



سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴



دفترچه سؤال

تسلط بر نیم سال اول



تسلط بر نیم سال دوم



پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۲/۱۸



ماز

گروه آزمایشی ریاضی و فیزیک - پایه دوازدهم
آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز - مرحله ۷

مدت پاسخگویی: ۱۹۰ دقیقه

تعداد صفحه: ۱۳

ردیف	درس	تعداد صفحه	زمان پاسخگویی
۱	فارسی	۴	۴۰ دقیقه
۲	عربی	۲	۳۰ دقیقه
۳	حسابان	۲	۴۰ دقیقه
۴	هندسه	۲	۴۰ دقیقه
۵	ریاضیات گسسته	۲	۴۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه آرایبی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می شود.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

دروس اختصاصی

ریاضیات گسسته

فصل ۲ و ۳
صفحه ۳۱ تا ۸۴

هندسه ۳

فصل ۱ و فصل ۲
(درس ۱ و درس ۲)
صفحه ۹ تا ۴۶

حسابان ۲

فصل‌های ۱، ۲ و ۳
صفحه ۱ تا ۶۹

دروس عمومی

عربی ۳

درس‌های ۱ و ۲
صفحه ۱ تا ۳۲

فارسی ۳

فصل‌های ۱، ۲، ۳ و ۴
صفحه ۱۱ تا ۸۳

استراتژی و هدف گذاری در آزمون‌های شبیه‌ساز نهایی ماز

اهداف کوتاه مدت:

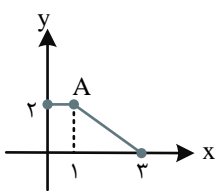
- رسیدن به بودجه‌بندی آزمون بعد
- یادگیری تشریحی خواندن و تشریحی نوشتن

اهداف میان مدت:

- پیشروی و تسلط بر ۵۰ درصد مباحث نیمسال اول تا آذرماه
- پیشروی و تسلط کامل بر نیمسال اول تا بهمن ماه
- پیشروی و تسلط بر ۵۰ درصد مباحث نیمسال دوم تا ایام نوروز
- مرور و تسلط کامل بر نیمسال اول در اردیبهشت ماه
- پیشروی و تسلط کامل بر نیمسال دوم در اردیبهشت ماه
- تجربه شبیه‌ساز کامل امتحان نهایی در روز قبل از هر امتحان خردادماه

اهداف بلندمدت:

- تبدیل به یک دانش‌آموز حرفه‌ای در امتحان تشریحی و ۲۰ گرفتن
- تسلط بر نحوه تشریحی نوشتن در حد یک مصحح آموزش و پرورش
- تمام اشتباهات احتمالی در امتحان نهایی رو قبل از امتحان نهایی تجربه کنید.

ساعات شروع		ریاضی و فیزیک		رشته:		تعداد صفحه: ۲		سوالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲	
مدت زمان: ۴۰ دقیقه		نام و نام خانوادگی:		۱۴۰۴/۰۲/۱۸		تاریخ آزمون:		دوره دوم متوسطه - دوازدهم	
گروه آموزشی ماز					آزمون شبیه ساز امتحان نهایی				
ردیف	سؤالات (پاسخبرگ دارد)								
۱	<p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) قرینه $f(x)$ نسبت به محور برابر $f(-x)$ و نسبت به محور برابر $-f(x)$ است.</p> <p>ب) از نظر یکنوایی تابع $y = 2^{-x}$ اکیداً و تابع $y = \log_2^x$ در دامنه خود، اکیداً است.</p> <p>پ) حاصل حد $y = x \cdot \tan x$ وقتی $x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+$ برابر و وقتی $x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^-$ برابر است.</p> <p>ت) تعداد مجانب‌های قائم تابع $y = \frac{x-2}{x^2-x-2}$ برابر و تعداد مجانب‌های افقی آن برابر است.</p>								
۲	<p>نمودار تابع $y = f(x-1)$ به صورت مقابل است.</p>  <p>الف) نمودار تابع $g(x) = 2f\left(1 - \frac{x}{2}\right)$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را به دست آورید.</p> <p>ب) نقطه A' واقع بر $y = g(x)$ متناظر با نقطه A را بیابید.</p>								
۳	<p>الف) مقادیر a و b را به گونه‌ای بیابید که چند جمله‌ای $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ بر $x-2$ بخش پذیر بوده و باقی مانده تقسیم آن بر $x+1$ برابر -9 باشد.</p> <p>ب) نمودار تابع $f(x)$ را به کمک نمودار تابع $y = x^3$ رسم کنید.</p> <p>پ) با رسم نمودار تابع $g(x) = \begin{cases} f(x) & x \leq 2 \\ 1-x & x > 2 \end{cases}$ تعیین کنید که تابع g در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است؟</p>								
۴	<p>مقادیر a، b و c را به گونه‌ای تعیین کنید که ماکزیمم، مینیمم و دوره تناوب تابع $f(x) = c + a \sin bx \cos bx$ به ترتیب برابر 7، -1 و $\frac{\pi}{4}$ باشد و سپس با فرض $a > 0$ و $b < 0$، نمودار تابع را در یک دوره تناوب رسم کنید.</p>								
۵	<p>الف) مقدار $\tan 15^\circ$ را محاسبه کنید.</p> <p>ب) معادله $1 + \cos 2x = \frac{1}{4} \tan 15^\circ$ را حل کنید و جواب‌های آخر را در بازه $[0, \pi]$ به دست آورید.</p>								
۶	<p>حاصل‌دهای زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + \sqrt{x^2 - 1}}{3x - \sqrt{-x}}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{6}\right)^+} \frac{\sin 2x}{1 - 2 \cos 2x}$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^3 + x} + x}{x + 2}$</p> <p>ت) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x}{\cot x}$</p>								



به نام خدا

ساعات شروع:	ریاضی و فیزیک	رشته:	تعداد صفحه: ۲	سوالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲
مدت زمان: ۴۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون:	۱۴۰۴/۰۲/۱۸	دوره دوم متوسطه - دوازدهم
گروه آموزشی ماز		آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی		
ردیف	سؤالات (پاسخبرگ دارد)	نمره		
۷	مقادیر a ، b و c را به گونه‌ای بیابید که $x=2$ تنها مجانب قائم تابع $f(x) = \frac{3x^2+1}{ax^2+bx+c}$ و خط $y = \frac{3}{4}$ مجانب افقی آن باشد.	۲		
۸	نمودار تابع f با دامنه $\mathbb{R} - \{\pm 1\}$ را به گونه‌ای رسم کنید که خطوط $x=1$ و $x=-1$ مجانب‌های قائم آن و خطوط $y=2$ و $y=-2$ مجانب‌های افقی آن باشند.	۲		
	موفق باشید.	۲۰		



به نام خدا

ساعت شروع:	ریاضی و فیزیک	رشته:	تعداد صفحه: ۴	حسابان ۲	آزمون شبیه ساز نهایی درس:
مدت زمان: ۴۰ دقیقه	۱۴۰۴/۰۲/۱۸	تاریخ آزمون:	دوره دوم متوسطه - دوازدهم		نام و نام خانوادگی:
نمره	پاسخبرگ				ردیف
پاسخ‌های خود را در محل‌های تعیین شده به صورت دقیق، خوش خط و مرتب در این برگه وارد کنید.					

۲	۱	الف) و (ب) و (پ) و (ت) و
۳	۲	الف) ب)
۳	۳	الف) ب) پ)





به نام خدا

ساعت شروع:	ریاضی و فیزیک	رشته:	تعداد صفحه: ۴	حسابان ۲	آزمون شبیه ساز نهایی درس:
مدت زمان: ۴۰ دقیقه	۱۴۰۴/۰۲/۱۸	تاریخ آزمون:	دوره دوم متوسطه - دوازدهم		نام و نام خانوادگی:
نمره	پاسخبرگ				ردیف
پاسخ‌های خود را در محل‌های تعیین شده به صورت دقیق، خوش خط و مرتب در این برگه وارد کنید.					

۲	(الف)	۶
	(ب)	
	(پ)	
۲	(ت)	۷



به نام خدا

ساعت شروع:	ریاضی و فیزیک	رشته:	تعداد صفحه: ۴	آزمون شبیه ساز نهایی درس: حسابان ۲
مدت زمان: ۴۰ دقیقه	۱۴۰۴/۰۲/۱۸	تاریخ آزمون:	دوره دوم متوسطه - دوازدهم	نام و نام خانوادگی:

ردیف	پاسخبرگ	نمره
------	---------	------

پاسخ‌های خود را در محل‌های تعیین شده به صورت دقیق، خوش خط و مرتب در این برگه وارد کنید.

۲		۸
۲۰	موفق باشید.	





سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴



دفترچه پاسخ

تسلط بر نیم سال اول



تسلط بر نیم سال دوم



پنجشنبه

۱۴۰۴/۰۲/۱۸



ماز

گروه آزمایشی ریاضی و فیزیک - پایه دوازدهم
آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز - مرحله ۷

ویراستاری	مسئول درس	درس
فاطمه حمیدی	حسن و سکری - علیرضا جعفری فاطمه عباسی	فارسی
کیارش پور مهدی - مریم آقایی	هاله کریمی	عربی
نرجس تیمناک - حمیدرضا ولی پور ارسلان حسونند	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	حسابان
نرجس تیمناک - حمیدرضا ولی پور ارسلان حسونند	سوگند روشنی	هندسه
		ریاضیات گسسته

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می شود.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

راهنمای پاسخنامه برای بچه‌های مازی!

مصصح شو:



پاسخ دقیق سؤال این‌جا میاد و اسمش روشه: «مصصح شو»، می‌خواد شما رو به یه مصصح حرفه‌ای و دقیق تبدیل کنه که بدونین موقع ارزیابی جواب‌هاتون باید حواستون به چی باشه تا توی آزمون‌های بعدی دقیق‌تر عمل کنین. اگه جواب یه سؤال رو بشه به شکل‌های مختلف بیان کرد، اون هم، این‌جا بهتون گفتیم.

بررسی دقیق‌تر:



اگه پاسخ کوتاه به سؤال کافی نباشه تا ببینین چطوری باید به جواب برسین، توی این بخش با بررسی دقیق‌تر جواب، سؤال رو براتون توضیح دادیم.

نقشه نهایی:



امتحان نهایی قوانین و قواعد خاص خودش رو داره؛ شما باید بدونین تیپ‌های رایج سؤال‌های امتحان نهایی چیه و باید چطوری بهش جواب بدین. این کادر، مشاوره حرفه‌ای ماست به شما تا فوت و فن‌های امتحان نهایی رو یاد بگیرین.

۲۰ شو:



توی «۲۰ شو»، مبحث هر سؤال رو براتون مرور یا جمع‌بندی کردیم؛ «۲۰ شو» و درسنامه‌هاش دقیقاً فاصله بین نمره خوب و نمره ۲۰ رو براتون پر می‌کنه.

نکته طلایی:



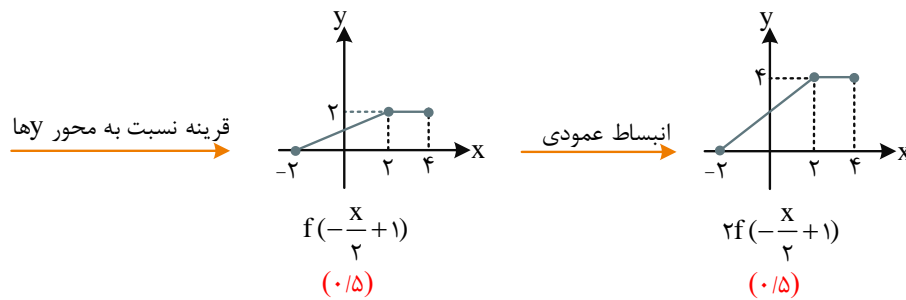
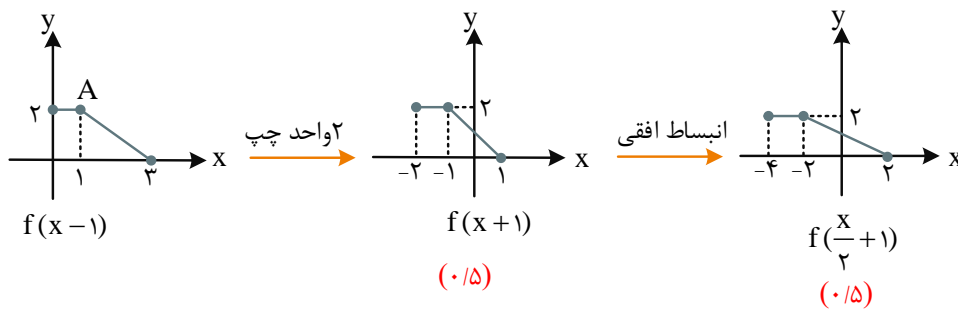
با وجود «۲۰ شو»، که کلی درسنامه مفصل داره، باز هم اگه نکته مهم و مفیدی بود، توی این کادر براتون آوردیم.

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک
دوره دوم متوسطه - دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۲/۱۸
مدت زمان: ۴۰ دقیقه	ساعت شروع: ۰۵/۰۵

گروه آموزشی ماز / آزمون شبهه ساز امتحان نهایی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) y ها و x ها (۰/۵) (ب) نزولی و صعودی (۰/۵) (پ) $-\infty$ و $+\infty$ (۰/۵) (ت) یک و یک (۰/۵)	۲

الف) مراحل رسم به صورت زیر است:



۳

۲

دامنه نهایی بازه $[-2, 4]$ و برد آن بازه $[0, 4]$ (۰/۲۵) است.

(ب) **روش اول:** با توجه به نمودار، نقطه $A'(2, 4)$ (۰/۵) واقع بر g ، متناظر با نقطه A است.

روش دوم: نقطه $A'(a, b)$ واقع بر g است، پس:

$$b = g(a) = 2f\left(1 - \frac{a}{2}\right) \Rightarrow f\left(1 - \frac{a}{2}\right) = \frac{b}{2}$$

نقطه $A(1, 2)$ واقع بر $y = f(x-1)$ است، پس: $2 = f(0)$ ، بنابراین:

$$\begin{cases} 1 - \frac{a}{2} = 0 \Rightarrow a = 2 & (۰/۲۵) \\ \frac{b}{2} = 2 \Rightarrow b = 4 & (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow A' = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

تبدیل و انتقال نمودار

نمودار جدید ($a, k > 0$)	توضیحات و نحوه رسم
$f(x+a)$	نمودار تابع f را به اندازه a واحد در راستای محور x ها به سمت چپ منتقل می‌کنیم.
$f(x-a)$	نمودار تابع f را به اندازه a واحد در راستای محور x ها به سمت راست منتقل می‌کنیم.
$f(x)+a$	نمودار تابع f را به اندازه a واحد در راستای محور y ها به سمت بالا منتقل می‌کنیم.
$f(x)-a$	نمودار تابع f را به اندازه a واحد در راستای محور y ها به سمت پایین منتقل می‌کنیم.
$f(-x)$	نمودار تابع f را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم.
$-f(x)$	نمودار تابع f را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم.
$-f(-x)$	نمودار تابع f را ابتدا نسبت به محور y ها و سپس نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. (قرینه نسبت به مبدأ)
$f(kx)$	نمودار تابع f را در راستای محور x ها با ضریب $\frac{1}{k}$ منقبض (فشرده) می‌کنیم. $k > 1$
$f(kx)$	نمودار تابع f را در راستای محور x ها با ضریب $\frac{1}{k}$ منبسط (کشیده) می‌کنیم. $0 < k < 1$
$kf(x)$	نمودار تابع f را در راستای محور y ها با ضریب k منبسط (کشیده) می‌کنیم. $k > 1$
$kf(x)$	نمودار تابع f را در راستای محور y ها با ضریب k منقبض (فشرده) می‌کنیم. $0 < k < 1$
$ f(x) $	ابتدا نمودار تابع f را رسم کرده و سپس هر آن‌چه زیر محور x ها قرار دارد را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم.
$f(x)$	ابتدا نمودار تابع f را رسم کرده و سپس هر آن‌چه سمت چپ محور y ها قرار دارد را حذف کرده و به جای آن نمودار سمت راست محور y ها را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم.
$ y = f(x)$	ابتدا نمودار $y = f(x)$ را رسم کرده و سپس هر آن‌چه زیر محور x ها قرار دارد را حذف کرده و نمودار بالای محور x ها را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم.

رسم نمودار تابع $y = af(bx+c) + d$ به کمک نمودار تابع $y = f(x)$

اگر نمودار تابع $y = f(x)$ را در اختیار داشته باشیم، برای رسم نمودار تابع $y = af(bx+c) + d$ به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

الف) تأثیرات روی دامنه:

۱. تأثیر عدد ثابت c : اگر $c > 0$ باشد، نمودار تابع را به اندازه c واحد به سمت چپ و اگر $c < 0$ باشد، نمودار تابع را به اندازه c واحد به سمت راست می‌بریم.

۲. تأثیر ضریب x : طول تمامی نقاط را در $\frac{1}{|b|}$ ضرب می‌کنیم. (اگر b منفی باشد نمودار تابع رو نسبت به محور y هم قرینه می‌کنیم.)

ب) تأثیرات روی برد:

۳. تأثیر ضریب f : عرض تمامی نقاط را در $|a|$ ضرب می‌کنیم. (اگر a منفی باشد نمودار تابع رو نسبت به محور x ها هم قرینه می‌کنیم.)

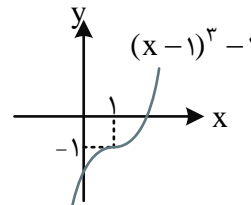
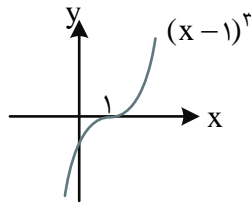
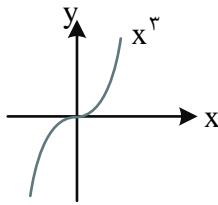
۴. تأثیر عدد ثابت d : اگر $d > 0$ باشد، نمودار تابع را به اندازه d واحد به سمت بالا و اگر $d < 0$ باشد، نمودار تابع را به اندازه d واحد به سمت پایین منتقل می‌کنیم.

$$\begin{cases} x-2=0 \Rightarrow \underbrace{f(2)=0}_{(0/25)} \Rightarrow 8+4a+2b-2=0 \Rightarrow 2a+b=-3 \quad (0/25) \\ x+1=0 \Rightarrow \underbrace{f(-1)=-9}_{(0/25)} \Rightarrow -1+a-b-2=-9 \Rightarrow a-b=-6 \quad (0/25) \end{cases}$$

از حل دستگاه، $a = -3$ و $b = 3$ (0/25) است.

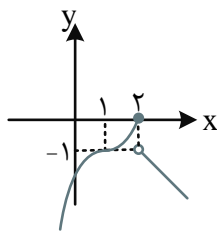
(ب)

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2 = (x-1)^3 - 1 \quad (0/25)$$



(0/25)

(0/25)



(0/25)

(پ) در بازه $(-\infty, 2]$ اکیداً صعودی و در بازه $(2, +\infty)$ اکیداً نزولی است. (0/25)

۳

۳

تقسیم چندجمله‌ای بر دو جمله‌ای درجه اول

در تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر دو جمله‌ای درجه اول $(ax+b)$ ، باقی‌مانده تقسیم برابر $f(-\frac{b}{a})$ است.

نتیجه: اگر $f(-\frac{b}{a}) = 0$ باشد، به این معنی است که $f(x)$ بر $(ax+b)$ بخش‌پذیر است.

مثال: چندجمله‌ای $f(x) = 2x^3 + x^2 + 1$ بر دو جمله‌ای $(x+1)$ بخش‌پذیر است چرا که $f(-1) = 0$ است.

یکنوایی توابع:

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$	صعودی
$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$	نزولی
$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$	اکیداً صعودی
$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$	اکیداً نزولی

مثال: مجموعه جواب نامعادله $(\frac{1}{3})^{2x+1} \leq (\frac{1}{27})$ را به دست آورید.

$$(\frac{1}{3})^{2x+1} \leq (\frac{1}{27}) \Rightarrow (\frac{1}{3})^{2x+1} \leq (\frac{1}{3})^3$$

چون تابع $y = (\frac{1}{3})^x$ ، تابعی اکیداً نزولی است، پس با برداشتن پایه‌ها از طرفین نامساوی فوق، جهت نامساوی عوض می‌شود.

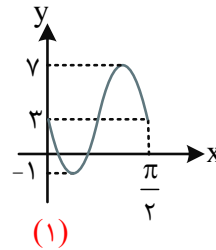
$$2x + 1 \geq 3 \Rightarrow 2x \geq 2 \Rightarrow x \geq 1$$

مصحح شو:

$$f(x) = c + \frac{a}{2} \sin 2bx \quad (0/25)$$

$$\begin{cases} \max = c + \frac{|a|}{2} = 7 \quad (0/25) \\ \min = c - \frac{|a|}{2} = -1 \quad (0/25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 3 \quad (0/25) \\ |a| = 8 \quad (0/25) \end{cases}$$

$$T = \frac{2\pi}{|2b|} = \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \quad (0/25) \Rightarrow |b| = 2 \quad (0/25)$$



$$\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 3 + 4 \sin(-4x) \quad (0/25)$$

راهنمای مصحح

بارم دهی نمودار به این شکل خواهد بود:

$$\left. \begin{array}{l} \max \quad (0/25) \\ \min \quad (0/25) \\ T \quad (0/25) \\ \text{نزولی بودن در } x = 0 \quad (0/25) \end{array} \right\}$$

توابع مثلثاتی:

در توابع مثلثاتی $y = a \sin(bx + d) + c$ و $y = a \cos(bx + d) + c$ داریم:

$$\begin{cases} \max = |a| + c \Rightarrow \text{مقدار ثابت} + \text{ضریب sin یا cos} : \text{ بیشترین مقدار} \\ \min = -|a| + c \Rightarrow \text{مقدار ثابت} + \text{ضریب sin یا cos} : \text{ کمترین مقدار} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |a| = \frac{\max - \min}{2} \\ c = \frac{\max + \min}{2} \end{cases}$$

$$\text{دوره تناوب} = \frac{2\pi}{|\text{ضریب } x|} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|}$$

$$T = \frac{\pi}{|\text{ضریب } x|} \Rightarrow T = \frac{\pi}{|b|}$$

در تابع مثلثاتی $y = a \tan(bx) + c$ دوره تناوب برابر است با:

فرم کلی توابع مثلثاتی $y = a \sin bx$ و $y = a \cos bx$:

$y = a \sin bx$		$y = a \cos bx$	
$ab < 0$	$ab > 0$	$a < 0$	$a > 0$

$$\tan 15^\circ = \underbrace{\tan(60^\circ - 45^\circ)}_{(0/25)} = \frac{\overbrace{\tan 60^\circ - \tan 45^\circ}^{(0/25)}}{1 + \tan 60^\circ \tan 45^\circ} = \frac{\sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{3 - 1} = 2 - \sqrt{3} \quad (0/25)$$

روش دوم: فرض کنید $x = \tan 15^\circ$

$$\tan 30^\circ = \underbrace{\tan(2 \times 15^\circ)}_{(0/25)} = \frac{2 \tan 15^\circ}{1 - \tan^2 15^\circ} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2x}{1 - x^2}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\sqrt{3}x^2 + 6x - \sqrt{3}}_{(0/25)} = 0 \Rightarrow x = \frac{-6 + \sqrt{36 + 12}}{2\sqrt{3}} = \frac{-6 + 4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3} \quad (0/25)$$

ب)

$$1 + \cos 2x = \frac{1}{2} \tan 15^\circ = \frac{2 - \sqrt{3}}{2} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \quad (0/25) \\ 2x = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi \quad (0/25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \quad (0/25) \\ x = -\frac{5\pi}{12} + k\pi \quad (0/25) \end{cases} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} \quad (0/25), \frac{7\pi}{12} \quad (0/25)$$

حالا نوبت به معادلات مثلثاتی رسید...

۱) معادلات مثلثاتی به فرم $\sin f(x) = \sin g(x)$:

$$\sin f(x) = \sin g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 2k\pi + g(x) \\ f(x) = 2k\pi + \pi - g(x) \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

حالت‌های خاص معادلات سینوسی:

معادله	جواب کلی
$\sin x = 0$	$x = k\pi$
$\sin x = 1$	$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$
$\sin x = -1$	$x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$

۲) معادلات مثلثاتی به فرم $\cos f(x) = \cos g(x)$:

$$\cos f(x) = \cos g(x) \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 2k\pi + g(x) \\ f(x) = 2k\pi - g(x) \end{cases}$$

حالت‌های خاص معادلات کسینوسی:

معادله	جواب کلی
$\cos x = 0$	$x = k\pi + \frac{\pi}{2}$
$\cos x = 1$	$x = 2k\pi$
$\cos x = -1$	$x = (2k+1)\pi$

نکته: 

جواب‌های کلی معادله مثلثاتی $\tan f(x) = \tan g(x)$ به صورت $f(x) = g(x) + k\pi$ است. ($k \in \mathbb{Z}$)

مثال: معادله $\tan \Delta x = \tan 2x$ را حل کنید:

$$\Delta x = k\pi + 2x \Rightarrow \Delta x - 2x = k\pi \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$


مصحح شو: 

الف) جواب $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + |x|}{3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - x}{3x} = \frac{1}{3}$ (۰/۲۵)

ب) جواب $= \frac{\sqrt{3}}{2} = +\infty$ (۰/۲۵)

پ) جواب $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^3}}{x} = +\infty$ (۰/۲۵)

۲) جواب $= \frac{\pi}{\pm\infty} = 0$ (۰/۲۵)

۱- حد نامتناهی 

نکته: در محاسبه $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ اگر حد تابع صورت کسر عددی مخالف صفر و حد تابع مخرج کسر برابر صفر باشد در این صورت حاصل حد، نامتناهی ($+\infty$ یا $-\infty$) خواهد بود.

توجه: برای تعیین علامت ∞ باید به علامت صورت و علامت مخرج کسر توجه کنیم.

$\frac{+ \text{ عدد}}{+} = +\infty$	$\frac{- \text{ عدد}}{-} = +\infty$	$\frac{+ \text{ عدد}}{-} = -\infty$	$\frac{- \text{ عدد}}{+} = -\infty$
-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------

۲- محاسبه حد توابع کسری در بی‌نهایت

در محاسبه $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots}{a'x^m + b'x^{m-1} + \dots}$; $(m, n \in \mathbb{N})$ حد عبارت صورت و مخرج کسر به سمت $+\infty$ یا $-\infty$ میل می‌کند که در این

صورت با حالت مبهم $\frac{\infty}{\infty}$ مواجه خواهیم بود که برای رفع ابهام از آن در صورت و مخرج کسر، جمله با بیش‌ترین توان را نگه داشته و مابقی جملات را حذف می‌کنیم، سپس با توجه به جدول زیر حاصل حد را محاسبه می‌کنیم:

نوع	حاصل حد
درجه عبارت صورت از درجه عبارت مخرج بیش‌تر است.	$+\infty$ یا $-\infty$
درجه عبارت صورت با درجه عبارت مخرج برابر باشد.	$\frac{a}{a'}$
درجه عبارت صورت از درجه عبارت مخرج کمتر باشد.	صفر

مصحح شو:

ابتدا به مجانب افقی توجه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{3}{a} \Rightarrow \frac{3}{a} = \frac{3}{4} \Rightarrow a = 4 \quad (0/25)$$

برای آن که $X = 2$ تنها ریشهٔ مخرج باشد باید مخرج به صورت زیر باشد:

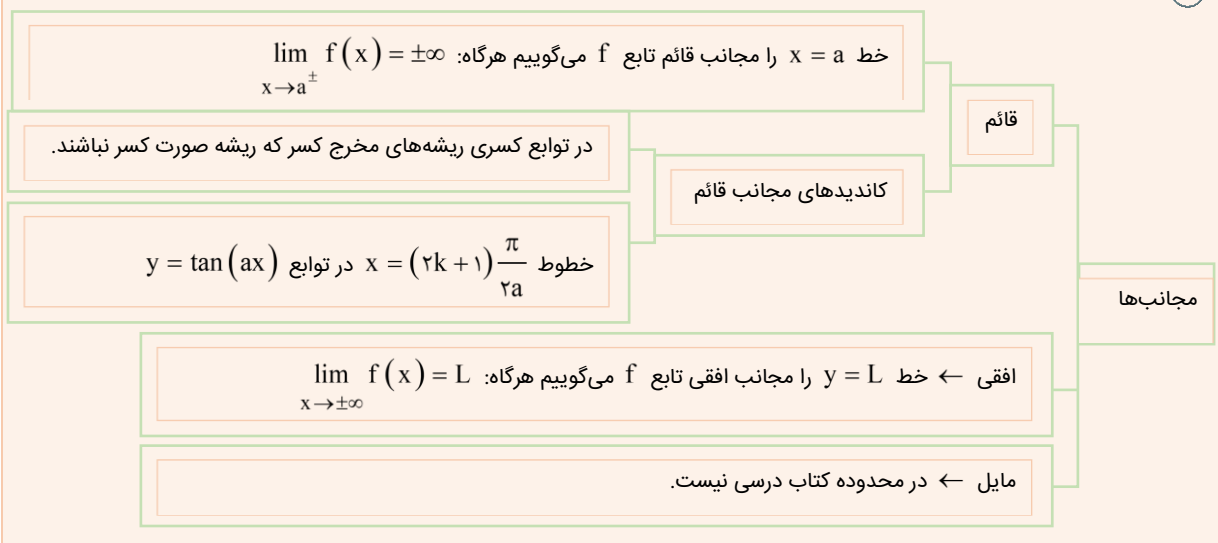
$$4x^2 + bx + c = 4(x-2)^2 = 4x^2 - 16x + 16 \quad (0/25)$$

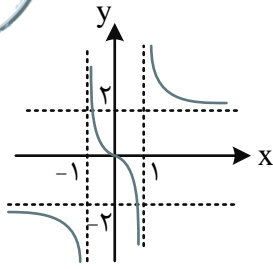
پس $b = -16$ و $c = 16$ (0/25) است.

حالا مجانب‌ها رو خوب یاد بگیرید...

۲

۷





مصحح شو:

یک نمونه تابع به صورت مقابل است.
(نمودار در هر طرف مجانب، ۰/۵ نمره)

رفتار تابع در نزدیکی مجانب قائم

$x = a$	$x = a$	$x = a$	$x = a$
$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$

رفتار تابع در نزدیکی مجانب افقی

L	L	L	L
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L^-$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L^+$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L^+$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L^-$