



سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

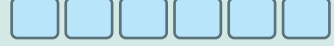


دفترچه سؤال

تسلط بر نیم سال اول



تسلط بر نیم سال دوم



پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۲/۲۵



ماز

گروه آزمایشی علوم تجربی - پایه دوازدهم
آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز - مرحله ۸

مدت پاسخگویی: ۲۰۰ دقیقه

تعداد صفحه: ۱۲

| ردیف | درس | تعداد صفحه | زمان پاسخگویی |
|------|----------------|------------|---------------|
| ۱ | فارسی | ۴ | ۴۰ دقیقه |
| ۲ | عربی | ۳ | ۴۰ دقیقه |
| ۳ | سلامت و بهداشت | ۲ | ۳۰ دقیقه |
| ۴ | ریاضی | ۱ | ۴۰ دقیقه |
| ۵ | زیست شناسی | ۲ | ۵۰ دقیقه |

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می شود.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

دروس اختصاصی

زیست‌شناسی ۳

فصل ۵ تا پایان فصل ۸
صفحه ۶۳ تا ۱۲۴

ریاضی ۳

فصل ۴
(از درس دوم: مشتق‌پذیری و
پیوستگی)
و فصل‌های ۵، ۶ و ۷
صفحه ۷۷ تا ۱۴۸

دروس عمومی

سلامت و بهداشت

درس ۸ تا پایان درس ۱۴
صفحه ۷۹ تا ۱۸۴

عربی ۳

درس‌های ۳ و ۴
صفحه ۳۳ تا ۶۴

فارسی ۳

فصل‌های ۵، ۶، ۷ و ۸
صفحه ۸۵ تا ۱۶۵

استراتژی و هدف‌گذاری در آزمون‌های شبیه‌ساز نهایی ماز

اهداف کوتاه مدت:

- رسیدن به بودجه‌بندی آزمون بعد
- یادگیری تشریحی خواندن و تشریحی نوشتن

اهداف میان مدت:

- پیشروی و تسلط بر ۵۰ درصد مباحث نیمسال اول تا آذرماه
- پیشروی و تسلط کامل بر نیمسال اول تا بهمن ماه
- پیشروی و تسلط بر ۵۰ درصد مباحث نیمسال دوم تا ایام نوروز
- مرور و تسلط کامل بر نیمسال اول در اردیبهشت ماه
- پیشروی و تسلط کامل بر نیمسال دوم در اردیبهشت ماه
- تجربه شبیه‌ساز کامل امتحان نهایی در روز قبل از هر امتحان خردادماه

اهداف بلندمدت:

- تبدیل به یک دانش‌آموز حرفه‌ای در امتحان تشریحی و ۲۰ گرفتن
- تسلط بر نحوه تشریحی نوشتن در حد یک مصحح آموزش و پرورش
- تمام اشتباهات احتمالی در امتحان نهایی رو قبل از امتحان نهایی تجربه کنید.

| سؤالات (پاسخبرگ دارد) | | گروه آموزشی ماز | |
|-----------------------|--|-----------------|------|
| ردیف | سؤالات (پاسخبرگ دارد) | نمره | ردیف |
| ۱ | درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید. الف) تابع $y = \frac{1}{x}$ در دامنه خود اکیداً نزولی است. ب) تابع $y = \sqrt[3]{x}$ نقطهٔ بحرانی ندارد. ج) شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول طول آن یک استوانه است. د) خط $3x + 4y = -1$ بر دایرهٔ $x^2 + y^2 - 2y = 0$ مماس است. | ۱ | ۱ |
| ۲ | به کمک تعریف مشتق شیب نیم‌مماس چپ و نیم‌مماس راست تابع $f(x) = x\sqrt{x^2 - 4x + 4}$ را در نقطهٔ $x = 2$ به دست آورید. | ۲ | ۲ |
| ۳ | حاصل مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن لازم نیست). الف) $f(x) = (2x^2 - 1)^3(x^3 + 1)$ ب) $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}}{x^2+1}$ | ۳ | ۳ |
| ۲.۵ | فرض کنید f در $x = 2$ مشتق پذیر و $f(2) = 2$ و $g'(2) = 3$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = -4$ باشد، حاصل مشتق تابع $(f+g) \circ f$ در $x = 2$ را بیابید. | ۲.۵ | ۴ |
| ۲ | مقادیر a و b را به گونه‌ای بیابید که نقطهٔ $A(-1, 2)$ یک نقطهٔ اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ باشد. | ۲ | ۵ |
| ۲.۵ | طول و عرض مستطیلی با بیشترین مساحت را تعیین کنید که دو رأس آن روی محور x ها و دو رأس دیگرش بالای محور x ها و روی سهمی $y = 12 - x^2$ باشند. | ۲.۵ | ۶ |
| ۱.۵ | در یک بیضی فاصله یکی از کانون‌ها از نزدیک‌ترین نقطه واقع بر بیضی برابر ۲ و از دورترین نقطهٔ آن برابر ۸ است. خروج از مرکز بیضی را به دست آورید. | ۱.۵ | ۷ |
| ۳ | مرکز دایرهٔ $x^2 + 2x + y^2 + ay = 15$ بر خط $y = x + 4$ واقع است. الف) مقدار a و شعاع دایره را بیابید. ب) شعاع دایره‌ای را بیابید که مرکز آن $O(3, 6)$ بوده و بر دایرهٔ داده شده مماس درون باشد. | ۳ | ۸ |
| ۲.۵ | سه ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۴ مهرهٔ قرمز و ۶ مهرهٔ آبی، در دومین ظرف، ۶ مهرهٔ قرمز و ۴ مهرهٔ آبی و در سومین ظرف، ۵ مهرهٔ قرمز و ۵ مهرهٔ آبی وجود دارد. به تصادف یک ظرف انتخاب و از آن یک مهره خارج می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره، آبی است؟ | ۲.۵ | ۹ |
| ۲۰ | موفق باشید. | ۲۰ | |



به نام خدا

| | | | | |
|--------------------|------------|--------------|---------------------------|-----------------------------------|
| ساعت شروع: | علوم تجربی | رشته: | تعداد صفحه: ۳ | آزمون شبیه ساز نهایی درس: ریاضی ۳ |
| مدت زمان: ۴۰ دقیقه | ۱۴۰۴/۰۲/۲۵ | تاریخ آزمون: | دوره دوم متوسطه - دوازدهم | نام و نام خانوادگی: |

| | | |
|------|---------|------|
| ردیف | پاسخبرگ | نمره |
|------|---------|------|

پاسخ‌های خود را در محل‌های تعیین شده به صورت دقیق، خوش خط و مرتب در این برگه وارد کنید.

| | | |
|-----|---|---|
| ۱ | (الف) (ب) (ج) (د) | ۱ |
| ۲ | | ۲ |
| ۳ | (الف) (ب) | ۳ |
| ۲.۵ | | ۴ |



به نام خدا

| | | | | |
|--------------------|------------|--------------|---------------------------|-----------------------------------|
| ساعت شروع: | علوم تجربی | رشته: | تعداد صفحه: ۳ | آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: ریاضی ۳ |
| مدت زمان: ۴۰ دقیقه | ۱۴۰۴/۰۲/۲۵ | تاریخ آزمون: | دوره دوم متوسطه - دوازدهم | نام و نام خانوادگی: |

| | | |
|------|---------|------|
| نمره | پاسخبرگ | ردیف |
|------|---------|------|

پاسخ‌های خود را در محل‌های تعیین شده به صورت دقیق، خوش خط و مرتب در این برگه وارد کنید.

| | | |
|-----|--|-----------------------|
| ۲ | | ۵ |
| ۲.۵ | | ۶ |
| ۱.۵ | | ۷ |
| ۳ | | ۸ (الف) (ب) |



به نام خدا

| | | | | |
|--------------------|------------|--------------|---------------------------|-----------------------------------|
| ساعت شروع: | علوم تجربی | رشته: | تعداد صفحه: ۳ | آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: ریاضی ۳ |
| مدت زمان: ۴۰ دقیقه | ۱۴۰۴/۰۲/۲۵ | تاریخ آزمون: | دوره دوم متوسطه - دوازدهم | نام و نام خانوادگی: |

| | | |
|------|---------|------|
| ردیف | پاسخبرگ | نمره |
|------|---------|------|

پاسخ‌های خود را در محل‌های تعیین شده به صورت دقیق، خوش خط و مرتب در این برگه وارد کنید.

| | | |
|-----|-------------|---|
| ۲.۵ | | ۹ |
| ۲۰ | موفق باشید. | |



سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴



دفترچه پاسخ

تسلط بر نیم سال اول



تسلط بر نیم سال دوم



پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۲/۲۵



ماز

گروه آزمایشی علوم تجربی - پایه دوازدهم
آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز - مرحله ۸

| ویراستاری | مسئول درس | درس |
|--|---|----------------|
| فاطمه حمیدی | حسن وسگری - علیرضا جعفری فاطمه عباسی | فارسی |
| کیارش پورمهدی - مریم آقایی | هاله کریمی | عربی |
| نرگس سودائی - دنیا فرزانه | عرفان شهرآئینی | سلامت و بهداشت |
| نرجس تیمناک - حمیدرضا ولی پور ارسلان حسونند | حسین شفیع زاده - مهر داد کیوان | ریاضی |
| یاسین دانایی زاده - معین فیاضی شهیده رستمی | فرزین فردوسی | زیست شناسی |

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می شود.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

راهنمای پاسخنامه برای بچه‌های مازی!

مصصح شو:



پاسخ دقیق سؤال این‌جا میاد و اسمش روشه: «مصصح شو»، می‌خواد شما رو به یه مصصح حرفه‌ای و دقیق تبدیل کنه که بدونین موقع ارزیابی جواب‌هاتون باید حواستون به چی باشه تا توی آزمون‌های بعدی دقیق‌تر عمل کنین. اگه جواب یه سؤال رو بشه به شکل‌های مختلف بیان کرد، اون هم، این‌جا بهتون گفتیم.

بررسی دقیق‌تر:



اگه پاسخ کوتاه به سؤال کافی نباشه تا ببینین چطوری باید به جواب برسین، توی این بخش با بررسی دقیق‌تر جواب، سؤال رو براتون توضیح دادیم.

نقشه نهایی:



امتحان نهایی قوانین و قواعد خاص خودش رو داره؛ شما باید بدونین تیپ‌های رایج سؤال‌های امتحان نهایی چیه و باید چطوری بهش جواب بدین. این کادر، مشاوره حرفه‌ای ماست به شما تا فوت و فن‌های امتحان نهایی رو یاد بگیرین.

۲۰ شو:



توی «۲۰ شو»، مبحث هر سؤال رو براتون مرور یا جمع‌بندی کردیم؛ «۲۰ شو» و درسنامه‌هاش دقیقاً فاصله بین نمره خوب و نمره ۲۰ رو براتون پر می‌کنه.

نکته طلایی:



با وجود «۲۰ شو»، که کلی درسنامه مفصل داره، باز هم اگه نکته مهم و مفیدی بود، توی این کادر براتون آوردیم.

| | | |
|--|--------------|------------|
| راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضی ۳ | رشته: | علوم تجربی |
| دوره دوم متوسطه - دوازدهم | تاریخ آزمون: | ۱۴۰۴/۰۲/۲۵ |
| مدت زمان: ۴۰ دقیقه | ساعت شروع: | |

گروه آموزشی ماز آزمون شبهه ساز امتحان نهایی

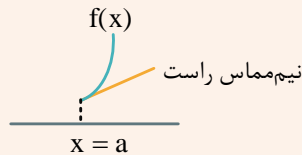
| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|--|------|
| ۱ | مصحح شو: هر مورد (۰/۲۵) الف) نادرست ب) نادرست ج) درست د) درست | ۱ |

| | |
|----------|--|
| مصحح شو: | $f(x) = x x-2 \quad (۰/۲۵)$ $f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x x-2 }{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x(x-2)}{x-2} = 2 \quad (۰/۲۵)$ $f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x x-2 }{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x(x-2)}{x-2} = -2 \quad (۰/۲۵)$ |
|----------|--|

نیمماس های چپ و راست

• مشتق راست تابع $f(x)$ در نقطه $x = a$:

اگر تابع $f(x)$ در نقطه ای به طول $x = a$ از راست پیوسته و مشتق پذیر باشد، در این صورت مشتق راست تابع f در این نقطه، همان شیب نیمخطی است که از سمت راست $x = a$ بر نمودار تابع f مماس می شود که به این نیمخط، اصطلاحاً نیمماس راست می گوئیم.



$$\begin{cases} f'_+(a) = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \\ f'_+(a) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \end{cases}$$

$x = a$ در شیب نیمماس راست $= f'_+(a)$

نکته

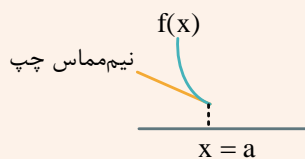
شرط لازم برای وجود مشتق راست در نقطه $x = a$ ، این است که تابع f در این نقطه از راست پیوسته باشد، به عبارت دیگر، اگر تابع f در نقطه $x = a$ پیوستگی راست نداشته باشد، آن گاه در این نقطه مشتق راست تعریف نمی شود.

نکته

معادله نیمماس راست در نقطه $x = a$ برابر است با: $y - f(a) = f'_+(a)(x - a)$

• مشتق چپ تابع $f(x)$ در نقطه $x = a$:

اگر تابع $f(x)$ در نقطه ای به طول $x = a$ از چپ پیوسته و مشتق پذیر باشد، در این صورت مشتق چپ تابع f در این نقطه، همان شیب نیمخطی است که از سمت چپ $x = a$ بر نمودار تابع f مماس می شود که به این نیمخط، اصطلاحاً نیمماس چپ می گوئیم.



$$\begin{cases} f'_-(a) = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \\ f'_-(a) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \end{cases}$$

$x = a$ در شیب نیمماس چپ $= f'_-(a)$

نکته 

شرط لازم برای وجود مشتق چپ در نقطه $x = a$ ، این است که تابع f در این نقطه از چپ پیوسته باشد، به عبارت دیگر، اگر تابع f در نقطه $x = a$ پیوستگی چپ نداشته باشد، آن‌گاه در این نقطه مشتق چپ تعریف نمی‌شود.

نکته 

معادله نیم‌ماس چپ در نقطه $x = a$ برابر است با: $y - f(a) = f'_-(a)(x - a)$

مصحح شو: 

$$\text{الف) } f'(x) = \overset{(-/25)}{3} \times \overset{(-/25)}{4x} (\overset{(-/25)}{2x^2 - 1})^2 (\overset{(-/25)}{x^2 + 1}) + \overset{(-/25)}{3x^2} (\overset{(-/25)}{2x^2 - 1})^3$$

$$\text{ب) } f'(x) = \frac{\overset{(-/5)}{2} (\overset{(-/25)}{x^2 + 1}) - \overset{(-/25)}{2x} \sqrt{\overset{(-/25)}{2x + 1}}}{\overset{(-/25)}{(x^2 + 1)^2}}$$

۳

قواعد مشتق‌گیری 

- $y = c; c \in \mathbb{R} \rightarrow y' = 0$
- $y = ax + b \rightarrow y' = a$
- $y = \sqrt[n]{x^m} \rightarrow y' = \frac{m}{n\sqrt[n]{x^{n-m}}}$
- $y = (f(x))^n \rightarrow y' = nf'(x)(f(x))^{n-1}$
- $y = f(x) \pm g(x) \rightarrow y' = f'(x) \pm g'(x)$
- $y = f(x) \times g(x) \rightarrow y' = f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$
- $y = \frac{f(x)}{g(x)} \rightarrow y' = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{g^2(x)}, (g(x) \neq 0)$
- $y = \sqrt[n]{(f(x))^m} \rightarrow y' = \frac{mf'(x)}{n\sqrt[n]{(f(x))^{n-m}}}$

۳

مصحح شو: 

$$f'(2) = -4 \quad (0/5)$$

$$y = (f + g) \circ f$$

۲.۵

$$y' = f'(2) \times (f + g)'(f(2)) = f'(2) \times (f'(f(2)) + g'(f(2)))$$

$$= -4 \times (-4 + 3) = 4 \quad (0/25)$$

۴

مصحح شو: 

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \quad (0/5)$$

$$\begin{cases} f(-1) = 2 \quad (0/25) \\ f'(-1) = 0 \quad (0/25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 + a - b + 1 = 2 \quad (0/25) \\ 3 - 2a + b = 0 \quad (0/25) \end{cases}$$

۲

$$\Rightarrow \begin{cases} a - b = 2 \\ -2a + b = -3 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = -1 \quad (0/25) \quad (0/25)$$

۵

اکسترم نسبی 

برای پیدا کردن نقاط اکسترم نسبی یک تابع پیوسته به روش زیر عمل می‌کنیم:

۱) دامنه تابع را به دست می‌آوریم.

۲) نقاط بحرانی تابع را پیدا می‌کنیم.

۳) جدول تغییرات را رسم کرده و سپس مشتق تابع را تعیین علامت می‌کنیم.

۴) حال برای تشخیص ماکزیم یا مینیمم بودن نقاط بحرانی داریم:

اگر علامت f' در آن نقطه از مثبت به منفی تغییر کند، آن نقطه، نقطه ماکزیم نسبی است.

اگر علامت f' در آن نقطه از منفی به مثبت تغییر کند، آن نقطه، نقطه مینیمم نسبی است.

اگر f' در آن نقطه تغییر علامت ندهد، با این روش نمی‌توان درباره ماکزیم و یا مینیمم نسبی بودن آن نقطه اظهار نظر کرد.

توجه: هر نقطه اکسترمم نسبی، یک نقطه بحرانی است. اما هر نقطه بحرانی لزوماً نقطه اکسترمم نسبی نیست.

مثال:

در تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$ ، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.

$$D_f = \mathbb{R}$$

برای پیدا کردن نقاط بحرانی تابع f ، مشتق آن را به دست آورده و آن را برابر صفر قرار می‌دهیم، یعنی باید معادله $f'(x) = 0$ را حل کنیم:

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

بنابراین $x = -3$ و $x = 1$ نقاط بحرانی تابع f می‌باشند، حال با رسم جدول تغییرات، مشتق را تعیین علامت می‌کنیم:

| | | | | |
|------|-----------|----------|----------|-----------|
| x | $-\infty$ | -3 | 1 | $+\infty$ |
| f' | + | - | + | |
| f | | ↗ | ↘ | ↗ |
| | | max نسبی | min نسبی | |

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -3 \rightarrow \text{طول max نسبی} \\ x = 1 \rightarrow \text{طول min نسبی} \end{cases}$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \rightarrow f(-3) = 17 \Rightarrow A(-3, 17) \rightarrow \text{نسبی max} \\ x = 1 \rightarrow f(1) = -15 \Rightarrow B(1, -15) \rightarrow \text{نسبی min} \end{cases}$$

با فرض این‌که تابع $y = f(x)$ مشتق‌پذیر باشد، اگر نقطه (a, b) ، نقطه اکسترمم نسبی تابع f باشد، در این صورت:

$$f'(a) = 0$$

$$f(a) = b$$

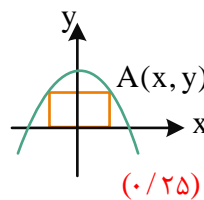
مصحح شو:

$$S = 2xy = 2x(12 - x^2) = 24x - 2x^3$$

(0/25) (-/5)

$$S' = 24 - 6x^2 \quad (0/5)$$

$$S' = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \begin{cases} \text{طول} = 8 \quad (0/25) \\ \text{عرض} = 4 \quad (0/25) \end{cases}$$



۲.۵

۶

حل مسائل بهینه‌سازی

برای حل مسائل بهینه‌سازی:

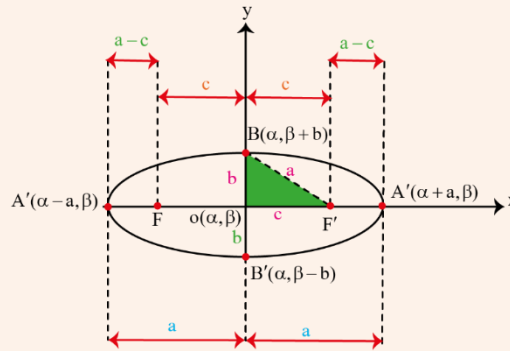
- ۱) ابتدا رابطه کمیتی که قرار است بهینه شود (مینیمم یا ماکزیمم شود) را به دست می‌آوریم.
- ۲) رابطه به دست آمده را به کمک روابط موجود در مسئله به یک رابطه تک متغیره تبدیل کنیم.
- ۳) سپس از رابطه تک متغیره به دست آمده مشتق گرفته و برابر صفر قرار می‌دهیم و ریشه مشتق را به دست می‌آوریم.
- ۴) حال به کمک ریشه مشتق، کمیتی که قرار است بهینه شود را پیدا می‌کنیم.

$$\begin{cases} AF = a - c = 2(0/25) \\ AF' = a + c = 8(0/25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5(0/25) \\ c = 3(0/25) \end{cases}$$



$$e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}$$

هر آنچه باید در مورد بیضی بدانید!



۱.۵

$$\begin{cases} OA = OA' = a \\ OB = OB' = b \\ OF = OF' = c \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{قطر بزرگ (قطر کانونی)} = AA' = 2a \\ \text{قطر کوچک (قطر ناکانونی)} = BB' = 2b \\ \text{فاصله کانونی} = FF' = 2c \end{cases}$$

$$BF' = BF = B'F = B'F' = a$$

خروج از مرکز بیضی

۱) مقدار $\frac{c}{a}$ را خروج از مرکز بیضی می‌نامیم و معمولاً آن را با حرف e نمایش می‌دهیم.

۲) همواره خروج از مرکز بیضی بین ۰ و ۱ است. ($0 < e < 1$)

۳) هرچه نسبت $e = \frac{c}{a}$ بزرگ‌تر و به ۱ نزدیک‌تر باشد، شکل بیضی کشیده‌تر می‌شود و به عبارتی شکل بیضی به پاره‌خط نزدیک‌تر می‌شود.

۴) هرچه نسبت $e = \frac{c}{a}$ کوچک‌تر و به صفر نزدیک‌تر باشد، شکل بیضی به شکل دایره نزدیک‌تر خواهد بود.

مثال:

اگر در یک بیضی داشته باشیم $a = 5$ و $b = 3$ ، در این صورت اندازه فاصله کانونی این بیضی را محاسبه کنید.

$$\begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 25 = 9 + c^2 \Rightarrow c^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow c = \sqrt{16} = 4$$

$$FF' = 2c = 8$$

می‌دانیم که فاصله کانونی برابر $2c$ است، پس:

۳

$$O'(-1, -\frac{a}{2}) (0/5)$$

الف

۸

$$R' = \frac{1}{2} \sqrt{4 + a^2 + 60} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + 64} \Rightarrow \begin{cases} y = x + 4 \Rightarrow -\frac{a}{2} = -1 + 4 \Rightarrow a = -6 & (0/25) \\ R' = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 64} = 5 & (0/25) \end{cases}$$

$$OO' = |R - R'| \quad (0/25)$$

(ب)

$$\sqrt{(-1-3)^2 + (3-6)^2} = |R - 5| \Rightarrow 5 = |R - 5| \Rightarrow R = 10$$

حالا نوبت به بررسی وضعیت دایره رسید... 

اگر $O(\alpha, \beta)$ مختصات مرکز یک دایره و r شعاع آن دایره باشد معادله استاندارد دایره برابر است با:

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$$

مثال: اگر معادله دایره به صورت $(x+1)^2 + y^2 = 4$ باشد، مطلوب است:

$$(x+1)^2 + (y-0)^2 = 2^2 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = 0 \\ r = 2 \end{cases} \Rightarrow O(-1, 0)$$

(الف) مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع دایره:

(ب) مختصات نقاط تقاطع دایره با محور x ها و محور y ها:

برای پیدا کردن مختصات تقاطع دایره با محور x ها، باید در معادله دایره، $y = 0$ قرار دهیم که در این صورت:

$$(x+1)^2 + y^2 = 4 \xrightarrow{y=0} (x+1)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x+1 = 2 \rightarrow x = 1 \\ x+1 = -2 \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

در نتیجه نقاط $(1, 0)$ و $(-3, 0)$ محل تقاطع دایره با محور x ها هستند.

و برای پیدا کردن مختصات تقاطع دایره با محور y ها، باید در معادله دایره، $x = 0$ را قرار دهیم:

$$(x+1)^2 + y^2 = 4 \xrightarrow{x=0} 1 + y^2 = 4 \Rightarrow y^2 = 3 \Rightarrow \begin{cases} y = \sqrt{3} \\ y = -\sqrt{3} \end{cases}$$

پس نقاط $(0, \sqrt{3})$ و $(0, -\sqrt{3})$ محل تقاطع دایره با محور y ها هستند.

مصحح شو: 

۲.۵

$$\begin{cases} \frac{1}{3} \times \frac{6}{10} & (0/25) \times \frac{6}{10} & (0/25) \\ \frac{1}{3} \times \frac{4}{10} & (0/25) \times \frac{4}{10} & (0/25) \\ \frac{1}{3} \times \frac{5}{10} & (0/25) \times \frac{5}{10} & (0/25) \end{cases}$$

$$P(A) = \frac{1}{3} \left(\frac{6}{10} + \frac{4}{10} + \frac{5}{10} \right) = \frac{1}{2}$$

۹

۲۰

موفق باشید.