



# پایه دوازدهم ریاضی

## آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز



مرور و تسلط بر نیم سال اول



## دفترچه سؤال

شنبه ۲۳ خرداد ماه ۱۴۰۵

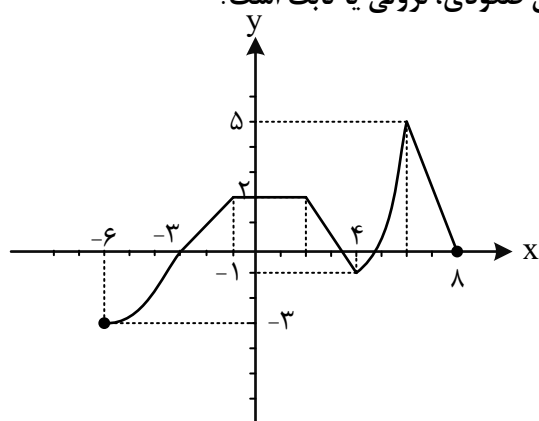
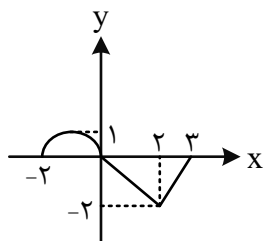
فصل ۱ تا ۳ (صفحه های ۱ تا ۶۹)

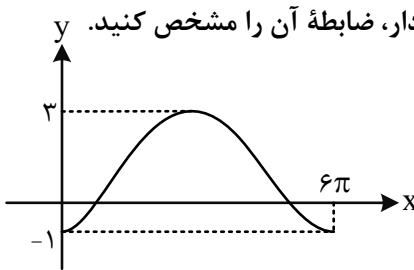
بودجه آزمون

| ردیف | درس        | تعداد صفحه | زمان پاسخگویی |
|------|------------|------------|---------------|
| ۱    | حسابان (۲) | ۳          | ۱۲۰ دقیقه     |

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می شود.

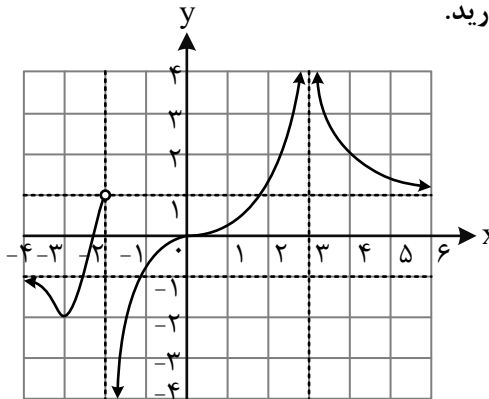
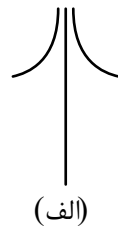
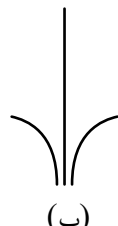
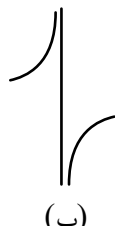
|                                           |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |  |                     |  |                         |  |
|-------------------------------------------|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|---------------------|--|-------------------------|--|
| سؤالات آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: حسابان ۲ |  | پایه: دوازدهم                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |  | رشته: ریاضی و فیزیک |  | تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۳/۲۳ |  |
| تعداد صفحه: ۳                             |  | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |  | ساعت شروع:          |  | نام و نام خانوادگی:     |  |
| آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی               |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |  | گروه آموزشی ماز     |  |                         |  |
| ردیف                                      |  | سؤالات (پاسخ‌برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |  |                     |  |                         |  |
| ۱                                         |  | درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.<br>الف) نمودار تابع $y = x^2$ در بازه $(0, 1)$ پایین‌تر از نمودار تابع $y = x^3$ است.<br>ب) تابع $y = \tan x$ در مجموعه $\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\} - [0, 2\pi]$ ، اکیداً صعودی است.<br>پ) اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ و $L > 0$ ، در این صورت $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$ می‌باشد. |  |                     |  |                         |  |
| ۲                                         |  | جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.<br>الف) نقطه $(-2, 4)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ می‌باشد. نقطه متناظر آن روی نمودار تابع $y = f(2x)$ برابر ..... است.<br>ب) اگر $\tan \alpha = m + 2$ و $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{4}$ ، آن‌گاه بیشترین مقدار ممکن $m$ برابر با ..... است.<br>پ) معادله مجانب افقی تابع $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 1}$ برابر ..... است.                                |  |                     |  |                         |  |
| ۳                                         |  | نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است.<br>الف) نمودار تابع $y = 3f(\frac{1}{3}x)$ را رسم کنید.<br>ب) دامنه تابع $y = 3f(\frac{1}{3}x)$ را تعیین کنید.                                                                                                                                                                                                                                                 |  |                     |  |                         |  |
| ۴                                         |  | نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x + 1$ را ابتدا دو واحد به سمت پایین، سپس یک واحد به سمت چپ و در مرحله آخر نسبت به محور $x$ ها قرینه می‌کنیم. ضابطه نمودار تابع را در هر مرحله بنویسید.                                                                                                                                                                                                                   |  |                     |  |                         |  |
| ۵                                         |  | نمودار تابع $y = -(x - 2)^3 + 1$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را تعیین کنید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |  |                     |  |                         |  |
| ۶                                         |  | با استفاده از نمودار زیر مشخص کنید این تابع در چه بازه‌هایی صعودی، نزولی یا ثابت است؟                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |                     |  |                         |  |
| ۷                                         |  | تابع $f(x) = x^2 - 6x + 7$ در بازه $[m, +\infty)$ اکیداً صعودی است. حداقل مقدار $m$ را بیابید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |                     |  |                         |  |
|                                           |  | صفحه ۱ از ۳                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |                     |  |                         |  |



|                                           |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |                     |  |                         |  |
|-------------------------------------------|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|---------------------|--|-------------------------|--|
| سؤالات آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: حسابان ۲ |  | پایه: دوازدهم                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  | رشته: ریاضی و فیزیک |  | تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۳/۲۳ |  |
| تعداد صفحه: ۳                             |  | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |  | ساعت شروع:          |  | نام و نام خانوادگی:     |  |
| آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی               |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  | گروه آموزشی ماز     |  |                         |  |
| ردیف                                      |  | سؤالات (پاسخ‌برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |                     |  |                         |  |
| ۸                                         |  | اگر $\log(x+1) \leq \log(2x-3)$ ، حدود $x$ را به‌دست آورید.                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  |                     |  |                         |  |
| ۹                                         |  | اگر باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = 2x^3 + mx - 1$ بر $x + 2$ برابر با $-1$ باشد، مقدار $m$ را به‌دست آورید.                                                                                                                                                                                                                               |  |                     |  |                         |  |
| ۱۰                                        |  | چندجمله‌ای $x^5 + 3x^2$ را بر حسب عامل $(x + 2)$ تجزیه کنید.                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |                     |  |                         |  |
| ۱۱                                        |  | دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = \sqrt{5} - \pi \cos(\frac{1}{4}x)$ را به‌دست آورید.                                                                                                                                                                                                                                             |  |                     |  |                         |  |
| ۱۲                                        |  | شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = a \cos(bx) + c$ است. با توجه به نمودار، ضابطه آن را مشخص کنید.<br>                                                                                                                                                         |  |                     |  |                         |  |
| ۱۳                                        |  | جواب‌های کلی معادله $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را به‌دست آورید.                                                                                                                                                                                                                                                                      |  |                     |  |                         |  |
| ۱۴                                        |  | معادله $\tan^2 x - \sqrt{3} \tan x = 0$ را حل کرده و جواب‌های آن را در بازه $[0, 2\pi)$ به‌دست آورید.                                                                                                                                                                                                                                          |  |                     |  |                         |  |
| ۱۵                                        |  | اگر $\tan(\alpha + \beta) = \frac{3}{4}$ و $\tan(\alpha - \beta) = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار عددی $\tan 2\alpha$ را حساب کنید.                                                                                                                                                                                                                  |  |                     |  |                         |  |
| ۱۶                                        |  | حاصل حدهای زیر را در صورت وجود به دست آورید. ( [ ] نماد جزء صحیح است. )<br>الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[x] - 1}{x^2 - 4}$<br>ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - 2}{ \sin x }$<br>پ) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-(1-x)^3}{2x - x^2 + 5x^3}$<br>ت) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x}{3x - 1}$ |  |                     |  |                         |  |
|                                           |  | صفحه ۲ از ۳                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  |                     |  |                         |  |

|                                           |  |                                                               |  |                     |  |                         |  |
|-------------------------------------------|--|---------------------------------------------------------------|--|---------------------|--|-------------------------|--|
| سؤالات آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: حسابان ۲ |  | پایه: دوازدهم                                                 |  | رشته: ریاضی و فیزیک |  | تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۳/۲۳ |  |
| تعداد صفحه: ۳                             |  | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه                                          |  | ساعت شروع:          |  | نام و نام خانوادگی:     |  |
| آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی               |  |                                                               |  | گروه آموزشی ماز     |  |                         |  |
| ردیف                                      |  | سؤالات (پاسخ‌برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است. |  |                     |  |                         |  |
| نمره                                      |  |                                                               |  |                     |  |                         |  |

|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ۱/۲۵ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <p>برای تابع <math>f</math> که نمودار آن داده شده است. موارد زیر را به‌دست آورید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =</math></p> <p>پ) <math>\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =</math></p> <p>ت) <math>\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) =</math></p> <p>ث) <math>\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) =</math></p> | ۱۷ |
| ۱/۲۵ | <p>کدام شکل زیر، وضعیت نمودار تابع <math>f(x) = \frac{-x}{x^2 - 4x + 4}</math> را مجاورت مجانب قائم خود نمایش می‌دهد؟ (دلیل ارائه دهید).</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>(الف)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(ب)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(پ)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(ت)</p> </div> </div> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | ۱۸ |
| ۱/۵  | <p>مجانبات‌های قائم و افقی منحنی تابع <math>f(x) = \frac{5-3x}{2x^2+x}</math> را در صورت وجود بیابید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | ۱۹ |
| ۲۰   | موفق باشید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |
|      | صفحه ۳ از ۳                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |



# پایه دوازدهم ریاضی

آزمون‌های شبیه‌ساز امتحانات نهایی ماز



مرور و تسلط بر نیم سال اول



شنبه ۲۳ خرداد ماه ۱۴۰۵

پاسخبرگ حسابان (۲)

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون‌های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می‌شود.

|                                    |               |                      |                         |
|------------------------------------|---------------|----------------------|-------------------------|
| آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: حسابان ۲ | تعداد صفحه: ۵ | رشته: ریاضی و فیزیک  | ساعت شروع:              |
| نام و نام خانوادگی:                | پایه دوازدهم  | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه | تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۳/۲۳ |
| آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی        |               | گروه آموزشی ماز      |                         |

| ردیف | پاسخ‌برگ                     | نمره |
|------|------------------------------|------|
| ۱    | الف) ..... ب) ..... پ) ..... | ۰/۷۵ |
| ۲    | الف) ..... ب) ..... پ) ..... | ۰/۷۵ |
| ۳    | الف) .....<br>ب) .....       | ۰/۷۵ |
| ۴    |                              | ۰/۷۵ |
| ۵    |                              | ۱/۲۵ |

|                         |                      |                             |                                    |
|-------------------------|----------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| ساعت شروع:              | رشته: ریاضی و فیزیک  | تعداد صفحه: ۵               | آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: حسابان ۲ |
| تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۳/۲۳ | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه | پایه دوازدهم                | نام و نام خانوادگی:                |
| گروه آموزشی ماز         |                      | آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی |                                    |

| ردیف | پاسخ برگ | نمره |
|------|----------|------|
| ۶    |          | ۱/۲۵ |
| ۷    |          | ۰/۵  |
| ۸    |          | ۰/۷۵ |
| ۹    |          | ۰/۷۵ |
| ۱۰   |          | ۰/۵  |
| ۱۱   |          | ۰/۷۵ |

|                         |                      |                             |                                    |
|-------------------------|----------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| ساعت شروع:              | رشته: ریاضی و فیزیک  | تعداد صفحه: ۵               | آزمون شبیه ساز نهایی درس: حسابان ۲ |
| تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۳/۲۳ | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه | پایه دوازدهم                | نام و نام خانوادگی:                |
| گروه آموزشی ماز         |                      | آزمون شبیه ساز امتحان نهایی |                                    |

| ردیف | پاسخ برگ | نمره |
|------|----------|------|
| ۱۲   |          | ۱/۲۵ |
| ۱۳   |          | ۱/۲۵ |
| ۱۴   |          | ۱/۲۵ |
| ۱۵   |          | ۱    |

|                                    |               |                      |                         |
|------------------------------------|---------------|----------------------|-------------------------|
| آزمون شبیه ساز نهایی درس: حسابان ۲ | تعداد صفحه: ۵ | رشته: ریاضی و فیزیک  | ساعت شروع:              |
| نام و نام خانوادگی:                | پایه دوازدهم  | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه | تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۳/۲۳ |
| آزمون شبیه ساز امتحان نهایی        |               | گروه آموزشی ماز      |                         |

| ردیف | پاسخ برگ | نمره |
|------|----------|------|
| ۱۶   | (الف)    | ۰/۵  |
|      | (ب)      | ۰/۵  |
|      | (پ)      | ۰/۷۵ |
|      | (ت)      | ۰/۷۵ |
| ۱۷   | (الف)    | ۱/۲۵ |
|      | (ب)      |      |
|      | (پ)      |      |
|      | (ت)      |      |
|      | (ث)      |      |

|                                    |               |                      |                         |
|------------------------------------|---------------|----------------------|-------------------------|
| آزمون شبیه ساز نهایی درس: حسابان ۲ | تعداد صفحه: ۵ | رشته: ریاضی و فیزیک  | ساعت شروع:              |
| نام و نام خانوادگی:                | پایه دوازدهم  | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه | تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۳/۲۳ |
| آزمون شبیه ساز امتحان نهایی        |               | گروه آموزشی ماز      |                         |

| ردیف | پاسخ برگ    | نمره |
|------|-------------|------|
| ۱۸   |             | ۱/۲۵ |
| ۱۹   |             | ۱/۵  |
|      | موفق باشید. | ۲۰   |



# پایه دوازدهم ریاضی

## آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز



مرور و تسلط بر نیم سال اول



دفترچه پاسخ

شنبه ۲۳ خرداد ماه ۱۴۰۵

فصل ۱ تا ۳ (صفحه های ۱ تا ۶۹)

بودجه آزمون

ویراستاران

طراحان

درس

ارسلان حسنونند - نرجس تیمناک  
حمیدرضا ولی پور

محدثه شیخعلی - سید جواد نظری

حسابان (۲)

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

## مصَحَّح شو:



پاسخ دقیق سؤال این جا میاد و اسمش روشه: «مصَحَّح شو»، می خواد شما رو به یه مصحح حرفه‌ای و دقیق تبدیل کنه که بدونین موقع ارزیابی جواب‌هاتون باید حواستون به چی باشه تا توی آزمون‌های بعدی دقیق‌تر عمل کنین. اگه جواب یه سؤال رو بشه به شکل‌های مختلف بیان کرد، اون هم، این جا بهتون گفتیم.

## بررسی دقیق‌تر:



اگه پاسخ کوتاه به سؤال کافی نباشه تا بینین چطوری باید به جواب برسین، توی این بخش با بررسی دقیق‌تر جواب، سؤال رو براتون توضیح دادیم.

## نقشه نهایی:



امتحان نهایی قوانین و قواعد خاص خودش رو داره؛ شما باید بدونین تیپ‌های رایج سؤال‌های امتحان نهایی چیه و باید چطوری بهش جواب بدین. این کادر، مشاوره حرفه‌ای ماست به شما تا فوت و فن‌های امتحان نهایی رو یاد بگیرین.

## ۲۰ شو:



توی «۲۰ شو»، مبحث هر سؤال رو براتون مرور یا جمع‌بندی کردیم؛ «۲۰ شو» و درسنامه‌هاش دقیقاً فاصله بین نمره خوب و نمره ۲۰ رو براتون پر می‌کنه.

## نکته طلایی:



با وجود «۲۰ شو»، که کلی درسنامه مفصل داره، باز هم اگه نکته مهم و مفیدی بود، توی این کادر براتون آوردیم.

## تیم اجرایی و تولید آزمون

محدثه عربگری

زهرة صفری

محدثه شیخ‌علی

یگانه پوراابراهیم

مرضیه بنیانی

ساره محمدعلی‌نسب

سرپرست آزمون: ارمغان قریب

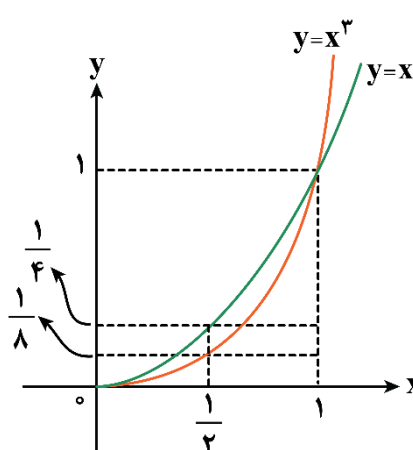
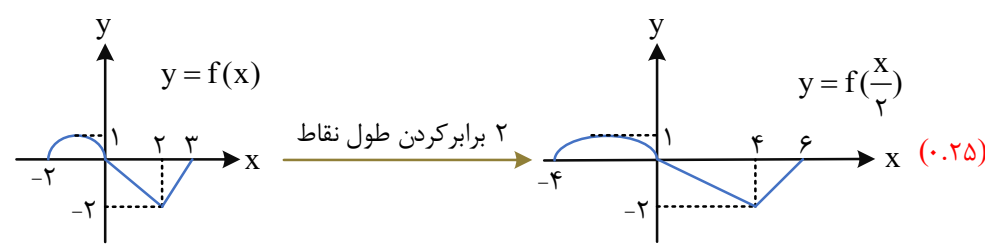
یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

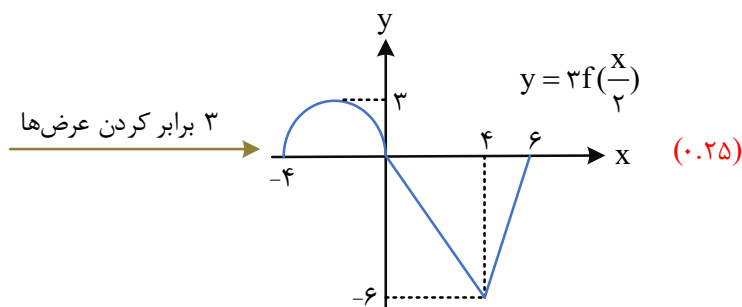
دکتر رسول خنجری

برای دیدن پاسخ نامه ویدئویی آزمون شبیه ساز نهایی QR Code  
را اسکن کنید یا روی لینک زیر ضربه بزنید.

پاسخنامه ویدئویی آزمون شبیه ساز نهایی



| راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | رشته: ریاضی و فیزیک |
|-----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
| دوره دوم متوسطه - دوازدهم               | تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۳/۲۳                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | ساعت شروع:          |
| آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | گروه آموزشی ماز     |
| ردیف                                    | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | نمره                |
| ۱                                       | <p><b>مصحح شو</b></p> <p>الف) نادرست (۰.۲۵) (صفحه ۱۴) ب) نادرست (۰.۲۵) (صفحه ۳۲) پ) نادرست (۰.۲۵) (صفحه ۵۲)</p> <p><b>بررسی دقیق‌تر:</b></p> <p>الف) بالاتر است.</p>  <p><math>x \in (0,1) \Rightarrow x^2 &gt; x^3</math></p> <p>ب) تابع <math>y = \tan x</math> در هیچ زیربازه‌ای شامل همسایگی محذوف مجانب قائم‌هایش یکنوا نیست.</p> <p>پ) شرط <math>\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0</math> کافی نیست و <math>g(x)</math> باید در همسایگی محذوف <math>x=0</math>، مثبت باشد.</p>                                                                                                                                    | ۰/۷۵                |
| ۲                                       | <p><b>مصحح شو</b></p> <p>الف) <math>(-1, 4)</math> (۰.۲۵) (صفحه ۱۱) ب) <math>-1</math> (۰.۲۵) (صفحه ۳۲) پ) <math>y = \frac{1}{x}</math> (۰.۲۵) (صفحه ۶۹)</p> <p><b>بررسی دقیق‌تر:</b></p> <p>الف) در نمودار <math>f(2x)</math>، دامنه نصف شده، پس <math>A'(-1, 4)</math> نقطه متناظر <math>A</math> است.</p> <p>ب) از آن جا که <math>0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{4}</math> و <math>0 \leq \tan \alpha \leq 1</math> و بنابراین:</p> <p>پ) برای محاسبه مجانب افقی تابع، داریم:</p> <p>بنابراین <math>y = \frac{1}{x}</math> مجانب افقی تابع است.</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{2x^2} = \frac{1}{2}</math></p> | ۰/۷۵                |
| ۳                                       | <p><b>مصحح شو</b></p> <p>الف) (صفحه ۱۲) (۰.۲۵)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | ۰/۷۵                |



(ب) با توجه به نمودار رسم شده، دامنه تابع  $[-4, 6]$  است. (۰.۲۵)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه

### تبدیل و انتقال نمودار

| توضیحات و نحوه رسم                                                                      | نمودار جدید<br>( $a, k > 0$ ) |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| نمودار تابع $f$ را به اندازه $a$ واحد در راستای محور $x$ ها به سمت چپ منتقل می‌کنیم.    | $f(x+a)$                      |
| نمودار تابع $f$ را به اندازه $a$ واحد در راستای محور $x$ ها به سمت راست منتقل می‌کنیم.  | $f(x-a)$                      |
| نمودار تابع $f$ را به اندازه $a$ واحد در راستای محور $y$ ها به سمت بالا منتقل می‌کنیم.  | $f(x)+a$                      |
| نمودار تابع $f$ را به اندازه $a$ واحد در راستای محور $y$ ها به سمت پایین منتقل می‌کنیم. | $f(x)-a$                      |
| نمودار تابع $f$ را نسبت به محور $y$ ها قرینه می‌کنیم.                                   | $f(-x)$                       |
| نمودار تابع $f$ را نسبت به محور $x$ ها قرینه می‌کنیم.                                   | $-f(x)$                       |

| توضیحات و نحوه رسم                                                                                                                                                      | نمودار جدید<br>( $a, k > 0$ ) |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| نمودار تابع $f$ را ابتدا نسبت به محور $y$ ها و سپس نسبت به محور $x$ ها قرینه می‌کنیم. (قرینه نسبت به مبدأ)                                                              | $-f(-x)$                      |
| نمودار تابع $f$ را در راستای محور $x$ ها با ضریب $\frac{1}{k}$ منقبض (فشرده) می‌کنیم.                                                                                   | $k > 1$                       |
| نمودار تابع $f$ را در راستای محور $x$ ها با ضریب $\frac{1}{k}$ منبسط (کشیده) می‌کنیم.                                                                                   | $0 < k < 1$                   |
| نمودار تابع $f$ را در راستای محور $y$ ها با ضریب $k$ منبسط (کشیده) می‌کنیم.                                                                                             | $k > 1$                       |
| نمودار تابع $f$ را در راستای محور $y$ ها با ضریب $k$ منقبض (فشرده) می‌کنیم.                                                                                             | $0 < k < 1$                   |
| ابتدا نمودار تابع $f$ را رسم کرده و سپس هر آن‌چه زیر محور $x$ ها قرار دارد را نسبت به محور $x$ ها قرینه می‌کنیم.                                                        | $ f(x) $                      |
| ابتدا نمودار تابع $f$ را رسم کرده و سپس هر آن‌چه سمت چپ محور $y$ ها قرار دارد را حذف کرده و به جای آن نمودار سمت راست محور $y$ ها را نسبت به محور $y$ ها قرینه می‌کنیم. | $f( x )$                      |
| ابتدا نمودار $y = f(x)$ را رسم کرده و سپس هر آن‌چه زیر محور $x$ ها قرار دارد را حذف کرده و نمودار بالای محور $x$ ها را نسبت به محور $x$ ها قرینه می‌کنیم.               | $ y  = f(x)$                  |

مصّحّح شو

روش اول: برای انتقال دادن سهمی، ابتدا معادله آن را مربع کامل می‌کنیم: (صفحه ۱۱)

$$f(x) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \xrightarrow{\text{واحد به پایین}} f(x) = (x-1)^2 - 2 \xrightarrow{\text{واحد به چپ}} f(x) = x^2 - 2 \quad (0.25)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x} f(x) = 2 - x^2 \quad (0.25)$$

روش دوم:

$$f(x) = x^2 - 2x + 1 \xrightarrow{\text{واحد به پایین}} f(x) = x^2 - 2x - 1 \quad (0.25)$$

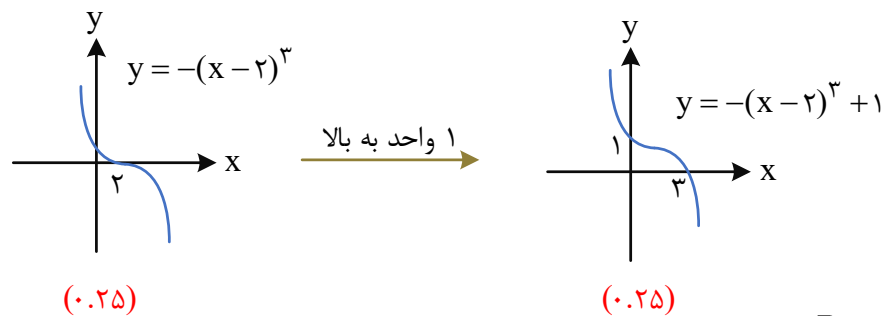
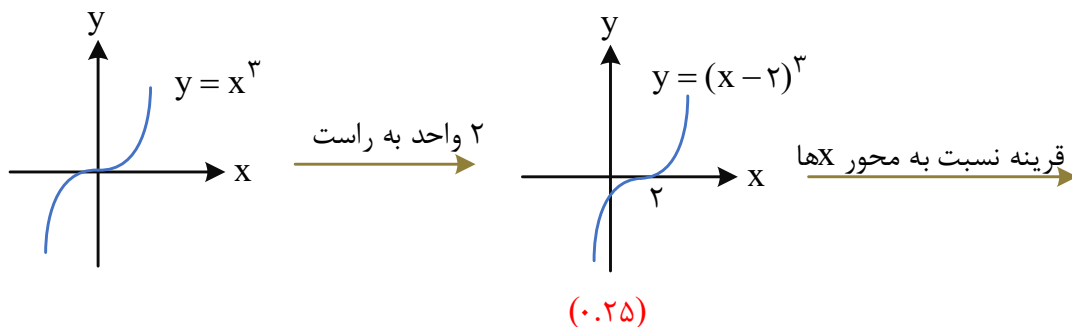
$$\xrightarrow{\text{واحد به چپ}} f(x) = (x+1)^2 - 2(x+1) - 1 = x^2 - 2 \quad (0.25)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x} f(x) = 2 - x^2 \quad (0.25)$$

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: دقیقه

مصّحّح شو

برای رسم نمودار  $y = -(x-2)^3 + 1$  از  $y = x^3$  کمک می‌گیریم. (صفحه ۱۴)



دامنه و برد این تابع هر دو برابر  $\mathbb{R}$  هستند.

$$D_f = R_f = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty) \quad (0.5)$$

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه

نقشه نهایی:

حتی اگر سوال مراحل انتقال دادن رو نخواست، شما حتماً مرحله به مرحله بنویسین توی پاسخ‌برگ!

|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |   |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| ۱/۲۵ | <p><b>مصّحّ شو</b></p> <p>بازه های صعودی: <math>[-۶, ۲] \cup [۴, ۶]</math> (صفحه ۲۱)<br/> <math>(۰.۲۵) (۰.۲۵)</math><br/>                     بازه های نزولی: <math>[-۱, ۴] \cup [۶, ۸]</math><br/> <math>(۰.۲۵) (۰.۲۵)</math><br/> <math>(۰.۲۵)</math><br/>                     بازه ثابت: <math>[-۱, ۲]</math></p> <p><b>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | ۶ |
| ۰/۵  | <p><b>مصّحّ شو</b></p> <p>سه می رو به بالا است، پس از <math>x_S</math> به بعد اکیداً صعودی است. (صفحه ۲۱)</p> <p><math>f(x) = x^2 - 6x + 7 = (x - 3)^2 - 2 \Rightarrow x_S = 3</math> یا <math>x_S = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_S = 3</math> (۰.۲۵)<br/>                     بنابراین حداقل مقدار <math>m</math> برابر ۳ است. (۰.۲۵)</p> <p><b>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۲ دقیقه</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | ۷ |
| ۰/۷۵ | <p><b>مصّحّ شو</b></p> <p><math>\log(x+1) \leq \log(2x-3) \Rightarrow x+1 \leq 2x-3 \Rightarrow x \geq 4</math> (صفحه ۲۲) (۰.۲۵)<br/> <math>x+1 &gt; 0 \Rightarrow x &gt; -1</math>, <math>2x-3 &gt; 0 \Rightarrow x &gt; \frac{3}{2}</math> (۰.۲۵)<br/>                     دامنه دو لگاریتم را هم پیدا کرده و اشتراک می گیریم:<br/>                     بنابراین <math>x \geq 4</math> پاسخ سوال است. (۰.۲۵)</p> <p><b>مسیر تمرینی:</b><br/>                     مشابه این سوال در سوال ۴ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۲ مطرح شده بود.</p> <p><b>نقشه نهایی:</b><br/>                     توابعی که دامنه شون محدوده، مثل رادیکال، <math>\tan</math> و توابع گویا و لگاریتم و ... هر وقت معادله یا نامعادله از شون حل کردین حتماً جواب ها رو چک کنین که توی دامنه باشن!</p> <p><b>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه</b></p> | ۸ |
| ۰/۷۵ | <p><b>مصّحّ شو</b></p> <p>اگر باقی مانده تقسیم <math>p(x)</math> بر <math>x+2</math> برابر <math>-1</math> شود یعنی <math>p(x)</math> به ازای ریشه <math>x+2</math> برابر <math>-1</math> می شود. (صفحه ۲۲)<br/> <math>x+2=0 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow p(-2)=-1 \Rightarrow p(-2)=-16-2m-1=-1 \Rightarrow m=-8</math> (۰.۲۵) (۰.۲۵)</p> <p><b>تقسیم چندجمله ای بر دوجمله ای درجه اول</b><br/>                     در تقسیم چندجمله ای <math>f(x)</math> بر دوجمله ای درجه اول <math>(ax+b)</math>، باقی مانده تقسیم برابر <math>f(-\frac{b}{a})</math> است.<br/> <b>نتیجه:</b> اگر <math>f(-\frac{b}{a})=0</math> باشد، به این معنی است که <math>f(x)</math> بر <math>(ax+b)</math> بخش پذیر است.</p> <p><b>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه</b></p>                                                               | ۹ |

مصحح شو

(صفحه ۲۲) (۰.۵)  $x^5 + 32 = x^5 + 2^5 = (x+2)(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16)$

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۲ دقیقه

چندجمله‌ای‌ها

به ازای هر  $n \in \mathbb{N}$  داریم:

$$x^n - a^n = (x-a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1})$$

به کمک اتحاد بالا می‌توان نتیجه گرفت که:

$$x^n + a^n = (x+a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots - a^{n-2}x + a^{n-1})$$

♦ اگر  $n$  فرد باشد:

♦ اگر  $n$  زوج باشد:

$$x^n - a^n = (x+a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots + a^{n-2}x - a^{n-1})$$

۰/۵

یه نمونه باحال

هر یک از چندجمله‌ای‌های زیر را برحسب عامل خواسته شده تجزیه کنید.

(الف)  $x^6 - 1$  با عامل  $(x+1)$ :

$$x^6 - 1 = (x+1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$$

(ب)  $x^6 - 1$  با عامل  $(x-1)$ :

$$x^6 - 1 = (x-1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$$

یه نمونه باحال

چندجمله‌ای  $x^5 + 32$  را برحسب عامل  $(x+2)$  تجزیه کنید.

$$x^5 + 32 = x^5 + 2^5 \Rightarrow \begin{cases} n=5 \\ a=2 \end{cases}$$

$$x^5 + 32 = (x+2)(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16)$$

مصحح شو

(صفحه ۳۴) (۰.۲۵)  $T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi$

$\max = \sqrt{5} + \pi$  ,  $\min = \sqrt{5} - \pi$   
(۰.۲۵) (۰.۲۵)

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه

توابع مثلثاتی:

در توابع مثلثاتی  $y = a \cos(bx + d) + c$  و  $y = a \sin(bx + d) + c$  داریم:

$$\begin{aligned} \max &= |a| + c \Rightarrow |a| = \frac{\max - \min}{2} \\ \min &= -|a| + c \Rightarrow |a| = \frac{\max + \min}{2} \end{aligned}$$

$$\text{دوره تناوب} = \frac{2\pi}{|x \text{ ضریب}|} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|}$$

$$T = \frac{\pi}{|x \text{ ضریب}|} \Rightarrow T = \frac{\pi}{|b|}$$

در تابع مثلثاتی  $y = a \tan(bx) + c$  دوره تناوب برابر است با:

۰/۷۵

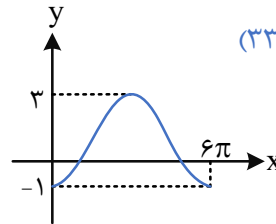
۱۱

مصطح شو

با توجه به نمودار، تابع از  $x = 0$  صعودی عبور کرده و در نتیجه  $a < 0$  (نمودار برعکس  $y = \cos x$  است). دوره تناوب (۰.۲۵)

تابع  $6\pi$  بوده و بنابراین: (صفحه ۳۳)

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 6\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3} \quad (۰.۲۵)$$



همچنین داریم:

$$\min = -1, \max = 3 \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = 3 \\ -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow c = 1, |a| = 2 \xrightarrow{a < 0} a = -2 \quad (۰.۲۵)$$

۱/۲۵

$$y = -2 \cos\left(\pm \frac{x}{3}\right) + 1 \quad (۰.۲۵)$$

و بنابراین ضابطه تابع می‌شود:

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه

فرم کلی توابع مثلثاتی:

فرم کلی توابع مثلثاتی  $y = a \sin(bx)$  و  $y = a \cos(bx)$ :

| $y = a \sin(bx)$ |          | $y = a \cos(bx)$ |         |
|------------------|----------|------------------|---------|
| $ab < 0$         | $ab > 0$ | $a < 0$          | $a > 0$ |
|                  |          |                  |         |

مصطح شو

با توجه به رابطه  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$  داریم: (صفحه ۴۴)

$$\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow 2 \sin x \cos x = \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \quad (۰.۲۵)$$

۱/۲۵

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6} \quad (۰.۲۵) \\ 2x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (۰.۲۵) \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه

مسیر تمرینی:

مشابه این سوال در سوال ۶ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۲ مطرح شده بود.

۱۲

۱۳

|                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |
|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ۱/۲۵                       | <p style="text-align: right;">مصحح شو</p> $\tan^2 x - \sqrt{3} \tan x = 0 \Rightarrow \tan x (\tan x - \sqrt{3}) = 0 \quad (0.25)$ $\Rightarrow \begin{cases} \tan x = 0 = \tan \pi \Rightarrow x = 0, \pi & (0.25)(0.25) \\ \tan x = \sqrt{3} = \tan \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \xrightarrow{k=0,1} x = \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} & (0.25)(0.25) \end{cases} \quad (\text{صفحه } 44)$ <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | ۱۴ |
| ۱                          | <p style="text-align: right;">مصحح شو</p> <p>با توجه به این که <math>\alpha - \beta + \alpha + \beta = 2\alpha</math> داریم: (صفحه ۴۳)</p> $\tan 2\alpha = \tan((\alpha + \beta) + (\alpha - \beta)) = \frac{\tan(\alpha + \beta) + \tan(\alpha - \beta)}{1 - \tan(\alpha + \beta) \tan(\alpha - \beta)} \quad (0.25)$ $= \frac{\frac{3}{4} + \frac{2}{3}}{1 - (\frac{3}{4})(\frac{2}{3})} = \frac{\frac{9+8}{12}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{17}{6} \quad (0.25)$ <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | ۱۵ |
| ۰/۵<br>۰/۵<br>۰/۷۵<br>۰/۷۵ | <p style="text-align: right;">مصحح شو</p> <p>الف) (صفحه ۵۸)</p> $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-(x) - 1}{x^2 - 4} = \frac{-3}{0^+} = -\infty \quad (0.25)$ <p>ب) (صفحه ۵۸)</p> $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - 2}{ \sin x } = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2}{0^+} = -\infty \quad (0.25)$ <p>پ) (صفحه ۶۹)</p> $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-(1-x)^3}{2x - x^2 + 5x^3} \stackrel{\text{پرتوان}}{=} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3}{5x^3} = \frac{1}{5} \quad (0.25)$ <p>ت) (صفحه ۶۹)</p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x}{3x - 1} \xrightarrow{\sqrt{(x+1)^2 + 2} - \sqrt{(x+1)^2} =  x+1 } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ x+1  - x}{3x - 1}$ $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x - 1 - x}{3x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x - 1}{3x} = -\frac{2}{3} \quad (0.25)$ <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۶ دقیقه</p> | ۱۶ |

محاسبه حد توابع شامل قدرمطلق و جزء صحیح

وقتی در سوال حد، به جزء صحیح و یا قدرمطلق برخورد کنیم، باید ابتدا جزء صحیح را تعیین مقدار و قدرمطلق را تعیین علامت کنیم. چند مثال ببینید:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x} = \frac{[-]}{+} = \frac{-1}{+} = -1, \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \frac{[-] - 3}{-} = \frac{2 - 3}{-} = \frac{-1}{-} = +\infty$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{|x - 3|} = \frac{2}{|3^\pm - 3|} = \frac{2}{|0^\pm|} = \frac{2}{0^+} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)} \frac{[x]}{|3x + 1|} = \frac{\left[-\frac{1}{3}\right]}{\left|3\left(-\frac{1}{3}\right)^\pm + 1\right|} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

۱- حد نامتناهی

**نکته:** در محاسبه  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$  اگر حد تابع صورت کسر عددی مخالف صفر و حد تابع مخرج کسر برابر صفر باشد در این صورت حاصل حد، نامتناهی ( $+\infty$  یا  $-\infty$ ) خواهد بود.

**توجه:** برای تعیین علامت  $\infty$  باید به علامت صورت و علامت مخرج کسر توجه کنیم.

|                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| $\frac{+ \text{ عدد}}{+} = +\infty$ | $\frac{- \text{ عدد}}{-} = +\infty$ | $\frac{+ \text{ عدد}}{-} = -\infty$ | $\frac{- \text{ عدد}}{+} = -\infty$ |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

۲- محاسبه حد توابع کسری در بی‌نهایت

در محاسبه  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots}{a'x^m + b'x^{m-1} + \dots}$  ; ( $m, n \in \mathbb{N}$ ) حد عبارت صورت و مخرج کسر به سمت  $+\infty$  یا  $-\infty$  میل می‌کند که

در این صورت با حالت مبهم  $\frac{\infty}{\infty}$  مواجه خواهیم بود که برای رفع ابهام از آن در صورت و مخرج کسر، جمله با بیش‌ترین توان را نگه داشته و مابقی جملات را حذف می‌کنیم، سپس با توجه به جدول زیر حاصل حد را محاسبه می‌کنیم:

| نوع                                             | حاصل حد                |
|-------------------------------------------------|------------------------|
| درجه عبارت صورت از درجه عبارت مخرج بیش‌تر باشد. | $+\infty$ یا $-\infty$ |
| درجه عبارت صورت با درجه عبارت مخرج برابر باشد.  | $\frac{a}{a'}$         |
| درجه عبارت صورت از درجه عبارت مخرج کم‌تر باشد.  | صفر                    |

مصّحّح شو

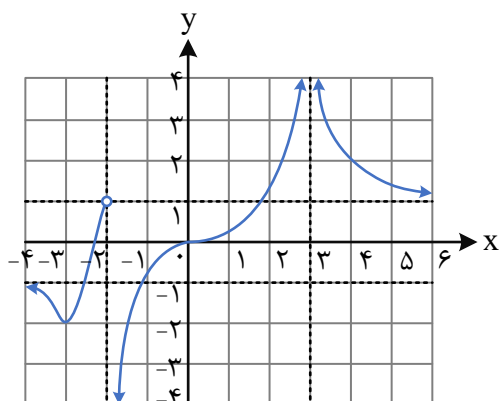
(الف)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  (۰.۲۵) (صفحه ۶۹)

(ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$  (۰.۲۵)

(پ)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$  (۰.۲۵)

(ت)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = +\infty$  (۰.۲۵)

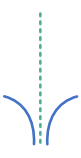
(ث)  $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = -\infty$  (۰.۲۵)



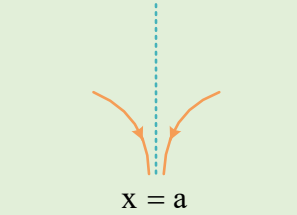
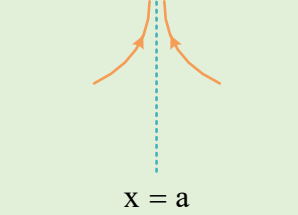
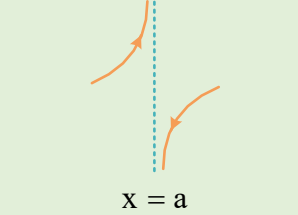
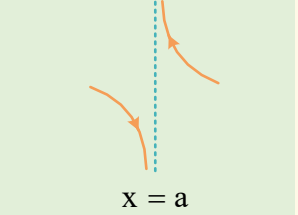
سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۲ دقیقه

۱/۲۵

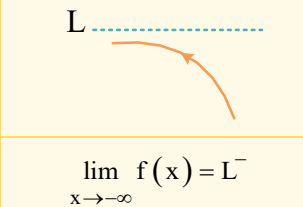
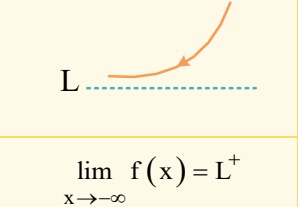
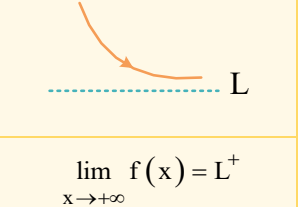
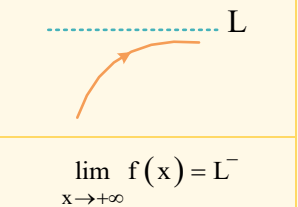
۱۷

|             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |           |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <p>۱/۲۵</p> | <p>مصحح شو</p> <p>ابتدا مجانب قائم تابع را که همین ریشه های مخرج (پس از ساده سازی) هستند، می یابیم: (صفحه ۵۸)</p> $y = \frac{-x}{x^2 - 4x + 4} = \frac{-x}{(x-2)^2}$ <p>بنابراین تابع در <math>x = 2</math> مجانب قائم دارد. (۰.۲۵)</p> $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{-2}{0^+} = -\infty \quad (۰.۲۵)$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{-2}{0^+} = -\infty \quad (۰.۲۵)$  <p>(گزینه ب) (۰.۵)</p> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <p>۱۸</p> |
| <p>۱/۵</p>  | <p>مصحح شو</p> $y = \frac{5-3x}{2x^2+x} = \frac{5-3x}{x(2x+1)} \quad (۰.۲۵) \quad (۶۹ \text{ صفحه})$ <p>مجانب های قائم <math>x = 0, x = -\frac{1}{2} \Rightarrow</math> ریشه های مخرج پس از ساده سازی = مجانب قائم (۰.۲۵) (۰.۲۵)</p> <p>و بنابراین <math>y = 0</math> (محور <math>x</math> ها) مجانب افقی تابع است. (۰.۲۵)</p> <p><math>\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5-3x}{2x^2+x} \xrightarrow[\text{بر } x^2]{\text{تقسیم صورت و مخرج}} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{5}{x^2} - \frac{3}{x}}{2 + \frac{1}{x}} = 0 \quad (۰.۲۵)</math></p> <p>حالا مجانب ها رو خوب یاد بگیرید...</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> <p>خط <math>x = a</math> را مجانب قائم تابع <math>f</math> می گوئیم هرگاه: <math>\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm\infty</math></p> <p>در توابع کسری ریشه های مخرج کسر که ریشه صورت کسر نباشند.</p> <p>قائم</p> <p>کاندیدهای مجانب قائم</p> <p>خطوط <math>x = (2k+1)\frac{\pi}{2a}</math> در توابع <math>y = \tan(ax)</math></p> <p>مجانب ها</p> <p>افقی <math>\leftarrow</math> خط <math>y = L</math> را مجانب افقی تابع <math>f</math> می گوئیم هرگاه: <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = L</math></p> <p>مایل <math>\leftarrow</math> در محدوده کتاب درسی نیست.</p> </div> <p>سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه</p> | <p>۱۹</p> |

رفتار تابع در نزدیکی مجانب قائم

|                                                                                        |                                                                                        |                                                                                        |                                                                                        |
|----------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
|       |       |      |     |
| $x = a$                                                                                | $x = a$                                                                                | $x = a$                                                                                | $x = a$                                                                                |
| $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$<br>$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$ | $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$<br>$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$ | $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$<br>$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$ | $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$<br>$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$ |

رفتار تابع در نزدیکی مجانب افقی

|                                                                                   |                                                                                   |                                                                                    |                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  |  |
| $L$                                                                               | $L$                                                                               | $L$                                                                                | $L$                                                                                 |
| $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L^-$                                         | $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L^+$                                         | $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L^+$                                          | $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L^-$                                           |

مسیر تمرینی:

مشابه این سوال در سوال ۱۱ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۴ مطرح شده بود.

۲۰

موفق باشید.