

دوازدهم ریاضی

نام: 

نام خانوادگی:

شماره داوطلبی:

محل امضاء:

دفتر چه شماره ۲
صبح جمعه
۱۴۰۰/۳/۷

آزمون جامع اول (۷ خرداد ۱۴۰۰)

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۱۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۱۳۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

| ردیف | مواد امتحانی | تعداد سؤال | از شماره | تا شماره | مدت پاسخگویی |
|------|--------------|------------|----------|----------|--------------|
| ۱ | ریاضیات | ۵۵ | ۱۰۱ | ۱۵۵ | ۸۵ دقیقه |
| ۲ | فیزیک | ۴۵ | ۱۵۶ | ۲۰۰ | ۵۵ دقیقه |
| ۳ | شیمی | ۳۵ | ۲۰۱ | ۲۳۵ | ۳۵ دقیقه |

تعداد سؤالها و زمان پاسخگویی به سؤالها دقیقاً مشابه کنکور سراسری سال قبل (۹۹) در نظر گرفته شده است.

دفترچه سوال

آزمون ۷ خرداد ماه ۱۴۰۰ اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)



پدیدآورندگان

| نام درس | نام طراحان |
|------------------------------|--|
| حسابان ۲ و ریاضی پایه | عباس اشرفی - سعید اکبرزاده - پیمان امیری - امیر هوشنگ انصاری - روح الله پهلوانی - عادل حسینی - میثم حمزه لویی - آریان حیدری - سامان سلامیان - حسین شفیع زاده - علی شهرابی - سعید عزیزی - فرزین عطاران - سجاد عظیمی - سالار عموزاده - اکبر کلاه ملکی - سروش مؤثینی - سیروس نصیری - محمد سجاد نقیه |
| هندسه و آمار و ریاضیات گسسته | امیر حسین ابومحبوب - سامان اسپهرم - جواد حاتمی - عادل حسینی - سید محمد رضا حسینی فرد - افشین خاصه خان - محمد خندان - احسان خیراللهی - فرشاد فرامرز - احمد رضا فلاح - نیلوفر مهدوی - امیر وفائی - سرز یقینزادگان تیریزی |
| فیزیک | بابک اسلامی - عبدالرضا امینی نسب - زهره آقامحمدی - محمدعلی راست پیمان - سعید شرق - سعید طاعری بروجنی - مسعود قره خانی - محسن قندچلر - مصطفی کیانی - علیرضا گونه - امیر حسین مجوزی - غلامرضا محبی - حسین مخدومی - سیدعلی میرنوری - سعید میرنوری - شادمان ویسی |
| شیمی | شهرام امیرمحمودی - امیر حسین بختیاری - محمد رضا پور جاوید - حامد پویان نظر - احمد رضا جشانی پور - امیر حاتمیان - موسی خیاط علیمحمدی - حسن رحمتی کوکنده - فرزاد رضایی - مرتضی رضائی زاده - روزبه رضوانی - حمیدرضا رضوی - مهدی روانخواه - محمد رضا زهرهوند - منصور سلیمانی ملکان - میلاد شیخ الاسلامی خیابوی - مسعود طبرسا - رسول عابدینی زواره - محمد عظیمیان زواره - حسن عیسی زاده - جواد کتابی - مهدی مهبوتی - محمد حسن محمدزاده مقدم - مرتضی نصیرزاده - امین نوروزی - شهرام همایون فر - محمد رضا یوسفی |

گزینشگران و ویراستاران

| نام درس | حسابان ۲ و ریاضی پایه | هندسه و آمار و احتمال | ریاضیات گسسته | فیزیک | شیمی |
|----------------|-----------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|-------------------------------|
| گزینشگر | اکبر کلاه ملکی | امیر حسین ابومحبوب | امیر حسین ابومحبوب | سیدعلی میرنوری | ایمان حسین نژاد |
| گروه ویراستاری | علی مرشد علی ارجمند | مجتبی تشیعی | مجتبی تشیعی | سید سروش کریمی مداحی زهره آقامحمدی | علی یاراحمدی |
| | ویراستار استاد: مهدی ملارمضانی | عادل حسینی فرزانه خاکپاش | عادل حسینی فرزانه خاکپاش | ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری | سیدعلی موسوی مهلا تابش نیا |
| مسئول درس | عادل حسینی | امیر حسین ابومحبوب | امیر حسین ابومحبوب | بابک اسلامی | محمد حسن محمدزاده مقدم |
| باربینی نهایی | | ملیکا کیان فرد | ملیکا کیان فرد | --- | محمد قره قلی |

گروه فنی و تولید

| | |
|----------------|--|
| مدیر گروه | محمد اکبری |
| مسئول دفترچه | نرگس غنی زاده |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمد رضا اصفهانی |
| حروف نگار | فاطمه علی یاری - فرزانه فتح الله زاده |
| ناظر چاپ | سوران نعیمی |

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



ریاضیات

۱۰۱- مجموعه جواب‌های نامعادله $\frac{x^2 + ax + b}{x + c} \geq 0$ به صورت $(-\infty, -3) \cup [2, +\infty)$ است. حاصل $a + b + c$ کدام است؟
 (۱) -۸ (۲) -۶ (۳) صفر (۴) -۵

۱۰۲- در تابع $f(x) = (2x-1)\sqrt{x}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع از نقطه $x=1$ تا $x=4$ ، از آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در نقطه $x=1$ چقدر بیشتر است؟

(۱) ۴ (۲) $\frac{11}{6}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{11}{2}$

۱۰۳- اگر $\lim_{x \rightarrow b} \frac{1}{ax^2 - \lambda x + a} = -\infty$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

(۱) -۵ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۰۴- تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+13} + 11 & ; |x| \leq 2 \\ ax + \log_{\frac{1}{2}}(3x-1) & ; |x| > 2 \end{cases}$ روی دامنه‌اش پیوسته است. مقدار $f(\frac{17}{3})$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۳۴ (۲) ۳۸ (۳) ۳۰ (۴) ۲۶

۱۰۵- بین دو عدد ۱۳ و ۳۳ تعدادی واسطه حسابی اضافه می‌کنیم، به طوری که مجموع همه اعداد ۱۳۸ شود. اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین واسطه کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

۱۰۶- اگر $f = \{(3, 1), (4, 2), (5, -3)\}$ و $g = \{(1, 0), (-4, -1), (5, 2), (0, 3)\}$ باشد، مجموع اعضای دامنه تابع $h = \frac{f}{g \circ (f-1)}$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۱۰۷- سهمی $f(x) = x^2 - (m+3)x + m + 6$ محور x ها را در دو نقطه متمایز با طول‌های منفی قطع می‌کند. m چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۰۸- قرینه نمودار $y = 2^x$ را نسبت به خط $y = 1$ رسم کرده و سپس ۴ واحد به پایین می‌بریم. نمودار اخیر و نمودار اولیه نسبت به کدام خط متقارند؟

(۱) $y = -1$ (۲) $y = -2$ (۳) $y = 0$ (۴) $y = 1$

۱۰۹- مساحت سطح محصور بین نمودار تابع $y = \sqrt{9x^2 - 12x + 4} - 1$ و خط $y = 3$ چند واحد مربع است؟

(۱) $\frac{16}{3}$ (۲) $\frac{20}{3}$ (۳) ۶ (۴) ۴

۱۱۰- حاصل عبارت $\frac{1 + \sqrt[9]{64}}{1 + \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{4}}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt[3]{2} + 1$ (۲) $\sqrt[3]{2} - 1$ (۳) $\frac{1}{\sqrt[3]{2} + 1}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1}$

۱۱۱- ضابطه وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ به صورت $f^{-1}(x) = x + a - \sqrt{x+b}$ است. حاصل $a + 2b$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) ۱ (۴) -۱

محل انجام محاسبات

۱۱۲- اگر $x = a$ جواب معادله $\log_4(1-6x) + \log_2 \sqrt{2x} = 1$ باشد، لگاریتم عدد $2a$ در مبنای a^3 کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) $-\frac{2}{9}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{2}{9}$

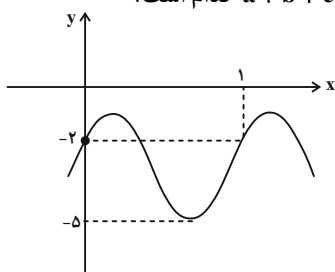
۱۱۳- اگر انتهای کمان نظیر زاویه α در ناحیه چهارم واقع باشد، حاصل $\frac{\sqrt{1+\sin\alpha}}{\sqrt{2}\sin(\frac{2\alpha+\pi}{4})}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) $-\sqrt{2}$

۱۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt[3]{x}-1)}{x-2\sqrt{x}+1}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۱۱۵- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos(b\pi x - \frac{\pi}{3}) + c$ در شکل زیر رسم شده است. حاصل $a + b + c$ کدام است؟



- (۱) ۷

- (۲) ۱

- (۳) -۳

- (۴) -۷

۱۱۶- تعداد جواب‌های معادله $\sqrt{2} \sin x + \cos x = -1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۷- تابع $f(x) = \begin{cases} a \sin^2 x - 3 \cos x & ; x < \frac{\pi}{2} \\ \sin x - b \cos^2 \frac{x}{2} & ; x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$ روی \mathbb{R} مشتق‌پذیر است. مقدار a کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) -۲

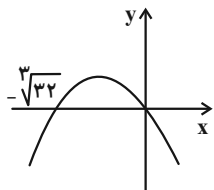
۱۱۸- اگر $2f(3) = 5f'(3) = 1$ و $h(x) = (3x^2 - 2x)f(3\sqrt{x})$ باشد، مقدار $h'(1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{6}$ (۲) $\frac{1}{7}$ (۳) $\frac{2}{4}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۱۹- در تابع $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1}$ فاصله دو نقطهٔ ماکزیمم و مینیمم نسبی آن کدام است؟

- (۱) $1 + \sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $1 + \sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

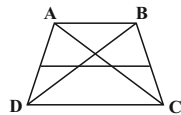
۱۲۰- نمودار تابع $f(x) = -\frac{1}{8}x^4 + bx^3 + ax$ به صورت شکل مقابل است. مقدار a کدام است؟



- (۱) ۴ (۲) -۴

- (۳) ۸ (۴) -۸

۱۲۱- در ذوزنقه $ABCD$ ، قاعده بزرگ $\frac{5}{4}$ برابر قاعده کوچک است. پاره خطی موازی قاعده‌ها و محدود به ساق‌ها توسط اقطار به سه

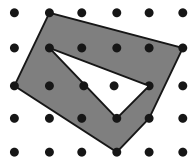


قسمت مساوی تقسیم شده است. این پاره خط ساق‌ها را با چه نسبتی تقسیم می‌کند؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۲۲- در یک مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، وتر را به نسبت ۱ به ۴ تقسیم می‌کند. اگر مساحت این مثلث برابر ۴۵ باشد، طول وتر کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸



۱۲۳- در شکل مقابل، مساحت ناحیه سایه زده کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) $\frac{8}{5}$ (۳) ۹ (۴) $\frac{9}{5}$

۱۲۴- شکل حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه ABC ($A = 90^\circ$) به طول اضلاع $AB = 12$ و $AC = 5$ ، حول عمود ترسیمی از رأس C بر ضلع AC را با صفحه P به موازات صفحه حاصل از دوران ضلع AC قطع می‌دهیم. اگر مساحت سطح مقطع حاصل

برابر $\frac{75\pi}{4}$ واحد مربع باشد، فاصله رأس B از صفحه P کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۲۵- در مثلث ABC ، $AB = 5$ و $AC = 6$ است. اگر شعاع دایره محیطی این مثلث برابر ۴ باشد، طول ارتفاع وارد بر ضلع BC در این مثلث کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) $\frac{15}{4}$ (۴) ۴

۱۲۶- دو دایره C و C' ، سه مماس مشترک دارند. اگر شعاع یکی از دایره‌ها ۶ برابر شعاع دایره دیگر باشد، طول مماس مشترک خارجی دو دایره چند برابر شعاع دایره بزرگتر است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

۱۲۷- در مثلث ABC به اضلاع ABC به اضلاع 8 ، 15 و 17 ، $BC = 17$ و $AC = 15$ ، فاصله رأس A تا نزدیک‌ترین نقاط دایره محیطی داخلی مثلث، چند برابر شعاع دایره محیطی داخلی مثلث است؟

- (۱) $\sqrt{2} - 1$ (۲) $\sqrt{3} - 1$ (۳) $2 - \sqrt{2}$ (۴) $2 - \sqrt{3}$

۱۲۸- نقاط A و B در یک طرف خط d قرار دارند. اگر نقاط A' و B' به ترتیب تصاویر نقاط A و B تحت بازتاب نسبت به خط d باشند، کدام یک از موارد زیر ممکن است در مورد چهارضلعی $ABB'A'$ نادرست باشد؟

- (۱) قطرهای آن با هم برابرند. (۲) قطرهای آن منصف یکدیگرند. (۳) زوایای مجاور آن با هم برابر یا مکمل یکدیگرند. (۴) محیطی است.

۱۲۹- در مثلث ABC ، $AB = 3$ ، $AC = 6$ و $\hat{A} = 120^\circ$ است. طول میانه AM در این مثلث کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

۱۳۰- برای دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 0 & b \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، اگر رابطه $(A+B)^2 = A^2 + B^2$ برقرار باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) نادرستی فرض

۱۳۱- اگر A و B دو ماتریس مربعی وارون پذیر از مرتبه ۳ و $2B + 3AB = 2A$ باشد، دترمینان ماتریس $A^{-1} - B^{-1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{27}{8}$

۱۳۲- به ازای کدام مقادیر a و b ، با افزوده شدن ۲ واحد به درایه واقع در سطر دوم و ستون سوم

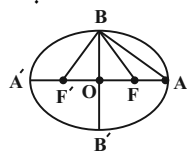
ماتریس $A = \begin{bmatrix} a+3 & b & c \\ 3 & b+2 & c \\ a & b & c+1 \end{bmatrix}$ ، ۳ واحد به دترمینان این ماتریس اضافه می‌شود؟

(۱) $b = \frac{1}{3}$ و $a = \frac{1}{3}$ (۲) $a = \frac{1}{3}$ و $b = \frac{1}{3}$ (۳) $b = \frac{1}{3}$ و $a = -\frac{1}{3}$ (۴) $a = -\frac{1}{3}$ و $b = \frac{1}{3}$

۱۳۳- به ازای چه مقادیری از m ، خط $3x + 4y = m$ بر دایره $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 4$ مماس است؟

(۱) -4 و 26 (۲) 4 و 26 (۳) 26 و -4 (۴) 4 و -26

۱۳۴- در بیضی شکل زیر با کانون‌های $F(4, 2)$ و $F'(-4, 2)$ ، اگر اندازه قطر کوچک برابر ۶ باشد، نسبت مساحت مثلث ABF' به



مساحت مثلث ABF کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۷

(۳) ۸ (۴) ۹

۱۳۵- به ازای کدام مقدار k ، کانون سهمی به معادله $y^2 + 4x - 2y + k = 0$ روی خط $x = -3y$ قرار دارد؟

(۱) -9 (۲) 9 (۳) 15 (۴) -15

۱۳۶- اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (2, -m, 2)$ و $\vec{b} = (m, -1, 0)$ برابر $\frac{\pi}{4}$ باشد، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای m کدام است؟

(۱) $2\sqrt{2}$ (۲) 8 (۳) $-2\sqrt{2}$ (۴) -8

۱۳۷- اگر $|\vec{a}| = 3$ ، $|\vec{b}| = 4$ و اندازه تصویر بردار \vec{b} روی بردار \vec{a} برابر ۲ باشد، آنگاه مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی دو

بردار $2\vec{a} + 3\vec{b}$ و $3\vec{a} - 2\vec{b}$ چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

(۱) ۲۶ (۲) ۳۹ (۳) ۵۲ (۴) ۷۸

۱۳۸- کدام یک از گزاره‌های زیر همواره نادرست است؟

(۱) $p \Rightarrow (\sim p \Rightarrow p)$ (۲) $(p \wedge \sim p) \Rightarrow (q \vee \sim q)$ (۳) $p \vee (p \Rightarrow \sim p)$ (۴) $\sim p \wedge (\sim p \Rightarrow p)$

۱۳۹- مجموعه $A = \{a, b, c, d, e\}$ را به چند طریق می‌توان افزایش کرد به گونه‌ای که شامل حداقل دو زیرمجموعه تک‌عضوی باشد؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱

۱۴۰- مجموعه $[(A - B) \cup ((A \cap B') \cap ((B - A) \cup A'))]$ همواره برابر کدام است؟ (U مجموعه مرجع است)

(۱) A (۲) $A - B$ (۳) $A \cup B$ (۴) U

۱۴۱- عددی به تصادف از میان اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰۰ انتخاب شده است. احتمال آنکه عدد موردنظر بر ۲ و ۳ بخش پذیر بوده ولی بر ۵

بخش پذیر نباشد، کدام است؟

(۱) $\frac{1135}{1000}$ (۲) $\frac{115}{1000}$ (۳) $\frac{165}{1000}$ (۴) $\frac{12}{1000}$

۱۴۲- اگر $P(A|B') = \frac{1}{4}$ ، $P(A|B) = \frac{3}{4}$ و $P(B) = \frac{2}{5}$ باشد، حاصل $P(A')$ کدام است؟

(۱) $\frac{11}{20}$ (۲) $\frac{9}{10}$ (۳) $\frac{3}{10}$ (۴) $\frac{9}{20}$

۱۴۳- دو سکه پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو رو بیابند، یک سکه دیگر و در غیر این صورت سه سکه دیگر پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه همه سکه‌ها یکسان ظاهر شوند، کدام است؟

(۱) $\frac{5}{32}$ (۲) $\frac{3}{16}$ (۳) $\frac{7}{32}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۴۴- اگر میانه داده‌های ۱۲، ۶، ۸، ۱۵، ۴، x، ۱۳ و ۷ برابر ۷ و x عددی طبیعی باشد، آنگاه چند مقدار متمایز برای x وجود دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۴۵- بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه‌ای با استفاده از نمونه‌ای از آن جامعه به اندازه ۲۵، به صورت $[12/6, 13/2]$ به دست آمده است. انحراف معیار این جامعه کدام است؟

(۱) ۰/۵ (۲) ۰/۷۵ (۳) ۱ (۴) ۱/۵

۱۴۶- باقی‌مانده‌های تقسیم اعداد طبیعی a و $a + 73$ بر عدد طبیعی b به ترتیب برابر ۱۹ و ۱۴ است. b دارای چند مقدار زوج است؟

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۴۷- اگر دو عدد 3^n و 6^n در پیمانه ۷ همنهشت باشند، آنگاه n همواره به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۱) $2k$ (۲) $3k$ (۳) $5k$ (۴) $7k$

۱۴۸- چند عدد طبیعی چهاررقمی به صورت \overline{abba} وجود دارد که بر ۹۹ بخش پذیر باشد؟

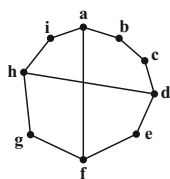
(۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۱۴۹- اگر $25x + 12y = 1110$ باشد، آنگاه باقی‌مانده تقسیم $x - y$ بر عدد ۳۷ کدام است؟ ($x, y \in \mathbb{Z}$)

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

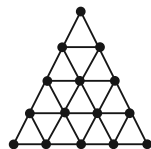
۱۵۰- در گراف شکل مقابل دوری به کدام طول وجود ندارد؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹



۱۵۱- عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵



۱۵۲- در چه تعداد از جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 15$ ، حداقل یکی از متغیرها برابر صفر است؟

(۱) ۳۵ (۲) ۴۵ (۳) ۵۵ (۴) ۶۰

۱۵۳- اختلاف درایه‌های سطر اول و سطر سوم در ستون دوم مربع لاتین چرخشی از مرتبه n برابر ۴ است. مجموع کل درایه‌های این مربع لاتین چقدر است؟ (درایه سطر اول و ستون اول این مربع لاتین برابر ۱ است.)

(۱) ۷۵ (۲) ۱۲۶ (۳) ۱۹۶ (۴) ۲۸۸

۱۵۴- چند تابع پوشا از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ به روی خودش می‌توان نوشت که دقیقاً دو زوج مرتب به صورت (x, x) داشته باشد؟

(۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۸

۱۵۵- از بین ۱۰۰ کارت که روی آن‌ها اعداد ۱ تا ۱۰۰ نوشته شده است، حداقل چند کارت انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حاصل ضرب اعداد روی کارت‌های انتخابی، عددی مضرب ۸ است؟

(۱) ۵۱ (۲) ۵۲ (۳) ۵۳ (۴) ۵۴

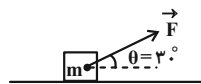
فیزیک



۱۵۶- استوانه‌ای توخالی به ارتفاع $2R$ ، شعاع خارجی R و شعاع داخلی $\frac{R}{2}$ در دمای T در اختیار داریم. این استوانه را ذوب کرده و از آن در همان دما کره‌ای توپر به شعاع R می‌سازیم. جرم باقی‌مانده چه کسری از جرم استوانه اولیه است؟

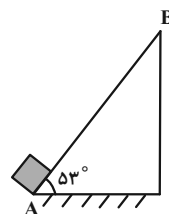
- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۱۵۷- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم m تحت اثر نیروی \vec{F} به اندازه d در امتداد سطح افقی جابه‌جا می‌شود و کار نیرو W_1 می‌شود. اگر زاویه θ دو برابر شود و جسم تحت اثر همان نیروی \vec{F} به اندازه همان d در امتداد سطح افقی جابه‌جا شود، کار نیرو W_2 می‌شود. حاصل $\frac{W_2}{W_1}$ کدام است؟



- (۱) ۱ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

۱۵۸- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $500g$ را از نقطه A با تندی $10 \frac{m}{s}$ مماس بر سطح رو به بالا پرتاب می‌کنیم و جسم می‌تواند حداکثر تا نقطه B بالا رود. اگر اندازه کار نیروهای اتلافی در این جابه‌جایی برابر با $9J$ باشد، فاصله AB چند متر است؟



$$(g = 10 \frac{N}{kg} \text{ و } \sin 53^\circ = 0.8)$$

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۵ (۳) $\frac{4}{8}$ (۴) ۴

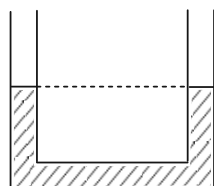
۱۵۹- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- (الف) هر چه لوله موئین را بیشتر درون آب فرو ببریم، سطح آب درون لوله در ارتفاع بالاتری از سطح آب درون ظرف قرار می‌گیرد.
 (ب) نیروی دگرچسبی به سبب تماس دو ماده مختلف با یکدیگر است و از نوع نیروی جاذبه الکتریکی می‌باشد.
 (پ) سطح جیوه در لوله موئین برآمده است و ارتفاع جیوه درون لوله بالاتر از سطح جیوه درون ظرف قرار می‌گیرد.
 (ت) نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و شیشه از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب بیشتر است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۶۰- در لوله U شکلی که مساحت مقطع آن در تمام لوله یکسان و برابر با $2cm^2$ است، مایعی به چگالی $\frac{g}{cm^3}$ به $\frac{1}{2}$ به حال تعادل

قرار دارد. چند گرم مایع به چگالی $\frac{g}{cm^3}$ را به آرامی به شاخه سمت چپ اضافه کنیم تا بعد از ایجاد تعادل، ارتفاع مایع در



سمت راست از پایین لوله به $17cm$ برسد؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) ۶ (۳) $\frac{9}{6}$ (۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

۱۶۱- آب توسط لوله‌ای افقی به قطر d و تندی $\frac{m}{s}$ $\frac{1}{5}$ وارد خانه‌ای می‌شود. شعاع لوله‌ای که آب را به حمام می‌رساند، چند برابر d

باشد تا آب با تندی $\frac{m}{s}$ 3 از این لوله خارج شود؟

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)
 $\frac{1}{2}$ (۱)

$\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴)
 $\sqrt{2}$ (۳)

۱۶۲- ظرفی به حجم ۲ لیتر از مایعی کاملاً پُر است. اگر دمای مجموعه را $90^\circ F$ افزایش دهیم، در اثر انبساط 21 cm^3 مایع از ظرف

بیرون می‌ریزد. ضریب انبساط خطی ظرف در SI کدام است؟ $(\beta_{\text{مایع}} = 4/5 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1})$

- (۱) 8×10^{-5} (۲) $2/4 \times 10^{-4}$ (۳) 24×10^{-4} (۴) 8×10^{-4}

۱۶۳- دمای جسم A را $10^\circ C$ و دمای جسم B را $20^\circ C$ افزایش می‌دهیم. با فرض این‌که گرمای ویژه جسم B، ۲ برابر گرمای ویژه

جسم A و چگالی جسم A، ۳ برابر چگالی جسم B باشد، گرمای دریافتی جسم A چند برابر گرمای دریافتی جسم B است؟ (حجم دو جسم یکسان فرض شود.)

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۶۴- به وسیله یک گرمکن ۱۰۰ واتی که بازده آن ۷۵ درصد است، در مدت $24/5$ دقیقه مقداری یخ $10^\circ C$ را به آب $20^\circ C$ تبدیل

می‌کنیم. جرم اولیه یخ چند گرم بوده است؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ C}$ ، $c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ C}$ ، $L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$)

- (۱) $0/25$ (۲) 250 (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1000}{3}$

۱۶۵- در شکل زیر، نمودار $V-T$ برای یک مول گاز آرمانی نشان داده شده است. اگر تغییر انرژی درونی گاز در این فرایند 2160 J

باشد، گرمای مبادله شده در این فرایند چند ژول است؟ $(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}})$

(۱) ۳۲۴۰

(۲) ۲۱۶۰

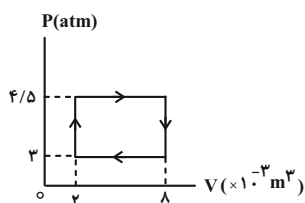
(۳) ۳۶۰۰

(۴) ۷۲۰

محل انجام محاسبات

۱۶۶- چرخه زیر مربوط به یک ماشین گرمایی است. اگر این ماشین در هر چرخه $7/2 \text{ kJ}$ گرما دریافت کند و در هر دقیقه ۳۰۰ چرخه

را طی کند، به ترتیب از راست به چپ بازده این ماشین چند درصد و توان خروجی آن چند کیلووات است؟ ($1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$)

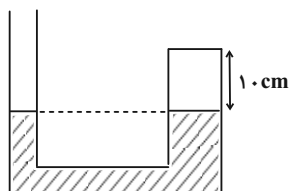


- (۱) ۱۵،۱۲/۵
- (۲) ۴/۵، ۲۵
- (۳) ۴/۵، ۱۲/۵
- (۴) ۱۵، ۲۵

۱۶۷- در شکل زیر، دمای هوای محبوس در بالای جیوه -23°C و شعاع سطح مقطع سمت چپ لوله U شکل، نصف شعاع سطح

مقطع سمت راست است. اگر دمای هوای محبوس 90°C افزایش یابد، بعد از ایجاد تعادل، سطح جیوه در شاخه سمت چپ چند

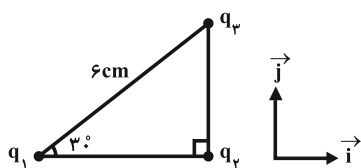
سانتی متر نسبت به سطح اولیه آن بالا می آید؟ ($P_0 = 75 \text{ cmHg}$)



- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۴
- (۴) ۸

۱۶۸- مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 ، $q_2 = 2 \mu\text{C}$ و $q_3 = 4 \mu\text{C}$ در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند. اگر

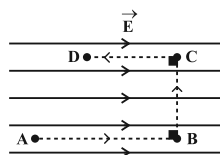
نیروی الکتریکی خالصی که به بار q_3 وارد می‌شود، برابر با $80\sqrt{3} \text{ i}$ نیوتون باشد، بار q_1 چند میکروکولن است؟



$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2})$$

- (۱) -16
- (۲) ۱۶
- (۳) $-16\sqrt{3}$
- (۴) $16\sqrt{3}$

۱۶۹- مطابق شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $500 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ ، از نقطه A تا نقطه D در مسیر مشخص شده جابه‌جا



می‌شود. ($\overline{AB} = 50 \text{ cm}$ و $\overline{CD} = 30 \text{ cm}$) برابر با چند ولت است؟

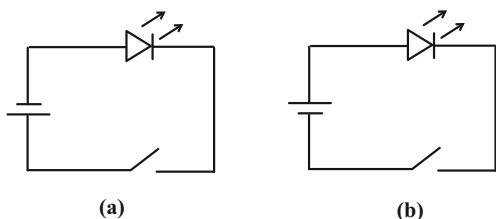
- (۱) -250
- (۲) ۲۵۰
- (۳) -100
- (۴) ۱۰۰

محل انجام محاسبات

۱۷۰- فاصله بین صفحات یک خازن تخت را که به اختلاف پتانسیل ثابتی متصل است، چند درصد کاهش دهیم تا بار الکتریکی ذخیره شده در آن ۵ برابر شود؟ (پدیده فروشکست رخ نمی‌دهد).

- (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۶۰ (۴) ۸۰

۱۷۱- در کدام شکل با بستن کلید، LED روشن می‌شود؟



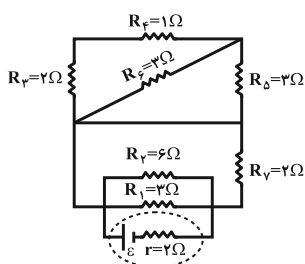
(۱) شکل a

(۲) شکل b

(۳) هر دو شکل a و b

(۴) هیچ کدام

۱۷۲- در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی در مقاومت R_1 برابر با $27W$ باشد، نیروی محرکه مولد چند ولت است؟



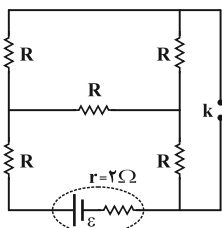
(۱) ۹

(۲) ۲۷

(۳) ۱۸

(۴) ۲۴

۱۷۳- در مدار شکل زیر همه مقاومت‌های R برابر با 15Ω هستند. اگر کلید k بسته شود، جریان عبوری از مولد چند برابر خواهد شد؟



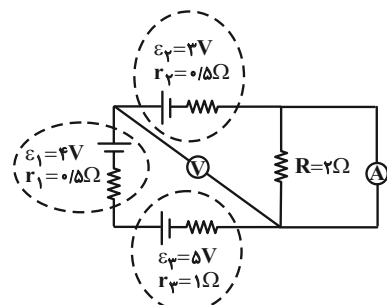
(۱) $\frac{13}{21}$

(۲) $\frac{21}{13}$

(۳) $\frac{5}{3}$

(۴) $\frac{3}{5}$

۱۷۴- در مدار شکل زیر، مقادیری که آمپرسنج آرمانی و ولتسنج آرمانی نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه برحسب SI به درستی آمده است؟



(۱) ۳، ۴/۵

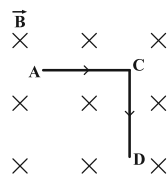
(۲) ۳، ۱/۵

(۳) ۱/۵، ۶/۷۵

(۴) ۱/۵، ۰/۷۵

محل انجام محاسبات

۱۷۵- در شکل زیر قسمتی از یک مدار که جریان $2A$ از آن عبور می‌کند، در میدان مغناطیسی یکنواخت درون سویی به بزرگی $10^3 G$ ، نشان داده شده است. اندازه نیروی مغناطیسی خالص وارد بر این قسمت از مدار چند نیوتون است؟ ($\overline{AC} = 6cm$ و $\overline{CD} = 8cm$)



(۲) $1/6 \times 10^{-2}$

(۱) 2×10^{-2}

(۴) 10^{-2}

(۳) $1/2 \times 10^{-2}$

۱۷۶- با سیمی به شعاع مقطع $5mm$ ، سیملوله ایده‌آلی با حلقه‌های به هم چسبیده ایجاد کرده‌ایم و از آن جریان الکتریکی 4 آمپری عبور می‌دهیم. در لحظه t' ، بار الکتریکی $q = 2mC$ با تندی $500 \frac{m}{s}$ عمود بر محور این سیملوله، از وسط آن می‌گذرد. در این

لحظه اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر بار q کدام است؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$)

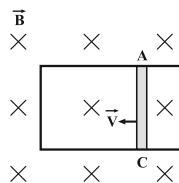
(۴) $480mN$

(۳) $48mN$

(۲) $480\mu N$

(۱) $48\mu N$

۱۷۷- مطابق شکل زیر، میله رسانای AC به طول $8cm$ با مقاومت الکتریکی 2Ω در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $5 \times 10^{-2} T$ که عمود بر سطح قاب است، با سرعت ثابت \vec{v} در جهت نشان داده شده روی قاب در حال حرکت است. اگر



جریان القایی $4mA$ در مدار القا شود، v چند متر بر ثانیه است و جهت جریان القایی کدام است؟

(۲) 4 پادساعتگرد

(۱) 2 پادساعتگرد

(۴) 4 ساعتگرد

(۳) 2 ساعتگرد

۱۷۸- از سیمی با طول ثابت، یک بار سیملوله‌ای آرمانی با شعاع قاعده R و با دیگر سیملوله‌ای آرمانی با شعاع قاعده $2R$ ایجاد می‌کنیم. اگر در هر دو حالت حلقه‌های سیملوله در یک ردیف به یکدیگر چسبیده باشند و جریان عبوری از سیملوله‌ها در حالت دوم دو برابر حالت اول باشد، انرژی ذخیره شده در سیملوله در حالت دوم چند برابر حالت اول است؟

(۴) 4

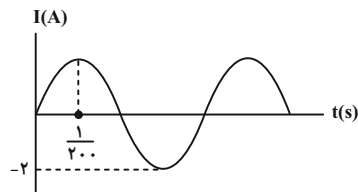
(۳) 16

(۲) 2

(۱) 8

۱۷۹- نمودار جریان متناوبی مطابق شکل زیر است. اگر مقاومت رسانا 10 اهم باشد، در لحظه $t = \frac{1}{400} s$ اختلاف پتانسیل دو سر رسانا

چند ولت است؟



(۱) $\sqrt{2}$

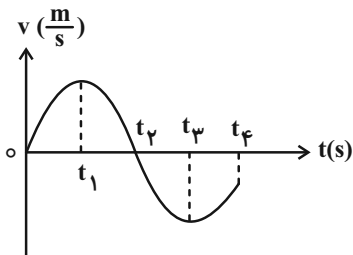
(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $5\sqrt{2}$

(۴) $10\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

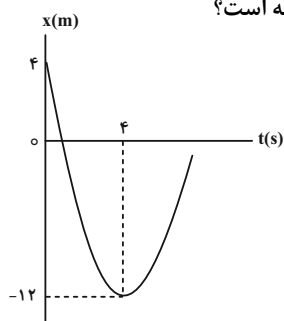
۱۸۰- نمودار سرعت- زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. چند مورد از جملات زیر در مورد این متحرک در بازه صفر تا t_4 الزاماً درست است؟



- (الف) جهت حرکت این متحرک در طول مسیر دو بار تغییر می‌کند.
 (ب) متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 در حال نزدیک شدن به مبدأ حرکت است.
 (پ) حرکت متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_3 به صورت کندشونده بوده است.
 (ت) در بازه زمانی t_3 تا t_4 متوسط نیروی وارد شده بر جسم در جهت حرکت آن بوده است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۸۱- نمودار مکان- زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راستی در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. بعد از شروع حرکت، سرعت این متحرک در لحظه‌ای که برای اولین بار از مبدأ مکان می‌گذرد، چند متر بر ثانیه است؟



(۱) $4\sqrt{5}$

(۲) $-4\sqrt{5}$

(۳) $4\sqrt{3}$

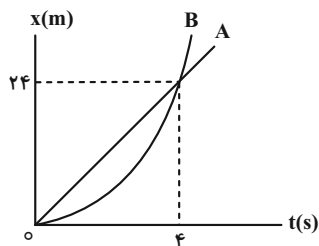
(۴) $-4\sqrt{3}$

۱۸۲- متحرکی از حال سکون و با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ به مدت ۲ ثانیه بر روی خط راستی حرکت می‌کند. سپس به مدت ۳ ثانیه با شتاب

ثابت $4 \frac{m}{s^2}$ به حرکت خود ادامه می‌دهد. مسافت طی شده در قسمت دوم حرکت چند برابر مسافت طی شده در قسمت اول حرکت است؟

- (۱) $7/5$ (۲) $4/5$ (۳) $18/5$ (۴) $12/5$

۱۸۳- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم هم‌زمان شروع به حرکت می‌کنند، مطابق خط راست و سهمی شکل زیر است. اگر متحرک B از حال سکون شروع به حرکت کرده باشد، پس از چند ثانیه فاصله دو متحرک از هم به ۲۸۸ متر می‌رسد؟



(۱) ۲۰

(۲) ۱۸

(۳) ۱۶

(۴) ۱۵

محل انجام محاسبات

۱۸۴- دو گوی هم اندازه A و B ولی با جرم‌های متفاوت ($m_A = 2m_B$) از بالای برجی به ارتفاع h به طور هم‌زمان رها می‌شوند. اگر نیروی مقاومت هوا برای هر دو گوی یکسان باشد، کدام گزینه مقایسه‌ی درستی از تندی آن‌ها و زمان رسیدن آن‌ها به زمین ارائه می‌دهد؟

$$t_A > t_B, v_A < v_B \quad (2) \qquad t_A = t_B, v_A = v_B \quad (1)$$

$$t_A > t_B, v_A > v_B \quad (4) \qquad t_A < t_B, v_A > v_B \quad (3)$$

۱۸۵- اتومبیلی با تندی ثابت v در یک جاده افقی و مستقیم در حال حرکت است و ضریب اصطکاک جنبشی بین لاستیک‌ها و جاده ۰/۴ است. ناگهان راننده مانعی را در ۶۰ متری خود می‌بیند و با شتاب ثابت ترمز می‌کند. اگر اتومبیل سر بخورد و زمان واکنش راننده ۷۵s / ۰ و مسافت طی شده طی این مدت ۱۵ متر باشد، اتومبیل ... ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) ۵ متر قبل از مانع متوقف می‌شود. (۲) ۱۰ متر قبل از مانع متوقف می‌شود.

(۳) با تندی $2\sqrt{10} \frac{m}{s}$ به مانع برخورد می‌کند. (۴) با تندی $4\sqrt{10} \frac{m}{s}$ به مانع برخورد می‌کند.

۱۸۶- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم ۶kg با نیرویی افقی به بزرگی ۶۰N روی سطح افقی کشیده می‌شود. اگر اندازه شتاب حرکت

جسم برابر با $4 \frac{m}{s^2}$ باشد، اندازه نیرویی که از طرف سطح افقی بر جسم وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



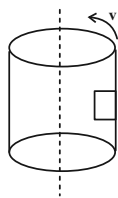
(۱) ۳۶ (۲) ۹۶ (۳) ۶۰ (۴) $12\sqrt{34}$

۱۸۷- شخصی به جرم ۷۰kg درون آسانسوری قرار گرفته و آسانسور با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ و به صورت کندشونده به سمت پایین حرکت می‌کند. نیرویی که از طرف آسانسور به شخص وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) ۵۶۰ (۲) ۷۰۰ (۳) ۸۴۰ (۴) ۱۴۰

۱۸۸- مطابق شکل زیر، جسم کوچکی به جرم m را درون استوانه‌ای به شعاع ۲۵cm قرار داده و با تندی ثابت v حول محور آن می‌چرخانیم. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین دیواره استوانه و جسم ۰/۱ باشد، v باید حداقل چند متر بر ثانیه باشد تا جسم

در چرخش استوانه به دیواره بچسبد و پایین نیافتد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

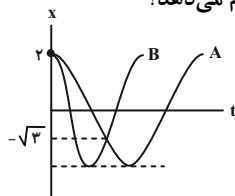


(۱) ۱/۵ (۲) ۵ (۳) ۵۰

(۴) باید m معلوم باشد.

۱۸۹- نمودار مکان- زمان دو نوسانگری که دارای حرکت هماهنگ ساده هستند، مطابق شکل زیر است. اگر دوره تناوب نوسانگرها،

T_A و T_B باشد، پس از چند ثانیه از شروع حرکت، یکی از نوسانگرها ۴ نوسان بیشتر از دیگری انجام می‌دهد؟



(۱) $14T_A$ (۲) $7T_A$ (۳) $14T_B$ (۴) $7T_B$

محل انجام محاسبات

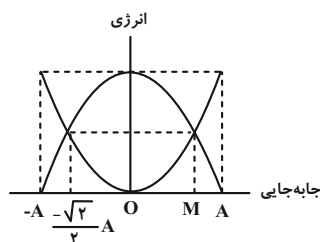
۱۹۰- معادله حرکت نوسانگری در SI به صورت $x = 0.2 \cos(10\pi t)$ می باشد. بیشترین تندی متوسط این متحرک در SI در بازه

زمانی $\frac{1}{300}$ ثانیه برابر کدام گزینه می باشد؟

- ۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۳۰ (۴) ۶۰

۱۹۱- نمودار انرژی پتانسیل و جنبشی یک نوسانگر هماهنگ ساده بر حسب جابه جایی، مطابق شکل است. اگر نوسانگر فاصله MA را

حداقل در ۲۵ میلی ثانیه طی کند، حداقل چند میلی ثانیه طول می کشد تا از O به M برسد؟



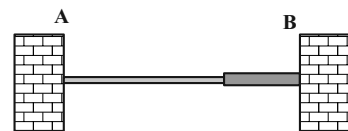
- ۱) ۲۵ (۲) ۱۲/۵ (۳) $12/5\sqrt{2}$ (۴) $12/5\sqrt{3}$

۱۹۲- مطابق شکل دو طناب با چگالی خطی μ و 4μ بین دو چشمه موج A و B به طور افقی قرار گرفته و محکم کشیده شده اند. اگر

در لحظه $t = 0$ به طور همزمان، دو تپ توسط A و B ایجاد شود و موج با تندی v در طناب بلندتر منتشر شود، چند

میلی ثانیه بعد، برای اولین بار فاصله آن ها از هم 10cm می شود؟

$$\begin{cases} \ell_1 = 40\text{cm} \\ v_1 = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \mu_1 = \mu \end{cases} \quad \begin{cases} \ell_2 = 10\text{cm} \\ v_2 \\ \mu_2 = 4\mu \end{cases}$$



- ۱) $\frac{2}{3}$ (۲) ۲ (۳) ۲/۵ (۴) $\frac{10}{3}$

۱۹۳- شنونده ای در فاصله d از یک منبع صوتی نقطه ای قرار دارد. اگر فاصله شنونده از منبع صوت به اندازه $4d$ افزایش یابد، تراز

شدت صوت در مکان جدید نسبت به قبلی چه تغییری می کند؟ ($\log 2 = 0.3$ و اتلاف انرژی نداریم).

۱) $\frac{1}{25}$ برابر می شود. (۲) $\frac{1}{16}$ برابر می شود.

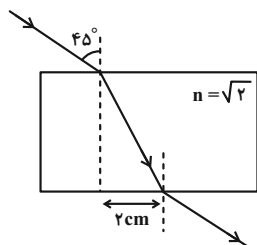
۳) ۱۴ دسی بل کاهش می یابد. (۴) ۱۲ دسی بل کاهش می یابد.

محل انجام محاسبات

۱۹۴- در برخورد یک موج تخت با یک مانع، جبهه‌های موج تابیده با سطح مانع زاویه 35° می‌سازند. زاویه تابش و زاویه انحراف به ترتیب از راست به چپ چند درجه‌اند؟

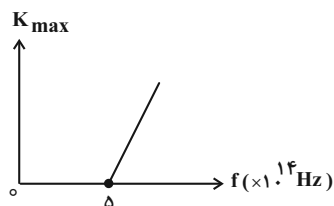
- (۱) ۹۰، ۵۵
(۲) ۱۳۵، ۵۵
(۳) ۱۱۰، ۳۵
(۴) ۷۰، ۳۵

۱۹۵- در شکل زیر، مسیر حرکت یک پرتوی تک‌رنگ که از هوا به تیغه موازی السطوحی برخورد کرده است، رسم شده است. ضخامت تیغه چند سانتی‌متر است؟



- (۱) $2\sqrt{2}$
(۲) $2\sqrt{3}$
(۳) $3\sqrt{2}$
(۴) $3\sqrt{3}$

۱۹۶- نمودار انرژی جنبشی بر حسب بسامد فوتون فرودی در یک آزمایش فوتوالکترونیک مطابق شکل زیر است. هنگامی انرژی جنبشی 0.6 eV باشد، بسامد نور تکرنگ تابیده شده بر صفحه فلزی چند هرتز است؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$)



- (۱) $4/7 \times 10^{14}$
(۲) $4/7 \times 10^{15}$
(۳) $6/5 \times 10^{14}$
(۴) $6/5 \times 10^{15}$

۱۹۷- بلندترین طول موج نور مرئی اتم هیدروژن که در رشته بالمر ($n' = 2$) گسیل می‌شود چند برابر کوتاه‌ترین طول موج مرئی اتم هیدروژن می‌باشد؟ ($R = 0.01 \text{ nm}^{-1}$)

- (۱) $\frac{81}{49}$
(۲) $\frac{9}{5}$
(۳) $\frac{8}{5}$
(۴) $\frac{32}{27}$

۱۹۸- الکترون اتم هیدروژنی در تراز n قرار دارد و امکان گسیل N نوع فوتون با انرژی متفاوت دارد. اگر اختلاف بیشترین و کمترین انرژی فوتون‌های گسیلی $\frac{24}{25}$ ری‌دبرگ باشد، N کدام است؟

- (۱) ۲۱
(۲) ۱۵
(۳) ۱۰
(۴) ۶

۱۹۹- اگر هسته مادر ^{25}Al با گسیل یک پوزیترون واپاشی کند، هسته دختر دارای چند نوترون خواهد بود؟

- (۱) ۱۱
(۲) ۱۲
(۳) ۱۳
(۴) ۲۵

۲۰۰- در یک واپاشی هسته‌ای، پس از گذشت چند نیمه‌عمر تعداد هسته‌های واپاشی شده، ۱۲۷ برابر تعداد هسته‌های باقی‌مانده است؟

- (۱) ۸
(۲) ۷
(۳) ۶
(۴) ۵



شیمی

۲۰۱- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) درصد فراوانی عنصر گوگرد در هر دو سیاره زمین و مشتری برابر است.
 (۲) در میان ۷ ایزوتوپ هیدروژن، ۵ ایزوتوپ ناپایدار وجود دارد که ۴ مورد از آن‌ها ساختگی است.
 (۳) ایزوتوپ‌های یک عنصر به دلیل تفاوت در تعداد نوترون‌ها، خواص شیمیایی متفاوتی دارند.
 (۴) در ستاره‌هایی با دمای بسیار بالا بر اثر انجام واکنش‌های شیمیایی، از عنصرهای سبک‌تر، عنصرهای سنگین‌تر به وجود می‌آیند.
- ۲۰۲- پتاسیم سوریات ($C_6H_7KO_7$) به صورت پودر سفیدرنگ به عنوان نگه‌دارنده در محصولات آرایشی مانند لاینات استفاده می‌شود. در گرم از این ترکیب $10^{23} \times 1204 / 0$ اتم وجود دارد و جرم $0/5$ مول از این ترکیب برابر جرم یک مول از ایزوتوپ با فراوانی کمتر لیتیم در نمونه طبیعی آن است. ($H = 1; g \cdot mol^{-1}$, $C = 12$, $O = 16$, $K = 39$. عدد جرمی را با جرم اتمی

یکسان در نظر بگیرید. گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید. ایزوتوپ‌های طبیعی لیتیم: 7Li و 6Li

- (۱) $12/5 - 0/1875$ (۲) $10/71 - 3$ (۳) $10/71 - 0/1875$ (۴) $12/5 - 3$

۲۰۳- کدام موارد از مطالب زیر، درست‌اند؟

- (آ) طول موج نور سبز بلندتر از طول موج نور آبی می‌باشد.
 (ب) طیف نشری خطی هیدروژن در ناحیه مرئی شامل چهار نوار رنگی است.
 (پ) نوارهای رنگی در طیف نشری خطی هیدروژن، ناشی از انتقال الکترون از لایه‌های بالاتر به حالت پایه است.
 (ت) فاصله لایه‌های انتقال الکترون در اتم برانگیخته هیدروژن با طول موج نور نشر شده، نسبت عکس دارد.
- (۱) فقط «آ» و «ب» (۲) فقط «پ» و «ت»
 (۳) فقط «ب» و «ت» (۴) «آ»، «ب» و «ت»

۲۰۴- عنصر X دارای دو ایزوتوپ bX و ${}^{b+2}X$ با جرم اتمی میانگین $54/6 \text{ amu}$ است. اگر تعداد نوترون در ایزوتوپ سبک‌تر یک واحد از تعداد پروتون‌ها بیشتر و فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر ۴ برابر ایزوتوپ سبک‌تر باشد، کدام گزینه در مورد عنصر X درست است؟

- (۱) دارای ۲ زیرلایه نیمه‌پر است. (۲) دارای ۵ زیرلایه پر است.
 (۳) عنصر Y ۳۳ هم دوره است. (۴) عدد کوانتومی فرعی بیرونی‌ترین زیرلایه اشغال شده آن ۲ است.

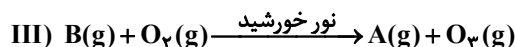
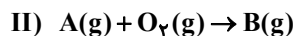
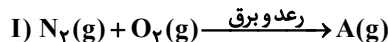
۲۰۵- با توجه به جدول زیر که نماد فرضی چند عنصر در آن مشخص شده است، کدام موارد درست هستند؟

| نماد عنصر | A | B | D | E | M |
|-----------|----|----|----|----|---|
| دوره | ۴ | ۳ | ۲ | ۴ | ۴ |
| گروه | ۱۳ | ۱۴ | ۱۷ | ۱۱ | ۱ |

- (آ) عنصر E دارای ۷ زیرلایه پر شده از الکترون است.
 (ب) تعداد الکترون‌های موجود در آخرین زیرلایه همه عنصرهای داده شده، عددی فرد است.
 (پ) تعداد الکترون‌های ظرفیتی اتم عنصر D از سه عنصر در این جدول بیشتر است.
 (ت) زیرلایه‌های پر شده از الکترون در آرایش الکترونی اتم B دو برابر این تعداد در آرایش الکترونی اتم D است.
- (۱) «آ» و «ب» (۲) «ب»، «پ» و «ت» (۳) «پ» و «ت» (۴) «آ» و «ت»

محل انجام محاسبات

۲۰۶- با توجه به واکنش‌های داده شده، کدام گزینه درست است؟



(۱) واکنش تبدیل دی‌نیتروژن تترا اکسید به ماده B یک واکنش گرماده است.

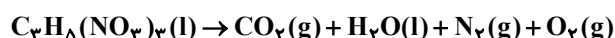
(۲) گاز A برخلاف گاز B یک آلاینده هواگره به شمار می‌رود.

(۳) گاز اوزون تولید شده در واکنش (III) به اوزون تروپوسفری معروف است که سبب سوزش چشم‌ها می‌شود.

(۴) A و B هر دو گاز قهوه‌ای رنگ هستند که از سوختن سوخت‌های فسیلی وارد هواگره می‌شوند.

۲۰۷- اگر گازهای حاصل از تجزیه یک مول $C_3H_8(NO_3)_3$ را مطابق واکنش زیر جمع‌آوری و در فشار ثابت ۱ اتمسفر از دمای $0^\circ C$

تا $5^\circ C / -136$ سرد کنیم، چند لیتر از حجم گازها کاسته می‌شود؟ (معادله واکنش موازنه شود).



$$106/4 \quad (2) \quad 67/2 \quad (1)$$

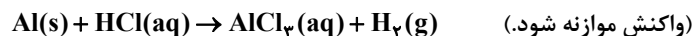
$$86/8 \quad (4) \quad 93/5 \quad (3)$$

۲۰۸- ۱۰ گرم از آلیاژ آلومینیم و نقره در مقدار کافی از محلول هیدروکلریک اسید با غلظت $5g \cdot L^{-1}$ انداخته شده است. اگر در پایان

واکنش، ۳ لیتر گاز هیدروژن در شرایطی که چگالی آن 0.08 گرم بر لیتر است، آزاد شود، درصد جرمی فلز نقره در این آلیاژ

کدام است و برای انجام کامل این واکنش چند لیتر از محلول این اسید لازم است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید. نقره با

اسید واکنش نمی‌دهد. $(H = 1, Al = 27, Cl = 35.5, Ag = 108 : g \cdot mol^{-1})$



$$1/752, 78/4 \quad (4) \quad 43/8, 78/4 \quad (3) \quad 43/8, 39/2 \quad (2) \quad 1/752, 39/2 \quad (1)$$

۲۰۹- ۵۰ گرم KNO_3 را در دمای $60^\circ C$ درجه سلسیوس در 50 گرم آب حل کرده و سپس این محلول را تا دمای $10^\circ C$ درجه سلسیوس

سرد می‌کنیم. اگر بدانیم درصد جرمی پتاسیم نترات در محلول در دمای $10^\circ C$ درجه سلسیوس برابر 10% است. به تقریب چند

گرم از آن رسوب کرده است؟ $(N = 14, O = 16, K = 39 : g \cdot mol^{-1})$

$$18 \quad (4) \quad 32 \quad (3) \quad 44/44 \quad (2) \quad 5/56 \quad (1)$$

۲۱۰- با توجه به شکل زیر که محلول سیر شده نمک AB را در دو دمای متفاوت نشان می‌دهد، همه عبارت‌های زیر درست‌اند، به جز ...

(۱) انحلال‌پذیری نمک AB در دمای $25^\circ C$ برابر 25 گرم در 100 گرم آب

می‌باشد.

(۲) با سرد کردن 500 گرم از محلول با دمای $60^\circ C$ به دمای $25^\circ C$ مقدار 150

گرم نمک AB رسوب می‌کند.

(۳) اگر معادله انحلال‌پذیری این نمک به صورت $S = 1/19\theta + b$ باشد، مقدار b

به تقریب برابر $4/75$ است.

(۴) با حرارت دادن 1000 گرم محلول 20% درصد جرمی این نمک و تبخیر کامل آب آن، مقدار $200g$ نمک AB در ته ظرف باقی می‌ماند.

محل انجام محاسبات



درصد جرمی = 40% درصد جرمی = 20%

۲۱۱- کدام گزینه درست است؟

- (۱) در شرایط محیطی ثابت، رسانایی الکتریکی محلول ۲ مولار $Ba(OH)_2$ بیشتر از رسانایی الکتریکی محلول ۳ مولار $NaNO_3$ است.
 (۲) در تصفیه آب به روش اسمز معکوس و تقطیر، ترکیب‌های آلی فرآر جداسازی نمی‌شود.
 (۳) مطابق قانون هنری با افزایش دما، انحلال‌پذیری گازها در آب کاهش می‌یابد.
 (۴) نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن‌دار AsH_3 ، PH_3 و NH_3 (برحسب $^{\circ}C$)، کوچک‌تر از صفر بوده و مقایسه نقطه جوش به صورت $NH_3 > AsH_3 > PH_3$ است.

۲۱۲- چند مورد از مطالب زیر در مورد گروه چهاردهم جدول تناوبی عناصر صحیح است؟

- (آ) این گروه از ۵ عنصر تشکیل شده است و هر سه نوع عنصر فلزی، نافلزی و شبه‌فلز را شامل می‌شود.
 (ب) عنصری که بزرگ‌ترین عدد کوانتومی اصلی در آرایش الکترونی آن برابر با ۲ است، در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارد.
 (پ) عنصر با عدد اتمی ۳۲ در این گروه قرار دارد و در اثر ضربه، شکل آن تغییر می‌کند ولی خرد نمی‌شود.
 (ت) عنصری که با گاز نجیب مورد استفاده در ساخت لامپ‌های رشته‌ای هم‌دوره است، رسانایی الکتریکی کمی دارد و در اثر ضربه خرد می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱۳- با توجه به معادله واکنش‌های داده شده که به‌طور طبیعی انجام می‌شوند، کدام گزینه درست است؟ (نماد M فرضی است.)

- I) $2Al(s) + 3M(NO_3)_2(aq) \rightarrow 3M(s) + 2Al(NO_3)_3(aq)$
 II) $M(s) + CuCl_2(aq) \rightarrow MCl_2(aq) + Cu(s)$
 III) $Zn(s) + MSO_4(aq) \rightarrow ZnSO_4(aq) + M(s)$

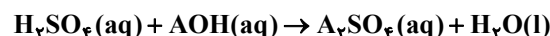
(۱) برای تهیه فلز Al از نمک نترات آن، می‌توان از فلز Zn استفاده کرد.

(۲) واکنش $Zn(s) + CuCl_2(aq) \rightarrow \dots$ به‌طور طبیعی انجام می‌شود.

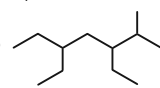
(۳) واکنش‌پذیری فلز M بیشتر از فلزهای روی و آلومینیم است.

(۴) واکنش $Cu(s) + Al(NO_3)_3(aq) \rightarrow \dots$ به‌طور طبیعی انجام می‌شود.

- ۲۱۴- ۳۰ گرم از ترکیب AOH را در مقداری آب حل کرده و حجم آن را به ۱۰۰ میلی‌لیتر می‌رسانیم. اگر ۵۰ گرم از محلول حاصل بتواند با ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۱۲/۲۵٪ جرمی سولفوریک اسید با چگالی $1/25 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ واکنش دهد، جرم مولی سولفات فلز A چند گرم بر مول است؟ (واکنش موازنه شود.) ($H = 1$ ، $S = 32$ ، $O = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) (چگالی محلول اول ۱ گرم بر میلی‌لیتر است.)



(۱) ۱۱۰ (۲) ۱۴۲ (۳) ۱۷۴ (۴) ۱۳۶

- ۲۱۵- نام هیدروکربن  به روش آیوپاک می‌باشد و جفت الکترون بین اتم‌های سازنده آن به اشتراک گذاشته شده است.

(۱) ۳، ۵-دی‌اتیل-۲-متیل‌هپتان-۳۵

(۲) ۳، ۵-دی‌اتیل‌اوکتان-۳۵

(۳) ۳، ۵-دی‌اتیل‌اوکتان-۳۷

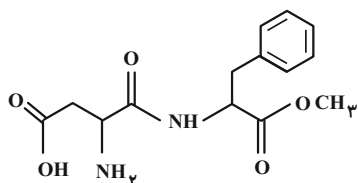
(۴) ۳، ۵-دی‌اتیل-۲-متیل‌هپتان-۳۷

- ۲۱۶- ارزش سوختی ساده‌ترین آلکین برابر $50 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1}$ می‌باشد. گرمای حاصل از سوختن کامل ۵/۶ لیتر از این آلکین در شرایط STP ، دمای ۲/۵ کیلوگرم آب $10^{\circ}C$ را به تقریب چند درجه سلسیوس افزایش می‌دهد؟

(گرمای ویژه آب $= 4/2 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^{\circ}C^{-1}$ ، $H = 1$ و $C = 12$)

(۱) ۳۲/۳۳ (۲) ۴۱ (۳) ۳۱ (۴) ۴۳/۳۳

محل انجام محاسبات



۲۱۷- کدام یک از موارد زیر درباره ترکیب روبه‌رو درست‌اند؟

(آ) فرمول مولکولی آن $C_{14}H_{17}N_2O_5$ است.

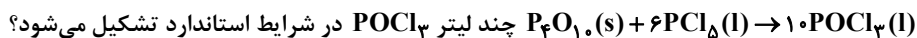
(ب) دارای یک گروه عاملی کربوکسیل است.

(پ) تعداد پیوندهای C-H در این ترکیب برابر ۱۴ است.

(ت) ده جفت الکترون ناپیوندی دارد.

(۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «آ»، «ب» و «پ» (۴) «ب»، «پ» و «ت»

۲۱۸- با توجه به واکنش‌های زیر مطلوب‌ست تعیین کنید با ۱۰۶۶ کیلوژول گرمای آزاد شده مطابق واکنش



| | | | |
|---|--------------------------------|----------|----------|
| ۱) $\text{P}_4\text{O}_{10}(s) + 6\text{H}_2\text{O}(l) \rightarrow 4\text{H}_3\text{PO}_4(aq)$ | $\Delta H_1 = -397 \text{ kJ}$ | | |
| ۲) $\text{PCl}_5(l) + 4\text{H}_2\text{O}(l) \rightarrow \text{H}_3\text{PO}_4(aq) + 5\text{HCl}(g)$ | $\Delta H_2 = -136 \text{ kJ}$ | | |
| ۳) $\text{POCl}_3(l) + 3\text{H}_2\text{O}(l) \rightarrow \text{H}_3\text{PO}_4(aq) + 3\text{HCl}(g)$ | $\Delta H_3 = -68 \text{ kJ}$ | | |
| | | ۲۲۴ (۲) | ۴۴/۸ (۱) |
| | ۴۴۸ (۴) | ۲۲/۴ (۳) | |

۲۱۹- کدام گزینه درست است؟

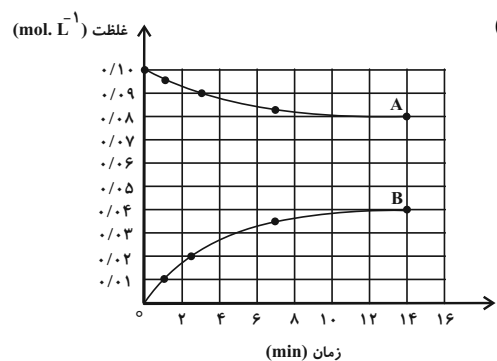
(۱) نقش بنزوئیک اسید به عنوان افزودنی در صنایع غذایی با نقش افزودن یون یدید به محلول آب اکسیژنه یکسان است.

(۲) الیاف آهن برخلاف گرد آهن بر اثر حرارت در مجاورت هوا می‌سوزد.

(۳) واکنش تجزیه سلولز کاغذ برخلاف واکنش زنگ زدن آهن تا حدودی کند است.

(۴) هرگاه ذرات مکعبی واکنش‌دهنده را به دو نیم تقسیم کنیم، نسبت سطح به حجم افزایش می‌یابد.

۲۲۰- با توجه به نمودار زیر که به واکنش $A(aq) + H_2O(l) \rightarrow 2B(aq)$ مربوط است همه عبارت‌های زیر نادرست‌اند، به جز ...



(حجم محلول ۱ لیتر است). ($A = 342$, $O = 16$, $H = 1$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۱) شیب نمودار غلظت- زمان برای A و H_2O یکسان است، زیرا

ضریب استوکیومتری آن‌ها با هم برابر است.

(۲) پس از گذشت ۵ دقیقه از آغاز واکنش مقدار $5/4$ گرم ماده B تولید شده است.

(۳) سرعت متوسط واکنش در زمانی که $1/8$ گرم ماده B تولید شده است

به تقریب برابر $1/1 \times 10^{-4}$ مول بر ثانیه می‌باشد.

(۴) سرعت متوسط مصرف ماده A در سه دقیقه نخست برابر $0/03$ مول

بر دقیقه می‌باشد.

۲۲۱- چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟ ($H = 1$, $C = 12$, $F = 19$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(آ) درصد جرمی کربن در مونومر سازنده تفلون برابر ۲۴ درصد می‌باشد.

(ب) مجموع شمار جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در ساختار ساده‌ترین الکل و ساده‌ترین آمین یکسان است.

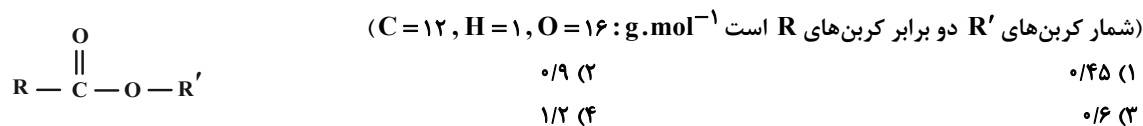
(پ) با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی در الکل‌ها نیروی واندروالسی بر پیوند هیدروژنی غلبه کرده و انحلال‌پذیری الکل در آب افزایش می‌یابد.

(ت) نسبت شمار اتم‌های کربن به هیدروژن در سیانواتن، بنزن و استیرن یکسان است.

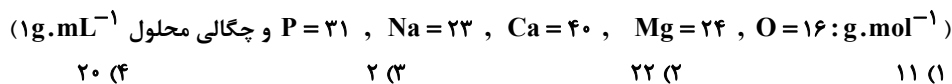
۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

محل انجام محاسبات

۲۲۲- اگر در ساختار استر زیر با گروه‌های هیدروکربنی R و R' خطی و سیرشده، اختلاف جرم مولی R و R' برابر ۵۶ گرم بر مول باشد، در اثر واکنش ۵/۱ گرم اسید حاصل از آبکافت این استر با مقدار کافی سدیم هیدروکسید، چند گرم آب به دست می‌آید؟

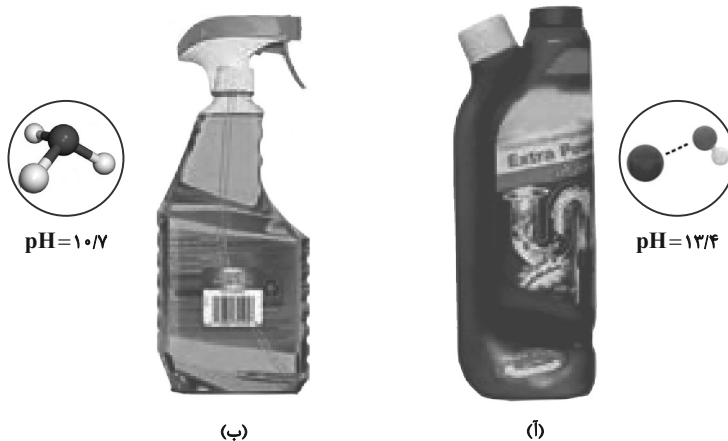


۲۲۳- نمونه‌ای آب دارای ۶۴۰ ppm مخلوط کاتیون‌های منیزیم و کلسیم است. اگر به ازای هر ۵ گرم یون کلسیم ۳ گرم یون منیزیم وجود داشته باشد، به تقریب چند گرم نمک سدیم فسفات به ۱۰ لیتر از این آب اضافه شود تا یک صابون بتواند در آن کاملاً حل گردد؟



۲۲۴- با توجه به ثابت یونش اسیدهای $HA(K_a = 9 \times 10^{-8} \text{ mol} \cdot L^{-1})$ و $HB(K_a = 2 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1})$ که مربوط به دمای $25^\circ C$ می‌باشد، کدام نتیجه‌گیری در این دما همواره درست است؟

- (۱) pH محلول آبی HB کوچک‌تر از pH محلول اسید HA است.
- (۲) در دمای $25^\circ C$ رسانایی الکتریکی محلول آبی HA کمتر از رسانایی الکتریکی محلول آبی HB است.
- (۳) غلظت یون A^- در محلول ۰/۱ مولار HA کمتر از غلظت یون B^- در محلول ۰/۱ مولار HB است.
- (۴) جرم سدیم هیدروکسید لازم برای خنثی کردن محلول ۳ مولار HB کمتر از جرم سدیم هیدروکسید لازم برای خنثی کردن محلول یک مولار HA است.
- ۲۲۵- با توجه به شکل زیر، کدام عبارت نادرست است؟ ($\log 2 \approx 0/3$) (محاسبات در دمای $25^\circ C$ انجام می‌شود.) (شرایط دو محلول یکسان است.)



- (۱) ثابت یونش باز (K_b) در شکل (آ) بزرگ‌تر از شکل (ب) است.
- (۲) قدرت بازی برخلاف غلظت یون هیدرونیوم، در شکل (آ) بیشتر از شکل (ب) است.
- (۳) نسبت غلظت یون هیدروکسید در ترکیب (آ) به یون هیدرونیوم در ترکیب (ب) برابر $\frac{1}{8} \times 10^{11}$ است.
- (۴) در شرایط یکسان، رسانایی الکتریکی محلول (آ) کمتر از محلول (ب) است.

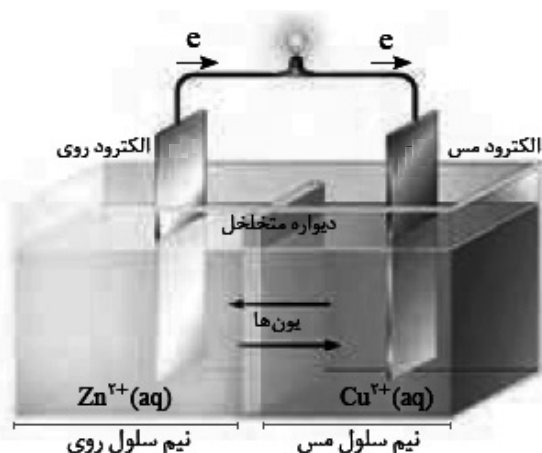
محل انجام محاسبات

۲۲۶- اگر ۲/۲۴ میلی لیتر گاز N_2O_5 در شرایط STP در ۲۵۰ میلی لیتر آب مقطر به طور کامل حل شود، pH تقریبی محلول به دست آمده کدام بوده و در این محلول، غلظت یون هیدرونیوم چند برابر غلظت یون هیدروکسید است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) ($\log 2 \approx 0.3$) (واکنش در دمای اتاق انجام می‌شود.)



$$1/6 \times 10^7 - 2/9 \quad (4) \quad 1/6 \times 10^7 - 3/1 \quad (3) \quad 6/4 \times 10^7 - 2/9 \quad (2) \quad 6/4 \times 10^7 - 3/1 \quad (1)$$

۲۲۷- با توجه به شکل زیر، کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟ ($Zn = 65, Cu = 64 : g \cdot mol^{-1}$)



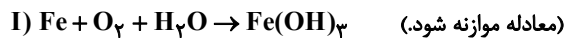
- (۱) در این سلول گالوانی، الکتروود روی کاهنده و کاتد بوده و از این رو قطب مثبت است.
 (۲) با گذشت زمان، از جرم تیغه روی کاسته شده و به جرم تیغه مسی افزوده می‌شود.
 (۳) جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی همانند جهت حرکت کاتیون‌ها بین دو نیم سلول، از چپ به راست است.
 (۴) به ازای جابه‌جایی هر ۲ مول الکترون در مدار بیرونی، یک گرم از مجموع جرم تیغه‌های مس و روی کاسته می‌شود.
- ۲۲۸- با توجه به پتانسیل‌های داده شده چند مورد از عبارات‌های زیر درست است؟

$$E^\circ \left(\frac{Zn^{2+}}{Zn} \right) = -0.76V \quad \text{و} \quad E^\circ \left(\frac{Ag^+}{Ag} \right) = +0.8V \quad , \quad E^\circ \left(\frac{Fe^{2+}}{Fe} \right) = -0.44V$$

- (آ) واکنش $Ag(s) + Zn^{2+}(aq) \rightarrow \dots$ از لحاظ انجام‌پذیری با واکنش $Zn(s) + Fe^{2+}(aq) \rightarrow \dots$ مشابه است.
 (ب) در سلول متشکل از نیم سلول روی و نقره، مجموع ضرایب مواد در واکنش انجام شده برابر ۶ است.
 (پ) در سلول متشکل از نیم سلول‌های روی و آهن، الکترون از تیغه آهن به سمت روی در جریان است.
 (ت) پتانسیل ایجاد شده در سلول روی-نقره، بیش از یک ولت با پتانسیل ایجاد شده در سلول روی-آهن تفاوت دارد.

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

۲۲۹- واکنش (I) فرایند خوردگی آهن را نشان می‌دهد و واکنش (II) نیم‌واکنش کاهش مربوط به سلول‌های نور-الکتروشیمیایی است.



با توجه به معادله‌های داده شده عبارت کدام گزینه نادرست است؟ ($H=1, Si=28, Fe=56, O=16 : g \cdot mol^{-1}$) و ($\log 2 \approx 0.3$)

(۱) مجموع ضرایب مواد در واکنش (II) دو برابر ضریب H_2O در واکنش (I) است.

(۲) اگر در واکنش (II) ۱۰۰ mL محلول H^+ با $pH = 0.7$ مصرف شود، ۱۴۰ گرم سیلیسیم به دست می‌آید.

(۳) تغییر عدد اکسایش هر اتم آهن، ۰/۷۵ برابر مقدار تغییر عدد اکسایش Si است.

(۴) با مصرف ۶/۷۲ لیتر گاز O_2 در شرایط STP، ۴۲/۸ گرم $Fe(OH)_3$ به دست می‌آید.

محل انجام محاسبات

۲۳۰- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) در فرایند هال، به ازای مبادله $۱۰^{۲۲} \times ۰.۴ / ۱۲$ الکترون، مقدار $۲/۲۴$ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP تولید می‌شود.
 (۲) در آبکاری نقره بر روی قاشق، در کاتد بر روی سطح قاشق واکنش $Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s)$ انجام می‌شود.
 (۳) در حلی خراشیده شده، فلز آهن در نیم‌واکنش اکسایش شرکت کرده و در سطح کاتد واکنش $O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$ انجام می‌شود.
 (۴) فراورده نهایی خوردگی آهن، زنگ آهن با فرمول $Fe(OH)_3$ می‌باشد و در محیط اسیدی میزان خوردگی آهن بیشتر می‌باشد.

۲۳۱- کدام موارد از مطالب زیر درست‌اند؟

- (آ) دریای الکترونی عاملی است که چیدمان کاتیون‌ها در شبکه بلوری فلز را حفظ می‌کند.
 (ب) تنها الکترون‌های آخرین زیرلایه اشغال شده در دریای الکترونی فلز شرکت دارند.
 (پ) حرکت آزادانه الکترون‌ها در دریای الکترونی سبب می‌شود که نتوان آن‌ها را متعلق به یک اتم معین دانست.
 (ت) مدل دریای الکترونی برای پیش‌بینی تنوع عددهای اکسایش نیز قابلیت دارد.

(۱) «آ» و «ت» (۲) «آ» و «پ» (۳) «ب» و «ت» (۴) «ت» و «پ»

۲۳۲- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- * در تمام ترکیب‌های یونی، عدد کوئوردیناسیون آنیون و کاتیون با هم برابر است.
 * در ترکیب‌های یونی نیروهای جاذبه میان یون‌های ناهمنام بر نیروهای دافعه میان یون‌های همنام غالب است.
 * واکنش آهسته فلز سدیم با گاز کلر منجر به تولید ترکیب یونی با عدد کوئوردیناسیون ۶ برای کاتیون می‌شود.
 * از میان ترکیب‌های کربونیل سولفید، SO_2 ، NO ، آمونیاک، کلروفرم و CH_2Cl_2 ، ۵ ترکیب در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

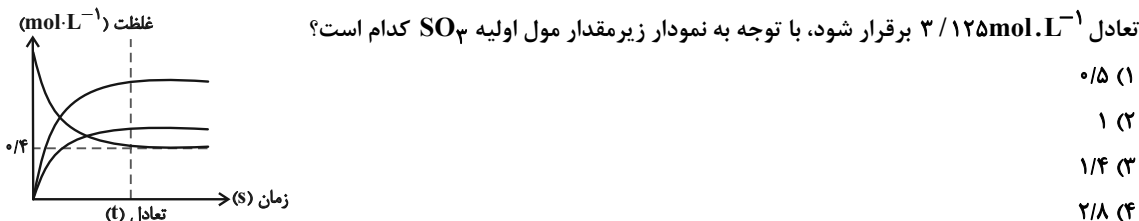
۲۳۳- کدام گزینه مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب‌های یونی را به درستی نشان می‌دهد؟

(۱) $MgO < NaF < CaS < KCl$ (۲) $MgO < NaF < CaS < KCl$

(۳) $KCl < CaS < NaF < MgO$ (۴) $CaS < MgO < KCl < NaF$

۲۳۴- اگر در یک دمای ثابت مقداری SO_3 را وارد یک ظرف ۲ لیتری کنیم تا تعادل گازی $2SO_2 + O_2 \rightleftharpoons 2SO_3$ با ثابت

تعادل $3/125 \text{ mol} \cdot L^{-1}$ برقرار شود، با توجه به نمودار زیر مقدار مول اولیه SO_3 کدام است؟



(۱) ۰/۵

(۲) ۱

(۳) ۱/۴

(۴) ۲/۸

۲۳۵- با توجه به ساختارهای (آ) و (ب)، همه عبارت‌های زیر درست‌اند، به جز ... ($C = ۱۲, O = ۱۶, H = ۱: g \cdot mol^{-1}$)

(۱) نسبت شمار اتم‌های C به H در ترکیب (ب) با نسبت شمار

اتم‌های H به C در نفتالن یکسان است.

(۲) تفاوت جرم مولی ترکیب (ب) با جرم مولی بنزوئیک اسید

برابر ۱۶ گرم بر مول می‌باشد.

(۳) در ترکیب (آ) دو اتم کربن با عدد اکسایش +۳ و در ترکیب (ب) دو اتم کربن با عدد اکسایش -۳ وجود دارد.

(۴) ساختار (آ) مربوط به یکی از مونومرهای سازنده پلیمر بطری آب است و می‌توان آن را از واکنش ترکیب (ب) با محلول آبی و رقیق

پتاسیم پرمنگنات در شرایط مناسب تهیه کرد.

محل انجام محاسبات

دفترچه پاسخ

آزمون ۷ خرداد ماه ۱۴۰۰ اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)



پدیدآورندگان

| نام درس | نام طراحان |
|------------------------------|--|
| حسابان ۲ و ریاضی پایه | عباس اشرفی - سعید اکبرزاده - پیمان امیری - امیر هوشنگ انصاری - روح الله پهلوانی - عادل حسینی - میثم حمزه لویی - آریان حیدری - سامان سلامیان - حسین شفیع زاده - علی شهرابی - سعید عزیزی - فرزین عطاران - سجاد عظیمی - سالار عموزاده - اکبر کلاه ملکی - سروش مؤثینی - سیروس نصیری - محمد سجاد نقیه |
| هندسه و آمار و ریاضیات گسسته | امیر حسین ابومحبوب - سامان اسپهرم - جواد حاتم - عادل حسینی - سید محمد رضا حسینی فرد - افشین خاصه خان - محمد خندان - احسان خیراللهی - فرشاد فرامرزی - احمد رضا فلاح - نیلوفر مهدوی - امیر وفائی - سرز یقیا زاریان تیریزی |
| فیزیک | بابک اسلامی - عبدالرضا امینی نسب - زهره آقامحمدی - محمدعلی راست پیمان - سعید شرق - سعید طاعری بروجنی - مسعود قره خانی - محسن قندچلر - مصطفی کیانی - علیرضا گونه - امیر حسین مجوزی - غلامرضا محبی - حسین مخدومی - سیدعلی میرنوری - سعید میرنوری - شادمان ویسی |
| شیمی | شهرام امیرمحمودی - امیر حسین بختیاری - محمد رضا پور جاوید - حامد پویان نظر - احمد رضا جشانی پور - امیر حاتمیان - موسی خیاط علیمحمدی - حسن رحمتی کوکنده - فرزاد رضایی - مرتضی رضائی زاده - روزبه رضوانی - حمیدرضا رضوی - مهدی روانخواه - محمد رضا زهرهوند - منصور سلیمانی ملکان - میلاد شیخ الاسلامی خیابوی - مسعود طبرسا - رسول عابدینی زواره - محمد عظیمیان زواره - حسن عیسی زاده - جواد کتابی - مهدی مهبوتی - محمد حسن محمدزاده مقدم - مرتضی نصیرزاده - امین نوروزی - شهرام همایون فر - محمد رضا یوسفی |

گزینشگران و ویراستاران

| نام درس | حسابان ۲ و ریاضی پایه | هندسه و آمار و احتمال | ریاضیات گسسته | فیزیک | شیمی |
|----------------|-----------------------------------|-----------------------|--------------------|---------------------------------------|-------------------------------|
| گزینشگر | اکبر کلاه ملکی | امیر حسین ابومحبوب | امیر حسین ابومحبوب | سیدعلی میرنوری | ایمان حسین نژاد |
| گروه ویراستاری | علی مرشد علی ارجمند | مجتبی تشیعی | مجتبی تشیعی | سید سروش کریمی مداحی زهره آقامحمدی | علی یاراحمدی |
| | ویراستار استاد: مهدی ملارمضانی | عادل حسینی | عادل حسینی | ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری | سیدعلی موسوی مهلا تابش نیا |
| مسئول درس | عادل حسینی | امیر حسین ابومحبوب | امیر حسین ابومحبوب | بابک اسلامی | محمد حسن محمدزاده مقدم |
| باربینی نهایی | | ملیکا کیان فرد | ملیکا کیان فرد | --- | محمد قره قلی |

گروه فنی و تولید

| | |
|----------------|--|
| مدیر گروه | محمد اکبری |
| مسئول دفترچه | نرگس غنی زاده |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمد رضا اصفهانی |
| حروف نگار | فاطمه علی یاری - فرزانه فتح الله زاده |
| ناظر چاپ | سوران نعیمی |

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

ریاضیات

گزینه ۲ - ۱۰۱

(عارل مسینی)

با توجه به این که در نامعادله داده شده علامت مساوی وجود دارد و همچنین بازه‌های مجموعه جواب در $x = -7$ و $x = 2$ بسته است، به سادگی نتیجه می‌شود که $x = -7$ و $x = 2$ صفرهای عبارت صورت و $x = -3$ نیز صفر عبارت منفرجه است. پس داریم:

$$\frac{x^2 + ax + b}{x + c} = \frac{(x+7)(x-2)}{x+3} = \frac{x^2 + 5x - 14}{x+3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = -14 \Rightarrow a + b + c = -6 \\ c = 3 \end{cases}$$

(ریاضی ۱ - معارله‌ها و نامعارله‌ها: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۳)

گزینه ۲ - ۱۰۲

(سعید عزیزی)

$$\text{آهنگ متوسط تغییر تابع} = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{\sqrt{4} - 1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{آهنگ لحظه‌ای} = f'(x) \Rightarrow f'(x) = 2\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}(2x-1)$$

$$\xrightarrow{x=1} f'(1) = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف آهنگ‌های تغییر} = \frac{1}{3} - \frac{5}{2} = \frac{26-15}{6} = \frac{11}{6}$$

(مسایان ۲ - مشتق: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

گزینه ۱ - ۱۰۳

(سین شفیق زاده)

برای اینکه حاصل حد در همسایگی‌های چپ و راست $x = b$ یکسان باشد، لازم است منفرجه ریشه مضاعف داشته باشد:

$$\Delta = 0 \Rightarrow 64 - 4a^2 = 0 \Rightarrow a = \pm 4$$

$$\text{غ ق ق} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{4(x-1)^2} = +\infty$$

$$\text{اگر } a = -4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{-4(x+1)^2} = -\infty$$

$$\Rightarrow a = -4, b = -1 \Rightarrow a + b = -5$$

(مسایان ۲ - مرهای نامتناهی - هر در بی‌نهایت: صفحه‌های ۳۶ تا ۵۵)

گزینه ۳ - ۱۰۴

(مهمربار تقیه)

ضابطه‌های تابع را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+13} + 11 & ; x < 3 \\ ax - \log_7(3x-1) & ; x \geq 3 \end{cases}$$

هر دو ضابطه در دامنه‌هایشان پیوسته‌اند، بنابراین برای پیوستگی f ، کافی است در $x = 3$ پیوسته باشد. داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (\sqrt{x+13} + 11) = \sqrt{16} + 11 = 15 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = f(3) = 3a - \log_7^{\Delta} 3 = 3a - 3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{شرط پیوستگی}} 3a - 3 = 15 \Rightarrow a = 6$$

حال مقدار $f\left(\frac{17}{3}\right)$ را از ضابطه پایین تابع حساب می‌کنیم:

$$f\left(\frac{17}{3}\right) = 6\left(\frac{17}{3}\right) - \log_7(16) = 34 - 4 = 30$$

(مسایان ۱ - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

گزینه ۲ - ۱۰۵

(میثم حمزه‌لوی)

مجموع همه اعداد ۱۳۸ است، یعنی مجموع n جمله اول دنباله‌ای حسابی با جمله اول $a_1 = 13$ و جمله n ام $a_n = 33$ برابر ۱۳۸ است. حال طبق رابطه $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ داریم:

$$\frac{n}{2}(13 + 33) = 138 \Rightarrow 23n = 138 \Rightarrow n = 6$$

یعنی $n - 2 = 4$ واسطه حسابی بین دو عدد ۱۳ و ۳۳ قرار داده‌ایم. پس قدرنسبت دنباله حسابی حاصل برابر $d = \frac{30}{n-1} = \frac{30}{5} = 6$ است که جملات این دنباله به صورت زیر خواهد بود:

$$13, 19, 25, 31, 37, 43$$

۴ واسطه حسابی

پس اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین واسطه برابر $43 - 13 = 30$ است.

(مسایان ۱ - پیر و معارله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

گزینه ۳ - ۱۰۶

(سپروس نصیری)

تابع $f - 1$ به صورت $\{(3, 0), (4, 1), (5, -4)\}$ است. حال چون برد $f - 1$ زیرمجموعه‌ای از دامنه g است. دامنه تابع $g \circ (f - 1)$ همان دامنه تابع $f - 1$ (دامنه تابع f) است. داریم:

$$g \circ (f - 1) = \{(3, 3), (4, 0), (5, -1)\}$$

حال چون مقدار تابع $g \circ (f - 1)$ به ازای ورودی ۴ برابر صفر است، از دامنه تابع h حذف می‌شود:

$$\Rightarrow D_h = \{3, 5\} \Rightarrow \text{مجموع اعضا} = 8$$

(مسایان ۱ - تابع: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

گزینه ۴ - ۱۰۷

(سعید اکبرزاده)

معادله $f(x) = 0$ یعنی $x^2 - (m+3)x + m + 6 = 0$ باید دو ریشه منفی متمایز داشته باشد که داریم:

$$\Delta > 0 \Rightarrow (m+3)^2 - 4(m+6) > 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 6m + 9 - 4m - 24 > 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 2m - 15 = (m-3)(m+5) > 0$$

$$\Rightarrow m < -5 \text{ یا } m > 3 \quad (1)$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} : S = -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow -\frac{-(m+3)}{1} < 0$$

$$\Rightarrow m + 3 < 0 \Rightarrow m < -3 \quad (2)$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} : P = \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow m + 6 > 0 \Rightarrow m > -6 \quad (3)$$

حال باید بین (۱)، (۲) و (۳) اشتراک بگیریم:

$$(1) \cap (2) \cap (3) : -6 < m < -5$$

بنابراین m هیچ عدد صحیحی نمی‌تواند باشد.

(مسایان ۱ - پیر و معارله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} = \frac{4 \times \frac{1}{3}}{2} = \frac{16}{3}$$

(مسابان ۱ - پیر و معارله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۱۱۰ - گزینه «۴» (سامان سلامیان)

صورت و منخرج عبارت داده شده را در مزدوج منخرج ضرب می‌کنیم:

$$A = \frac{1 + \sqrt[3]{4}}{1 + \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{4}} \times \frac{1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}}{1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}} = \frac{(1 + \sqrt[3]{4})(1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4})}{(1 + \sqrt[3]{2})^2 - (\sqrt[3]{4})^2}$$

$$= \frac{(1 + \sqrt[3]{4})(1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}) \sqrt[3]{16}}{1 + \sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{16}} = \frac{2\sqrt[3]{2}(1 + \sqrt[3]{4})(1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4})}{1 + \sqrt[3]{4}}$$

$$= (1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}) \times \frac{\sqrt[3]{2} - 1}{\sqrt[3]{2} - 1} = \frac{(\sqrt[3]{2})^3 - 1}{\sqrt[3]{2} - 1} = \frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1}$$

دقت کنید که در ساده‌سازی بالا از اتحاد معروف به چاق و لاغر نیز به

صورت $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ استفاده کرده‌ایم.

(ریاضی ۱ - توان‌های گویا و عبارات‌های پیروی: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

۱۱۱ - گزینه «۳» (عباس اشرفی)

روش اول:

$$y = (x + \sqrt{x} + \frac{1}{4}) - \frac{1}{4} = (\sqrt{x} + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} \Rightarrow y + \frac{1}{4} = (\sqrt{x} + \frac{1}{2})^2$$

دامنه و برد f و در نتیجه دامنه و برد f^{-1} نیز بازه $[0, +\infty)$ است. حال ریشه

دوم می‌گیریم و مقدار مثبت را در نظر می‌گیریم:

$$\sqrt{y + \frac{1}{4}} = \sqrt{x} + \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{y + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} = \sqrt{x}$$

$$\rightarrow \text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم} \rightarrow x = (\sqrt{y + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2})^2 \rightarrow \text{به توان } 2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = (\sqrt{x + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2})^2 = x + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}$$

$$= x + \frac{1}{2} - \sqrt{x + \frac{1}{4}} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow a + 2b = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

روش دوم:

نقاط $(0,0)$ و $(1,2)$ در ضابطه f صدق می‌کنند، بنابراین $(0,0)$ و $(2,1)$ در

ضابطه f^{-1} صدق می‌کنند، داریم:

$$\begin{cases} f^{-1}(0) = a - \sqrt{b} = 0 \Rightarrow b = a^2 \quad (*) \\ f^{-1}(2) = 2 + a - \sqrt{2 + b} = 1 \Rightarrow 2 + a - \sqrt{2 + a^2} = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + 1 = \sqrt{a^2 + 2} \xrightarrow{\text{توان } 2} a^2 + 1 + 2a = a^2 + 2$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2} \xrightarrow{(*)} b = \frac{1}{4}$$

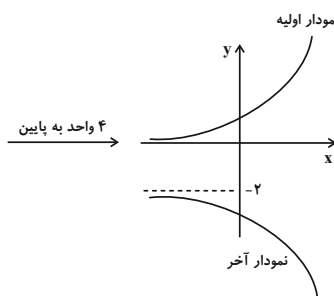
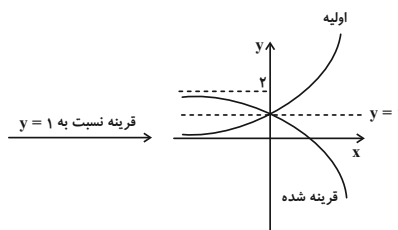
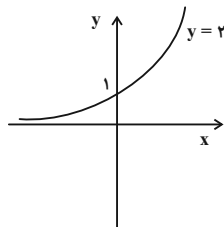
$$\Rightarrow a + 2b = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

(مسابان ۱ - تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۱۰۸ - گزینه «۱»

(سروش موئینی)

ابتدا تبدیل‌های مورد نظر را روی تابع $y = 2^x$ انجام می‌دهیم:



با کمی دقت مشخص می‌شود که دو نمودار در شکل بالا نسبت به خط $y = -1$ قرینه‌اند.

(مسابان ۲ - تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

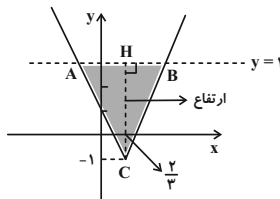
۱۰۹ - گزینه «۱»

(علی شورایی)

ضابطه تابع رادیکالی را ساده می‌کنیم:

$$y = \sqrt{9x^2 - 12x + 4} - 1 = \sqrt{(3x - 2)^2} - 1 = |3x - 2| - 1$$

تابع به دست آمده و خط $y = 3$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:



طول نقاط A و B را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} 3x - 2 = 4 \Rightarrow x_B = 2 \\ |3x - 2| - 1 = 3 \Rightarrow |3x - 2| = 4 \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2 = 4 \Rightarrow x_B = 2 \\ 3x - 2 = -4 \Rightarrow x_A = -\frac{2}{3} \end{cases} \end{cases}$$

در مثلث ABC داریم:

$$\text{قاعده} = |x_B - x_A| = |2 - (-\frac{2}{3})| = \frac{16}{3}$$

ارتفاع مثلث هم که ۴ واحد است: $CH = 4$

(پیمان امیری)

۱۱۴ - گزینه «۴»

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt[3]{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)(\sqrt[3]{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt[3]{x}-1)}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(\sqrt[3]{x}-1)}{\sqrt{x}-1}$$

برای به دست آوردن حاصل حد مبهم بالا می‌توانیم از اتحاد معروف به چاق و لاغر در عبارت استفاده کنیم. اما راه ساده‌تر استفاده از قضیه هوییتال است. داریم:

$$2 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1} = 2 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = 2 \frac{\frac{1}{\sqrt[3]{1^2}}}{\frac{1}{2\sqrt{1}}} = \frac{4}{3}$$

(مسابان ۱ - فر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

(امیرهوشنگ انصاری)

۱۱۵ - گزینه «۲»

نقطه $(-2, 0)$ روی نمودار تابع قرار دارد، پس مختصات آن در ضابطه تابع صدق می‌کند.

$$f(0) = a \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + c = \frac{a}{2} + c = -2 \quad (*)$$

مقدار مینیمم تابع نیز برابر ۵- است، داریم:

$$-|a| + c = -5 \Rightarrow c = |a| - 5$$

با جای گذاری برابری بالا در معادله (*) داریم:

$$\frac{a}{2} + |a| - 5 = -2 \Rightarrow 2|a| + a = 6 \Rightarrow \begin{cases} a = 2, & c = -3 \\ a = -6, & c = 1 \end{cases}$$

غقی ق

دقت کنید که در حالت $a = -6$ و $c = 1$ بیشینه تابع برابر ۷ است که با توجه به نمودار نادرست و غیرقابل قبول است.

از طرفی دوره تناوب تابع برابر ۱ است:

$$T = \frac{2\pi}{|b|\pi} = \frac{2}{|b|} = 1 \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow b = \pm 2$$

پس ضابطه f به یکی از صورت‌های $f(x) = 2 \cos(2\pi x - \frac{\pi}{3}) - 3$ یا

$$f(x) = 2 \cos(2\pi x + \frac{\pi}{3}) - 3$$

شده انتقال یافته نمودار تابع $y = \cos x$ به سمت راست است، ضابطه اولی قابل قبول است:

$$\Rightarrow a + b + c = 2 + 2 - 3 = 1$$

(مسابان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(عادل عسینی)

۱۱۲ - گزینه «۴»

اگر $x = a$ جواب معادله باشد، داریم:

$$\log_{\sqrt[3]{2}}^{(1-6a)} + \log_{\sqrt[3]{2}}^{2a} = \frac{1}{2} \log_{\sqrt[3]{2}}^{(1-6a)} - \log_{\sqrt[3]{2}}^{2a}$$

$$= \log_{\sqrt[3]{2}}^{\sqrt[3]{1-6a}} - \log_{\sqrt[3]{2}}^{2a} = \log_{\sqrt[3]{2}}^{\sqrt[3]{1-6a}} - \log_{\sqrt[3]{2}}^{2a} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt[3]{1-6a}}{2a} = 2 \Rightarrow \sqrt[3]{1-6a} = 4a \xrightarrow{\text{توان } 3} 1-6a = 16a^3$$

$$\Rightarrow 16a^3 + 6a - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ a = \frac{1}{8} \end{cases}$$

در معادله صدق نمی‌کند:

$$\Rightarrow \log_{\frac{2}{a}}^{2a} = \log_{\frac{2}{a}}^{\frac{1}{2}} = \log_{\frac{2}{a}}^{2^{-1}} = \log_{\frac{2}{a}}^{2^{-2}} = \log_{\frac{2}{a}}^{2^{-2}} = \frac{-2}{-2} \log_{\frac{2}{a}}^{2} = \frac{2}{9}$$

(مسابان ۱ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

(روح‌اله پولوانی)

۱۱۳ - گزینه «۳»

با استفاده از اتحادهای $1 \pm \sin 2\alpha = (\sin \alpha \pm \cos \alpha)^2$

$$\text{و } \sin \alpha \pm \cos \alpha = \sqrt{2} \sin\left(\alpha \pm \frac{\pi}{4}\right)$$

داریم:

$$A = \frac{\sqrt{1 + \sin \alpha}}{\sqrt{2} \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{\sqrt{\left(\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}\right)^2}}{\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{|\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}|}{\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}}$$

$$\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \xrightarrow{+2} \frac{3\pi}{4} < \frac{\alpha}{2} < \pi$$

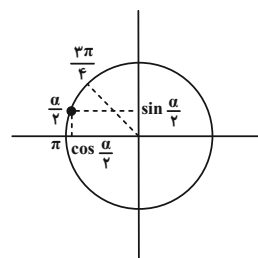
از طرفی:

در این ناحیه همواره مقدار $\sin \frac{\alpha}{2}$ عددی مثبت و $\cos \frac{\alpha}{2}$ مقداری منفی

است. با توجه به این که قدرمطلق عدد منفی از قدرمطلق عدد مثبت بزرگ‌تر

است. مجموع آن‌ها عددی منفی خواهد بود. پس داخل قدرمطلق مقادیری

منفی خواهد بود.



$$\Rightarrow A = \frac{-(\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2})}{\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}} = -1$$

(مسابان ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(غریزین عطاران)

۱۱۸- گزینه «۴»

از تابع h مشتق می‌گیریم:

$$h'(x) = (6x - 2)f(3\sqrt{x}) + (3x^2 - 2x)\left(\frac{3}{\sqrt{x}}\right)f'(3\sqrt{x})$$

$$\Rightarrow h'(1) = 4f(3) + \frac{3}{\sqrt{1}}f'(3) = 4\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{3}{\sqrt{1}}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{3} + \frac{3}{3} = \frac{7}{3}$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

(سوار عظمی)

۱۱۹- گزینه «۲»

ابتدا ضابطه f را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{x^2 + 1 + 2x}{x^2 + 1} = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} + \frac{2x}{x^2 + 1} = 1 + \frac{2x}{x^2 + 1}$$

و سپس نقاط بحرانی تابع f را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = 0 + \frac{2 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2} \Rightarrow \frac{2 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2} = 0 \Rightarrow 2x^2 = 2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

و جدول تغییرات f را به صورت زیر می‌نویسیم:

| | | |
|------|-----|-----|
| x | -1 | 1 |
| f' | - | + |
| f | ↘ | ↗ |
| | min | max |

پس نقاط $A(-1, 0)$ و $B(1, 2)$ نقاط اکسترمم نسبی تابع f هستند و فاصله

آن‌ها برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (0 - 2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

(اکبر کلاه‌ملکی)

۱۲۰- گزینه «۲»

تابع از درجه ۴ است و نقطه عطف ندارد، بنابراین با توجه به نمودار، تفرع آن

همواره رو به پایین است. یعنی $f'' < 0$:

$$f'(x) = -\frac{1}{\lambda}x^3 + 3bx^2 + a \Rightarrow f''(x) = -\frac{3}{\lambda}x^2 + 6bx$$

برای این که همواره $f'' < 0$ باشد، $b = 0$ باید باشد.

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{\lambda}x^4 + ax$$

از طرفی $x = -\sqrt[3]{32}$ یکی از صفرهای تابع است:

$$f(-\sqrt[3]{32}) = 0 \Rightarrow -\frac{1}{\lambda}(-\sqrt[3]{32})^4 + a\sqrt[3]{32}$$

$$= -\frac{32}{\lambda}\sqrt[3]{32} - a\sqrt[3]{32} = -(a + \frac{32}{\lambda})\sqrt[3]{32} = 0 \Rightarrow a = -\frac{32}{\lambda}$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۳)

(آریان عبیری)

۱۱۶- گزینه «۲»

ابتدا کمی معادله را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\sqrt{2} \sin x + \cos x + 1 = 0$$

حالا به کمک روابط 2α می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \\ \cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1 \Rightarrow \cos x + 1 = 2 \cos^2 \frac{x}{2} \end{cases}$$

پس داریم:

$$\sqrt{2} \left(2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}\right) + \left(2 \cos^2 \frac{x}{2}\right) = 0 \Rightarrow 2 \cos \frac{x}{2} \left(\sqrt{2} \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos \frac{x}{2} = 0 \\ \sqrt{2} \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} = 0 \Rightarrow \tan \frac{x}{2} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

واضح است که وقتی $0 \leq x \leq 2\pi$ است، $0 \leq \frac{x}{2} \leq \pi$ است، یعنی زاویه در

محدوده ربع‌های اول و دوم دایره مثلثاتی قرار دارد. مشخص است که در این محدوده، مقدار کسینوس یک بار برابر صفر و مقدار تانژانت هم یک بار برابر با عددی منفی می‌شود، پس این معادله دو جواب دارد.

(مسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(سالار عموزاده)

۱۱۷- گزینه «۴»

تابع در $x = \frac{\pi}{2}$ نیز مشتق پذیر است، بنابراین در این نقطه ابتدا باید بیوسته

باشد:

$$\begin{cases} \text{حد چپ: } \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} (a \sin^2 x - 3 \cos x) = a - 0 = a \\ \text{حد راست و مقدار: } f(\frac{\pi}{2}) = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} f(x) = 1 - b \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1 - \frac{b}{2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{شرط پیوستگی}} a = 1 - \frac{b}{2} \quad (*)$$

حال مشتق تابع را حساب می‌کنیم:

$$f'(x) = \begin{cases} a \sin 2x + 3 \sin x & ; x < \frac{\pi}{2} \\ \cos x + \frac{b}{2} \sin x & ; x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{مشتق چپ: } f'_-\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 + 3 = 3 \\ \text{مشتق راست: } f'_+\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 + \frac{b}{2} = \frac{b}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{مشتق پذیری}} b = 6$$

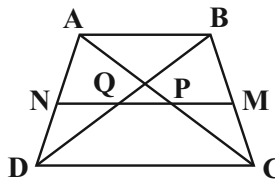
$$\xrightarrow{(*)} a = 1 - \frac{b}{2} = 1 - 3 = -2$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۱۲۱- گزینه «۳»

(سررُ یقیا: اریان تبریزی)

در دوزنقه ABCD پاره خط موازی قاعده‌ها ساق‌ها را به ترتیب در نقاط M و N قطع می‌کند. طبق فرض سؤال $\Delta AB = \Delta CDE$ است. قطرهای دوزنقه، پاره خط MN به موازات قاعده‌ها را به ترتیب در نقاط P و Q قطع می‌کنند. طبق فرض: $NQ = PQ = PM$ است.



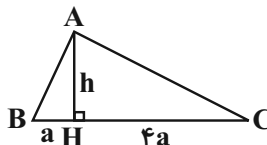
$$\begin{aligned} \Delta ABD: NQ \parallel AB &\xrightarrow{\text{تممیم قضیه تالس}} \frac{DN}{AD} = \frac{NQ}{AB} \quad (1) \\ \Delta ADC: NP \parallel DC &\xrightarrow{\text{تممیم قضیه تالس}} \frac{AN}{AD} = \frac{NP}{DC} \\ &= \frac{2NQ}{5AB} = \frac{4NQ}{5AB} \quad (2) \\ (1), (2) \Rightarrow \frac{DN}{AN} = \frac{NQ}{4NQ} &\Rightarrow \frac{DN}{AN} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{AN}{DN} = \frac{4}{1} \end{aligned}$$

(هنرسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱۲۲- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌شان)

با توجه به روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:



$$\begin{aligned} AH^2 = BH \times CH &\Rightarrow h^2 = a \times 4a \Rightarrow h = 2a \\ S = \frac{1}{2} AH \times BC &= \frac{1}{2} \times 2a \times 5a = 5a^2 \\ \Rightarrow 5a^2 = 45 &\Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow BC = 5 \times 3 = 15 \end{aligned}$$

(هنرسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۱۲۳- گزینه «۴»

(امیرحسین ایوبیوب)

در چند ضلعی بزرگتر، تعداد نقاط مرزی و درونی به ترتیب $b = 5$ و $i = 10$ است:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{5}{2} + 10 - 1 = 11 \frac{1}{2}$$

در چندضلعی کوچکتر، تعداد نقاط مرزی و درونی به ترتیب $b' = 4$ و $i' = 1$ است:

$$S' = \frac{b'}{2} + i' - 1 = \frac{4}{2} + 1 - 1 = 2$$

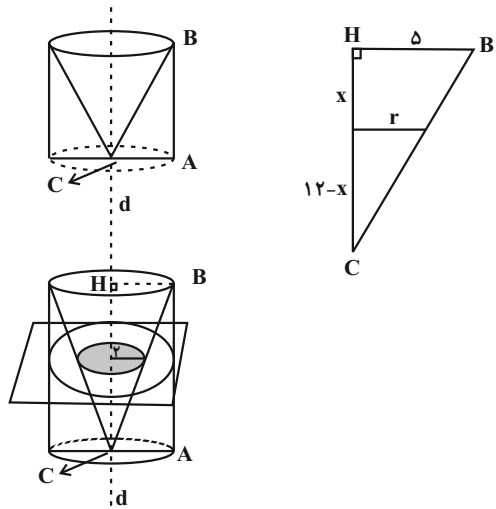
$$\text{مساحت بین دو چندضلعی} = S - S' = 11 \frac{1}{2} - 2 = 9 \frac{1}{2}$$

(هنرسه ۱ - چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۱۲۴- گزینه «۳»

(سررُ یقیا: اریان تبریزی)

در مثلث ABC، از رأس C عمود وارد بر ضلع AC را رسم می‌کنیم. از دوران مثلث ABC حول خط d گذرا از رأس C، یک استوانه حاصل می‌شود که یک مخروط از میان آن برداشته شده است. سطح مقطع حاصل از تقاطع صفحه P با شکل حاصل از دوران مثلث ABC حول خط d، حلقه‌ای به شعاع درونی r و شعاع بیرونی ۵ است. (مساحت دایره‌ای به شعاع AC که مساحت قسمت هاشورخورده از آن برداشته شده است.)



$$\frac{r}{5} = \frac{12-x}{12} \Rightarrow x = 12(1 - \frac{r}{5}) \quad (1)$$

(مساحت دایره به شعاع r) - (مساحت دایره به شعاع AC)

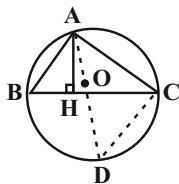
$$= 25\pi - \pi r^2 = \frac{75\pi}{4} \Rightarrow r = \frac{5}{2} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow x = 12(1 - \frac{r}{5}) = 12(1 - \frac{1}{2}) = 6$$

(هنرسه ۱ - تبسّم فضایی: صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۱۲۵- گزینه «۳»

(امسان فی‌الهی)



فرض کنید AD قطر دایره محیطی مثلث ABC باشد. در این صورت زاویه

ACD محاطی رویه‌رو به قطر و در نتیجه برابر 90° است. بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} \hat{B} = \hat{D} = \frac{\widehat{AC}}{2} \\ \hat{H} = \widehat{ACD} = 90^\circ \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تساوی دوزاویه}} \Delta AHB \sim \Delta ACD$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{AH}{6} = \frac{5}{2 \times 4} \Rightarrow AH = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$$

(هنرسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۱۳ و ۲۵)

۱۲۶- گزینه «۱»
(امیرمسین ابومبوب)
فرض کنید R و R' شعاع‌های دو دایره $(R > R')$ و TT' طول مماس مشترک خارجی دو دایره باشد. چون دو دایره سه مماس مشترک دارند، پس مماس خارج هستند و در نتیجه داریم:

$$TT' = 2\sqrt{RR'} = 2\sqrt{R \times \frac{1}{6}R} = \frac{2}{\sqrt{6}}\sqrt{R^2}$$

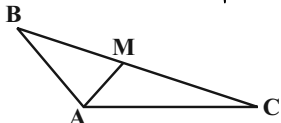
$$= \frac{2\sqrt{6}}{6}R = \frac{\sqrt{6}}{3}R$$

(هندسه ۲ - دایره، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۱۲۹- گزینه «۴»
(مهمر فتران)
طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$= 3^2 + 6^2 - 2 \times 3 \times 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 9 + 36 + 18 = 63$$



حال طبق قضیه میانه‌ها داریم:

$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2} \Rightarrow 3^2 + 6^2 = 2AM^2 + \frac{63}{2}$$

$$\Rightarrow 2AM^2 = 45 - \frac{63}{2} = \frac{27}{2} \Rightarrow AM^2 = \frac{27}{4} \Rightarrow AM = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث، صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۱۳۰- گزینه «۱»
(سیرممرضفا مسینی فرز)
با توجه به فرض و به کمک عبارت $(A+B)^2$ داریم:

$$(A+B)^2 = A^2 + B^2$$

$$(A+B)^2 = (A+B)(A+B) = A^2 + AB + BA + B^2$$

$$\Rightarrow A^2 + AB + BA + B^2 = A^2 + B^2 \Rightarrow AB + BA = \vec{0}$$

$$AB = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & b \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & ab \\ 0 & b \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 0 & b \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix}$$

$$AB + BA = \vec{0} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1+b & ab \\ a & b+1 \end{bmatrix} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} 1+b=0 \\ a=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow a+b=-1$$

(هندسه ۳ - ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۳۱- گزینه «۴»
(اممرضفا فلاج)

$$2A + 3AB = 2B \Rightarrow 2A - 2B = -3AB$$

$$\xrightarrow{A^{-1} \times} 2A^{-1}A - 2A^{-1}B = -3A^{-1}AB$$

$$\Rightarrow 2I - 2A^{-1}B = -3B$$

$$\xrightarrow{\times B^{-1}} 2I \times B^{-1} - 2A^{-1} \underbrace{B \times B^{-1}} = -3 \underbrace{B \times B^{-1}}$$

$$\Rightarrow 2B^{-1} - 2A^{-1} = -3I \xrightarrow{\times \left(-\frac{1}{2}\right)} A^{-1} - B^{-1} = \frac{3}{2}I$$

$$A^{-1} - B^{-1} = \frac{3}{2}I \Rightarrow |A^{-1} - B^{-1}| = \left|\frac{3}{2}I\right|$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 |I| = \frac{27}{4} \times 1 = \frac{27}{4}$$

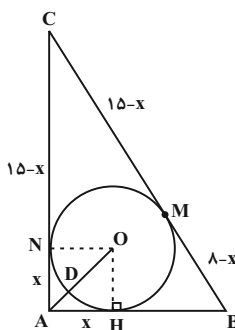
(هندسه ۳ - ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۲۷- گزینه «۱»
(سرر یقیا زاریان تبریزی)

با توجه به اینکه $15^2 = 15^2 + 8^2$ ، می‌توان نتیجه گرفت که مثلث ABC قائم‌الزاویه است. اگر از A به مرکز O وصل کنیم تا دایره را در نقطه D قطع کند، آنگاه AD نزدیک‌ترین فاصله A تا نقاط دایره است، با توجه به شکل، اگر $AH = AN = x$ باشد، آنگاه داریم:

$$BC = 17 \Rightarrow (8-x) + (15-x) = 17 \Rightarrow x = 3$$

بنابراین شعاع دایره محاطی داخلی مثلث، برابر $r = 3$ است و در نتیجه داریم:



$$\Delta OAH : OA^2 = OH^2 + AH^2 = 3^2 + 3^2 = 18$$

$$\Rightarrow OA = 3\sqrt{2}$$

$$AD = OA - OD = 3\sqrt{2} - 3 = 3(\sqrt{2} - 1) \Rightarrow \frac{AD}{r} = \frac{3(\sqrt{2} - 1)}{3} = \sqrt{2} - 1$$

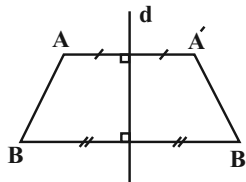
(هندسه ۲ - دایره، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱۲۸- گزینه «۲»
(فرشار فرامرزی)

$$\left. \begin{matrix} AA' \perp d \\ BB' \perp d \end{matrix} \right\} \Rightarrow AA' \parallel BB'$$

$$\text{است بازتاب طولیا است} \Rightarrow AB = A'B' \quad (1)$$

$$(1), (2) \Rightarrow ABB'A' \text{ دوزنقه متساوی الساقین است}$$



از طرفی طبق تمرین ۱ صفحه ۲۹ کتاب درسی، دوزنقه متساوی الساقین یک چهارضلعی محاطی است. همچنین در دوزنقه متساوی الساقین، زوایای مجاور به قاعده‌ها برابر یکدیگر و زوایای مجاور به ساق‌ها مکمل یکدیگرند.

۱۳۲- گزینه «۴» (سامان اسپهرم)

$$F\left(\frac{1-k}{4}, 1\right) \text{ : کانون}$$

$$x = -3y \Rightarrow \frac{1-k}{4} - 1 = -3 \Rightarrow \frac{1-k}{4} = -2 \Rightarrow 1-k = -8$$

$$\Rightarrow k = 9$$

(هنرسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵)

۱۳۶- گزینه «۱» (افشین فاضله‌خان)

اگر زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر θ باشد، آنگاه داریم:

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \Rightarrow \frac{2m + m + 0}{\sqrt{4 + m^2} \sqrt{4 + m^2 + 1}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow 6m = \sqrt{2} \times \sqrt{m^2 + 1} \times \sqrt{4 + m^2 + 1}$$

$$\frac{2}{\text{به توان ۲}} \rightarrow 36m^2 = 2(m^2 + 1)(m^2 + 8)$$

$$\Rightarrow m^4 - 9m^2 + 8 = 0$$

$$\Rightarrow (m^2 - 1)(m^2 - 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m = \pm 2\sqrt{2} \end{cases}$$

دقت کنید که جواب‌های $m = -1$ و $m = -2\sqrt{2}$ قابل قبول نیست، زیرا در

این صورت $\cos \theta < 0$ و $\theta \neq \frac{\pi}{4}$ است.

$$m \text{ حاصل ضرب مقادیر } 1 \times 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

(هنرسه ۳ - بردارها: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۱۳۷- گزینه «۴» (امیررضا فلاح)

فرض کنید \vec{b}' تصویر بردار \vec{b} روی بردار \vec{a} باشد. در این صورت داریم:

$$|\vec{b}'| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}|} \Rightarrow 2 = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{3} \Rightarrow |\vec{a} \cdot \vec{b}| = 6$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}|^2 + 36 = 9 \times 16$$

$$\Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}|^2 = 144 - 36 = 108 \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = 6\sqrt{3}$$

اگر مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی بردارهای $2\vec{a}$ و $3\vec{b}$

و $3\vec{a} - 2\vec{b}$ برابر S باشد، آنگاه داریم:

$$S = |(2\vec{a} + 3\vec{b}) \times (3\vec{a} - 2\vec{b})|$$

$$= |\vec{a} \times \vec{a} - 4\vec{a} \times \vec{b} + 9\vec{b} \times \vec{a} - 6\vec{b} \times \vec{b}|$$

$$= |-4\vec{a} \times \vec{b} - 9\vec{a} \times \vec{b}| = |-13\vec{a} \times \vec{b}| = 13 |\vec{a} \times \vec{b}|$$

$$= 13 \times 6\sqrt{3} = 78\sqrt{3}$$

(هنرسه ۳ - بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

۱۳۸- گزینه «۴» (افشین فاضله‌خان)

می‌دانیم ترکیب شرطی $q \Rightarrow p$ معادل ترکیب فصلی $p \vee \sim q$ است،

بنابراین داریم:

گزینه «۱»:

$$p \Rightarrow (\sim p \Rightarrow p) \equiv p \Rightarrow (p \vee p) \equiv p \Rightarrow p \equiv \sim p \vee p \equiv T$$

گزینه «۲»:

$$(p \wedge \sim p) \Rightarrow (q \vee \sim q) \equiv F \Rightarrow T \equiv T$$

گزینه «۳»:

$$p \vee (p \Rightarrow \sim p) \equiv p \vee (\sim p \vee \sim p) \equiv p \vee \sim p \equiv T$$

گزینه «۴»:

$$\sim p \wedge (\sim p \Rightarrow p) \equiv \sim p \wedge (p \vee p) \equiv \sim p \wedge p \equiv F$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۱۳۳- گزینه «۳» (سامان اسپهرم)

فرض کنید ماتریسی که از افزودن ۲ واحد به درایه واقع در سطر دوم و ستون سوم ماتریس A حاصل می‌شود را B بنامیم. در این صورت اگر درمیان دو ماتریس را برحسب ستون سوم آن‌ها به دست آوریم، داریم:

$$|B| = |A| + 2 \Rightarrow \begin{vmatrix} a+2 & b & c \\ 2 & b+2 & c+2 \\ a & b & c+1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+2 & b & c \\ 2 & b+2 & c \\ a & b & c+1 \end{vmatrix} + 2$$

$$\Rightarrow c \begin{vmatrix} 2 & b+2 \\ a & b \end{vmatrix} - (c+2) \begin{vmatrix} a+2 & b \\ a & b \end{vmatrix} + (c+1) \begin{vmatrix} a+2 & b \\ 2 & b+2 \end{vmatrix}$$

$$= c \begin{vmatrix} 2 & b+2 \\ a & b \end{vmatrix} - c \begin{vmatrix} a+2 & b \\ a & b \end{vmatrix} + (c+1) \begin{vmatrix} a+2 & b \\ 2 & b+2 \end{vmatrix} + 2$$

$$\Rightarrow -2 \begin{vmatrix} a+2 & b \\ a & b \end{vmatrix} = 2 \Rightarrow -2(ab + 2b - ab) = 2 \Rightarrow -6b = 2$$

$$\Rightarrow b = -\frac{1}{3}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، رابطه به مقدار a بستگی ندارد.

(هنرسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۱۳۳- گزینه «۳» (سامان اسپهرم)

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$$

مرکز: $O(1, 2)$

$$\text{شعاع: } R = \frac{1}{2} \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2} - 4(-4) = 3$$

شرط مماس بودن خط بر دایره آن است که فاصله مرکز دایره از خط، برابر شعاع دایره باشد. اگر فاصله مرکز دایره از خط $0 = 3x + 4y - m$ را با d نمایش دهیم، داریم:

$$d = \frac{|3(1) + 4(2) - m|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|11 - m|}{5}$$

$$d = R \Rightarrow \frac{|11 - m|}{5} = 3 \Rightarrow |11 - m| = 15$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 11 - m = 15 \Rightarrow m = -4 \\ 11 - m = -15 \Rightarrow m = 26 \end{cases}$$

(هنرسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۱۳۴- گزینه «۴» (سرر یقین‌آریان تبریزی)

$$\text{فاصله کانونی} = 2c = FF' = 8 \Rightarrow c = 4$$

$$\text{طول قطر کوچک} = 2b = 6 \Rightarrow b = 3$$

$$a^2 = b^2 + c^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow a = 5$$

$$\frac{S_{\triangle ABF'}}{S_{\triangle ABF}} = \frac{\frac{1}{2} OB \times AF'}{\frac{1}{2} OB \times AF} = \frac{AF'}{AF} = \frac{a+c}{a-c} = \frac{5+4}{5-4} = 9$$

(هنرسه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۷ و ۴۸)

۱۳۵- گزینه «۲» (امیررضا فلاح)

ابتدا معادله سهمی را به حالت متعارف می‌نویسیم:

$$y^2 - 2y = -4x - k \xrightarrow{+1} y^2 - 2y + 1 = -4x - k + 1$$

$$\Rightarrow (y-1)^2 = -4\left(x + \frac{k-1}{4}\right)$$

بنابراین دهانه سهمی رو به چپ باز می‌شود و $A\left(\frac{1-k}{4}, 1\right)$ رأس و $a = 1$

فاصله کانونی سهمی است و در نتیجه داریم:

(بوار ماتی)

۱۴۳- گزینه «۱»

فرض کنید A پیشامد یکسان ظاهر شدن تمام سکه‌ها و B_1, B_2, B_3 به ترتیب پیشامدهای آمدن دو رو، دو پشت و یک رو و یک پشت در دو پرتاب اول باشند. در این صورت طبق قانون احتمال کل داریم:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) \\ &+ P(B_3)P(A|B_3) \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times 0 \\ &= \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{3}{16} \end{aligned}$$

تذکر: $P(A|B_1)$ و $P(A|B_2)$ به ترتیب احتمال رو ظاهر شدن تک سکه پرتاب شده و پشت ظاهر شدن سه سکه پرتاب شده هستند.

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

(امیرعسین ابومویب)

۱۴۴- گزینه «۳»

اگر داده‌ها را بدون در نظر گرفتن x مرتب کنیم، داریم:

۳, ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۱۳, ۱۵

با افزودن x ، تعداد داده‌ها برابر ۸ و میانه داده‌ها برابر میانگین دو داده وسط یعنی داده‌های چهارم و پنجم است.

حالت اول: اگر $x \leq 6$ باشد، داده‌های ۶ و ۸ به ترتیب چهارمین و پنجمین

داده بوده و در نتیجه میانه برابر است با:

$$Q_2 = \frac{6+8}{2} = 7$$

حالت دوم اگر $7 \leq x \leq 11$ باشد، آنگاه دو داده x و ۸، دو داده وسط هستند و داریم:

$$Q_2 = \frac{8+x}{2} = 7 + \frac{x}{2} \Rightarrow 7 \leq Q_2 \leq 9 \Rightarrow 0 \leq x \leq 6$$

حالت سوم: اگر $x \geq 12$ باشد، آنگاه داده‌های ۸ و ۱۲، دو داده وسط هستند و

در نتیجه $Q_2 = \frac{8+12}{2} = 10$ است.

پس تنها به ازای حالت اول، یعنی اعداد طبیعی ۱ تا ۶، میانه این داده‌ها برابر ۷ است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

(عادل عسینی)

۱۴۵- گزینه «۲»

بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه به صورت $[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}]$

است، یعنی طول بازه اطمینان برابر $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$ بوده و در نتیجه داریم:

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = 13/2 - 12/6 \Rightarrow \frac{4\sigma}{5} = 0/6 \Rightarrow 4\sigma = 3 \Rightarrow \sigma = 0/75$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

(نیلوغر مهروری)

۱۴۶- گزینه «۳»

$$a = bq + 19, 19 < b \quad (1)$$

$$a + 73 = bq' + 14, 14 < b \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow bq + 19 + 73 = bq' + 14 \Rightarrow bq' - bq = 78$$

$$\Rightarrow b(q' - q) = 78 \Rightarrow b | 78$$

$$\xrightarrow{b > 19} b \in \{26, 39, 78\}$$

با توجه به اینکه b باید زوج باشد، تنها دو مقدار ۲۶ و ۷۸ قابل قبول هستند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

(بوار ماتی)

۱۳۹- گزینه «۴»

حالت‌های ممکن برای افراز مجموعه A به حداقل دو زیرمجموعه تک‌عضوی عبارت‌اند از:

(الف) یک زیرمجموعه سه‌عضوی و دو زیرمجموعه تک‌عضوی:

$$\text{تعداد افرازا} = \binom{5}{3} = 10$$

(ب) یک زیرمجموعه دو‌عضوی و سه زیرمجموعه تک‌عضوی:

$$\text{تعداد افرازا} = \binom{5}{2} = 10$$

(پ) پنج زیرمجموعه تک‌عضوی که فقط شامل یک افراز است. بنابراین تعداد کل افرازا برابر است با:

$$10 + 10 + 1 = 21$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۲۱)

(افشین فاضله‌شان)

۱۴۰- گزینه «۲»

$$\begin{aligned} (A - B) \cup [(A \cap B') \cap ((B - A) \cup A')] \\ = (A - B) \cup [(A - B) \cap ((B - A) \cup A')] \end{aligned}$$

حال طبق قانون جذب، حاصل این عبارت برابر مجموعه $(A - B)$ است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

(امیرعسین ابومویب)

۱۴۱- گزینه «۱»

عددی که بر ۲ و ۳ بخش‌پذیر باشد، بر ۶ بخش‌پذیر است. اگر زیرمجموعه‌هایی از مجموعه $S = \{1, 2, 3, \dots, 200\}$ که اعضای آن‌ها بر ۶ و ۵ بخش‌پذیر هستند را به ترتیب با A و B نمایش دهیم، پیشامد مورد نظر سؤال معادل $A - B$ است. داریم:

$$n(A) = \left\lfloor \frac{200}{6} \right\rfloor = 33$$

$$n(A \cap B) = \left\lfloor \frac{200}{30} \right\rfloor = 6$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{n(A)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

$$= \frac{33}{200} - \frac{6}{200} = \frac{27}{200} = 0/135$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

(نیلوغر مهروری)

۱۴۲- گزینه «۱»

$$P(A|B) = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{3}{4}$$

$$\xrightarrow{P(B) = \frac{2}{5}} P(A \cap B) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{10}$$

$$P(A|B') = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{P(A - B)}{1 - P(B)} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{P(A) - \frac{3}{10}}{1 - \frac{2}{5}} = \frac{1}{4} \Rightarrow P(A) - \frac{3}{10} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow P(A) - \frac{3}{10} = \frac{3}{20} \Rightarrow P(A) = \frac{9}{20}$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

$$\gamma(G) \geq \left\lfloor \frac{p}{\Delta+1} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{15}{3} \right\rfloor = 3$$

از طرفی مطابق شکل مجموعه $A = \{a, b, c\}$ تمام رئوس گراف را احاطه می کند، بنابراین $\gamma(G) = 3$ است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی؛ صفحه های ۴۴ تا ۵۱)

۱۵۲- گزینه «۲» (امیررضا فلاح)

تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 15$ ، برابر است با:

$$\binom{15+3-1}{3-1} = \binom{17}{2} = 136$$

جواب هایی از این معادله که مؤلفه صفر ندارند، در واقع همان جواب های طبیعی معادله هستند که تعداد آن ها برابر است با:

$$\binom{15-1}{3-1} = \binom{14}{2} = 91$$

بنابراین تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله که حداقل یک مؤلفه صفر داشته باشد، برابر است با:

$$136 - 91 = 45$$

(ریاضیان گسسته - ترکیبیات؛ صفحه های ۵۹ تا ۶۱)

۱۵۳- گزینه «۲» (نیلوفر مهری)

مربع لاتین چرخشی $n \times n$ به صورت زیر است:

| | | | | | |
|-------|-----|---|-----|-------|-------|
| ۱ | ۲ | ۳ | ... | $n-1$ | n |
| n | ۱ | ۲ | ... | $n-2$ | $n-1$ |
| $n-1$ | n | ۱ | ... | $n-3$ | $n-2$ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| ۳ | ۴ | ۵ | ... | ۱ | ۲ |
| ۲ | ۳ | ۴ | ... | n | ۱ |

اختلاف درایه های سطر اول و سطر سوم در ستون دوم برابر ۴ است در نتیجه داریم:

$$n - 2 = 4 \Rightarrow n = 6$$

مجموع درایه های هر سطر از مربع لاتین چرخشی 6×6 برابر است با:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

این مربع لاتین دارای ۶ سطر است، پس مجموع کل درایه ها برابر $126 = 6 \times 21$ خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات؛ صفحه های ۶۲ و ۶۳)

۱۵۴- گزینه «۱» (سیرمهرضا مسینی فر)

با توجه به برابری تعداد اعضای دامنه و برد، تابع پوشا حتماً یک به یک است. ابتدا دو عضو را انتخاب می کنیم که زوج مرتب های (x, x) را بسازند که

تعداد حالت ها برابر $\binom{4}{2} = 6$ است. همچنین برای دو عضو دیگر که نباید به صورت (x, x) باشند، فقط یک حالت ممکن است. به عنوان مثال داریم:

$$\{(1,1), (2,4), (3,3), (4,2)\}$$

بنابراین تعداد حالت های ممکن برابر است با:

$$6 \times 1 = 6$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات؛ صفحه های ۷۷ و ۷۸)

۱۵۵- گزینه «۳» (امیر وفائی)

بدترین حالت ممکن آن است که ۵۰ کارت انتخابی همگی اعداد فرد باشند و دو کارت دیگر هیچ کدام مضرب ۴ یا ۸ نباشند، ولی با انتخاب کارت بعدی حداقل سه عدد زوج در میان اعداد روی کارت ها وجود دارد و در نتیجه حاصل ضرب آن ها، عددی مضرب ۸ است. بنابراین حداقل باید ۵۲ کارت انتخاب کنیم.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات؛ صفحه های ۷۹ تا ۸۲)

۱۴۷- گزینه «۲»

(سیرمهرضا مسینی فر)

$$6^n \equiv 3^n \Rightarrow 6^n - 3^n \equiv 0 \Rightarrow 3^n(2^n - 1) \equiv 0 \Rightarrow \frac{3^n}{(3^n, 2^n)} = 1$$

$$2^n - 1 \equiv 0 \Rightarrow 2^n \equiv 1 \quad (1)$$

$$2^{3k} \equiv 1 \rightarrow \text{به توان } k \rightarrow 2^3 \equiv 1 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow n = 3k$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۱۸ تا ۲۲)

۱۴۸- گزینه «۴»

(افشین فاضله قان)

اعدادی بر ۹۹ بخش پذیر هستند که بر ۹ و ۱۱ بخش پذیر باشند.

عدد $abba$ همواره بر ۱۱ بخش پذیر است، چون داریم:

$$\overline{abba} \equiv a - b + b - a \equiv 0$$

بنابراین کافی است بخش پذیری این عدد بر ۹ را بررسی کنیم:

$$\overline{abba} \equiv a + b + b + a \equiv 2(a + b) \equiv 0 \Rightarrow a + b \equiv 0$$

$$\Rightarrow a + b = 9 \text{ یا } 18$$

چون $a \neq 0$ ، پس حالت های ممکن عبارت اند از:

$$1) a = 1, b = 8 \quad 2) a = 2, b = 7 \quad 3) a = 3, b = 6$$

$$4) a = 4, b = 5 \quad 5) a = 5, b = 4 \quad 6) a = 6, b = 3$$

$$7) a = 7, b = 2 \quad 8) a = 8, b = 1 \quad 9) a = 9, b = 0$$

$$10) a = 9, b = 9$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۲۲ و ۲۳)

۱۴۹- گزینه «۱»

(امیر وفائی)

$$25x + 12y = 1110 \Rightarrow 25x \equiv 1110 \Rightarrow x \equiv 6$$

$$\Rightarrow x = 12k + 6 (k \in \mathbb{Z})$$

$$25(12k + 6) + 12y = 1110 \Rightarrow 12y = -25 \times 12k + 960$$

$$\Rightarrow y = -25k + 80$$

$$x - y = (12k + 6) - (-25k + 80) = 37k - 74$$

$$\Rightarrow x - y = 37(k - 2) \equiv 0$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۲۶ تا ۲۹)

۱۵۰- گزینه «۳»

(سیرمهرضا مسینی فر)

در این گراف فقط دورهایی به طول های ۵، ۶، ۷ و ۹ وجود دارد و دوری به طول ۸ وجود ندارد. به عنوان مثال داریم:

۵ دور به طول ۵: $afghia$

۶ دور به طول ۶: $abcdefa$

۷ دور به طول ۷: $abcdhgfa$

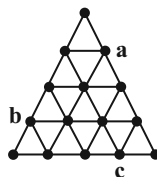
۹ دور به طول ۹: $abcdefghia$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی؛ صفحه ۳۸)

۱۵۱- گزینه «۲»

(افشین فاضله قان)

در این گراف، $p = 15$ و $\Delta = 6$ است، بنابراین داریم:



فیزیک

۱۵۶- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

ابتدا جرم استوانه مذکور را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$m = \rho V = \rho \pi (R^2 - \frac{R^2}{4}) 2R = \frac{3}{4} \pi \rho R^3$$

اگر استوانه را ذوب کنیم، چگالی ماده سازنده آن تغییری نمی‌کند. جرم کره ساخته شده به شعاع R برابر است با:

$$m' = \rho V' = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \rho R^3$$

اختلاف جرم استوانه و کره همان جرم باقی‌مانده است، داریم:

$$\Delta m = m - m' = \pi \rho R^3 (\frac{3}{4} - \frac{4}{3}) = \frac{1}{6} \pi \rho R^3$$

در نهایت داریم:

$$\frac{\text{جرم باقی مانده}}{\text{جرم استوانه}} = \frac{\Delta m}{m} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{9}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۱۵۷- گزینه «۲»

(سیدعلی میرنوری)

با توجه به رابطه مربوط به تعیین کار یک نیروی ثابت داریم:

$$W = Fd \cos \theta \quad \begin{matrix} F: \text{ثابت} \\ d: \text{ثابت} \end{matrix} \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1}$$

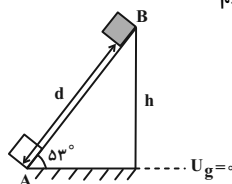
$$\Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{\cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۳)

۱۵۸- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

ابتدا با انتخاب سطح زمین به عنوان مبدا انرژی پتانسیل گرانشی، انرژی مکانیکی جسم را در نقطه‌های A و B می‌یابیم:



$$\begin{matrix} A & \left\{ \begin{array}{l} K_A = \frac{1}{2} m v_A^2 \\ U_A = 0 \end{array} \right. & \begin{matrix} B \\ K_B = 0 \\ U_B = mgh \end{matrix} \end{matrix}$$

اکنون با توجه به این که نیروهای اتلافی وجود دارد، به صورت زیر ارتفاع h را می‌یابیم. دقت کنید تغییرات انرژی مکانیکی (E = U + K) برابر با کار نیروهای اتلافی است. در ضمن کار نیروهای اتلافی همواره منفی می‌باشد.

$$E_B - E_A = W_f \Rightarrow (0 + mgh) - (\frac{1}{2} m v_A^2 + 0) = W_f$$

$$W_f = -9J, \quad v_A = 10 \frac{m}{s} \Rightarrow 0 + 5 \times 10 \times h - \frac{1}{2} \times 50 \times 100 = -9$$

$$\Rightarrow \Delta h = 25 - 9 \Rightarrow \Delta h = 16 \Rightarrow h = 3 / 2m$$

حال فاصله AB را به صورت زیر می‌یابیم:

$$\sin 53^\circ = \frac{h}{d_{AB}} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ = 4/5}{h = 3/2m} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{3/2}{d_{AB}} \Rightarrow d_{AB} = 3m$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۲۸ تا ۲۹)

۱۵۹- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

الف) نادرست - مقدار آب درون لوله موئین که بالاتر از سطح آب قرار می‌گیرد، به نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و لوله موئین بستگی دارد و به مقدار طول لوله موئین که در آب فرو می‌رود، بستگی ندارد.

ب) درست

پ) نادرست - سطح جیوه در لوله موئین به صورت برآمده است و از سطح جیوه درون ظرف پایین‌تر قرار می‌گیرد.

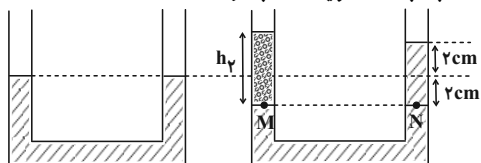
ت) درست - به همین دلیل وقتی آب روی سطح شیشه‌ای ریخته شود، سطح شیشه را تر می‌کند و روی آن پخش می‌شود.

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیک مواد: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۱۶۰- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

با توجه به شکل‌های زیر و بعد از ایجاد تعادل، سطح مایع (۱) در شاخه سمت راست نسبت به حالت اولیه ۲cm بالا رفته است.



$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_2 h_1 = \rho_1 (2 \times 2)$$

$$\Rightarrow 0.8 \times h_1 = 1.0 \times 4 \Rightarrow h_1 = 5cm$$

اکنون برای محاسبه جرم مایع دوم داریم:

$$m_2 = \rho_2 V_2 = \rho_2 A h_2 \Rightarrow m_2 = 0.8 \times 2 \times 6 = 9.6g$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیک مواد: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)

۱۶۱- گزینه «۴»

(عبدالرضا امینی نسب)

بنا به معادله پیوستگی داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{1/5} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow 2 = \left(\frac{d}{2r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_2}{d} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیک مواد: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۴)

۱۶۲- گزینه «۱»

(عبدالرضا امینی نسب)

با توجه به این که ظرف کاملاً پر از مایع است، حجم اولیه مایع و ظرف یکسان است. حجم مایع بیرون ریخته شده برابر است با:

$$\Delta V = \Delta V_{\text{ظرف}} - \Delta V_{\text{مایع}} = V_1(\beta - 3\alpha) \Delta \theta$$

دقت کنید تغییرات دما برحسب فانهایت داده شده است، بنابراین باید آن را به درجه سلسیوس تبدیل کنیم. داریم:

$$\Delta \theta = \frac{5}{9} \Delta F = \frac{5}{9} \times 90 = 50^\circ C$$

با جای گذاری در رابطه بالا داریم:

$$21 = 2000 \times (4/5 \times 10^{-4} - 3\alpha) \times 50 \Rightarrow 21 = 10^5 (4/5 \times 10^{-4} - 3\alpha)$$

$$\Rightarrow 4/5 \times 10^{-4} - 3\alpha = 2/1 \times 10^{-4} \Rightarrow \alpha = 8 \times 10^{-5} \frac{1}{K}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۲)

۱۶۳- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

می‌دانیم گرمای دریافتی از رابطه $Q = mc\Delta\theta$ محاسبه می‌شود، داریم:

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A c_A \Delta\theta_A}{m_B c_B \Delta\theta_B} \quad m = \rho \cdot V \Rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{\rho_A V_A c_A \Delta\theta_A}{\rho_B V_B c_B \Delta\theta_B}$$

$$\Rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = 3 \times 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{10}{20} = \frac{3}{4}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۱۶۴ - گزینه ۲»

(مصطفی کیانی)

ابتدا با توجه به طرح‌واره زیر، مقدار گرمایی که برای تبدیل یخ 10°C به آب 20°C مورد نیاز است را می‌یابیم. دقت کنید ابتدا تمام جرم یخ از 10°C به 0°C تبدیل می‌شود و سپس ذوب و دمای آن به 20°C می‌رسد.

$$\begin{aligned} & \text{یخ } 10^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_1 = mc_{\text{یخ}} \Delta\theta'} \text{یخ } 0^{\circ}\text{C} \\ & \text{یخ } 0^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_F = mL_F} \text{آب } 0^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_2 = mc_{\text{آب}} \Delta\theta} \text{آب } 20^{\circ}\text{C} \\ Q_{\text{کل}} &= Q_1 + Q_F + Q_2 \Rightarrow Q_{\text{کل}} = mc_{\text{یخ}} \Delta\theta' + mL_F + mc_{\text{آب}} \Delta\theta \\ Q_{\text{کل}} &= 21000\text{m} + 336000\text{m} + 84000\text{m} \Rightarrow Q_{\text{کل}} = 441000\text{m} \end{aligned}$$

اکنون توان خروجی گرم کن را می‌یابیم و سپس با استفاده از رابطه $P = \frac{Q}{t}$ مقدار m را حساب می‌کنیم.

$$Ra = \frac{P}{P_{\text{کل}}} \Rightarrow \frac{75}{100} = \frac{P}{P_{\text{کل}}} \Rightarrow P_{\text{کل}} = 100\text{W}$$

$$P_{\text{خارجی}} = \frac{Q_{\text{کل}}}{t} = \frac{441000\text{m}}{1470} = 300\text{m}$$

$$\Rightarrow 75 = 300\text{m} \Rightarrow m = 0.25\text{kg} = 250\text{g}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۶)

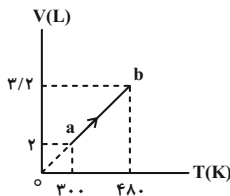
۱۶۵ - گزینه ۳»

(مصطفی کیانی)

چون امتداد فرایند ab که به صورت یک خط راست است، از مبدأ مختصات می‌گذرد، نمودار $V-T$ رسم شده مربوط به فرایندی هم‌فشار است.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2}{300} = \frac{2/2}{T_2} \Rightarrow T_2 = 480\text{K}$$

حال با استفاده از رابطه $W = -P\Delta V = -nRT\Delta T$ ، کار انجام شده بر روی گاز را می‌یابیم.



$$W = -nR\Delta T = \frac{-\Delta T(T_2 - T_1)}{n=1\text{mol}, R=8\text{J/mol}\cdot\text{K}} = -1 \times 8 \times (480 - 300) = -1440\text{J}$$

اکنون با استفاده از قانون اول ترمودینامیک Q را می‌یابیم. دقت کنید چون $\Delta T > 0$ است، $\Delta U > 0$ می‌باشد.

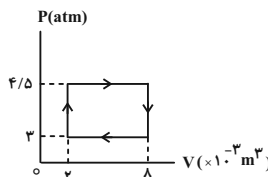
$$\Delta U = Q + W \Rightarrow 2160 = Q - 1440 \Rightarrow Q = 3600\text{J}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۵۲)

۱۶۶ - گزینه ۳»

(مصطفی کیانی)

ابتدا مساحت داخل چرخه را که برابر با کار انجام شده توسط ماشین گرمایی در یک چرخه است، می‌یابیم.



$$|W| = \text{مساحت مستطیل} = (8-2) \times 10^{-3} \times (4/5 - 2) \times 10^5 = 900\text{J}$$

اکنون بازده ماشین گرمایی را پیدا می‌کنیم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{900}{7200} = 0.125 \Rightarrow \eta = 12.5\%$$

برای محاسبه توان ماشین باید از رابطه $P = \frac{W}{t}$ استفاده کنیم. در این رابطه کار انجام شده در هر دقیقه (۶۰s) که مربوط به ۳۰۰ چرخه است را می‌یابیم. دقت کنید، ماشین در هر چرخه 900J کار انجام می‌دهد.

$$|W_{\text{کل}}| = 300 \times 900 = 270\text{kJ}$$

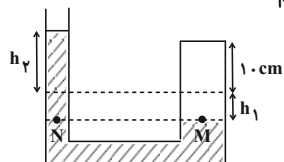
$$P = \frac{|W_{\text{کل}}|}{t} = \frac{270\text{kJ}}{60\text{s}} = 4.5\text{kW}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۵۸ تا ۱۶۴)

۱۶۷ - گزینه ۴»

(شارمان ویسی)

با افزایش دمای گاز محبوس، حجم آن افزایش یافته و سطح جیوه در شاخه سمت راست پایین رفته و در شاخه سمت چپ بالا می‌آید. با توجه به این که حجم جیوه جابه جا شده در دو شاخه برابر است و در نظر گرفتن این نکته که شعاع سطح مقطع سمت چپ لوله U شکل، نصف شعاع سطح مقطع سمت راست لوله U شکل است، داریم:



$$A_1 h_1 = A_2 h_2 \Rightarrow \pi R_1^2 h_1 = \pi R_2^2 h_2 \Rightarrow R_1 = 2R_2 \Rightarrow h_1 = h_2$$

از طرفی چون مقدار گاز محبوس تغییر نکرده است، داریم:

$$\frac{PV}{T} = \frac{P'V'}{T'} \Rightarrow \frac{75A_1 \times 10}{(273 - 23)} = \frac{P'A_1(10 + h_1)}{(273 - 23 + 90)}$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{P'(10 + h_1)}{340} \Rightarrow P' = \frac{3 \times 340}{10 + h_1}$$

از طرفی با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:

$$P_M = P_N \Rightarrow P' = P_{\text{مایع}} + P_0 \Rightarrow \frac{3 \times 340}{10 + h_1} = \rho g h_1 + P_0 = \rho g h_1 + 75$$

$$\Rightarrow h_1^2 + 2\delta h_1 - \delta^2 = 0 \Rightarrow h_1 = 2\text{cm} \Rightarrow h_2 = 4\text{cm}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۲ و ۱۳۳)

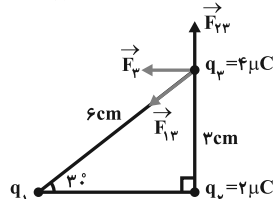
۱۶۸ - گزینه ۱»

(علیرضا کوزه)

ابتدا نیروی الکتریکی‌ای که بار q_3 به بار q_1 وارد می‌کند را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{31} = k \frac{|q_3 q_1|}{r_{31}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(0.03)^2} = 80\text{N}$$

$$\Rightarrow F_{31} = 80\text{N} \Rightarrow \vec{F}_{31} = 80\vec{j}$$



حال با استفاده از نیروی خالص وارد بر بار q_3 ، نیرویی که بار q_1 بر بار q_3 وارد می‌کند را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} \Rightarrow -80\sqrt{3}\vec{i} = \vec{F}_{13} + 80\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{13} = -80\sqrt{3}\vec{i} - 80\vec{j} \Rightarrow F_{13} = \sqrt{(-80\sqrt{3})^2 + (-80)^2} = 160\text{N}$$

(زهره آقاممیری)

۱۷۳- گزینه ۲

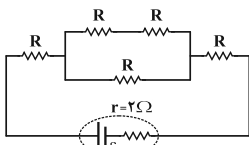
اگر کلید k باز باشد، مدار را می توان به صورت شکل زیر ساده کرد:

$$R' = R + R = 2R$$

$$R'' = \frac{2R \times R}{2R + R} = \frac{2}{3}R$$

$$R_{eq} = R + \frac{2}{3}R + R$$

$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{8}{3}R = \frac{8}{3} \times 15 = 40\Omega$$



بنابراین:

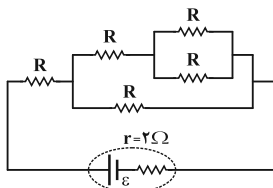
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{\varepsilon}{40 + 2} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{42} \text{ (A)}$$

اگر کلید k بسته شود، مدار را می توان به صورت شکل زیر ساده کرد:

$$R' = \frac{R \times R}{R + R} = \frac{R}{2}$$

$$R'' = R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2}R$$

$$R''' = \frac{\frac{3}{2}R \times R}{\frac{3}{2}R + R} = \frac{3}{5}R$$



$$R'_{eq} = R + \frac{3}{5}R = \frac{8}{5}R = \frac{8}{5} \times 15 = 24\Omega$$

بنابراین:

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{\varepsilon}{24 + 2} \Rightarrow I' = \frac{\varepsilon}{26} \text{ (A)}$$

در نتیجه:

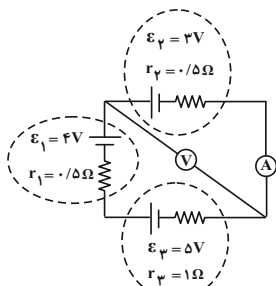
$$\frac{I'}{I} = \frac{\frac{\varepsilon}{26}}{\frac{\varepsilon}{42}} = \frac{21}{13}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه های ۶۱ تا ۶۶ و ۷۰ تا ۷۷)

(مسعود قره فانی)

۱۷۴- گزینه ۱

از آنجایی که مقاومت آمپرسنج آرمانی برابر صفر است مقاومت ۲ اهمی از مدار خارج می شود و داریم:



$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3 - \varepsilon_2}{R_{eq} + \sum r} = \frac{4 + 5 - 3}{1 + 0.5 + 0.5} = 3A$$

ولت سنج نیز اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۲) را نشان می دهد. (باتری ۲ حال شارژ است.)

$$V_2 = \varepsilon_2 + I r_2 = 3 + (3 \times 0.5) = 4.5V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه های ۶۱ تا ۶۶)

(مهمعلی راست پیمان)

۱۷۵- گزینه ۱

طبق قاعده دست راست، اگر چهار انگشت دست راست در جهت جریان باشد، به طوری که جهت خم شدن چهار انگشت در جهت خط های میدان قرار گیرد، انگشت شست دست راست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان را نشان می دهد. بنابراین ابتدا جهت نیروی مغناطیسی وارد بر هر قطعه از سیم را تعیین و سپس اندازه آن را محاسبه می کنیم.

با توجه به جهت \vec{F}_{13} و علامت بار q_3 ، علامت بار q_1 منفی است و داریم:

$$F_{13} = k \frac{|q_1| |q_3|}{r_{13}^2} \Rightarrow 160 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_1| \times 4 \times 10^{-6}}{(0.06)^2}$$

$$\Rightarrow |q_1| = 16 \times 10^{-6} C \Rightarrow q_1 = -16 \mu C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه های ۵ تا ۱۰)

(امیرمسین میوزی)

۱۶۹- گزینه ۳

در مسیر حرکت از نقطه A تا نقطه D، ابتدا ۵۰cm در جهت خط های میدان الکتریکی جابه جا می شویم، سپس به اندازه BC عمود بر خط های میدان الکتریکی جابه جا می شویم که طی این جابه جایی، پتانسیل الکتریکی آن تغییری نمی کند و در نهایت به اندازه ۳۰cm در خلاف جهت خط های میدان الکتریکی جابه جا می شویم. بنابراین در مجموع به اندازه ۲۰cm در جهت خط های میدان الکتریکی جابه جا می شویم که در نتیجه آن، پتانسیل الکتریکی کاهش می یابد. داریم:

$$|\Delta V| = Ed = 500 \times 0.2 \Rightarrow |\Delta V| = 100V \Rightarrow \Delta V = -100V$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه های ۷۳ تا ۷۶)

(امیرمسین میوزی)

۱۷۰- گزینه ۴

چون اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت است، داریم:

$$Q = CV \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} \xrightarrow{C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}} \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{d_1}{d_2}} \frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{5}$$

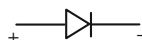
$$\frac{\Delta d}{d_1} \times 100 = \left(\frac{d_2}{d_1} - 1\right) \times 100 = \left(\frac{1}{5} - 1\right) \times 100 = -80\%$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه های ۳۲ تا ۳۷)

(سیدعلی میرنوری)

۱۷۱- گزینه ۲

با توجه به جهت پایانه های مولد و نماد نمایش دهنده دیود، پیکان در این نماد جهتی را نشان می دهد که جریان می تواند از دیود عبور کند.



(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه های ۶۰ و ۶۱)

(سعید نصیری)

۱۷۲- گزینه ۲

با توجه به مدار، دو سر مجموعه مقاومت های R_3 ، R_4 ، R_5 و R_6 اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می گردند. از طرفی مقاومت های R_1 ، R_2 و R_7 با هم موازی هستند و در نتیجه مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_7} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \Rightarrow R_{eq} = 1\Omega$$

از طرفی با توجه به توان مصرفی در مقاومت R_1 ، اختلاف پتانسیل دو سر آن که برابر با اختلاف پتانسیل دو سر مولد است، برابر است با:

$$P_1 = \frac{V_1^2}{R_1} \Rightarrow 27 = \frac{V_1^2}{3} \Rightarrow V_1 = 9V \Rightarrow V = 9V$$

$$V = \varepsilon - Ir = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow V = \frac{R_{eq}}{R_{eq} + r} \varepsilon$$

$$\Rightarrow 9 = \frac{1}{1+2} \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = 27V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه های ۶۱ تا ۷۷)

$$\Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \frac{\ell_1}{\ell_2} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \times \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \times \frac{\ell_1}{\ell_2}$$

$$\Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (2)^2 \times 2 = 2$$

حال برای مقایسه انرژی ذخیره شده در القاگرها داریم:

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = 2 \times (2)^2 = 8$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۲)

۱۷۹- گزینه «۴» (عبرالرضا امینی نسب)

ابتدا دوره تناوب را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$\frac{T}{\frac{1}{50}} = \frac{1}{200} \Rightarrow T = \frac{1}{50} \text{ s}$$

با نوشتن معادله جریان متناوب داریم:

$$I = I_m \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

$$I = 2 \times \sin\left(100\pi t\right) \xrightarrow{t=\frac{1}{400} \text{ s}} I = 2 \times \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \text{ A}$$

آن‌گاه داریم:

$$V = R \cdot I = 10 \times \sqrt{2} = 10\sqrt{2} \text{ V}$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۴)

۱۸۰- گزینه «۱» (مسعود قره‌فانی)

تمام جمله‌ها اشتباه هستند:

(الف) جهت حرکت متحرک فقط یک بار در لحظه t_4 تغییر می‌کند.

(ب) در بازه زمانی t_1 تا t_4 سرعت متحرک مثبت است، یعنی در حال دور شدن از مبدأ است.

(پ) حرکت در بازه زمانی t_1 تا t_4 کندشونده و در بازه زمانی t_4 تا t_7 تندشونده است.

(ت) در بازه زمانی t_4 تا t_7 سرعت متحرک منفی است یعنی در جهت منفی در حال دور شدن از مبدأ است در حالی که شتاب مثبت است و نیرو نیز در همان جهت است. یعنی جهت حرکت و جهت وارد شدن نیرو در خلاف جهت یکدیگرند.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۲۱)

۱۸۱- گزینه «۴» (مسعود قره‌فانی)

در بازه زمانی صفر تا 4s با استفاده از معادله مستقل از شتاب داریم:

$$v_4 = 0$$

$$\Delta x = \frac{v_4 + v_0}{2} t \Rightarrow -16 = \frac{0 + v_0}{2} \times 4 \Rightarrow v_0 = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-8)}{4} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین:

حال به کمک معادله سرعت-جابجایی سرعت متحرک را در لحظه‌ای که برای اولین بار از مبدأ مکان عبور می‌کند، به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 64 = 2 \times 2 \times (-4)$$

$$\Rightarrow v^2 = 64 - 16 = 48 \Rightarrow v = \sqrt{48} \Rightarrow v = -4\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

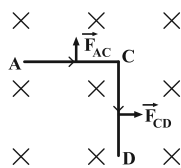
از آنجا که شیب نمودار مکان زمان در لحظه اولین گذر متحرک از مبدأ منفی است، پس سرعت نیز منفی است.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۸۲- گزینه «۱» (علیرضا کونه)

روش اول: با استفاده از معادله حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + v_0 t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times (2)^2 + 0 = 4 \text{ m}$$



$$F_{AC} = I \ell_{AC} B \sin \theta = 2 \times 6 \times 10^{-2} \times 10^3 \times 10^{-4} \times 1$$

$$\Rightarrow F_{AC} = 12 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$F_{CD} = I \ell_{CD} B \sin \theta = 2 \times 8 \times 10^{-2} \times 10^3 \times 10^{-4} \times 1$$

$$\Rightarrow F_{CD} = 16 \times 10^{-3} \text{ N}$$

با توجه به این‌که \vec{F}_{AC} بر \vec{F}_{CD} عمود است، نیروی خالص وارد بر این قسمت از مدار برابر است با:

$$F = \sqrt{(F_{AC})^2 + (F_{CD})^2} = \sqrt{(12 \times 10^{-3})^2 + (16 \times 10^{-3})^2}$$

$$\Rightarrow F = 2 \times 10^{-2} \text{ N}$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۱۷۶- گزینه «۲» (مسعود قره‌فانی)

میدان مغناطیسی حاصل از سیمولوله حامل جریان در مرکز آن از رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{L}$ به دست می‌آید. اما از آنجایی که طول سیمولوله را می‌توان از حاصل ضرب تعداد دورهای سیمولوله در قطر سیم به دست آورد، خواهیم داشت:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} \xrightarrow{L=N \cdot D} B = \frac{\mu_0 I}{D} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 4}{10 \times 10^{-3}} = 48 \times 10^{-5} \text{ T}$$

اکنون اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر بار q را به دست می‌آوریم:

$$F = |q| v B \sin(90^\circ) = (2 \times 10^{-3})(50)(48 \times 10^{-5})$$

$$\Rightarrow F = 48 \times 10^{-5} \text{ N} = 480 \mu\text{N}$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس: صفحه‌های ۸۹، ۹۰، ۹۹ و ۱۰۰)

۱۷۷- گزینه «۳» (علیرضا کونه)

با توجه به جهت حرکت میله AC ، مساحت قاب و در نتیجه شار عبوری از آن در حال کاهش است. بنابراین طبق قانون لنز، جریان القایی در جهتی در قاب القا می‌شود که با اثر مغناطیسی خود، با کاهش شار درون قاب مخالفت کند. در نتیجه جهت جریان القایی در قاب ساعتگرد خواهد بود که با ایجاد میدان مغناطیسی درون سیم، با کاهش شار مخالفت کند. با استفاده از قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، داریم:

$$|\mathcal{E}| = B \ell v \Rightarrow \bar{I} R = B \ell v$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{-3} \times 2 = 5 \times 10^{-2} \times 8 \times 10^{-2} \times v \Rightarrow v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۸)

۱۷۸- گزینه «۱» (سیدعلی میرنوری)

اگر طول سیم را برابر با L' و شعاع سطح مقطع آن را برابر با r در نظر بگیریم، داریم:

$$L' = \text{ثابت} \Rightarrow 2\pi r N_1 = 2\pi (2r) N_2 \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{2}$$

از طرفی طول سیمولوله (ℓ) در هر حالت برابر است با:

$$\ell = N(2r) \Rightarrow \frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{2}$$

حال ضریب القاوری سیمولوله‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$$

حال طبق معادله سرعت- مکان داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{a_A > a_B} v_A > v_B$$

از طرفی طبق معادله حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{a_A > a_B} t_A < t_B$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۷)

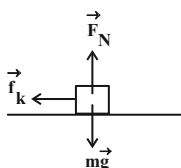
(زهرا آقاممیری)

۱۸۵- گزینه «۳»

ابتدا تندی اولیه اتومبیل را به دست می‌آوریم. در زمان واکنش حرکت اتومبیل

با سرعت ثابت است. داریم:

$$v_0 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_0 = \frac{۱۵}{۰/۷۵} = ۲۰ \frac{m}{s}$$



پس از ترمز نیروی پیشران اتومبیل صفر است و طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$-f_k = ma$$

$$-\mu_k F_N = ma \xrightarrow{F_N = mg} a = -\mu_k g = -۴ \frac{m}{s^2}$$

اگر فرض کنیم که اتومبیل به مانع برخورد می‌کند تندی برخورد به مانع را از

رابطه سرعت جابه‌جایی محاسبه می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{\Delta x = ۶۰ - ۱۵ = ۴۵m}$$

$$v^2 - ۴۰۰ = ۲(-۴) \times ۴۵ \Rightarrow v^2 = ۴۰۰ - ۳۶۰ = ۴۰ \Rightarrow v = ۲\sqrt{۱۰} \frac{m}{s}$$

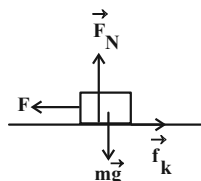
پس اتومبیل با تندی $۲\sqrt{۱۰} \frac{m}{s}$ به مانع برخورد می‌کند.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

(مهمربلی راست‌پیمان)

۱۸۶- گزینه «۴»

با استفاده از قانون دوم نیوتون در راستاهای افقی و قائم، داریم:



$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

$$(F_{net})_x = ma_x \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow ۶۰ - f_k = ۶ \times ۴ \Rightarrow f_k = ۳۶N$$

از طرف سطح دو نیروی \vec{F}_k و \vec{F}_N بر جسم وارد می‌شود، بنابراین:

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} = \sqrt{۳۶^2 + ۶۰^2} \Rightarrow R = ۱۲\sqrt{۳۴}N$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

برای قسمت دوم حرکت می‌توان نوشت:

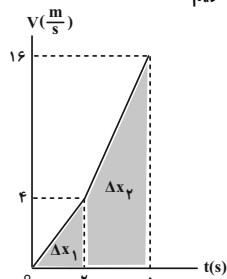
$$v = a_1 t + v_0 \Rightarrow v = ۲ \times ۲ + ۰ = ۴ \frac{m}{s}$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}a_1 t_1 + v t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times ۴(۲)^2 + ۴(۲) = ۱۸ + ۱۲ = ۳۰m$$

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{۳۰}{۴} = ۷/۵$$

در نهایت داریم:

روش دوم: با استفاده از نمودار سرعت- زمان داریم:



$$\Delta x_1 = \frac{۲ \times ۴}{۲} = ۴m$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{۳۰}{۴} = ۷/۵$$

$$\Delta x_2 = \frac{(۱۶ + ۴) \times ۳}{۲} = ۳۰m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست، صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

(مهمربلی راست‌پیمان)

۱۸۳- گزینه «۳»

نمودار مکان- زمان حرکت متحرک A به صورت خط راست است و بنابراین برای معادله آن می‌توان نوشت:

$$x_A = v_A t + x_{0,A} \Rightarrow ۲۴ = v_A \times ۴ + ۰ \Rightarrow v_A = ۶ \frac{m}{s} \Rightarrow x_A = ۶t$$

نمودار مکان- زمان حرکت متحرک B به صورت یک سهمی است و بنابراین برای معادله آن می‌توان نوشت:

$$x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{0,B} t + x_{0,B} \Rightarrow ۲۴ = \frac{1}{2}a_B t^2 + ۰ + ۰$$

$$\Rightarrow a_B = ۳ \frac{m}{s^2} \Rightarrow x_B = \frac{۳}{۲} t^2$$

در لحظه‌ای که فاصله دو متحرک از یکدیگر برابر با ۲۸۸ متر می‌شود، متحرک B جلوتر از متحرک A است. بنابراین:

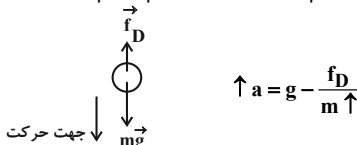
$$x_B - x_A = ۲۸۸ \Rightarrow \frac{۳}{۲} t^2 - ۶t = ۲۸۸ \Rightarrow \begin{cases} t = ۱۶s \text{ ق.ق} \\ t = -۱۲s \text{ ق.غ} \end{cases}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط راست، صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

(عبدالرضا امینی نسب)

۱۸۴- گزینه «۳»

هرگاه جسمی سقوط کند بر جسم دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود. با فرض این‌که جهت حرکت جسم را مثبت در نظر بگیریم، داریم:



با توجه به رابطه بالا، هر چه جرم جسمی بیشتر باشد، شتاب آن جسم بیشتر است. زیرا هر چه جرم بیشتر شود، جمله $\frac{f_D}{m}$ کوچک‌تر و در نهایت شتاب

بزرگ‌تر است.

$$m_A > m_B \Rightarrow a_A > a_B$$

$$T_B = \frac{\Delta}{\gamma} T_A \rightarrow \Delta t = \frac{f \times \frac{\Delta}{\gamma} T_A T_A}{T_A - \frac{\Delta}{\gamma} T_A} = \frac{\frac{\gamma_0}{\gamma} T_A}{\frac{\gamma}{\gamma}} = 10 T_A = 14 T_B \quad (*)$$

بنابراین بعد از زمان ۱۰ نوسان A و یا ۱۴ نوسان B، نوسانگر B ۴ نوسان کامل بیشتر از نوسانگر A انجام خواهد داد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۱۹۰- گزینه «۴» (مسعود قره‌فانی)

ابتدا باید دوره تناوب حرکت نوسانگر را پیدا کنیم:

$$\omega = 100\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 100\pi \Rightarrow T = \frac{1}{50} s \Rightarrow \frac{1}{300} = \frac{T}{6}$$

بیشترین تندی متوسط مربوط به زمانی است که متحرک از $\frac{A}{2}$ تا $\frac{A}{2} +$ حرکت می‌کند که داریم:

$$\Delta x = 0 / \gamma m, \quad \Delta t = \frac{1}{300} s \Rightarrow s_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10}{1} = \frac{600}{10} = 60 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۱۹۱- گزینه «۱» (سیدعلی میرنوری)

می‌دانیم که در مکان $x = M$ انرژی پتانسیل و جنبشی نوسانگر با هم برابرند

و نوسانگر از O تا M را حداقل در مدت $\frac{T}{8}$ و بقیه مسیر یعنی از M تا A را نیز حداقل در همان مدت $\frac{T}{8}$ می‌پیماید، بنابراین:

$$(حداقل) t_{OM} = t_{MA} = \frac{T}{8} \rightarrow t_{OM} = 25ms$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۱۹۲- گزینه «۳» (سیدعلی میرنوری)

در ابتدا، می‌دانیم که تندی انتشار موج در طناب کوتاه‌تر، نصف دیگری است. زیرا:

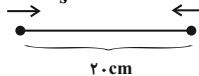
$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2 \times \mu_1}{F_1 \times \mu_2}} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\mu_1}{4\mu_1}} \Rightarrow v_2 = \frac{1}{2} v_1 = 50 \frac{m}{s}$$

حال، اگر در زمان t موج حاصل از A، ۲۰cm را طی کند، موج حاصل از B، ۱۰cm را طی کرده و به محل اتصال می‌رسد. پس تا اینجا داریم:

$$\Delta x = v \cdot \Delta t \Rightarrow 0 / 20m = 100 \cdot (\frac{m}{s}) t \Rightarrow t = 2ms$$

از اینجا به بعد، هر دو موج در طناب μ_1 با تندی یکسان $100 \frac{m}{s}$ به هم نزدیک می‌شوند، از این لحظه به بعد داریم:

$$v_1 = 100 \frac{m}{s} \quad v_2' = 100 \frac{m}{s}$$



$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow 0 / 10m = 200 \cdot (\frac{m}{s}) t' \Rightarrow t' = 0 / 5ms$$

پس داریم:

$$t_{کل} = t + t' = 2 / 5ms$$

(فیزیک ۳- نوسان موج: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

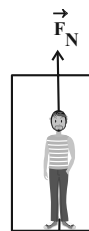
۱۹۳- گزینه «۳» (سیدعلی میرنوری)

با توجه به تعریف تراز شدت صوت داریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} - 10 \log \frac{I_1}{I_1}$$

۱۸۷- گزینه «۳» (مسین مقربوی)

ابتدا نیروهای وارد بر شخص را رسم می‌کنیم و قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:



$$F_{net} = ma \\ W - F_N = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \\ \Rightarrow F_N = mg - ma = m(g - a)$$

از آنجا که حرکت کندشونده است، پس علامت شتاب منفی است.

$$F_N = 70(10 - (-2)) = 70 \times 12 = 840N$$

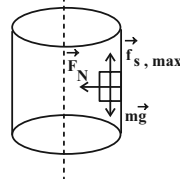
(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت رابره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

۱۸۸- گزینه «۲» (سعید شرقی)

اگر نیروهای وارد بر جسم را رسم کنیم متوجه می‌شویم نیروی F_N در جهت مرکز دایره و تامین کننده نیروی مرکزگرا را برای چرخش جسم است:

$$F_N = \frac{mv^2}{R}$$

اگر جسم را در آستانه لغزش به پایین در نظر بگیریم، داریم:



$$f_{s,max} = mg \Rightarrow F_N \mu_s = mg \rightarrow \frac{mv^2}{R} \times \mu_s = mg$$

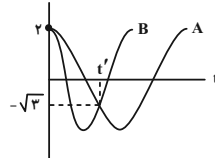
$$\frac{v^2 \times 0 / 1}{0 / 25} = 10 \Rightarrow v^2 = 25 \Rightarrow v_{min} = 5 \frac{m}{s}$$

دقت کنید حداقل نیروی لازم برای نگه داشتن جسم برابر با حداکثر نیروی اصطکاک ایستایی یعنی $f_{s,max}$ است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت رابره‌ای: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۳)

۱۸۹- گزینه «۳» (غلامرضا مبین)

با توجه به نمودار $x - t$ دو نوسانگر، در لحظه t' متحرک A برای اولین بار و متحرک B برای دومین بار از مکان $x = -\sqrt{3}cm$ عبور می‌کنند. بنابراین داریم:



$$x_A = A_A \cos \omega_A t \Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \omega_A t' \Rightarrow \omega_A t' = \frac{\Delta \pi \text{ rad}}{6 \text{ s}}$$

$$x_B = A_B \cos \omega_B t \Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \omega_B t' \Rightarrow \omega_B t' = \frac{7\pi \text{ rad}}{6 \text{ s}}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_A t'}{\omega_B t'} = \frac{T_B}{T_A} = \frac{\Delta}{\gamma} \quad (*)$$

پس از مدت Δt نوسانگر B، ۴ نوسان بیشتر از A انجام می‌دهد. ($T_B < T_A$)

$$\Rightarrow n_B - n_A = 4 \Rightarrow \frac{\Delta t}{T_B} - \frac{\Delta t}{T_A} = 4 \Rightarrow \Delta t = \frac{4 T_B T_A}{T_A - T_B}$$

(عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «۳» - ۱۹۷

می‌دانیم طول موج مرئی طیف اتم هیدروژن مربوط به رشته بالمر ($n' = 2$) می‌باشد و فقط چهار خط اول این رشته به ازای ($n = 3, 4, 5, 6$) مرئی هستند. از طرفی بلندترین طول موج هر رشته، مربوط به نزدیکترین گذار هر رشته ($n = n' + 1$) به دست می‌آید و کوتاه‌ترین طول موج هر رشته، مربوط به دورترین گذار هر رشته ($n = \infty$) که در این مورد خاص ($n = 6$) به دست می‌آید. زیرا باید نور مرئی باشد.

$$n' = 2, n = 3: \frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda_{\max} = 72 \cdot nm$$

$$n' = 2, n = 6: \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda_{\min} = 45 \cdot nm$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{720}{45} = \frac{\lambda}{5}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۴)

(سیدعلی میرنوری)

گزینه «۲» - ۱۹۸

با توجه به رابطه انرژی الکترون در تراز n ام و نیز انرژی فوتون گسیلی، برای بیشترین و کمترین انرژی فوتون گسیلی داریم:

$$\Delta E = E_R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \begin{cases} \Delta E_{\max} = E_R \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{n^2} \right) \\ \Delta E_{\min} = E_R \left(\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right) \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\Delta E_{\max} - \Delta E_{\min} = E_R \left[\left(1 - \frac{1}{n^2} \right) - \left(\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right) \right]$$

$$\Rightarrow \frac{24}{25} E_R = E_R \left(1 - \frac{1}{(n-1)^2} \right) \Rightarrow \frac{24}{25} = \frac{(n-1)^2 - 1}{(n-1)^2} \Rightarrow n = 6$$

حال برای تعیین N داریم:

$$N = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۸)

(بابک اسلامی)

گزینه «۳» - ۱۹۹

ابتدا معادله واپاشی را می‌نویسیم:
 ${}_{13}^{25}Al \rightarrow {}_{12}^{25}Mg + ({}_1^0e^+)$
بنابراین محصول نهایی منیزیم است و طبق رابطه $A = Z + N$ تعداد نوترون‌های آن برابر است با:
 $25 = 12 + N \Rightarrow N = 13$
(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۴۵)

(مهمعلی راست‌پیمان)

گزینه «۲» - ۲۰۰

در هر لحظه تعداد هسته‌های واپاشی شده برابر با اختلاف تعداد هسته‌های اولیه و هسته‌های باقی‌مانده است. بنابراین داریم:

$$N_0 - N = 127N \Rightarrow N = \frac{1}{128} N_0 \Rightarrow N = \frac{1}{2^7} N_0$$

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2} \right)^n \Rightarrow \frac{1}{2^7} N_0 = N_0 \left(\frac{1}{2} \right)^n \Rightarrow n = 7 \Rightarrow \frac{t}{T_{1/2}} = 7$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

$$\Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

فاصله شنونده از منبع صوت به اندازه $4d$ بیشتر شده، بنابراین فاصله جدیدش $5d$ است:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{25} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{1}{25} = 10 \log \frac{4}{100}$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 [\log 4 - \log 100] = 10 [2 \times 0.3 - 2]$$

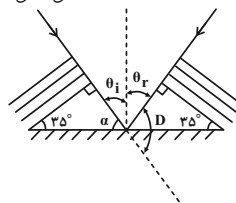
$$\Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = -14 \text{ dB}$$

علامت منفی نشان‌دهنده کاهش تراز شدت صوت است.

(فیزیک ۳ - نوسان و موج، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

(مصطفی کیانی)

گزینه «۳» - ۱۹۴



با توجه به شکل داریم:

$$\begin{cases} \alpha + 35 = 90 \\ \alpha + \theta_i = 90 \end{cases} \Rightarrow \theta_i = 35^\circ$$

از طرف دیگر می‌دانیم $\theta_i = \theta_r$ است. بنابراین داریم:

$$\theta_i + \theta_r + D = 180 \xrightarrow{\theta_i = \theta_r = 35^\circ} 35 + 35 + D = 180 \Rightarrow D = 110^\circ$$

نکته: زاویهٔ جهت موج تابیده با مانع تحت زاویهٔ تابش و زاویهٔ جهت موج باز تابیده با مانع تحت زاویهٔ بازتابش است. همچنین همواره $\theta_i = \theta_r$ است.

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

(شاهمان ویسی)

گزینه «۲» - ۱۹۵

از رابطه اسنل، زاویهٔ شکست را می‌یابیم. داریم:

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r \Rightarrow 1 \times \sin 45^\circ = \sqrt{2} \sin \theta_r$$

$$\Rightarrow \sin \theta_r = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

حال با توجه به نسبت‌های مثلثاتی، داریم:

$$\tan 30^\circ = \frac{2}{d} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{d} \Rightarrow d = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج، صفحه‌های ۹۴ تا ۹۹)

(عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «۳» - ۱۹۶

با توجه به نمودار، ابتدا تابع کار فلز را می‌یابیم. داریم:

$$f_0 = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$W_0 = hf_0 = 4 \times 10^{-15} \times 5 \times 10^{14} = 2 \text{ eV}$$

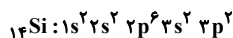
حال با توجه به رابطهٔ اینیشتن برای فوتوالکترونیک داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow 0.6 = 4 \times 10^{-15} \times f - 2$$

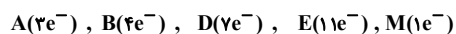
$$\Rightarrow 2.6 = 4 \times 10^{-15} \times f \Rightarrow f = \frac{2.6}{4} \times 10^{15} = 6.5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

(ب) عنصر A (۳۱ Ga)، عنصر B (۱۴ Si)، عنصر D (۹ F)، عنصر E (۲۹ Cu) و عنصر M (۱۹ K) است. آخرین زیرلایه ۱۴ Si دارای ۲ الکترون است.

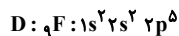
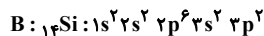


(پ) با توجه به گروه هر عنصر می‌توان الکترون‌های ظرفیت آن را تعیین کرد و به صورت زیر نوشت:



بنابراین تعداد الکترون‌های ظرفیت D از عناصر A، B و M بیشتر است.

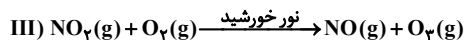
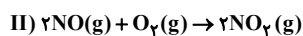
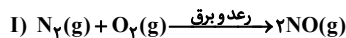
(ت) آرایش الکترونی اتم‌های دو عنصر B و D به صورت زیر است:



عنصر B دارای ۴ زیرلایه پر و عنصر D دارای ۲ زیرلایه پر از الکترون است.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۳، ۳۰ تا ۳۴)

۲۰۶- گزینه «۳» (امیرمسین بقیاری)



بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: واکنش تبدیل N_2O_5 به NO_2 یک واکنش گرماگیر است.

گزینه «۲»: NO همانند NO_2 جزو گازهای آلاینده هواکره است.

گزینه «۴»: فقط گاز NO_2 قهوه‌ای رنگ است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۲۰۷- گزینه «۴» (امیر شامیان)

معادله موازنه شده:



به ازای مصرف ۴ مول $\text{C}_3\text{H}_8(\text{NO}_3)_3$ ، ۱۹ مول گاز تولید می‌شود پس به ازای مصرف ۱ مول $\text{C}_3\text{H}_8(\text{NO}_3)_3$ ، $4/75$ مول گاز تولید می‌شود.



- حجم گازهای O_2 ، N_2 و CO_2 در شرایط STP:

$$\text{گاز} = 106/4 \text{ L} = \frac{22/4 \text{ L}}{1 \text{ mol}} \times 4/75 \text{ mol گاز}$$

- در دمای -78°C گاز CO_2 به صورت جامد خارج می‌شود.



حجم کاسته شده به خاطر خروج CO_2 = $67/2 \text{ L CO}_2$

(حجم گازهای O_2 ، N_2) = $106/4 - 67/2 = 39/2 \text{ L}$

$$T(\text{K}) = -136/5 + 273 = 136/5 \text{ K}$$

$$\text{طبق قانون گازها در فشار ثابت} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\frac{39/2}{273} = \frac{V_2}{136/5} \Rightarrow V_2 = 19/6 \text{ L}$$

$$\Rightarrow \text{حجم کل کاسته شده} = 19/6 + 67/2 = 86/3 \text{ L}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۸۱ تا ۸۵)

شیمی

۲۰۱- گزینه «۲»

(معمرضا زهره‌ونر)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: عنصر گوگرد از نظر رتبه فراوانی در هر دو سیاره، جایگاه ششم را داراست اما درصد فراوانی گوگرد در سیاره زمین بیشتر از مشتری است.

گزینه «۳»: ایزوتوپ‌های یک عنصر به دلیل یکسان بودن عدد اتمی، خواص شیمیایی یکسانی داشته و به دلیل تفاوت در تعداد نوترون‌ها، برخی خواص فیزیکی وابسته به جرم در آن‌ها متفاوت است.

گزینه «۴»: در ستاره‌هایی با دمای بسیار بالا بر اثر انجام واکنش‌های هسته‌ای، از عناصر سبک‌تر، عناصر سنگین‌تر تشکیل می‌شوند.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های ۳ تا ۶)

۲۰۲- گزینه «۱»

(یواد کتایی)

ابتدا جرم این ترکیب را در صورتی که $0/1204 \times 10^{23}$ اتم در آن باشد را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g C}_6\text{H}_7\text{KO}_7 = 0/1204 \times 10^{23} \text{ اتم} \times \frac{1 \text{ مولکول}}{16 \text{ اتم}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_7\text{KO}_7}{150 \text{ g C}_6\text{H}_7\text{KO}_7} \times \frac{150 \text{ g C}_6\text{H}_7\text{KO}_7}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_7\text{KO}_7}$$

$$= 0/1875 \text{ g C}_6\text{H}_7\text{KO}_7$$

جرم $0/5$ مول پتاسیم سورات برابر است با:

$$? \text{ g C}_6\text{H}_7\text{KO}_7 = 0/5 \text{ mol C}_6\text{H}_7\text{KO}_7 \times \frac{150 \text{ g C}_6\text{H}_7\text{KO}_7}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_7\text{KO}_7}$$

$$= 75 \text{ g C}_6\text{H}_7\text{KO}_7$$

$$\frac{75 \text{ g C}_6\text{H}_7\text{KO}_7}{6 \text{ g Li}} = 12/5$$

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های ۵ و ۱۶ تا ۱۹)

۲۰۳- گزینه «۴»

(مرتضی رضائی زاده)

موارد «آ»، «ب» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت «پ»: نوارهای رنگی در طیف نشری خطی هیدروژن، ناشی از انتقال الکترون از لایه‌های بالاتر ($n=3, 4, 5, 6$) به $n=2$ است.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های ۲۰، ۲۳ و ۲۷)

۲۰۴- گزینه «۳»

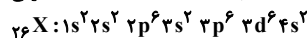
(امین نوروزی)

$$\begin{matrix} bX & b+2X \\ \% 20 & \% 80 \end{matrix}$$

$$\bar{M} = \frac{M_1F_1 + M_2F_2}{F_1 + F_2} \Rightarrow 54/6 = \frac{b \times 20 + (b+2) \times 80}{100}$$

$$5460 = 20b + 80b + 160 \Rightarrow b = 53$$

$$A = 53 \Rightarrow 5^3 X \Rightarrow \begin{cases} n-p=1 \\ n+p=53 \end{cases} \Rightarrow p \text{ یا } Z = 26$$



همانند عنصر Y در دوره چهارم می‌باشد.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های ۵، ۱۵، ۳۰ تا ۳۴)

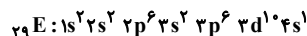
۲۰۵- گزینه «۳»

(امیررضا پشانی‌پور)

عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی همه عبارت‌ها:

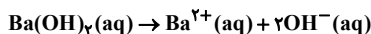
(آ) عنصر E، مس بوده و دارای ۶ زیرلایه پر از الکترون است:



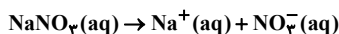
(مامد پویان نظر)

۲۱۱- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:
گزینه «۱»:



$$\text{غلظت مولار یون‌ها} = 3 \times \text{Ba(OH)}_2 = 3 \times 2 = 6 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$



$$\text{غلظت مولار یون‌ها} = 2 \times \text{NaNO}_3 = 2 \times 3 = 6 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

گزینه «۲»: روش اسمز معکوس توانایی جداسازی ترکیب‌های آلی فرار را دارد.

گزینه «۳»: قانون هنری رابطه انحلال‌پذیری گازها با فشار آن‌ها را مطرح می‌کند.

گزینه «۴»: با توجه به آن که در ترکیب NH_3 ، پیوند هیدروژنی وجود دارد،

نقطه جوش آن بیشتر از دو ترکیب دیگر است و از طرف دیگر چون آرسنیک

جرم و حجم بیشتری نسبت به فسفر دارد، دارای نقطه جوش بیشتری است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه‌های ۱۱۵، ۱۳۳ تا ۱۲۵ و ۱۳۰)

(ممد رضا یوسفی)

۲۱۲- گزینه «۲»

موارد «ب» و «ت» صحیح هستند.

بررسی همه موارد:

(آ) گروه چهاردهم از ۶ عنصر تشکیل شده است.

(ب) عنصر مورد نظر کربن است که در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارد.

(پ) عنصر مورد نظر ژرمانیم است که در اثر ضربه خرد می‌شود.

(ت) عنصر مورد نظر سیلیسیم است که با آرگون هم‌دوره است. این عنصر

رسانایی الکتریکی کمی دارد و در اثر ضربه خرد می‌شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه ۷)

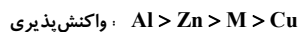
(ممد رضا پوراوی)

۲۱۳- گزینه «۲»

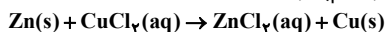
با توجه به واکنش‌های داده شده می‌توان واکنش‌پذیری فلزهای داده شده را با یکدیگر مقایسه کرد:

| III | II | I | شماره واکنش |
|--------|--------|--------|--------------------|
| Zn > M | M > Cu | Al > M | مقایسه واکنش‌پذیری |

از طرفی واکنش‌پذیری Al (فلزی از گروه ۱۳) از فلز واسطه Zn بیشتر است. بنابراین خواهیم داشت:



به این ترتیب واکنش زیر انجام‌پذیر است:



امکان تهیه فلز Al از نمک نیترات آن توسط فلز Zn (براساس

واکنش $\text{Zn(s)} + \text{Al(NO}_3)_3(\text{aq}) \rightarrow$ وجود ندارد.

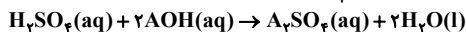
فلز M واکنش‌پذیری کمتری نسبت به Zn و Al دارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

(ممد عرس ممدزاده مقدم)

۲۱۴- گزینه «۱»

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:



$$200 \text{ mL محلول} \times \frac{1/25 \text{ g محلول}}{1 \text{ mL محلول}} \times \frac{12/25 \text{ g H}_2\text{SO}_4}{100 \text{ g محلول}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4}{98 \text{ g H}_2\text{SO}_4} \times \frac{2 \text{ mol AOH}}{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4} \times \frac{(x+17) \text{ g AOH}}{1 \text{ mol AOH}}$$

$$= 50 \text{ g محلول} \times \frac{3 \text{ g AOH}}{100 \text{ g محلول}} \Rightarrow x = 7 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

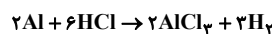
جرم مولی A_2SO_4 برابر با ۱۱۰ گرم بر مول است.

(شیمی ۱- آب آهنگ زندگی؛ صفحه ۱۰۳)

(شهرام همایون‌فر)

۲۰۸- گزینه «۴»

واکنش موازنه شده به صورت زیر است:



$$? \text{ g Al} = 3 \text{ L H}_2 \times \frac{0.08 \text{ g H}_2}{1 \text{ L H}_2} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ g H}_2}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol H}_2} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = 2.16 \text{ g Al}$$

$$\text{جرم نقره} = 10 - 2.16 = 7.84 \text{ g Ag}$$

$$\Rightarrow \text{Ag جرمی} = \frac{7.84}{10} \times 100 = 78.4\%$$

$$? \text{ L HCl} = 2.16 \text{ g Al} \times \frac{1 \text{ mol Al}}{27 \text{ g Al}} \times \frac{6 \text{ mol HCl}}{2 \text{ mol Al}}$$

$$\times \frac{36/5 \text{ g HCl}}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{5 \text{ g HCl}} = 1.752 \text{ L محلول}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)

(میلار شیخ الاسلامی فیاوی)

۲۰۹- گزینه «۲»

فرض می‌کنیم در دمای ۱۰ درجه سلسیوس مقدار پتاسیم نیترات حل شده

$$\text{در محلول X گرم است: } 10 = \frac{X}{X+50} \times 100 \Rightarrow X \approx 5.56 \text{ g}$$

از ۵۰ گرم پتاسیم نیترات اولیه به تقریب ۵/۵۶ گرم آن در دمای جدید به صورت محلول هست و باقی آن به صورت رسوب در ته ظرف جمع شده است.

$$\text{جرم رسوب} = 50 - 5.56 = 44.44 \text{ g}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۸)

(ممد عظیمیان زواره)

۲۱۰- گزینه «۲»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: انحلال‌پذیری در دو دمای داده شده را تعیین می‌کنیم:

$$\theta = 25^\circ\text{C} = \frac{\text{گرم حل شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 100$$

$$\Rightarrow 20 = \frac{S}{S+100} \times 100 \Rightarrow S = 25$$

$$\theta = 60^\circ\text{C} = \frac{\text{گرم حل شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 100$$

$$\Rightarrow 40 = \frac{S}{S+100} \times 100 \Rightarrow S = \frac{400}{3} = 66.66$$

گزینه «۲»: به ازای کاهش دمای محلول سیر شده به جرم ۱۶۶/۶۶ گرم از دمای ۶۰°C به دمای ۲۵°C به اندازه تفاوت در انحلال‌پذیری

$$\left(\frac{125}{3} - 66.66 \right) = 41.66 = 25 - 66.66 \text{ رسوب تشکیل می‌شود. بنابراین:}$$

$$\text{رسوب} = \frac{125}{3} \text{ g رسوب} \times \frac{500 \text{ g محلول}}{500 \text{ g محلول}} = 125 \text{ g رسوب}$$

گزینه «۳»: با جای‌گذاری اطلاعات مربوط به انحلال‌پذیری در دمای ۲۵°C داریم:

$$S = 1/19\theta + b \Rightarrow 25 = 1/19 \times 25 + b \Rightarrow b = -4/75$$

گزینه «۴»: مقدار حل‌شونده برابر است با:

$$\text{حل‌شونده} = 200 \text{ g} \times \frac{\text{حل‌شونده}}{\text{محلول}} = 200 \text{ g}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۰)

گزینه «۲»: الیاف آهن بر اثر حرارت در مجاورت هوا نمی‌سوزد. گرد آهن را اگر روی شعله بپاشیم می‌سوزد.
گزینه «۳»: واکنش تجزیه سلولز کاغذ بسیار کند است. این در حالی است که واکنش زنگ زدن آهن کند است.
(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۸ و ۸۰ تا ۸۳)

۲۲- گزینه «۲» (معمد عظیمیان زواره)

با توجه به جرم مولی A و H_2O و قانون پایستگی جرم، جرم مولی B برابر ۱۸۰ گرم بر مول می‌باشد. بنابراین با گذشت ۵ دقیقه از آغاز واکنش مقدار ۰/۰۳ مول B (۵/۴ گرم B) تولید شده است.
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نادرست- زیرا حالت فیزیکی H_2O مایع (l) بوده و نمی‌توان برای آن غلظت معرفی کرد (نمودار غلظت- زمان مواد جامد یا مایع خالص به صورت خط صاف می‌باشد).
گزینه «۳»: نادرست- مقدار ۱/۸ گرم B پس از گذشت ۱ دقیقه تولید شده است.

$$? \text{ mol B} = \frac{1}{180 \text{ g B}} \times \frac{1 \text{ mol B}}{180 \text{ g B}} = 0.01 \text{ mol B}$$

$$R = \frac{\bar{R}_B}{t} \Rightarrow \text{واکنش} = \frac{1}{t} \times \frac{0.01 \text{ mol B}}{60 \text{ s}}$$

$$= \frac{1}{8 \times 33 \times 10^{-5}} \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

گزینه «۴»: نادرست- در ۳ دقیقه نخست از آغاز واکنش ۰/۰۹ مول A باقی مانده است:

$$\bar{R}_A = -\frac{\Delta n}{\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_A = -\frac{0.09 - 0.1}{3} = \frac{1}{3} \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

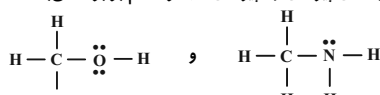
۲۲۱- گزینه «۲» (معمد عظیمیان زواره)

بررسی موارد:

(آ) درست- مونومر سازنده تفلون C_2F_4 می‌باشد.

$$\% C = \frac{12 \times 2}{(2 \times 12) + (4 \times 19)} \times 100 = 24 \%$$

(ب) درست- ساده‌ترین الکل، متانول و ساده‌ترین آمین متیل آمین می‌باشد: (مجموع شماره جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در هر کدام برابر ۷ می‌باشد)



(پ) نادرست- انحلال‌پذیری الکل‌ها در آب با افزایش شماره اتم‌های کربن کاهش می‌یابد.

(ت) درست- با توجه به فرمول مولکولی آن‌ها:



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۳، ۱۰۹، ۱۱۰ و ۱۱۴)

۲۲۲- گزینه «۲» (فخرزاد رضایی)

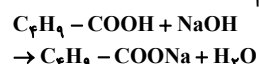
$$R: C_nH_{2n+1} \Rightarrow \text{جرم مولی} = 14n + 1$$

$$R': C_{2n}H_{4n+1} \Rightarrow \text{جرم مولی} = 28n + 1$$

$$R' \text{ و } R \text{ جرم} = 56 \Rightarrow (28n + 1) - (14n + 1) = 56$$

$$\Rightarrow 14n = 56 \Rightarrow n = 4$$

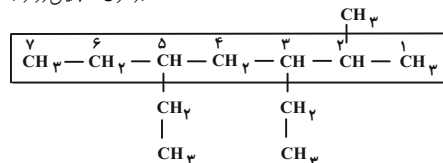
اسید حاصل از آبکافت استر به صورت زیر است: $C_4H_9 - COOH$
که طی واکنش با سدیم هیدروکسید داریم:



$$\frac{5}{18} \times \frac{1 \text{ mol اسید}}{102 \text{ g اسید}} \times \frac{1 \text{ mol آب}}{18 \text{ g آب}} \times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 0.09 \text{ g H}_2\text{O}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۳)

۲۱۵- گزینه «۴» (رسول عابدینی زواره)



۳. ۵- دی اتیل-۲- متیل هپتان

شمار جفت الکترون‌های پیوندی همان شمار پیوندهای اشتراکی است؛ یعنی ۳۷ جفت:

$$3n + 1 = 2(12) + 1 = 27$$

(شیمی ۲- قدر هدرایی زمین را برانیم: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۲۱۶- گزینه «۳» (معمد عظیمیان زواره)

ساده‌ترین آلکین، اتین C_2H_2 می‌باشد و ارزش سوختی آن نشان می‌دهد که از سوختن ۱g از این آلکین مقدار ۵۰kJ گرما آزاد می‌شود:

$$? \text{ kJ} = 5 / 6 \text{ L } C_2H_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_2}{22 / 4 \text{ L } C_2H_2} \times \frac{26 \text{ g } C_2H_2}{1 \text{ mol } C_2H_2}$$

$$\times \frac{50 \text{ kJ}}{1 \text{ g } C_2H_2} = 325 \text{ kJ}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 325 \times 10^3 \text{ J} = 2 / 5 \times 10^3 \times 4 / 2 \times \Delta\theta$$

$$\Delta\theta \approx 31^\circ \text{C}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸، ۷۰ و ۷۱)

۲۱۷- گزینه «۲» (مهری روانخواه)

(آ) فرمول مولکولی آن $C_{14}H_{18}N_2O_5$ است.

(ب) این ترکیب دارای یک گروه عاملی کربوکسیل است.

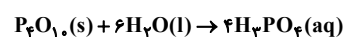
(پ) تعداد پیوندهای C-H در آن عدد است.

(ت) دوازده جفت الکترون ناپیوندی دارد.

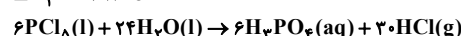
(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۲)

۲۱۸- گزینه «۴» (مسعود طبرسا)

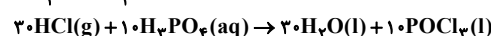
واکنش اول را ثابت، واکنش دوم را ضربدر ۶ و واکنش سوم را معکوس و ضربدر ۱۰ می‌کنیم:



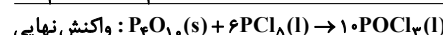
$$\Delta H_1 = -397 \text{ kJ}$$



$$\Delta H_2' = 6\Delta H_2 = -816 \text{ kJ}$$



$$\Delta H_3' = -10\Delta H_3 = 680 \text{ kJ}$$



$$\Delta H_{\text{نهایی}} = -533 \text{ kJ}$$

$$? \text{ L } POCl_3 = 1066 \text{ kJ} \times \frac{10 \text{ mol}}{533 \text{ kJ}} \times \frac{22 / 4 \text{ L}}{1 \text{ mol}} = 448 \text{ L } POCl_3$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۲۱۹- گزینه «۴» (منصور سلیمان‌ملکان)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: نقش بنزوئیک اسید به عنوان افزودنی در صنایع غذایی با نقش افزودن یون دیدی به محلول آب اکسیژنه یکسان نیست زیرا بنزوئیک اسید به عنوان نگهدارنده است و باعث کاهش سرعت واکنش‌های فساد مواد غذایی می‌شود در حالی که یون دیدی سرعت تجزیه آب اکسیژنه را افزایش می‌دهد.

$$\Rightarrow M = \frac{n}{V} = \frac{2 \times 10^{-4}}{0.25} = 8 \times 10^{-4} \text{ مولار}$$

$$[H^+] = 8 \times 10^{-4} \Rightarrow pH = -\log 8 \times 10^{-4} = -0.9 + 4 = 3.1$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{8 \times 10^{-4}} = \frac{1}{8} \times 10^{-10} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\frac{[H^+]}{[OH^-]} = \frac{8 \times 10^{-4}}{\frac{1}{8} \times 10^{-10}} = 6.4 \times 10^7$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

(معمرباشا / زهره‌وند)

گزینه ۱

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نادرست- در این سلول گالوانی، الکترود روی با از دست دادن ۲ الکترون اکسایش می‌یابد و در نتیجه روی آند و قطب منفی می‌باشد.

گزینه «۲» و «۴»: درست- همان‌طور که از واکنش پیداست، با گذشت زمان جرم Zn (واکنش‌دهنده) کاهش و جرم Cu (فراورده) افزایش می‌یابد و در واقع به ازای جابه‌جایی هر ۲ مول الکترون در مدار بیرونی، ۱ مول Zn مصرف و ۱ مول Cu تولید می‌شود. هر مول Zn، ۶۵ گرم و هر مول Cu، ۶۴ گرم است، در نتیجه به ازای انتقال هر ۲ مول الکترون، یک گرم از مجموع جرم تیغه‌های مس و روی کاسته می‌شود.

گزینه «۳»: درست- جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از آند به کاتد یعنی از چپ به راست است و درون سلول گالوانی نیز به دلیل نیم‌واکنش اکسایش درون نیم‌سلول Zn و افزایش غلظت Zn²⁺ در این نیم‌سلول و همچنین نیم‌واکنش کاهش درون نیم‌سلول مس و کاهش غلظت Cu²⁺ کاتیون‌ها (Zn²⁺) از سمت چپ به راست حرکت می‌کنند تا با برقراری تعادل سبب استمرار نیم‌واکنش‌ها شوند. (همچنین آنیون‌ها با همین هدف از سمت راست به چپ حرکت می‌کنند.)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

(معمرباشا / رضوی)

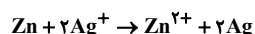
گزینه ۲

موارد «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی همه موارد:

آ) واکنش ... $Ag + Zn^{2+} \rightarrow$ انجام‌پذیر نیست. زیرا برای E° Ag نسبت به Zn مثبت‌تر است. پس در برابر Zn نمی‌تواند اکسایش یابد در حالی که واکنش ... $Zn(s) + Fe^{2+}(aq) \rightarrow$ یک واکنش انجام‌پذیر است چرا که E° برای Zn نسبت به Fe منفی‌تر است و می‌تواند اکسایش یابد.

ب) واکنش انجام شده در سلول روی- نقره به صورت زیر است و مجموع ضرایب مواد در این واکنش برابر ۶ است.



پ) در سلول متشکل از نیم‌سلول‌های روی و آهن، با توجه به این‌که Zn پتانسیل منفی‌تری دارد تمایل به اکسایش داشته و نقش آند را دارد و Fe پتانسیل بزرگ‌تری داشته و نقش کاتد را دارد بنابراین الکترون در مدار بیرونی از آند (تیغه روی) به سمت کاتد (تیغه آهن) جریان دارد.

ت) emf در سلول روی- نقره برابر $1.56V = 0.76V - (-0.80V)$ است و بیش از ۱ سلول روی- آهن برابر $2.27V = 0.76V - (-0.44V)$ است و بیش از ۱ ولت با هم اختلاف دارند.

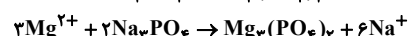
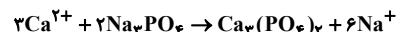
(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

(مرتضی نمیرزاده)

گزینه ۲

میزان کاتیون‌ها در ده لیتر آب (۱۰۰۰۰ گرم):

$$\frac{X}{10000} \times 10^6 = 640 \Rightarrow X = 6.4 \text{ g}$$



میزان نمک مصرف شده به ازای هر یک از کاتیون‌ها:

$$? \text{ g } Na_3PO_4 = 6.4 \text{ g مخلوط کاتیون} \times \frac{5 \text{ g } Ca^{2+}}{8 \text{ g مخلوط کاتیون}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } Ca^{2+}}{40 \text{ g } Ca^{2+}} \times \frac{2 \text{ mol } Na_3PO_4}{3 \text{ mol } Ca^{2+}} \times \frac{164 \text{ g } Na_3PO_4}{1 \text{ mol } Na_3PO_4} \approx 11 \text{ g } Na_3PO_4$$

$$? \text{ g } Na_3PO_4 = 6.4 \text{ g مخلوط کاتیون} \times \frac{3 \text{ g } Mg^{2+}}{8 \text{ g مخلوط کاتیون}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } Mg^{2+}}{24 \text{ g } Mg^{2+}} \times \frac{2 \text{ mol } Na_3PO_4}{3 \text{ mol } Mg^{2+}} \times \frac{164 \text{ g } Na_3PO_4}{1 \text{ mol } Na_3PO_4} \approx 11 \text{ g } Na_3PO_4$$

در مجموع به تقریب ۲۲ گرم نمک سدیم فسفات نیاز است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۹ و ۱۳)

(روزبه رضوانی)

گزینه ۳

در شرایط یکسان دمایی و غلظتی هر چه K_a اسید بزرگ‌تر باشد، آن اسید قوی‌تر و هر چه اسید قوی‌تر باشد، غلظت یون‌ها و رسانایی الکتریکی محلول آبی آن بیشتر است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۶)

(مهری میوه‌تی)

گزینه ۴

محلول (آ) pH بالاتر و بنابراین خاصیت بازی بیشتری دارد. به همین دلیل غلظت یون هیدروکسید در محلول آن بیشتر بوده و رسانایی الکتریکی بالاتری دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در غلظت یکسان محلول با خاصیت بازی بیشتر، pH بالاتر و در نتیجه غلظت یون OH⁻ بیشتر و به همین دلیل K_b بالاتری دارد.

گزینه «۲»: در محلول (آ) قدرت بازی بیشتر است پس غلظت یون H⁺ کمتر است.

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \quad \text{گزینه «۳»}$$

$$\begin{cases} [H^+] = 10^{-13/4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} & \text{در محلول (آ)} \\ [OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-13/4}} = 10^{-5/6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ [H^+] = 10^{-10/7} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} & \text{در محلول (ب)} \end{cases}$$

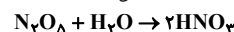
$$\frac{[OH^-] \text{ محلول (آ)}}{[H^+] \text{ محلول (ب)}} = \frac{10^{-5/6}}{10^{-10/7}} = 10^{1/14}$$

$$= 10^{11} \times 10^{-9/14} = 10^{11} \times \frac{1}{10^{9/14}} = 10^{11} \times \frac{1}{(10^{1/2})^{9/7}} = 10^{11} \times \frac{1}{10^{9/14}} = \frac{1}{8} \times 10^{11}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(موسی فیاض‌علیممیری)

گزینه ۱



$$2 / 24 \times 10^{-3} \text{ L } N_2O_5 \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_5}{22 / 4 \text{ L } N_2O_5} \times \frac{2 \text{ mol } HNO_3}{1 \text{ mol } N_2O_5}$$

$$= 2 \times 10^{-4} \text{ mol } HNO_3$$

