

آزمون

۱۳

پایه

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۱۳ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۲

۱۴۰۱/۲/۲۹

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۸۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۵۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۲۰	۱۰۱	۱۲۰	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۵	۱۲۱	۱۳۵	۲۵ دقیقه
۳	گسسته	۱۵	۱۳۶	۱۵۰	۲۵ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	-	-	کل کتاب
هندسه	-	-	کل کتاب
گسسته	-	-	کل کتاب

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

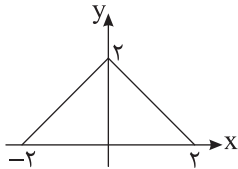
سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

۱۰۱- نقطه $A(3, -1)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ و نقطه $A'(a, b)$ متناظر با A روی نمودار وارون تابع $y = 2 - f(1 + \frac{x}{3})$ است. حاصل

$a - b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) -۶ (۴) ۶

۱۰۲- نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. سطح محدود به نمودار $y = f(-x)$ و $y = 1 + f(2x)$ چقدر است؟



(۱) ۱

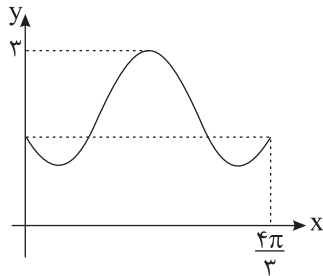
(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۱/۵

۱۰۳- فرض کنید $g(x)$ خارج قسمت تقسیم $f(x) = x^5 - 8x^2 - 8x + a$ بر $x - 2$ باشد. باقی مانده تقسیم $f \circ g(x)$ بر $x - 1$ کدام است؟

- (۱) $a + 1$ (۲) $a - 3$ (۳) $a - 1$ (۴) $a + 3$



۱۰۴- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - \cos(bx + \frac{\pi}{3})$ به صورت زیر است. حاصل $a - b$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) ۳

(۳) صفر

(۴) ۴

۱۰۵- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos x + \cos 3x = 0$ در بازه $(0, \pi)$ کدام است؟

- (۱) π (۲) $\frac{5\pi}{4}$ (۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۴) $\frac{7\pi}{4}$

۱۰۶- اگر $\cos 2x = \frac{3}{5}$ و انتهای کمان روبه‌رو به زاویه x در ربع اول دایره مثلثاتی باشد، مقدار $\tan(\frac{\pi}{4} + x)$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$

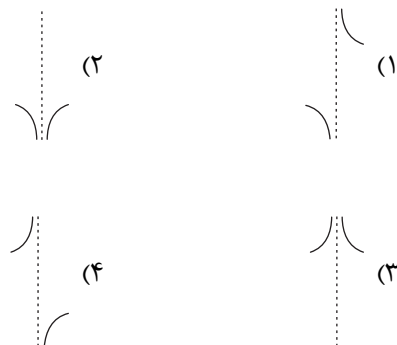
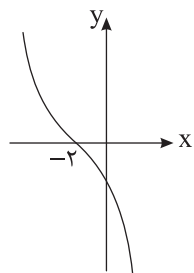
(۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۰۷- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 3}{2x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + b\sqrt{x^2 + x}}{x - 1}$ کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) -۱

محل انجام محاسبه

۱۰۸- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $y = \frac{(-1)^{|x|}}{f(-x)}$ در مجاورت مجانب قائم خود چگونه است؟



۱۰۹- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x^2 + 2}{x^2 + ax + b}$ دارای فقط دو خط مجانب است به طوری که نمودار f خط مجانب افقی خود را در نقطه $x = -\frac{4}{3}$ قطع می‌کند. مقدار مثبت a کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۱۰- تابع $f(x) = \cos^3 ax + 2x^2 - 1$ مفروض است. به ازای کدام مقدار a حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x}$ برابر -2 است؟

- (۱) ± 3 (۲) ± 2 (۳) $\pm \sqrt{3}$ (۴) $\pm \sqrt{2}$

۱۱۱- مشتق راست تابع $f(x) = (|x| - |x|) \sqrt[3]{4x}$ در نقطه $x = -2$ چقدر است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}^{\circ}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$

۱۱۲- خط مماس بر تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$ در نقطه $x = a$ واقع بر آن، محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض 2 قطع می‌کند. a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -2 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) -1

۱۱۳- تابع f در \mathbb{R} پیوسته و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x^2 - x} = 3$ است. اگر $g(x) = \frac{\sqrt{2x}}{x-1}$ باشد، حاصل مشتق تابع $y = g \circ f(x)$ در $x = 1$ چقدر است؟

- (۱) $-2/5$ (۲) $-3/5$ (۳) $-4/5$ (۴) $-1/5$

۱۱۴- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = 3x^2 - 7x + 1$ در بازه $[a, a+2]$ چقدر از آهنگ تغییر متوسط f در بازه $[a-2, a]$ بیشتر است؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

محل انجام محاسبه

۱۱۵- در مورد نقاط ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2 + 3}$ کدام صحیح است؟

- (۱) max دارد ولی min ندارد. (۲) min دارد ولی max ندارد.
 (۳) هم max دارد و هم min (۴) نه max دارد و نه min

۱۱۶- مساحت جانبی یک استوانه برابر 12π است. حداقل مقدار مجموع ارتفاع و قطر قاعده استوانه چقدر است؟

- (۱) $3\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{6}$ (۳) $2\sqrt{6}$ (۴) $4\sqrt{3}$

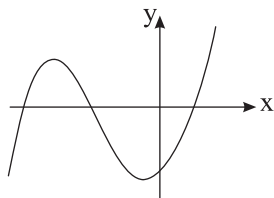
۱۱۷- نمودار تابع $f(x) = x^2 - 3x|x-2|$ در بازه (a, b) صعودی و تفرع آن رو به بالاست. حداکثر مقدار $b-a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۱۸- نقطه $A(1, -3)$ یک نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = (ax+b)\sqrt[3]{x^2}$ است. مقدار b کدام است؟

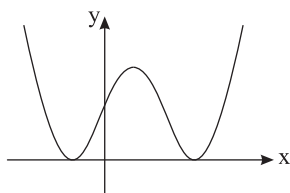
- (۱) -۵ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) ۵

۱۱۹- نمودار تابع درجه سوم f به صورت زیر است. نمودار f'' از کدام ناحیه عبور نمی‌کند؟



- (۱) اول
(۲) دوم
(۳) سوم
(۴) چهارم

۱۲۰- نمودار تابع $f(x) = x^4 + ax^3 + bx + 4$ به صورت زیر است. اگر خط $x=1$ محور تقارن تابع باشد، مقدار a کدام است؟



- (۱) -۲
(۲) -۶
(۳) -۴
(۴) -۸

۱۲۱- اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -1 & 4 & 3 \\ 0 & -1 & x \end{bmatrix}$ و مجموع درایه‌های ستون سوم ماتریس BA^6 برابر ۱۶ باشد، x کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۲ (۳) -۴ (۴) ۲

۱۲۲- اگر $A^3 = 2I$ ، آنگاه وارون ماتریس $2A + I$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{16}(4A^2 + 2A + I)$ (۲) $\frac{1}{17}(4A^2 - 2A + I)$
 (۳) $\frac{1}{17}(4A^2 + 2A + I)$ (۴) $\frac{1}{16}(4A^2 - 2A + I)$

محل انجام محاسبه

۱۲۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ باشند، حاصل $|AB| + |BA|$ برابر کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۱۲

۱۲۴- اگر $B = \begin{bmatrix} 1401 & 2022 \\ 2022 & 1401 \end{bmatrix}$ و $A \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = 2I$ باشند، حاصل $|-\frac{1}{4}BAB^{-1}|$ برابر کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) -2 (۴) -4

۱۲۵- در مثلث ABC به طول اضلاع $AB = \sqrt{3}$ و $AC = 1$ ، نقطه O محل تلاقی عمودمنصف‌های دو ضلع AB و AC روی ضلع BC واقع است. فاصله نقطه O تا رأس A کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۳) ۱ (۴) ۲

۱۲۶- دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع R ، خط $x + y - 2 = 0$ را در دو نقطه قطع می‌کند. کمترین مقدار طبیعی R کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۷- دایره C در ناحیه چهارم دستگاه مختصات بر محورهای مختصات مماس است. اگر دایره C به معادله $x^2 + y^2 - 6 + 4\sqrt{2} = 0$ بر دایره C مماس بیرونی باشد، شعاع دایره C کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲
(۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۲۸- دو نقطه $F(1 + \sqrt{5}, 2)$ و $F'(1 - \sqrt{5}, 2)$ کانون‌های بیضی و $A(3\sqrt{5} + 1, 2)$ یک رأس آن است. اگر M نقطه متغیر روی این بیضی باشد، آنگاه بیشترین مساحت مثلث MFF' برابر کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{5}$ (۲) $10\sqrt{2}$
(۳) $2\sqrt{10}$ (۴) $3\sqrt{5}$

۱۲۹- محور تقارن یک سهمی با رأس $(-1, 3)$ موازی محور x ها است. اگر این سهمی از نقطه $(5, 9)$ بگذرد، آنگاه طول وتری که محور y ها از این سهمی جدا می‌کند برابر کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $3\sqrt{3}$ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{6}$

محل انجام محاسبه

۱۳۰- وجه‌های یک مکعب مستطیل قسمت‌هایی از صفحات به معادلات $x=1, x=3, x=1, y=1, y=4, z=-2, z=2$ است. کدام یک از نقاط زیر دقیقاً روی دو تا از وجه‌های این مکعب مستطیل قرار دارد؟

(۱) $(3, 4, 2)$ (۲) $(2, \frac{5}{3}, 0)$

(۳) $(\frac{5}{3}, 1, -1)$ (۴) $(2, 1, -2)$

۱۳۱- بردار $\vec{a} = (1, -1, 1)$ تصویر قائم بردار $\vec{a} = (2, 2, m)$ روی بردار \vec{b} است. مقدار m برابر کدام است؟

(۱) -1 (۲) 3 (۳) -2 (۴) 2

۱۳۲- بردار \vec{a} با اندازه $2\sqrt{11}$ بر بردارهای $(2, -1, 1)$ و $(1, 0, -1)$ عمود است. تصاویر بردار \vec{a} کدام است؟

(۱) $(-2, -6, -2)$ (۲) $(2, 6, -2)$

(۳) $(2, -6, 2)$ (۴) $(2, -6, -2)$

۱۳۳- بردارهای $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ و $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{k}$ مفروض هستند. مساحت مثلثی که دو ضلع آن بردارهای $\vec{b} \times \vec{a}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ باشد، کدام است؟

(۱) 3 (۲) $\sqrt{2}$

(۳) 2 (۴) $\sqrt{3}$

۱۳۴- اگر سه بردار $\vec{a} = \vec{i} + m\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = -4\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ و $\vec{c} = -2\vec{i} - 2\vec{j} + n\vec{k}$ در رابطه $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ صدق کنند، حاصل $m+n$ کدام است؟

(۱) -5 (۲) -1 (۳) 7 (۴) 11

۱۳۵- در متوازی‌السطوحی که با سه بردار $\vec{a} = (1, 1, 0)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$ و $\vec{c} = (1, 0, 1)$ تولید می‌شود، طول ارتفاع وارد بر قاعده‌ای که با \vec{b} و \vec{c} ساخته می‌شود، کدام است؟

(۱) 2 (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

۱۳۶- اگر مجموع و تفاضل دو عدد حقیقی گنگ باشد، آنگاه.....

(۱) هر دو عدد گنگ هستند.

(۲) تنها یکی از دو عدد گنگ است.

(۳) حداکثر یکی از دو عدد گنگ است.

(۴) حداقل یکی از دو عدد گنگ است.

۱۳۷- مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد سه رقمی x به طوری که $7|3x - 2y + 2$ و $7|5x + 3y$ کدام است؟

(۱) 23 (۲) 24 (۳) 25 (۴) 26

محل انجام محاسبه

۱۳۸- میانگین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی به صورت \overline{aba} که مضرب عدد ۳۳ باشد، کدام است؟

- ۶۱۲ (۴) ۶۱۰ (۳) ۶۱۰/۵ (۲) ۶۱۲/۵ (۱)

۱۳۹- دو رقم سمت راست عدد $40A$ برابر ۶۰ است. مجموع حالت‌های ممکن برای رقم یکان A کدام است؟

- ۶ یا ۱ (۴) ۷ یا ۲ (۳) ۸ یا ۳ (۲) ۹ یا ۴ (۱)

۱۴۰- اگر $9x \equiv 1! + 2! + \dots + 140! \pmod{60}$ آنگاه مقادیر x به کدام صورت زیر است؟

- $6k + 27$ (۲) $20k + 17$ (۱)
 $60k + 57$ (۴) $15k - 3$ (۳)

۱۴۱- اگر عدد $a + 7^{23}$ بر ۳۱ بخش‌پذیر باشد کوچک‌ترین عدد طبیعی a کدام است؟

- ۳۰ (۴) ۱۸ (۳) ۲۱ (۲) ۱۰ (۱)

۱۴۲- مجموع مرتبه و اندازه یک گراف کامل کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

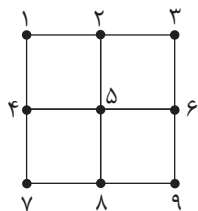
- ۱۱۲ (۴) ۱۰۵ (۳) ۹۱ (۲) ۷۸ (۱)

۱۴۳- گراف ۶- منتظم مرتبه ۸ چند دور به طول ۳ دارد؟

- ۴۵ (۴) ۴۰ (۳) ۳۶ (۲) ۳۲ (۱)

۱۴۴- گراف زیر چند ۷- مجموعه دارد؟

- ۲ (۱)
 ۶ (۲)
 ۸ (۳)
 ۱۰ (۴)



۱۴۵- دستگاه معادله $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10 \\ x_1 + x_3 + x_5 = 5 \end{cases}$ چند جواب طبیعی دارد؟

- ۱۲۶ (۴) ۲۷ (۳) ۲۴ (۲) ۱۰ (۱)

۱۴۶- ستون دوم از سمت چپ مربع لاتین زیر با ستون دوم مربع لاتین چرخشی یکسان است. کمترین مقدار $a + b$ کدام است؟

		a	
b		۱	
		۴	

- ۲ (۱)
 ۳ (۲)
 ۴ (۳)
 ۷ (۴)

محل انجام محاسبه

۱۴۷- معادله $(\sqrt{x_1} + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)(y_1 + y_2 + y_3) = 28$ چند جواب طبیعی دارد؟

- ۳۰ (۱) ۱۸ (۲) ۴۵ (۳) ۱۳ (۴)

۱۴۸- چند تابع پوشا مانند F از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ به مجموعه $B = \{1, 2, 3\}$ تعریف می‌شود به طوری که $F(1) = 1$ ؟

- ۱۵۰ (۱) ۱۴ (۲) ۳۶ (۳) ۵۰ (۴)

۱۴۹- در یک کلاس از بین هر ۴ دانشجو که انتخاب کنیم حداقل ۲ نفر وجود دارند که ماه تولدشان متفاوت است. این کلاس حداکثر چند دانشجو دارد؟

- ۳۵ (۱) ۳۶ (۲) ۳۷ (۳) ۴۸ (۴)

۱۵۰- جعبه‌ای شامل ۷ مهره سفید، ۶ مهره سیاه، ۵ مهره سبز و ۴ مهره قرمز است. حداقل چند مهره برداریم تا مطمئن باشیم مهره‌هایی از ۳ رنگ مختلف و از هر کدام حداقل ۲ تا داشته باشیم؟

- ۸ (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴)

محل انجام محاسبه

آزمون

۱۳

پایه

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



آزمون شماره ۱۳ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۳

۱۴۰۱/۲/۲۹

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۸۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۷۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۴۰	۱۵۱	۱۹۰	۵۰ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۱۹۱	۲۲۰	۳۰ دقیقه

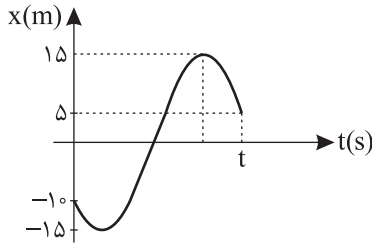
مواد امتحانی	سر فصل دهم	سر فصل یازدهم	سر فصل دوازدهم
فیزیک	-	-	کل کتاب
شیمی	-	-	کل کتاب

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

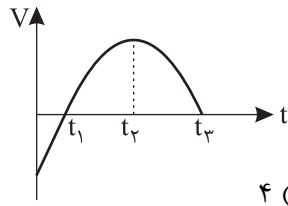
۱۵۱- نمودار مکان - زمان حرکت متحرکی روی خط راست مطابق شکل است. اگر تندی متوسط متحرک در t ثانیه اول، $9 \frac{m}{s}$ باشد، سرعت



متوسط آن در این مدت چند $\frac{m}{s}$ خواهد بود؟

- (۱) ۳
- (۲) -۳
- (۳) -۹
- (۴) ۹

۱۵۲- سهمی شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند را نشان می دهد، چندتا از موارد زیر درست است؟



(الف) در بازه $(0-t_1)$ متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می کند.

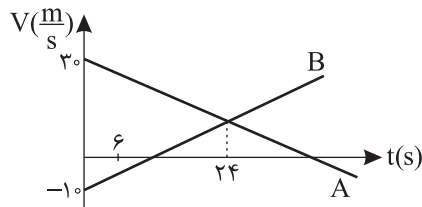
(ب) در بازه (t_1-t_2) حرکت متحرک کندشونده است.

(ج) در بازه (t_1-t_2) شتاب حرکت مثبت است.

(د) در بازه (t_1-t_2) تندی متوسط و سرعت متوسط متحرک برابر است.

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۱۵۳- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. مجموع مسافتی که دو متحرک در ۶



ثانیه اول طی می کنند، چند متر است؟

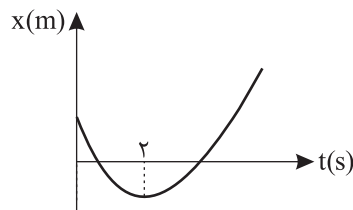
- (۱) ۱۴۰
- (۲) ۱۸۰
- (۳) ۲۱۰
- (۴) ۲۸۰

۱۵۴- متحرکی روی خط راست در حرکت با شتاب ثابت در سه ثانیه متوالی $120m$ را طی می کند. اگر در ثانیه اول این بازه زمانی نصف

مسیر را طی کرده باشد، شتاب حرکت این متحرک چند $\frac{m}{s^2}$ است؟

- (۱) $\frac{20}{3}$
- (۲) $-\frac{20}{3}$
- (۳) ۲۰
- (۴) -۲۰

۱۵۵- سهمی شکل زیر مکان - زمان حرکت جسمی بر روی خط راست است. اگر جابجایی متحرک در ۵ ثانیه $25m$ باشد، مسافت طی شده



توسط متحرک در این مدت چند متر است؟

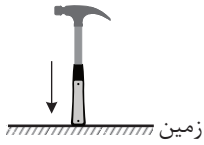
- (۱) ۵۰
- (۲) ۶۵
- (۳) ۸۵
- (۴) ۱۲۵

۱۵۶- اتومبیلی با سرعت $108 \frac{km}{h}$ در حرکت است. اگر با شتاب ثابت $4 \frac{m}{s^2}$ سرعت خود را کم کند تا متوقف شود، به ترتیب از راست به

چپ جابجایی متحرک در ۳ ثانیه آخر قبل از توقف، چند متر و سرعت آن ۳ ثانیه قبل از توقف چند $\frac{m}{s}$ است؟

- (۱) ۱۲ و ۱۸
- (۲) ۲۷ و ۱۲
- (۳) ۲۷ و ۱۸
- (۴) ۱۸ و ۱۸

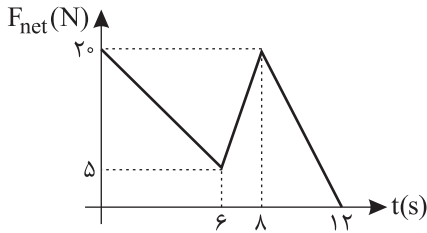
۱۶۳- برای محکم کردن سر چکش می توان انتهای دسته چکش را مطابق شکل به زمین کوبید. این پدیده با کدام قانون توجیه می شود؟



- (۱) قانون اول نیوتون
- (۲) قانون دوم نیوتون
- (۳) قانون سوم نیوتون
- (۴) قانون پایستگی انرژی

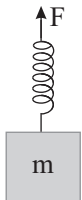
۱۶۴- جسمی به جرم 2kg روی محور x ها طوری حرکت می کند که در لحظه $t = 4\text{s}$ اندازه سرعت آن $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در خلاف محور x ها است. اگر

نمودار نیروی خالص وارد بر این متحرک بر حسب زمان مطابق شکل باشد، سرعت متحرک در $t = 10\text{s}$ چند $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ است؟



- (۱) ۱۲
- (۲) ۲۰
- (۳) ۲۷
- (۴) ۴۳

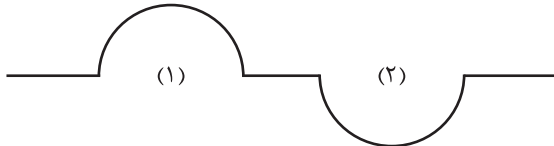
۱۶۵- جسمی به جرم 10kg مطابق شکل توسط یک فنر با شتاب رو به بالای $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ کشیده می شود. اگر طول اولیه فنر قبل از اتصال وزنه



20cm و ثابت فنر $1000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ باشد، در هنگام حرکت جسم طول فنر چند سانتی متر می شود؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) ۲۸
- (۲) ۳۲
- (۳) ۸
- (۴) ۱۲

۱۶۶- اتومبیلی روی پل محدب شماره ۱ در حال حرکت است. نیروی عمودی سطح پل در بالاترین نقطه نصف وزن آن است. اگر در ادامه از پل مقعر شماره ۲ با همان شعاع ولی با سرعت دو برابر بگذرد، در پایین ترین نقطه پل، نیروی عمودی سطح چند برابر وزنش خواهد بود؟ (پل ها نیم دایره فرض شود)



- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۲/۵
- (۴) ۳

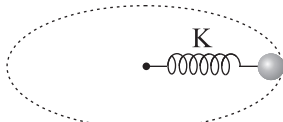
۱۶۷- تندی حرکت یک ماهواره چند $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد تا همواره در ارتفاع 3600km از سطح زمین به دور زمین بچرخد؟ (شعاع کره زمین

6400km و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) ۳۶۰۰
- (۲) ۶۴۰۰
- (۳) ۱۰۰
- (۴) ۱۰۰۰

۱۶۸- مطابق شکل، گلوله ای به جرم 200g را به انتهای فنری به طول طبیعی 30cm بسته و آن را روی یک سطح افقی بدون اصطکاک

می چرخانیم، در این حالت طول فنر $50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ثابت فنر $50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ باشد، دوره چرخش جسم چند ثانیه است؟



- (۱) $\frac{\pi}{50}$
- (۲) $\frac{\pi}{10}$
- (۳) $\frac{\pi}{5}$
- (۴) $\frac{\pi}{25}$

محل انجام محاسبه

۱۶۹- نوسانگر ساده‌ای در $t = 0$ از یک انتهای پاره‌خط نوسان شروع به حرکت می‌کند. اگر در t ثانیه اول، برای اولین بار تندی متوسط

نوسانگر سه برابر اندازه سرعت متوسط آن باشد، کدام‌یک از موارد زیر در لحظه t صحیح است؟

(۱) انرژی جنبشی نوسانگر با انرژی پتانسیل آن برابر است.

(۲) انرژی جنبشی نوسانگر ۳ برابر انرژی پتانسیل آن است.

(۳) انرژی جنبشی نوسانگر حداکثر و انرژی پتانسیل آن صفر است.

(۴) برای اظهار نظر قطعی معلومات کافی نیست.

۱۷۰- معادله مکان- زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = 0.4 \cos(10\pi t)$ است. از لحظه $t_1 = \frac{1}{3}$ s تا $t_2 = \frac{1}{4}$ s چند ثانیه

بردار شتاب و سرعت نوسانگر در یک جهت می‌باشند؟

- (۱) $\frac{3}{40}$ (۲) $\frac{1}{15}$ (۳) $\frac{1}{60}$ (۴) $\frac{1}{40}$

۱۷۱- به انتهای فنری قائم به ثابت K وزنه‌ای به جرم m آویزان می‌کنیم. در حالت تعادل تغییر طول فنر 40 cm می‌شود. اگر این دستگاه

وزنه - فنر را در سطح افقی به نوسان در آوریم، اندازه شتاب وزنه در لحظه‌ای که در فاصله 2 سانتی‌متری از مرکز نوسان قرار دارد، چند

متر بر مجذور ثانیه می‌شود؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) $2/5$ (۲) 2 (۳) 0.5 (۴) 0.4

۱۷۲- دوره آونگ ساده‌ای 2 s است. اگر طول آونگ را 21 cm افزایش دهیم، در این صورت کدام گزینه درست است؟

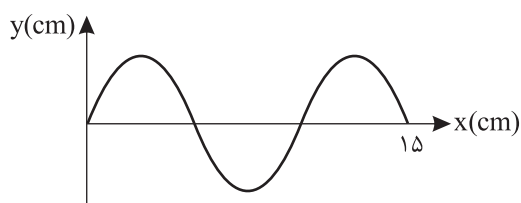
($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\pi^2 = 10$)

(۱) دوره آونگ 0.2 s کم می‌شود. (۲) دوره آونگ 0.4 s کم می‌شود.

(۳) دوره آونگ 0.2 s زیاد می‌شود. (۴) دوره آونگ 0.4 s زیاد می‌شود.

۱۷۳- شکل زیر، نمودار جابجایی - مکان یک موج عرضی در یک طناب همگن را نشان می‌دهد. اگر نسبت بیشینه تندی نوسان هر ذره از طناب

به تندی انتشار موج برابر $\frac{7\pi}{5}$ باشد، دامنه نوسان ذرات طناب چند سانتی‌متر است؟



(۱) 0.5

(۲) 2

(۳) 1

(۴) 4

۱۷۴- طناب همگنی به چگالی خطی $30 \frac{\text{g}}{\text{m}}$ را با نیروی F می‌کشیم. اگر یک سر دیگر طناب را به نوسان در آوریم، موج ایجاد شده در مدت

1.5 s ، 30 متر پیشروی می‌کند. نیروی F چند نیوتون است؟

- (۱) 3 (۲) 6 (۳) 9 (۴) 12

۱۷۵- اگر به یک منبع صوت 49 متر نزدیک شویم، تراز شدت صوت 24 dB افزایش می‌یابد. در این مکان جدید شدت صوت چند برابر

شدت صوت در 10 متری منبع است؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر می‌شود و $\log 2 = 0.3$ و دامنه ثابت فرض می‌شود)

- (۱) 100 (۲) 7 (۳) 10 (۴) 1

محل انجام محاسبه

۱۷۶- مطابق شکل منبع صوت با سرعت v_p و شنونده با سرعت v_1 در یک جهت حرکت می‌کنند، به طوری که $v_1 > v_p$ است. در کدام گزینه به ترتیب در مورد بسامد شنیده شده توسط شنونده (f_0)، بسامد تولیدی منبع (f_s)، طول موج رسیده به شنونده (λ_0) و طول موج تولیدی منبع (λ_s) درست است؟



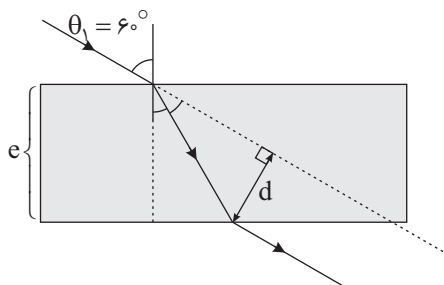
(۱) $\lambda_0 > \lambda_s$ و $f_0 > f_s$

(۲) $\lambda_0 > \lambda_s$ و $f_0 < f_s$

(۳) $\lambda_0 < \lambda_s$ و $f_0 < f_s$

(۴) در مورد بسامد نمی‌توان اظهار نظر کرد و $\lambda_0 > \lambda_s$

۱۷۷- مطابق شکل تیغه متوازی‌السطوحی در هوا قرار دارد. اگر ضریب شکست آن $\sqrt{3}$ و میزان جابجایی پرتو در تیغه $d = 1.0 \text{ cm}$ باشد، ضخامت تیغه (e) چند cm است؟



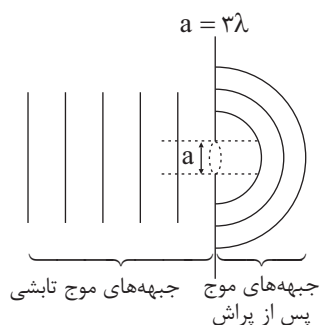
(۱) ۱.۰

(۲) $1.0\sqrt{3}$

(۳) ۲.۰

(۴) $2.0\sqrt{3}$

۱۷۸- کدام یک از موارد زیر باعث می‌شود که در شکل زیر خمیدگی و گسترش نور (پراش نور) پس از عبور از شکاف کمتر شود؟ (a ضخامت شکاف و λ طول موج است)



(۱) استفاده از نور قرمز به جای آبی

(۲) کاهش a

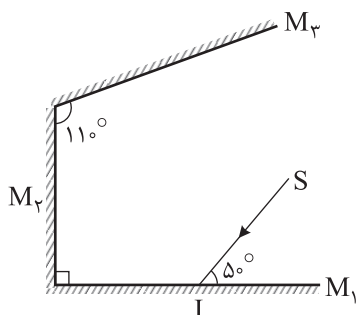
(۳) مایل کردن جبهه‌های موج نسبت به مانع

(۴) انجام آزمایش در آب

۱۷۹- دو نفر در دو انتهای یک لوله به طول ۵۰۰ m ایستاده‌اند. نفر اول با چکش ضربه‌ای به لوله می‌زند. نفر دوم دو صدا با فاصله زمانی $1/25 \text{ s}$ می‌شنود. اگر تندی صوت در فلز ۸ برابر تندی صوت در فلز و هوا چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۲۸۰۰ (۲) ۲۴۵۰ (۳) ۲۱۰۰ (۴) ۱۹۵۰

۱۸۰- در شکل زیر پرتوی SI ابتدا به آینه تخت M_1 و سپس بازتابش آن به آینه M_2 و در نهایت به آینه M_3 برخورد می‌کند. پرتو نهایی نسبت به پرتو اولیه چند درجه منحرف می‌شود؟



(۱) ۶۰

(۲) ۱۲۰

(۳) ۴۰

(۴) ۸۰

محل انجام محاسبه

۱۸۱- بسامد دو هماهنگ متوالی یک تار مرتعش، ۳۰۰ و ۴۵۰ هرتز می‌باشد. اگر طول موج هماهنگ پنجم تار ۵۰ cm باشد، سرعت انتشار موج در طول تار چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۳۰۰ (۲) ۳۲۵ (۳) ۳۷۵ (۴) ۴۰۰

۱۸۲- وقتی گالن آبی را خالی می‌کنیم، با خالی کردن آب، صدای گلوب گلوبی را می‌شنویم. موقع خالی کردن گالن، کدام گزینه درست است؟

- (۱) بسامد صدا بیشتر و صدا بم‌تر می‌شود. (۲) بسامد صدا کمتر و صدا زیرتر می‌شود.
(۳) بسامد صدا کمتر و صدا بم‌تر می‌شود. (۴) بسامد صدا بیشتر و صدا زیرتر می‌شود.

۱۸۳- یک لایمپ لیزر تک بسامد ۶۴۰ W در مدت یک دقیقه 10^{22} فوتون تابش می‌کند. طول موج نور تابش شده چند nm است؟

$$(C = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}, h = 6.4 \times 10^{-34} Js)$$

- (۱) ۵۰ (۲) ۵۰۰ (۳) ۶۰ (۴) ۶۰۰

۱۸۴- کوتاه‌ترین طول موج سری بالمر اتم هیدروژن چند برابر خط سوم سری پاشن این اتم است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{7}{36}$ (۴) $\frac{36}{7}$

۱۸۵- در پدیده فوتوالکتریک طول موج آستانه برای سطح یک فلز ۲۱۰ nm است. به ازای چه طول موج تابشی، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌های خارج شده از سطح فلز ۶ eV می‌شود؟

- (۱) ۳۰۰ (۲) ۲۷۰ (۳) ۱۲۴ (۴) ۶۲

۱۸۶- در یک اتم هیدروژن الکترون از ترازی با انرژی $-3.4 eV$ به ترازی با انرژی $-0.844 eV$ جابه‌جا می‌شود. شعاع مدار الکترون بر حسب a_0 چه مقدار تغییر کرده است؟ (a_0 شعاع اتم بور، $E_R = 13.6 eV$)

- (۱) $3a_0$ کاهش می‌یابد. (۲) $21a_0$ کاهش می‌یابد. (۳) $3a_0$ افزایش می‌یابد. (۴) $21a_0$ افزایش می‌یابد.

۱۸۷- کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

- (۱) هسته برانگیخته هنگام بازگشت به حالت پایه، فوتون گسیل می‌کند.
(۲) انرژی نوکلئون‌های وابسته به هسته کوانتیده هستند.
(۳) هسته‌های سنگین برخلاف هسته‌های سبک در واکنش شیمیایی برانگیخته نمی‌شوند.
(۴) اختلاف بین ترازهای انرژی نوکلئون‌ها در هسته‌ها از مرتبه کیلوالکترون‌ولت تا مگاالکترون‌ولت است.

۱۸۸- در یک واکنش هسته‌ای، هسته مادر یک ذره α و دو ذره β^- تابش می‌کند و به هسته دختر $^{211}_{84}Po$ تبدیل می‌شود. هسته مادر اولیه کدام است؟

- (۱) $^{217}_{90}Th$ (۲) $^{215}_{88}Ra$ (۳) $^{215}_{84}Po$ (۴) $^{217}_{86}Rn$

۱۸۹- نیمه عمر یک ماده پرتوزا ۴ روز است. در ۴ روز سوم m گرم و در ۴ روز چهارم m' گرم از این ماده واپاشیده می‌شود، به طوری که $m - m' = 400 g$ است، جرم فعال اولیه چند گرم بوده است؟

- (۱) ۶۴۰۰ (۲) ۵۶۰۰ (۳) ۳۲۰۰ (۴) ۱۶۰۰

۱۹۰- هسته مادر $^{150}_{50}X$ پس از چند واپاشی به هسته دختر $^{72}_{34}Y$ تبدیل شده است. چند ذره α و چند ذره β (و از چه نوعی) تابش کرده است؟

- (۱) ۷ ذره α و ۲ ذره β^- (۲) ۵ ذره α و ۴ ذره β^- (۳) ۷ ذره α و ۲ ذره β^+ (۴) ۵ ذره α و ۴ ذره β^+

۱۹۱- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) در سال‌های اخیر میزان رشد شاخص امید به زندگی در نواحی برخوردار کمتر از نواحی کم‌برخوردار بوده است.
 (۲) نمک آمونیوم اسید چرب نوعی صابون مایع می‌باشد که هم در چربی‌ها و هم در آب حل می‌شود.
 (۳) با افزودن مقداری صابون به مخلوط آب و روغن، مخلوطی پایدار ایجاد می‌شود که همگن بوده و نور را پخش نمی‌کند.
 (۴) اسیدهای چرب و استرهای بلندزنجیر از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل شده‌اند و نیروی بین مولکولی غالب در آنها از نوع واندروالسی می‌باشد.

۱۹۲- چه تعداد از موارد زیر درست هستند؟

- (آ) صابون‌ها با کمک سر کاتیونی خود با مولکول‌های آب و از طریق زنجیر هیدروکربنی با مولکول‌های چربی برهم‌کنش می‌دهند.
 (ب) با افزودن مقدار یکسانی صابون به مقدار معینی از آب دریا و چشمه، ارتفاع کف در آب دریا بیشتر است.
 (پ) برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی پاک‌کننده‌های غیرصابونی و عدم واکنش آنها با یون‌های موجود در آب‌های سخت، به آنها نمک‌های فسفات می‌افزایند.
 (ت) واکنش مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب، گرماده بوده و طی واکنش گاز هیدروژن نیز تولید می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹۳- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) جوهرنمک از جمله پاک‌کننده‌های خورنده بوده که برخلاف صابون‌ها رنگ کاغذ pH را قرمز می‌کند.
 (۲) شیمی‌دان‌ها پیش از آشنایی با ساختار اسیدها و بازها، از برخی ویژگی‌ها و واکنش‌های آنها مطلع شدند.
 (۳) مواد و ترکیب‌هایی که با حل شدن در آب غلظت یون‌های H_3O^+ و OH^- را افزایش می‌دهند، به ترتیب اسید و باز آرنیوس هستند.

(۴) در سامانه‌ای خنثی همانند آب خالص، غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید برابر صفر است.

۱۹۴- کدام یک از مطالب زیر، درست هستند؟

- (آ) N_2O_5 یک اکسید اسیدی می‌باشد که در اثر انحلال هر مول آن در آب، ۴ مول یون تولید می‌شود.
 (ب) هرچه درجه یونش یک اکسید نافلزتی بیشتر باشد، رسانایی الکتریکی محلول آبی آن نیز بیشتر است.
 (پ) در واکنش‌های برگشت پذیر که همزمان واکنش‌های رفت و برگشت به صورت پیوسته انجام می‌شوند، سرانجام مقدار واکنش دهنده‌ها و فرآورده‌ها برابر می‌شود.

(ت) در دمای $25^\circ C$ هرچه نسبت غلظت یون هیدروکسید به هیدرونیوم در یک محلول کمتر باشد، pH آن به عدد صفر نزدیک‌تر است.

(۱) «آ» و «ب» (۲) «آ» و «ت» (۳) «ب» و «ت» (۴) همه موارد

۱۹۵- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

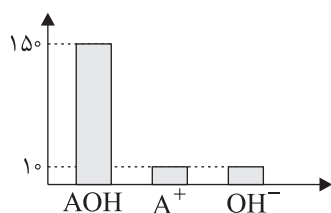
- (آ) در شرایط یکسان، نسبت شمار یون‌های هیدرونیوم به یون‌های فلوئورید در محلول HF کوچک‌تر از یک است.
 (ب) آمونیاک در ساختار خود OH^- ندارد اما یک باز آرنیوس به شمار می‌رود.

(پ) همه داروها و شوینده‌ها خاصیت اسیدی یا بازی دارند.

(ت) اسید و باز آرنیوس رسانای جریان برق هستند.

(۱) «آ» و «پ» (۲) «ب» و «پ» (۳) «آ» و «ت» (۴) «ب» و «ت»

۱۹۶- با توجه به نمودار زیر که تعداد ذرات AOH، A^+ و OH^- را پس از یونیده شدن یک باز نشان می‌دهد، درصد یونش این باز چقدر است؟



(۱) ۶/۲۵

(۲) ۶/۶۶

(۳) ۱۲/۵

(۴) ۱۳/۳۲

۱۹۷- در دمای اتاق در نمونه‌ای از یک اسید، غلظت یون هیدرونیوم، 4×10^{-6} برابر غلظت یون هیدروکسید است. pH نمونه کدام است؟

(۴) ۱۰/۶

(۳) ۶/۱

(۲) ۴

(۱) ۳/۷

۱۹۸- اگر pH محلولی از نیتریک اسید برابر ۲/۳ و pH محلولی از هیدروکلریک اسید برابر ۳/۷ باشد، غلظت یون نیترات چند برابر غلظت یون کلرید است؟

(۴) ۱/۲۵

(۳) ۲/۵

(۲) ۲۵

(۱) ۱۲/۵

۱۹۹- چند گرم پتاسیم هیدروکسید به ۲ لیتر آب با pH = ۷ باید اضافه شود تا pH محلول برابر ۱۱ شود؟

($H = 1, K = 39, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

(۴) ۰/۴۸۲

(۳) ۰/۳۱۶

(۲) ۰/۱۱۲

(۱) ۰/۵۶۰

۲۰۰- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) دو رکن اساسی در تحقق فناوری‌ها، دستیابی به مواد مناسب و تأمین انرژی است.

(۲) تأمین انرژی به وسیله باتری‌ها، تولید مواد با استفاده از آبکافت و اندازه‌گیری و کنترل کیفیت فرآورده، برخی از قلمروهای الکتروشیمی می‌باشد.

(۳) یکی از راه‌های بهره‌گیری از انرژی ذخیره شده در فلزها، اتصال آنها در شرایط مناسب به یکدیگر است.

(۴) در باتری که به عنوان یک مولد عمل می‌کند، تمام انرژی شیمیایی مواد به انرژی الکتریکی تبدیل نمی‌شود.

۲۰۱- کدام موارد از مطالب زیر درست هستند؟

(آ) با قرار دادن تیغه مسی در محلول روی سولفات، به تدریج از شدت رنگ محلول کاسته شده و فلز مس اکسایش می‌یابد.

(ب) در واکنش فلز روی با محلول هیدروکلریک اسید، اتم‌های روی اکسایش و یون‌های کلر کاهش می‌یابند.

(پ) واکنش‌های شیمیایی که در آنها حداقل یک ماده به صورت عنصری تولید یا مصرف می‌شود، جزء واکنش‌های اکسایش - کاهش هستند.

(ت) از واکنش اغلب فلزها با محلول اسیدها، در اثر انجام واکنش اکسایش - کاهش، نمک و گاز هیدروژن تولید می‌شود.

(۱) «آ» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «پ» و «ت» (۴) همه موارد

۲۰۲- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱) در تمام واکنش‌های اکسایش - کاهش افزون بر دادوستد الکترون، انرژی نیز آزاد می‌شود.

(۲) در واکنش فلز آلومینیم با محلول مس (II) سولفات، به ازای کاهش هر مول یون مس، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود.

(۳) در واکنش فلزهای مختلف با محلول $CuSO_4$ هرچه دمای محلول بیشتر افزایش یابد، پایداری فلز بیشتر است.

(۴) مقایسه قدرت کاهندگی فلزات مس، روی، آلومینیم و طلا به صورت ($Al > Cu > Zn > Au$) می‌باشد.

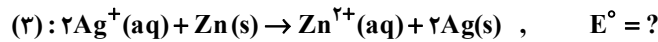
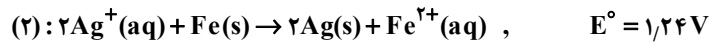
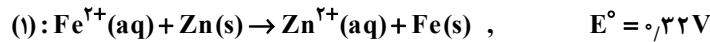
۲۰۳- اگر در سلول گالوانی که محتویات نیم‌سلول‌های آن روی سولفات و آلومینیم فسفات می‌باشند، $9/03 \times 10^{22}$ عدد الکترون در مدار

بیرونی جابه‌جا شود، مجموع جرم الکتروده‌های آند و کاتد چه مقدار و چگونه تغییر می‌کند؟ ($Zn = 65, Al = 27 : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) ۲۷/۷۵ گرم - افزایش (۲) ۳۵/۲۵ گرم - افزایش (۳) ۲۷/۷۵ گرم - کاهش (۴) ۳۵/۲۵ گرم - کاهش

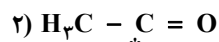
محل انجام محاسبه

۲۰۴- با توجه به داده‌های مربوط به واکنش‌های (۱) و (۲)، E° واکنش (۳) چند ولت است؟



۱) ۰/۶ (۱) ۰/۹۲ (۲) ۱/۵۶ (۳) ۱/۸۸ (۴)

۲۰۵- عدد اکسایش اتم ستاره‌دار در گونه‌های زیر کدام است؟ (به ترتیب از راست به چپ)



۱) +۳, +۵ (۱) ۲) +۴, +۵ (۲) ۳) +۳, +۸ (۳) ۴) +۴, -۸ (۴)

۲۰۶- چند مورد از عبارات‌های زیر درباره فرایند حال درست است؟

(آ) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش کلی این فرایند برابر ۱۳ است.

(ب) آلومینیم همانند دیگر فلزات فعال در طبیعت به شکل ترکیب یافت می‌شود.

(پ) آلومینیم با تشکیل لایه چسبنده و متراکم Al_2O_3 از ادامه اکسایش جلوگیری می‌کند.

(ت) در قسمت آندی تیغه آند با گاز اکسیژن مصرف می‌شود.

۱) ۲ (۱) ۲) ۴ (۲) ۳) ۱ (۳) ۴) ۳ (۴)

۲۰۷- کدام مطلب در مورد سلول الکترولیتی که برای آبکاری یک قاشق آهنی با فلز X ساخته شده، نادرست است؟

(۱) الکترولیت محلول نمکی است از فلز X.

(۲) نیم‌واکنش کاهش مربوط به فلز X است.

(۳) کاتد تیغه‌ای از جنس فلز X است.

(۴) نقش کاتد در سلول را قاشق آهنی داشته و با گذشت زمان به جرم آن افزوده می‌شود.

۲۰۸- اگر درصد جرمی آب در یک نمونه از خاک رس برابر ۱۴ درصد باشد، بر اثر حرارت دادن به ۵۰۰ گرم خاک رس و کاهش ۵۰ گرم از جرم خاک، درصد جرمی آب در نمونه نهایی تقریباً برابر چقدر است؟

۱) ۱۵/۵ (۱) ۲) ۳/۶ (۲) ۳) ۴/۴ (۳) ۴) ۷/۲ (۴)

۲۰۹- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) ترکیب‌های گوناگون سیلیسیم و اکسیژن بیش از ۹۰٪ پوسته جامد زمین را تشکیل می‌دهند.

(۲) سیلیس فراوان‌ترین اکسید در پوسته جامد زمین می‌باشد که کوارتز و ماسه به ترتیب از جمله نمونه‌های خالص و ناخالص آن می‌باشند.

(۳) در ساختار سیلیس برخلاف یخ خشک، تمام پیوندها و نیروهای موجود در ماده، کووالانسی بوده و از این رو سخت‌تر بوده و نقطه ذوب بالاتری دارد.

(۴) در ساختار سیلیس اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های شش ضلعی و اتم‌های Si بر روی اضلاع قرار گرفته‌اند.

۲۱۰- کدام یک از موارد زیر درست هستند؟

(آ) از C و Si ۴ تاکنون یون تک‌اتمی در هیچ ترکیبی شناخته نشده و تنها با تشکیل پیوندهای اشتراکی به آرایش الکترونی هشت تایی می‌رسند.

(ب) در گرافیت برخلاف الماس هر اتم کربن به ۳ اتم کربن دیگر متصل است.

(پ) گرافیت برخلاف الماس رسانای الکتریسیته و عایق گرما می‌باشد.

(ت) میانگین آنتالپی پیوند Si-O در بلور سیلیس بیشتر از Si-Si در بلور سیلیسیم می‌باشد.

۱) «آ» و «ب» (۱) ۲) «پ» و «ت» (۲) ۳) «آ»، «ب» و «ت» (۳) ۴) همه موارد (۴)

۲۱۱- چه تعداد از موارد زیر درست هستند؟

- (آ) هرگاه تراکم بار الکتریکی بر روی اتم‌های یک مولکول یکسان نباشد، آن مولکول در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.
 (ب) در تمامی مولکول‌های خطی که در آنها هسته اتم‌ها بر روی یک خط راست قرار دارند، توزیع بار الکتریکی متقارن است و ناقطبی می‌باشند.
 (پ) کلروفرم برخلاف کربن تتراکلرید قطبی بوده و با نزدیک کردن باریکه مایع آن به یک میله باردار، باریکه منحرف می‌شود.
 (ت) مولکول‌هایی که از اتم‌های مشابه تشکیل شده‌اند، ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۱۲- چه تعداد از مطالب زیر، درست هستند؟

- (آ) در واکنش تشکیل سدیم کلرید، مقایسه شعاع ذره‌ها به صورت $(Na > Cl^- > Na^+ > Cl)$ می‌باشد.
 (ب) در بین گونه‌های هم‌الکترون، شعاع ذره‌ای که بار الکتریکی منفی بیشتری دارد، کوچکتر است.
 (پ) در مقایسه شعاع دو یون، لزوماً یونی که تعداد لایه‌های الکترونی بیشتری دارد، شعاع آن بزرگ‌تر نیست.
 (ت) آنتالپی فروپاشی منیزیم فلئورید از آنتالپی فروپاشی آلومینیم فلئورید و سدیم اکسید به ترتیب کمتر و بیشتر است.
 (ث) یک ماده به رنگ پرتوهای دیده می‌شود که از خود عبور داده و یا بازتاب کرده است.

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۲۱۳- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) در هوای آلوده یک کلان‌شهر، با کاهش مقدار NO، مقدار گاز اوزون افزایش می‌یابد.
 (۲) در واکنش‌های گرماگیر که فراورده‌ها ناپایدارتر از واکنش‌دهنده‌ها می‌باشند، مقدار انرژی فعالسازی از آنتالپی واکنش بیشتر می‌باشد.

- (۳) کاتالیزگر در هر واکنش شیمیایی با کاهش انرژی فعالسازی، سرعت واکنش را افزایش و آنتالپی واکنش را کاهش می‌دهد.
 (۴) کاتالیزگرها انرژی فعالسازی واکنش‌های رفت و برگشت را به یک نسبت کاهش می‌دهند.

۲۱۴- اگر آنتالپی و انرژی فعالسازی واکنش فرضی $A + B \rightarrow C + D$ در جهت رفت به ترتیب برابر 156 kJ و 624 kJ باشد و با افزودن کاتالیزگر به واکنش، انرژی فعالسازی واکنش در جهت رفت را $\frac{15}{16}$ برابر کنیم، انرژی فعالسازی واکنش در جهت برگشت و در حضور کاتالیزگر چند کیلوژول است؟

۴۴۵ (۱) ۵۴۶ (۲) ۴۶۸ (۳) ۴۲۹ (۴)

۲۱۵- تعادل $2A(g) \rightleftharpoons B(g) + C(g)$ در یک سامانه تعادلی در بسته ۱۰ لیتری در دمای ثابت برقرار است و غلظت تعادلی گونه‌های A، B و C به ترتیب، ۰٫۲۵، ۰٫۲ و ۰٫۲ می‌باشد. اگر حجم سامانه را به ۲۵ لیتر برسانیم و ۲ مول به A بیافزاییم، مقدار مول جدید B و C چقدر خواهد بود و تقریباً چند درصد از مقدار A اضافه شده به تعادل اولیه، مصرف می‌شود؟

۴۰-۱/۶۱ (۱) ۶۰-۲/۶۱ (۲) ۶۰-۱/۶۱ (۳) ۴۰-۲/۶۱ (۴)

۲۱۶- چه تعداد از موارد زیر در رابطه با واکنش فرضی $2A(g) + B(g) \rightleftharpoons 2C(g) + D(g)$ صحیح می‌باشند؟ ($\Delta H < 0$)

- (آ) افزایش حجم ظرف واکنش — در تعادل جدید — کاهش غلظت تمام گونه‌های شرکت کننده در واکنش
 (ب) افزودن مقداری B به ظرف واکنش — در تعادل جدید — افزایش مقدار مول تمام مواد به غیر از A
 (پ) خارج کردن مقداری D از ظرف واکنش — در تعادل جدید — کاهش غلظت D و افزایش غلظت C
 (ت) افزایش دمای ظرف واکنش — در تعادل جدید — افزایش مقدار عددی ثابت تعادل واکنش

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبه

۲۱۷- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) از واکنش گاز برم و اتن می‌توان به برمواتان رسید که نوعی افشانه بی‌حس کننده موضعی می‌باشد.
 (۲) هرچه نوع و تعداد گروه‌های عاملی در مولکول هدف بیشتر باشد، ساخت آن دشوارتر بوده و به دانش پیشرفته‌تر و فناوری کارآمدتری نیاز دارد.

(۳) پلیمر سازنده بطری آب، پلی‌اتیلن ترفتالات می‌باشد که در دسته پلی‌استرها قرار دارد.

(۴) دی‌اسید سازنده PET، ترفتالیک اسید و دی‌الکل سازنده آن اتیلن گلیکول می‌باشد.

۲۱۸- چه تعداد از موارد زیر در رابطه با تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید درست است؟

(آ) برای این فرایند باید عدد اکسایش اتم‌های کربن گروه متیل در پارازایلن از ۳- به ۳+ در ترفتالیک اسید تغییر کنند.

(ب) در این واکنش از پتاسیم پرمنگنات به عنوان اکسنده استفاده می‌شود که محلول غلیظ آن بازده نسبتاً خوبی دارد.

(پ) در این واکنش یون پرمنگنات به منگنز (III) تبدیل می‌شود و عدد اکسایش آن از ۶+ به ۳+ کاهش می‌یابد.

(ت) به دلیل انرژی فعال‌سازی بالای این واکنش، بهره‌گیری از محلول غلیظ اکسنده برای آغاز واکنش کافی نیست.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

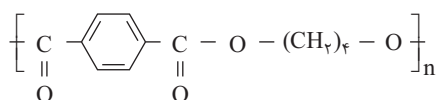
۲۱۹- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱) سنتز یک فرایند شیمیایی هدفمند است، که در آن با تجزیه مواد پیچیده‌تر، مواد ساده‌تر به دست می‌آید.

(۲) برای سنتز افشانه بی‌حس کننده موضعی، می‌توان از واکنش گاز اتن و اتانویک اسید بهره برد.

(۳) تغییر عدد اکسایش اتم‌های منگنز در واکنش تهیه ترفتالیک اسید از پارازایلن و پتاسیم پرمنگنات مجموعاً برابر ۱۲- است.

(۴) اگر ساختار یک پلی‌استر به صورت زیر باشد، فرمول مولکولی دی‌اسید آن به صورت $C_8H_8O_4$ می‌باشد.



۲۲۰- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱) برای تهیه الکل سازنده پلیمر موجود در PET از واکنش نخستین عضو خانواده آلکن‌ها با یک کاهنده بهره می‌گیرند.

(۲) در فرایند تهیه اتیلن گلیکول همانند ترفتالیک اسید، از محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات استفاده می‌شود.

(۳) متانول مایعی بی‌رنگ، بسیار سمی و ساده‌ترین عضو خانواده الکل‌هاست که آن را در مقیاس صنعتی از چوب تولید می‌کنند.

(۴) مواد اولیه موردنیاز برای تهیه متانول را می‌توان از واکنش سازنده اصلی گاز طبیعی با بخار آب در شرایط مناسب تهیه کرد.



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۱۳
۲۹ اردیبهشت ۱۴۰۱

دوازدهم
ریاضی

پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	زبان و ادبیات فارسی	مرتضی کلاشلو	سیما کنفی - احسان محسنی	ثمین سادات امینی - پرستو رهاب
۲	زبان عربی	کاظم غلامی	آریا ذوقی	سمانه ریحانی - محمدهدی صدیقی
۳	فرهنگ و معارف اسلامی	محمد رضا فرهنگیان	ابوالفضل احدزاده - علی اکبر آخوندی - محمد رضایی بقا فردین سماقی - محمد علی عبادتی - مجید فرهنگیان مرتضی محسنی کبیر	معین الدین تقی زاده - مجید فرهنگیان
۴	زبان انگلیسی	مازلان حاجی ملکی		فاطمه پروین - نفیسه سمیع
۵	حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان		محمد حسین جمالی - نیکا موسوی
۶	هندسه	مهریار راشدی	علیرضا شیرازی - حسن محمد بیگی	داریوش امیری - آرین کوچک دزفولی
۷	ریاضیات گسسته	رضا توکلی	کیوان دارابی - مصطفی دیداری	داریوش امیری - امیر حسین رازلیقی
۸	فیزیک	جواد قزوینیان	رامین بدیعی - مهدی مظلوم	سینا پرهیز کار - مهدیار شریف
۹	شیمی	مسعود جعفری	محمد رضا زهرهوند - امین نوروزی	علی شفیعی سروستانی - کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - رقیه اسدیان - امیر علی الماسی - زهرا پروین - معین الدین تقی زاده - زهرا خرمی

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

۱۰۱. گزینه ۲ صحیح است.

نقطه A روی f است، پس $f(3) = -1$. نقطه (b, a) روی $y = 2 - f(1 + \frac{x}{3})$ است، پس:

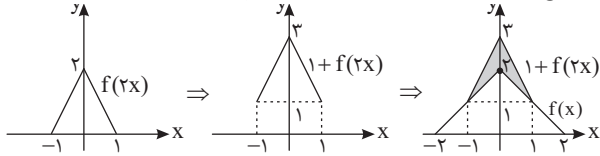
$$a = 2 - f(1 + \frac{b}{3}) \Rightarrow f(1 + \frac{b}{3}) = 2 - a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 + \frac{b}{3} = 3 \Rightarrow b = 6 \\ 2 - a = -1 \Rightarrow a = 3 \end{cases} \Rightarrow a - b = -3$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۰۲. گزینه ۱ صحیح است.

تابع f نسبت به محور y متقارن است، پس $f(-x)$ همان $f(x)$ است.



$$S = 2 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = 1$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۳ و ۴)

۱۰۳. گزینه ۳ صحیح است.

باقی‌مانده برابر $f(2)$ یعنی $R = a - 16$ است.

$$f(x) = (x-2)g(x) + a - 16$$

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = -g(1) + a - 16 \Rightarrow g(1) = a - 16 - f(1) = -1$$

هدف محاسبه $f(1)$ است.

$$f(1) = f(-1) = -1 - 8 + 8 + a = a - 1$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱۰۴. گزینه ۴ صحیح است.

$\max = a + 1 = 3 \Rightarrow a = 2$
با توجه به اینکه در سمت راست محور yها، ابتدا \min داریم سپس \max ، پس b منفی است.

$$f(\frac{\sqrt{\pi}}{3}) = f(0) = 2 - \cos(\frac{\pi}{3}) = 1.5$$

$$\cos(\frac{\sqrt{\pi}b}{3} + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos(-\frac{\sqrt{\pi}b}{3} - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{\sqrt{\pi}b}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 2\pi \Rightarrow b = -2$$

پس $a - b = 4$ است.

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱۰۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$\cos 3x = -\cos x = \cos(\pi - x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = \pi - x + 2k\pi \\ 3x = -\pi + x + 2k\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{در بازه } (0, \pi)} x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \Rightarrow S = \frac{3\pi}{2}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۰۶. گزینه ۳ صحیح است.

نکته: $\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$

$$\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{3}{5} \Rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{4} \xrightarrow{x \text{ در ربع اول}} \tan x = \frac{1}{2}$$

$$\tan(\frac{\pi}{4} + x) = \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} = \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 3$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)



۱۰۷. گزینه ۱ صحیح است.

مخرج کسر اول باید ریشه مضاعف داشته باشد.

$$2(x-1)^2 = 2x^2 + ax + b \Rightarrow a = -4, b = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + b\sqrt{x^2 + x}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - bx}{x} = a - b = -6$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۶۹ و ۷۰)

۱۰۸. گزینه ۳ صحیح است.

ریشه مخرج کسر داده شده برابر ۲ است. پس $x = 2$ مجانب قائم نمودار تابع داده شده است.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(-1)^{[x]}}{f(-x)} = \frac{(-1)^1}{f(-2^+)} = \frac{-1}{-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(-1)^{[x]}}{f(-x)} = \frac{(-1)^2}{f(-2^-)} = \frac{1}{+} = +\infty$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۵۵ و ۵۶)

۱۰۹. گزینه ۲ صحیح است.

خط $y = 2$ مجانب افقی است. پس تابع فقط یک مجانب قائم دارد. در واقع مخرج فقط ریشه مضاعف $x = -\frac{a}{p}$ دارد.

$$f(x) = \frac{2x^2 + 2}{(x + \frac{a}{p})^2}$$

تابع را با خط $y = 2$ تقاطع می دهیم.

$$\frac{2x^2 + 2}{(x + \frac{a}{p})^2} = 2 \xrightarrow{x = -\frac{a}{p}} \frac{2\left(-\frac{a}{p}\right)^2 + 2}{\left(-\frac{a}{p} + \frac{a}{p}\right)^2} = 2$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{a}{p} + \frac{a}{p}\right)^2 = \frac{2\left(\frac{a^2}{p^2} + 2\right)}{2} \Rightarrow -\frac{a}{p} + \frac{a}{p} = \pm \frac{\sqrt{2}}{p} \Rightarrow a = \pm \frac{\sqrt{2}}{p}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۵۷ و ۵۸)

۱۱۰. گزینه ۴ صحیح است.

از قاعده هم‌ارزی استفاده می کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3a \cos^2 ax \sin ax + 4x}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{-3a(\cos^2 ax)(ax)}{x} + 4 \right) = -3a^2 + 4$$

پس: $a = \pm\sqrt{2}$ و لذا $-3a^2 + 4 = -2$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۷۵ و ۷۶)

۱۱۱. گزینه ۲ صحیح است.

در سمت راست $x = -2$ مقدار $[x]$ برابر -2 و علامت x داخل قدرمطلق منفی است.

$$f(x) = (-2+x)\sqrt{4x}$$

$$f'(x) = \sqrt{4x} + \frac{4(-2+x)}{2\sqrt{4x}} \Rightarrow f'(-2) = -2 + \frac{-16}{3 \times 4} = \frac{-11}{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۸۵ تا ۸۷)

۱۱۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$x = a \Rightarrow y = \frac{2a-1}{a-2} \quad m = f'(a) = \frac{-3}{(a-2)^2}$$

$$\text{معادله خط مماس: } y - \frac{2a-1}{a-2} = \frac{-3}{(a-2)^2}(x-a)$$

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow 2 - \frac{2a-1}{a-2} = \frac{-3a}{(a-2)^2} \\ y = 2 \Rightarrow 2 - \frac{2a-1}{a-2} = \frac{-3a}{(a-2)^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2(a-2)^2 - (2a-1)(a-2) = 3a$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 4a + 8 - 2a^2 + 5a - 2 = 3a \Rightarrow a = 1$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۷۳ و ۷۴)

۱۱۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x(x-1)} = 3 \Rightarrow f(1) = 2, f'(1) = 3$$

$$g'(x) = \frac{\frac{2}{\sqrt{2x}}(x-1) - \sqrt{2x}}{(x-1)^2} \Rightarrow g'(2) = -\frac{2}{2}$$

$$y = g \circ f(x) \Rightarrow y' = f'(x) \cdot g'(f(x))$$

$$\Rightarrow y'(1) = f'(1) \cdot g'(2) = 3 \cdot \left(-\frac{2}{2}\right) = -3$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۹۶ و ۹۷)

۱۱۴. گزینه ۴ صحیح است.

در توابع درجه ۲، آنگاه متوسط در یک بازه برابر آنگاه لحظه‌ای تغییر در وسط بازه است.

$$[a, a+2] \rightarrow \text{وسط بازه} = a+1$$

$$[a-2, a] \rightarrow \text{وسط بازه} = a-1$$

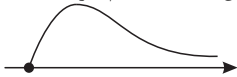
$$f'(x) = 6x - 7$$

$$f'(a+1) - f'(a-1) = 6(a+1) - 6(a-1) = 12$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۱۱۵. گزینه ۳ صحیح است.

تابع در بازه $[0, +\infty)$ پیوسته است و هرگز منفی نمی شود. پس تابع در $\min = y(0) = 0$ است. با توجه به پیوسته بودن تابع و اینکه هرگز منفی نیست و همچنین $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ ، پس یک \max هم دارد.



(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۱۲ و ۱۱۳)

۱۱۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$\text{مساحت جانبی استوانه} = 2\pi rh = 12\pi \Rightarrow rh = 6$$

$$P = h + 2r = \frac{6}{r} + 2r$$

$$P' = -\frac{6}{r^2} + 2 \xrightarrow{P'=0} r = \sqrt{3} \Rightarrow P_{\min} = 4\sqrt{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۱۱۷. گزینه ۱ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} -2x^2 + 6x & x \geq 2 \\ 4x^2 - 6x & x < 2 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} -4x + 6 & x > 2 \\ 8x - 6 & x < 2 \end{cases}$$

x	2	2
f'	-	+
f		

صعودی

$$f''(x) = \begin{cases} -4 & x > 2 \\ 8 & x < 2 \end{cases}$$

x	2
f''	+
f	-

تغییر رو به بالا

$$\Rightarrow \text{جواب} = \left(\frac{3}{4}, 2\right) \Rightarrow 2 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۱۱۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$f'(x) = a\sqrt{x^2} + \frac{2}{\sqrt{x}}(ax+b)$$

$$1) f'(1) = 0 \Rightarrow a + \frac{2(a+b)}{\sqrt{1}} = 0 \Rightarrow 5a + 2b = 0$$

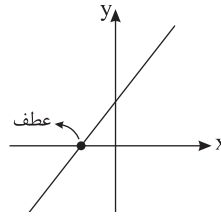
$$2) f(1) = -3 \Rightarrow a + b = -3$$

از حل دو معادله بالا، $b = -5$ به دست می آید.

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۱۲ و ۱۱۳)

۱۱۹. گزینه ۴ صحیح است.

فرض کنید $f(x) = ax^2 + bx + c$ و $f'(x) = 6ax + 2b$ پس $f''(x) = 6a$ یعنی f'' خطی است با شیب مثبت و در ضمن طول نقطه عطف منفی است، پس ریشه f'' منفی است.



(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۳۷ و ۱۳۸)

۱۲۰. گزینه ۳ صحیح است.

باید $x = 1$ طول نقطه \max نسبی و همچنین میانگین طول نقاط عطف باشد.

$$f'(x) = 4x^2 + 3ax + b$$

$$f'(1) = 0 \Rightarrow 4 + 3a + b = 0$$

$$f''(x) = 8x + 3a$$

$$f'' = 0 \Rightarrow x = 0, x = -\frac{3a}{8}$$

میانگین طول نقاط عطف، $x = 1$ است. پس $-\frac{3a}{8} = 1$ و در نتیجه $a = -\frac{8}{3}$ است.

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۳۷ و ۱۳۸)

هندسه

۱۲۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-1)^2 & 0 & 0 \\ 1^2 & 0 & 0 \\ (-2)^2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

با الگویابی داریم:

$$A^4 = \begin{bmatrix} (-1)^4 & 0 & 0 \\ 1^4 & 0 & 0 \\ (-2)^4 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 16 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$BA^4 = \begin{bmatrix} \text{ستون سوم} \\ \text{ستون سوم} \\ A^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -1 & 4 & 3 \\ 0 & -1 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 48 \\ 48 \\ 16x \end{bmatrix}$$

$$48 + 48 + 16x = 16 \Rightarrow 16x = -64 \Rightarrow x = -4$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۸)

۱۲۲. گزینه ۲ صحیح است.

از اتحاد چاق و لاغر به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

$$A^2 = 2I \xrightarrow{\text{در ضرب می‌کنیم}} 8A^2 = 16I \xrightarrow{+I} 8A^2 + I = 17I$$

$$\Rightarrow (2A + I)(4A^2 - 2A + I) = 17I \Rightarrow (2A + I)\left(\frac{4A^2 - 2A + I}{17}\right) = I$$

$$\Rightarrow (2A + I)^{-1} = \frac{1}{17}(4A^2 - 2A + I)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۲)

۱۲۳. گزینه ۴ صحیح است.

اگر $A_{m \times n}$ و $B_{n \times m}$ به طوری که $m > n$ آنگاه دترمینان ماتریس AB برابر صفر است.

در اینجا ماتریس B از مرتبه 3×1 و ماتریس A از مرتبه 1×3 است، پس بنا بر نکته بالا $|BA| = 0$ است.

کافی است $|AB|$ را حساب کنیم. برای این کار ابتدا ماتریس AB را به دست می‌آوریم.

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -3 & 8 \\ 12 & 2 & 16 \end{bmatrix} \Rightarrow |AB| = 12$$

$$|AB| + |BA| = 12 + 0 = 12$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۰)

۱۲۴. گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم اگر A و B ماتریس‌های مربعی هم‌مرتبه باشند، آنگاه $|AB| = |A||B|$ است.

اگر $A_{n \times n}$ باشد، آنگاه $|kA| = k^n |A|$ است.

اگر $|A| \neq 0$ باشد، $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$ است.

از طرفین تساوی داده شده دترمینان می‌گیریم.

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = 2I \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} |A| \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = |2I|$$

$$\Rightarrow (-1)|A|(4) = 2^2 |I| \Rightarrow |A| = -1$$

بنابراین:

$$|-\frac{1}{4}BAB^{-1}| = \left(-\frac{1}{4}\right)^2 |B||A||B^{-1}|$$

$$= \frac{1}{4} |B||A| \frac{1}{|B|} = \frac{|A|}{4} = -\frac{1}{4}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۲۹ و ۳۱)

۱۲۵. گزینه ۳ صحیح است.

عمودمنصف هر پاره‌خط مکان هندسی نقاطی از صفحه است که از دو سر آن به یک فاصله است و می‌دانیم عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث هم‌رسند. در اینجا عمودمنصف‌های AB و AC در نقطه O روی ضلع BC متقاطع‌اند. پس عمودمنصف BC هم از O می‌گذرد. پس O وسط BC است و مثلث ABC قائم‌الزاویه است.

با توجه به اینکه در مثلث

قائم‌الزاویه، نقطه هم‌رسی

عمودمنصف‌ها وسط وتر است، پس

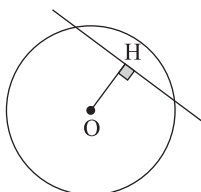
فاصله O تا رأس A برابر با طول

میانه وارد بر وتر و نصف طول وتر

است. بنابراین:

$$AO = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{AB^2 + AC^2}}{2} = \frac{\sqrt{3+1}}{2} = 1$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۶)



۱۲۶. گزینه ۲ صحیح است.

وقتی خطی دایره را در دو نقطه قطع

می‌کند یعنی $OH < R$ است، پس:

$$O(0,0) \Rightarrow OH = \frac{|0+0-2|}{\sqrt{1^2+1^2}} < R$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} < R \Rightarrow \sqrt{2} < R \Rightarrow R = 2$$

بنابراین کمترین مقدار طبیعی R ، برابر با ۲ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

۱۲۷. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا مختصات مرکز و طول شعاع دایره C را پیدا می کنیم.

$$x^2 + y^2 = 6 - 4\sqrt{2} = (2 - \sqrt{2})^2 \Rightarrow \begin{cases} O(0,0) \\ R = 2 - \sqrt{2} \end{cases}$$

دایره C' در ناحیه چهارم است پس مرکز و شعاع آن به ترتیب O'(R', -R') و R' است. چون دو دایره مماس برون هستند، پس:

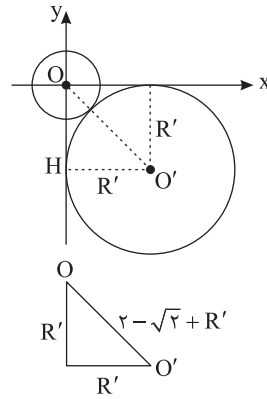
$$OO' = R + R' = 2 - \sqrt{2} + R'$$

از آنجا که O' و O روی y = -x هستند، پس مثلث O'HO قائم الزاویه متساوی الساقین است.

در مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین، طول ضلع های قائم برابر طول وتر هستند.

پس:

$$\begin{aligned} R' &= \frac{\sqrt{2}}{2}(2 - \sqrt{2} + R') \\ &= \sqrt{2} - 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}R' \end{aligned}$$



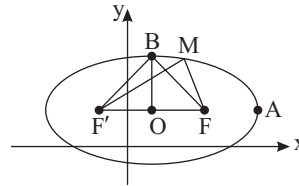
$$\Rightarrow R' - \frac{\sqrt{2}}{2}R' = \sqrt{2} - 1$$

$$\Rightarrow R' = \frac{2(\sqrt{2}-1)}{2-\sqrt{2}} \times \frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}+4-4-2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۴۳ و ۴۶)

۱۲۸. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به جایگاه کانون ها و رأس بیضی، شکل زیر را خواهیم داشت.



اگر M روی رأس B باشد در این صورت ماکزیمم مساحت مثلث MFF' برابر $\frac{1}{2}OB \times FF' = \frac{1}{2}(b)(2c) = bc$ است و داریم:

$$2c = FF' = 2\sqrt{5} \Rightarrow c = \sqrt{5}$$

$$AF = a - c \Rightarrow 2\sqrt{5} = a - \sqrt{5} \Rightarrow a = 3\sqrt{5}$$

$$b^2 = a^2 - c^2 = 45 - 5 = 40 \Rightarrow b = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

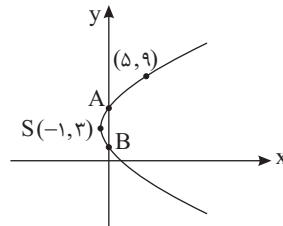
$$\max(S_{\triangle MFF'}) = bc = 2\sqrt{10} \times \sqrt{5} = 10\sqrt{2}$$

بنابراین:

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۸)

۱۲۹. گزینه ۴ صحیح است.

چون محور تقارن سهمی موازی محور xها است پس سهمی افقی است. سهمی از نقطه (۵, ۹) می گذرد پس با توجه به شکل دهانه سهمی رو به راست است. معادله این سهمی افقی به صورت زیر است:



$$(y - \beta)^2 = \alpha(x - \alpha) \xrightarrow{\alpha=-1, \beta=9} (y - 9)^2 = \alpha(x + 1)$$

$$\xrightarrow{(5,9) \in \text{سهمی}} (9 - 9)^2 = \alpha(5 + 1) \Rightarrow 36 = \alpha(6) \Rightarrow 6 = \alpha$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

بنابراین:

$$(y - 3)^2 = 6(x + 1) \xrightarrow{\text{برخورد با محور yها}} (y - 3)^2 = 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \sqrt{6} + 3 \\ y = -\sqrt{6} + 3 \end{cases}$$

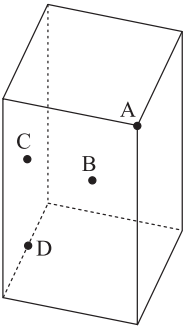
پس نقاط برخورد سهمی با محور yها A(0, \sqrt{6} + 3) و B(0, -\sqrt{6} + 3) است. در نتیجه AB = (\sqrt{6} + 3) - (-\sqrt{6} + 3) = 2\sqrt{6}

(هندسه دوازدهم، صفحه ۵۴)

۱۳۰. گزینه ۴ صحیح است.

معادلات وجه های مکعب مستطیل عبارت اند از:

$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ 1 \leq y \leq 4 \\ z = 2 \end{cases} \text{ : وجه بالا} \\ \begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ y = 1 \\ -2 \leq z \leq 2 \end{cases} \text{ : وجه چپ} \\ \begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ y = 4 \\ -2 \leq z \leq 2 \end{cases} \text{ : وجه راست} \\ \begin{cases} x = 1 \\ 1 \leq y \leq 4 \\ -2 \leq z \leq 2 \end{cases} \text{ : وجه عقب} \\ \begin{cases} x = 3 \\ 1 \leq y \leq 4 \\ -2 \leq z \leq 2 \end{cases} \text{ : وجه جلو}$$



نقطه A(3, 4, 2) یکی از رئوس مکعب مستطیل است که روی سه وجه بالا، راست و جلو قرار دارد.

نقطه B(2, 4, 0) دقیقاً در مرکز مکعب مستطیل قرار دارد و روی هیچ یک از وجه های مکعب مستطیل قرار ندارد.

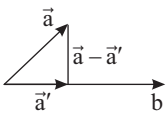
نقطه C(1, 1, -1) روی وجه چپ قرار دارد.

نقطه D(2, 1, -2) دقیقاً روی دو وجه چپ و پایین قرار دارد.

(هندسه دوازدهم، کار در کلاس ۳ صفحه ۶۸)

۱۳۱. گزینه ۲ صحیح است.

اگر \vec{a}' تصویر قائم \vec{a} روی \vec{b} باشد، آنگاه بردار $\vec{a} - \vec{a}'$ بر \vec{a}' عمود است. پس ضرب داخلی این دو بردار باید صفر باشد. بنابراین:



$$\vec{a} - \vec{a}' = (2, 2, m) - (1, -1, 1) = (1, 3, m - 1)$$

$$(\vec{a} - \vec{a}') \cdot \vec{a}' = 0 \Rightarrow (1, 3, m - 1) \cdot (1, -1, 1) = 0$$

$$\Rightarrow 1 - 3 + m - 1 = 0 \Rightarrow m = 3$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۷۹)

۱۳۲. گزینه ۱ صحیح است.

برداری که بر بردارهای $\vec{b}(2, -1, 1)$ و $\vec{c}(1, 0, -1)$ عمود است، مضارب غیرصفر بردار $\vec{b} \times \vec{c}$ است، پس بردار \vec{a} موازی $\vec{b} \times \vec{c}$ است.

$$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$$

چون \vec{a} موازی $\vec{b} \times \vec{c}$ است پس \vec{a} مضرب $\vec{b} \times \vec{c}$ و به شکل $\vec{a} = (m, 3m, m)$ است.

$$|\vec{a}| = 2\sqrt{11} \Rightarrow \sqrt{m^2 + 9m^2 + m^2} = 2\sqrt{11} \Rightarrow \sqrt{11m^2} = 2\sqrt{11}$$

$$\Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \Rightarrow \vec{a} = (2, 6, 2) \\ m = -2 \Rightarrow \vec{a} = (-2, -6, -2) \end{cases}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۲)

۱۳۳. گزینه ۴ صحیح است.

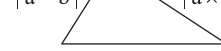
ابتدا بردارهای $\vec{a} \times \vec{b}$ و $\vec{b} \times \vec{a}$ را به دست می آوریم.

$$\vec{b} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k} = (1, -1, -2) \Rightarrow |\vec{b} \times \vec{a}| = \sqrt{6}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (1, -1, 1) - (2, 0, 1) = (-1, -1, 0) \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{2}$$

می دانیم بردار $\vec{b} \times \vec{a}$ بر بردار $\vec{a} - \vec{b}$ عمود است.

پس مثلثی که دو ضلع آن بردارهای $\vec{b} \times \vec{a}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ است، قائم الزاویه می باشد. بنابراین:



$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} |\vec{a} - \vec{b}| |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{2} \sqrt{2} \sqrt{6} = \sqrt{3}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۱)

۱۳۴. گزینه ۳ صحیح است.

از $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ نتیجه می گیریم:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} - \vec{a} \times \vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} \times (\vec{b} - \vec{c}) = \vec{0}$$

حاصل ضرب خارجی دو بردار زمانی برابر با بردار صفر است که دو بردار موازی باشند (به شرط اینکه دو بردار غیر صفر باشند).

بنابراین باید \vec{a} و $\vec{b} - \vec{c}$ موازی باشند؛ به عبارت دیگر $\vec{b} - \vec{c}$ مضربی از \vec{a} باشد.

$$\vec{b} - \vec{c} = (-4, 2, 3) - (-2, -2, n) = (-2, 4, 3-n)$$

$$\vec{a} \parallel \vec{b} - \vec{c} \Rightarrow (1, m, 2) \parallel (-2, 4, 3-n) \Rightarrow \frac{1}{-2} = \frac{m}{4} = \frac{2}{3-n}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -2 \\ 3-n = -6 \Rightarrow n = 9 \end{cases} \Rightarrow m+n = (-2)+9 = 7$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۲ و مثال ۶ صفحه ۸۴)

۱۳۵. گزینه ۴ صحیح است.

حجم متوازی السطوح برابر است با:

$$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = \left| \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \right| \Rightarrow V = |1(1-0) - (1(0-1))| = 2$$

مساحت متوازی الاضلاعی که روی بردارهای \vec{b} و \vec{c} ساخته می شود، برابر است با:

$$S = |\vec{b} \times \vec{c}| = \left| \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \right| = |(1, 1, -1)| \Rightarrow S = \sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2} = \sqrt{3}$$

می دانیم ارتفاع وارد بر هر وجه متوازی السطوح از رابطه

حجم متوازی السطوح به دست می آید.

$$\text{ارتفاع} = \frac{V}{S} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه دوازدهم، مثال صفحه ۸۳)

ریاضیات گسسته

۱۳۶. گزینه ۴ صحیح است.

زیرا اگر هر دو عدد گویا باشند، آنگاه جمع و تفاضل آنها قطعاً گویا خواهد بود.

(گسسته دوازدهم، صفحه ۵)

۱۳۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{cases} 2x - 2y + 2 \equiv 0 \xrightarrow{-x} 9x - 6y + 6 \equiv 0 \Rightarrow 19x + 6 \equiv 0 \Rightarrow -2x \equiv -6 \\ 5x + 3y \equiv 0 \xrightarrow{-x} 10x + 6y \equiv 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \equiv 3 \Rightarrow x = 7k + 3$$

بنابراین: مجموع ارقام = $9 + 9 + 7 = 25$

(گسسته دوازدهم، صفحه های ۲۴ و ۲۵)

۱۳۸. گزینه ۲ صحیح است.

$1 \leq a \leq 9$ و $0 \leq b \leq 9$ است. طبق قاعده بخش پذیری بر ۳ و ۱۱ داریم:

$$\overline{aba} \equiv 0 \Rightarrow 2a + b \equiv 0 \quad \overline{aba} \equiv 0 \Rightarrow 2a - b \equiv 0$$

$$\text{اگر } a=1 \text{ باشد } \begin{cases} 2-b \equiv 0 \\ 2+b \equiv 0 \end{cases} \text{ و } \begin{cases} 2-b \equiv 0 \\ 2+b \equiv 0 \end{cases}$$

از معادله (II) فقط $b=2$ است که در رابطه (I) صدق نمی کند.

اگر $a=2$ باشد $\begin{cases} 4-b \equiv 0 \\ 4+b \equiv 0 \end{cases}$ و $\begin{cases} 4-b \equiv 0 \\ 4+b \equiv 0 \end{cases}$ شبیه بالا جوابی به دست نمی آید.

اگر $a=3$ باشد، $\begin{cases} 6-b \equiv 0 \\ 6+b \equiv 0 \end{cases}$ و $\begin{cases} 6-b \equiv 0 \\ 6+b \equiv 0 \end{cases}$ که $b=6$ جواب دستگاه است پس کوچک ترین عدد ۳۶۳ است.

اگر $a=9$ باشد $\begin{cases} 18-b \equiv 0 \\ 18+b \equiv 0 \end{cases}$ و $\begin{cases} 18-b \equiv 0 \\ 18+b \equiv 0 \end{cases}$ از دومی $b=7$ به دست می آید که در اولی صدق نمی کند.

اگر $a=8$ باشد، $\begin{cases} 16-b \equiv 0 \\ 16+b \equiv 0 \end{cases}$ و $\begin{cases} 16-b \equiv 0 \\ 16+b \equiv 0 \end{cases}$ که $b=5$ جواب است پس بزرگ ترین عدد ۸۵۸ است.

$$\frac{263 + 858}{2} = 610,5$$

(گسسته دوازدهم، صفحه ۲۳)

۱۳۹. گزینه ۱ صحیح است.

دو رقم سمت هر عدد برابر است با باقیمانده تقسیم آن عدد بر ۱۰۰

$$40A \equiv 6 \pmod{100} \Rightarrow 2A \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow A \equiv 4 \pmod{5} \Rightarrow A = 5q + 4$$

$$A \equiv 4 \pmod{10} \Rightarrow A = 10k + 4 \Rightarrow \begin{cases} q = 2k \Rightarrow A = 10q + 4 \\ q = 2k + 1 \Rightarrow A = 10q + 9 \end{cases}$$

پس رقم یکان A برابر ۴ یا ۹ است.

(گسسته دوازدهم، صفحه ۲۲)

۱۴۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$n! \equiv 0 \Rightarrow 9x \equiv 1! + 2! + 3! + 4! \quad \text{اگر } n \geq 5, \text{ داریم:}$$

$$\Rightarrow 9x \equiv 33 \pmod{24} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{8} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{8} \Rightarrow x = 8k + 3$$

$$\Rightarrow x = 20k + 17$$

(گسسته دوازدهم، صفحه ۲۲)

۱۴۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$7^2 \equiv 18 - xy \pmod{24} \Rightarrow 7^3 \equiv 126 \equiv 6 \pmod{24}$$

$$\xrightarrow{\text{توان}} 7^{21} \equiv 7^{20} \equiv 4 \pmod{24} \Rightarrow 7^{23} \equiv 4 \times 18 \equiv 10 \pmod{24} \Rightarrow a + 10 \equiv 0 \pmod{24}$$

$$\Rightarrow a \equiv 21 \pmod{24}$$

(گسسته دوازدهم، صفحه های ۱۸ تا ۲۲)

۱۴۲. گزینه ۴ صحیح است.

$$p+q = p + \binom{p}{2} = \binom{p+1}{2} = \frac{(p+1)p}{2}$$

پس مجموع مرتبه و اندازه یک گراف کامل عددی به صورت $\binom{n}{2}$ است. در بین گزینه ها تنها ۱۱۲ به این صورت نیست. این موضوع را می توان با سعی و خطا نشان داد.

$$\binom{12}{2} = 66, \binom{13}{2} = 78, \binom{14}{2} = 91, \binom{15}{2} = 105, \binom{16}{2} = 120, \dots$$

روش دوم: عددی به صورت $\binom{n}{2}$ است که دو برابر آن را بتوان به صورت حاصلضرب دو عدد متوالی نوشت.

$$1) 2 \times 78 = 2 \times 6 \times 13 = 12 \times 12$$

$$2) 2 \times 91 = 2 \times 7 \times 13 = 14 \times 13$$

$$3) 2 \times 105 = 2 \times 7 \times 15 = 14 \times 14$$

$$4) 2 \times 112 \neq n(n-1)$$

(گسسته دوازدهم، صفحه ۳۸)



۱۴۳. گزینه ۱ صحیح است.

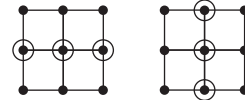
این گراف مکمل گراف ۱- منتظم مرتبه ۸ است. پس گراف ۶- منتظم مرتبه ۸ منحصربه‌فرد است و از گراف کامل تنها ۴ یال کم دارد. رأس دویبه‌دو مجاور گراف یک دور به طول ۳ تشکیل می‌دهند. بنابراین برای تشکیل دور به طول ۳ هر دو رأس غیرمجاور باید حداکثر یک رأس انتخاب شود. انگار از بین ۴ زوج قرار است ۳ نفر انتخاب کنیم به طوری که افراد انتخاب شده زوج تشکیل ندهند. برای این منظور ابتدا از بین ۴ زوج، ۳ زوج انتخاب می‌کنیم. سپس از هر زوج یک نفر انتخاب می‌کنیم.

$$3 \times 2 \times 1 = 6 \Rightarrow \binom{4}{3} \binom{2}{1} = 4 \times 1 = 4$$

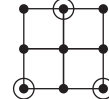
(گسسته دوازدهم، صفحه ۳۸)

۱۴۴. گزینه ۴ صحیح است.

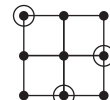
الف) در این گراف $\gamma = 3$ و $\gamma = 7$ مجموعه‌های آن ۳ نوع مختلف دارند.



ب) از این نوع چهار مجموعه احاطه‌گر وجود دارد.



ج) از این نوع، چهار مجموعه احاطه‌گر مینیمم وجود دارد.



$$2 + 4 + 4 = 10 \Rightarrow \text{تعداد کل } \gamma \text{ مجموعه‌ها}$$

(گسسته دوازدهم، صفحه ۴۴)

۱۴۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_5 + x_2 + x_4 = 10$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_2 + x_4 = 5 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{4}{1} = 4 \\ x_1 + x_3 + x_5 = 5 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{4}{2} = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد کل جواب‌ها} = 4 \times 6 = 24$$

(گسسته دوازدهم، صفحه ۶۰)

۱۴۶. گزینه ۲ صحیح است.

مربع لاتین چرخشی به صورت مقابل:

۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳
۳	۴	۱	۲
۲	۳	۴	۱

دو خانه رنگی ۱ نمی‌توانند باشند پس دو حالت داریم:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & & 3 & \\ \hline 1 & 2 & & \\ \hline 4 & 1 & & \\ \hline 3 & & 4 & \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{تکمیل}} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 4 & 2 & 1 & 3 \\ \hline 3 & 1 & 4 & 2 \\ \hline 2 & 4 & 3 & 1 \\ \hline 1 & 3 & 2 & 4 \\ \hline \end{array} \Rightarrow a + b = 3$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 4 & 3 \\ \hline 4 & 1 & 3 & 2 \\ \hline 3 & 4 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 3 & 1 & 4 \\ \hline \end{array} \Rightarrow a + b = 7$$

(گسسته دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۱۴۷. گزینه ۳ صحیح است.

$28 = 7 \times 4$ همچنین حداقل عبارت $\sqrt{x_1 + x_2 + \dots + x_5}$ برابر ۵ و حداقل $y_1 + y_2 + y_3$ برابر ۳ است پس باید

$$\sqrt{x_1 + x_2 + \dots + x_5} = 7$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 6 \Rightarrow \binom{6-1}{4-1} = 10 \\ x_1 = 4 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5 \Rightarrow \binom{5-1}{4-1} = 4 \\ x_1 = 9 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 4 \Rightarrow \binom{4-1}{4-1} = 1 \end{cases}$$

و

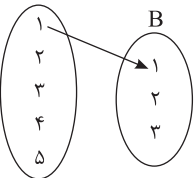
$$y_1 + y_2 + y_3 = 4 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{4-1}{3-1} = \binom{3}{2} = 3$$

معادله اول ۱۵ جواب و دومی ۳ جواب پس معادله اصلی ۴۵ جواب دارد.

(گسسته دوازدهم، صفحه ۶۱)

۱۴۸. گزینه ۴ صحیح است.

روش اول:



مجموعه توابع A به B به طوری که ۲ عضو برد تابع باشد (۲ پوشانده شود): A'
مجموعه توابع A به B به طوری که ۳ عضو برد تابع باشد (۳ پوشانده شود): B'

$$|A' \cap B'| = |S| - |A \cup B| = |S| - |A| - |B| + |A \cap B| = 5 - 2 - 2 + 1 = 2$$

روش دوم: توابع مطلوب یا تابعی پوشا از مجموعه ۴ عضوی $\{2, 3, 4, 5\}$ به مجموعه ۲ عضوی $\{2, 3\}$ هستند یا تابعی پوشا از مجموعه ۴ عضوی $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ به مجموعه ۳ عضوی $\{1, 2, 3\}$

$$f(1) = 1 \Rightarrow \text{تعداد کل توابع پوشا با شرط} = (2^4 - 2) + (2^4 - 3 \times 2^2 + 3) = 14 + 36 = 50$$

تذکر: حداقل دو روش دیگر برای حل این سؤال وجود دارد با دوستان و معلماتن راجع به آن بحث کنید.

(گسسته دوازدهم، صفحه‌های ۷۸ و ۷۹)

۱۴۹. گزینه ۲ صحیح است.

هیچ ۴ نفری با ماه تولد یکسان وجود ندارد. یعنی با هر ماه تولد حداکثر ۳ نفر وجود دارند. بنابراین:

$$12 \times 3 = 36 = \text{حداکثر تعداد دانشجویان}$$

(گسسته دوازدهم، صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

۱۵۰. گزینه ۴ صحیح است.

بدترین حالت ممکن این است که ۷ مهره سفید و ۶ مهره سیاه و یک مهره سبز و یک مهره قرمز در ابتدای کار برداشته باشیم با انتخاب یک مهره دیگر خواسته مسئله قطعاً رخ می‌دهد پس حداقل باید ۱۶ مهره برداریم.

(گسسته دوازدهم، صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

فیزیک

۱۵۱. گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم که تندی متوسط نسبت مسافت طی شده بر زمان طی مسافت است.

$$S_{av} = \frac{5 + 15 + 15 + 10}{t} = 9 \frac{m}{s} \Rightarrow t = 5s$$

و سرعت متوسط نسبت جابجایی به زمان است.

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{5 - (-10)}{5} = 3 \frac{m}{s}$$

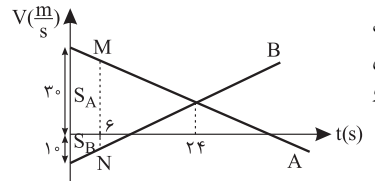
۱۵۲. گزینه ۳ صحیح است.

الف) درست، در بازه $(t_1 - t_2)$ سرعت منفی است، بنابراین متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می کند.
 ب) نادرست، در بازه $(t_1 - t_2)$ ، $|V|$ در حال افزایش است، بنابراین حرکت تندشونده است.
 ج) درست، در بازه $(t_1 - t_2)$ شیب خط مماس بر نمودار که معرف شتاب می باشد. مثبت است.
 د) درست، در بازه $(t_1 - t_2)$ جهت حرکت تغییر نمی کند، بنابراین $S_{av} = V_{av}$

(فیزیک دوازدهم، تمرین ۱۳ آخر فصل صفحه ۲۶)

۱۵۳. گزینه ۳ صحیح است.

از طریق تشابه مثلث می توانیم طول MN یعنی مجموع سرعت های دو متحرک در لحظه $t = 6s$ را به دست آوریم:



$$\frac{MN}{40} = \frac{24-6}{24} \Rightarrow MN = \frac{40 \times 18}{24} = 30m$$

$$\Delta x = S_A + S_B = S_{\text{دو زنگه}} = (40 + 30) \times \frac{6}{2} = 210m$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۹، ۲۰ و ۲۱)

۱۵۴. گزینه ۴ صحیح است.

راه حل اول: می دانیم در حرکت با شتاب ثابت جابجایی در بازه های زمانی مساوی و متوالی t ، تصاعدی حسابی با قدرنسبت at^2 می سازد، پس داریم:

$$d = a \times 1^2 = a$$

$$60m + (60+a) + 60 + 2a = 180 + 3a = 120m$$

جمله اول + قدرنسبت نصف مسیر

$$\Rightarrow 3a = -60 \Rightarrow a = -20 \frac{m}{s^2}$$

راه حل دوم: استفاده از دو معادله دو مجهول، زیرا در این حرکت سرعت اولیه و شتاب هر دو نامعلوم است.

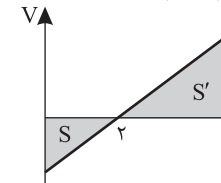
$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t$$

$$\begin{cases} -3 \times [60 = \frac{1}{2}a(1)^2 + V_0 \times 1] \\ 120 = \frac{1}{2}a(3)^2 + 3V_0 \end{cases}$$

$$-60 = \frac{3}{2}a - \frac{3}{2}a \Rightarrow 3a = -60 \Rightarrow a = -20 \frac{m}{s^2}$$

۱۵۵. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به اینکه سرعت اولیه منفی و شتاب مثبت است ابتدا نمودار $V-t$ را رسم می کنیم.



$$\frac{S'}{S} = \left(\frac{t'}{t}\right)^2 \Rightarrow S' = \frac{9}{4}S$$

$$\Delta x = S' - S = \frac{9}{4}S - S = \frac{5}{4}S = 25 \Rightarrow S = 20$$

$$L = |S'| + |S| = \frac{9}{4}S + S = \frac{13}{4} \times 20 = 65m$$

۱۵۶. گزینه ۱ صحیح است.

می دانیم در توقف، سرعت نهایی متحرک صفر می شود و از آنجایی که شتاب ترمز $\frac{4}{3} \frac{m}{s^2}$ است، پس سرعت ۳ ثانیه قبل از توقف:

$$V = at + V_0 \Rightarrow 0 = (-4) \times 3 + V_0 \Rightarrow V_0 = 12 \frac{m}{s}$$

و جابجایی در سه ثانیه آخر از رابطه زیر به دست می آید:

$$\Delta x = \frac{1}{2}(V + V_0)t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}(0 + 12) \times 3 = 18m$$

توجه: سرعت اولیه در این مسئله مهم نیست زیرا زمان بندی از لحظه توقف است.

۱۵۷. گزینه ۴ صحیح است.

شخص برای رسیدن به پای درخت $m = 2s$ با $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20}{2} = 10 \frac{m}{s}$ را صرف کرده است و نارگیل ۱s قبل سقوط کرده است، پس نارگیل ۳s در حرکت بوده، پس ارتفاع نارگیل از نقطه ای که شخص آن را گرفته است برابر است با:

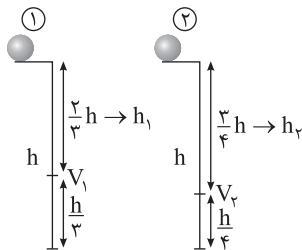
$$|\Delta y| = -\frac{1}{2}(10)(3)^2 \Rightarrow |\Delta y| = 45m \Rightarrow h_{\text{نارگیل}} = 45 + 1 = 46m$$

۱۵۸. گزینه ۲ صحیح است.

جسم اول در مدت ۲s مسافت $\Delta x = \frac{1}{2}(10)(2)^2 = 20m$ را طی کرده است و سرعتش در این لحظه $V = gt + V_0$ ، $V = 10 \times 2 = 20 \frac{m}{s}$ ، سمت پایین است. درست از همین نقطه جسم دوم رها می شود با این تفاوت که جسم اول سرعت $20 \frac{m}{s}$ دارد و جسم دوم رها شده است، به این ترتیب:

$$\Delta y_1 = \Delta t^2 + 20t \Rightarrow \Delta y = 20t = 40 \Rightarrow t = 2s$$

$$\Delta y_2 = \Delta t^2$$

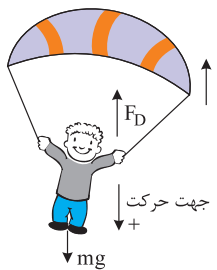


۱۵۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$V^2 = 2gh \Rightarrow V = \sqrt{2gh}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} = \sqrt{\frac{\frac{2}{3}h}{\frac{1}{4}h}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۲۸)



۱۶۰. گزینه ۳ صحیح است.

در هنگام باز شدن چتر، چتر باز بیشترین شتاب را دارد. جهت به سمت پایین مثبت در نظر می گیریم:

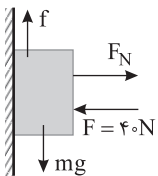
$$a = -5 \frac{m}{s^2}$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow m\vec{g} - F_D = ma$$

$$80 \times 10 - 80V = 80 \times (-5) \Rightarrow 10 - V = -5 \Rightarrow V = 15 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۶)

۱۶۱. گزینه ۴ صحیح است.



ابتدا $f_{s, max}$ را محاسبه و با نیروی mg مقایسه می کنیم.
 $F_N = 40N$ و $f_{s, max} = \mu_s F_N = 20N$
 $mg = 30N$

$mg > f_{s, max} \Rightarrow$ جسم به سمت پایین حرکت می کند f_k داریم

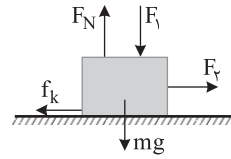
$$f_k = \mu_k F_N = 10N$$

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} = 10\sqrt{17}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۵۹)



۱۶۲. گزینه ۱ صحیح است.



$$F_{net} = ma$$

$$F_N = mg + F_1$$

$$f_k = \frac{1}{\Delta}(mg + F_1)$$

$$F - f_k = ma \Rightarrow F - \frac{1}{\Delta}F_1 = \frac{1}{\Delta}mg + ma$$

حالت ۱: $\begin{cases} F_1 = 2F \\ F_1 = \Delta F \end{cases} \Rightarrow 2F - F = \lambda + \lambda a \Rightarrow F = \lambda + \lambda a$

حالت ۲: $\begin{cases} F_1 = 4F \\ F_1 = \lambda F \end{cases} \Rightarrow 4F - 2F = \lambda + \lambda a \Rightarrow F = \lambda + \lambda a$

$$\Rightarrow \lambda + \lambda a = \lambda + \lambda a \Rightarrow a = \frac{1}{\Delta} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۵۸)

۱۶۳. گزینه ۱ صحیح است.

هنگامی که دسته چکش به زمین کوبیده می شود، طبق قانون اول نیوتون سر چکش تمایل دارد وضعیت حرکت خود به سمت پایین را ادامه دهد و دسته چکش محکم می شود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۱ و ۳۲)

۱۶۴. گزینه ۳ صحیح است.

می دانیم سطح زیر نمودار $F_{net} - t$ ، تغییر تکانه است.

$$\Delta P = F \Delta t$$

$$\Rightarrow mV_f - mV_i = S_{\text{نمودار}} = \frac{10+5}{2} \times 2 + \frac{5+20}{2} \times 2 + \frac{10+20}{2} \times 2$$

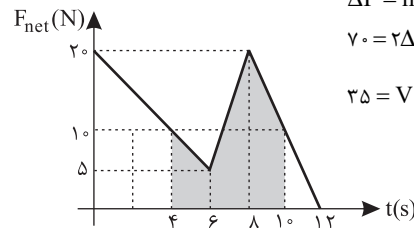
$$15 + 25 + 30 \Rightarrow \Delta P = 70$$

دقت کنید در $t = 10s$ و $t = 4s$ سرعت $10 \frac{m}{s}$ است.

$$\Delta P = m \Delta V$$

$$70 = 2 \Delta V \Rightarrow \Delta V = 35 \frac{m}{s}$$

$$35 = V - (-\lambda) \Rightarrow V = 27 \frac{m}{s}$$



(فیزیک دوازدهم، صفحه ۴۸)

۱۶۵. گزینه ۲ صحیح است.

چون شتاب به سمت بالاست خواهیم داشت:

$$F_c - mg = ma \Rightarrow F_c = m(g + a)$$

$$F_c = 10(10 + 2) = 120 = k \Delta L \Rightarrow \Delta L = \frac{120}{1000} = 0.12 m = 12 cm$$

$$L_f = L_1 + \Delta L = 32 cm$$

پس طول ثانویه فنر: (فیزیک دوازدهم، صفحه ۴۴)

۱۶۶. گزینه ۴ صحیح است.

پل اول: $F_{net} = ma = \frac{mV^2}{R} \Rightarrow mg - F_{N_1} = \frac{mV^2}{R} \Rightarrow \frac{1}{2}mg = \frac{mV^2}{R}$

پل دوم: $F_{net} = ma' = \frac{mV'^2}{R} \Rightarrow F_{N_2} - mg = \frac{m(2V)^2}{R}$

$$\Rightarrow F_{N_2} = \frac{4mV^2}{R} + mg \Rightarrow F_{N_2} = 3mg$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۵۱ تا ۵۳)

۱۶۷. گزینه ۲ صحیح است.

تنها نیروی وارد بر ماهواره وزن آن است که برابر نیروی مرکزگرا قرار می دهیم:

$$\frac{mV^2}{r} = \frac{GmM_e}{r^2}$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{g \cdot R_e^2}{r}} = \sqrt{\frac{10 \times (6400 \times 10^2)^2}{(6400 + 3600) \times 10^3}}$$

$$\Rightarrow V = 6400 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۵۵ و ۵۶)

۱۶۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$R = L_r = 50 cm = 0.5 \Delta m \quad \text{و} \quad V = R \left(\frac{2\pi}{T} \right)$$

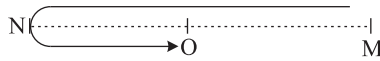
$$F_c = ma_c \Rightarrow k \Delta L = mR \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \Rightarrow 50(50 - 30) \times 10^{-2}$$

$$= 0.2 \times 0.5 \times \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \Rightarrow 100 = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \Rightarrow T = \frac{\pi}{5} s$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۵۲ و ۵۳)

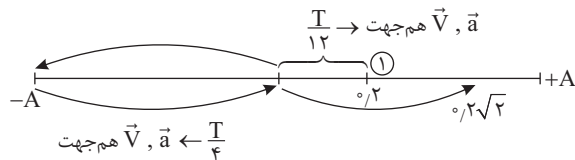
۱۶۹. گزینه ۳ صحیح است.

چون تندی متوسط ۳ برابر سرعت متوسط است، پس مسافت طی شده، ۳ برابر جابجایی است. پس باید نوسانگر مطابق شکل از M شروع به حرکت کرده و پس از یک بار تغییر جهت به مرکز نوسان برسد، پس در لحظه t، انرژی جنبشی بیشینه و انرژی پتانسیل صفر است.



(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۳ تا ۶۶)

۱۷۰. گزینه ۲ صحیح است.



$$t_1 = \frac{1}{3}s \Rightarrow x_1 = 0.4 \cos(10\pi \times \frac{1}{3}) = 0.2 m$$

$$t_2 = \frac{2}{3}s \Rightarrow x_2 = 0.4 \cos(10\pi \times \frac{2}{3}) = 0.2\sqrt{2} m$$

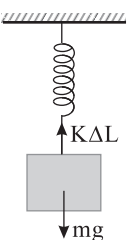
هنگامی که نوسانگر به سمت مرکز نوسان حرکت می کند، بردار شتاب و بردار سرعت هم جهت می باشد و حرکت تندشونده است.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{10\pi} = \frac{1}{5} s$$

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} = \frac{T}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15} s$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۶۳ و ۶۴)

۱۷۱. گزینه ۳ صحیح است.



$$K \Delta L = mg \Rightarrow \frac{K}{m} = \frac{g}{\Delta L} = \frac{10}{0.4} = 25 \frac{N}{kg \cdot m}$$

$$F = ma = kx$$

$$|a| = \frac{k}{m} |x| = 25 \times \frac{2}{100} = 0.5 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، تمرین ۵ کتاب درسی صفحه های ۶۵ و ۸۵)

۱۷۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{\pi^2}} \Rightarrow L_1 = 1m = 100\text{ cm}$$

$$L_2 = L_1 + 21 \Rightarrow L_2 = 121\text{ cm} = 1,21m$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}} \Rightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{1,21}{\pi^2}} \Rightarrow T_2 = 2,2s$$

دوره نوسان آونگ ۰,۲s افزایش می یابد.

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 0,2s$$

(فیزیک دوازدهم، تمرین ۹ صفحه های ۶۷ و ۸۵)

۱۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{2\lambda}{v} = 1,5 \Rightarrow \lambda = 10\text{ cm}$$

$$V_m = A\omega = A(2\pi f) \Rightarrow \frac{V_m}{V} = \frac{2\pi A}{\lambda} \Rightarrow \frac{2\pi}{\Delta} = \frac{2\pi \times A}{10} \Rightarrow A = 2\text{ cm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۷۰، ۷۱، ۷۲ و ۸۶)

۱۷۴. گزینه ۴ صحیح است.

$$V = \frac{L}{t} = \frac{30}{1,5} = 20 \frac{m}{s}$$

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 20 = \sqrt{\frac{F}{30 \times 10^{-7}}} \Rightarrow F = 12N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۷۳ و ۸۶)

۱۷۵. گزینه ۱ صحیح است.

$$\Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 34 \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 3,4$$

$$\log \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = 3,4 \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 1,7$$

$$\log \left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 2 - 0,3 = \log 100 - \log 2 = \log 50$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 50 \Rightarrow I_2 = 50 I_1$$

$$r_1 - r_2 = 49 \Rightarrow 49 r_2 = 49 \Rightarrow r_2 = 1m$$

شدت صوت در این مکان ۱۰۰ برابر شدت صوت در ۱۰ متری منبع است.

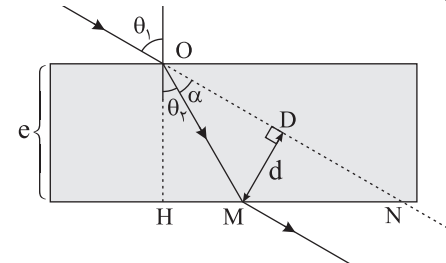
(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۸۰ و ۸۱)

۱۷۶. گزینه ۱ صحیح است.

می دانیم طول موج جلوی منبع کوچک و پشت منبع بزرگ می شود و چون پشت منبع هستیم طول موج بزرگ تر از λ_s است و اگر فاصله نسبی منبع و شنونده کم شود، بسامد زیاد می شود که با توجه به اینکه $f_0 > f_s$ ، $V_1 > V_2$ است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۸۲)

۱۷۷. گزینه ۲ صحیح است.



$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

$$\Delta OMD: \alpha = 60 - 30 = 30^\circ$$

$$\sin 30^\circ = \frac{d}{OM} \Rightarrow OM = \frac{1}{2} = 20\text{ cm}$$

$$\Delta OHM: \cos \theta_r = \frac{e}{OM} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{e}{20} \Rightarrow e = 10\sqrt{3}\text{ cm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۹۸ و ۹۹)

۱۷۸. گزینه ۴ صحیح است.

برای کاهش پراش باید عدد m در رابطه $m = \frac{a}{\lambda}$ افزایش یابد.

گزینه (۱) و (۲) عدد m کاهش می یابد.

بنابراین پراش افزایش می یابد و گزینه (۳) در پراش تأثیری ندارد.

گزینه (۴)، $\lambda_p < \lambda_1 \Rightarrow \lambda_p = \frac{\lambda_1}{n} \Rightarrow \lambda_p < \lambda_1$ سپس با کاهش مقدار λ عدد m

افزایش یافته و پراش کاهش می یابد.

۱۷۹. گزینه ۲ صحیح است.

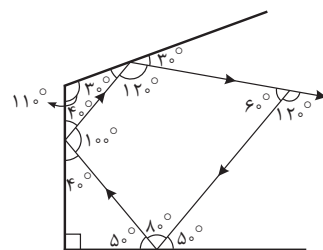
$$\text{لوله } V_1 = 8V_2 \text{ و } \Delta t = 1,25s = \frac{\Delta}{f}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = L\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right)$$

$$\frac{\Delta}{f} = 500 \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{8V_2}\right) \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{V}{8V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{400 \times V}{\lambda} \Rightarrow V_2 = 350 \frac{m}{s}$$

$$V_1 - V_2 = 7V_2 = 7 \times 350 = 2450 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۷۹ و ۸۰)



۱۸۰. گزینه ۲ صحیح است.

با در نظر گرفتن زوایا می توان زاویه پرتو اولیه و پرتو نهایی را به دست آورد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۹۰ تا ۹۴ و ۱۱۱)

۱۸۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$f_{n+1} - f_n = f_1 \Rightarrow 450 - 300 = f_1 \Rightarrow f_1 = 150\text{ Hz}$$

$$f_n = n f_1 \Rightarrow f_5 = 5 f_1 = 5 \times 150 = 750\text{ Hz} \text{ و } \lambda_5 = 50\text{ cm} = \frac{1}{2}m$$

$$V = \lambda_5 \times f_5 = \frac{1}{2} \times 750 = 375 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۰۶ تا ۱۰۸ و ۱۱۴)

۱۸۲. گزینه ۳ صحیح است.

با خالی شدن آب، فضای خالی گالن مانند لوله صوتی عمل می کند. بنابراین طول لوله صوتی افزایش می یابد و طول موج ایجاد شده بیشتر می شود با

توجه به رابطه $f = \frac{V}{\lambda}$ ، بسامد کاهش یافته در نتیجه صدا بهم تر می شود.

(فیزیک دوازدهم، تمرین ۳۰ صفحه ۱۱۴)

۱۸۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$E = Pt = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{nhc}{Pt} = \frac{10^{22} \times 6,6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{640 \times 60}$$

$$= 500 \times 10^{-9} m = 500\text{ nm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۱۸۴. گزینه ۱ صحیح است.

کوتاه ترین طول موج سری بالمر یعنی بیشترین انرژی که برای فرود الکترون به تراز ۲ لازم است. طبیعی است که از تراز ∞ خواهد بود.

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\infty}\right) = \frac{R}{4}$$

خط سوم سری پاشن یعنی فرود به ۳ و خط سوم یعنی از تراز ششم، پس خواهیم داشت:

$$\frac{1}{\lambda'} = R\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda'} = R\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{36}\right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda'} = \frac{3R}{36}$$

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{36}{3} = \frac{3}{1} = \frac{1}{3}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۲۳)



۱۸۵. گزینه ۳ صحیح است.

$$W_e = \frac{hc}{\lambda_e} = \frac{1240}{310} = 4 \text{ eV}$$

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_e \Rightarrow 6 = \frac{1240}{\lambda} - 4 \Rightarrow \lambda = 124 \text{ nm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۱۸۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow n_1^2 = \frac{13/6}{3/4} = 4 \Rightarrow n_1 = 2$$

$$\Rightarrow n_2^2 = \frac{13/6}{0.544} = 25 \Rightarrow n_2 = 5$$

$$r_n = n^2 a_e \Rightarrow \begin{cases} r_1 = 4a_e \\ r_2 = 25a_e \end{cases} \Rightarrow r_2 - r_1 = 21a_e$$

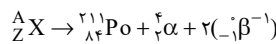
(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۳۱)

۱۸۷. گزینه ۳ صحیح است.

اختلاف بین ترازهای انرژی نوکلئون‌ها در هسته‌ها از مرتبه KeV تا مرتبه MeV است ولی اختلاف بین ترازهای انرژی الکترون در اتم از مرتبه eV است. پس هسته‌های سنگین و سبک در واکنش‌های شیمیایی برانگیخته نمی‌شود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۱۴)

۱۸۸. گزینه ۳ صحیح است.



$$A = 211 + 4 \Rightarrow A = 215$$

$$Z = 84 + 2 + (2 \times (-1)) \Rightarrow Z = 84$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵)

۱۸۹. گزینه ۱ صحیح است.

$$m_1 \xrightarrow[2]{(1) \text{ روز } 4} m_2 \xrightarrow[4]{(2) \text{ روز } 4} m_3 \xrightarrow[8]{(3) \text{ روز } 4} m_4 \xrightarrow[16]{(4) \text{ روز } 4} m_5$$

$$m = m_4 - m_3 = \frac{m_1}{4} - \frac{1}{8} m_1 = \frac{m_1}{8}$$

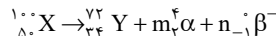
$$m' = m_3 - m_2 = \frac{m_1}{8} - \frac{1}{16} m_1 = \frac{m_1}{16}$$

$$m - m' = \frac{m_1}{8} - \frac{m_1}{16} \Rightarrow \frac{m_1}{16} = 400 \Rightarrow m_1 = 6400 \text{ g}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۴۶)

۱۹۰. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا فرض می‌کنیم β منفی تابش کرده است و اگر تعداد مثبت شد یعنی فرض صحیح بوده و اگر منفی شد یعنی باید نوع β عوض شود:



$$100 = 72 + 4m \Rightarrow m = 7 \quad \alpha \text{ ذره} \quad \text{موازنه عدد جرمی:}$$

$$50 = 34 + 2m - n \Rightarrow 50 = 34 + 14 - n \Rightarrow n = -2$$

علامت منفی در تعداد یعنی ۲ ذره β^+ تابش شده است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴۳ و ۱۴۴)

شیمی

۱۹۱. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) در سال‌های اخیر میزان امید به زندگی در نواحی برخوردار بیشتر از نواحی کم‌برخوردار بوده اما میزان رشد نمودار امید به زندگی در نواحی کم‌برخوردار بیشتر بوده است.

(۲) نمک سدیم اسید چرب نوعی صابون جامد و نمک پتاسیم یا آمونیوم اسید چرب نوعی صابون مایع می‌باشد.

(۳) با افزودن مقداری صابون به مخلوط ناپایدار آب و روغن، یک مخلوط کلوئید ایجاد می‌شود که نامگن بوده و نور را پخش می‌کند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵، ۳، ۶ و ۵)

۱۹۲. گزینه ۱ صحیح است.

فقط مورد «ت» صحیح است.

بررسی موارد:

(آ) صابون از سمت قسمت قطبی خود با آب برهم‌کنش دارد نه قسمت کاتیونی.

(ب) آب دریا و آب‌های مناطق کویری که شور هستند، مقادیر چشمگیری از یون‌های منیزیم و کلسیم دارند. به چنین آب‌هایی، آب سخت می‌گویند که صابون در این آب‌ها به خوبی کف نمی‌کند زیرا صابون با یون‌های موجود در آب‌های سخت رسوب تشکیل می‌دهد.

(پ) پاک‌کننده‌های غیرصابونی حتی در آب‌های سخت نیز قدرت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند و با یون‌های موجود در این آب‌ها واکنش نمی‌دهند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۸، ۱۱ تا ۱۳)

۱۹۳. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) جوهر نمک (هیدروکلریک اسید)، محلول اسیدی و صابون‌ها بازی می‌باشند. کاغذ pH در برخورد با اسیدها و بازها به ترتیب رنگ قرمز و آبی به خود می‌گیرد.

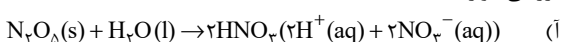
(۴) در سامانه‌های خنثی غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید با یکدیگر برابر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۱۹۴. گزینه ۲ صحیح است.

موارد «آ» و «ت» صحیح می‌باشند.

بررسی موارد:



(ب) هرچه غلظت یون‌ها در یک محلول بیشتر باشد، رسانایی الکتریکی آن بالاتر است و درجه یونش به تنهایی نمی‌تواند نشان دهنده غلظت یون‌ها باشد بلکه میزان انحلال‌پذیری نیز مؤثر است.

(پ) در چنین واکنش‌هایی در نهایت مقدار واکنش‌دهنده و فرآورده ثابت می‌شود و لزوماً برابر نیستند.

(ت) در دمای $25^\circ C$ که گستره pH مواد بین ۰ تا ۱۴ می‌باشد، هرچه نسبت OH^- به H_3O^+ کمتر باشد، محلول اسیدی‌تر بوده و pH آن به صفر نزدیک‌تر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۶، ۱۸، ۲۱ و ۲۸)

۱۹۵. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی موارد نادرست:

(آ) با توجه به واکنش $HF \rightleftharpoons H^+ + F^-$ ، نسبت شمار یون‌های H^+ به F^- و برابر ۱ می‌باشد.

(پ) اغلب داروها و شوینده‌ها خاصیت اسیدی یا بازی دارند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۱۹۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$100 \times \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل شده}} = \text{درصد یونش}$$

از $(10 + 150)$ مولکول حل شده AOH، ۱۰ مولکول یونیده شده که در اثر این یونش ۱۰ یون A^+ و ۱۰ یون OH^- تولید شده است. بنابراین برای درصد یونش داریم:

$$\text{درصد یونش} = \frac{10}{150 + 10} \times 100 = 6.25\%$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۸)

۱۹۷. گزینه ۱ صحیح است.

$$[H_3O^+] = 4 \times 10^{-6} [OH^-] \rightarrow pH = ?$$

$$[H_3O^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow 4 \times 10^{-6} [OH^-][OH^-] = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [OH^-] = 5 \times 10^{-11}$$

$$pOH = -\log[OH^-] \rightarrow pOH = -(\log 5 + \log 10^{-11})$$

$$\Rightarrow pOH = 10.7$$

$$pH = 14 - 10.7 = 3.3$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۹۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$HNO_3 : pH = 2.3 \Rightarrow [H^+] = [NO_3^-] = 5 \times 10^{-3}$$

$$HCl : pH = 3.7 \Rightarrow [H^+] = [Cl^-] = 2 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \frac{[NO_3^-]}{[Cl^-]} = \frac{5 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-4}} = 25$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۹۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$pH = 11$$

$$pOH = 14 - 11 = 3$$

$$\Rightarrow [OH^-] = 10^{-pOH} = 10^{-3} \Rightarrow [OH^-] = 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$\text{غلظت} = \frac{n}{V} \Rightarrow 10^{-3} = \frac{n}{2} \Rightarrow n = 2 \times 10^{-3} \text{ mol KOH}$$

$$M_{wKOH} = 39 + 16 + 1 = 56$$

$$\Rightarrow gKOH_{\text{موردنیاز}} = 2 \times 10^{-3} \times 56 = 0.112$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۲۰۰. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:
 (۲) تولید مواد با بهره‌گیری از برق‌کافت یکی از قلمروهای الکتروشیمی می‌باشد.
 (۴) باتری، مولدی است که در آن واکنش‌های شیمیایی رخ می‌دهد تا بخشی از انرژی شیمیایی مواد به انرژی الکتریکی تبدیل شود.
 (شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۲۰۱. گزینه ۳ صحیح است.

موارد «پ» و «ت» صحیح می‌باشند.
 بررسی موارد:
 (آ) واکنش‌پذیری فلز روی از مس بیشتر بوده و به همین دلیل مس نمی‌تواند در ترکیب جایگزین روی شود و این واکنش به صورت طبیعی قابل انجام نیست.
 (ب) در واکنش اکسایش - کاهش Zn با HCl، یون‌های هیدروژن با دریافت الکترون به H₂(g) تبدیل شده و کاهش می‌یابند.
 (شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۲۰۲. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:
 (۱) در برخی از واکنش‌های اکسایش - کاهش افزون بر دادوستد الکترون، انرژی نیز آزاد می‌شود.
 (۲)

$$2Al(s) + 3Cu^{2+}(aq) \rightarrow 2Al^{3+}(aq) + 3Cu(s)$$

به ازای کاهش هر ۳ مول یون مس، ۶ مول الکترون جابه‌جا می‌شود. بنابراین می‌توان گفت به ازای کاهش هر ۲ مول یون مس، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود.

(۳) هرچه دمای محلول واکنش بیشتر افزایش یابد، واکنش‌پذیری و قدرت کاهندگی فلز بیشتر و پایداری آن کمتر است.
 (۴) مقایسه قدرت کاهندگی به صورت (Al > Zn > Cu > Au) می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۲۰۳. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا معادله واکنش را می‌نویسیم:

$$2Al(s) + 3Zn^{2+}(aq) \rightarrow 2Al^{3+}(aq) + 3Zn(s)$$
 به ازای اکسایش هر ۲ مول Al و کاهش هر ۳ مول کاتیون روی، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود:

$$9.0 \times 10^{23} e^- \times \frac{1 \text{ mole}}{6.02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{3 \text{ mol Zn}(s)}{6 \text{ mole}} \times \frac{65 \text{ gr Zn}}{1 \text{ mol Zn}}$$

$$= 48.75 \text{ g Zn}$$

تولید می‌شود.

$$9.0 \times 10^{23} e^- \times \frac{1 \text{ mole}}{6.02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{2 \text{ mol Al}}{6 \text{ mole}} \times \frac{27 \text{ gr Al}}{1 \text{ mol Al}}$$

$$= 13.5 \text{ g Al}$$

مصرف می‌شود.

$48.75 - 13.5 = 35.25 \text{ g}$
 مجموع جرم الکتروادهای آند و کاتد به اندازه ۳۵/۲۵ گرم افزایش می‌یابد.
 (شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۲۰۴. گزینه ۳ صحیح است.

می‌دانیم E^o یک سلول از رابطه E^o (آند) - E^o (کاتد) محاسبه می‌شود. بنابراین ابتدا باید در هر واکنش آند و کاتد را مشخص کنیم. همانطور که می‌دانیم آند، الکترودی است که اکسایش می‌یابد و کاتد کاهش. واکنش (۱): یون Fe²⁺ به اتم آهن کاهش و اتم‌های روی به کاتیون Zn²⁺ اکسایش می‌یابند:

$$E^o = 0.32 = E^o(Fe^{2+}/Fe) - E^o(Zn^{2+}/Zn)$$

واکنش (۲): یون نقره به اتم نقره کاهش و اتم آهن به کاتیون آهن اکسایش می‌یابد:

$$E^o = 1.24 = E^o(Ag^+/Ag) - E^o(Fe^{2+}/Fe)$$

واکنش (۳): یون نقره به اتم نقره کاهش و اتم روی به کاتیون روی اکسایش می‌یابد:

$$E^o = E^o(Ag^+/Ag) - E^o(Zn^{2+}/Zn)$$

$$\Rightarrow E^o = E^o(Fe^{2+}/Fe) + 1.24 - E^o(Fe^{2+}/Fe) + 0.32$$

$$\Rightarrow E^o = 1.56 \text{ V}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۴۸)

۲۰۵. گزینه ۱ صحیح است.

$$PO_4^{3-} : P + 4(O) = -3 \Rightarrow P + (4 \times -2) = -3 \Rightarrow P = +5$$

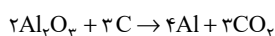
$$CH_3COOH$$

$$C = 4 - 1 = 3$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۲۰۶. گزینه ۴ صحیح است.

مورد «آ» نادرست است.



مجموع ضرایب = ۱۲

(شیمی دوازدهم، صفحه ۶۱)



۲۰۷. گزینه ۳ صحیح است.

آند تیغه‌ای از جنس فلز X است و کترولیت نیز محلول نمکی از فلز X است.

نیم‌واکنش کاهش به صورت $X^{n+} + ne^- \rightarrow X$ بوده که در سطح قاشق آهنی انجام می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه ۶۰)

۲۰۸. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا جرم اولیه آب موجود را محاسبه می‌کنیم:

$$H_2O \text{ جرم اولیه} = \frac{14}{100} \times 500 = 70 \text{ gr}$$

۵۰ گرم از جرم خاک کاسته می‌شود و با توجه به اینکه این کاهش جرم در اثر حرارت بوده، بنابراین ۵۰ گرم از جرم H_2O موجود کاسته شده است.

$$H_2O \text{ جرمی جدید} = \frac{70 - 50}{500 - 50} \times 100 = \frac{20}{450} \times 100 \approx 4.4\%$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۶۷)

۲۰۹. گزینه ۴ صحیح است.

۴ در ساختار سیلیس هر اتم Si با چهار پیوند اشتراکی یگانه به چهار اتم اکسیژن متصل است. در این ساختار، اتم‌های Si در رأس حلقه‌های شش ضلعی و اتم‌های O بر روی اضلاع قرار گرفته‌اند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۲۱۰. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی موارد:

ب) در الماس هر اتم کربن با ۴ پیوند اشتراکی به ۴ اتم کربن دیگر متصل است اما در گرافیت هر اتم کربن با ۳ پیوند اشتراکی (یک پیوند دوگانه و دو پیوند یگانه) به ۳ اتم کربن دیگر متصل شده است.

ت) اتم‌های Si ترجیح می‌دهند به جای پیوند با اتم‌های خود، با اتم‌های اکسیژن پیوند تشکیل دهند، زیرا آنتالپی پیوند Si-O در بلور سیلیس بیشتر از Si-Si در بلور سیلیسیم می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

۲۱۱. گزینه ۱ صحیح است.

تنها مورد «پ» صحیح می‌باشد.

بررسی موارد:

آ) CO_2 تراکم بار الکتریکی بر روی اتم‌ها یکسان نیست و کربن بار جزئی مثبت و اتم‌های اکسیژن بار جزئی منفی دارند، اما به دلیل توزیع متقارن بار الکتریکی بر روی اتم‌های پیرامون اتم مرکزی CO_2 در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

ب) کربونیل سولفید (SCO) دارای ساختار خطی می‌باشد، اما قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

ت) اوزون (O_3) از اتم‌های مشابه تشکیل شده است اما قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۲۱۲. گزینه ۳ صحیح است.

فقط مورد «ب» نادرست است.

بررسی موارد:

ب) در بین گونه‌های هم‌الکترون، شعاع ذره‌ای که بار الکتریکی منفی بیشتری دارد، بزرگ‌تر است. برای مثال هفت گونه O^{2-} ، N^{3-} ، F^- ، Ne ، Na^+ ، Mg^{2+} ، Al^{3+} هر یک دارای ۱۰ الکترون می‌باشند، مقایسه شعاع آنها به صورت زیر است:

$$N^{3-} > O^{2-} > F^- > Ne > Na^+ > Mg^{2+} > Al^{3+}$$

پ)

$$\text{مقایسه شعاع یونی: } O^{2-} > Ca^{2+}$$

دارای ۲ لایه الکترونی دارای ۳ لایه الکترونی

ت) برای مقایسه آنتالپی فروپاشی می‌توان از رابطه $|q^+q^-|$ استفاده کرد.

$$n = 3$$

$$MgF_2 \rightarrow q^+ = 2 \Rightarrow n|q^+q^-| = 6$$

$$q^- = -1$$

$$n = 4$$

$$AlF_3 \rightarrow q^+ = 3 \Rightarrow n|q^+q^-| = 12$$

$$q^- = -1$$

$$n = 3$$

$$Na_2O \rightarrow q^+ = 1 \Rightarrow n|q^+q^-| = 6$$

$$q^- = -2$$

وقتی $|q^+q^-|$ برای دو ترکیب برابر می‌شود، به مقایسه شعاع آنیون‌ها و کاتیون‌ها می‌پردازیم، آنتالپی فروپاشی با شعاع کاتیون و آنیون سازنده رابطه معکوس دارد:

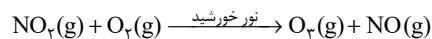
$$Na^+ > Mg^{2+} \text{ و } O^{2-} > F^-$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰ و ۸۳)

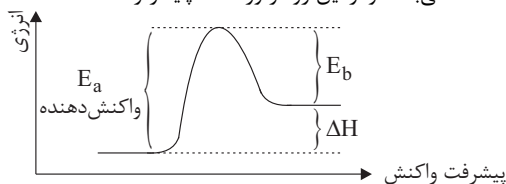
۲۱۳. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) در هوای آلوده کلان‌شهرها، در اثر واکنش NO_2 قهوه‌ای رنگ با گاز اکسیژن، در حضور نور خورشید، O_3 (اوزون تروپوسفری) به همراه گاز NO تولید می‌شود.



۲) در واکنش‌های گرماگیر، سطح انرژی فرآورده‌ها بالاتر از واکنش‌دهنده‌ها می‌باشد و از این رو فرآورده‌ها ناپایدارترند.



از طرفی همانطور که در نمودار مشاهده می‌کنید:

$$E_a > \Delta H$$

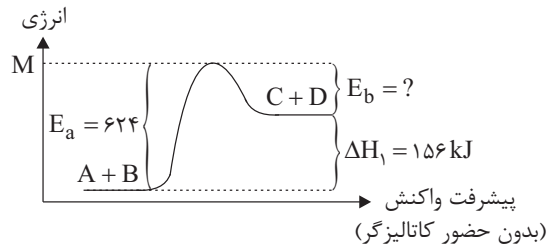
۳) کاتالیزگر نمی‌تواند بر مقدار آنتالپی واکنش اثر بگذارد و از این رو پس از بهره‌گیری از کاتالیزگر، ΔH واکنش تغییری نمی‌کند.

۴) کاتالیزگرها، انرژی فعال‌سازی واکنش‌های رفت و برگشت را به یک اندازه (نه به یک نسبت) کاهش می‌دهند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۹۲، ۹۴ و ۹۶)

۲۱۴. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا نمودار (انرژی - پیشرفت واکنش) را رسم می کنیم:

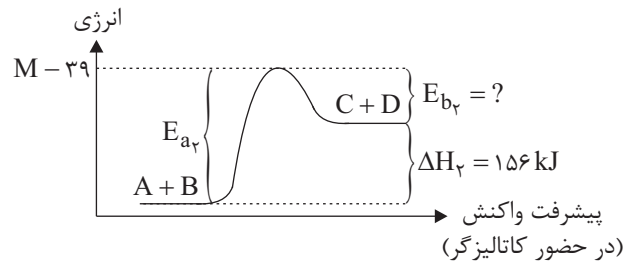


$$\Rightarrow E_{b_1} = E_{a_1} - \Delta H_1 \Rightarrow E_{b_1} = 624 - 156 = 468 \text{ kJ}$$

با توجه به فرض سوال، در هنگام استفاده از کاتالیزگر، انرژی فعال سازی واکنش در جهت رفت $\frac{1}{16}$ برابر می شود یعنی $\frac{1}{16}$ کاهش می یابد.

$$\frac{1}{16} \times E_{a_1} = \frac{1}{16} \times 624 = 39 \text{ kJ}$$

از آنجایی که استفاده از کاتالیزگر سبب می شود انرژی فعال سازی واکنش در جهت های رفت و برگشت به یک میزان کاهش یابد، در نتیجه E_{b_1} نیز به اندازه 39 kJ کم می شود.

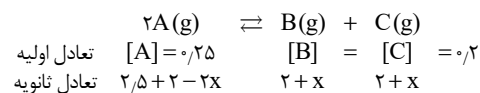


$$E_{b_2} = E_{b_1} - 39 = 468 - 39 = 429 \text{ kJ}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۹۴ و ۹۵)

۲۱۵. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا ثابت تعادل واکنش را محاسبه می کنیم:



$$\Rightarrow K = \frac{[B][C]}{[A]^2} = \frac{0.2 \times 0.2}{(0.25)^2} = 0.64 \times 10^{-1}$$

$$\Rightarrow 0.64 \times 10^{-1} = \frac{(2+x) \times (2+x)}{\left(\frac{4.5-2x}{2.5}\right)^2} \Rightarrow \frac{(x+2)^2}{(4.5-2x)^2} = 0.64$$

$$\Rightarrow \frac{x+2}{4.5-2x} = 0.8 \Rightarrow 3.6 - 1.6x = x+2 \Rightarrow 2.6x = 1.6$$

$$\Rightarrow x = \frac{1.6}{2.6} = \frac{16}{13} \text{ mol} \approx 0.61$$

۲ مول A به تعادل اولیه افزوده شده است در حالی که مقدار ۲x مول

از آن مصرف شده است.

$$2x = 1.2 \Rightarrow \frac{1.2}{2} \times 100 = 60$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۰۲ و ۱۰۳)

۲۱۶. گزینه ۳ صحیح است.

تنها مورد «ت» غلط است.

بررسی موارد:

(آ) با افزایش حجم ظرف (کاهش فشار)، واکنش در جهتی جابه جا می شود که مول گازی بیشتری وجود دارد. اما به دلیل افزایش حجم و با توجه به رابطه غلظت $\left(\frac{\text{مول}}{\text{حجم}}\right)$ ، غلظت تمام گونه های گازی کاهش

می یابد. لازم به ذکر است غلظت برای مواد جامد ثابت است.

(ب) با افزودن مقداری B، واکنش در جهتی پیش می رود که تا حد امکان آن را مصرف کند، اما موفق به مصرف تمام B اضافه شده نمی شود. از این رو مقدار مول تمام مواد به غیر از A افزایش می یابد. (واکنش در جهت مصرف B پیش می رود و A و B مصرف می شود. با این وجود B نسبت به مقدار اولیه خود بیشتر می شود، تنها بخشی از مقداری که به B افزوده شده، مصرف می شود.)

(پ) با توجه به استدلال قسمت «ب»، این بخش نیز نتیجه گیری می شود.

(ت) با توجه به اینکه واکنش گرماده می باشد ($\Delta H < 0$)، در اثر افزایش دما واکنش در جهت مصرف گرما یعنی در جهت برگشت پیش می رود و بدین ترتیب در اثر مصرف فراورده ها و تولید واکنش دهنده ها، ثابت تعادل کاهش می یابد.

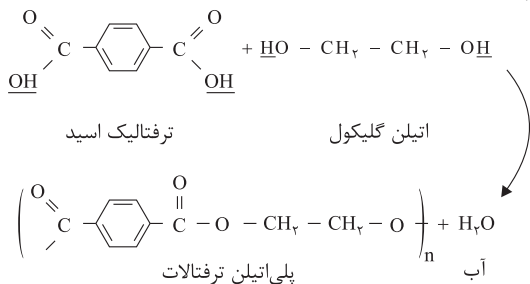
(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۶)

۲۱۷. گزینه ۱ صحیح است.

بررسی گزینه ها:

(۱) از واکنش گاز اتن (C_2H_4) و هیدروژن کلرید، کلرواتان حاصل می شود که می توان از آن به عنوان افشانه بی حس کننده موضعی استفاده کرد.

(۳ و ۴)



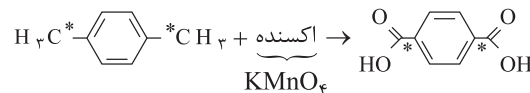
(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

۲۱۸. گزینه ۳ صحیح است.

تنها مورد «پ» نادرست است.

بررسی موارد:

(آ)



عدد اکسایش کربن های ستاره دار = ۴ - ۱ = ۳

(پ)



$$\downarrow$$

$$\text{عدد اکسایش} = +1 + x + 4(-2) = 0 \Rightarrow x = +7$$



$$\downarrow$$

$$\text{عدد اکسایش} = x + 2(-2) = 0 \Rightarrow x = +4$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۱۱۴ و ۱۱۵)

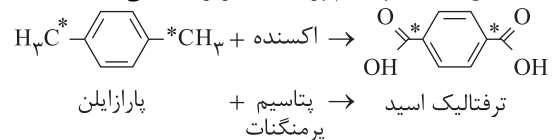


۲۱۹. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) سنتز یک فرایند شیمیایی هدفمند است که در آن با استفاده از مواد ساده‌تر، مواد شیمیایی دیگر را تولید می‌کنند.
(۲) برای سنتز افسانه بی‌حس کننده موضعی، می‌توان از واکنش گاز اتن و گاز هیدروژن کلرید بهره برد.

(۳) با توجه به اینکه عدد اکسایش هر کربن در گروه‌های عاملی در ترفتالیک اسید، ۶ واحد بیشتر از پارازایلن است، در نتیجه تغییر عدد اکسایش اکسند (پتاسیم پرمنگنات) برابر ۱۲- می‌باشد.

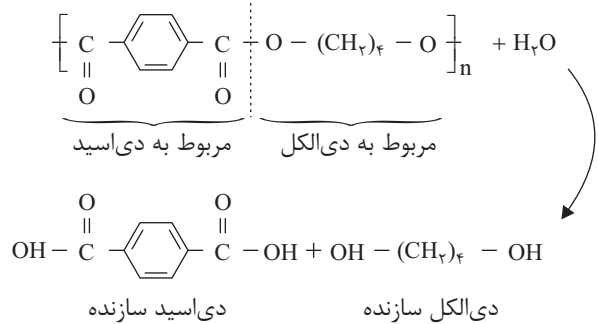


$$-3 = 4 - 7 = 4 - 7 = -3 \text{ عدد اکسایش کربن در پارازایلن}$$

$$3 = 4 - 1 = 3 \text{ عدد اکسایش کربن در ترفتالیک اسید}$$

در نتیجه تغییر عدد اکسایش اتم‌های منگنز مجموعاً برابر ۱۲- است.

(۴) واکنش آبکافت این پلی‌استر به صورت زیر می‌باشد:



فرمول مولکولی دی‌اسید: $\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۴ و ۱۱۵)

۲۲۰. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱ و ۲) دی‌الکل سازنده PET (پلی اتیلن ترفتالات)، اتیلن گلیکول می‌باشد که از واکنش اتن با محلول پتاسیم پرمنگنات رقیق (به عنوان اکسند)، تولید می‌شود. این در حالی است که برای تهیه ترفتالیک اسید از محلول پتاسیم پرمنگنات غلیظ بهره می‌گیرند.

(۳) برای تولید متانول در مقیاس صنعتی نمی‌توان از متانول ساخته‌شده از چوب بهره برد.

(۴) متانول در مقیاس صنعتی از واکنش CO و H_2 تهیه می‌شود که برای تولید کربن مونوکسید و گاز هیدروژن موردنیاز، از واکنش گاز اتان و H_2O بهره می‌گیرند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸)