $O$

برابر  $E_{T1}$  است. اگر فاصله بار  $q_2$  تا نقطه  $O$  را دو برابر کرده و ۵۰ درصد از بار  $q_2$  را به بار  $q_1$  منتقل کنیم، بزرگی میدان الکتریکی خالص

در نقطه  $O$  برابر  $E_{T2}$  می‌شود.  $\frac{E_{T2}}{E_{T1}}$  کدام است؟



- (۲)  $\frac{12}{11}$   
(۴)  $\frac{11}{36}$

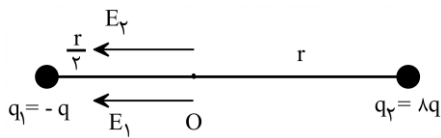
- (۱)  $\frac{36}{11}$   
(۳)  $\frac{11}{12}$

شماره صفحه‌های کتاب درسی: ۱۳ تا ۱۶

۱۷۹ پاسخ: گزینه ۳



حالت اول:

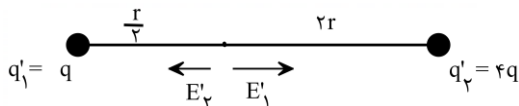


$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{4q}{q} \times \left(\frac{r}{r}\right)^2 = 4 \times \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow E_2 = E_1 \quad (I)$$

از طرفی با توجه به شکل می‌دانیم که  $E_T = E_1 + E_2$ ، بنابراین:

$$E_T = E_1 + 2E_1 = 3E_1 = 3k \frac{q}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = 12k \frac{q}{r^2}$$

حالت دوم:



$$\begin{cases} q_1' = 4q - q = 3q \\ q_2' = -q + 4q = 3q \end{cases}$$

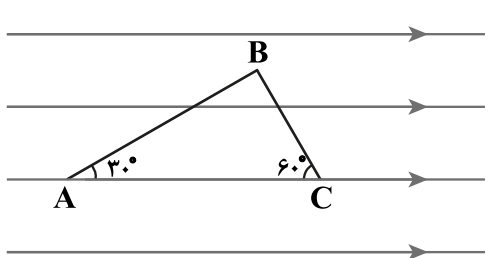
$$\frac{E_2'}{E_1'} = \frac{|q_2'|}{|q_1'|} \times \left(\frac{r_1'}{r_2'}\right)^2 = \frac{3q}{3q} \times \left(\frac{r}{2r}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow E_2' = \frac{1}{4} E_1' \quad (II)$$

با توجه به شکل داریم  $E_T = E_1' - E_2'$  بنابراین:

$$E_T = E_1' - \frac{1}{4} E_1' = \frac{3}{4} E_1' = \frac{3}{4} k \frac{3q}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = 11k \frac{q}{r^2}$$

$$\frac{E_T}{E_T} = \frac{11k \frac{q}{r^2}}{12k \frac{q}{r^2}} = \frac{11}{12}$$

۱۸۰- در شکل روبرو، بار  $q = 12 \mu\text{C}$  در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی  $E = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$  به ترتیب مسیره‌های  $AB$  و  $BC$  را طی می‌کند. انرژی پتانسیل الکتریکی بار در این جابه‌جایی چند ژول و چگونه تغییر می‌کند؟ ( $AB = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ )



(۱) افزایش، ۰/۹۶ (۲) افزایش، ۹/۶

(۳) کاهش، ۰/۹۶ (۴) کاهش، ۹/۶

۱۸۰ پاسخ: گزینه ۳



بار الکتریکی مثبت با حرکت در جهت میدان، انرژی پتانسیل الکتریکی‌اش کاهش می‌یابد.

حرکت عمود بر خطوط میدان تاثیری در انرژی پتانسیل الکتریکی ندارد و طول مستقیم حرکت در راستای میدان در تغییر انرژی پتانسیل موثر است.

بنابراین می‌توانیم حرکت این ذره باردار را به‌طور مستقیم از  $A$  به  $C$  در نظر بگیریم.

$$\cos 30^\circ = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{AC} \Rightarrow AC = 8 \text{ cm}$$

طول  $AC$  برابر است با:

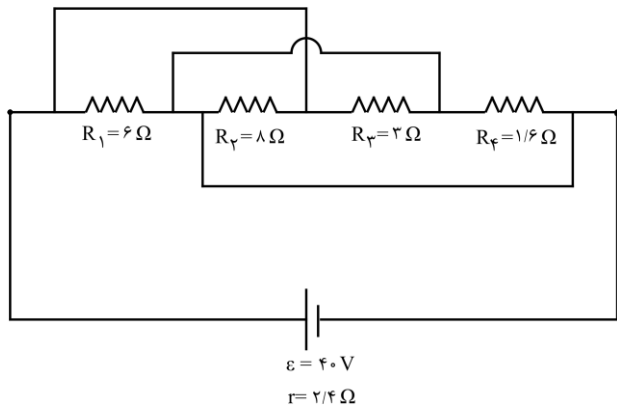
$$w = E|q|d \cos \theta = 10^5 \times 12 \times 10^{-6} \times \frac{10}{100} \times 1 = 0.12 \text{ J}$$

$$\Delta U = -w_E = -0.12 \text{ J}$$

۱۸۱- مجموعه مدار مقاومتی زیر را به عنوان گرمکن مورد استفاده قرار داده‌ایم. با فرض آنکه تلفات گرما نداشته باشیم، چه مدت بر حسب ثانیه طول

می‌کشد تا این گرمکن بتواند دمای ۱ کیلوگرم از مایعی به گرمای ویژه  $\frac{J}{kg \cdot C}$  را به میزان  $20K$  افزایش دهد؟

- ۱۰۰ (۱)
- ۲۰۰ (۲)
- ۳۰۰ (۳)
- ۴۰۰ (۴)

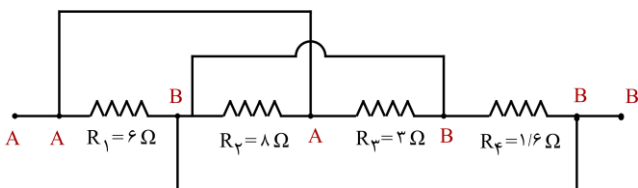


شماره صفحه‌های کتاب درسی: ۵۳ تا ۵۵

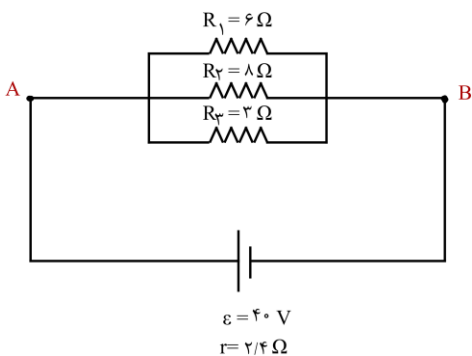
۱۸۱ پاسخ: گزینه ۴



برای یافتن پاسخ تست، باید ابتدا گرمایی که مجموعه مقاومت‌ها تولید می‌کنند را بدست آوریم. برای این منظور مدار را ساده می‌کنیم؛ با استفاده از روش نقاط هم‌پتانسیل داریم:



با توجه به نام‌گذاری گره‌ها متوجه می‌شویم که مقاومت  $R_4$  اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  و  $R_3$  با یکدیگر به صورت موازی قرار گرفته‌اند. بنابراین شکل ساده مدار به صورت زیر است:



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \rightarrow R_{eq} = 1/6 \Omega$$

با داشتن مقادیر  $\varepsilon$ ،  $r$  و  $R_{eq}$  جریان کلی مدار را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{40}{1/6 + 2/4} = 10 \text{ A}$$

حال گرمایی که مجموعه مقاومت‌ها تولید می‌کنند را به دست می‌آوریم:

$$U_t = R_{eq} I^2 t = 1/6 \times 10^2 \times t$$

این گرما به طور کامل به مایع رسیده و سبب افزایش دمای آن می‌شود. بنابراین:

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{Q=U_t=1/6 \times 10^2 \times t} 1/6 \times 10^2 \times t = mc\Delta\theta \rightarrow 1/6 \times 100 \times t = 1 \times 3200 \times 20 \rightarrow t = 400 \text{ s}$$

۱۸۲- یک سیم رسانای بدون روکش به طول  $l$  را به اختلاف پتانسیل ثابت  $V$  متصل می‌کنیم و مشاهده می‌کنیم که در مدت  $t$  ثانیه بهای برق مصرفی آن  $x$  ریال می‌شود. اگر طول این سیم را به  $5$  قسمت مساوی تقسیم کرده و آن را روی هم پیچیده و به همان اختلاف پتانسیل  $V$  متصل کنیم، بهای برق مصرفی در مدت  $4t$  ثانیه،  $y$  ریال می‌شود. نسبت  $\frac{x}{y}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{100}$  (۲)  $\frac{25}{4}$  (۳)  $\frac{4}{25}$  (۴)  $100$

شماره صفحه‌های کتاب درسی: ۵۳ تا ۵۵

۱۸۲ پاسخ: گزینه ۱



از آنجایی که بهای برق مصرفی به مقدار انرژی مصرفی بستگی دارد، بنابراین:

$$U = Pt = \frac{V^2}{R} t$$

در حالت اول گفته شده است، سیم را به اختلاف پتانسیل  $V$  و به مدت  $t$  ثانیه متصل کرده‌ایم. بنابراین در حالت اول انرژی مصرفی برابر است با:

$$U_1 = \frac{V^2}{R_1} t_1 = \frac{V^2}{R} t$$

در حالت دوم، با توجه به آنکه سیم را به  $5$  قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم و به هم پیچیده‌ایم، بنابراین با توجه به رابطه  $R = \rho \frac{L}{A}$  داریم:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{5} \times \frac{A_1}{5A_1} = \frac{1}{25} \rightarrow R_2 = \frac{1}{25} R_1$$

حال انرژی مصرفی در حالت دوم را به دست می‌آوریم:

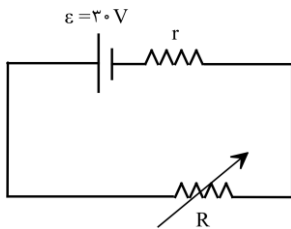
$$U_2 = \frac{V^2}{R_2} t_2 = \frac{V^2}{\frac{1}{25} R_1} (4t) = 100 \frac{V^2}{R} t$$

بنابراین نسبت  $\frac{x}{y}$  برابر است با:

$$\rightarrow \frac{x}{y} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{\frac{V^2}{R} t}{100 \frac{V^2}{R} t} = \frac{1}{100}$$

۱۸۳- با تغییر مقاومت متغیر از  $15\Omega$  به  $25\Omega$ ، بازده مدار (نسبت توان مصرفی در مقاومت  $R$  به توان تولیدی باتری)  $\frac{10}{9}$  برابر می‌شود. مقاومت

درونی باتری چند اهم است؟



(۱) ۱۰

(۲) ۵

(۱)  $\frac{15}{2}$

(۲)  $\frac{5}{2}$

شماره صفحه‌های کتاب درسی: ۴۶ تا ۵۵

۱۸۳ پاسخ: گزینه ۴



توان تولیدی مولد از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P_{\text{تولیدی}} = \varepsilon I = \varepsilon \times \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{\varepsilon^2}{R+r}$$

از طرفی توان مصرفی در مقاومت از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$P_{\text{خارجی باتری}} = P_{\text{مصرف در مقاومت}} = \varepsilon I - rI^2 = VI = RI^2 = \frac{R\varepsilon^2}{(R+r)^2}$$

بازده مدار برای دو حالت را می‌توان از رابطه زیر محاسبه کرد:

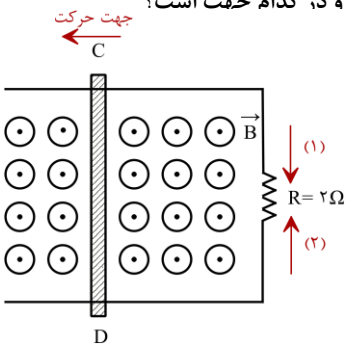
$$R_a = \text{بازده} = \frac{\text{توان مصرفی مقاومت } R}{\text{توان تولیدی باتری}} = \frac{VI}{\varepsilon I} = \frac{V}{\varepsilon} = \frac{R}{R+r}$$

از آنجایی که با تغییر مقاومت  $R$ ، از  $15\Omega$  به  $25\Omega$ ، بازده  $\frac{10}{9}$  شده است؛ بنابراین:

$$\frac{R_a}{R_1} = \frac{\frac{R_2}{R_2+r}}{\frac{R_1}{R_1+r}} \rightarrow \frac{10}{9} = \frac{\frac{25}{25+r}}{\frac{15}{15+r}} = \frac{5(15+r)}{3(25+r)} \rightarrow 2(25+r) = 3(15+r) \rightarrow r = 5\Omega$$

۱۸۴- در شکل زیر، میله رسانای  $CD$  به طول  $3\text{cm}$  با تندی  $8 \frac{m}{s}$  به طرف چپ حرکت می کند. اگر میدان مغناطیسی یکنواخت  $2T$  در این

محل برقرار باشد، با چشم پوشی از مقاومت میله های رسانا، جریان القایی متوسط در مقاومت  $R$  چند آمپر ه د، کدام جهت است؟



- (۱)  $0.24$  و جهت (۲)
- (۲)  $0.12$  و جهت (۱)
- (۳)  $0.24$  و جهت (۱)
- (۴)  $0.12$  و جهت (۲)

شماره صفحه های کتاب درسی: ۹۱ تا ۹۳

۱۸۴ پاسخ: گزینه ۳

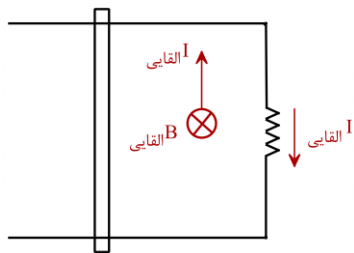
در ابتدا نیروی محرکه القایی ایجاد شده را به دست می آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}| = BvL = \frac{2}{10} \times 8 \times \frac{3}{10} = 0.48V$$

به کمک رابطه  $\bar{I} = \frac{\bar{\varepsilon}}{R}$ ، جریان القایی گذرنده از مقاومت محاسبه می کنیم:

$$\bar{I} = \frac{0.48}{2} = 0.24A$$

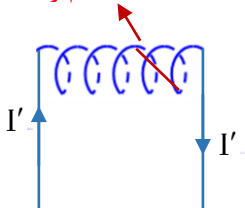
با حرکت میله به سمت چپ، مساحت حلقه و در نتیجه شار گذرنده از آن افزایش می یابد؛ بنابراین بر طبق قانون لنز، میدان مغناطیسی القایی باید در خلاف جهت میدان مغناطیسی اولیه باشد (یعنی باید درون سو باشد). در ادامه با استفاده از قانون دست راست جهت جریان القایی، جهت (۱) خواهد بود.



۱۸۵- مطابق شکل زیر، سیم لوله ای به طول  $l$  و تعداد حلقه های  $N$ ، به اختلاف پتانسیلی ثابت متصل است و جریان  $I$  از آن عبور می کند و درون این سیم لوله، سیم راست حامل جریانی به طول  $20$  سانتی متر و دارای جریان  $5A$  که زاویه ای  $30$  درجه با محور سیم لوله دارد، واقع است. اگر سیم لوله

را نصف کنیم، با فرض اینکه کل سیم در سیم لوله باقی بماند، نیروی وارد بر آن چند برابر می شود؟  $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$

سیم راست



- (۱) ۲
- (۲) ۴
- (۳) ۸
- (۴) ۱



هنگامی که سیملوله را نصف می‌کنیم، هم طول و هم تعداد دورهای آن نصف می‌شود. از طرفی با نصف شدن طول سیملوله و در عین حال ثابت بودن اختلاف پتانسیل دو سر آن، می‌توان گفت:

$$L_2 = \frac{1}{2} L_1$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{\rho \text{ و } A \text{ ثابت}} \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} = \frac{1}{2}$$

ثابت V

$$I = \frac{V}{R} \xrightarrow{\frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{2}} \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} = 2$$

بنابراین با نصف کردن سیملوله، جریان عبوری از آن دو برابر می‌شود. حال با توجه به رابطه  $B = \mu_0 \frac{N}{L} I$  می‌توان گفت:

$$N_2 = \frac{1}{2} N_1, L_2 = \frac{1}{2} L_1$$

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{N_2}{N_1} \times \frac{L_1}{L_2} \times \frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{\frac{I_2}{I_1} = 2} \frac{B_2}{B_1} = 2$$

بنابراین میدان سیملوله نیز ۲ برابر می‌شود. حال به سراغ نیروی وارد بر سیم راست درون میدان سیملوله می‌رویم.

$$F = BIL \sin \theta \rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{B_2}{B_1} \times \frac{I_2}{I_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}$$

با توجه به اینکه جریان، طول و زاویه سیم تغییری نداشته است، در نتیجه تغییر نیروی وارد بر آن، تنها به تغییرات میدان سیملوله بستگی دارد، بنابراین:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{B_2}{B_1} = 2$$

۱۸۶- با استفاده از سیمی به طول ۱۴۴ سانتی‌متر، سیملوله‌ای به شعاع ۴cm و طول ۳۰cm می‌سازیم. دو سر سیملوله را به صورت موازی به مولدی با نیروی محرکه ۴۵ ولت و مقاومت درونی ۱/۵ اهم متصل می‌کنیم. اگر مقاومت الکتریکی سیملوله ۳ اهم باشد، بزرگترین میدان مغناطیسی سیملوله در

نزدیکی محور اصلی چند گaus است؟  $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A})$

۲/۴ (۴)

۴/۸ (۳)

۱/۲ (۲)

۳/۶ (۱)



$$N = \frac{l}{2\pi r} = \frac{144}{2\pi \times 4} = \frac{18}{\pi}$$

برای محاسبه تعداد حلقه‌های سیملوله می‌توان نوشت:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{45}{3+1/5} = 10 \text{ A}$$

همچنین برای محاسبه جریان الکتریکی عبوری از سیملوله نیز می‌توان نوشت:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L}$$

میدان مغناطیسی در محور سیملوله از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times \frac{18}{\pi} \times 10}{.3} = 24 \times 10^{-5} \text{ T} = 2/4 \text{ G}$$

بنابراین:

۱۸۷- آمپرسنجی رقمی شدت جریانی را که از یک مدار می‌گذرد،  $۵/۰۴۰$  میلی‌آمپر نشان می‌دهد. دقت این اندازه‌گیری چند دسی‌آمپر است؟

- (۱)  $۱۰۰۰$  (۲)  $۱$  (۳)  $۱۰^{-۳}$  (۴)  $۱۰^{-۵}$

۱۸۷ پاسخ: گزینه ۴

در ابزارهای رقمی برای به دست آوردن دقت اندازه‌گیری کافی است به جای تمامی ارقام، صفر و فقط رقم آخر را ۱ قرار دهید.

$$۵/۰۴۰\text{mA} \Rightarrow ۰/۰۰۱\text{mA}$$

به این صورت:

$$۰/۰۰۱\text{mA} = ۰/۰۰۱ \times ۱۰^{-۳} \text{dA} = ۱۰^{-۵} \text{dA}$$

اکنون باید mA را به dA تبدیل کنیم:

۱۸۸- در هر دوره برداشت از هر هکتار زمین شالیزار تقریباً  $۸/۳$  تن از نوعی برنج می‌توان برداشت کرد. اگر جرم هر دانه از این نوع برنج ۲۴ میلی‌گرم باشد، تعداد دانه‌های برنج برداشت‌شده از هر هکتار در یک دوره از چه مرتبه‌ای است؟ (با تخمین زدن)

- (۱)  $۱۰^{۱۶}$  (۲)  $۱۰^{۱۴}$  (۳)  $۱۰^{۱۲}$  (۴)  $۱۰^۹$

۱۸۸ پاسخ: گزینه ۴

جرم کل برنج برداشت شده در یک دوره برابر است با:

$$m_T = ۸/۳ \text{tn} \times \frac{۱۰^۳ \text{kg}}{۱\text{tn}} \times \frac{۱۰^۳ \text{gr}}{۱\text{kg}} = ۸/۳ \times ۱۰^۶ \text{gr} \xrightarrow{۸/۳ > ۵} m_T \cong ۱۰^۱ \times ۱۰^۶ \text{gr} = ۱۰^۷ \text{gr}$$

جرم هر دانه‌ی برنج برابر است با:

$$m_1 = ۲۴ \text{mgr} = ۲۴ \times ۱۰^{-۳} \text{gr} = ۲/۴ \times ۱۰^{-۲} \text{gr} \xrightarrow{۲/۴ < ۵} m_1 \cong ۱۰^۰ \times ۱۰^{-۲} \text{gr} = ۱۰^{-۲} \text{gr}$$

$$N = \frac{m_T}{m_1} = \frac{۱۰^۷ \text{gr}}{۱۰^{-۲} \text{gr}} \Rightarrow N \cong ۱۰^۹$$

تعداد دانه‌های برنج برابر خواهد بود با:

۱۸۹- تویی به جرم ۳۵۰ گرم از ارتفاع ۹ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از برخورد با سطح زمین حداکثر ۵ متر بالا می‌آید. اگر در اثر برخورد با سطح زمین اتلاف انرژی ناچیز بوده و بزرگی نیروی مقاومت هوا در مسیر حرکت ثابت باشد، نیروی مقاومت هوا چند نیوتون بوده است؟

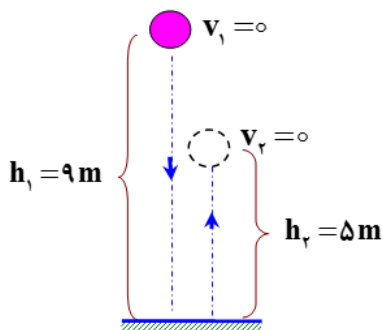
- (۱)  $۱$  (۲)  $۱/۲$  (۳)  $۱/۶$  (۴)  $۲$

۱۸۹ پاسخ: گزینه ۱

در مسیر حرکت (پایین آمدن و بالا رفتن)، دو نیرو بر جسم اثر می‌کند یکی وزن و دیگری نیروی مقاومت هوا

چون در اثر برخورد با سطح زمین هیچ انرژی تلف نمی‌شود بنابراین بر روی جسم

فقط همین دو نیرو کار انجام می‌دهند. طبق قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی برای این جسم در مسیر حرکت داریم:



$$W_T = \Delta K$$

اگر بزرگی نیروی مقاومت هوا را با  $F_D$  نشان دهیم، داریم:

$$W_{F_D} + W_{mg} = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{v_1=v_2=0}$$

$$W_{F_D} = mg(h_2 - h_1) \Rightarrow F_D \times (9 + 5) \times \cos 180^\circ = 0/۳۵ \times ۱۰ \times (5 - 9)$$

$$\Rightarrow F_D = ۱\text{N}$$



۱۹۳- دو کره فلزی توپر A و B با چگالی‌های  $\rho_A = 900 \text{ kg/m}^3$  و  $\rho_B = 800 \text{ kg/m}^3$  است و گرمای ویژه  $c_A = 300 \text{ J/kg.K}$  و  $c_B = 400 \text{ J/kg.K}$  درون یک کوره قرار دارند. آن‌ها را از کوره درآورده و درون یک ظرف آب می‌اندازیم. اگر تا رسیدن به تعادل، گرمایی که کره A از دست می‌دهد، ۲ برابر گرمای از دست داده شده توسط B باشد، قطر کره A چند برابر قطر کره B است؟

- (۱)  $\frac{4}{9}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{9}{4}$

۱۹۳ پاسخ: گزینه ۳

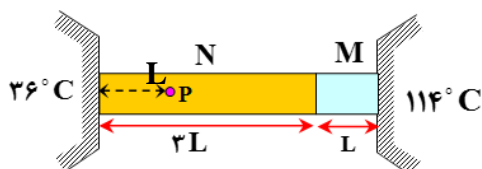
چون دمای اولیه و نهایی دو کره یکسان است، بنابراین تغییر دمای دو جسم یکسان است.

$$Q = mc \cdot \Delta\theta \Rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{(\Delta\theta)_A}{(\Delta\theta)_B} \Rightarrow 2 = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{300}{400} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{8}{3}$$

با توجه به رابطه چگالی ( $\rho = \frac{m}{V}$ ) و با توجه به این که حجم یک کره با مکعب قطر کره متناسب است، خواهیم داشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V \xrightarrow{V \propto D^3} \frac{m_A}{m_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^3 \Rightarrow \frac{8}{3} = \frac{900}{800} \times \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^3 = \frac{64}{27} \Rightarrow \frac{D_A}{D_B} = \frac{4}{3}$$

۱۹۴- در شکل مقابل، دو میله رسانای گرمای M و N به ثابت رسانندگی  $k_M$  و  $k_N = 3k_M$  به یکدیگر متصل شده و بین دو دمای  $114^\circ\text{C}$  و  $36^\circ\text{C}$  قرار گرفته اند. اگر گرما فقط در امتداد طول میله‌ها منتقل شود، دمای نقطه P چند درجه سانتی‌گراد است؟ (از اتلاف گرما نیز صرف نظر می‌شود.)

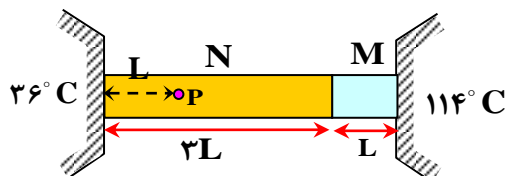


- (۱) ۴۸ (۲) ۴۹ (۳) ۵۱ (۴) ۵۲

۱۹۴ پاسخ: گزینه ۲

آهنگ انتقال گرما ( $\frac{Q}{t} = k \frac{A}{L} \cdot \Delta\theta$ ) از طریق دو میله برابر است،

اگر دمای محل تماس دو میله را با  $\theta_E$  نشان دهیم، خواهیم داشت:



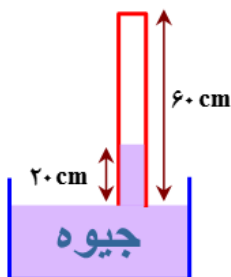
$$k_M \frac{A_M}{L_M} \cdot \Delta\theta_M = k_N \frac{A_N}{L_N} \cdot \Delta\theta_N$$

$$\Rightarrow k_M \frac{1}{L} \times (114 - \theta_E) = 3k_M \frac{1}{3L} \times (\theta_E - 36)$$

$$\Rightarrow \theta_E = 75^\circ\text{C}$$

اگر انتهای میله N را با G نشان دهیم، با توجه به این که اختلاف دمای بین دو نقطه از یک میله (و در راستای میله)، با فاصله آن دو نقطه متناسب است، خواهیم داشت:

$$\frac{\Delta\theta_{EP}}{L_{EP}} = \frac{\Delta\theta_{EG}}{L_{EG}} \Rightarrow \frac{\theta_E - \theta_P}{2L} = \frac{\theta_E - \theta_G}{3L} \Rightarrow \frac{75 - \theta_P}{2} = \frac{75 - 36}{3} \Rightarrow \theta_P = 49^\circ\text{C}$$



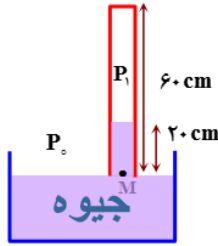
۱۹۵- در شکل مقابل، فشار هوای آزاد ۷۶ سانتی‌متر جیوه و طول لوله‌ی استوانه‌ای قائم ۶۰ cm است.

چند سانتی‌متر لوله را درون جیوه وارد نماییم تا طول ستون جیوه درون لوله ۱۶ cm شود؟ (دما ثابت فرض می‌شود.)

- (۱)  $\frac{32}{5}$  (۲)  $\frac{21}{5}$  (۳)  $\frac{28}{3}$  (۴)  $\frac{20}{3}$



با توجه به شکل مقابل می توان نوشت:



$$P_M = P_1 + 20 \Rightarrow P_o = P_1 + 20$$

$$\Rightarrow 76 = P_1 + 20 \Rightarrow P_1 = 56 \text{ cmHg}$$

با توجه به شکل مقابل می توان نوشت:

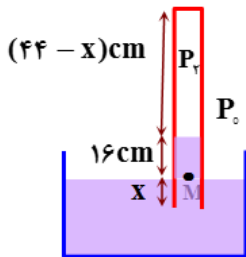
$$P_M = P_2 + 16 \Rightarrow P_o = P_2 + 16$$

$$\Rightarrow 76 = P_2 + 16 \Rightarrow P_2 = 60 \text{ cmHg}$$

با توجه به قانون گازها برای گاز درون لوله می توان نوشت:

$$P_2 V_2 = P_1 V_1 \Rightarrow 60 \times A \times (44 - x) = 56 \times A \times 40$$

$$\Rightarrow x = \frac{20}{3} \text{ cm}$$



$$-196 \quad \text{به } 0/5 \text{ kg آب } 2^\circ \text{C مقدار } 4/2 \text{ kJ گرما می دهیم. چگالی آب چگونه تغییر می کند؟ } (c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}})$$

(۱) کاهش می یابد.

(۲) افزایش می یابد.

(۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می یابد.

(۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد.



آب دارای انبساط غیرعادی است. به طوری که با افزایش دما از صفر تا ۴ درجه سانتی گراد حجم آب کاهش می یابد و پس از آن حجم آب افزایش می یابد.

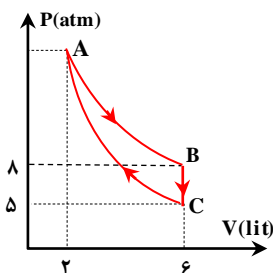
بنابراین باید پیدا کنیم که آب با این مقدار گرما به چه دمایی خواهد رسید:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 4/2 \times 10^3 = 0/5 \times 4200 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 2^\circ \text{C}$$

بنابراین دمای آب ۲ درجه سانتی گراد افزایش می یابد و به ۴ درجه سانتی گراد می رسد.

در بین دمای ۲ تا ۴ درجه سانتی گراد، حجم آب کاهش می یابد؛ بنابراین چگالی آب افزایش می یابد.

۱۹۷- نمودار مقابل چرخه‌ی مربوط به ۰/۵ مول گاز کامل است. این چرخه شامل فرایندهای هم‌حجم، هم‌دما و بی‌دررو است. اگر انرژی درونی گاز در فرایند BC به اندازه‌ی ۲۷۰۰ ژول تغییر کرده باشد، کار انجام شده توسط گاز در فرایند بی‌دررو کدام است؟



$$2700 \text{ J (1)}$$

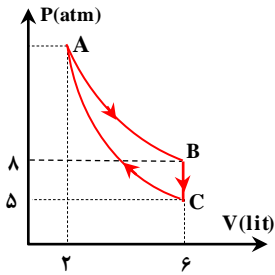
$$-2700 \text{ J (2)}$$

$$1350 \text{ J (3)}$$

$$-1350 \text{ J (4)}$$



فرایند AB هم‌دما، فرایند BC هم‌حجم و فرایند CA بی‌دررو است.



دمای گاز در نقطه‌ی B برابر است با:

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = \frac{8 \times 6}{nR} = \frac{48}{nR}$$

$$T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = \frac{5 \times 6}{nR} = \frac{30}{nR}$$

$$T_C < T_B$$

با توجه به این که انرژی درونی مقدار معینی از گاز کامل فقط تابع دما است، بنابراین انرژی درونی گاز در فرایند BC کاهش یافته است. با توجه به قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U_{BC} = Q_{BC} + W_{BC} = -2700 \text{ J}$$

از آن جایی که در فرایند هم‌حجم، کار انجام شده بر روی گاز صفر است ( $W_{BC} = 0$ ), خواهیم داشت:

$$\Delta U_{BC} = Q_{BC} = -2700 \text{ J}$$

با توجه به این که در یک چرخه دمای اولیه و نهایی گاز با هم برابر است، بنابراین در یک چرخه، تغییر انرژی درونی گاز کامل صفر است.

$$\Delta U_{ABC} = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0$$

از طرفی فرایند AB، یک فرایند هم‌دما است، بنابراین  $\Delta U_{AB} = 0$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\Rightarrow 0 + (Q_{BC} + W_{BC}) + (Q_{CA} + W_{CA}) = 0$$

$$\Rightarrow (Q_{BC} + W_{BC}) + (Q_{CA} + W_{CA}) = 0$$

کار در فرایند هم‌حجم صفر و گرما در فرایند بی‌دررو صفر است.  $W_{BC} = 0$  و  $Q_{CA} = 0$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\Rightarrow Q_{BC} + W_{CA} = 0$$

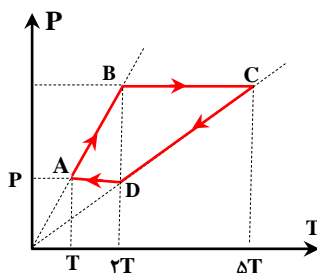
بنابراین کاری که محیط بر روی گاز در فرایند بی‌دررو انجام می‌دهد برابر است با

$$W_{CA} = 2700 \text{ J}$$

با توجه به این که کار گاز روی محیط ( $W'_{CA}$ ), قرینه‌ی کار محیط روی گاز است، خواهیم داشت:

$$W'_{CA} = -W_{CA} = -2700 \text{ J}$$

۱۹۸- نمودار مقابل فرایندهای مربوط به چرخه‌ی مقدار معینی از یک گاز کامل است. اگر فشار، حجم و دمای مطلق گاز در حالت A به ترتیب P، V و T باشد، مقدار گرمایی که گاز در این چرخه مبادله می‌کند کدام است؟



۱)  $1/5 PV$

۲)  $2/5 PV$

۳)  $3 PV$

۴)  $5 PV$



چون امتداد فرایندهای AB و CD از مبدا محور مختصات می‌گذرد این دو فرایند هم‌حجم هستند.

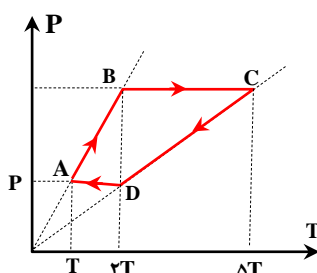
فرایندهای BC و DA هم‌فشار هستند.

برای تعیین ویژگی‌های گاز در نقاط B، C و D می‌توانیم از قوانین گازها استفاده کنیم.

$$V_A = V_B \Rightarrow \frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B} \Rightarrow \frac{P}{T} = \frac{P_B}{2T} \Rightarrow P_B = 2P$$

$$P_B = P_C \Rightarrow \frac{V_B}{T_B} = \frac{V_C}{T_C} \Rightarrow \frac{V}{2T} = \frac{V_C}{5T} \Rightarrow V_C = 2/5 V \Rightarrow V_D = V_C = 2/5 V$$

$$W_{\text{کل}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$$



چون در فرایندهای AB و CD حجم گاز ثابت است، کار در این فرایندها صفر است.  $W_{AB} = W_{CD} = 0$ .

$$W_{BC} = -P_B(V_C - V_B) = -2P(2/\Delta V - V) = -2PV$$

$$W_{DA} = -P_D(V_A - V_D) = -P(V - 2/\Delta V) = 1/\Delta PV$$

$$W_{js} = 0 + (-2PV) + 0 + 1/\Delta PV = -1/\Delta PV$$

با توجه به این که در یک چرخه انرژی درونی گاز تغییر نمی‌کند، طبق قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow 0 = Q + W \Rightarrow Q = -W = 1/\Delta PV$$

۱۹۹- بازده یک ماشین گرمایی ۲۵ درصد و در مدت ۵ ثانیه ۱۰۰ چرخه انجام می‌دهد. اگر این ماشین در هر چرخه ۲۴۰ ژول گرما به منبع دما پایین بدهد. توان خروجی این ماشین چند وات است؟

۱۸۰۰ (۴)

۱۶۰۰ (۳)

۱۵۰۰ (۲)

۱۲۰۰ (۱)

۱۹۹ پاسخ: گزینه ۳



$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \eta = \frac{|W|}{|W| + |Q_C|} \Rightarrow 0.25 = \frac{|W|}{|W| + |Q_C|} \Rightarrow 0.25(|W| + |Q_C|) = |W| \Rightarrow |W| = \frac{1}{3}|Q_C| = \frac{1}{3} \times 240 = 80 \text{ J}$$

$$|W_{js}| = 100|W| = 8000 \text{ J}$$

$$P_w = \frac{|W_{js}|}{t} = \frac{8000}{5} \Rightarrow P_w = 1600 \text{ W}$$

۲۰۰- ضریب عملکرد یک یخچال ۴ و توان مفید آن  $125 \text{ W}$  است. این یخچال در چه مدت می‌تواند  $2 \text{ kg}$  آب  $20^\circ \text{C}$  را به یخ  $10^\circ \text{C}$  تبدیل کند؟ (گرمای ویژه ی آب  $c_w = 4200 \text{ J/kg.K}$ ، گرمای ویژه یخ  $c_i = 2100 \text{ J/kg.K}$ ، گرمای نهان ویژه ی انجماد آب  $L_F = 336000 \text{ J/kg}$ )

۷۸۵ ثانیه (۴)

۸۸۲ ثانیه (۳)

۱۳۲۴ ثانیه (۲)

۱۷۶۴ ثانیه (۱)

۲۰۰ پاسخ: گزینه ۱



ابتدا مقدار گرمایی که باید از آب گرفته شود تا به یخ تبدیل شود را محاسبه می‌کنیم.

$$|Q_L| = |mc_w \Delta T_w| + |mL_F| + |mc_i \Delta T_i| = |2 \times 4200 \times (20 - 0)| + |2 \times 336000| + |2 \times 2100 \times (10 - 0)| \Rightarrow |Q_L| = 882000 \text{ J}$$

با توجه به تعریف ضریب عملکرد یخچال داریم:

$$K = \frac{|Q_C|}{W} \Rightarrow 4 = \frac{882000}{W} \Rightarrow W = 220500 \text{ J}$$

با توجه به تعریف توان مفید داریم:

$$P_w = \frac{W}{t} \Rightarrow 125 = \frac{220500}{t} \Rightarrow t = 1764 \text{ s}$$

۲۰۱- با توجه به جدول زیر، داده‌های چند مورد از ردیف‌های آن درست است؟

ردیف	ویژگی‌ها	${}^{45}_{21}A$	${}^{64}_{29}B$	${}^{31}_{15}C$	${}^{40}_{20}D$
۱	مجموع گروه و دوره عنصر در جدول تناوبی	۷	۱۵	۱۸	۶
۲	تفاوت شمار ذرات زیراتمی در هسته اتم	۳	۶	۱	۰
۳	مجموع شمار الکترون‌ها با $l = 2$ و $l = 1$	۱۳	۲۲	۹	۱۲
۴	کلرید با بالاترین عدد اکسایش	${}^{45}_{21}A$	${}^{64}_{29}B$	${}^{31}_{15}C$	${}^{40}_{20}D$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

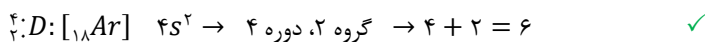
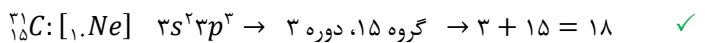
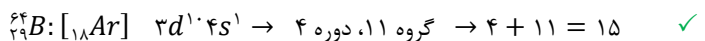
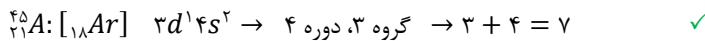
۱ (۱)

۲۰۱- پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۰۱)

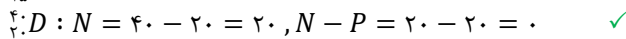
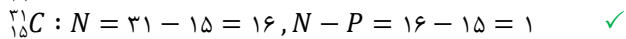
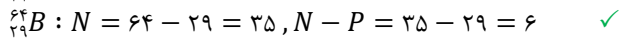
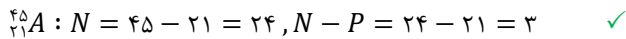


در جدول مورد نظر، ۳ عنصر فلزی (کلسیم، مس و اسکاندیم) و یک عنصر نافلزی (فسفر) مطرح شده است. درستی ویژگی‌های مربوط به هر ردیف را برای چهار عنصر داده شده بررسی می‌کنیم.

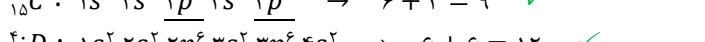
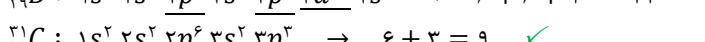
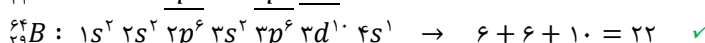
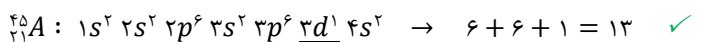
ردیف ۱: گروه و دوره و سپس مجموع آن را برای هر عنصر بدست می‌آوریم:



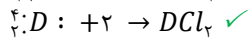
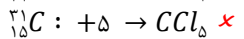
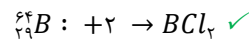
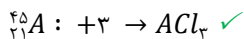
ردیف ۲: تفاوت شمار پروتون‌ها (P) و نوترون‌ها (N) را در هسته اتم هر عنصر محاسبه می‌کنیم:



ردیف ۳: الکترون‌ها با عدد کوانتومی فرعی  $l = 1$  در زیرلایه‌های p و با  $l = 2$  در زیرلایه‌های d قرار دارند:



ردیف ۴: بالاترین عدد اکسایش هر عنصر را تعیین کرده و سپس ترکیب یونی آن با یون کلرید را می‌نویسیم:



بنابراین به جز ردیف ۴، داده‌های موجود در سه ردیف دیگر جدول داده شده درست هستند.

۲۰۲- کدام مطلب درست است؟

(۱) فراوان ترین نافلز موجود در سیاره زمین، در ساختار سیاره مشتری یافت نمی‌شود.

(۲) هر چه نیم عمر یک ایزوتوپ از یک عنصر خاص کوتاه‌تر باشد، آن ایزوتوپ پایدارتر است.

(۳) احتمال جذب گلوکز معمولی توسط توده سرطانی با احتمال جذب مولکول‌های گلوکز نشان‌دار یکسان است.

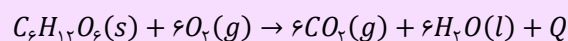
(۴) نسبت نوترون به پروتون در ناپایدارترین ایزوتوپ طبیعی هیدروژن، برابر با شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در هیدروژن سیانید است.

۲۰۲- پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی و حفظی - ۱۰۱)



توده سرطانی، گلوکز معمولی و گلوکز نشان‌دار را با احتمال یکسان جذب می‌کند، اما چون این توده‌ها سوخت و ساز بالایی دارند، مقدار گلوکز بیشتری را نسبت به سایر یاخته‌های بدن جذب کرده و به همین علت، توسط آشکارساز قابل مشاهده خواهند بود.

انرژی پتانسیل معادل با انرژی نهفته شده در یک نمونه‌ی ماده است که از نیروهای نگه دارنده‌ی ذره‌های سازنده‌ی آن ماده منشأ می‌گیرد. در واکنش‌های شیمیایی، مقدار انرژی پتانسیل مواد شرکت کننده در واکنش تغییر کرده و این تغییر سطح انرژی، در قالب گرما (Q) با محیط اطراف مبادله می‌شود. به عنوان مثال، واکنش اکسایش گلوکز (قند خون) در بدن انسان که منجر به تامین انرژی مورد نیاز برای سلول‌ها می‌شود را در نظر بگیرید. معادله‌ی این واکنش به صورت زیر است:



با وجود تولید انرژی در این واکنش شیمیایی، دمای بدن تغییر محسوسی نمی‌کند. در این شرایط، چون دمای مواد واکنش دهنده پیش از آغاز واکنش با دمای مواد فرآورده پس از پایان واکنش برابر است ( $\Delta\theta = 0$ )؛ پس انرژی آزاد شده در این فرایند را نمی‌توان ناشی از تغییر در مقدار انرژی جنبشی مواد شرکت

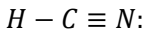
کننده در آن دانست. در واقع، انرژی آزاد شده در این واکنش از تغییر در مقدار انرژی پتانسیل مواد شرکت کننده در آن، که به دنبال تغییر در نحوه‌ی برقراری پیوندهای شیمیایی بین اتم‌های سازنده‌ی این مواد است، منشا می‌گیرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) فراوان‌ترین نافلز موجود در سیاره زمین اکسیژن است که یکی از عناصر مشترک در بین هشت عنصر فراوان زمین و مشتری به حساب می‌آید. توجه داریم که اکسیژن و گوگرد، دو عنصر نافلزی مشترک فراوان بین زمین و مشتری هستند.

(۲) هر چه نیم‌عمر یک رادیوایزوتوپ کوتاه‌تر باشد، آن رادیوایزوتوپ زودتر دچار واپاشی شده و در نتیجه ناپایدارتر است. به عبارت دیگر، می‌توان گفت پایداری هر ایزوتوپ با نیم‌عمر آن رابطه مستقیم دارد.

(۴) ناپایدارترین ایزوتوپ طبیعی هیدروژن  ${}^3_1H$  است که نسبت نوترون به پروتون در آن برابر  $\frac{3-1}{1} = 2$  است. از طرفی در ساختار هیدروژن سیانید، یک جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. ساختار لوویس این ماده به صورت مقابل است:



۲۰۳- در یون  ${}^{200}A^{2+}$ ، شمار ذره‌های زیراتمی خنثی  $1/5$  برابر عدد اتمی است. در یک نمونه ۶۴ گرمی از این یون تک اتمی، چند مول الکترون وجود دارد؟

۳۸/۴ (۴)                      ۴۹/۶۶ (۳)                      ۲۵/۶ (۲)                      ۲۴/۹۶ (۱)

۲۰۳- پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مسأله - ۱۰۱)



عدد جرمی یون  ${}^{200}A^{2+}$  برابر با ۲۰۰ بوده و این تعداد، معادل با مجموع تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های موجود در یون مورد نظر است. منظور از ذره‌های زیر اتمی خنثی، همان نوترون‌های موجود در این یون است. بنابراین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} (1) \quad N + Z = 200 \\ (2) \quad \frac{N}{Z} = 1/5 \end{array} \right\} \rightarrow 1/5 Z + Z = 200 \rightarrow Z = \frac{200}{2/5} = 80$$

بنابراین عدد اتمی عنصر A برابر ۸۰ و تعداد الکترون‌های موجود در ساختار یون  $A^{2+}$  نیز برابر ۷۸ خواهد بود. حالا تعداد مول الکترون‌ها را در ۶۴ گرم از این یون حساب می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ mol } e^- = 64 \text{ g } A^{2+} \times \frac{1 \text{ mol } A^{2+}}{200 \text{ g } A^{2+}} \times \frac{78 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol } A^{2+}} = 24/96 \text{ mol } e^-$$

توجه داریم که جرم اتمی هر گونه (جرم هر یک عدد از آن گونه در مقیاس  $amu$ ) را می‌توانیم معادل با جرم مولی (جرم هر مول از آن گونه در مقیاس گرم) آن گونه در نظر بگیریم.

۲۰۴- ارتفاع دو لایه تروپوسفر و استراتوسفر به ترتیب برابر با  $11/5$  و  $12/6$  کیلومتر است. اگر میانگین دما در سطح زمین در حدود  $14^\circ C$  در نظر گرفته شود و به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع در لایه استراتوسفر، ۵ درجه سلسیوس افزایش دما رخ دهد، دما در انتهای لایه استراتوسفر برابر با چند کلون می‌شود؟

۲۹۴ (۴)                      ۲۸۱ (۳)                      ۲۴۸ (۲)                      ۲۱۸ (۱)

۲۰۴- پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مسأله - ۱۰۲)



با توجه به روند تغییر دما در هواکره، می‌توان گفت هواکره ساختار لایه‌ای دارد. ابتدا تغییر دما را در لایه تروپوسفر حساب می‌کنیم:

$$\text{دما تغییر دما} = 11/5 \text{ km} \times \frac{-6^\circ C}{1 \text{ km}} = -69^\circ C$$

بنابراین دما در انتهای لایه تروپوسفر برابر خواهد بود با:  $-55^\circ C = 14 - 69 =$  تغییر دما + دما در سطح زمین = دما در انتهای لایه تروپوسفر  
در قدم بعدی میزان تغییر دما را در لایه استراتوسفر حساب می‌کنیم:

$$\text{دما تغییر دما} = 12/6 \text{ km} \times \frac{+5^\circ C}{1 \text{ km}} = +63^\circ C$$

بنابراین دما در انتهای لایه استراتوسفر برابر خواهد بود:

$$8^\circ C = -55 + 63 =$$

در نهایت دمای بدست آمده را بر حسب کلون محاسبه می‌کنیم:

$$T(K) = \theta(^{\circ}C) + 273 = 8 + 273 = 281 K$$

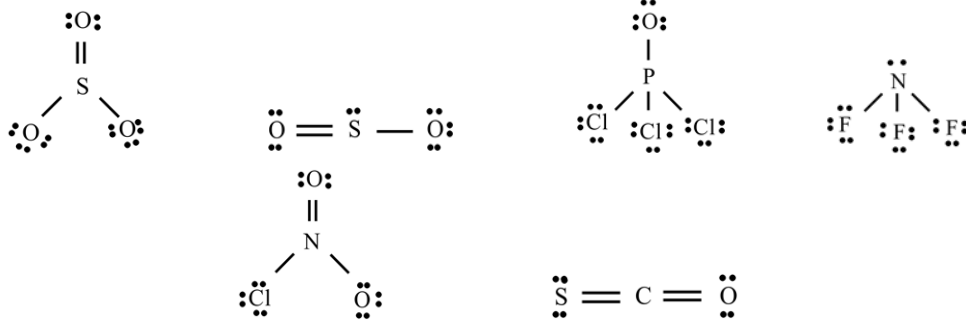
یکای رایج دما، درجه‌ی سلسیوس ( $^{\circ}C$ ) است؛ درحالی که یکای دما در  $SI$  کلون ( $K$ ) است. دمای یک جسم در مقیاس سلسیوس با نماد  $\theta$  و در مقیاس کلون با نماد  $T$  نشان داده می‌شود. توجه داریم که رابطه‌ی بین این دو مقیاس دمایی به صورت  $T(K) = \theta(^{\circ}C) + 273$  است. با توجه به این رابطه، ارزش دمایی  $1^\circ C$  با ارزش دمایی  $1 K$  برابر خواهد بود؛ پس تغییر دمای یک جسم در مقیاس سلسیوس ( $\Delta\theta$ ) برابر با میزان تغییر دمای آن جسم در مقیاس کلون ( $\Delta T$ ) است.

۲۰۵- نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ساختار چند ترکیب از ترکیب‌های داده شده با هم برابر است؟

$NO_2Cl$                        $SCO$                        $SO_2$                        $SO_2$                        $POCl_3$                        $NF_3$   
۵ (۴)                      ۴ (۳)                      ۳ (۲)                      ۲ (۱)



ساختار لوویس ترکیب‌های داده شده را رسم کرده و نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی (p.e.) به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی (n.e.) را در این ساختارها حساب می‌کنیم. در رابطه با ساختار این گونه‌ها، داریم:



در قدم بعد، با توجه به ساختارهای رسم شده، مقدار نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$NF_3 \rightarrow \frac{p.e.}{n.e.} = \frac{3}{10}$$

$$SO_2 \rightarrow \frac{p.e.}{n.e.} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$SCO \rightarrow \frac{p.e.}{n.e.} = \frac{4}{4} = 1$$

$$POCl_3 \rightarrow \frac{p.e.}{n.e.} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$SO_2 \rightarrow \frac{p.e.}{n.e.} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$NO_2Cl \rightarrow \frac{p.e.}{n.e.} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

همانطور که مشخص است، مقدار نسبت خواسته شده برای سه ترکیب یکسان است.

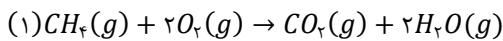
۲۰۶- در یک کارخانه روزانه از مخلوطی به جرم ۳۱ کیلوگرم از منیزیم‌اکسید و کلسیم‌اکسید برای تبدیل گاز کربن‌دی‌اکسید حاصل از سوختن کامل گاز متان به مواد معدنی استفاده می‌شود. اگر در مخلوط اولیه شمار کاتیون‌های فلز با فعالیت شیمیایی بیشتر، ۱/۵ برابر شمار یون‌های فلز دیگر باشد، روزانه حداکثر چند کیلوگرم گاز متان در این کارخانه مصرف می‌شود؟

$$(Ca = 40, Mg = 24, O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

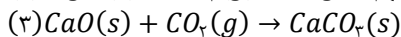
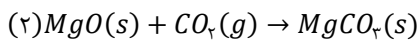
$$11/2 (4) \qquad 10 (3) \qquad 8 (2) \qquad 6/4 (1)$$



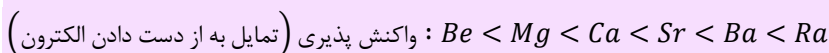
واکنش کامل سوختن گاز متان به صورت زیر است:



واکنش‌های مربوط به  $MgO$  و  $CaO$  با کربن‌دی‌اکسید نیز به صورت زیر می‌باشند:



در گروه دوم جدول دوره‌ای، عناصر برلییم ( $Be$ )، منیزیم ( $Mg$ )، کلسیم ( $Ca$ )، استرانسیم ( $Sr$ )، باریوم ( $Ba$ ) و رادیوم ( $Ra$ ) وجود دارند. این عناصر به فلزهای قلیایی خاکی معروف هستند. با افزایش عدد اتمی عناصر موجود در گروه فلزهای قلیایی خاکی، شعاع اتمی این عناصر افزایش یافته و به دنبال آن، واکنش‌پذیری این فلزها نیز بیشتر می‌شود. ترتیب واکنش‌پذیری این عناصر فلزی به صورت زیر است:



آرایش الکترونی فلزهای قلیایی به زیرلایه‌ی  $ns^2$  ختم می‌شود. اتم‌های سازنده‌ی این عناصر با از دست دادن دو الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب قبل از خود رسیده و یون پایدار  $X^{2+}$  را تولید می‌کنند.

می‌دانیم که از بین دو فلز کلسیم و منیزیم، کلسیم فلزی با فعالیت شیمیایی بیشتر است، پس داریم:

$$\frac{\text{شمار یون‌های } Ca^{2+}}{\text{شمار یون‌های } Mg^{2+}} = \frac{\text{شمار مول } CaO}{\text{شمار مول } MgO} = \frac{n}{m} = 1/5 \rightarrow n = 1/5m \quad (1)$$

در رابطه بالا برای راحتی محاسبات، شمار مول‌های  $MgO$  و  $CaO$  را به ترتیب با  $n$  و  $m$  نشان دادیم. از طرفی طبق صورت سؤال مجموع جرم این دو اکسید برابر با ۳۱ کیلوگرم است. یعنی:

$$\text{مجموع جرم} = (CaO \text{ تعداد مول} \times CaO \text{ جرم مولی}) + (MgO \text{ تعداد مول} \times MgO \text{ جرم مولی}) = 31kg \times \frac{1000g}{1kg}$$

$$\rightarrow (n \times 56) + (m \times 40) = 31000 \quad (2)$$

از جایگذاری رابطه (۱) در رابطه (۲)، مقادیر  $n$  و  $m$  را بدست می‌آوریم:

$$(1/5m) \times 56 + 40m = 31000 \rightarrow m = \frac{31000}{124} = 250 \text{ mol} \rightarrow n = 1/5m = 50 \text{ mol}$$

حالا مقدار  $CO_2$  مصرف شده در دو واکنش (۲) و (۳) را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } CO_2 = 250 \cdot \text{ mol } MgO \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } MgO} = 250 \cdot \text{ mol } CO_2$$

$$? \text{ mol } CO_2 = 375 \text{ mol } CaO \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CaO} = 375 \text{ mol } CO_2$$

بنابراین در این کارخانه در مجموع  $250 + 375 = 625 \text{ mol}$  کربن دی‌اکسید به مواد معدنی تبدیل می‌شود. از طرفی، بر اثر سوختن هر مول متان، ۱ مول گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ kg } CH_4 = 625 \text{ mol } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{1 \text{ mol } CO_2} \times \frac{16 \text{ g } CH_4}{1 \text{ mol } CH_4} \times \frac{1 \text{ kg } CH_4}{1000 \text{ g } CH_4} = 10 \text{ kg } CH_4$$

۲۰۷- مقدار کافی کلسیم کلرید، با ۴۰۰ گرم محلول سدیم فسفات  $1/2$  درصد جرمی واکنش می‌دهد و سدیم کلرید، یکی از فراورده‌های این واکنش است. با توجه به فرایند انجام شده، کدام یک از مطالب زیر درست است؟ (از تغییر حجم محلول چشم‌پوشی کنید.)

$$(Ca = 40, Cl = 35/5, P = 31, Na = 23, O = 16 : \text{ g } \cdot \text{ mol}^{-1})$$

(آ) طی این فرایند به تقریب ۶۲ گرم رسوب کلسیم فسفات به دست می‌آید.

(ب) در این واکنش شیمیایی،  $1/204 \times 10^{23}$  یون چنداتی فسفات مصرف می‌شود.

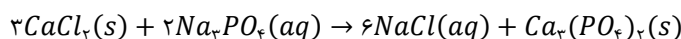
(پ) مشابه فرایند انحلال اتیلن گلیکول در آب، نیروی جاذبه یون-دوقطبی سبب انحلال فراورده‌ها در آب می‌شوند.

(ت) با انحلال مقدار مشابه کلسیم کلرید در ۵ کیلوگرم آب، محلولی با غلظت تقریبی  $4260 \text{ ppm}$  از یون کلرید بدست می‌آید.

(۱) آ و ب (۲) آ و پ (۳) ب و ت (۴) پ و ت

۲۰۷- پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مسأله و مفهومی - ۱۰۳)

عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند. توجه داریم که معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



بررسی چهار عبارت:

(آ) جرم کلسیم فسفات تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g } Ca_3(PO_4)_2 = 400 \text{ g محلول} \times \frac{1/2 \text{ g } Na_3PO_4}{100 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol } Na_3PO_4}{164 \text{ g } Na_3PO_4} \times \frac{1 \text{ mol } Ca_3(PO_4)_2}{2 \text{ mol } Na_3PO_4} \times \frac{310 \text{ g } Ca_3(PO_4)_2}{1 \text{ mol } Ca_3(PO_4)_2} = 31 \text{ g } Ca_3(PO_4)_2$$

(ب) مقدار یون فسفات مصرف شده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$? PO_4^{3-} = 31 \text{ g } Ca_3(PO_4)_2 \times \frac{1 \text{ mol } Ca_3(PO_4)_2}{310 \text{ g } Ca_3(PO_4)_2} \times \frac{2 \text{ mol } PO_4^{3-}}{1 \text{ mol } Ca_3(PO_4)_2} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} PO_4^{3-}}{1 \text{ mol } PO_4^{3-}} = 1/204 \times 10^{23} PO_4^{3-}$$

(پ) در ساختار اتیلن گلیکول دو گروه هیدروکسیل (گروه الکلی یا  $-OH$ ) وجود دارد و این ترکیب به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی در آب حل می‌شود. در نقطه مقابل، فراورده محلول در آب در این واکنش،  $NaCl$  است. توجه داریم که سدیم کلرید به خاطر وجود نیروهای جاذبه یون-دوقطبی قوی در آب حل شده و یون‌های  $Na^+$  و  $Cl^-$  آزاد می‌کند.

(ت) ابتدا مقدار  $Cl^-$  موجود در محلول نهایی را بر حسب گرم حساب می‌کنیم:

$$? \text{ g } Cl^- = 400 \text{ g محلول} \times \frac{1/2 \text{ g } Na_3PO_4}{100 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol } Na_3PO_4}{164 \text{ g } Na_3PO_4} \times \frac{6 \text{ mol } Cl^-}{2 \text{ mol } Na_3PO_4} \times \frac{35/5 \text{ g } Cl^-}{1 \text{ mol } Cl^-} = 21/3 \text{ g } Cl^-$$

در قدم بعد، غلظت تقریبی یون کلرید را در محلول نهایی ایجاد شده محاسبه می‌کنیم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{21/3}{5000} \times 10^6 = 4260$$

۲۰۸- کدام مطلب زیر، نادرست است؟

(۱) از بین دو مولکول قطبی اتانول و استون، مولکولی با جرم مولی کمتر، نقطه جوش بالاتری دارد.

(۲) گشتاور دوقطبی هگزان ناچیز و در حدود صفر بوده و از این ماده به عنوان رقیق‌کننده رنگ استفاده می‌شود.

(۳) میانگین قدرت پیوند یونی در  $BaSO_4$  و پیوندهای هیدروژنی در آب، از نیروی جاذبه یون-دوقطبی در مخلوط این دو ماده بیشتر است.

(۴) ترکیب‌های هیدروژن‌دار حاصل از عناصر گروه ۱۵ قطبی بوده و نقطه جوش آن‌ها با افزایش جرم مولی این ترکیب‌ها مرتباً افزایش می‌یابد.

۲۰۸- پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی و حفظی - ۱۰۳)

ترکیب‌های هیدروژن‌دار حاصل از گروه ۱۵، همگی ساختار غیرمسطح داشته و قطبی هستند. مقایسه جرم مولی و نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن‌دار عنصرهای گروه ۱۵ به صورت زیر است:

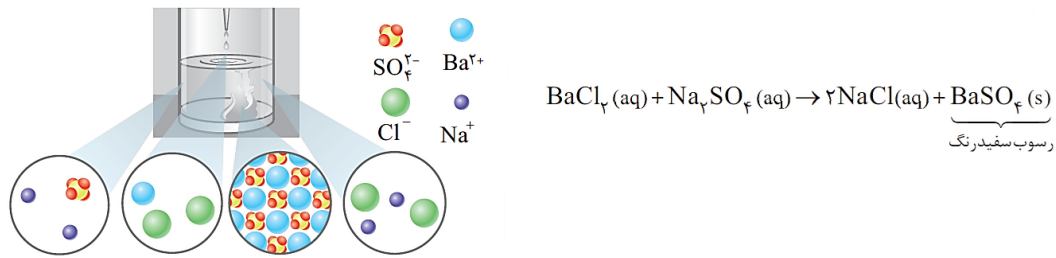
$NH_3 > ASH_3 > PH_3$  : نقطه جوش و  $NH_3 < PH_3 < ASH_3$  : جرم مولی

چون آمونیاک توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی دارد، نسبت به سایر عناصر موجود در این گروه نقطه جوش بالاتری خواهد داشت. بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) اتانول و استون دو ترکیب آلی اکسیژن دار هستند که به عنوان حلال در صنعت و آزمایشگاه به کار می‌روند. جرم مولی اتانول از استون کمتر است، اما به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های اتانول، نقطه جوش اتانول از استون بالاتر است. توجه داریم که استون، ساده‌ترین عضو از خانواده کتون‌ها بوده و به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

(۲) گشتاور دوقطبی اغلب هیدروکربن‌ها مانند هگزان، ناچیز و در حدود صفر است. از هگزان به عنوان حلال مواد ناقطبی (مثل چربی‌ها و بنزین) و رقیق‌کننده رنگ (تینر) استفاده می‌شود.

(۳) باریم سولفات در آب نامحلول است، بنابراین میانگین قدرت پیوند یونی در  $BaSO_4$  و پیوندهای هیدروژنی در آب، از نیروی جاذبه یون دوقطبی در مخلوط حاصل از این دو ماده بیشتر است. تصویر زیر، روند تولید رسوب نامحلول باریم سولفات از واکنش میان محلول باریم کلرید و سدیم سولفات را نشان می‌دهد:



۲۰۹- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) با افزایش درصد جرمی نمک موجود در آب دریا، انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در آن کاهش پیدا می‌کند.
- (ب) انحلال‌پذیری گازهای مختلف در آب با فشار گاز رابطه مستقیم داشته و با دما رابطه عکس دارد.
- (پ) گاز حاصل از واکنش قرص جوشان با آب، اصلی‌ترین گاز گلخانه‌ای موجود در هواکره به شمار می‌رود.
- (ت) برخلاف پتاسیم‌نیترات و پتاسیم کلرید، کاهش دما انحلال‌پذیری لیتیم‌سولفات را در آب افزایش می‌دهد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

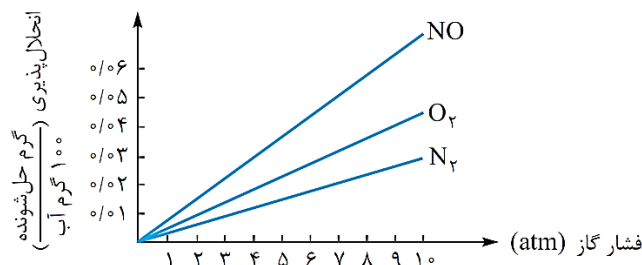
۲۰۹- پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۰۳)

همه عبارات‌های داده شده درست هستند.

بررسی چهار عبارت:

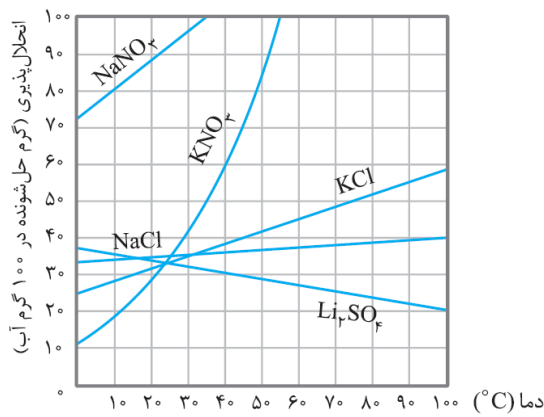
(آ) همانطور که می‌دانیم، بین یون‌های یک نمک حل شده در آب (مثلاً سدیم کلرید) و مولکول‌های آب، نیروی جاذبه قوی یون-دوقطبی برقرار می‌شود. از این رو با افزایش درصد جرمی نمک موجود در آب دریا و یا هر نمونه دیگری از آب، تمایل مولکول‌های قطبی آب به مولکول‌های ناقطبی اکسیژن کاهش یافته و انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در آب کاهش پیدا می‌کند.

(ب) چون انحلال گازها در آب گرماده است، انحلال‌پذیری گازها با دما رابطه عکس دارد؛ یعنی با کاهش دما، انحلال‌پذیری گازها در آب افزایش می‌یابد. از طرفی دیگر، طبق قانون هنری انحلال‌پذیری گازها با فشار آن‌ها در محیط نسبت مستقیم دارد. بر اساس این قانون، می‌توان گفت در دمای ثابت با افزایش فشار یک گاز، انحلال‌پذیری آن گاز در آب افزایش می‌یابد. نمودار زیر، بیانی از قانون هنری در رابطه با انحلال‌پذیری گازها در فشارهای مختلف در آب را نشان می‌دهد:

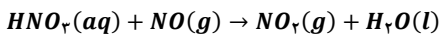


مطابق این نمودار، خط مربوط به هر گاز دارای شیب ثابت بوده و میدگذر است، پس می‌توان گفت در فشار صفر اتمسفر گازها اصلاً در آب حل نمی‌شوند. (پ) گاز حاصل از واکنش قرص جوشان با آب، گاز  $CO_2$  است. همانطور که می‌دانیم، این گاز اصلی‌ترین گاز گلخانه‌ای موجود در هواکره و فراوان‌ترین ترکیب موجود در هوای پاک و خشک به شمار می‌رود.

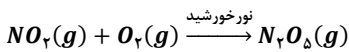
(ت) با کاهش دما، انحلال‌پذیری لیتیم سولفات و پتاسیم نیترات در آب به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابد. نمودار زیر، روند تغییر انحلال‌پذیری این نمک‌ها در آب بر حسب تغییر دمای محلول نشان می‌دهد:



۲۱۰- با توجه به واکنش‌های زیر، اگر ۲۰۰ میلی لیتر محلول ۱۸/۹ درصد جرمی نیتریک اسید با چگالی  $1g \cdot mL^{-1}$ ، با مقدار کافی گاز  $NO$  واکنش دهد، ..... گرم گاز  $NO_2$  تشکیل شده و اگر نصف گاز  $NO_2$  تولید شده با مقدار کافی گاز اکسیژن وارد واکنش شود، ..... لیتر گاز دی‌نیتروژن پنتاکسید در شرایط استاندارد بدست می‌آید. ( $O = 16, N = 14, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$ )



معادله واکنش موازنه شود



معادله واکنش موازنه شود

$$10/0.8 - 41/4 \quad (4)$$

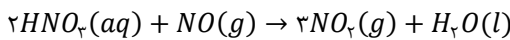
$$5/0.4 - 41/4 \quad (3)$$

$$10/0.8 - 20/7 \quad (2)$$

$$5/0.4 - 20/7 \quad (1)$$

۲۱۰- پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مسأله - ۱۰۳)

معادله موازنه شده واکنش‌های انجام شده به صورت زیر هستند:



ابتدا غلظت مولی محلول نیتریک اسید را با توجه به درصد جرمی این محلول محاسبه می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی محلولی نیتریک اسید} = \frac{1 \cdot ad}{M} = \frac{10 \times 18/9 \times 1}{63} = 3 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

بنابراین مقدار  $NO_2$  تولید شده برابر است با:

$$? g NO_2 = 200 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}} \times \frac{3 \text{ mol } HNO_3}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{3 \text{ mol } NO_2}{2 \text{ mol } HNO_3} \times \frac{46 \text{ g } NO_2}{1 \text{ mol } NO_2} = 41/4 \text{ g } NO_2$$

حال حساب می‌کنیم که اگر نصف مقدار  $NO_2$  تولید شده در واکنش اول (یعنی ۲۰/۷ گرم گاز  $NO_2$ ) با گاز اکسیژن وارد واکنش شود، چند لیتر گاز  $N_2O_5$  در شرایط  $STP$  بدست می‌آید:

$$? L N_2O_5 = 20/7 \text{ g } NO_2 \times \frac{1 \text{ mol } NO_2}{46 \text{ g } NO_2} \times \frac{2 \text{ mol } N_2O_5}{4 \text{ mol } NO_2} \times \frac{22/4 \text{ L } N_2O_5}{1 \text{ mol } N_2O_5} = 5/0.4 \text{ L } N_2O_5$$

۲۱۱- در یک واحد صنعتی، در هر ثانیه ۲۵۶۰ گرم نفتالن در شرایط مناسب با مقدار کافی گاز هیدروژن در مجاورت کاتالیزگر نیکل واکنش داده و بطور کامل هیدروژن‌دار می‌شود. در صورتی که درصد خلوص نفتالن مصرف شده برابر ۸۰٪ باشد، در هر ساعت چند کیلوگرم گاز هیدروژن در این واکنش مصرف می‌شود؟ ( $O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$ )

$$691/2 \quad (4)$$

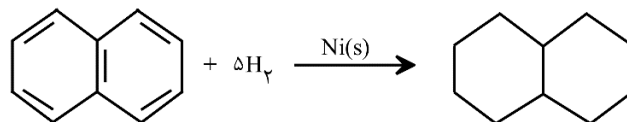
$$576 \quad (3)$$

$$345/6 \quad (2)$$

$$288 \quad (1)$$

۲۱۱- پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مسأله - ۱۱۱)

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



بنزن، سرگروه خانواده‌ی مهمی از مواد به نام ترکیب‌های آروماتیک (آروماتیک یعنی خوش بو و معطر) است. در ساختار مولکول‌های سازنده‌ی این گروه از مواد، یک حلقه‌ی شش‌ضلعی کربنی دیده می‌شود که پیوندهای کربن-کربن موجود در آن، به صورت یکی در میان، دوگانه هستند. نفتالن با فرمول شیمیایی  $C_{10}H_8$  نیز یک ترکیب آروماتیک به شمار می‌رود. در ساختار هر مولکول نفتالن، ۵ پیوند  $C=C$  و ۸ پیوند  $C-H$  وجود دارد. این ماده، یک ترکیب جامد و سفیدرنگ است که مدت‌ها به عنوان ضدبید برای نگهداری فرش و لباس کاربرد داشته است.

در این واکنش، به ازای مصرف هر مول نفتالن ۵ مول گاز هیدروژن مصرف می‌شود. ابتدا جرم گاز هیدروژن مصرف شده در هر ثانیه را محاسبه می‌کنیم:

$$? g H_2 = 2560 \text{ g نفتالن ناخالص} \times \frac{80 \text{ g نفتالن}}{100 \text{ g نفتالن ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol نفتالن}}{128 \text{ g نفتالن}} \times \frac{5 \text{ mol } H_2}{1 \text{ mol نفتالن}} \times \frac{2 \text{ g } H_2}{1 \text{ mol } H_2} = 160 \text{ g } H_2$$

هر ساعت معادل ۳۶۰۰ ثانیه است، بنابراین مقدار گاز هیدروژن مصرف شده در یک ساعت بر حسب کیلوگرم برابر خواهد بود با:

$$\text{جرم گاز هیدروژن مصرف شده} = ۳۶۰۰ \text{ s} \times \frac{۱۶۰ \text{ g H}_2}{۱ \text{ s}} \times \frac{۱ \text{ kg H}_2}{۱۰۰۰ \text{ g H}_2} = ۵۷۶ \text{ kg H}_2$$

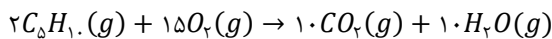
۲۱۲- کدام مطلب درست است؟ ( $O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : \text{g. mol}^{-1}$ )

- (۱) نام آلکانی با فرمول ساختاری  $CH_3CH(C_2H_5)CH_2CH_3$ ، به صورت ۲-اتیل بوتان بوده و این ماده همپار هگزان است.
- (۲) تفاوت جرم مولی چهارمین عضو خانواده سیکلوآلکانها با جرم مولی پنجمین عضو خانواده آلکینها برابر ۱۴ گرم بر مول است.
- (۳) از آلومینیم مذاب تولید شده در واکنش ترمیت برای جوش دادن قطعات فلزی موجود در خطوط راه آهن استفاده می‌شود.
- (۴) بر اثر سوختن کامل یک مول از سیکلوآلکانی که در ساختار آن ۱۵ پیوند اشتراکی وجود دارد، ۲۲۰ گرم  $CO_2$  آزاد می‌شود.

۲۱۲- پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی و مسأله - ۱۱۱)

در یک سیکلوآلکان با فرمول مولکولی  $C_nH_{2n}$ ، تعداد  $3n$  پیوند اشتراکی وجود دارد، بنابراین داریم:

$$3n = 15 \rightarrow n = 5 \rightarrow \text{فرمول مولکولی: } C_5H_{10}$$



واکنش سوختن کامل  $C_5H_{10}$  به صورت مقابل است:

با توجه به معادله واکنش انجام شده، جرم  $CO_2$  آزاد شده در این واکنش را حساب می‌کنیم:

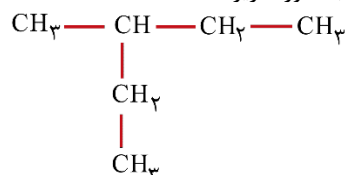
$$? \text{ g } CO_2 = 1 \text{ mol } C_5H_{10} \times \frac{10 \text{ mol } CO_2}{2 \text{ mol } C_5H_{10}} \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 220 \text{ g } CO_2$$

جدول زیر، نمایی از چهار عضو اول خانواده سیکلوآلکانهای بدون شاخه را نشان می‌دهد:

فرمول مولکولی	$C_4H_8$	$C_5H_{10}$	$C_6H_{12}$
نام	سیکلوپنتان	سیکلوپنتان	سیکلوهگزان
ساختار			

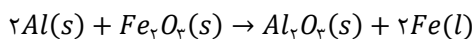
بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) نام آلکان داده شده، ۳-متیل پنتان بوده و این ماده همپار (ایزومر) هگزان محسوب می‌شود. توجه داریم که ایزومرها نسبت به هم فرمول شیمیایی یکسان اما فرمول ساختاری متفاوت دارند. ساختار آلکان مورد نظر به صورت زیر است:



- (۲) به گروهی از هیدروکربن‌ها که در ساختار آنها یک پیوند سه‌گانهی کربن-کربن ( $C \equiv C$ ) وجود دارد، آلکین گفته می‌شود. فرمول مولکولی چهارمین عضو خانواده سیکلو آلکانها به صورت  $C_6H_{12}$  بوده و فرمول مولکولی پنجمین عضو خانواده آلکینها نیز به صورت  $C_6H_{10}$  است. همانطور که مشخص است، تفاوت جرم مولی این دو ماده برابر با ۲ گرم بر مول است.

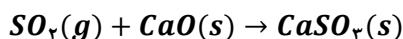
- (۳) در واکنش ترمیت، از واکنش فلز آلومینیم با اکسید آهن ( $Fe_2O_3$ )، آهن مذاب تولید می‌شود. از آهن مذاب تولید شده در این واکنش، برای جوش دادن خطوط راه‌آهن استفاده می‌شود. معادله واکنش مورد نظر به صورت مقابل است:



توجه داریم که واکنش بالا به صورت طبیعی انجام می‌شود، پس می‌توان گفت واکنش‌پذیری آلومینیم از فلز آهن بیشتر است.

- (۲۱۳) برای تهیه مس خام از سنگ معدن سرچشمه کرمان، واکنش موازنه نشده  $Cu_2S + O_2 \rightarrow Cu + SO_2$  انجام می‌شود. با مصرف ۴ تن مس (I) سولفید با خلوص ۷۵٪، چند تن فلز مس تولید شده و برای به دام انداختن گاز  $SO_2$  تولید شده در این فرایند، به چند تن کلسیم اکسید نیاز است؟ (بازده واکنش تهیه مس خام را برابر با ۸۰٪ در نظر بگیرید.)

$$(Cu = ۶۴, Ca = ۴۰, S = ۳۲, O = ۱۶ : \text{g. mol}^{-1})$$



$$1/68 - 1/92 \quad (۴)$$

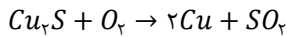
$$0/84 - 1/92 \quad (۳)$$

$$1/68 - 0/96 \quad (۲)$$

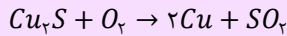
$$0/84 - 0/96 \quad (۱)$$



واکنش تهیه مس خام به صورت زیر انجام می‌شود:



معدن مس سرچشمه کرمان، یکی از بزرگ‌ترین مجتمع‌های صنعتی معدنی جهان بوده و بزرگ‌ترین تولیدکننده مس به شمار می‌رود. برای تهیه فلز مس در این معدن، از واکنش مقابل استفاده می‌شود:



با انجام این واکنش شیمیایی، اتم‌های مس از ساختار مس ( $I$ ) سولفید خارج شده و از آن در سایر صنایع استفاده می‌شود.

ابتدا جرم مس خام تولید شده را حساب می‌کنیم:

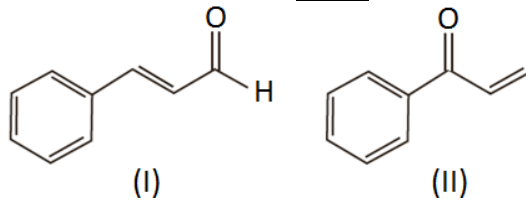
$$? \text{ ton Cu} = 4 \text{ ton Cu}_2\text{S} \times \frac{75 \text{ ton Cu}_2\text{S}}{100 \text{ ton Cu}_2\text{S}} \times \frac{106 \text{ g Cu}_2\text{S}}{1 \text{ ton Cu}_2\text{S}} \times \frac{1 \text{ mol Cu}_2\text{S}}{160 \text{ g Cu}_2\text{S}} \times \frac{2 \text{ mol Cu}}{1 \text{ mol Cu}_2\text{S}} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} \\ \times \frac{1 \text{ ton Cu}}{106 \text{ g Cu}} \times \frac{100}{100} = 1/92 \text{ ton Cu}$$

از آنجا که برای به دام انداختن هر مول  $SO_2$  یک مول  $CaO$  نیاز است، داریم:

$$? \text{ ton CaO} = 1/92 \text{ ton Cu} \times \frac{106 \text{ g Cu}}{1 \text{ ton Cu}} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64 \text{ g Cu}} \times \frac{1 \text{ mol SO}_2}{2 \text{ mol Cu}} \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{1 \text{ mol SO}_2} \times \frac{56 \text{ g CaO}}{1 \text{ mol CaO}} \times \frac{1 \text{ ton CaO}}{106 \text{ g CaO}} \\ = 0/84 \text{ ton CaO}$$

بنابراین برای به دام انداختن گاز  $SO_2$  آزاد شده به  $0/84$  تن  $CaO$  نیاز است.

۲۱۴- کدام مطلب، درباره ترکیب‌هایی با ساختارهای پیوند-خط زیر، نادرست است؟



(۱) برخلاف زوج ترکیب‌های ۲-هپتانون و بنزالدهید، این دو ترکیب مولکولی نیز همپار به شمار می‌روند.

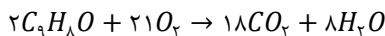
(۲) ترکیب (I) در دارچین یافت می‌شود و گروه عاملی مشابه ترکیب آلی موجود در بادام دارد.

(۳) نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن در این دو ترکیب یکسان، ولی محتوای انرژی این دو ترکیب متفاوت است.

(۴) برای سوختن کامل  $19/8$  گرم از ترکیب (II)،  $38/25$  لیتر گاز اکسیژن در شرایط استاندارد مصرف می‌شود.



فرمول مولکولی ترکیب (II)، به صورت  $C_9H_8O$  بوده و واکنش سوختن کامل آن به صورت زیر است:



بنابراین اکسیژن موردنیاز برای سوختن کامل  $19/8$  گرم از این ترکیب برابر است با:

$$? L O_2 = 19/8 \text{ g } C_9H_8O \times \frac{1 \text{ mol } C_9H_8O}{132 \text{ g } C_9H_8O} \times \frac{21 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } C_9H_8O} \times \frac{22/4 L O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 35/28 L O_2$$

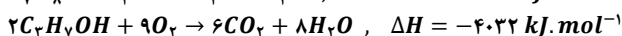
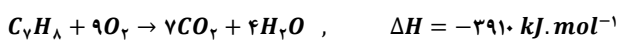
بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) ترکیب‌های ۲-هپتانون ( $C_7H_{14}O$ ) و بنزالدهید ( $C_7H_6O$ ) تعداد اتم‌های هیدروژن برابری نداشته و همپار به شمار نمی‌روند. این در حالی است که دو ترکیب (I) و (II) فرمول مولکولی یکسان و ساختار متفاوت دارند و همپار به شمار می‌روند.

(۲) در ساختار گروه عاملی آلدهیدی، یک اتم اکسیژن توسط یک پیوند دوگانه به یک اتم کربن متصل شده است. ترکیب (I)، یک ترکیب آلی است که در دارچین یافت می‌شود و همانند ترکیب آلی موجود در بادام، یعنی بنزالدهید، دارای گروه عاملی آلدهیدی است.

(۳) از آنجا که دو ترکیب (I) و (II) فرمول مولکولی یکسانی دارند، نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به شمار اتم‌های کربن در این دو ترکیب یکسان است. ولی از آنجا که ساختار این دو ترکیب متفاوت است، محتوای انرژی این دو ترکیب نیز متفاوت است.

۲۱۵- با توجه به معادله‌های واکنش‌های گرمایشیمیایی زیر:



ارزش سوختی تولوئن ( $C_7H_8$ ) تقریباً چند برابر پروپانول بوده و با سوختن  $18$  گرم پروپانول، چند کیلوگرم آب با دمای  $40^\circ\text{C}$  را در فشار  $1 \text{ atm}$  می‌توان به جوش آورد؟ ( $c_p = 4/2 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $O = 16$ ,  $C = 12$ ,  $H = 1$ :  $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

۳/۶ - ۲/۹۷ (۴)

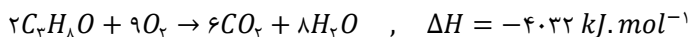
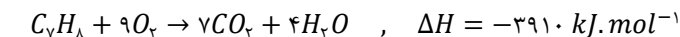
۲/۴ - ۲/۹۷ (۳)

۳/۶ - ۱/۲۶ (۲)

۲/۴ - ۱/۲۶ (۱)



به مقدار انرژی تولید شده در واکنش سوختن ۱ گرم از یک ماده‌ی سوختنی، ارزش سوختی آن ماده گفته می‌شود. به عنوان مثال، اگر به ازای سوختن کامل هر گرم گاز اتین ۵۰ کیلوژول انرژی تولید شود، ارزش سوختی این ماده معادل با ۵۰ کیلوژول بر گرم ( $kJ \cdot g^{-1}$ ) است. واکنش‌های انجام شده به صورت مقابل است:



توجه داریم که معادله اول، آنتالپی سوختن تولوئن را نشان می‌دهد اما چون در معادله دوم ضریب ماده سوختنی برابر با ۲ است، معادله این واکنش ۲ برابر آنتالپی سوختن پروپانول را نشان می‌دهد. ارزش سوختی هر ماده از معادله زیر بدست می‌آید:

$$\text{مقدار انرژی تولید شده در واکنش سوختن} = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}| (kJ \cdot \text{mol}^{-1})}{\text{جرم ماده سوختنی مصرف شده}} = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}| (kJ \cdot \text{mol}^{-1})}{\text{جرم مولی} (g \cdot \text{mol}^{-1})} = \text{ارزش سوختی} (kJ \cdot g^{-1})$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\text{ارزش سوختی تولوئن}}{\text{ارزش سوختی پروپانول}} = \frac{\frac{3910}{92}}{\frac{4032}{2 \times 60}} = \frac{3910 \times 60}{92 \times 2016} \approx 1/26$$

در ادامه گرمای آزاد شده از سوختن ۱۸ گرم پروپانول را حساب می‌کنیم:

$$? kJ = 18g \text{ پروپانول} \times \frac{1 \text{ mol پروپانول}}{60g \text{ پروپانول}} \times \frac{2016 kJ}{1 \text{ mol پروپانول}} = 604/8 kJ$$

دمای جوش آب برابر با ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد است. بر این اساس، حساب می‌کنیم این مقدار گرما چند گرم آب  $40^\circ C$  را می‌تواند به جوش آورد:

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow m = \frac{Q}{c \times \Delta\theta} = \frac{604/8 kJ \times \frac{1000 J}{1 kJ}}{4/2 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1} \times 60^\circ C} = 2400g \times \frac{1kg}{1000g} = 2/4 kg$$

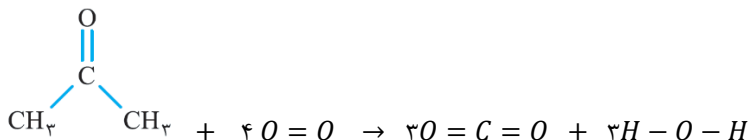
بنابراین سوختن کامل ۱۸ گرم پروپانول گرمای لازم برای به جوش آوردن  $2/4 kg$  آب در دمای  $40^\circ C$  را فراهم می‌کند.

۲۱۶- مقدار  $\Delta H$  واکنش سوختن بخار استون در حضور اکسیژن کافی به تقریب برابر با چند کیلوکالری است؟ (آنتالپی پیوند  $O = O$  و میانگین آنتالپی پیوندهای  $O = H$  و  $C - H$ ,  $C - C$ ,  $C = O$  به ترتیب برابر با ۴۹۵، ۸۰۰، ۳۴۸، ۴۱۵ و ۴۶۳ کیلوژول بر مول بوده و هر کالری معادل با ۴/۲ ژول است.)

$$-383/8 \quad (1) \quad -465/2 \quad (2) \quad -1612/4 \quad (3) \quad -754/6 \quad (4)$$



استون، ساده‌ترین ترکیب کتوننی بوده و با توجه به گشتاور دوقطبی بالای آن، به هر نسبتی در آب حل می‌شود. ابتدا معادله سوختن کامل استون را با رسم ساختار لوویس مواد می‌نویسیم:



با توجه به معادله واکنش، تغییر آنتالپی آن را محاسبه می‌کنیم. مقدار  $\Delta H$  واکنش از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \Delta H_{\text{واکنش}} &= [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] \\ &= [6\Delta H(C - H) + 2\Delta H(C - C) + \Delta H(C = O) + 4\Delta H(O = O)] - [6\Delta H(C = O) + 6\Delta H(O - H)] \\ &= [(6 \times 415) + (2 \times 348) + (1 \times 800) + (4 \times 495)] - [(6 \times 800) + (6 \times 463)] \\ &= [2490 + 696 + 800 + 1980] - [4800 + 2778] = -1612 kJ \end{aligned}$$

گرما را با نماد  $Q$  نشان داده و یکای اندازه‌گیری آن در  $SI$  ژول ( $J$ ) است. کالری ( $cal$ ) یکای دیگری برای اندازه‌گیری مقدار گرما است که هر واحد از آن معادل با ۴/۱۸ یا به طور تقریبی، ۴/۲ ژول است. به عبارت دیگر، هر کالری معادل با گرمای لازم برای افزایش دمای ۱ گرم آب به اندازه‌ی  $1^\circ C$  است. در نهایت آنتالپی واکنش را بر حسب کیلوکالری بدست می‌آوریم:

$$\Delta H = -1612 kJ \times \frac{1 kcal}{4/2 kJ} \approx -383/8 kcal$$

۲۱۷- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- آ) سطح تماس یک ماده، در مقایسه با حجم آن ماده نقش مهم تری در سرعت انجام واکنش سوختن آن ماده دارد.  
 ب) در شرایط یکسان، گرمای حاصل از واکنش هیدرازین با  $H_2$  از گرمای حاصل از واکنش  $N_2$  با  $H_2$  کمتر است.  
 پ) گرافیت نوعی ماده کووالانسی بوده و گرمای حاصل از سوختن یک مول از آن بیشتر از یک مول الماس است.  
 ت) علامت تغییر انرژی در فرایند ذوب یک ماده خالص، مشابه به فرایند فرازش آن ماده خواهد بود.  
 ث) با افزایش شعاع اتمی فلزهای قلیایی، سرعت واکنش آن‌ها با آب سرد افزایش پیدا می‌کند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۱۷- پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مسأله - ۱۱۲)

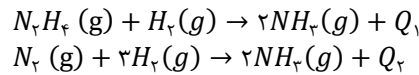
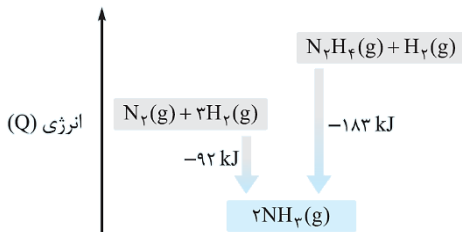


عبارت‌های (آ)، (ت) و (ث) درست‌اند.

بررسی پنج عبارت:

آ) زمان انجام واکنش‌ها به عوامل گوناگونی وابسته است، به گونه‌ای که برای کاهش یا افزایش سرعت انجام واکنش‌ها می‌توان عواملی مانند دما، غلظت، نوع مواد واکنش‌دهنده، کاتالیزگر و سطح تماس واکنش‌دهنده‌ها را تغییر داد. حجم یک ماده تأثیر چندانی بر سرعت انجام واکنش ندارد. توجه داریم که با افزایش سطح تماس میان واکنش‌دهنده‌های شرکت‌کننده در یک فرایند، تعداد برخوردهای میان ذرات سازنده‌ی این مواد افزایش یافته و واکنش مورد نظر نیز با سرعت بیشتری انجام می‌شود.

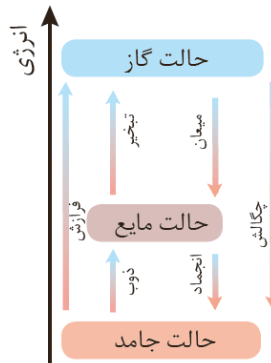
ب) همانطور که می‌دانیم با انجام یک واکنش شیمیایی و تغییر در شیوه اتصال اتم‌ها به یکدیگر، تفاوت آشکاری در انرژی پتانسیل وابسته به آن‌ها ایجاد می‌شود و این تفاوت انرژی در واکنش‌ها به صورت گرما ظاهر می‌شود. واکنش دو ماده هیدرازین ( $N_2H_4$ ) و نیتروژن با هیدروژن به صورت زیر است:



از واکنش یک مول از این مواد با گاز  $H_2$ ، مقدار مشابهی گاز آمونیاک (۲مول) تولید می‌شود. از آنجا که هیدرازین یک ماده پرانرژی و ناپایدار است، مقدار گرمای آزاد شده در واکنش هیدرازین با هیدروژن ( $Q_1$ ) از این مقدار در واکنش نیتروژن و هیدروژن ( $Q_2$ ) بیشتر است. نمودار مقابل روند تغییر انرژی در این دو واکنش را نشان می‌دهد:

پ) الماس و گرافیت دو آلوتروپ کربن هستند که فراورده واکنش سوختن کامل آن‌ها، گاز کربن‌دی‌اکسید است. این دو ماده، همانند سیلیس و سیلیسیم کربید در دسته جامدهای کووالانسی قرار می‌گیرند. گرافیت از الماس پایدارتر است، بنابراین گرمای حاصل از سوختن یک مول گرافیت کمتر از یک مول الماس است. به عبارت دیگر، به ازای تولید یک مول گاز  $CO_2$  در واکنش سوختن کامل این دو آلوتروپ کربن، گرمای بیشتری در واکنش سوختن کامل الماس آزاد می‌شود.

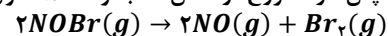
ت) نمودار مقابل تغییر انرژی در فرایندهای تغییر حالت فیزیکی مواد خالص را نشان می‌دهد:



مطابق این نمودار، علامت تغییر انرژی در دو فرایند ذوب و فرازش یکسان است. در واقع در هر دو فرایند، سطح انرژی مواد افزایش می‌یابد.

ث) فلزهای قلیایی، معادل با عناصر فلزی موجود در گروه اول جدول دوره‌ای هستند. در گروه اول جدول دوره‌ای، فلزهای قلیایی لیتیم ( $Li$ )، سدیم ( $Na$ )، پتاسیم ( $K$ )، روبیدیم ( $Rb$ )، سزیم ( $Cs$ ) و فرانسیم ( $Fr$ ) وجود دارند. با افزایش شعاع اتمی فلزهای قلیایی از بالا به پایین گروه اول جدول تناوبی، میزان واکنش‌پذیری این فلزها افزایش یافته و در نتیجه سرعت واکنش فلزها با آب سرد افزایش پیدا می‌کند. توجه داریم که فلزهای قلیایی بطور کلی به شدت با آب سرد واکنش می‌دهند.

۲۱۸- مقداری گاز  $NOBr$  را در یک ظرف سر بسته وارد می‌کنیم تا واکنش شیمیایی زیر با سرعت متوسط  $1/2 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$  انجام شود. اگر در ثانیه ۴۰ پس از شروع واکنش، مجموعاً ۱۵ مول فراورده در ظرف وجود داشته باشد، حجم ظرف مورد نظر برابر چند لیتر است؟

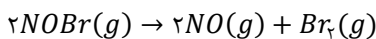


۱ (۱) ۳/۲۵ ۲ (۲) ۶/۲۵ ۳ (۳) ۹/۷۵ ۴ (۴) ۱۲/۵

۲۱۸- پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مسأله - ۱۱۲)



معادله واکنش تجزیه گاز  $NOBr$  به صورت زیر است:



در ثانیه ۴۰ واکنش مجموع شمار مول‌های فراورده‌های واکنش برابر با ۱۵ مول است، پس با توجه به ضرایب مواد در معادله واکنش داریم:

$$n_{NO} + n_{Br_2} = 15 \xrightarrow{n_{NO} = 2n_{Br_2}} 3n_{Br_2} = 15 \rightarrow n_{Br_2} = 5 \text{ mol}$$

شیب نمودار مول-زمان برای هریک از مواد شرکت‌کننده در واکنش، متناسب با ضریب استوکیومتری آن ماده در معادله‌ی موازنه شده‌ی واکنش است. به عبارت دیگر، اگر ضریب استوکیومتری شرکت‌کننده‌ها یکسان نباشد، سرعت متوسط آنها متفاوت از یکدیگر خواهد بود. شیمی‌دان‌ها برای درک آسان‌تر روند پیشرفت واکنش‌ها در واحد زمان، از یک مفهوم کاربردی به نام سرعت واکنش استفاده می‌کنند. سرعت واکنش، از تقسیم سرعت متوسط مصرف یا تولید هریک از مواد شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن ماده بدست می‌آید. سرعت متوسط تولید  $Br_2$  در واکنش مورد نظر، با سرعت متوسط واکنش برابر است، پس داریم:

$$\bar{R}_{(واکنش)} = \bar{R}_{Br_2} = \frac{\Delta[Br_2]}{\Delta t} = \frac{\Delta n(Br_2)}{\Delta t \times v} \rightarrow 1/2 = \frac{5 - 0}{\frac{40}{60} \times v} \rightarrow v = \frac{5}{1/2 \times \frac{40}{60}} = \frac{5}{0.33} = 6/25 L$$

بنابراین حجم ظرف واکنش برابر با  $6/25 L$  است.

۲۱۹- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

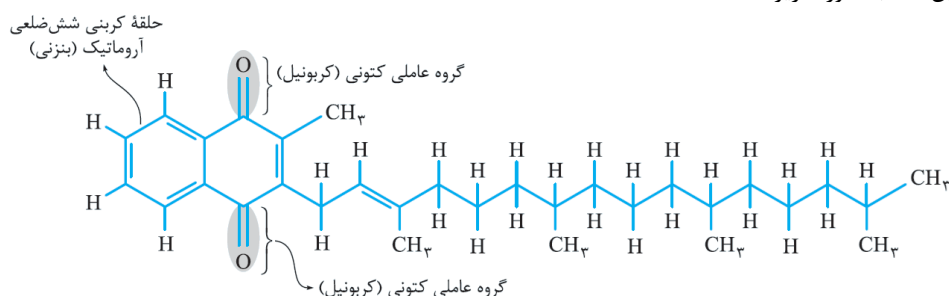
- (آ) ویتامین (کا)، همانند ویتامین (آ) در ساختار خود دارای یک حلقه کربنی آروماتیک است.  
 (ب) حدود ۵۰٪ از لباس‌های تولید شده در جهان با استفاده از پنبه و الیاف سلولزی موجود در آن تهیه می‌شوند.  
 (پ) استیرین ترکیبی با ۴ پیوند دوگانه بوده و پلیمر حاصل از بسپارش آن در ساخت ظروف یکبار مصرف استفاده می‌شود.  
 (ت) نشاسته، برخلاف کولار یک پلیمر زیست‌تخریب‌پذیر بوده و در طبیعت به مولکول‌های ساده و کوچک تجزیه می‌شود.  
 (ث) از اتصال پشت سر هم مولکول‌های اتن به یکدیگر در شرایط مناسب، پلی‌اتن سبک بدست می‌آید.
- (۱) آ، ب، ت (۲) ب، پ، ت (۳) آ، ب، پ، ت (۴) ب، پ، ت، ث

۲۱۹- پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - حفظی - ۱۱۳)

عبارت‌های (ب)، (پ) و (ت) درست‌اند.

بررسی پنج عبارت:

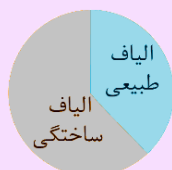
(آ) ویتامین‌های (آ) و (کا) ناقطبی بوده و هر دو دارای حلقه کربنی شش ضلعی در ساختار خود هستند، اما تنها حلقه شش ضلعی ویتامین (کا) آروماتیک است. ساختار مولکولی ویتامین (کا) به صورت زیر است:



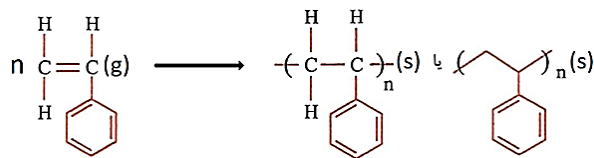
ویتامین کا ( $K$ ) به مقدار فراوان در کلم و کاهو وجود دارد. در ساختار ویتامین کا دو گروه عاملی کربونیل وجود دارد. چون قسمت عمده‌ی مولکول‌های این ترکیب از بخش هیدروکربنی و ناقطبی تشکیل شده است، این بخش‌ها بر بخش‌های قطبی غلبه کرده و مولکول‌های ویتامین کا در مجموع ناقطبی محسوب می‌شوند و در حلال‌های ناقطبی مثل چربی محلول هستند.

(ب) پنبه یکی از الیاف طبیعی است که الیاف آن از سلولز تشکیل شده است. سلولز، زنجیری بسیار بلند است که از اتصال شمار بسیار زیادی مولکول‌های گلوکز به یکدیگر ساخته می‌شود. در حدود نیمی (حدود ۵۰٪) از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه تهیه می‌شود.

پنبه و پشم انواعی از الیاف طبیعی هستند که در طبیعت یافت می‌شوند. آمارها نشان می‌دهد که حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه تهیه می‌شود. از پنبه افزون بر تولید پوشاک، در تولید رویه مبل، پرده، تور ماهیگیری و گاز استریل نیز استفاده می‌شود. در نقطه مقابل، الیاف ساختگی قرار دارند. الیاف ساختگی، الیافی هستند که در طبیعت یافت نشده و از واکنش بین مواد شیمیایی در شرکت‌های پتروشیمی تولید می‌شوند. در واقع از اغلب فراورده‌های پتروشیمیایی برای تولید انواع گوناگون الیاف مانند پلی استر، نایلون استفاده می‌شود. از این الیاف افزون بر تهیه پارچه و پوشاک، به‌طور گسترده‌ای در تهیه انواع پوشش‌ها، ظروف نجسب، یکبار مصرف و پلاستیکی، فرش و پرده استفاده می‌شود. با توجه به نمودار زیر، در حال حاضر نزدیک به  $\frac{1}{3}$  از الیاف مصرف شده در جهان توسط الیاف طبیعی و در حدود  $\frac{2}{3}$  از الیاف مصرف شده نیز توسط الیاف مصنوعی تامین می‌شود.



(پ) در ساختار استیرین، ۴ پیوند دوگانه وجود دارد و پلیمر آن یعنی پلی‌استیرین در ساخت ظروف یکبار مصرف استفاده می‌شود. واکنش بسپارش استیرین که منجر به تولید پلی‌استیرین می‌شود، به صورت زیر است:



ت) پلیمرهای طبیعی مانند نشاسته زیست تخریب پذیر هستند. پلیمرهای زیست تخریب پذیر در طبیعت توسط جانداران ذره بینی به مولکول‌های ساده و کوچک مانند کربن دی‌اکسید، متان، آب و ... تبدیل می‌شوند. در نقطه مقابل، اغلب پلیمرهای ساختگی زیست تخریب ناپذیر هستند. کولار یک پلیمر ساختگی است که در طبیعت تجزیه نمی‌شود.

ث) پلی اتن یکی از مهم ترین پلیمرهای ساختگی است که سالانه میلیون ها تن از آن در شرکت های پتروشیمی تولید شده و از آن در ساخت وسایل گوناگون استفاده می‌شود. یافته‌های تجربی شیمی دان‌ها نشان می‌دهند که مولکول‌های اتن می‌توانند در شرایط گوناگون در واکنش پلیمری شدن شرکت کرده و پلی اتن‌هایی با ساختار و ویژگی‌های متفاوت را پدید بیاورند. مولکول‌های اتن در شرایط معین، قابلیت اتصال پشت سر هم و از کنارها به یکدیگر را دارند. اگر مولکول‌های اتن به صورت پشت سر هم اتصال یابند، پلی اتن سنگین و اگر از کنارها به یکدیگر اتصال یابند، پلی اتن سبک بدست می‌آید. تصویر زیر، نمایی از این دو نوع پلی اتن را نشان می‌دهد:



پلی اتن بدون شاخه (پلی اتن سنگین):



پلی اتن شاخه دار (پلی اتن سبک):

۲۲۰- مقدار ۱۳/۵۴ گرم مخلوطی از ویتامین C با فرمول مولکولی  $C_6H_8O_6$  و ویتامین A با فرمول مولکولی  $C_{20}H_{30}O$  را در یک لیتر هگزان ریخته و به شدت هم زده و سپس صاف می‌کنیم. اگر از سوختن کامل جامد جمع شده روی کاغذ صافی ۲۶۸۸ میلی لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط استاندارد آزاد شود، درصد جرمی ویتامین A در مخلوط اولیه تقریباً کدام است؟

( $O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$ )

۷۴ (۴)

۵۶ (۳)

۴۴ (۲)

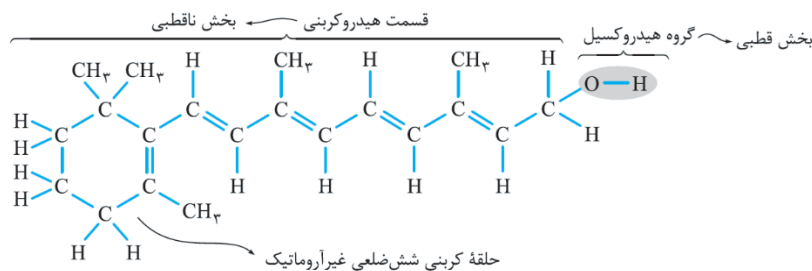
۳۷ (۱)

(متوسط - مسأله - ۱۱۳)

۲۲۰- پاسخ: گزینه ۴



ساختار مولکول ویتامین (A) به صورت زیر است:



از بین دو ویتامین C و A، تنها ویتامین A ناقطبی بوده و در هگزان حل می‌شود، در حالی که ویتامین C یک ماده قطبی بوده و طی این فرایند رسوب می‌کند. با توجه به حجم گاز  $CO_2$  آزاد شده بر اثر سوختن کامل ویتامین C، جرم این ویتامین در مخلوط اولیه را حساب می‌کنیم:

$$? g C_6H_8O_6 = 2688 \text{ mL } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{22400 \text{ mL } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_8O_6}{6 \text{ mol } CO_2} \times \frac{176 g C_6H_8O_6}{1 \text{ mol } C_6H_8O_6} = 3/52 g C_6H_8O_6$$

بنابراین  $10/02 g = 3/52 - 13/54$  ویتامین A در مخلوط اولیه وجود دارد، پس داریم:

$$\text{درصد جرمی ویتامین A در مخلوط اولیه} = \frac{\text{جرم ویتامین A}}{\text{جرم مخلوط اولیه}} \times 100 = \frac{10/02}{13/54} \times 100 \approx 74\%$$

بنابراین در حدود ۷۴ درصد جرمی مخلوط اولیه را ویتامین A تشکیل می‌دهد.

۲۲۱- اگر از واکنش ۳۰/۵ گرم بنزوئیک اسید با خلوص ۸۰٪ با مقدار کافی متیل آمین، ۲۰/۲۵ گرم آمید تولید شود، چند گرم آب در این واکنش تولید شده و بازده این واکنش کدام است؟ ( $O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$ )

۸۰ - ۳/۶ (۴)

۷۵ - ۳/۶ (۳)

۸۰ - ۲/۷ (۲)

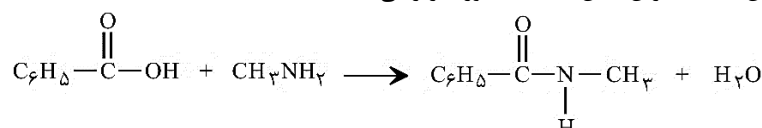
۷۵ - ۲/۷ (۱)

(متوسط - مسأله - ۱۱۳)

۲۲۱- پاسخ: گزینه ۱



واکنش بنزوئیک اسید و متیل آمین که ساده ترین آمین است، به صورت زیر می‌باشد:



در ساختار آمین‌ها اتم‌های C، H و N وجود دارد. وجود اتم N در ساختار آمین‌ها، خواص شیمیایی و فیزیکی منحصر به فردی به آن‌ها داده است. برای نام‌گذاری آمین‌ها کافایت ابتدا نام و تعداد گروه‌های آلکیل متصل به اتم نیتروژن را ذکر کرده و پس از آن، کلمه‌ی (آمین) را فرار بدهیم. متیل آمین با فرمول

شیمیایی  $CH_2NH_2$  ساده‌ترین عضو خانواده‌ی آمین‌ها است که از جایگزین شدن یکی از اتم‌های  $H$  آمونیاک با گروه  $-CH_3$  بدست می‌آید. این ترکیب به همراه برخی از آمین‌های دیگر، بوی ماهی را ایجاد می‌کند. ابتدا مقدار نظری آمید تولید شده را به دست می‌آوریم:

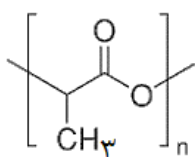
$$? g \text{ آمید} = \frac{۱۳۵g \text{ آمید}}{۱ \text{ mol آمید}} \times \frac{۱ \text{ mol آمید}}{۱ \text{ mol بنزوئیک اسید}} \times \frac{۱ \text{ mol بنزوئیک اسید}}{۱۲۲ g \text{ بنزوئیک اسید}} \times \frac{۸۰g \text{ بنزوئیک اسید}}{۱۰۰g \text{ بنزوئیک اسید ناخالص}} \times \frac{۳۰}{۵۵} = ۲۷g \text{ آمید}$$

در نتیجه بازده واکنش برابر است با:

$$\text{بازده درصدی واکنش} = \frac{\text{مقدار عملی آمید}}{\text{مقدار نظری آمید}} \times ۱۰۰ = \frac{۲۰/۲۵}{۲۷} \times ۱۰۰ = ۷۵\%$$

در نهایت جرم آب تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? g H_2O = ۲۰/۲۵ g \text{ آمید} \times \frac{۱ \text{ mol آمید}}{۱۳۵ g \text{ آمید}} \times \frac{۱ \text{ mol } H_2O}{۱ \text{ mol آمید}} \times \frac{۱۸ g H_2O}{۱ \text{ mol } H_2O} = ۲/۷ g H_2O$$



۲۲۲- با توجه به فرمول ساختاری زیر که مربوط به پلی لاکتیک اسید است، کدام مطلب نادرست است؟

$$(O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g \cdot mol^{-1})$$

- در ساختار این پلیمر، تعداد برابری از گروه‌های متیل و گروه‌های استری وجود دارد.
- نوعی پلیمر سبز بوده و آن را از فراورده‌های کشاورزی مانند سیب زمینی، ذرت و نیشکر تهیه می‌کنند.
- ظرف‌های پلاستیکی ساخته شده آن امکان تبدیل شدن به کود را داشته و ردپای کوچک‌تری در محیط زیست برجای می‌گذارند.
- از نوعی مونومر با ساختار قطبی تشکیل شده و ۴۰ درصد از جرم ذرات سازنده آن از اتم‌های کربن تشکیل شده است.

۲۲۲- پاسخ: گزینه ۴ (آسان - حفظی و مسأله - ۱۱۳)

فرمول مولکولی واحد تکرار شونده این پلیمر (پلی لاکتیک اسید)، به صورت  $C_3H_4O_2$  است، بنابراین درصد جرمی اتم‌های کربن در این پلیمر برابر است با:

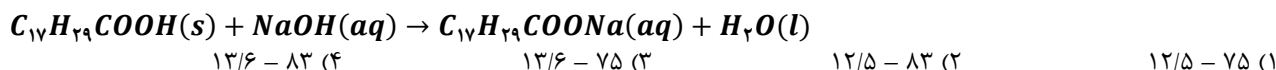
$$\text{درصد جرمی اتم‌های کربن} = \frac{\text{جرم اتم‌های کربن}}{\text{جرم مونومر پلی لاکتیک اسید}} \times ۱۰۰ = \frac{(۳ \times ۱۲) \times ۱۰۰}{(۳ \times ۱۲) + (۴ \times ۱) + (۲ \times ۱۶)} = \frac{۳۶۰۰}{۷۲} = ۵۰\%$$

به پلاستیک‌های تولید شده از پلیمرهای سبز، پلاستیک سبز گفته می‌شود. همانطور که می‌دانیم، مولکول‌های نشاسته از مونومرهای گلوکز و از عناصر  $C, H$  و  $O$  ساخته شده‌اند؛ پس می‌توان گفت که در ساختار پلاستیک‌های سبز نیز عناصر  $C, H$  و  $O$  وجود دارند. بررسی سایر گزینه‌ها:

- در یک واحد تکرار شونده این پلیمر یک گروه متیل و یک گروه استری وجود دارد، بنابراین شمار این گروه‌ها در پلی لاکتیک اسید برابر است. توجه داریم که پلیمر داده شده نوعی پلی استر به شمار می‌رود.
- پلی لاکتیک اسید را از فراورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی، ذرت و نیشکر تهیه می‌کنند، به طوری که نخست نشاسته موجود در این مواد را به لاکتیک اسید تبدیل کرده، سپس از واکنش پلیمری شدن آن در شرایط مناسب پلی لاکتیک اسید تولید می‌کنند. این پلیمر اگر در طبیعت رها شود، پس از چند ماه به مولکول‌های ساده مانند آب و کربن‌دی‌اکسید تبدیل می‌شود، بنابراین به پلیمر دوست‌دار محیط زیست یا پلیمر سبز معروف است.
- از پلی لاکتیک اسید انواع ظرف‌های پلاستیکی یکبار مصرف تولید شده و کاربرد آن‌ها رو به گسترش است. این پلاستیک‌ها امکان تبدیل شدن به کود را دارند و از این رو ردپای کوچک‌تری در محیط زیست بر جای می‌گذارند.

۲۲۳- نمونه‌ای به جرم  $۱/۳۹$  گرم از اسید چرب  $C_{۱۷}H_{۳۵}COOH$  با  $۲/۵ mL$  از محلول سود با درصد جرمی  $۸\%$  و چگالی  $۱/۲ g \cdot mL^{-1}$  به طور کامل واکنش می‌دهد. به تقریب چند درصد از سود در واکنش شرکت کرده و  $pH$  محلول نهایی کدام است؟

(از تغییر حجم محلول چشم‌پوشی کنید،  $Na = ۲۳, O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g \cdot mol^{-1}$ )



۲۲۳- پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مسأله - ۱۲۱)

ابتدا تعداد مول اسید چرب و سود شرکت کننده در واکنش را حساب می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$? mol \text{ اسید چرب} = \frac{۱}{۳۹} g \text{ اسید چرب} \times \frac{۱ \text{ mol اسید چرب}}{۲۷۸ g \text{ اسید چرب}} = ۰/۰۰۵ mol$$

$$\text{غلظت مولی سود} = \frac{1 \cdot ad}{M} = \frac{10 \times 8 \times 1/2}{40} = 2/4 \text{ mol} \cdot L^{-1} \rightarrow \text{سود mol} = 2/4 \text{ mol} \cdot L^{-1} \times \left(\frac{2/5}{1000}\right) L = 0.006 \text{ mol}$$

هر مول اسید چرب، با یک مول سود واکنش می‌دهد، پس می‌توان گفت از ۰/۰۰۶ مول سود اولیه، ۰/۰۰۵ مول در واکنش شرکت کرده و ۰/۰۰۱ از آن باقی می‌ماند، بنابراین داریم:

$$\text{درصد شرکت کرده از سود در واکنش} = \left(\frac{0.005}{0.006}\right) \times 100 \approx 83\%$$

در ادامه غلظت سود در محلول نهایی و pH این محلول را حساب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \text{غلظت مولی نهایی سود} &= \frac{0.001 \text{ mol}}{\left(\frac{2/5}{1000}\right) L} = 0.4 \text{ mol} \cdot L^{-1} \rightarrow [OH^-] = n \times M \times \alpha = 1 \times 0.4 \times 1 = 0.4 \text{ mol} \cdot L^{-1} \\ \rightarrow [H^+] &= \frac{10^{-14}}{[OH^-]} = \frac{10^{-14}}{0.4} = 2.5 \times 10^{-14} \text{ mol} \cdot L^{-1} \rightarrow pH = -\log(2.5 \times 10^{-14}) = -\log(2.5 \times 10^{-15}) = 15 - 2 \log 5 \\ &= 15 - (2 \times 0.7) = 15 - 1.4 = 13.6 \end{aligned}$$

۲۲۴- کدام مطالب زیر درست‌اند؟ ( $S = 22, O = 16, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$ )

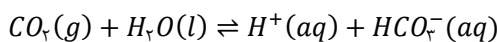
- (آ) همهٔ اسیدهای آرنیوس، در ساختار خود دارای اتم‌هایی از فراوان‌ترین عنصر موجود در جهان هستند.  
 (ب) در دما و غلظت یکسان، مقدار pH محلول سود در مقایسه با مقدار pH محلول آمونیاک پایین‌تر است.  
 (پ) به علت گرماده بودن و تولید گاز  $H_2$ ، از واکنش مخلوط Al و سود برای از بین بردن رسوب چربی استفاده می‌شود.  
 (ت) ۲ لیتر محلول ppm ۴۹۰۰ از سولفوریک اسید با چگالی  $1 \text{ g} \cdot mL^{-1}$ ، با ۰/۲ مول سدیم هیدروکسید خنثی می‌شود.
- ۱) آ و ب      ۲) آ و پ      ۳) ب و ت      ۴) پ و ت

۲۲۴- پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی و مسأله - ۱۲۱)

عبارت‌های (پ) و (ت) درست‌اند.

بررسی چهار عبارت:

(آ) بر طبق مدل آرنیوس، مواد و ترکیب‌هایی که با حل شدن در آب، غلظت یون هیدرونیوم را افزایش می‌دهند، اسید هستند. بر این اساس اسیدهای نافلزی مانند  $CO_2$  با اینکه در ساختار خود یون هیدروژن ( $H^+$ ) ندارند، اسید آرنیوس محسوب می‌شوند. به عنوان مثال، کربن دی‌اکسید از جمله اسیدهای اسیدی است که بر اساس معادلهٔ مقابل با آب واکنش می‌دهد:



(ب) محلول سود (محلول سدیم هیدروکسید در آب) از محلول آمونیاک که باز ضعیفی به شمار می‌رود، خاصیت بازی بیشتری دارد، بنابراین غلظت یون هیدرونیوم در آن پایین‌تر بوده و در نتیجه pH آن بالاتر است.

(پ) از واکنش مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب، گاز هیدروژن تولید شده و گرما آزاد می‌شود. گرما خاصیت پاک‌کنندگی این شوینده خورنده را افزایش می‌دهد. از طرف دیگر، گاز هیدروژن تولید شده در این واکنش نیز بر رسوب‌ها فشار مکانیکی وارد می‌کند و در نتیجه رسوب چربی‌ها در داخل لوله‌ها از بین می‌روند.

(ت) می‌دانیم که برای تبدیل غلظت ppm هر ماده به درصد جرمی آن ماده، باید مقدار غلظت ppm را در  $10^{-4}$  ضرب کنیم. ابتدا غلظت مولی سولفوریک اسید را حساب می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی سولفوریک اسید} = \frac{10 \times a \times d}{M} = \frac{10 \times (ppm \times 10^{-4}) \times d}{M} = \frac{10 \times 4900 \times 10^{-4} \times 1}{98} = 0.5 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

حال حساب می‌کنیم چند مول سدیم هیدروکسید برای خنثی کردن آن نیاز است:

$$\text{تعداد مول سولفوریک اسید} = n_a \times M_a \times V_a = 2 \times 0.5 \times 2 = 0.2 \text{ mol}$$

برای خنثی کردن کامل این مقدار اسید، به ۰/۲ مول سدیم هیدروکسید نیاز است.

۲۲۵- pH یک نمونهٔ یک لیتری از محلول ۵/۶۸ گرم بر لیتر از یک اسید چرب سیرشده برابر ۲/۵ است. اگر درصد یونش این اسید برابر با ۱۵٪ باشد، تعداد اتم‌های هیدروژن این اسید و مقدار تقریبی ثابت یونش آن به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

(گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید،  $O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$ )

$$34 - 3 \times 10^{-4} \quad 34 - 3 \times 10^{-4} \quad 34 - 3 \times 10^{-4} \quad 34 - 3 \times 10^{-4}$$

۲۲۵- پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مسأله - ۱۲۱)

رابطهٔ درصد یونش و درجه یونش برای یک اسید یا باز به صورت زیر است:

$$\text{درصد یونش} = \frac{15}{100} = 0.15 \Rightarrow \text{درجه یونش} \times 100 = \text{درجه یونش}$$

$$\alpha = \frac{[H^+]}{M_A} \quad (1)$$

از طرفی درجه یونش یک اسید ضعیف را می‌توان از رابطهٔ مقابل محاسبه کرد:

ابتدا غلظت یون هیدرونیوم را محاسبه می‌کنیم:

$$pH = 2/5 \rightarrow [H^+] = 10^{-2/5} = 10^{-0.4} \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \quad (2)$$

با فرض اینکه  $M$  معادل با جرم مولی اسید باشد، غلظت اولیه اسید را بدست می آوریم:

$$M_A = \frac{\frac{5/68 \text{ g}}{M \text{ g.mol}^{-1}}}{1 \text{ L}} = \left( \frac{5/68}{M} \right) \text{ mol.L}^{-1} \quad (3)$$

با جایگذاری روابط (2) و (3) در رابطه (1)، مقدار  $M$  را محاسبه می کنیم:

$$\alpha = \frac{[H^+]}{M_A} = \frac{3 \times 10^{-3}}{\frac{5/68}{M}} = 0.15 \rightarrow M = \frac{5/68 \times 0.15}{3 \times 10^{-3}} = 284 \text{ g.mol}^{-1}$$

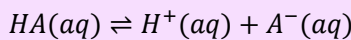
فرمول مولکولی اسید چرب سیر شده به صورت  $C_nH_{2n}O_2$  است، بنابراین جرم مولی اسیدهای چرب برابر است با:

$$12n + 2n + 32 = 14n + 32 \rightarrow 14n + 32 = 284 \rightarrow n = 18$$

بنابراین تعداد اتم های هیدروژن در این اسید چرب برابر با  $18 \times 2 = 36$  است. در نهایت ثابت یونش این اسید چرب را محاسبه می کنیم:

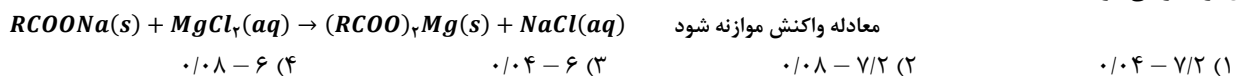
$$\text{ثابت یونش اسید} = \frac{[H^+]^2}{M_A - [H^+]} = \frac{(0.003)^2}{\left( \frac{5/68}{284} \right) - 0.003} = \frac{9 \times 10^{-6}}{0.02 - 0.003} = \frac{9 \times 10^{-6}}{17 \times 10^{-3}} \approx 5/3 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

اسیدهای قوی به هنگام انحلال در آب به طور کامل یونیده می شوند در حالی که اسیدهای ضعیف طی یک فرایند تعادلی، به طور جزئی یونش پیدا می کنند و اندک یون های حاصل از یونش آن ها، با مولکول های اسید موجود در محلول، در حالت تعادل قرار می گیرند. به عنوان مثال، واکنش تعادلی یونش اسید ضعیف  $HA$  را در نظر بگیرید:



با قراردادن غلظت تعادلی گونه های شرکت کننده در این واکنش در رابطه ثابت تعادل، مقدار  $K$  برای این واکنش به ثابت تعادل فرایند یونش اسیدها ( $K_a$ )، به اصطلاح ثابت یونش اسیدی می گویند که یکای آن معادل با  $\text{mol.L}^{-1}$  است.

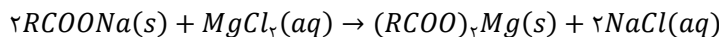
۲۲۶- به ۴۰۰ میلی لیتر آب سخت با چگالی  $1 \text{ g.mL}^{-1}$  که دارای یون های  $Mg^{2+}$  با غلظت  $252 \text{ ppm}$  است،  $4/72$  گرم از صابون با جرم مولی  $236 \text{ g.mol}^{-1}$  اضافه شده است. طی این فرایند، چند گرم رسوب با خلوص  $75\%$  تولید شده و غلظت نهایی یون منیزیم باقیمانده در محلول چند مول بر لیتر می شود؟ ( $Mg = 24, Na = 23 : \text{g.mol}^{-1}$ )



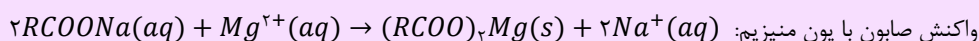
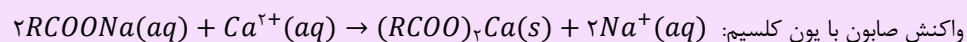
۲۲۶- پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مسأله - ۱۲۱)



واکنش انجام شده به صورت زیر است:



نوع و میزان یون های موجود در آب، بر قدرت پاک کنندگی صابون ها تأثیر بسزایی دارد. در صورتی که آب مورد استفاده برای شست و شوی لباس ها، حاوی کاتیون های کلسیم و منیزیم باشد (به چنین آب هایی، به اصطلاح آب سخت گفته می شود)، قدرت پاک کنندگی صابون کاهش پیدا می کند؛ چرا که مولکول های صابون، بر اساس معادله های زیر با کاتیون های موجود در آب های سخت واکنش می دهند:



همان طور که مشخص است، مولکول های صابون در واکنش با کاتیون های موجود در آب های سخت، به رسوب تبدیل می شوند و نمی توانند به عنوان یک پاک کننده ایفای نقش کنند. آب دریاها و آب مناطق کویری، شور بوده و حاوی مقادیر چشمگیری از یون های کلسیم و منیزیم هستند. همان طور که گفتیم، چنین آب هایی به آب های سخت معروف هستند و صابون در آن ها به خوبی کف نمی کند و قدرت پاک کنندگی آن کاهش پیدا می کند.

ابتدا تعداد مول یون  $Mg^{2+}$  موجود در محلول اولیه را حساب می کنیم:

$$Mg^{2+} \text{ غلظت مولی یون} = \frac{10 \cdot ad}{M} = \frac{10 \cdot \left( \frac{\text{ppm}}{10^4} \right) d}{M} = \frac{\text{ppm} \times d}{1000 \times M} = \frac{2520 \times 1}{1000 \times 24} = 0.105 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ mol } Mg^{2+} = Mg^{2+} \text{ حجم محلول} \times Mg^{2+} \text{ غلظت مولی} = 0.105 \text{ mol.L}^{-1} \times 400 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} = 0.042 \text{ mol}$$

در قدم بعدی تعداد مول صابون مصرف شده را بدست می آوریم:

$$? \text{ mol صابون} = \frac{1 \text{ mol صابون}}{236 \text{ g صابون}} \times 4/72 \text{ g صابون} = 0.02 \text{ mol صابون}$$

از آنجا که ضریب استوکیومتری صابون و  $MgCl_2$  به ترتیب برابر با ۲ و ۱ است، بنابراین می توان گفت  $0.02$  مول صابون با  $0.01$  مول  $Mg^{2+}$  واکنش می دهد، پس جرم رسوب تولید شده برابر است با:

$$? g = \frac{100 \text{ g رسوب ناخالص}}{75 \text{ g رسوب}} \times \frac{[(236 - 23) \times 2 + 24] \text{ g رسوب}}{1 \text{ mol رسوب}} \times \frac{1 \text{ mol رسوب}}{2 \text{ صابون mol}} \times 0.02 \text{ صابون mol} = 6 \text{ g}$$

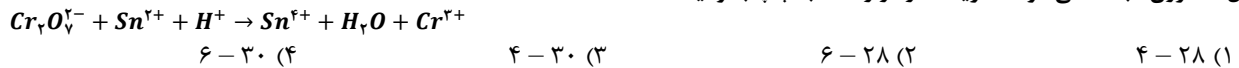
در نهایت غلظت مولی یون  $Mg^{2+}$  باقیمانده در محلول را حساب می‌کنیم:

$$Mg^{2+} \text{ واکنش نداده} = (0.042 - 0.01) = 0.032 \text{ mol}$$

توجه داریم که  $0.01 \text{ mol } Mg^{2+}$  با  $0.02 \text{ mol}$  صابون وارد واکنش می‌شود، پس  $0.032 \text{ mol}$  از آن دست نخورده باقی می‌ماند، پس داریم:

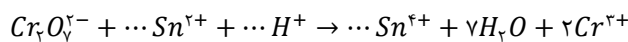
$$غلظت مولی \text{ } Mg^{2+} \text{ در محلول نهایی} = \frac{\text{تعداد مول } Mg^{2+}}{\text{حجم محلول نهایی}} = \frac{0.032}{0.4} = 0.08 \text{ mol.L}^{-1}$$

۲۲۷- مجموع ضریب‌های استوکیومتری مواد در واکنش اکسایش-کاهش زیر چقدر بوده و در نیم‌واکنش کاهش آن، به ازای هر مول گونه اکسند، چند مول الکترون مبادله می‌شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

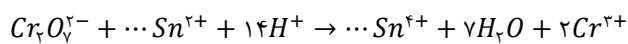


۲۲۷- پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۲۲)

موازنه را با اتم  $Cr$  آغاز کرده و به  $Cr_7O_4^{2-}$  ضریب یک می‌دهیم و با توجه به آن، ضرایب  $H_2O$  و  $Cr^{3+}$  را مشخص می‌کنیم:

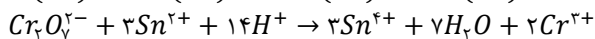


در مرحله بعد، با توجه به ضریب  $H_2O$ ، به  $H^+$  ضریب ۱۴ می‌دهیم، پس داریم:



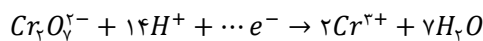
در نهایت ضرایب یون‌های قلع را به کمک موازنه بار پیدا می‌کنیم. اگر ضریب این یون‌ها را  $x$  فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$1 \times (-2) + x \times (+2) + 14 \times (+1) = x \times (+4) + 2 \times (+3) \rightarrow x = 3$$



در نتیجه معادله واکنش به صورت مقابل می‌شود:

و مجموع ضریب‌های استوکیومتری برابر ۳۰ است. اما نیم واکنش کاهش به صورت زیر است:

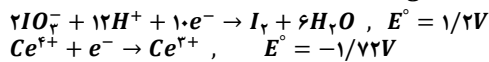


تعداد الکترون‌ها را با استفاده از موازنه بار بدست می‌آوریم:

$$-2 + 14 \times (+1) + y \times (-1) = 2 \times (+3) \rightarrow y = 6$$

بنابراین به ازای هر مول گونه اکسند (یون  $Cr_7O_4^{2-}$ )، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود.

۲۲۸- درباره واکنش اکسایش-کاهش بین گونه‌های داده شده، کدام مطلب نادرست است؟ ( $I = 127 : g \cdot mol^{-1}$ )



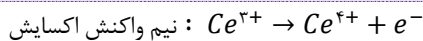
(۱) در این واکنش اکسایش-کاهش، کاتیون  $Ce^{3+}$  در نقش کاهنده است.

(۲) قدرت اکسندگی  $IO_3^-$  در مقایسه با قدرت اکسندگی  $Ce^{4+}$  کمتر است.

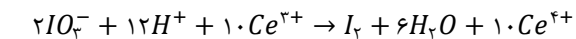
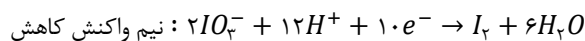
(۳)  $E^\circ$  واکنش برابر  $2/92$  ولت بوده و این واکنش به صورت خودبه‌خودی پیشرفت می‌کند.

(۴) به ازای تولید  $25/4$  گرم ید در این واکنش، یک مول الکترون مبادله می‌شود.

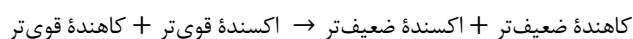
۲۲۸- پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۲۲)



نیم واکنش اکسایش و کاهش به صورت مقابل است:



بنابراین واکنش اکسایش - کاهش مربوطه به صورت مقابل خواهد بود:



در واکنش‌های اکسایش-کاهش که به طور طبیعی انجام می‌شوند، داریم:



بنابراین در این واکنش قدرت اکسندگی  $IO_3^-$  از  $Ce^{4+}$  بیشتر است.

آن‌چه که موجب پیوند شیمی و الکتروسیسته می‌شود، الکترون است. در واقع، واکنش‌های الکتروشیمیایی نوعی از واکنش‌های شیمیایی هستند که در آن‌ها الکترون از یک گونه شیمیایی به گونه دیگر منتقل می‌شود. در این واکنش‌ها، اکسایش به معنای از دست دادن الکترون توسط یک گونه شیمیایی و کاهش به معنای گرفتن الکترون توسط یک گونه شیمیایی است. شیمی‌دان‌ها هر یک از فرایندهای گرفتن و از دست دادن الکترون را با یک نیم‌واکنش نشان می‌دهند. به نیم‌واکنشی که از دست دادن الکترون را نشان می‌دهد، نیم‌واکنش اکسایش و به نیم‌واکنشی که گرفتن الکترون را نشان می‌دهد، نیم‌واکنش کاهش گفته می‌شود. اگر نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش به صورت هم‌زمان اتفاق بیفتند، یک یا چند الکترون از گونه‌ای به گونه دیگر انتقال پیدا کرده و یک واکنش اکسایش-کاهش انجام می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در این واکنش  $Ce^{3+}$  اکسید می‌شود (الکترون از دست می‌دهد) و بنابراین در نقش عامل کاهنده است.

$$E^\circ(\text{واکنش}) = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = (+1/2) - (-1/72) = 2/92 V$$

توجه داریم که این واکنش دارای  $E^\circ$  بزرگ‌تر از صفر بوده و به صورت طبیعی (خود به خودی) پیش می‌رود.

(۴) باید حساب کنیم که به ازای تولید ۲۵/۴ گرم ید در این واکنش، چند مول الکترون مبادله می‌شود:

$$? \text{ mol } e^- = 25/4 \text{ g } I_2 \times \frac{1 \text{ mol } I_2}{254 \text{ g } I_2} \times \frac{10 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol } I_2} = 1 \text{ mol } e^-$$

۲۲۹- در تولید صنعتی هر تن آلومینیم به روش هال، به تقریب چند کیلوگرم گرافیت با خلوص ۸۰٪ نیاز است و طی این فرایند، چند متر مکعب گاز

کربن دی‌اکسید با چگالی ۲ گرم بر لیتر تولید می‌شود؟ ( $Al = 27, O = 16, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$ )

$$611 - 467 \text{ (۴)} \quad 625 - 417 \text{ (۳)} \quad 625 - 467 \text{ (۲)} \quad 611 - 417 \text{ (۱)}$$

۲۲۹- پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مسأله - ۱۲۲)



آلومینیم اکسید در فرایند هال به آلومینیم خالص تبدیل می‌شود. معادله این واکنش به صورت  $2Al_2O_3(l) + 3C(s) \rightarrow 4Al(l) + 3CO_2(g)$  است. ابتدا مقدار گرافیت ناخالص موردنیاز را بدست می‌آوریم:

$$? \text{ kg گرافیت ناخالص} = 1 \text{ ton } Al \times \frac{10^6 \text{ g } Al}{1 \text{ ton } Al} \times \frac{1 \text{ mol } Al}{27 \text{ g } Al} \times \frac{3 \text{ mol گرافیت}}{4 \text{ mol } Al} \times \frac{12 \text{ g گرافیت}}{1 \text{ mol گرافیت}} \times \frac{1 \text{ kg گرافیت}}{1000 \text{ g گرافیت}}$$

$$\times \frac{100 \text{ kg گرافیت ناخالص}}{80 \text{ kg گرافیت}} \approx 417 \text{ kg گرافیت ناخالص}$$

و در نهایت  $CO_2$  تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ m}^3 \text{ CO}_2 = 1 \text{ ton } Al \times \frac{10^6 \text{ g } Al}{1 \text{ ton } Al} \times \frac{1 \text{ mol } Al}{27 \text{ g } Al} \times \frac{3 \text{ mol CO}_2}{4 \text{ mol } Al} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{1 \text{ L CO}_2}{2 \text{ g CO}_2} \times \frac{1 \text{ m}^3 \text{ CO}_2}{1000 \text{ L CO}_2} \approx 611 \text{ m}^3 \text{ CO}_2$$

برخی از عناصر فلزی مثل آلومینیم، در حضور اکسیژن اکسایش پیدا می‌کنند اما خورده نمی‌شوند. از این فلزها می‌توان برای ساختن وسایل گوناگونی بهره برد که برای مدت طولانی‌تری استحکام خود را حفظ می‌کنند. به عنوان مثال، از آلومینیم در ساخت لوازم خانگی، هواپیما، کشتی و ... استفاده می‌شود. بر این اساس، آلومینیم نقش کلیدی در صنایع گوناگون دارد و فناوری تولید آن بسیار ارزشمند است. آلومینیم، همانند سدیم و منیزیم در دسته فلزهای فعال قرار داشته و به همین خاطر، در طبیعت به حالت آزاد وجود ندارد و به شکل ترکیب با سایر عناصر یافت می‌شود. علت واکنش‌پذیری زیاد آلومینیم را می‌توان به کم(منفی) بودن  $E^\circ$  نیم‌واکنش کاهش این عنصر نسبت داد. به خاطر واکنش‌پذیری زیاد آلومینیم، این فلز را تنها از برقکافت نمک‌های آن می‌توان به دست آورد. رایج‌ترین روش برقکافت نمک‌های آلومینیم، به فرایند هال معروف است.

۲۳۰- چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟

- (آ) کربونیل سولفید دارای ۴ پیوند اشتراکی بوده و گشتاور دوقطبی آن از گشتاور دوقطبی مولکول اتین بزرگتر است.  
 (ب) در تولید برق با استفاده از انرژی خورشیدی، شارژ مولکولی برای جذب انرژی خورشید مناسب‌تر از شارژ یونی است.  
 (پ) کلروفرم از مولکول‌های قطبی تشکیل شده و به اتم مرکزی موجود در ساختار آن می‌توان بار جزئی منفی نسبت داد.  
 (ت) عدد کوئوردیناسیون هر یک از یون‌های  $Na^+$  و  $Cl^-$  موجود در بلور سدیم کلرید با هم مساوی و برابر با ۶ است.

$$4 \text{ (۴)} \quad 3 \text{ (۳)} \quad 2 \text{ (۲)} \quad 1 \text{ (۱)}$$

۲۳۰- پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۲۳)



عبارت‌های (آ) و (ت) درست‌اند.

بررسی چهار عبارت:

(آ) نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی مولکول‌های کربونیل سولفید ( $SCO$ ) و اتین ( $C_2H_2$ ) به صورت زیر است:



بنابراین گشتاور دوقطبی اتین و کربونیل سولفید به ترتیب برابر با صفر و بزرگتر از صفر است، پس داریم: اتین > کربونیل سولفید : گشتاور دوقطبی (ب) همانطور که می‌دانیم، هر چه تفاوت بین نقطه ذوب و نقطه جوش یک ماده خالص بیشتر باشد، آن ماده در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع است و در نتیجه آن ماده در حالت مایع شارژ بهتری برای ذخیره انرژی گرمایی در نیروگاه تولید برق از انرژی خورشیدی است. از آنجا که نیروهای جاذبه میان ذره‌های سازنده شارژ یونی از شارژ مولکولی بزرگتر است، شارژ یونی در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع است و گزینه مناسب‌تری از شارژ مولکولی به شمار می‌رود. هر ماده خالص، در دماهای بالاتر از نقطه جوش خود به حالت گاز، در بازه دمایی بین نقطه ذوب و جوش خود به حالت مایع و در دماهای پایین‌تر از نقطه ذوب خود به حالت جامد وجود دارد. بر این اساس، هر چه تفاوت نقطه ذوب و جوش یک ماده بیشتر باشد، آن ماده در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع

است. به طور کلی، هر چه تفاوت نقطه ذوب و جوش یک ماده خالص بیشتر باشد، نیروهای جاذبه میان ذره‌های سازنده آن ماده قوی‌تر است. از طرفی  $HF$  و نیتروژن جزء ترکیب‌های مولکولی هستند و سدیم کلرید نیز یک ترکیب یونی است؛ پس با توجه به بیشتر بودن تفاوت نقطه ذوب و جوش سدیم کلرید نسبت به دو ترکیب دیگر، می‌توان گفت نیروی جاذبه میان آنیون‌ها و کاتیون‌ها در ترکیب‌های یونی، قوی‌تر از نیروی جاذبه وان‌دروالسی و یا پیوند هیدروژنی میان ذرات سازنده ترکیب‌های مولکولی است.

پ) در مولکول کلروفرم ( $CHCl_3$ )، بارهای جزئی منفی روی اتم‌های  $Cl$  قرار می‌گیرد که خاصیت نافلزتی بیشتری از اتم کربن دارد، پس در این مولکول اتم کربن و اتم هیدروژن دارای بار جزئی مثبت خواهند بود.

ت) آرایش یون‌ها در سرتاسر شبکه بلوری سدیم کلرید، همانند سایر جامدهای یونی، از یک الگوی تکراری پیروی می‌کند؛ به طوری که هر کاتیون با شمار معینی از آنیون‌ها و هر آنیون با شمار معینی از کاتیون‌ها احاطه شده است. به شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهم‌نام موجود در اطراف هر یون در شبکه بلور، عدد کوئوردیناسیون می‌گویند. عدد کوئوردیناسیون در بلور سدیم کلرید برای هر یک از یون‌های  $Na^+$  و  $Cl^-$  برابر با ۶ است.

۲۳۱- در کدام گزینه، انرژی شبکه بلور (آنتالپی فروپاشی شبکه بلور) به درستی مقایسه نشده است؟



۲۳۱- پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی و حفظی - ۱۳۳)

به گرمای لازم در فشار ثابت برای فروپاشی شبکه بلوری یک مول جامد یونی و تبدیل آن به یون‌های گازی سازنده‌اش (بر حسب کیلوژول بر مول)، آنتالپی فروپاشی شبکه می‌گویند و آن را با نماد  $\Delta H_{\text{فروپاشی}}$  نشان می‌دهند. هر چه چگالی بار یون‌های سازنده ترکیب یونی بیشتر باشد، نیروی جاذبه میان یون‌ها قوی‌تر است و استحکام و پایداری شبکه بیشتر می‌باشد، در نتیجه برای فروپاشی شبکه به انرژی بیشتری نیاز است. به کمک روش زیر می‌توان آنتالپی فروپاشی شبکه ترکیب‌های یونی را با هم مقایسه کرد:

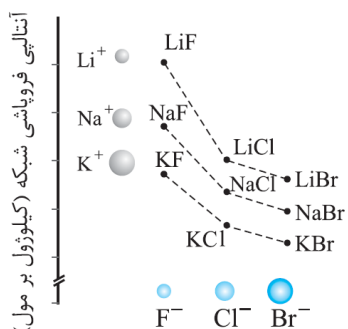
گام اول: هر چه مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در یک ترکیب یونی بزرگ‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی شبکه آن ترکیب بزرگ‌تر است. گام دوم: اگر مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و بار یک آنیون برای دو ترکیب یونی برابر باشد، شعاع یون‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم. هر چه شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی بزرگ‌تر است.

بررسی چهار گزینه:

(۱) بار الکتریکی و نوع آنیون دو ترکیب و بار الکتریکی کاتیون دو ترکیب یکسان است. از آنجا که شعاع  $Li^+$  کوچکتر است، پس می‌توان گفت آنتالپی فروپاشی  $LiF$  بزرگتر است.

(۲) کاتیون دو ترکیب یکسان بوده و بار الکتریکی آنیون‌ها نیز یکسان است. از آنجا که شعاع  $O^{2-}$  کوچک‌تر از شعاع یون سولفید است، پس می‌توان گفت آنتالپی فروپاشی  $Na_2O$  بزرگتر است.

(۳) بار کاتیون‌ها و آنیون‌ها یکسان بوده و مقایسه شعاع یون‌ها به صورت مقابل است:  $F^- < Cl^-$  : شعاع آنیون‌ها و  $Li^+ < Na^+$  : شعاع کاتیون‌ها برای مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه این دو ترکیب، از نمودار زیر استفاده می‌کنیم:



با توجه به این نمودار، آنتالپی فروپاشی  $NaF$  از  $LiCl$  بیشتر است. هر چند که حفظ کردن و به خاطر سپردن اعداد و داده‌های موجود در نمودار بالا کاملاً غیرممکن است، اما متأسفانه در کنکور سال ۱۳۹۹ سوالی به همین سبک طرح شد و طراح سوال انتظار داشت که دانش‌آموزان اعداد موجود در این نمودار را به طور کامل حفظ باشند! البته، برای حل این سوال از آزمون ماز، به راحتی می‌توانستید از روش حذف گزینه استفاده کنید.

(۴) مجموع قدرمطلق یون‌ها در دو ترکیب یونی برابر با ۳ است. پس به سراغ مقایسه شعاع‌های یونی می‌رویم:

$F^- < O^{2-}$  : شعاع آنیون‌ها و  $Mg^{2+} < Na^+$  : شعاع کاتیون‌ها

با توجه به مقایسه شعاع یون‌های داده شده، آنتالپی فروپاشی  $MgF_2$  از  $Na_2O$  بیشتر است.

۲۳۲- در یک نمونه از آلیاژ نیتینول، به ازای هر ۱۰ اتم تیتانیم، ۱۲ اتم نیکل وجود دارد. درصد جرمی فلز سبک‌تر در این آلیاژ به تقریب کدام است؟ ( $Ni = 59, Ti = 48 : g.mol^{-1}$ )

۶۰/۶ (۴)

۵۰/۵ (۳)

۴۰/۴ (۲)

۲۵/۲ (۱)



اگر در یک آلیاژ که از دو فلز A و B تشکیل شده است، جرم مولی این دو فلز به ترتیب  $M_A$  و  $M_B$  باشد و به ازای a اتم از فلز A، مقدار b اتم از فلز B وجود داشته باشد، درصد جرمی فلز A در این آلیاژ برابر است با:

$$A \text{ فلز جرمی} = \frac{aM_A}{aM_A + bM_B} \times 100$$

برای آلیاژ نیتینول موردنظر داریم:

$$\text{درصد جرمی فلز تیتانیوم} = \frac{(10 \times 48)}{(10 \times 48) + (59 \times 12)} \times 100 = \frac{48000}{1188} \approx 40/4 \%$$

توجه داریم که فلز سبکتر در این آلیاژ معادل با فلز تیتانیوم است.

فلزها افزون بر رفتارهای مشابه، تفاوت‌های آشکاری نیز در برخی از رفتارها نشان می‌دهند. در واقع، هر فلز افزون بر رفتارهای مشترک با سایر فلزها (مثل رسانایی الکتریکی و ...) رفتارهای ویژه خود را نیز دارد. به عنوان مثال، فلزهای واسطه (فلزهای دسته d) همانند فلزهای اصلی (فلزهای دسته s و p)، دارای ویژگی‌های مشترکی مثل جلا، رسانایی الکتریکی، رسانایی گرمایی و شکل‌پذیری هستند؛ اما در ویژگی‌هایی مانند سختی، نقطه ذوب و تنوع عدد اکسایش با آن‌ها تفاوت دارند. تیتانیوم یکی از عناصر موجود در دسته d تناوب چهارم جدول دوره‌ای است که به خاطر ویژگی‌های باورنکردنی و فراتر از انتظار مثل ماندگاری و استحکام مناسب، از آن در جاهای مختلفی مثل ساخت موتور جت، پروانه کشتی‌های اقیانوس‌پیما و نمای زیبای ساختمان‌ها استفاده می‌شود. تیتانیوم به شکل آلیاژهای گوناگون نیز کاربرد گسترده‌ای در صنعت دارد. به عنوان مثال، نیتینول آلیاژی از تیتانیوم و نیکل بوده که به آلیاژ هوشمند معروف است. از این آلیاژ در ساخت فرآورده‌های صنعتی و پزشکی مانند سازه‌های فلزی در ارتودنسی، قاب (فریم) عینک و استنت (یک توری فلزی که توسط متخصصین قلب در داخل رگ قرار داده می‌شود و آن را باز نگه می‌دارد) استفاده می‌شود.

۲۳۳- انرژی فعال‌سازی واکنش  $2CO(g) + O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g)$  برابر  $334$  کیلوژول است. اگر تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌های این واکنش برابر با  $566$  کیلوژول باشد، چند مورد از مطالب زیر، درست‌اند؟

آ) آنتالپی واکنش و انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت به ترتیب برابر با  $566$  - و  $900$  کیلوژول است.

ب) به ازای مصرف  $11/2$  لیتر گاز اکسیژن در شرایط استاندارد،  $167$  کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

پ) با استفاده از کاتالیزگر، نسبت انرژی فعال‌سازی به قدر مطلق آنتالپی واکنش کاهش پیدا می‌کند.

ت) با استفاده از کاتالیزگر، شمار مولکول‌های گاز  $CO$  که در واحد زمان به  $CO_2$  تبدیل می‌شوند، افزایش می‌یابد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



به جز عبارت (ب) سایر عبارات درست‌اند.

بررسی چهار عبارت:

آ) آنتالپی واکنش برابر است با تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌های واکنش، پس داریم:

سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها - سطح انرژی فرآورده‌ها = آنتالپی واکنش

اما واکنش سوختن گرماده است و در نتیجه آنتالپی این واکنش برابر با  $566$  - کیلوژول است. مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت نیز برابر است با:

$$900 \text{ kJ} = 334 - (-566) = \text{آنتالپی واکنش} - \text{انرژی فعال‌سازی واکنش رفت} = \text{انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت}$$

ب) با توجه به مقدار آنتالپی واکنش، گرمای آزاد شده به ازای مصرف  $11/2$  لیتر اکسیژن را حساب می‌کنیم:

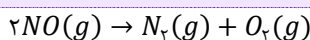
$$? \text{ kJ} = 11/2 \text{ L } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{22/4 \text{ L } O_2} \times \frac{566 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } O_2} = 283 \text{ kJ}$$

پ) با استفاده از کاتالیزگر، مقدار انرژی فعال‌سازی کاهش می‌یابد، اما مقدار قدرمطلق آنتالپی واکنش ثابت باقی می‌ماند. در نتیجه نسبت انرژی فعال‌سازی به آنتالپی با بکارگیری کاتالیزگر کاهش پیدا می‌کند.

ت) با بکارگیری کاتالیزگر، سرعت واکنش افزایش یافته و در نتیجه شمار مولکول‌های واکنش‌دهنده‌ها که به فرآورده تبدیل می‌شوند، افزایش می‌یابد. توجه داریم که کاتالیزگر تاثیری در مقدار نهایی فرآورده تولید شده ندارد.

۲۳۴- در صورت استفاده از مبدل کاتالیستی در یک خودرو، مقدار گاز  $NO$  خارج شده از اگزوز به ازای طی یک کیلومتر از  $1/04$  به  $0/04$  گرم می‌رسد. اگر سرعت تولید گاز نیتروژن در مبدل کاتالیستی این خودرو در شرایط  $STP$  برابر با  $0/336$  لیتر بر دقیقه باشد، سرعت این خودرو چند کیلومتر در ساعت است؟ ( $O = 16, N = 14 : g \cdot mol^{-1}$ )

۴۲ (۱) ۲۷ (۲) ۸۴ (۳) ۵۴ (۴)



واکنش انجام شده در مبدل کاتالیستی به صورت مقابل است:

انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها را می‌توان با گرمادادن به مخلوط واکنش‌دهنده‌ها تأمین کرد و یا با استفاده از کاتالیزگرهای مناسب، مقدار آن را کاهش داد. در این شرایط، واکنش‌های موردنظر با سرعت دلخواه انجام می‌شوند. از کاتالیزگرها در واکنش‌های بسیاری استفاده می‌شود. به عنوان مثال، با استفاده از کاتالیزگرها

در مبدل‌های کاتالیستی، می‌توانیم برای کاهش یا حذف آلاینده‌های خروجی از آگزوز خودروها استفاده کنیم. گازهای کربن مونوکسید، نیتروژن مونوکسید و هیدروکربن‌های نسوخته از جمله آلاینده‌های تولیدشده در موتور خودروها هستند که باعث آلودگی هواگره می‌شوند. با استفاده از مبدل‌های کاتالیستی، می‌توان مقدار این آلاینده‌ها را در گازهای خروجی از آگزوز خودروها کاهش داد. کاتالیزگرهای موجود در مبدل‌های کاتالیستی، بارها و بارها در واکنش‌های مربوط به حذف آلاینده‌ها شرکت می‌کنند و مصرف نمی‌شوند؛ اما این کاتالیزگرها گاهی با برخی از مواد افزودنی موجود در سوخت‌ها وارد واکنش شده و کارایی خود را از دست می‌دهند. در این شرایط، کارایی مبدل کاتالیستی کاهش پیدا کرده و این مبدل دیگر قابل استفاده نیست.

در صورت استفاده از مبدل کاتالیستی، در هر کیلومتر  $1 = 0.4 - 1/0.4$  گرم گاز  $NO$  طبق واکنش بالا به گازهای  $N_2$  و  $O_2$  تبدیل می‌شود. ابتدا حساب می‌کنیم به ازای طی یک کیلومتر چند مول  $N_2$  تولید می‌شود:

$$mol N_2 = 1 g NO \times \frac{1 mol NO}{30 g NO} \times \frac{1 mol N_2}{2 mol NO} = \frac{1}{6} mol N_2$$

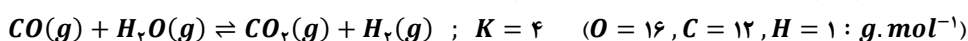
در قدم بعدی سرعت تولید گاز نیتروژن را بر حسب مول بر ساعت محاسبه می‌کنیم:

$$mol N_2 = 1 h \times \frac{60 min}{1 h} \times \frac{0.336 L N_2}{1 min} \times \frac{1 mol N_2}{22.4 L N_2} = 0.9 mol N_2$$

برای محاسبه سرعت این خودرو باید حساب کنیم تعداد مول نیتروژن تولید شده در یک ساعت به ازای طی مسافت چند کیلومتری تولید می‌شود:

$$سرعت خودرو = \frac{\text{تعداد مول نیتروژن تولید شده در یک ساعت}}{\text{تعداد مول نیتروژن تولید شده در هر کیلومتر}} = \frac{0.9}{\frac{1}{6}} = 54 km \cdot h^{-1}$$

۲۳۵- مقدار ۵۶ گرم گاز  $CO$  و ۳۶ گرم بخار آب در یک ظرف دو لیتری مخلوط شده‌اند تا واکنش تعادلی زیر انجام شود. درصد پیشرفت واکنش مورد نظر و مجموع شمار مولکول‌های فراورده‌های واکنش پس از برقراری تعادل در ظرف واکنش به تقریب کدام است؟



$$1/6 \times 10^{24} - 66 (4) \quad 1/6 \times 10^{24} - 75 (3) \quad 1/2 \times 10^{24} - 66 (2) \quad 1/2 \times 10^{24} - 75 (1)$$

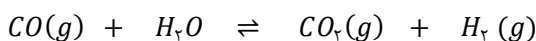
۲۳۵- پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مسأله - ۱۲۴)



تعداد مول واکنش‌دهنده‌های وارد شده به ظرف را در ابتدای واکنش حساب می‌کنیم:

$$CO \text{ مول} = \frac{56}{28} = 2 mol \quad \text{و} \quad H_2O \text{ مول} = \frac{36}{18} = 2 mol$$

برای برقرار شدن تعادل، مقدار از واکنش‌دهنده‌ها مصرف شده و مقداری فراورده تولید می‌شود، پس در حالت تعادل داریم:



$$\text{در حال تعادل} : \quad 2 - x \quad 2 - x \quad x \quad x$$

برای هر واکنش تعادلی، کمیتی به نام ثابت تعادل تعریف می‌شود که مقدار آن در دمای یکسان همواره ثابت خواهد بود. مقدار ثابت تعادل هر واکنش، برابر است با نسبت میان حاصل ضرب غلظت تعادلی فراورده‌های گازی یا محلول، هر یک به توان ضریب استوکیومتری آن‌ها به حاصل ضرب غلظت تعادلی واکنش‌دهنده‌های گازی و محلول، هر یک به توان ضریب استوکیومتری آن‌ها! از آنجا که مجموع مول‌های گازی در دو طرف تعادل یکسان است ( $\Delta n = 0$ )، میزان ثابت تعادل مستقل از حجم ظرف بوده و می‌توانیم بجای غلظت تعادلی هر ماده، شمار مول‌های تعادلی آن را در رابطه ثابت تعادل جایگذاری کنیم، پس داریم:

$$K = \frac{[CO_2][H_2]}{[CO][H_2O]} = \frac{x \times x}{(2-x) \times (2-x)} = \frac{x^2}{(2-x)^2} = 4 \rightarrow \frac{x}{2-x} = 2 \rightarrow x = 4 - 2x \rightarrow 3x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{3}$$

ثابت تعادل هر واکنش، معیاری برای سنجش میزان پیشرفت آن واکنش است. در واقع، درصد پیشرفت هر واکنش به ما نشان می‌دهد که از ابتدای واکنش تا لحظه برقراری تعادل، چند درصد از واکنش‌دهنده‌های واردشده به ظرف، به فراورده تبدیل می‌شوند. برای محاسبه درصد پیشرفت (بازده درصدی) واکنش‌های شیمیایی، از رابطه زیر کمک می‌گیریم:

$$\text{درصد پیشرفت واکنش} = \frac{\text{تعداد مول واکنش‌دهنده مصرف شده}}{\text{تعداد مول اولیه واکنش‌دهنده}} \times 100$$

درصد پیشرفت واکنش برابر است با:

$$\text{درصد پیشرفت واکنش} = \frac{\text{تعداد مول } CO \text{ مصرف شده}}{\text{تعداد مول اولیه } CO} \times 100 = \frac{4}{2} \times 100 \approx 66\%$$

و مجموع شمار مولکول‌های فراورده‌ها در تعادل برابر خواهد بود با:

$$\text{مولکول} = \left(2 \times \frac{4}{3}\right) mol \times \frac{6/0.2 \times 10^{23}}{1 mol} \approx 1/6 \times 10^{24}$$