



سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴



دفترچه سؤال

تسلط بر نیم سال اول



تسلط بر نیم سال دوم



پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۲/۱۸



ماز

گروه آزمایشی علوم تجربی - پایه دوازدهم
آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز - مرحله ۷

مدت پاسخگویی: ۱۶۰ دقیقه

تعداد صفحه: ۱۱

ردیف	درس	تعداد صفحه	زمان پاسخگویی
۱	فارسی	۴	۴۰ دقیقه
۲	عربی	۲	۳۰ دقیقه
۳	ریاضی	۲	۴۰ دقیقه
۴	زیست شناسی	۳	۵۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه آرایی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می شود.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

دروس اختصاصی

زیست‌شناسی ۳

فصل ۱ تا پایان فصل ۴
صفحه ۱ تا ۶۲

ریاضی ۳

فصل‌های ۱، ۲، ۳ و فصل ۴
(تا پایان درس اول: آشنایی با مفهوم مشتق)
صفحه ۱ تا ۷۶

دروس عمومی

عربی ۳

درس‌های ۱ و ۲
صفحه ۱ تا ۳۲

فارسی ۳

فصل‌های ۱، ۲، ۳ و ۴
صفحه ۱۱ تا ۸۳

استراتژی و هدف‌گذاری در آزمون‌های شبیه‌ساز نهایی ماز

اهداف کوتاه مدت:

- رسیدن به بودجه‌بندی آزمون بعد
- یادگیری تشریحی خواندن و تشریحی نوشتن

اهداف میان مدت:

- پیشروی و تسلط بر ۵۰ درصد مباحث نیمسال اول تا آذرماه
- پیشروی و تسلط کامل بر نیمسال اول تا بهمن ماه
- پیشروی و تسلط بر ۵۰ درصد مباحث نیمسال دوم تا ایام نوروز
- مرور و تسلط کامل بر نیمسال اول در اردیبهشت ماه
- پیشروی و تسلط کامل بر نیمسال دوم در اردیبهشت ماه
- تجربه شبیه‌ساز کامل امتحان نهایی در روز قبل از هر امتحان خردادماه

اهداف بلندمدت:

- تبدیل به یک دانش‌آموز حرفه‌ای در امتحان تشریحی و ۲۰ گرفتن
- تسلط بر نحوه تشریحی نوشتن در حد یک مصحح آموزش و پرورش
- تمام اشتباهات احتمالی در امتحان نهایی رو قبل از امتحان نهایی تجربه کنید.

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضی ۳		تعداد صفحه: ۲	رشته:	علوم تجربی	ساعت شروع:
دوره دوم متوسطه - دوازدهم		تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت زمان:	۴۰ دقیقه
آزمون شبهه ساز امتحان نهایی گروه آموزشی ماز					
ردیف	سؤالات (پاسخبرگ دارد)	نمره			
۱	<p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) تابع $y = 2f(3x)$ از انبساط تابع $y = f(x)$ در راستای محور و انقباض تابع $y = f(x)$ در راستای محور به دست می آید.</p> <p>ب) اگر $f(x) = 3x - 2$ باشد، مقدار $f^{-1}(7)$ برابر و مقدار $f^{-1} \circ f(2)$ برابر است.</p> <p>ج) حد چپ و حد راست تابع $f(x) = \frac{2[x] - 3}{ x - 2 }$ در $x = 2$ به ترتیب برابر و است.</p> <p>د) شیب خط مماس بر $f(x) = x^2 + 3$ در نقطه‌ای به طول -2 برابر و معادله خط مماس بر f در همین نقطه به صورت است.</p>	۲			
۲	<p>اگر $f(x) = 2 + \sqrt{x - 2}$ و $g(x) = \sqrt{6 - x}$ باشد، آن گاه:</p> <p>الف) دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.</p> <p>ب) ضابطه و دامنه وارون تابع f را به دست آورید.</p>	۲.۵			
۳	<p>الف) نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$ را به کمک نمودار تابع $y = x^3$ رسم کنید.</p> <p>ب) نمودار تابع $g(x) = \begin{cases} f(x) & x \leq 2 \\ 3 - x & x > 2 \end{cases}$ را رسم کنید و تعیین کنید که در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است؟</p>	۱.۷۵			
۴	<p>در شکل روبه‌رو، نمودار تابع f رسم شده است.</p> <p>الف) نمودار تابع $g(x) = -2f(1 + 2x)$ را رسم کنید و سپس دامنه آن را بیابید.</p> <p>ب) مقدار $g \circ f(1)$ را به دست آورید.</p>	۱.۷۵			
۵	<p>قسمتی از نمودار تابع $f(x) = c + a \sin(bx) \cdot \cos(bx)$ به صورت مقابل است. ($b > 0$)</p> <p>مقادیر a، b و c را به دست آورید.</p>	۲.۵			
۶	<p>معادله $\cos^4 x - \sin^4 x = 1 - \cos 2x$ را حل کنید و جواب‌های آن را در بازه $[0, \pi]$ به دست آورید.</p>	۲.۵			
۷	<p>حاصل‌حدهای زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{x(x-1)^2}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - \sqrt{x+1}}{2x - 1}$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x x - 1}{2x + 3}$</p>	۲			



به نام خدا

ساعات شروع:	علوم تجربی	رشته:	تعداد صفحه: ۲	سوالیات آزمون نهایی درس: ریاضی ۳
مدت زمان: ۴۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون:	۱۴۰۴/۰۲/۱۸	دوره دوم متوسطه - دوازدهم
گروه آموزشی ماز				
آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی				
ردیف	سؤالات (پاسخبرگ دارد)	نمره		
۸	الف) مقادیر a و b را به گونه‌ای بیابید که $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{2x^2+ax+b} = +\infty$ باشد. ب) نمودار تابع $y = \frac{x-2}{x-1}$ را در مجاورت $x=1$ رسم کنید.	۲.۵		
۹	در شکل مقابل، خط d در نقطه $A(1, 3)$ بر نمودار f مماس و در نقطه $B(a, 2a-5)$ آن را قطع می‌کند. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-3}{x-1} = -1$ باشد، معادله خط d را بنویسید و سپس مقدار a را بیابید.	۲.۵		
	موفق باشید.	۲۰		



به نام خدا

ساعت شروع:	علوم تجربی	رشته:	تعداد صفحه: ۴	آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: ریاضی ۳
مدت زمان: ۴۰ دقیقه	۱۴۰۴/۰۲/۱۸	تاریخ آزمون:	دوره دوم متوسطه - دوازدهم	نام و نام خانوادگی:
نمره	پاسخبرگ			ردیف
پاسخ‌های خود را در محل‌های تعیین شده به صورت دقیق، خوش خط و مرتب در این برگه وارد کنید.				

۲	الف) (ب) (ج) (د)	۱
۲.۵	الف) ب)	۲
۱.۷۵	الف) ب)	۳





به نام خدا

ساعت شروع:	علوم تجربی	رشته:	تعداد صفحه: ۴	آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: ریاضی ۳
مدت زمان: ۴۰ دقیقه	۱۴۰۴/۰۲/۱۸	تاریخ آزمون:	دوره دوم متوسطه - دوازدهم	نام و نام خانوادگی:
نمره	پاسخبرگ			ردیف
پاسخ‌های خود را در محل‌های تعیین شده به صورت دقیق، خوش خط و مرتب در این برگه وارد کنید.				

۱.۷۵	(الف)	۴
۲.۵	(ب)	۵
۲.۵		۶



به نام خدا

ساعت شروع:	علوم تجربی	رشته:	تعداد صفحه: ۴	آزمون شبیه ساز نهایی درس: ریاضی ۳
مدت زمان: ۴۰ دقیقه	۱۴۰۴/۰۲/۱۸	تاریخ آزمون:	دوره دوم متوسطه - دوازدهم	نام و نام خانوادگی:
نمره	پاسخبرگ			ردیف
پاسخ‌های خود را در محل‌های تعیین شده به صورت دقیق، خوش خط و مرتب در این برگه وارد کنید.				

۲	(الف)	۷
	(ب)	
	(ج)	
۲.۵	(الف)	۸
	(ب)	





به نام خدا

ساعت شروع:	علوم تجربی	رشته:	تعداد صفحه: ۴	آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: ریاضی ۳
مدت زمان: ۴۰ دقیقه	۱۴۰۴/۰۲/۱۸	تاریخ آزمون:	دوره دوم متوسطه - دوازدهم	نام و نام خانوادگی:

ردیف	پاسخبرگ	نمره
------	---------	------

پاسخ‌های خود را در محل‌های تعیین شده به صورت دقیق، خوش خط و مرتب در این برگه وارد کنید.

۲.۵		۹
۲۰	موفق باشید.	





سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴



دفترچه پاسخ

تسلط بر نیم سال اول



تسلط بر نیم سال دوم



پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۲/۱۸



ماز

گروه آزمایشی علوم تجربی - پایه دوازدهم
آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز - مرحله ۷

دروس	مسئول درس	ویراستاری
فارسی	حسن وسکری - علیرضا جعفری فاطمه عباسی	فاطمه حمیدی
عربی	هاله کریمی	کیارش پور مهدی - مریم آقاییاری
ریاضی	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	نرجس تیمناک - حمیدرضا ولی پور ارسلان حسونند
زیست شناسی	مهدی جمالی	یاسین دانایی زاده - امیررضا سوسنی

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه آرایی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می شود.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

راهنمای پاسخنامه برای بچه‌های مازی!

مصصح شو:



پاسخ دقیق سؤال این‌جا میاد و اسمش روشه: «مصصح شو»، می‌خواد شما رو به یه مصصح حرفه‌ای و دقیق تبدیل کنه که بدونین موقع ارزیابی جواب‌هاتون باید حواستون به چی باشه تا توی آزمون‌های بعدی دقیق‌تر عمل کنین. اگه جواب یه سؤال رو بشه به شکل‌های مختلف بیان کرد، اون هم، این‌جا بهتون گفتیم.

بررسی دقیق‌تر:



اگه پاسخ کوتاه به سؤال کافی نباشه تا ببینین چطوری باید به جواب برسین، توی این بخش با بررسی دقیق‌تر جواب، سؤال رو براتون توضیح دادیم.

نقشه نهایی:



امتحان نهایی قوانین و قواعد خاص خودش رو داره؛ شما باید بدونین تیپ‌های رایج سؤال‌های امتحان نهایی چیه و باید چطوری بهش جواب بدین. این کادر، مشاوره حرفه‌ای ماست به شما تا فوت و فن‌های امتحان نهایی رو یاد بگیرین.

۲۰ شو:

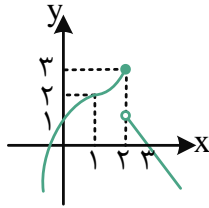


توی «۲۰ شو»، مبحث هر سؤال رو براتون مرور یا جمع‌بندی کردیم؛ «۲۰ شو» و درسنامه‌هاش دقیقاً فاصله بین نمره خوب و نمره ۲۰ رو براتون پر می‌کنه.

نکته طلایی:



با وجود «۲۰ شو»، که کلی درسنامه مفصل داره، باز هم اگه نکته مهم و مفیدی بود، توی این کادر براتون آوردیم.



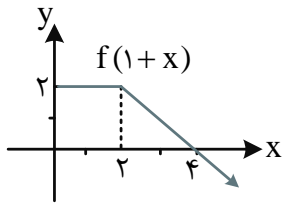
(۰/۵)

ب) در بازه $(-\infty, 2]$ اکیداً صعودی (۰/۲۵)

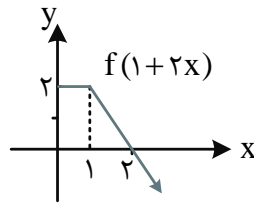
و در بازه $(2, +\infty)$ اکیداً نزولی است. (۰/۲۵)

مصحح شو:

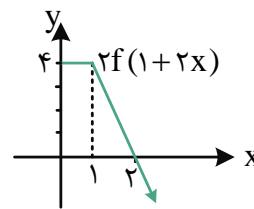
الف) دامنه تابع g بازه $[0, +\infty)$ است. (۰/۲۵)



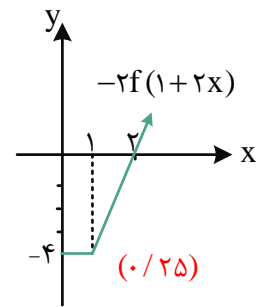
(۰/۲۵)



(۰/۲۵)



(۰/۲۵)



(۰/۲۵)

ب)

$$\text{gof}(1) = g(f(1)) = \underbrace{g(2)}_{(۰/۲۵)} = 0 \quad (۰/۲۵)$$

تابع ترکیب

اگر f و g دو تابع باشند، $f \circ g$ را ترکیب $f(g(x))$ می‌گوییم، یعنی در $f(x)$ به جای x ها، تابع $g(x)$ را جایگذاری می‌کنیم. به همین ترتیب:

$$(\text{gof})(x) = g(f(x))$$

$$(\text{fof})(x) = f(f(x))$$

تبدیل و انتقال نمودار

نمودار جدید ($a, k > 0$)	توضیحات و نحوه رسم
$f(x+a)$	نمودار تابع f را به اندازه a واحد در راستای محور x ها به سمت چپ منتقل می‌کنیم.
$f(x-a)$	نمودار تابع f را به اندازه a واحد در راستای محور x ها به سمت راست منتقل می‌کنیم.
$f(x)+a$	نمودار تابع f را به اندازه a واحد در راستای محور y ها به سمت بالا منتقل می‌کنیم.
$f(x)-a$	نمودار تابع f را به اندازه a واحد در راستای محور y ها به سمت پایین منتقل می‌کنیم.
$f(-x)$	نمودار تابع f را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم.
$-f(x)$	نمودار تابع f را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم.
$-f(-x)$	نمودار تابع f را ابتدا نسبت به محور y ها و سپس نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. (قرینه نسبت به مبدأ)

۱.۷۵

۴

نمودار جدید ($a, k > 0$)	توضیحات و نحوه رسم
$f(kx)$	$k > 1$ نمودار تابع f را در راستای محور x ها با ضریب $\frac{1}{k}$ منقبض (فشرده) می‌کنیم.
	$0 < k < 1$ نمودار تابع f را در راستای محور x ها با ضریب $\frac{1}{k}$ منبسط (کشیده) می‌کنیم.
$kf(x)$	$k > 1$ نمودار تابع f را در راستای محور y ها با ضریب k منبسط (کشیده) می‌کنیم.
	$0 < k < 1$ نمودار تابع f را در راستای محور y ها با ضریب k منقبض (فشرده) می‌کنیم.
$ f(x) $	ابتدا نمودار تابع f را رسم کرده و سپس هر آن‌چه زیر محور x ها قرار دارد را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم.
$f(x)$	ابتدا نمودار تابع f را رسم کرده و سپس هر آن‌چه سمت چپ محور y ها قرار دارد را حذف کرده و به جای آن نمودار سمت راست محور y ها را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم.
$ y = f(x)$	ابتدا نمودار $y = f(x)$ را رسم کرده و سپس هر آن‌چه زیر محور x ها قرار دارد را حذف کرده و نمودار بالای محور x ها را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم.

رسم نمودار تابع $y = af(bx+c)+d$ به کمک نمودار تابع $y = f(x)$

اگر نمودار تابع $y = f(x)$ را در اختیار داشته باشیم، برای رسم نمودار تابع $y = af(bx+c)+d$ به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

الف) تاثیرات روی دامنه:

۱. تاثیر عدد ثابت c : اگر $c > 0$ باشد، نمودار تابع را به اندازه c واحد به سمت چپ و اگر $c < 0$ باشد، نمودار تابع را به اندازه c واحد به سمت راست می‌بریم.

۲. تاثیر ضریب x : طول تمامی نقاط را در $\frac{1}{|b|}$ ضرب می‌کنیم. (اگر b منفی باشد نمودار تابع رو نسبت به محور y هم قرینه می‌کنیم.)

ب) تاثیرات روی برد:

۳. تاثیر ضریب f : عرض تمامی نقاط را در $|a|$ ضرب می‌کنیم. (اگر a منفی باشد نمودار تابع رو نسبت به محور x ها هم قرینه می‌کنیم.)

۴. تاثیر عدد ثابت d : اگر $d > 0$ باشد، نمودار تابع را به اندازه d واحد به سمت بالا و اگر $d < 0$ باشد، نمودار تابع را به اندازه d واحد به سمت پایین منتقل می‌کنیم.

مصحح شو:

$$f(x) = c + \frac{a}{2} \sin(2bx) \quad (0/25)$$

$$ab < 0 \xrightarrow{b > 0} a < 0 \quad (0/25)$$

$$2.5 \quad \begin{cases} \max = c + \frac{|a|}{2} = c - \frac{a}{2} = 3 \quad (0/25) \\ \min = c - \frac{|a|}{2} = c + \frac{a}{2} = -1 \quad (0/25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \quad (0/25) \\ a = -4 \quad (0/25) \end{cases}$$

$$\frac{3}{2} T = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{|2b|} = \frac{\pi}{3} \xrightarrow{b > 0} b = 3 \quad (0/25)$$

توابع مثلثاتی:

در توابع مثلثاتی $y = a \sin(bx + d) + c$ و $y = a \cos(bx + d) + c$ داریم:

$$\begin{cases} |a| = \frac{\max - \min}{2} \\ c = \frac{\max + \min}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \max = |a| + c \\ \min = -|a| + c \end{cases}$$

مقدار ثابت + ضرب sin یا cos: بیش‌ترین مقدار
مقدار ثابت - ضرب sin یا cos: کمترین مقدار

$$\text{دوره تناوب} = \frac{2\pi}{|\text{ضرب } x|} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|}$$

$$T = \frac{\pi}{|\text{ضرب } x|} \Rightarrow T = \frac{\pi}{|b|}$$

در تابع مثلثاتی $y = a \tan(bx) + c$ دوره تناوب برابر است با:

فرم کلی توابع مثلثاتی $y = a \sin bx$ و $y = a \cos bx$:

$y = a \sin bx$		$y = a \cos bx$	
$ab < 0$	$ab > 0$	$a < 0$	$a > 0$

مصحح شو:

$$\underbrace{(\cos^2 x + \sin^2 x)}_1 \cdot \underbrace{(\cos^2 x - \sin^2 x)}_{\cos 2x} = 1 - \cos 2x$$

$$\cos 2x = 1 - \cos 2x \Rightarrow \cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ 2x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}$$

۲.۵

جواب‌های معادله در بازه $[0, \pi]$ برابر $\frac{\pi}{6}$ و $\frac{5\pi}{6}$ است.

معادلات مثلثاتی

$$\sin f(x) = \sin g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 2k\pi + g(x) \\ f(x) = 2k\pi + \pi - g(x) \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

۱) معادلات مثلثاتی به فرم $\sin f(x) = \sin g(x)$:

حالت‌های خاص معادلات سینوسی:

معادله	جواب کلی
$\sin x = 0$	$x = k\pi$
$\sin x = 1$	$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$
$\sin x = -1$	$x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$

۲) معادلات مثلثاتی به فرم $\cos f(x) = \cos g(x)$

$$\cos f(x) = \cos g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 2k\pi + g(x) \\ f(x) = 2k\pi - g(x) \end{cases}$$

حالت‌های خاص معادلات کسینوسی:

معادله	جواب کلی
$\cos x = 0$	$x = k\pi + \frac{\pi}{2}$
$\cos x = 1$	$x = 2k\pi$
$\cos x = -1$	$x = (2k+1)\pi$

مصحح شو:

الف) جواب $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{2}{0^-} = \frac{-\infty}{(0/25)}$

ب) جواب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{2x} = \frac{3}{2}$

ج) جواب $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x|x|}{2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|}{2} = \frac{+\infty}{(0/25)}$

الف) محاسبه حد توابع شامل قدرمطلق و جزء صحیح

وقتی به جزء صحیح و یا قدرمطلق برخورد کنیم، باید جزء صحیح را تعیین مقدار و قدرمطلق را تعیین علامت کنیم:

۲ * $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x} = \frac{[0^-]}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$

* $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x]-3}{x-3} = \frac{[3^-]-3}{3^- - 3} = \frac{2-3}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$

* $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{|x-3|} = \frac{2}{|3-3|} = \frac{2}{0^+} = +\infty$

* $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})} \frac{[x]}{|3x+1|} = \frac{[-\frac{1}{3}]}{|3(-\frac{1}{3})+1|} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

ب) محاسبه حد بی‌نهایت در توابع کسری

در محاسبه $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ ، اگر حد تابع صورت کسر عددی مخالف صفر و حد تابع مخرج کسر برابر صفر حدی باشد، در این صورت، حاصل حد، نامتناهی ($+\infty$ یا $-\infty$) خواهد بود.

توجه: برای تعیین علامت ∞ ، باید به علامت صورت و علامت مخرج کسر توجه کنیم:

$\frac{+ \text{ عدد}}{+} = +\infty$	$\frac{- \text{ عدد}}{-} = +\infty$	$\frac{+ \text{ عدد}}{-} = -\infty$	$\frac{- \text{ عدد}}{+} = -\infty$
-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------

مثال: حدود زیر را محاسبه کنید.

$$1) \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{x-5} = \frac{2 \times 5}{5^- - 5} = \frac{10}{0^-} = -\infty$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{4x+1}{(2x+1)^2} = \frac{4(-\frac{1}{2})+1}{(2(-\frac{1}{2})+1)^2} = \frac{-2+1}{(-1+1)^2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

پ) رفع ابهام $\frac{0}{0}$ در توابع کسری

در محاسبه $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ ، اگر حد هر دو تابع f و g در $x = a$ برابر صفر حدی باشد به حالت مبهم $\frac{0}{0}$ خواهیم رسید و باید آن حد را به کمک اتحادها، گویا کردن و ... رفع ابهام کنیم.

در نوعی از سوالات این حالت، صورت یا مخرج کسر (و یا گاهی هر دو) شامل عبارتهای رادیکالی است که برای رفع ابهام از آن ابتدا باید صورت و مخرج کسر را در عبارت رادیکالی مناسب ضرب کنیم تا بتوانیم با استفاده از اتحاد مزدوج (و یا گاهی چاق و لاغر) عامل صفرکننده را شناسایی کرده و آن را از صورت و مخرج کسر حذف کنیم.

یادآوری:

$$\begin{cases} (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b \\ (\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} \mp \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}) = a \pm b \end{cases}$$

محاسبه حد توابع کسری در بی‌نهایت

در محاسبه $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots}{a'x^m + b'x^{m-1} + \dots}$ ؛ $(m, n \in \mathbb{N})$ ، حد عبارت صورت و مخرج کسر به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند که در این صورت

با حالت مبهم $\frac{\infty}{\infty}$ مواجه خواهیم بود که برای رفع ابهام از آن در صورت و مخرج کسر، جمله با بیشترین توان را نگه داشته و مابقی جملات را حذف می‌کنیم، سپس با توجه به جدول زیر حاصل حد را محاسبه می‌کنیم:

نوع	حاصل حد
درجه عبارت صورت از درجه عبارت مخرج بیشتر باشد.	$+\infty$ یا $-\infty$
درجه عبارت صورت با درجه عبارت مخرج برابر باشد.	$\frac{a}{a'}$
درجه عبارت صورت از درجه عبارت مخرج کمتر باشد.	صفر

مصحح شو:

الف) باید مخرج در $x = 2$ ریشه مضاعف داشته باشد. (۰/۲۵)

$$2.5 \quad 2x^2 + ax + b = 2(x-2)^2 = \underbrace{2x^2}_{(0/5)} - \underbrace{8x}_{(0/25)} + \underbrace{8}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{a = -8}_{(0/25)}, \underbrace{b = 8}_{(0/25)}$$

روش اول:

۸

$$2x^2 + ax + b = 0$$

روش دوم:

$$\Delta = 0 \Rightarrow a^2 - 4b = 0 \quad (0/5)$$

$$\text{ریشه مضاعف} = \frac{-a}{4} = 2 \Rightarrow \underbrace{a = -8}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{b = 8}_{(0/25)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{x-1} = -\infty \quad (0/25)$$

(0/25)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-2}{x-1} = +\infty \quad (0/25)$$

(0/25)

ب)

مصحح شو:

$$f'(1) = -1 \quad (0/5)$$

$$\text{معادله خط: } \underbrace{y - 3 = -1(x - 1)}_{(0/5)} \Rightarrow \underbrace{y = -x + 4}_{(0/5)}$$

$$\begin{cases} x = a \quad (0/25) \\ y = 2a - 5 \quad (0/25) \end{cases} \Rightarrow \underbrace{2a - 5 = -a + 4}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{a = 3}_{(0/25)}$$

۲.۵

۲۰ شو

۹

شیب خط مماس بر منحنی تابع f در نقطه $A(a, f(a))$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$A \text{ شیب خط مماس بر منحنی در نقطه } = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

به شرط آن که این حد موجود و متناهی باشد.

حد بالا را (در صورت وجود) مشتق تابع f در نقطه $A(a, f(a))$ می‌نامند و با $f'(a)$ نمایش می‌دهند، یعنی:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

۲۰

موفق باشید.