

دوازدهم ریاضی

آزمون  
شبه ساز  
امتحان  
نهایی  
ماز



۱۴۰۳/۰۸/۲۵

گروه آموزشی ماز

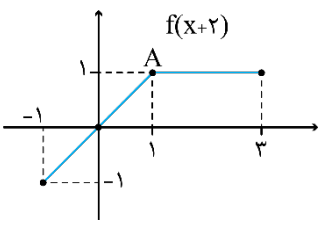
مرحله: ۱

زمان پاسخگویی: ۱۴۰ دقیقه

تعداد صفحه: ۷

ردیف	درس	تعداد صفحه	زمان پاسخگویی
۱	فارسی	۳	۳۰ دقیقه
۲	عربی، زبان قرآن	۲	۳۰ دقیقه
۳	حسابان	۱	۴۰ دقیقه
۴	هندسه	۱	۴۰ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه آموزشی ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.  
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۸/۲۵	مدت امتحان: ۴۰ دقیقه
آزمون شبیه‌ساز نهایی دروس: حسابان ۲		ساعت شروع:	
نام و نام خانوادگی:		تعداد صفحات: ۱ صفحه	
آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی		گروه آموزشی ماز	
ردیف	سؤالات (پاسخ‌برگ دارد)	[استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می‌باشد]	
نمره			
۱	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید. الف) اگر $k > 1$ باشد، نمودار تابع $y = f(kx)$ از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ به دست می‌آید. ب) نمودار تابع $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$ از ناحیه دوم عبور نمی‌کند. پ) چند جمله‌ای $x^3 - ax^2 + x - a$ بر $x - a$ بخش‌پذیر است. ت) عبارت $x^2 + 2$ یک عامل $x^{10} + 32$ است.	۲	
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) اگر نقطه $A(a, b)$ روی نمودار $f$ با نقطه $A'$ روی $g(x) = f(2x - 1)$ متناظر باشد آن‌گاه طول نقطه $A'$ برابر ..... است. ب) باقی‌مانده تقسیم $x^5 - 4x^3 + 3x - 2$ بر $x + 2$ برابر ..... است. پ) اگر $f$ اکیداً صعودی و $g$ اکیداً نزولی باشد آن‌گاه $f - g$ اکیداً ..... است. ت) مجموعه جواب نامعادله $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1} \leq \frac{27}{8}$ بازه ..... است.	۲	
۳	نمودار تابع $y = f(x + 2)$ به صورت مقابل است. الف) نمودار تابع $g(x) = -2f(2x - 1)$ را رسم کنید. ب) دامنه و برد تابع $g$ را به دست آورید. پ) مختصات نقطه متناظر با $A$ ، روی تابع $g$ را بیابید.		
۴	الف) به کمک تبدیلات روی تابع $y = x^3$ نمودار تابع $y = 2 - (x - 1)^3$ را رسم کنید. ب) نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 2 - (x - 1)^3 & x < 2 \\ 2^x - 2 & x \geq 2 \end{cases}$ را رسم کنید و سپس تعیین کنید که در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است.	۴	
۵	الف) فرض کنید تابع $f$ در یک فاصله اکیداً صعودی و $a$ و $b$ متعلق به این بازه باشند. اگر $f(a) < f(b)$ ، نشان دهید که $a < b$ . ب) اگر $\log(x - 2) < \log(3 - x)$ ، حدود $x$ را به دست آورید.	۳	
۶	چندجمله‌ای $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 12$ بر $x - 2$ بخش‌پذیر بوده و باقی‌مانده تقسیم آن بر $x + 1$ برابر $-6$ است. باقی‌مانده تقسیم $f(x + 2) + f(x - 2)$ را بر $x + 1$ به دست آورید.	۳	
۷	فرض کنید $f$ یک چندجمله‌ای و $x^7 + 1 = (x + 1)f(x)$ باشد. ضمن محاسبه ضابطه $f(x)$ مقدار $f(-1)$ را محاسبه کنید.	۲	
۲۰	موفق باشید		

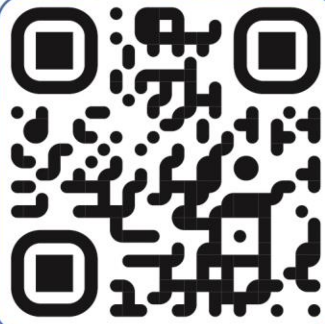






آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: حسابان ۲	ساعت شروع:	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۸/۲۵	مدت امتحان: ۴۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی و فیزیک	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحات: ۳ صفحه
آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی		گروه آموزشی ماز	
ردیف	پاسخ‌برگ	نمره	
۶		۳	
۷		۲	
	موفق باشید	۲۰	





دوازدهم ریاضی

آزمون  
شبیه ساز  
امتحان  
نهایی  
ماز



۱۴۰۳/۰۸/۲۵

گروه آموزشی ماز

مرحله: ۱

### پاسخنامه تشریحی (حاوی راهنمای مصحح)

ویراستاران	مسئول درس	درس
اعظم نوری نیا فاطمه حمیدی	حسن وسکری	فارسی
کیارش پورمهدی روح الله اصغری	هاله کریمی محمدعلی تابان فر	عربی، زبان قرآن
نرجس تیمناک حمیدرضا ولیپور	حسین شفیع زاده محدثه شیخعلی	حسابان
نرجس تیمناک سپهر متولی	سوگند روشنی سید جواد نظری	هندسه

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه آموزشی ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.  
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.


## راهنمای پاسخنامه برای بچه‌های ماژی!

مصحح شو: 

پاسخ دقیق سؤال این‌جا میاد و اسمش روشه: «مصحح شو»، می‌خواد شما رو به‌یه مصحح حرفه‌ای و دقیق تبدیل کنه که بدونین موقع ارزیابی جواب‌هاتون باید حواستون به چی باشه تا توی آزمون‌های بعدی دقیق‌تر عمل کنین. اگه جواب یه سؤال رو بشه به شکل‌های مختلف بیان کرد، اون هم، این‌جا بهتون گفتیم.

بررسی دقیق‌تر:

اگه پاسخ کوتاه یه سؤال کافی نباشه تا ببینین چطوری باید به جواب برسین، توی این بخش با بررسی دقیق‌تر جواب، سؤال رو براتون توضیح دادیم.

نقشه نهایی: 

امتحان نهایی قوانین و قواعد خاص خودش رو داره؛ شما باید بدونین تیپ‌های رایج سؤال‌های امتحان نهایی چیه و باید چطوری بهش جواب بدین. این کادر، مشاوره حرفه‌ای ماست به شما تا فوت و فن‌های امتحان نهایی رو یاد بگیرین.

توی ۲۰ شو: 


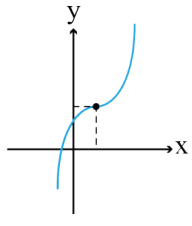

توی «۲۰ شو»، مبحث هر سؤال رو براتون مرور یا جمع‌بندی کردیم؛ «۲۰ شو» و درس‌نامه‌هاش دقیقاً فاصله بین نمره خوب و نمره ۲۰ رو براتون پر می‌کنه.

نکته طلایی:

با وجود «۲۰ شو»، که کلی درس‌نامه مفصل داره، باز هم اگه نکته مهم و مفیدی بود، توی این کادر براتون آوردیم.

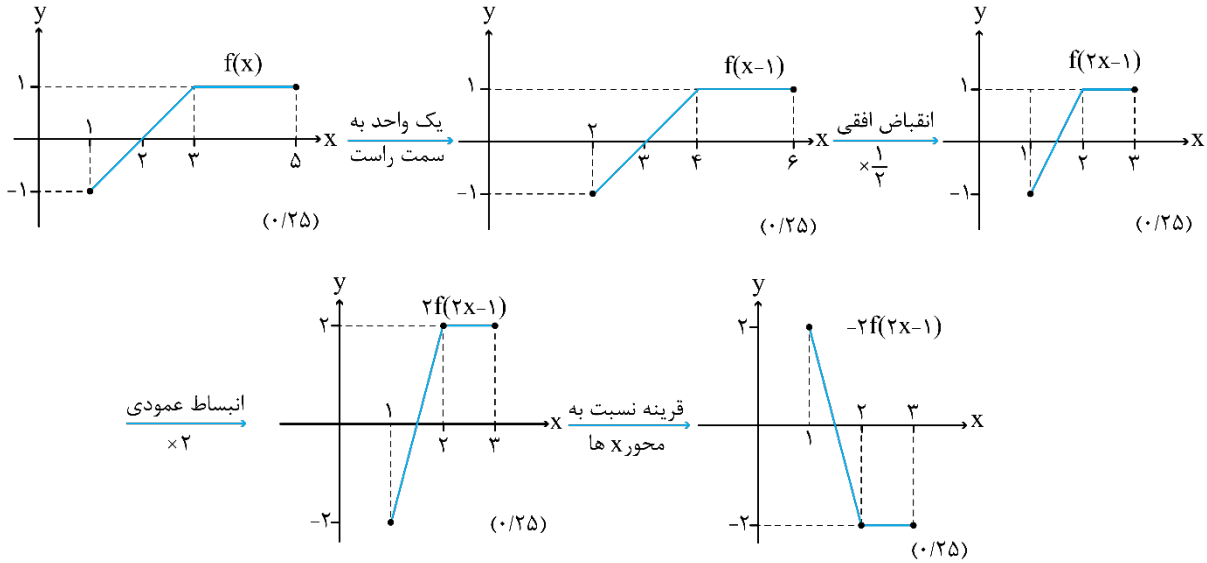
مدت امتحان: ۴۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۸/۲۵	ساعت شروع:	آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: حسابان ۲
تعداد صفحات: ۵ صفحه	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی و فیزیک	نام و نام خانوادگی:

گروه آموزشی ماز آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی

ردیف	پاسخ‌نامه	نمره
۱	<p style="text-align: right;">مصحح شو: </p> <p>الف) نادرست (۰/۵) (ص ۹) انقباض افقی ب) نادرست (۰/۵) <b>بررسی دقیق‌تر:</b> ابتدا ضابطه تابع <math>y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1</math> را به صورت <math>y = (x-1)^3 + 2</math> تبدیل کرده و سپس نمودار آن را رسم می‌کنیم.</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <math display="block">y = (x-1)^3 + 2</math> </div> <p>پ) درست (۰/۵) (ص ۱۹) ت) درست (۰/۵) (ص ۲۲)</p>	۲
۲	<p style="text-align: right;">مصحح شو: </p> <p>الف) <math>\frac{a+1}{2}</math> (۰/۵) (ص ۱۰) ب) <math>-8</math> (۰/۵) (ص ۱۹) کافی است که <math>f(-2)</math> را به دست بیاوریم: پ) صعودی (۰/۵) (ص ۲۲) می‌دانیم که <math>g</math> تابعی اکیداً نزولی است بنابراین <math>f</math> و <math>-g</math> اکیداً صعودی هستند، پس <math>f + (-g)</math> نیز اکیداً صعودی است. ت) <math>[-1, +\infty)</math> (۰/۵) (ص ۲۲) ابتدا پایه‌ها را در طرفین نامساوی، برابر می‌کنیم:</p> $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \Rightarrow 2x-1 \geq -3 \Rightarrow x \geq -1 \quad (ص ۱۰)$ <p>توجه کنید که تابع <math>y = \left(\frac{2}{3}\right)^x</math>، تابعی اکیداً نزولی است، لذا جهت نامساوی را عوض کردیم.</p>	۲



الف) ابتدا نمودار تابع  $y = f(x+2)$  را دو واحد در راستای محور  $x$  ها و در جهت مثبت انتقال می‌دهیم تا تابع  $y = f(x)$  به دست بیاید، سپس به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:



ب) دامنه:  $(0/5)$  و  $[1 و 3]$   
 برد:  $(0/5)$  و  $[-2 و 2]$   
 پ)

$$\begin{cases} A(1, 1) \\ y = f(x+2) \end{cases} \Rightarrow 1 = f(3) \quad (0/5)$$

$$g(x) = -2f(2x-1)$$

$$\begin{cases} 2x-1=3 \Rightarrow x=2 \quad (0/5) \\ f(2x-1)=1 \Rightarrow y=-2 \quad (0/5) \end{cases}$$

پس  $A'(2, -2)$  متناظر با  $A$  است.  $(0/25)$

۱) در جدول زیر خلاصه‌ای از خواص و ویژگی‌های تبدیل و انتقال نمودارها آورده شده است.

نمودار جدید ( $a, k > 0$ )	توضیحات و نحوه رسم
$f(x+a)$	نمودار تابع $f$ را به اندازه $a$ واحد در راستای محور $x$ ها به سمت چپ منتقل می‌کنیم.
$f(x-a)$	نمودار تابع $f$ را به اندازه $a$ واحد در راستای محور $x$ ها به سمت راست منتقل می‌کنیم.
$f(x)+a$	نمودار تابع $f$ را به اندازه $a$ واحد در راستای محور $y$ ها به سمت بالا منتقل می‌کنیم.
$f(x)-a$	نمودار تابع $f$ را به اندازه $a$ واحد در راستای محور $y$ ها به سمت پایین منتقل می‌کنیم.
$f(-x)$	نمودار تابع $f$ را نسبت به محور $y$ ها قرینه می‌کنیم.
$-f(x)$	نمودار تابع $f$ را نسبت به محور $x$ ها قرینه می‌کنیم.
$-f(-x)$	نمودار تابع $f$ را ابتدا نسبت به محور $y$ ها و سپس نسبت به محور $x$ ها قرینه می‌کنیم (قرینه نسبت به مبدأ)



نمودار تابع $f$ را در راستای محور $x$ ها با ضریب $\frac{1}{k}$ منقبض (فشرده) می‌کنیم.	$k > 1$	$f(kx)$
نمودار تابع $f$ را در راستای محور $x$ ها با ضریب $\frac{1}{k}$ منبسط (کشیده) می‌کنیم.	$0 < k < 1$	
نمودار تابع $f$ را در راستای محور $y$ ها با ضریب $k$ منبسط (کشیده) می‌کنیم.	$k > 1$	$kf(x)$
نمودار تابع $f$ را در راستای محور $y$ ها با ضریب $k$ منقبض (فشرده) می‌کنیم.	$0 < k < 1$	
ابتدا نمودار تابع $f$ را رسم کرده و سپس هر آن‌چه زیر محور $x$ ها قرار دارد را نسبت به محور $x$ ها قرینه می‌کنیم.		$ f(x) $
ابتدا نمودار تابع $f$ را رسم کرده و سپس هر آن‌چه سمت چپ محور $y$ ها قرار دارد را حذف کرده و به جای آن نمودار سمت راست محور $y$ ها را نسبت به محور $y$ ها قرینه می‌کنیم.		$f( x )$
ابتدا نمودار $y = f(x)$ را رسم کرده و سپس هر آن‌چه زیر محور $x$ ها قرار دارد را حذف کرده و نمودار بالای محور $x$ ها را نسبت به محور $x$ ها قرینه می‌کنیم.		$ y  = f(x)$

**۲) رسم نمودار تابع  $y = af(bx+c)+d$  به کمک نمودار تابع  $y = f(x)$**

اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  را در اختیار داشته باشیم، برای رسم نمودار تابع  $y = af(bx+c)+d$  به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

الف) تأثیرات روی دامنه:

۱) تأثیر عدد ثابت  $c$ : اگر  $c > 0$  باشد، نمودار تابع را به اندازه  $c$  واحد به سمت چپ و اگر  $c < 0$  باشد نمودار تابع را به اندازه  $c$  واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم.

۲) تأثیر ضریب  $x$ : طول تمامی نقاط را در  $\frac{1}{|b|}$  ضرب می‌کنیم. (اگر  $b$  منفی باشد، نمودار تابع رو نسبت به محور  $y$  هم قرینه می‌کنیم).

ب) تأثیرات روی برد:

۳) تأثیر ضریب  $f$ : عرض تمامی نقاط را در  $|a|$  ضرب می‌کنیم. (اگر  $a$  منفی باشد، نمودار تابع رو نسبت به محور  $x$  ها هم قرینه می‌کنیم).

۴) تأثیر عدد ثابت  $d$ : اگر  $d > 0$  باشد نمودار تابع را به اندازه  $d$  واحد به سمت بالا و اگر  $d < 0$  باشد، نمودار تابع را به اندازه  $d$  واحد به سمت پایین منتقل می‌کنیم.

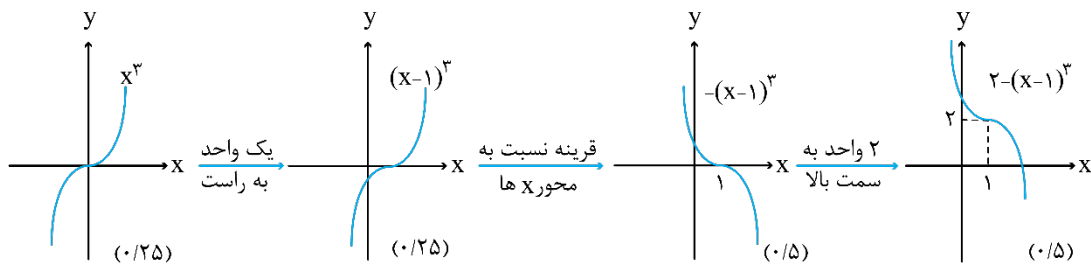
نکته طلایی:

اگر نقطه  $A(x, y)$  روی نمودار تابع  $y = f(x)$  قرار داشته باشد، نقطه  $A'(\frac{x-c}{b}, ay+d)$  بر روی نمودار  $y = af(bx+c)+d$  قرار دارد.

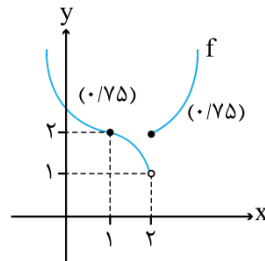
۴

مصحح شو: 

الف) به کمک نمودار تابع  $y = x^3$  و با استفاده از انتقال و تبدیل نمودار توابع، داریم:



ب) ابتدا نمودار تابع  $f$  را رسم می‌کنیم:



در بازه  $(-\infty, 2)$  اکیداً نزولی  $(0/5)$  و در بازه  $[2, +\infty)$  اکیداً صعودی  $(0/5)$  است.

(ص ۱۸ و ۲۱)

۴





الف) از برهان خلف استفاده می‌کنیم. (۰/۲۵)

فرض کنید  $a \geq b$  باشد. (۰/۲۵) چون  $f$  اکیداً صعودی است (۰/۲۵) پس  $f(a) \geq f(b)$  (۰/۲۵) و این خلاف فرض است.

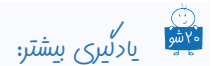
ب) تابع  $\log x$  اکیداً صعودی است. پس در حل نامعادله لگاریتمی جهت نامعادله عوض نمی‌شود: (۰/۲۵)

$$\log(x-2) < \log(3-x)$$

$$\Rightarrow \underbrace{x-2 < 3-x}_{(۰/۵)} \Rightarrow x < \frac{۵}{۲} \quad (۰/۲۵)$$




با بررسی دامنه،  $x-2 > 0$  (۰/۲۵) و  $3-x > 0$  (۰/۲۵) است پس  $2 < x < 3$  است (۰/۲۵) و جواب نهایی بازه  $(2, \frac{۵}{۲})$  (۰/۲۵) است.

(ص ۱۸)



مثال نموداری	تعریف ریاضی	توضیح	تابع
	$x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) \geq f(x_1)$	با افزایش $x$ ، مقدار تابع $f(x)$ افزایش می‌یابد و یا این‌که ثابت می‌ماند.	صعودی
	$x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) \leq f(x_1)$	با افزایش $x$ ، مقدار تابع $f(x)$ کاهش می‌یابد و یا این‌که ثابت می‌ماند.	نزولی
	$x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1)$	با افزایش $x$ ، مقدار تابع $f(x)$ همواره افزایش می‌یابد.	اکیداً صعودی
	$x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) < f(x_1)$	با افزایش $x$ ، مقدار تابع $f(x)$ همواره کاهش می‌یابد.	اکیداً نزولی
	$x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) = f(x_1)$	با افزایش $x$ ، مقدار تابع $f(x)$ همواره ثابت است.	تابع ثابت (هم صعودی و هم نزولی)



<p>۴</p>	<p style="text-align: right;">۶</p> <p style="text-align: right;">مصباح شو: </p> <p>چندجمله‌ای بر <math>x-2</math> بخش پذیر است، پس <math>f(2) = 0</math> است از طرفی باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای بر <math>x+1</math> برابر <math>-6</math> است، یعنی <math>f(-1) = -6</math> است، پس:</p> $\begin{cases} f(2) = 0 & (0/25) \Rightarrow 8 + 4a + 2b - 12 = 0 & (0/25) \\ f(-1) = -6 & (0/25) \Rightarrow -1 + a - b - 12 = -6 & (0/25) \end{cases}$ $\begin{cases} 2a + b = 2 \\ a - b = 7 \end{cases} \Rightarrow a = 3, b = -4 \quad (0/25) \quad (0/25)$ $\Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12 \quad (0/25)$ <p>باقی مانده <math>f(x+2) + f(x-2)</math> بر <math>x+1</math> زمانی به دست می‌آید که <math>x = -1</math> را قرار دهیم. <math>(0/25)</math></p> $f(1) + f(-3) \quad (0/5) = 1 + 3 - 4 - 12 - 27 + 27 + 12 - 12 = -12 \quad (0/5)$ <p>(ص ۲۰ و ۲۲)</p> <p style="text-align: right; color: red;">نکته طلایی:</p> <p>در تقسیم چندجمله‌ای <math>f(x)</math> بر دو جمله‌ای درجه اول <math>(ax+b)</math>، باقی مانده تقسیم برابر <math>f(-\frac{b}{a})</math> است. در نتیجه اگر <math>f(-\frac{b}{a}) = 0</math> باشد، به این معنی است که <math>f(x)</math> بر <math>(ax+b)</math> بخش پذیر است.</p>
<p>۲</p>	<p style="text-align: right;">۷</p> <p style="text-align: right;">مصباح شو: </p> $x^7 + 1^7 = (x+1)(x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1) \quad (0/75)$ $\Rightarrow f(x) = x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 \quad (0/75)$ $f(-1) = 7 \quad (0/5)$ <p>(ص ۲۰ و ۲۲)</p> <p style="text-align: right;">یادگیری بیشتر: </p> <p>به ازای هر <math>n \in \mathbb{N}</math> داریم:</p> $x^n - a^n = (x-a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1})$ <p>به کمک اتحاد بالا می‌توان نتیجه گرفت که:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• اگر <math>n</math> فرد باشد:</li> </ul> $x^n + a^n = (x+a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots - a^{n-2}x + a^{n-1})$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• اگر <math>n</math> زوج باشد:</li> </ul> $x^n - a^n = (x+a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots + a^{n-2}x - a^{n-1})$
<p>۲۰</p>	<p>موفق باشید</p>

