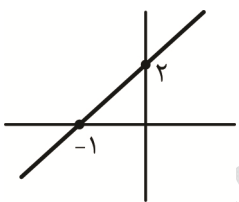


تعداد صفحات: ۲	ساعت شروع: ۱۶	رشته: ریاضی فیزیک	حسابان ۲
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۲/۱۳
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است)	نمره
------	---	------

۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.</p> <p>(آ) اگر $f(x)$ در بازه $[1, 3]$ صعودی اکید باشد تابع $y = -f(-x)$ در بازه $[-3, -1]$ نزولی است.</p> <p>(ب) می توان بازه ای یافت که تابع تنازانت در آن نزولی باشد.</p> <p>(پ) حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{[x]-1}$ برابر با $+\infty$ است.</p> <p>(ت) در تابع $f(x) = x^2 - 1$ دو مینیمم نسبی وجود دارد.</p>	۱
۱	<p>جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.</p> <p>(آ) عبارت $x^n + a^n$ با شرط بر $x+a$ بخش پذیر است. (زوج یا فرد بودن n)</p> <p>(ب) در تابع $y = a \sin(x + \frac{\pi}{4}) + c$ اگر مینیمم تابع -6 و ماکسیمم تابع 2 باشد حاصل $a + c$ برابر است.</p> <p>(پ) در تابع $f(x) = \frac{mx+4}{2x-4}$ اگر m برابر باشد تابع هم صعودی و هم نزولی است.</p> <p>(ت) تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در $x=0$ مشتق پذیر نیست خط $x=0$ را منحنی می نامیم.</p>	۱
۰/۷۵	<p>تابع $f(x) = (x-2)^3 + 1$ را در نظر بگیرید.</p> <p>ضابطه وارون تابع را به دست آورید.</p>	۳
۱	<p>اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر باشد و بدانیم $p(x) = x^3 - 7x^2 + 4$ است باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $f(x)$ کدام است؟</p> 	۴
۱/۵	<p>معادله $\tan^5 x - 9 \tan x = 0$ را با شرط $\tan x \neq 0$ حل کنید.</p>	۵
۱/۲۵	<p>حاصل حدود زیر را به دست آورید. @Azmoonha_Azmayeshi</p> <p>(آ) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x[-x]}{x x +1} =$</p> <p>(ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(3x-2)^2 - 6x^2 + 4x}{6x^2 - 9x + 11} =$</p>	۶
	«ادامه سؤالات در صفحه دو»	



تعداد صفحات: ۲	ساعت شروع: ۱۶	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات شبه آزمون نهایی درس: حسابان ۲
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۲/۱۳
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است)	نمره
------	---	------

۷	اگر مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{ax^2 + 2x - 3}{(a+1)x^2 - 2}$ به صورت $y = \frac{4}{5}$ باشد. مجانب‌های قائم آن کدام است؟	۱
۸	تابع $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} + x^3 + 3 & x \geq 1 \\ 3x^3 - 4\sqrt{x} + 7 & x < 1 \end{cases}$ در نظر بگیرید. مشتق پذیری تابع را در $x = 1$ بررسی کنید. @Azmoonha_Azmayeshi	۱/۲۵
۹	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست) (آ) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{(2+x)^4}$ (ب) $g(x) = x\sqrt{\frac{3x+5}{2x-1}}$ (پ) $h(x) = (x^3 - 2x^2 + 1)^5$	۲/۲۵
۱۰	اگر $f(x) = 2x^3g(x)$ و بدانیم $g(2) = 1$ و $g'(2) = 3$ حاصل $f'(2)$ را بیابید.	۱/۵
۱۱	گنجایش ظرفی ۴۰ لیتر مایع است. در لحظه $t = 0$ سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود. اگر حجم مایع باقی مانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطه $V = 40(1 - \frac{t}{100})^2$ به دست آید: (آ) آهنگ تغییر متوسط حجم مایع در بازه زمانی $[0, 1]$ چقدر است؟ (ب) در چه زمانی، آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 100]$ می‌شود؟	۱/۷۵
۱۲	مقادیر d, c, b, a را طوری بیابید که $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ در $(1, 4)$ و $(0, 2)$ دارای اکسترمم نسبی باشد.	۱
۱۳	در کره‌ای به شعاع R یک استوانه محاط کرده‌ایم. شعاع قاعده و ارتفاع استوانه را طوری به دست آورید که حجم استوانه، بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱/۷۵
۱۴	نقطه عطف تابع $f(x) = \begin{cases} 2x^3 & x \geq 0 \\ x^3 & x < 0 \end{cases}$ را در صورت وجود بیابید.	۱
۱۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ را رسم کنید.	۲
۲۰	جمع نمره	«موفق و پیروز باشید.»

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۲/۱۳	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح شبه آزمون نهایی درس: حسابان ۲
تعداد صفحه: ۳	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	(آ) نادرست (۰/۲۵) (ب) نادرست (۰/۲۵) (پ) نادرست (۰/۲۵) (ت) درست (۰/۲۵)	۱
۲	(آ) فرد (۰/۲۵) (ب) ۲ (۰/۲۵) (پ) $m = -2$ (۰/۲۵) (ت) مماس قائم (۰/۲۵)	۱
۰/۷۵	۳ (آ) ابتدا جای x و y را عوض کرده سپس y را تنها می‌کنیم: $y = (x-2)^3 + 1 \Rightarrow x = (y-2)^3 + 1 \xrightarrow[\text{از طرفین}]{\text{طرفین}} x-1 = (y-2)^3 \xrightarrow[\text{می‌گیریم}]{\sqrt[3]{\quad}}$ $\sqrt[3]{x-1} = (y-2) \xrightarrow[\text{طرفین}]{+2} y = f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1} + 2$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۱	۴ ابتدا ضابطه تابع $f(x)$ را می‌نویسیم: $(-1, 0), (0, 2) \in f \Rightarrow f(x) = 2x + 2$ (۰/۵) برای یافتن باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $f(x)$ ریشه تابع $f(x)$ را در $p(x)$ قرار می‌دهیم: $2x + 2 = 0 \Rightarrow x = -1$ (۰/۲۵) $\rightarrow p(-1)^3 - 7(-1)^2 + 4 = -4$ (۰/۲۵)	۱
۱/۵	۵ $\tan^5 x - 9 \tan x = 0 \Rightarrow \tan x (\tan^4 x - 9) = 0$ $\tan^2 x = 3 \Rightarrow \tan x = \pm \sqrt{3}$ (۰/۲۵) $\rightarrow \begin{cases} \tan x = \sqrt{3} \Rightarrow x = K\pi + \frac{\pi}{3} & (۰/۲۵) \\ \tan x = -\sqrt{3} \Rightarrow x = K\pi - \frac{\pi}{3} & (۰/۲۵) \end{cases}$ $\tan^2 x = -3 \Rightarrow$ غقق (۰/۲۵)	۱/۵
۱/۲۵	۶ (آ) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x[-x]}{x x +1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x[1^+]}{x(-x)+1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x \times 1}{-x^2+1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-2}{-1+1} = \frac{-2}{0^-} = +\infty$ (۰/۵) (ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(3x-2)^2 - 6x^2 + 4x}{6x^2 - 9x + 11} = \frac{\infty}{\infty} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(9x^2 - 12x + 4) - 6x^2 + 4x}{6x^2 - 9x + 11}$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 8x + 4}{6x^2 - 9x + 11} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{6x^2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (۰/۷۵)	۱/۲۵
۱	۷ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2}{(a+1)x^2} = \frac{a}{a+1} = \frac{4}{5} \Rightarrow a = 4$ (۰/۵) $f(x) = \frac{4x^2 + 2x - 3}{5x^2 - 20} \Rightarrow 5x^2 - 20 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$ (۰/۵) دو خط $x = 2$ و $x = -2$ مجانب‌های قائم تابع هستند.	۱
«ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دو»		

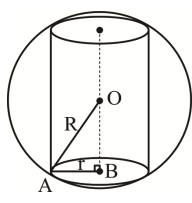
تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۲/۱۳	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح شبه آزمون نهایی درس: حسابان ۲
تعداد صفحه: ۳	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

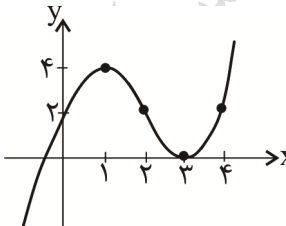
۱/۲۵	ابتدا شرط پیوستگی را چک می کنیم: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 6$, $f(1) = 6$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 6$ (۰/۲۵) سپس مشتق چپ و راست تابع را به دست آورده و در نقطه $x = 1$ مقایسه می کنیم: $f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + 3x^2 & x > 1 \\ 9x^2 - \frac{4}{3\sqrt{x^2}} & x < 1 \end{cases}$ (۰/۵) $f'_+(1) \neq f'_-(1)$ (۰/۲۵) مشتق چپ و راست تابع در $x = 1$ مساوی نیست پس تابع در $x = 1$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)	۸
۲/۲۵	$f'(x) = \frac{(\frac{1}{2\sqrt{x}})(2+x)^4 - 4(2+x)^3(\sqrt{x})}{(2+x)^8}$ (۰/۵) (۰/۲۵) $g'(x) = (1)(\frac{\sqrt{3x+5}}{\sqrt{2x-1}}) + (\frac{1}{\sqrt{2x-1}} \times \frac{-13}{(2x-1)^2})(x)$ (۰/۵) (۰/۲۵) $h'(x) = \frac{\Delta(x^3 - 2x^2 + 1)^4 \times (3x^2 - 4x)}{(0/5)}$ (۰/۲۵) (۰/۵)	۹ آ ب پ
۱/۵	$f(x) = 2x^3 g(x) \Rightarrow f'(x) = (6x^2)g(x) + g'(x)(2x^3) \xrightarrow{x=2}$ (۰/۵) $f'(2) = 24 \times g(2) + g'(2) \times 16$ (۰/۲۵) = $24 \times 1 + 3 \times 16$ (۰/۲۵) = $24 + 48 = 72$ (۰/۲۵)	۱۰
۱/۷۵	$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V(1) - V(0)}{1 - 0} = 40 \left((1 - \frac{1}{100})^2 - 1 \right)$ (۰/۵) $= 40 \left((1 - \frac{1}{100} - 1) (1 - \frac{1}{100} + 1) \right) = 40 \times \frac{-1}{100} \times 1,99 = -0,796$ (۰/۵) $V'(t) = \frac{V(100) - V(0)}{100 - 0} \Rightarrow 40 \times 2 \times \frac{-1}{100} (1 - \frac{t}{100}) = \frac{0 - 40}{100}$ (۰/۵) $\Rightarrow -40 \times 2 (1 - \frac{t}{100}) = -40 \Rightarrow 2(1 - \frac{t}{100}) = 1 \Rightarrow t = 50$ (۰/۲۵)	۱۱ آ ب
۱	$(1, 4) \in f(x) \Rightarrow a + b + c + d = 4$ $(1, 0) \in f'(x) \Rightarrow 3a + 2b + c = 0$ $(0, 2) \in f(x) \Rightarrow 0 + 0 + 0 + d = 2 \Rightarrow d = 2$ $(0, 0) \in f'(x) \Rightarrow 0 + 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$ $a = -4$ $b = 6$ (۰/۵) (۰/۵)	۱۲
«ادامه راهنمای تصحیح در صفحه سه»		

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۲/۱۳	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح شبه آزمون نهایی درس: حسابان ۲
تعداد صفحه: ۳	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۳	<p>فرض کنیم استوانه مورد نظر دارای شعاع قاعده r و ارتفاع h باشد. اگر O مرکز کره باشد، در مثلث قائم الزاویه OAB داریم: $OB = \frac{h}{2}$ و $AB^2 + OB^2 = OA^2$</p> <p>بنابراین $(\cdot/۲۵) \cdot r^2 + \frac{h^2}{4} = R^2$</p> <p>حجم این استوانه برابر است با:</p> $V = \pi r^2 h = \pi(R^2 - \frac{h^2}{4})h \Rightarrow V(h) = \pi R^2 h - \frac{\pi}{4} h^3 ; 0 \leq h \leq 2R (\cdot/۲۵)$ <p>برای یافتن نقاط بحرانی این تابع در بازه $[0, 2R]$، ریشه‌های مشتق را به دست می‌آوریم:</p> $V'(h) = \pi R^2 - \frac{3\pi}{4} h^2 = 0 (\cdot/۲۵) \Rightarrow h = \frac{2R}{\sqrt{3}} (\cdot/۲۵)$ <p>از طرفی $V(0) = 0$ و $V(2R) = 0$. بنابراین تابع V به ازای $h = \frac{2R}{\sqrt{3}}$ بیشترین مقدار حجم را دارد. با توجه به این که</p> $r^2 + \frac{h^2}{4} = R^2 (\cdot/۲۵) \Rightarrow r = \frac{\sqrt{2}R}{\sqrt{3}}$ <p>مقدار r برابر با $r = \frac{\sqrt{2}R}{\sqrt{3}}$ است. $(\cdot/۲۵)$</p>	
----	---	---

۱۴	$f'(x) = \begin{cases} 6x^2 & x > 0 \\ 3x^2 & x < 0 \end{cases} (\cdot/۲۵)$ $f''(x) = \begin{cases} 12x & x > 0 \\ 6x & x < 0 \end{cases} (\cdot/۲۵)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td colspan="2">○</td> </tr> <tr> <td>y''</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>∪</td> <td>∩</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰, ۰) نقطه عطف $(\cdot/۲۵)$</p>	x	○		y''	-	+	y	∪	∩	
x	○										
y''	-	+									
y	∪	∩									

۱۵	<p>$Df = R \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$</p> <p>$f(0) = 0 \quad f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Rightarrow x = 1, 3$ نقاط بحرانی $(\cdot/۲۵)$</p> <p>$f''(x) = 6x - 12 = 0 \Rightarrow x = 2$ نقطه عطف $(\cdot/۲۵)$</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">  <table border="1"> <tr> <td>X</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>+</td> <td>○</td> <td>-</td> <td>○</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f''</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>○</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>$-\infty$</td> <td>↗</td> <td>↘</td> <td>↘</td> <td>↗</td> </tr> </table> </div> <p style="text-align: center;">رسم $(\cdot/۷۵)$</p>	X	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	f'	+	○	-	○	+	f''	-	-	○	+	+	f	$-\infty$	↗	↘	↘	↗	
X	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$																					
f'	+	○	-	○	+																					
f''	-	-	○	+	+																					
f	$-\infty$	↗	↘	↘	↗																					

۲۰	جمع نمره	«موفق و پیروز باشید.»
----	----------	-----------------------